

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**



**INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**

**“DISEÑO DE RUTAS DE TRANSPORTE DE PERSONAL  
APLICANDO MODELIZACIÓN MATEMÁTICA PARA RESOLVER  
EL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO VEHICULAR  
CAPACITADO CON VENTANAS DE TIEMPO”**

**TESIS DE GRADO**

Previa a la obtención del Título de:

**INGENIERO EN LOGÍSTICA Y TRANSPORTE**

**AUTORES:**

**Lorena Marina Loor Vélez**

**Patricia Elizabeth Sánchez Villamar**

**GUAYAQUIL – ECUADOR**

**Año: 2012**

## AGRADECIMIENTOS

Antes que todo quiero agradecer en primer lugar a mi Dios por la salud, sabiduría y por estar siempre conmigo en todo momento de mi vida, a mi querida madre Nelly por sus consejos y gran amor en todo tiempo, a mis abuelos y tíos quienes siempre nos han extendido sus manos, a mi novio Gustavo por estar presente en los momentos que más lo necesité, a los hermanos en Cristo, Gloria y Eloy por su noble ayuda, a mis amigas Patricia, Gisella y Maritza por brindarme su cariño durante todo el tiempo que estuvimos juntas.

**Lorena Loor Vélez**

A Dios por no dejarme sola, a mis padres Jenny y Daniel por su apoyo, mis hermanos Andrea, Victor Aleja e Isaías y a mis amigos en especial a Carlos Roberto, Marina e Iris por su apoyo incondicional en todo momento, alentándome para seguir adelante

**Patricia Sánchez Villamar**

## DEDICATORIAS

A ti mi amado Dios por brindarme la vida y regalarme una hermosa familia, a mis queridos padres quienes han luchado muy duro por darme una carrera para mi futuro, a mis hermanos Luis y Mónica por su gran cariño, los amo mucho.


Lorena Loor Vélez

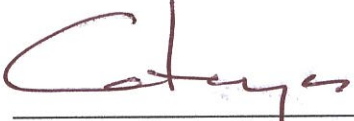
A Dios por todas las bendiciones que ha derramado sobre mí, a mis padres por su constante apoyo incondicional demostrándome que los sueños son posibles de cumplir. A mis hermanos, a todas las personas que han creído en mí, a mi Amor Luo por ayudarme sin importar nada.

Patricia Sánchez Villamar

## TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

  
\_\_\_\_\_  
Ing. Victor Vega Chica  
DIRECTOR DE TESIS DE GRADO

  
\_\_\_\_\_  
Ing. Erwin Delgado  
VOCAL PRINCIPAL

  
\_\_\_\_\_  
Ing. Xavier Cabezas  
PRESIDENTE

## DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”

(Reglamento de Graduación de la ESPOL)



\_\_\_\_\_  
Lorena Loo Vélez



\_\_\_\_\_  
Patricia Sánchez Villamar

## RESUMEN

En el presente trabajo se implementa un modelo de programación matemática que tiene como objetivo principal el diseño de rutas, la misma que cumplan con las restricciones de ventanas de tiempo, capacidad de los vehículos de una empresa la cual realiza la función de transporte de personal a otras entidades.

La tesis está estructurada en tres capítulos. El primer capítulo consiste en un estudio de la situación actual de la empresa, que involucra, paraderos, clientes, vehículos y costos de las rutas definidos por la empresa. En la segunda etapa se analiza el modelo matemático que mejor se ajuste a las condiciones reales. En el último capítulo se entregan los resultados de la investigación, que como se mencionó anteriormente es el diseño de rutas óptimas y además las recomendaciones necesarias.

La elaboración de este trabajo pretende demostrar como la optimización de las rutas ayudan a reducir los costos de transportación.

## **ABSTRACT**

This article implements a mathematical programming model that has as main objective the design of routes, the same that meets the constraints of time windows, vehicle capacity of a company which performs the function of transporting personnel to other entities. It is structured as follows: The first part contains an introduction to the problem. The second section is a study of the current business situation, involving, bus stops, customers, vehicles and costs of the routes defined by the company. The third stage analyzes the mathematical model that best fits the actual conditions. In the fourth phase the results of the investigation are given, which as mentioned above is the design of optimal routes and finally the conclusions, acknowledgments and necessary recommendations are mentioned. The preparation of this paper aims to demonstrate how route optimization helps reduce transportation costs.

## ÍNDICE GENERAL

RESUMEN .....	I
ABSTRACT .....	II
ÍNDICE GENERAL .....	III
ÍNDICE DE FIGURAS .....	VII
ÍNDICE DE TABLAS.....	VIII
CAPÍTULO 1	
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Justificación e importancia.....	2
1.2 Objetivo General.....	2
1.3 Objetivos específicos.....	3
CAPÍTULO 2	
2. ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN ACTUAL .....	4
2.1 La problemática básica.....	5
2.2 Clientes.....	6
2.3 Depósitos.....	8
2.4 Rutas .....	9



2.5 Paraderos .....	11
2.6 Vehículos.....	18
2.7 Costos Fijos y Variables .....	21
2.7.1 Costos Fijos.....	21
2.7.2 Costos Variables.....	22

### CAPÍTULO 3

3. EL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO VEHICULAR.....	24
3.1 Estado el Arte del CVRPTW.....	24
3.2 El problema de ruteo capacitado con ventanas de tiempo (CVRPTW).....	28
3.2.1 Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) .....	31
3.2.2 Times Windows Vehicle Routing Problem (TWVRP) ...	32
3.2.3 Vehicle Routing Problem with multiple depot (MDVRP) .....	33
3.2.4 Vehicle Routing Problem with multiple depot- Times ...	34
3.3 Definición formal del problema de ruteo capacitado con ventanas de tiempo (CVRPTW).....	38
3.3.1 Parámetros e índices .....	39
3.3.2 Variables .....	40
3.3.2.1 Variables de decisión binaria .....	40
3.3.2.2 Variables de decisión real.....	40
3.3.2 Función Objetivo .....	41

3.3.2	Restricciones.....	41
3.4	Complejidad computacional .....	43
CAPÍTULO 4		
4.	ANÁLISIS COMPUTACIONAL (APLICACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO CVRPTW) .....	45
4.1	Herramienta tecnológicas .....	45
4.1.1	Google Maps.....	46
4.1.2	Google Earth.....	47
4.1.2.1	Ubicación geográfica de los nodos .....	48
4.1.2.2	Aplicación del método de barrido.....	51
4.1.2.3	Cálculo de distancias y tiempos.....	57
4.1.3	GAMS.....	58
4.2	Modelo Matemático para el diseño de rutas óptimas.....	59
4.2.1	Conjunto de Índices.....	60
4.2.2	Vectores de Datos .....	61
4.2.3	Variables.....	63
4.2.4	Restricciones .....	64
4.2.4.1	Función objetivo .....	65
4.2.4.2	Visitas a las paradas.....	66
4.2.4.3	Salida desde un mismo depósito .....	66
4.2.4.4	Capacidad del vehículo.....	67

4.2.4.5	Selección de vehículo por parada.....	67
4.2.4.6	Cumplimiento del horario .....	67
4.2.4.7	Eliminación de subtours .....	68
4.3	Resultados Obtenidos .....	69
4.4	Post optimización .....	76
4.5	VRPCTW versus ANALISIS ACTUAL .....	78
4.6	Comparación con otras Heurísticas.....	80
CAPÍTULO 5		
5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	82
5.1	Conclusiones.....	82
5.2	Recomendaciones.....	84
APÉNDICES.....		87
GLOSARIO.....		117
BIBLIOGRAFÍA.....		118

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1.	Ubicación espacial de los clientes de la empresa. Mapa del centro de la ciudad de Guayaquil de Google Earth.....	14
Figura 2.2.	Ubicación del depósito en Google Maps .....	15
Figura 2.3.	Ruta 2 del departamento de Operaciones .....	17
Figura 2.4.	Paraderos de la Ruta 3. Mapa del centro de la ciudad de Guayaquil en Google Earth.....	18
Figura 2.5.	Fotos de los vehículos utilizados .....	28
Figura 3.1.	Ejemplo del Problema de Enrutamiento vehicular .....	35
Figura 3.2.	Ejemplo clásico del Agente Viajero (TSP) .....	38
Figura 3.3.	Ejemplo del Problema de Enrutamiento vehicular con Capacidad.....	40
Figura 3.4.	Ejemplo del Problema de Enrutamiento vehicular con ventanas de tiempo.....	41
Figura 3.5.	Ejemplo del Problema de Enrutamiento vehicular con múltiples depósitos .....	42
Figura 3.6.	Ejemplo del Problema de Enrutamiento vehicular capacitado con ventanas de tiempo.....	43
Figura 4.1.	Aplicación del método de barrido.....	61
Figura 4.2.	Cálculo de distancias por formula de Manhattan.....	65
Figura 4.3.	Resultados obtenidos en Gams.....	67
Figura 4.4.	Ruta pos optimizada .....	85
Figura 4.5.	Comparación de costos por departamento.....	87
Figura 4.6.	Resultados de la página VRP Web.....	88
Figura 4.7.	Resultados obtenidos con el modelo.....	89

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1	Nombre-Dirección y Coordenadas Geográficas de algunos Clientes.....	15
Tabla 2.4	Penalización por retraso .....	17
Tabla 2.5.	Paraderos del departamento Operaciones .....	19
Tabla 2.6	Paraderos del departamento FACTURACIÓN.....	22
Tabla 2.7	Paraderos del departamento ADMINISTRATIVO .....	24
Tabla 2.8	Capacidad de los vehículos en las diferentes rutas .....	26
Tabla 2.9	Costo fijo mensual por ruta .....	29
Tabla 2.10	Costo Variable estimado de las rutas por día .....	31
Tabla 4.1	Coordenadas geográficas del destino y depósito .....	56
Tabla 4.2	Coordenadas geográficas de los paraderos de Operaciones .....	57
Tabla 4.3	Método de barrido de los paraderos del departamento de Operaciones .....	62
Tabla 4.4	Conjunto de índices .....	68
Tabla 4.5	Conjunto de Vectores de datos.....	69
Tabla 4.6	Conjunto de variables decisión .....	71
Tabla 4.7	Resultados obtenidos de las rutas del departamento de OPERACIONES.....	78
Tabla 4.8	Resultados obtenidos de las rutas del departamento FACTURACIÓN .....	81
Tabla 4.9	Resultados obtenidos de las rutas del departamento de ADMINISTRACIÓN.....	83
Tabla 4.10	Resultados obtenidos a las rutas que presentan cruces...	86
Tabla 4.11	Comparación de los costos actuales con los anteriores ....	87

# CAPÍTULO 1

## 1. INTRODUCCIÓN

El transporte es un medio muy usado por los seres humanos, por lo que se convierte en una necesidad donde se encuentran presentes elementos tales como infraestructura, vehículo y operador. Esta tesis presenta una alternativa técnica desarrollada por la investigación de operaciones, con el objetivo de crear rutas basados en un depósito para transportar a los empleados desde cierto paradero hasta su lugar de trabajo, el cual consiste en aplicar una programación matemática y a través de ella encontrar una solución para el problema de enrutamiento vehicular con restricción de capacidad y ventanas de tiempo, que permita minimizar el costo de la ruta.

Existen factores que son difíciles de parametrizar como son el tráfico, accidentes de tránsito, huelgas, desastres naturales por lo que se opta la aplicación de métodos muy prácticos en sus operaciones, lo cual no es una buena planificación que influyen en altos costos e insatisfacción del cliente.

### **1.1 Justificación e importancia**

Muchas empresas ofrecen servicios de personal, sin embargo la mayoría no aprovechan sus recursos al cien por ciento. Para la resolución de este tipo de problemas se debe tener en cuenta la satisfacción del cliente, distancia entre paraderos, tiempo de viaje, ventanas de tiempo, tiempo de servicio. Se propondrá un modelo matemático para mejorar la situación actual.

Hay que considerar ciertos parámetros que son establecidos por la empresa como los paraderos, con los cuales se procederá a diseñar rutas óptimas para compararlas con las rutas actuales.

### **1.2 Objetivo General**

Emplear un Modelo Matemático y a partir de ello, encontrar una solución para el problema de enrutamiento vehicular capacitado con restricciones horarias, con el fin de crear óptimas rutas que transportan el personal de una compañía ubicada en las cercanías al puerto de la ciudad de Guayaquil.

### **1.3 Objetivos específicos**

- Minimizar los costos
- Mejorar la utilización de los vehículos
- Cumplir con las ventanas horarias establecidas
- Modelar el problema de enrutamiento vehicular con restricción de capacidad y ventanas de tiempo para la trasportación de personas.
- Recolectar los datos necesarios para la aplicación del modelo.
- Comparar la situación actual con la propuesta a presentar.
- Reestructurar las trayectorias de los vehículos.



# CAPÍTULO 2

## 2. ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN ACTUAL

Hoy en día las organizaciones se concentran en su CORE-ACTIVITY, para tener pleno KNOW HOW y de esta manera incrementar el nivel de servicio a realizar, es por esto que efectúan la acción de subcontratar a una compañía externa con el fin de delegar funciones o procesos que no generan ingresos pero que son importantes para la generación de los mismos. Esta es la situación de una empresa ubicada en las cercanías al puerto de la ciudad de Guayaquil y que su actividad principal es el manejo y operaciones de containers y terminales multipropósito del Puerto Libertador Simón Bolívar, pero que la transportación de su personal y el hecho de que estén puntualmente en las instalaciones es de gran importancia. Para cumplir con este propósito ellos proceden a realizar un Outsourcing con una compañía de transporte de personal.

El eje de este estudio se centra en esta compañía subcontratada, que actualmente se encuentra ubicada en el centro de la ciudad de Guayaquil y que cuenta con un departamento de logística que cumple con la función de

planificación de las rutas de transporte el cual consiste en la creación, monitoreo, supervisión de las mismas y todo los elementos que se encuentran inmersos.

### **2.1 La problemática básica.**

Actualmente la empresa realiza la planificación de sus rutas de manera tradicional, lo que significa que no existe optimización en sus procesos, por lo que genera un alto costo al brindar un buen servicio para poder cumplir con los requerimientos de sus clientes, ya que en algunas rutas existe un exceso en la capacidad del vehículo y en otras existe carencia de clientes, esto se debe a la mala distribución de los mismos en las rutas.

Por otro lado se encuentra el tema de los horarios ya que todos los clientes deben estar presentes en el destino antes de las 7h00, en el caso del departamento de operaciones, 8h00 si es el caso del departamento de Facturación, y el departamento de Administración debe presentarse antes de las 8h25, sin importar los inconvenientes que se presenten en el camino.

## 2.2 Clientes

Todos los clientes se encuentran dispersos geográficamente, los cuales se dirigen a los paraderos ubicados cerca de sus hogares, ya que los vehículos realizan el recorrido por paraderos y no puerta a puerta. También estos deben de estar a tiempo en los diferentes paraderos para ser recogidos, ya que los vehículos tienen un tiempo de pasada por cada paradero.

Se dividen por departamento los cuales son: Operaciones, Facturación y Administración.

Se establece la ubicación geográfica por medio de las direcciones de cada cliente utilizando la herramienta de Google Earth para determinar sus coordenadas geográficas. El sistema de coordenadas geográficas es un sistema de referencia que utiliza las dos coordenadas angulares, latitud (Norte y Sur) y longitud (Este y Oeste) y sirve para determinar los ángulos laterales de la superficie terrestre. La latitud mide el ángulo entre cualquier punto y el Ecuador. Las líneas de latitud se llaman paralelos y son círculos paralelos al Ecuador en la superficie de la Tierra. La latitud es el ángulo que existe entre un punto cualquiera y el Ecuador, medida sobre el meridiano que pasa por dicho punto. La longitud mide el ángulo a lo largo del Ecuador desde cualquier punto de la Tierra. Combinando estos dos ángulos, se puede expresar la posición

de cualquier punto de la superficie de la Tierra<sup>1</sup>. Se ilustra algunos clientes en la figura 2.1.

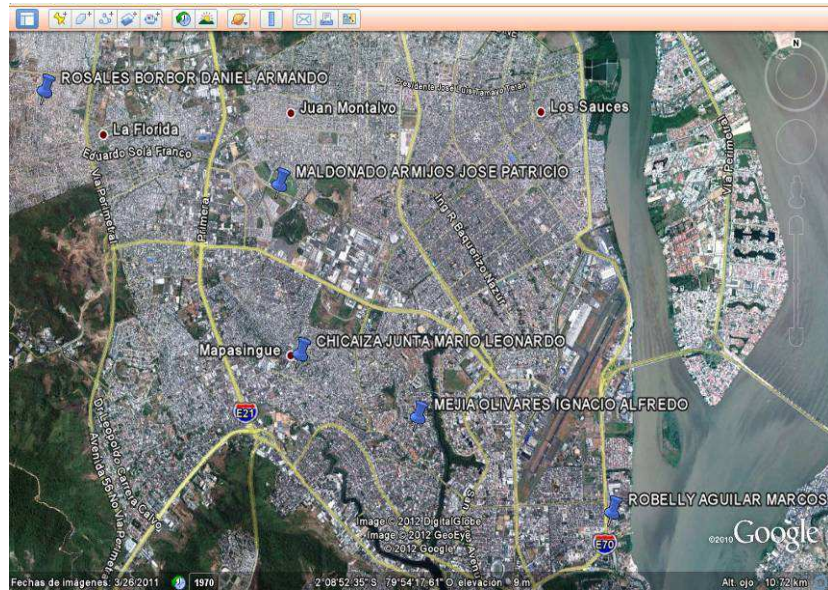


Figura 2.1: Ubicación espacial de los clientes de la empresa. Mapa del centro de la ciudad de Guayaquil de Google Earth

A continuación se presenta la tabla 2.1 con la dirección domiciliaria y los nombres de algunos trabajadores ubicados en la zona norte de la ciudad de Guayaquil.

<sup>3</sup> Coordenadas Geográficas según Wikipedia. [http://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas\\_geogr%C3%A1ficas](http://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas_geogr%C3%A1ficas) . Revisado el 17 abril del 2012.

**TABLA 2.1**  
**NOMBRE-DIRECCIÓN Y COORDENADAS GEOGRÁFICAS DE**  
**ALGUNOS CLIENTES**

Nombre del Trabajador	Domicilio	Colonia	Longitud	Latitud
<b>CHICAIZA JUNTA MARIO LEONARDO</b>	MAPASINGUE ESTE COOP 27 ENERO MZ 12 V. 28	NORTE	-79,551696	-2,91670
<b>MALDONADO ARMIJOS JOSE PATRICIO</b>	LOMAS DE FLORIDA, COOP, HENNER PARRALES MZ 910 SL. 10	NORTE	-79552700	-2, 8363
<b>MEJÍA OLIVARES IGNACIO ALFREDO</b>	COLINAS DE LA ALBORADA MZ 725 SL. 20	NORTE	-79,542021	-2,94402
<b>ROBELLY AGUILAR MARCOS CRISTOBAL</b>	CDLA PEDRO MENENDEZ MZ 6 V 26	NORTE	-79,524201	-2,10167
<b>ROSALES BORBOR DANIEL ARMANDO</b>	HORIZONTES DEL FORTÍN MZ 2 SL. 6	NORTE	-79,572012	-2,72320

### 2.3 Depósitos

En este caso solo existe un depósito que se encuentra ubicado en la Ciudadela Las Garzas Mz. 7 villa 8, tal como se ilustra en la figura 2.2, en donde están inicialmente los vehículos que parten para cumplir las diferentes rutas y posteriormente finalizar en dicho depósito. El depósito no cuenta con una ventana de tiempo.

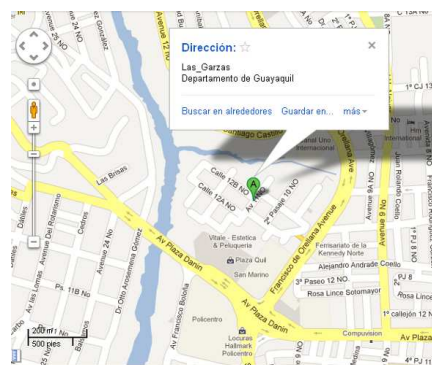


Figura 2.2: Ubicación del depósito en Google Map

## 2.4 Rutas

La compañía tiene establecidas 12 rutas, las cuales están distribuidas en tres departamentos antes mencionados que son: Operaciones con 5 Rutas, Facturación con 3 Rutas y Administrativo con 4 Rutas.

Cada ruta tiene asociado un tiempo de recorrido y Km recorridos, a demás de paraderos, un vehículo y por ende clientes asignados a dicha ruta.

Las rutas del departamento de Operaciones deben llegar al puerto de Guayaquil a las 06h20, y esto se debe a que los clientes tienen que marcar tarjeta antes de las 07h00 para que no se genere un atraso y posteriormente una multa, aunque lo más importante es que estén a tiempo para comenzar sus labores. Con las rutas del departamento de Facturación, deben de llegar antes de las 7h40, para empezar sus labores a las 8h00, y las rutas del departamento de Administración, deben de estar antes de las 8h25.

Un retraso en la hora de llegada representa una queja del cliente y esto repercute en una penalización impuesta por la compañía a quien se le brinda el servicio. En la tabla 2.2 se muestra el valor de la penalización por ruta. Sin embargo existen excepciones como las situaciones imprevistas por ejemplo: huelgas, desvíos de ruta y desastres naturales.

**TABLA 2.2**  
**PENALIZACIÓN POR RETRASO**

Ruta	Penalización
<b>Ruta1</b>	<b>4,2926</b>
<b>Ruta2</b>	<b>2,9705</b>
<b>Ruta3</b>	<b>1,84015</b>
<b>Ruta 4</b>	<b>1,24085</b>
<b>Ruta 5</b>	<b>4,68975</b>

En la figura 2.3 se puede apreciar una de las rutas, en donde tiene su origen **A** en el depósito (Ciudadela Las Garzas), recorriendo todos los paraderos una sola vez, y llegando a su destino **L**, en este caso el puerto (Puerto Libertador Simón Bolívar).

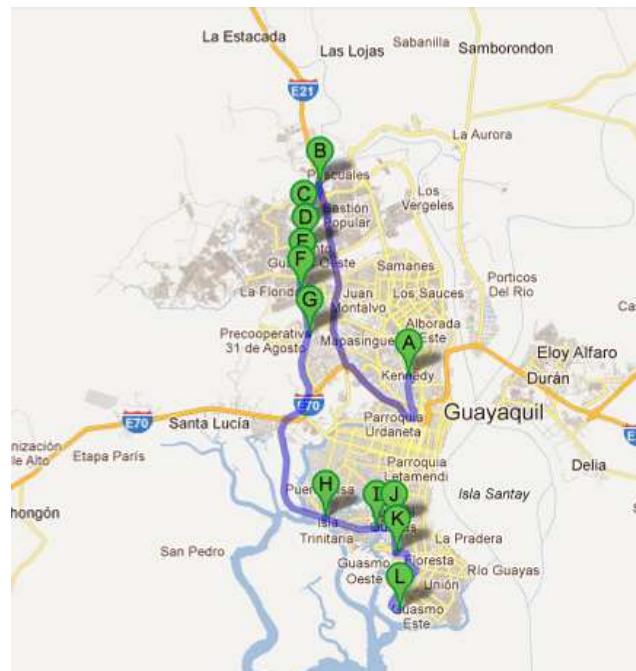


Figura 2.3: Ruta 2 del departamento de Operaciones

## 2.5 Paraderos

La empresa ha establecido los diferentes paraderos teniendo como base la ubicación de los clientes en latitud y longitud, como están distribuidos en la ciudad por zona y parroquia. La Figura 2.4 se observa los paraderos de la Ruta 4 en la ciudad de Guayaquil en Google Earth.

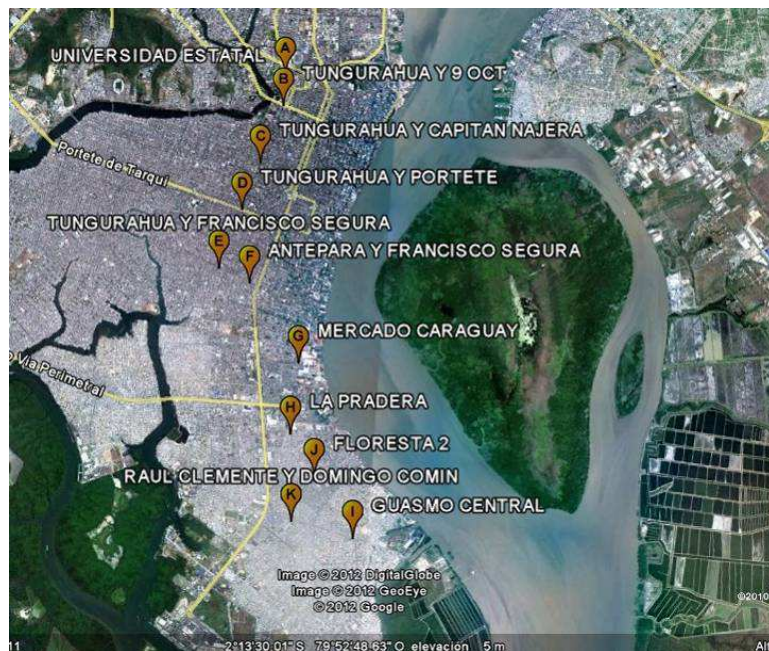


Figura 2.4: Paraderos de la Ruta 4. Mapa del centro de la ciudad de Guayaquil en Google Earth

En cada paradero existe un tiempo límite de espera que el vehículo debe cumplir, llamado ventana de tiempo, es decir que si el vehículo pasa en un intervalo de 07:00-07:02, el cliente puede estar en el paradero antes de las 07:00 hasta 07:02, si llega a las 07:03 el vehículo no estará en dicho paradero. A continuación se muestra en la tabla 2.5



los paraderos del departamento de Operaciones con el tiempo estimado de llegada. Así mismo en la tabla 2.3, tabla 2.4 y tabla 2.5 los paraderos de los diferentes departamentos establecidas por la compañía.

**TABLA 2.3**  
**PARADEROS DEL DEPARTAMENTO DE OPERACIONES**

<b>RUTA 1</b>	<b>Tiempo estimado de llegada</b>
<b>TERPEL DE LA GARZOTA</b>	04h21
<b>FERIA DEL JEAN</b>	04h27
<b>DENSO</b>	04h40
<b>ACADEMIA NAVAL GUAYAQUIL</b>	04h43
<b>PARRILLADA EL DORADO</b>	04h47
<b>BLOQUES DE LA ARMADA</b>	04h50
<b>LA ESPAÑOLA</b>	04h56
<b>MI COMISARIATO</b>	05h00
<b>BRIZ SÁNCHEZ</b>	05h04
<b>LA ROTONDA</b>	05h10
<b>COCA COLA</b>	05h15
<b>MARTHA DE ROLDÓS</b>	05h17
<b>COLEGIO AMERICANO</b>	05h21
<b>FINAL VIADUCTO PROSPERINA</b>	05h25
<b>CEIBOS NORTE</b>	05h29
<b>38 Y PORTETE</b>	05H41
<b>CEMENTERIO DEL BATALLÓN</b>	05h48
<b>29 Y LA "Q"</b>	05h52
<b>PERIMETRAL</b>	06h11
<b>PUERTO MARÍTIMO</b>	06h20
<b>RUTA 2</b>	<b>Tiempo estimado de llegada</b>
<b>BIELA</b>	05h22
<b>TERMINAL DE VIVERES</b>	05h29
<b>HOSPITAL UNIVERSITARIO</b>	05h32
<b>ENTRADA DE LA "8"</b>	05h35
<b>LA FLORIDA</b>	05h38
<b>PROSPERINA</b>	05h42

PRIMER PUENTE PERIMETRAL	06h00
SEGUNDO PUENTE PERIMETRAL	06h05
TIA PERIMETRAL	06h08
FERTISA	06h12
PUERTO MARÍTIMO	06h20
<b>RUTA 3</b>	
<b>Tiempo estimado de llegada</b>	
COLÓN -ISMAEL PEREZ PAZMIÑO	04h51
COLÓN Y LA 11 AVA	04h56
LA 11 AVA Y CUENCA	04h59
CUENCA Y LA 13 AVA.	05h02
CUENCA Y LA 17 AVA	05h06
CUENCA Y LA 29 AVA.	05h12
LA 29 AVA. Y ARGENTINA	05h15
17 AVA.Y PORTETE	05h20
LEONIDAS PLAZA – VENEZUELA	05h24
LEONIDAS PLAZA Y BOLIVIA	05h27
BOLÍVIA Y LA 11 AVA	05h31
11 AVA Y 4 DE NOVIEMBRE	05h34
29 AVA Y N.AUGUSTO GONZALES	05h39
29 AVA Y LA "G"	05h43
LA 25 Y LA G	05h46
25 Y FRANCISCO SEGURA	05h52
FRANCISCO SEGURA Y LA 11	05h57
LEONIDAS PLAZA Y LA A	06h01
LEONIDAS PLAZA Y PANCHO SEGURA	06h04
FRANCISCO SEGURA Y ANTEPARA	06h11
PUERTO MARÍTIMO	06h20
<b>RUTA 4</b>	
<b>Tiempo estimado de llegada</b>	
UNIVERSIDAD ESTATAL	05h26
TUNGURAHUA Y 9 DE OCTUBRE	05h30
TUNGURAHUA Y CAP. NÁJERA	05h34
TUNGURAHUA Y PORTETE	05h38
TUNGURAHUA Y FCO SEGURA	05h42
FCO SEGURA Y ANTEPARA	05h48
DOMINGO COMÍN (MERCADO CARAGUAY)	05h54
DOMINGO COMÍN (PRADERA)	05h58

<b>ADOLFO H SIMONS (FLORESTA 2)</b>	06h02
<b>DOMINGO COMÍN (GUASMO CENTRAL)</b>	06h07
<b>RAUL CLEMENTE HUERTA Y DOMINGO COMÍN</b>	06h12
<b>PUERTO MARÍTIMO</b>	06h20
<b>RUTA 5</b>	<b>Tiempo estimado de llegada</b>
<b>MOBIL SAMANES</b>	05h15
<b>PRIMAS DE LOS ROSALES</b>	05h33
<b>HIPERMARKET</b>	05h40
<b>REDONDEL DE LAS ORQUIDEAS</b>	05h43
<b>VIA DAULE PECA</b>	05h53
<b>PEPSI COLA</b>	05h00
<b>LA FLORIDA</b>	05h03
<b>AGA</b>	05h08
<b>SUPER ÉXITO</b>	05h17
<b>CALLE 6TA MAPASINGUE OESTE</b>	05h34
<b>COLEGIO ALEMAN</b>	05h39
<b>MC DONALDS</b>	05h48
<b>POLICÍA JUDICIAL PORTETE</b>	05h51
<b>38 Y PORTETE</b>	05h56
<b>CEMENTERIO DEL BATALLÓN</b>	05h59
<b>29 Y LA "Q"</b>	06h03
<b>PERIMETRAL</b>	06h06
<b>PUERTO MARÍTIMO</b>	06h20

**TABLA 2.4**  
**PARADEROS DEL DEPARTAMENTO FACTURACIÓN**

FACTURACIÓN	
RUTA 7	Tiempo estimado de llegada
VIA DAULE (FUERTE HUANCABILVA)	05h55
VIA DAULE (PROPERINA)	06h00
VIA DAULE (SUPER ÉXITO)	06h08
TUNEL SAN EDUARDO	06h10
PUENTE PATRIA	06h17
GOMEZ RENDÓN Y LA 29	06h21
GOMEZ RENDÓN Y LA 17	06h28
VENEZUELA Y LA 17	06h36
VENEZUELA Y LA 11	06h44
LA 11 Y 4 DE NOVIEMBRE	06h50
NICOLÁS AUGUSTO GONZÁLEZ Y LA 29	06h58
CEMENTERIO DE BATALLÓN	07h05
LA Q Y SALIDA A LA PERIMETRAL	07h14
TÍA DE LA PERIMETRAL	07h24
REGISTRO CIVIL	07h28
EDIFICIO DE LA ADUANA	07h37
PUERTO MARÍTIMO	07h40
RUTA 8	Tiempo estimado de llegada
FRENTE A LA ESPAÑOLA	04h45
CNT GUAYACANES	04h55
TERPEL GUAYACANES (AV. ISIDRO AYORA)	05h01
MOBIL DE SAMANES	05h08
GARITA CDLA. EL ALCANCE	05h14
RIOCENTRO NORTE – HYPERMARKET	05h31
BANCO BOLIVARIANO (AV. FCO. ORELLANA)	05h39
SUPERMAXI	05h45
1er. DISTRITO DE POLICÍA JUDICIAL (GARZOTA)	05h51
TERPEL GARZOTA (CERCA MALL DEL SOL)	05h58
HILTON COLÓN	06h05
CC. SAN MARINO	06h11
CC. POLICENTRO	06h17

UNIVERSIDAD ESTATAL	06h26
TUNGURAHUA Y GOMEZ RENDÓN	06h35
GOMEZ RENDÓN Y ANTEPARA	06h45
ANTEPARA Y VICENTE TRUJILLO	06h53
LAS ACACIAS	06h59
MALL DE SUR	07h06
REGISTRO CIVIL	07h23
PUERTO MARÍTIMO	07h40
<b>RUTA 9</b>	<b>Tiempo estimado de llegada</b>
MACHALA Y MANUEL GALECIO	06h10
COLEGIO GUAYAQUIL	06h21
PANCHO SEGURA Y ANTEPARA	06h31
ANTEPARA Y VICENTE TRUJILLO	06h38
DOMINGO COMÍN (CARAGUAY)	06h46
DOMINGO COMÍN (PRADERA)	06h53
ADOLFO H SIMONS (FLORESTA 2)	07h04
DOMINGO COMIN (GUASMO CENTRAL)	07h11
RAUL CLEMENTE HUERTA Y DOMINGO COMÍN	07h20
BASE NAVAL SUR	07h32
PUERTO MARÍTIMO	07h40

**TABLA 2.5**  
**PARADEROS DEL DEPARTAMENTO DE ADMINISTRACIÓN**

<b>RUTA 12 - NORTE</b>	<b>Tiempo estimado de llegada</b>
LA ROTONDA	07h10
LA ROTONDA DESPUÉS DE DOS CUADRAS	07h13
BRIS SÁNCHEZ	07h19
RODOLFO BAQUERIZO BCO. INTERNACIONAL	07h23
R. BAQUERIZO PLAZA QUIL	07h33
EL PORTÓN DE URDESA	07h39
LAS AGUAS	07h44
LAS AGUAS FACSO	07h48
PARADA METROVÍA FEDERACIÓN	07h54
MAC DONAL'S CEIBOS	07h58
CEIBOS NORTE	08h03
PUERTO MARÍTIMO	08h25
<b>RUTA 13 - NORTE</b>	<b>Tiempo estimado de llegada</b>
MOBIL DE LOS SAMANES	07h10
PAI SAUCES VI	07h15
EL DORADO	07h22
IGLESIA MORMÓN SAUCES III	07h25
SAUCES II FRENTE A DENSO	07h31
SANTA ISABEL GARZOTA	07h37
MOBIL GARZOTA DISTRITO	07h42
FCO. DE ORALLANA TRES CERRITOS	07h47
FRENTE A MALL DEL SOL	07h51
JOSE DE ANTEPÁRA / FCO. SEGURA Y ORIENTE	08h13
PUERTO MARÍTIMO	08h25
<b>RUTA 14 - CENTRO SUR</b>	<b>Tiempo estimado de llegada</b>
JOSÉ DE ANTEPARA Y QUISQUÍS	07h35
CDLA. BELLAVISTA	07h46
TUNGURAHUA Y LETAMENDI	07h58
TUNGURAHUA Y VENEZUELA	08h02
BOLIVIA Y TUNGURAHUA	08h06
TRUJILLO Y LA 25 DE JULIO	08h11

CAE	08h18
PUERTO MARÍTIMO	08h25
<b>RUTA 15 – SUR</b>	<b>Tiempo estimado de llegada</b>
20 Y FCO SEGURA	07h15
4 DE NOVIEMBRE Y LA 11	07h25
FCO SEGURA Y GUERRERO VALENZUELA	07h32
PERIMETRAL (POR TÍA)	07h44
PRADERA (REDONDEL)	07h51
PRADERA ( METROVÍA-D.COMÍN)	07h55
7 LAGOS ( D. COMÍN)	07h58
FLORESTA ( D. COMÍN)	08h02
AV. LAS EXCLUSAS Y D. COMÍN	08h07
JUAN PÉNDOLA Y DOMINGO COMÍN	08h11
AV. 25 DE JULIO ( CAE)	08h16
PUERTO MARÍTIMO	08h20

## 2.6 Vehículos

Los vehículos con los que cuenta la compañía son de diferente capacidad, es decir una flota heterogénea (busetas y furgonetas) en general, pero por departamento es homogénea como se expresan en la tabla 2.6, ya que cada departamento tiene un número diferente de personas que recoger y además los vehículos deben de cumplir con el tiempo establecido en cada paradero, con el fin de llegar a tiempo a su destino que en este caso es a las cercanías al puerto de Guayaquil.

**TABLA 2.6**  
**CAPACIDAD DE LOS VEHÍCULOS ASIGNADOS EN LAS**  
**DIFERENTES RUTAS**

<b>Tipo Vehículo</b>	<b>Capacidad</b>	<b>Ruta</b>
<b>Buseta</b>	35	1-Operaciones
<b>Bus</b>	45	2-Operaciones
<b>Buseta</b>	35	3-Operaciones
<b>Buseta</b>	45	4-Operaciones
<b>Bus</b>	35	5-Operaciones
<b>Furgoneta</b>	17	7-Facturación
<b>Furgoneta</b>	17	8-Facturación
<b>Furgoneta</b>	17	9-Facturación
<b>Furgoneta</b>	17	12-Administrativa
<b>Furgoneta</b>	17	13-Administrativa
<b>Furgoneta</b>	17	14-Administrativa
<b>Furgoneta</b>	17	15-Administrativa

Uno de los objetivos que se persigue es reducir el número de vehículos cumpliendo con todas las rutas y horarios establecidos.

También los vehículos no pueden sobrepasar el número de pasajeros máximo que deben de trasladar, es decir que no deben de haber personas paradas en los vehículos, ya que es incómodo y peligroso, así como tampoco se puede enviar un vehículo de gran capacidad para realizar un recorrido donde existe una cantidad pequeña de clientes.



Actualmente existe un vehículo para cada ruta, es decir que un vehículo no puede recorrer más de una rutas y además los vehículos deberán visitar cada paradero no más de una vez.

A cada vehículo se les asigna un conductor y esto depende de la compañía, ya que se toma en cuenta el horario de trabajo. Esta restricción de horario-chofer está muy ligada al vehículo.

Los costos fijos y variables dependen por lo general del vehículo, ya que se requiere de mantenimiento, reparaciones de los mismos en ciertos períodos y estos de acuerdo al tiempo de utilidad del vehículo

En la figura 2.5 se ilustra los modelos de vehículos que posee la empresa.



Figura 2.5: Fotos de los vehículos de la empresa

## 2.7 Costos Fijos y Variables

Estos costos son proporcionados por la empresa y representan la parte a optimizar, ya que nuestro objetivo será disminuir los mismos cumpliendo con las restricciones del modelo.

### 2.7.1 Costos Fijos

Los costes fijos o costos fijos son aquellos costos que no son sensibles a pequeños cambios en los niveles de actividad de una empresa, sino que permanecen invariables ante esos cambios<sup>2</sup>. La empresa considera como costos fijos por ejemplo la depreciación del vehículo, Seguros, estos son fijos ya que se realizan todos los meses. Se generan estos valores cada vez que un vehículo entra a operar, en la tabla 2.7, se muestran los datos de los costos mensualmente por ruta.

---

<sup>2</sup> Costo Fijo según Wikipedia. [http://es.wikipedia.org/wiki/Costo\\_variable](http://es.wikipedia.org/wiki/Costo_variable). Revisado el 26 marzo del 2012.

**TABLA 2.7**  
**COSTO FIJO MENSUAL POR RUTA**

	Costo Fijo mensual
<b>RUTA 1</b>	296,69
<b>RUTA 2</b>	156,15
<b>RUTA 3</b>	312,30
<b>RUTA 4</b>	171,77
<b>RUTA 5</b>	265,46
<b>RUTA 7</b>	174,89
<b>RUTA 8</b>	218,61
<b>RUTA 9</b>	109,31
<b>RUTA 12</b>	109,31
<b>RUTA 13</b>	109,31
<b>RUTA 14</b>	76,51
<b>RUTA 15</b>	120,24

### 2.7.2 Costos Variables

Un costo variable o coste variable es aquel que se modifica de acuerdo a variaciones del volumen de producción (o nivel de actividad), se trate tanto de bienes como de servicios. Es decir, si el nivel de actividad decrece, estos costos decrecen, mientras que si el nivel de actividad aumenta, también lo hace esta clase de costos<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> Costo Variable, Wikipedia, la enciclopedia libre. Disponible en [http://es.wikipedia.org/wiki/Coste\\_fijo](http://es.wikipedia.org/wiki/Coste_fijo).  
Revisado 14 marzo del 2012.

La empresa genera un costo variable estimado de \$0,52\*(Total Kilómetros Recorridos por día de una ruta), estos son creados por mantenimiento del vehículo, combustible, lubricantes, líquidos, llantas, etc., según las operaciones efectuadas.

En la tabla 2.8 se enseñan los valores por cada ruta

**TABLA 2.8**

**COSTO VARIABLE ESTIMADO DE CADA RUTA POR DÍA**

	<b>Costo Variable diario</b>
<b>RUTA 1</b>	\$34,33
<b>RUTA 2</b>	\$23,77
<b>RUTA 3</b>	\$15,64
<b>RUTA 4</b>	\$9,89
<b>RUTA 5</b>	\$37,52
<b>RUTA 7</b>	\$30,83
<b>RUTA 8</b>	\$26,29
<b>RUTA 9</b>	\$28,50
<b>RUTA 12</b>	\$28,91
<b>RUTA 13</b>	\$28,66
<b>RUTA 14</b>	\$13,62
<b>RUTA 15</b>	\$22,68

# CAPÍTULO 3

## 3. EL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO VEHICULAR

### 3.1 Estado el Arte del CVRPTW

En 1987 Solomon publicó 56 problemas, entre ellos instancias con las cuales ha sido probado el CVRPTW. Entre las decisiones esta el escogimiento de un vehículo con cierta capacidad, el primer problema se llamo Vehicle selection o vehicle dispatching problem enunciado por Egbelu y Tanchoco en 1984, posteriormente aparece Task selection problem propuesto por Taghaboni y Tanchoco en 1995 además en ese mismo año Rochat Taillard revoluciones con su concepto de memoria adaptiva en el algoritmo de búsqueda tabú consiguió un desempeño notable para la programación vehicular.

En 1996 Akturk y Yilmaz proponen un algoritmo para la secuenciación de vehículos y tareas basadas en un modelo de programación entera

mixta cuyo nombre es MOSA (micro-opportunistic scheduling algorithm) combina las tareas y los vehículos simultáneamente.

Este problema se define como Time Constrained Vehicle Routing Problem, su objetivo es la minimización de las ventanas de tiempo. Pero MOSA solo es aplicable con pocas variables debido a que incrementa el tamaño de los parámetros además requiere un gran número de recursos para presentar una solución.

Qiu y Hsu definen al Scheduling o planeación en el transporte como la asignación de vehículos en una secuencia y en un tiempo determinado, su objetivo es completar una serie de tareas, reduciendo el uso de vehículos inclusive el tiempo más corto sujeto a restricciones en 1999. A finales de la década de los 90 los autores ellos presentan un esquema de tipo bidireccional para el enrutamiento y la planeación del transporte combinando dos funciones, la eficiencia de este algoritmo está restringida por la cantidad de variables

Otra aportación importante es la de Galic y Garic entre el 2006 -2007 con el Coeficiente Heurístico de peso y tiempo ponderado (the Coeficiente Weighted Distance Time Heuristics) el cual busca simultáneamente las paradas con una distancia mínima además del depósito parte un solo vehículo por ruta cuando ya se completa la

capacidad del vehículo este regresa al depósito inicial. Cuando todas las paradas son atendidas el algoritmo se detiene.

Las técnicas de solución disponibles se clasifican en heurísticas, meta-heurísticas, optimización basadas en heurísticas y algoritmos de optimización detallada por Cordeau en 2002.

Un ejemplo de una heurística de tipo clúster la dio Christofides en 1978 con su método 2fases, también existen las heurísticas tipo router en las cuales una ruta es construida incluyendo la posición de los clientes luego es particionada en pequeñas rutas asignando vehículos, ejemplo de este tipo es heurística de la partición óptima (Beasley, 1983), y el algoritmo de eliminación (Gillett y Miller, 1974). Las heurísticas de inserción como la de Clarke and Wright desarrollada en 1964.

Entre las meta-heurísticas tenemos Tabu search creado por Carlton, 1995, y Potvin uso búsqueda tabú para resolver el CVRPTW en 1996. Chiang and Russell describió como el método la metaheurística simulated annealing puede resolver el problema en 1996. Gambardella en 1999 usa la técnica de optimización Colonia de hormiga para solucionar CVRPTW.

Los métodos de aproximación como branch-and-bound la eliminación de ramas en directrices heurísticas acelera el proceso de decisión y puede proporcionar soluciones completamente buenas, Fisher [9] y

Jaikumar usan un modelo mixto entero en 1981, heurística creada para CVRPTW.

Branch and Bound descrito por Fisher en 1974, Método dual lagrange dado por Kallehauge (2001) y Branch and Price descrito por Desrochers (1972) son métodos de optimización que garantizan una óptima solución pero pueden requerir un gran tiempo computacional.

Un ejemplo sencillo que explica el Problema de enrutamiento vehicular, es el que se ilustra en la Figura 3.1.

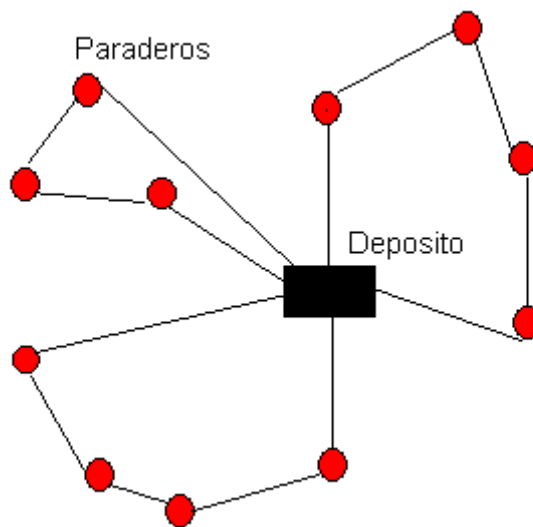


Figura 3.1: Ejemplo del Problema de Enrutamiento Vehicular



### **3.2 El problema de ruteo capacitado con ventanas de tiempo (CVRPTW).**

El origen del problema de ruteo vehicular se muestra en el año de 1959 con la aparición de Dantzig y Ramser [8] quienes realizaron un estudio para la planificación de la distribución de combustible a través de camiones, donde por primera vez manejan la programación matemática.

El problema de enrutamiento vehicular ha sido estudiado exhaustivamente, Bodin [2] realizó una profunda revisión del VRP y sus variaciones. Una de sus variaciones más estudiadas es el Problema de Enrutamiento Vehicular con Ventanas de tiempo, este es un problema extremadamente práctico usado en industrias como distribución, recolección de pasajeros, servicio postal, etc.

Un eficiente ruteo con horario puede ayudar a la industria y al gobierno millones de dólares al año. Solomon [8], realizó una distinción entre una ventana de tiempo flexible y dura. Una ventana de tiempo es dura si el vehículo llega muy tarde donde el cliente, este ha tenido que esperar. Además, a un vehículo no se le permitirá dar el servicio si llega tarde donde el cliente. En una ventana de tiempo dura, la restricción de tiempo puede ser violada pero es penalizada con un costo.

En 1985, Savelsberg [11] mostró que un VRPTW es NP-hard, ahí su investigación con el VRPTW implicó el desarrollo de heurísticas que daban como un buen resultado cercano al óptimo

De manera general los problemas de optimización tratan de modelar la realidad resolviendo problemas del tipo

$$\text{Max o Min: } f(\mathbf{x}_i)$$

Donde  $\mathbf{X}_i$  representa la variable decisión, sujetas a restricciones que influyen en las soluciones factibles. Las restricciones pueden ser desigualdades o igualdades, son limitaciones de la realidad; en cambio los parámetros son datos tomados de la realidad.

Para poder modelar un problema debemos primero identificar las variables, generalmente son de carácter cuantitativo representando costos o ganancias, después debemos de reconocer las limitaciones del problemas y por último debemos identificar nuestra función objetivo que involucra costos o ganancias.

El objetivo es brindar un excelente servicio al cliente reduciendo los costos, por eso los problemas que involucran ventanas de tiempo y

enrutamiento están siendo analizados, ya que la mayoría de las empresas se involucran con reparto, transporte de materiales, etc.

El VRP es una evolución del problema básico del agente viajero (Traveling Salesman Problem o TSP), el cual consiste en visitar un conjunto de clientes una sola vez, partiendo de un depósito y retornando al mismo, sin restricción de tiempo y capacidad a un mínimo costo. Este es uno de los problemas más estudiados en el campo de la optimización.

La Figura 3.2 muestra un ejemplo del TSP.

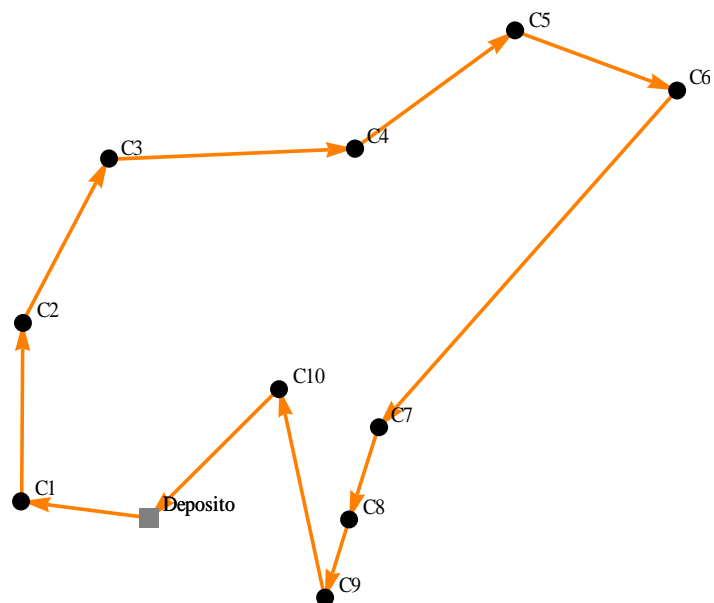


Figura 3.2: Ejemplo clásico del Agente Viajero (TSP)

Lo que pretende el VRP es descubrir la ruta óptima, asignando el vehículo para poder cumplir con los requerimientos del cliente y la minimización de los costos de transporte.

Muchas investigaciones han tratado de amoldar los problemas de la realidad mediante la programación matemática, esto ha llevado a variantes del VRP.

A continuación se menciona algunas variantes que se ajustan más a la realidad en los negocios:

### **3.2.1 Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)**

Su característica principal es crear rutas asignando una capacidad  $C$ , y esta no debe exceder la capacidad del vehículo que efectúa dicha ruta. En la Figura 3.3 se expone una muestra del Problema de Enrutamiento vehicular con capacidad.

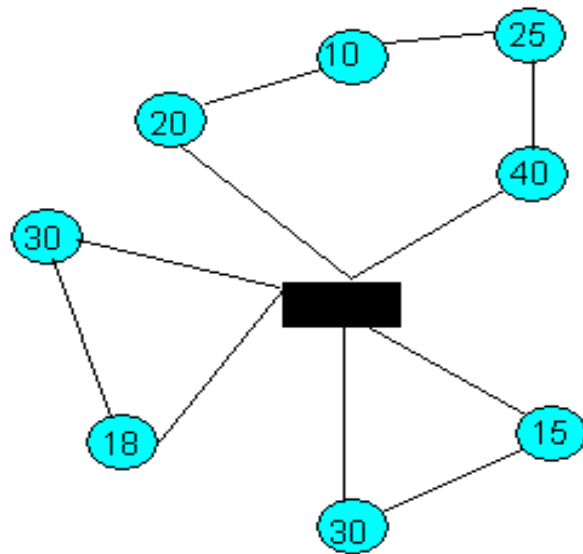


Figura 3.3: Ejemplo del Problema de Enrutamiento vehicular con capacidad

### 3.2.2 Vehicle Routing Problem with Times Windows (VRPTW)

Posee una restricción adicional denominada ventana de tiempo, el cual es un intervalo de tiempo dentro del cual un cliente debe ser visitado [8]. Un ejemplo sencillo del Problema de Enrutamiento vehicular con ventanas de tiempo es el que se presenta a continuación en la Figura 3.4.

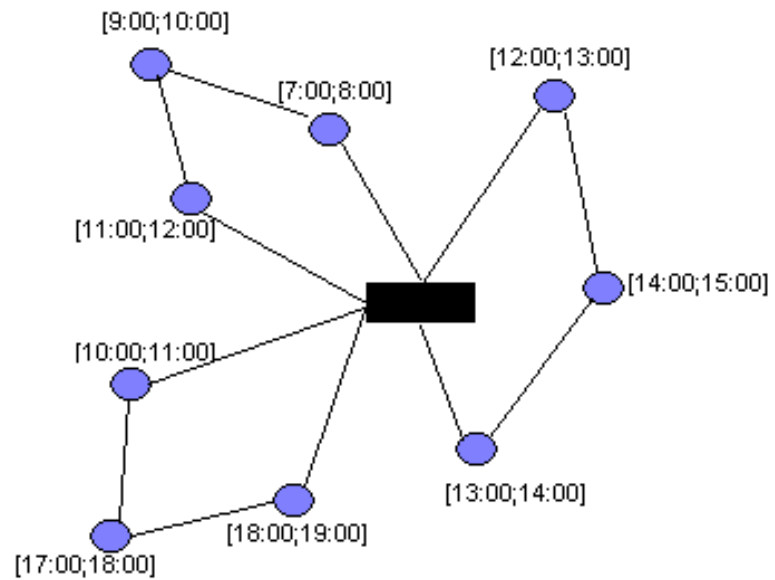


Figura 3.4: Ejemplo del Problema de Enrutamiento vehicular con ventanas de tiempo

### 3.2.3 Vehicle Routing Problem with multiple depot (VRPMD)

En este tipo de problemas se encuentran presente más de un depósito como se ilustra en la Figura 3.5, en donde se le asigna un número de clientes que deben ser atendidos por los vehículos establecidos para dicho depósito.

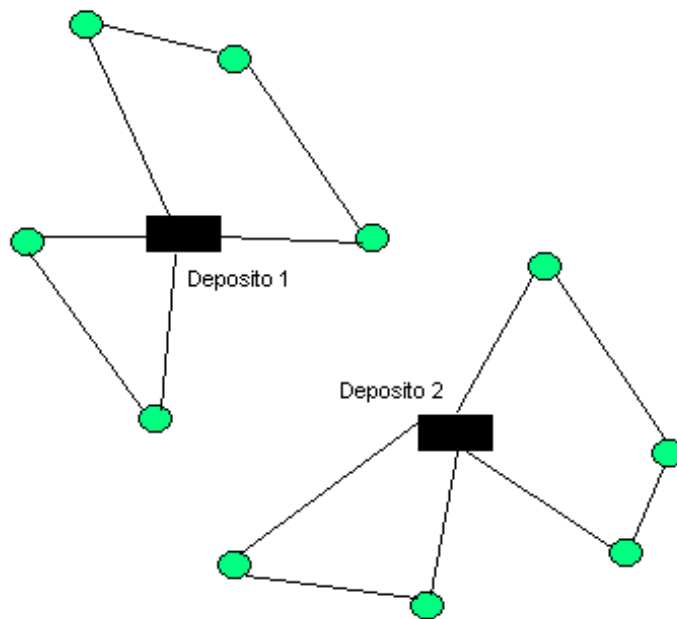


Figura 3.5: Ejemplo del Problema de Enrutamiento vehicular con múltiples depósitos

### 3.2.4 Vehicle Routing Problem with multiple depot- Times

#### Windows Vehicle Routing Problem (CVRPTW – VRPTW)

Esta variante es una de las más importantes, ya que se amolda mas a la realidad que día a día enfrentan las organizaciones. Este consiste en utilizar vehículos con cierta capacidad y dentro de un intervalo de tiempo establecido. En la siguiente Figura 3.6 se encuentra una ilustración de a problema.

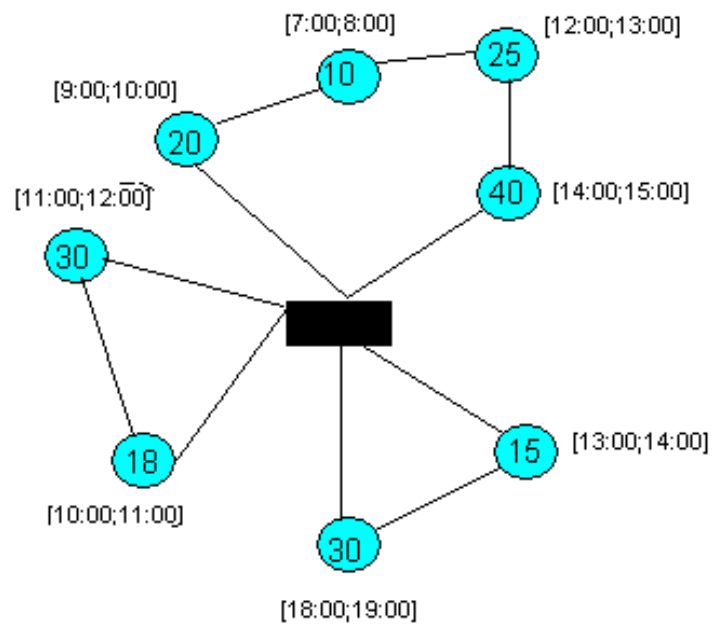


Figura 3.6: Ejemplo del Problema de Enrutamiento vehicular capacitado con ventanas de tiempo

Dado el problema planteado en esta tesis, el cual es la recolección del personal de una compañía, se puede observar que el VRPCTW es la variante que más se relaciona a dicho caso, debido a las restricciones de capacidad, el tiempo establecido en el que se debe recoger al cliente, y en donde los vehículos salen y llegan a un solo depósito.

Vale recalcar que existen ventanas de tiempo Suaves (VRPSTW), en donde se puede incumplir con el intervalo de tiempo establecido pero esto crea una penalización, por el contrario existen ventanas de tiempo duras (VRPHTW), las cuales no se



permite el incumplimiento de las ventanas horarias, es decir el vehículo no puede llegar después de la hora máxima estipulada, y si llega antes de la hora mínima, esto significa que debe esperar hasta que se cumpla la hora.

Para este caso se tomarán ventanas de tiempo suaves con penalización por incumplimiento, y dicha penalización es colocada en la función objetivo.

Existen métodos para poder resolver el problema de enrutamiento vehicular: Métodos Exactos y Métodos Aproximados.

Los Métodos Exactos , son aplicables para problemas pequeños, obteniendo resultados óptimos pero en un tiempo exponencial, dependiendo del tamaño del mismo. Es por esto que se ha denominado al problema de ruteo vehicular como un problema NP-difícil por Rinnooy en 1981 [11], debido a su complejidad computacional. Sin embargo este Método es muy importante para este estudio ya que el número de clientes no es grande, y lo más interesante es que da resultados óptimos y no aproximados como las Heurísticas que muestran una buena solución, pero no la óptima.

Existen dos puntos que son muy importantes de llevar a cabo, el tipo de ejecución y que sea este el óptimo. Por lo que las

heurísticas no nos garantizan que estos objetivos se vallan a cumplir, debido a que encuentra buenas soluciones y pueda que en ciertos casos entregue soluciones erradas a pesar de ejecutarse rápidamente.

Se han llevado a cabo diferentes formas para resolver métodos exactos, Kallehaug [4], realiza un estudio de estos métodos propuestos durante los últimos 30 años. Propone un algoritmo exacto por medio de ramificación y acotamiento Branch y Bound [11], suavizando este tipo de problemas.

Otras técnicas estudiadas es la Programación con restricciones y la programación dinámica, que es un algoritmo que trata de relajar el problema aligerando su procedimiento Zeimpekis, I. Minis, K. Mamassis y G.M. Giaglis plantean el problema dinámico el cual usa información en tiempo real para delimitar las rutas y programar según el orden de visitas mientras se ejecuta la distribución [16].

### 3.3 Definición formal del problema de ruteo capacitado con ventanas de tiempo (CVRPTW)

A continuación se describe los elementos que intervienen en el CVRPTW para luego formularlo matemáticamente:

- 1) Un conjunto de vehículos  $K$  con capacidad limitada  $Q$ , como se tiene vehículos con capacidades diferentes  $Q_k$ .
- 2) Los vehículos salen de un depósito, recorren los paraderos dejan a los pasajeros y retornan al depósito.
- 3) Existe una hora de salida y de llegada al depósito.
- 4) Cada parada tiene un intervalo de tiempo  $[a_0, b_0]$ , llamado ventana de tiempo.
- 5) El tiempo de espera de cada parada es de dos minutos
- 6) En cada parada se suben al vehículos los pasajeros sin sobrepasar la capacidad  $Q$  del vehículo  $k$
- 7) Cada vehículo visita una sola vez cada parada
- 8) El vehículo sale del depósito, atiende un grupo de paradas dispersas geográficamente y regresa al depósito.

#### Formulación matemática del problema:

Sea  $G = (V, A)$  un grafo dirigido, donde  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}\}$  es el conjunto de vértices y  $A = \{(v_i, v_j); v_i, v_j \in V, i \neq j\}$  se denomina conjunto

de arcos. Los depósitos son representados por  $v_0$  y  $v_{n+1}$  y cada  $v_i$  representa una parada  $i$  y tiene asociada una demanda de pasajeros. Las paradas de visita sin considerar el depósito son expresadas por el conjunto  $V_c = \{v_1, \dots, v_n\}$ . Las rutas comienzan en  $v_0$  y terminan en  $v_{n+1}$ . Definimos a  $c_{ij}$  como el costo de viajar de la parada  $v_i$  a la  $v_j$ . Tanto las paradas como el depósito tienen asociada una ventana horaria de servicio  $[e_{v_i}, l_{v_i}]$ , la demanda y el tiempo del servicio del depósito es igual a cero.

Se expresa al conjunto de nodos adyacentes e incidentes como  $\Delta^+(v_i)$  y  $\Delta^-(v_i)$  respectivamente al nodo  $v_i \in V$ ; es decir:

$$\Delta^+(v_i) = \{v_j \in V_c \mid (v_i, v_j) \in A\} \text{ y } \Delta^-(v_i) = \{v_j \in V_c \mid (v_j, v_i) \in A\}$$

### 3.3.1 Parámetros e índices

Los parámetros que se utilizan son:

<b>K</b>	flota de vehículos
<b>Q</b>	capacidad del vehículo
<b><math>c_{ij}</math></b>	costos relacionado al arcos $(v_i, v_j) \in A$
<b><math>q_i</math></b>	demanda de la parada $i$
<b><math>f_k</math></b>	costos fijos
<b><math>p_{v_i}</math></b>	penalización por atraso por atender la parada $v_i$
<b><math>s_{v_i}</math></b>	tiempo de servicio de la parada $i$
<b><math>[e_{v_i}, l_{v_i}]</math></b>	ventana horaria de la parada $i$

### 3.3.2 Variables

Para este modelo se tiene una variable binaria y dos variables reales, las variables relacionadas con el tiempo no pueden ser negativas.

#### 3.3.2.1 Variable de decisión binaria

Solo puede tomar dos valores 1 y 0

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehiculo } k \text{ se desplaza por el arco}(v_i, v_j) \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}$$

#### 3.3.2.2 Variable de decisión real

Donde  $h_{v_i}$  representa el tiempo de servicio, es decir el tiempo en el que empieza a ser servido la parada

$v_{i+1}$

$h_{v_i}$  = el tiempo en que empieza el servicio  $v_i$

El  $r_{v_i}$  representa el tiempo de atraso en atender la próxima parada  $v_{i+1}$

$$r_{v_i} = \text{tiempo de atraso de la parada } v_i; \quad r_{v_i} = \max\{0, h_{v_i} - l_{v_i}\}$$

$$h_{v_i}, r_{v_i} \geq 0$$

### 3.3.3 Función objetivo

$$\text{Minimizar} \sum_{k \in K} \sum_{(v_i, v_j) \in A} c_{ij} x_{ijk} + \sum_{k \in K} \sum_{(v_i, v_j) \in A} f_k x_{ijk} + \sum_{k \in K}^{n+1} p_{vi} \quad (3.1)$$

El objetivo del CVRPTW es construir un conjunto de rutas con un costo mínimo que visiten todas las paradas en el horario establecido respetando la capacidad de los vehículos.

Como se puede ver la ecuación (3.1) suma los costos asociados  $c_{ij}$  con las visitas a las paradas  $v_i$ , los costos fijos  $f_k$  por el uso cada uno de los vehículos  $k$ , además de la suma de las penalizaciones  $p_{vi}$  dadas por infringir el horario de visitas de los paraderos.

### 3.3.4 Restricciones

- Todas las paradas  $v_i \in V_c$  deben ser visitadas una sola vez y por un único vehículo  $k$ , ecuación 3.2:

$$\sum_{k \in K} \sum_{v_j \in \Delta^-(v_i)} x_{ijk} = 1 \quad \forall v_i \in V_c \quad (3.2)$$

- Todos los vehículos  $k$  parten del depósito  $v_0$  al iniciar las rutas, ecuación 3.3:

$$\sum_{v_j \in \Delta^+(v_0)} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.3)$$

- La suma de las personas recogidas en los paraderos no puede exceder la capacidad  $Q$  del vehículo  $k \in K$ , ecuación 3.4:

$$\sum_{v_i \in V_C} q_i \sum_{v_j \in \Delta^-(v_i)} x_{ijk} \leq Q \quad \forall k \in K \quad (3.4)$$

- Todas las paradas son visitadas una sola vez y solo por único vehículo, es decir la parada  $v_i$  es atendida por el vehículo  $k$ , entonces las paradas sucesoras y antecesoras deben ser servidas por el mismo vehículo, ecuación 3.5:

$$\sum_{v_j \in \Delta^-(v_i)} x_{ijk} - \sum_{v_j \in \Delta^+(v_i)} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, v_i \in V_C \quad (3.5)$$

- El tiempo inicio del servicio de  $v_i$  debe ser mayor o igual a la cota inferior de la ventana de tiempo del paradero  $v_i$ , pero también se permiten atrasos, como lo expresa la ecuación 3.6:

$$e_{vi} \leq h_{vi} \leq l_{vi} + r_{vi} \quad \forall v_i \in V \quad (3.6)$$

- La siguiente ecuación plantea una continuidad en el tiempo, además elimina los subtours, esto quiere decir si un vehículo  $k$  viaja de  $v_i$  hasta  $v_j$  lo debe hacer en el tiempo  $h_{v_i} + s_{v_i} + t_{ij}$ , ecuación 3.7:

$$h_{v_j} - h_{v_i} \geq s_{v_i} + t_{ij} + M(1 - x_{ijk})$$

$$\forall (v_i, v_j) \in A, k \in K \quad (3.7)$$

Cuando  $x_{ijk} = 0$ , la restricción se vuelve redundante, caso contrario  $x_{ijk} = 1$ , la ecuación 3.7, se reduce a  $h_{v_i} + s_{v_i} + t_{ij} \leq h_{v_j}$ .

### 3.4 Complejidad computacional

El problema del CVRPTW es **NP-completo** esto ha sido mostrado por Lenstra & Rinnooy Kan en 1981 [11], ellos concluyeron que todos los problemas de enrutamiento vehicular y problemas de horario son de clase NP-completo. Además Garey and Johnson en 1979 [6] demostraron que un circuito hamiltoniano es un **NP-completo**; esto quiere decir que son problemas fáciles de declarar pero difíciles de solucionar. Estos algoritmos trabajan utilizando un tiempo exponencial con respecto al tamaño de clientes, pero para entradas menores estos algoritmos dan buenos resultados.



Un algoritmo se puede solucionar en tiempo polinómico  $O(nk)$ , siendo  $n$  el tamaño de la entrada y  $k$  una constante independiente. Se puede diferenciar dos tipos de problemas: los problemas de decisión y los problemas de optimización.

Los problemas de decisión involucran generalmente variables binarias, es decir, solo entre dos valores cero y uno; los problemas de optimización involucran minimización de costos o maximización de utilidades.

Los problemas de decisión **P** son resueltos en tiempos polinómicos, en cambio los problemas de decisión de clase **NP** son problemas resueltos en un tiempo polinómico indeterminado, solo pueden ser resueltos utilizando una *máquina de Turing* capaz de ejecutar en paralelo un número ilimitado de ejecuciones.

Entonces decimos que un problema  $X$  es **NP-completo**, si  $X$  esta en NP, y si encontramos que un problema **NP-completo** puede ejecutarse en un tiempo polinómico, entonces todos los problema tipo NP podrían resolverse en tiempo polinómico. No se puede afirmar que  $P=NP$ . Identificamos a un problema **NP-duro** si cualquier problema tipo NP puede reducirse en un tiempo polinomial, debido a la complejidad de los problemas cualquier método de solución exacto será complejo de resolver en un tiempo aceptable y no sujeto a los cambios de la realidad.

# **CAPÍTULO 4**

## **4. ANÁLISIS COMPUTACIONAL (APLICACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO CVRPTW)**

### **4.1 Herramientas tecnológicas**

En la actualidad la tecnología se ha vuelto una necesidad, que permite al ser humano sentirse ayudado y de esta manera poder cumplir con las metas que se ha propuesto. Para esto se ha descubierto ciertas herramientas que en este caso son de gran beneficio para el área del transporte. Lo cual facilita el trabajo permitiendo el uso adecuado de los recursos en una organización.

#### 4.1.1. Google Maps

Google Maps es el nombre de un servicio de Google. Es un servidor de aplicaciones de mapas en la Web.

Ofrece imágenes de mapas desplazables, así como fotos satelitales del mundo e incluso la ruta entre diferentes ubicaciones o imágenes a pie en una calle<sup>4</sup>.

Esta herramienta sirve de ayuda para la ilustración de las rutas y todo lo que esto implica (Clientes, paraderos, calles, etc.), lo cual es aprovechado en el área de la logística. En el Apéndice A se observan el recorrido de algunas de las rutas que se realiza en los diferentes departamentos.

No solo sirve de ilustración, sino que por medio de Google Maps podemos ver el sentido de la calle de la ciudad, cómo llegar en auto, el tiempo y kilómetros recorridos.

---

<sup>4</sup> Definición de Google Maps según Wikipedia. [http://es.wikipedia.org/wiki/Google\\_Maps](http://es.wikipedia.org/wiki/Google_Maps). Revisado el 15 de Abril del 2012

### 4.1.2 Google Earth

Google Earth es un programa informático similar a un Sistema de Información Geográfica (SIG), creado por la empresa Keyhole Inc., que permite visualizar imágenes en 3D del planeta, combinando imágenes de satélite, mapas y el motor de búsqueda de Google que permite ver imágenes a escala de un lugar específico del planeta<sup>5</sup>.

Gracias a esta herramienta se puede obtener las coordenadas geográficas del depósito y de los diferentes departamentos expresadas en UTM (Sistema de Coordenadas Universal Transversal de Mercator). A diferencia del sistema de coordenadas geográficas, expresadas en longitud y latitud, las magnitudes en el sistema UTM se expresan en metros únicamente al nivel del mar que es la base de la proyección del elipsoide de referencia<sup>6</sup>.

---

<sup>5</sup> Definición de Google Earth según Wikipedia. . [http://es.wikipedia.org/wiki/Google\\_Earth](http://es.wikipedia.org/wiki/Google_Earth). Revisado el 4 de Mayo del 2012

<sup>6</sup> Definición de UTM según Wikipedia. [http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema\\_de\\_Coordenadas\\_Universal\\_Transversal\\_de\\_Mercator](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_Coordenadas_Universal_Transversal_de_Mercator). Revisado el 26 de Marzo del 2012

#### 4.1.2.1 Ubicación geográfica de los nodos

En las siguientes tablas 4.1 y 4.2 se presentan las coordenadas geográficas enunciadas en UTM, dadas por google earth del depósito destino y de los paraderos correspondiente al departamento de operaciones, ver anexo F.

**TABLA 4.1**  
**COORDENADAS GEOGRÁFICAS EN UTM DEL**  
**DEPÓSITO Y DESTINO**

	Posición X	Posición Y
<b>Depósito (S)</b>	622473.05	9760412.23
<b>Destino (R)</b>	621580.32	9748384.18

**TABLA 4.2**  
**COORDENADAS GEOGRÁFICAS DE LOS**  
**PARADEROS DEL DEPARTAMENTO DE**  
**OPERACIONES**

RUTA 1		
Paraderos	Posición X	Posición Y
v1	623103.04	9762199.13
v2	624098.15	9763012.40
v3	623968.03	9763769.79
v4	623638.89	9764173.77
v5	623796.25	9764772.94
v6	623153.03	9764910.35
v7	622646.40	9763244.64
v8	621981.42	9763181.98
v9	622319.54	9763736.85
v10	621421.90	9763428.75
v11	620474.17	9762916.97
v12	620015.42	9763109.48
v13	619086.66	9763421.92
v14	617348.86	9763434.25
v15	617171.81	9762252.59
v16	618646.68	9757068.55
v17	618097.62	9754757.03
v18	617467.54	9753835.29
v19	622740.34	9752257.61
RUTA 2		
p1	617783.75	9770572.75
p2	616988.53	9768234.03
p3	617000.68	9767032.63
p4	616900.17	9765703.15
p5	616809.49	9764848.47
p6	617224.47	9762695.40
p7	617927.38	9753022.94
p8	620780.16	9752428.06
p9	621689.63	9752474.39
p10	621843.17	9751154.79

<b>RUTA 3</b>		
<b>m1</b>	622167.67	9757557.13
<b>m2</b>	621429.00	9757718.71
<b>m3</b>	621274.10	9757137.59
<b>m4</b>	621115.81	9757174.61
<b>m5</b>	620758.98	9757263.70
<b>m6</b>	619641.62	9757558.42
<b>m7</b>	619490.47	9756979.79
<b>m8</b>	620492.81	9756604.13
<b>m9</b>	621573.93	9756223.06
<b>m10</b>	621488.11	9755946.90
<b>m11</b>	621041.15	9756180.44
<b>m12</b>	620958.27	9755699.84
<b>m13</b>	619257.57	9756067.40
<b>m14</b>	618213.48	9754905.45
<b>m15</b>	618522.29	9754567.28
<b>m16</b>	619352.33	9755662.55
<b>m17</b>	620857.17	9754744.92
<b>m18</b>	621336.14	9754684.10
<b>m19</b>	621391.38	9755163.55
<b>m20</b>	622340.33	9754773.55
<b>RUTA 4</b>		
<b>w1</b>	622738.78	9758797.01
<b>w2</b>	622748.64	9758220.04
<b>w3</b>	622385.65	9757081.63
<b>w4</b>	622097.94	9756169.14
<b>w5</b>	621739.57	9755032.23
<b>w6</b>	622338.68	9754775.03
<b>w7</b>	623421.01	9753742.36
<b>w8</b>	623290.03	9752563.72
<b>w9</b>	623410.35	9751179.31
<b>w10</b>	624312.36	9751018.48
<b>w11</b>	623463.66	9750324.82
<b>RUTA 5</b>		
<b>x1</b>	621690.67	9764763.96
<b>x2</b>	621708.10	9765694.76
<b>x3</b>	622297.21	9766708.53
<b>x4</b>	621422.05	9763429.93
<b>x5</b>	618790.39	9764857.55
<b>x6</b>	618870.65	9765334.47
<b>x7</b>	618202.95	9768942.89
<b>x8</b>	616805.58	9764846.16

x9	619050.67	9761485.41
x10	618149.95	9761440.80
x11	617337.04	9760488.77
x12	617807.65	9759791.78
x13	618029.53	9757460.62
x14	618644.37	9757067.23
x15	618091.95	9754755.15
x16	617471.71	9753838.37
x17	617668.12	9753093.72

#### 4.1.2.2 Aplicación del método de barrido

Según Ballou [1] el método “de barrido”, es una técnica fácil ya que se puede realizar manualmente como programar obtenido buenos resultados produciendo una tasa de error promedio del 10%.

Tiene dos fases: primero, las paradas se asignan a los vehículos y después se determina la continuación de las paradas dentro de las rutas.

Ballou describe de la siguiente forma:

1. Se localiza las paradas y el depósito dentro de un mapa o cuadrícula
2. Se traza una línea recta desde el depósito en cualquier dirección, hasta que se intercepte una parada. Hacer la pregunta ¿Excede la capacidad del vehículo el volumen acumulado? Si la



respuesta es sí, se la excluye y se define la ruta. Continuando el barrido empezando con esa parada

3. Dentro de cada ruta se efectúa una sucesión de las paradas para minimizar las distancias. Esto puede lograrse aplicando cualquier método de optimización.

Este método da buenos resultados cuando: 1) cada parada representa una pequeña fracción de la capacidad; 2) los vehículos con el mismo volumen; 3) no hay restricciones de tiempo. En el apéndice I se muestran los resultados dados por el programa MATLAB para el departamento de Facturación.

En la figura 4.1, se muestra esta aplicación, es decir las diferentes paradas, y la línea traseada color fucsia que gira hasta interceptar una parada, y así sucesivamente hasta completar la capacidad del vehículo. En el apéndice G se encuentra su código en matlab.



Figura 4.1: Aplicación del método de barrido a las paradas establecidas.

En la tabla 4.3 se presentan las rutas que se formaron aplicando el método de barrido en el departamento de operaciones, además la capacidad acumulada, que va sumando las personas que se encuentran en los nodos barridos hasta completar la capacidad del vehículo. Luego empieza a sumar los siguientes nodos seleccionados, hasta completar otra ruta, acumulando la capacidad de otro vehículo.

**TABLA 4.3**  
**MÉTODO DE BARRIDO DE LOS PARADEROS DEL**  
**DEPARTAMENTO DE OPERACIONES**

Ruta 1	Nomenclatura	Capacidad	Capacidad-Acumulada
FERIA DEL JEAN (. ROLDÓS AGUILERA)	v2	2	2
DENSO	v3	3	5
TERPEL DE LA GARZOTA	v1	4	9
ACADEMIA NAVAL GUAYAQUIL	v4	3	12
PARRILLADA EL DORADO -SAUCES 3	v5	2	14
BLOQUES DE LA ARMADA-SAUCES 4	v6	1	15
LA ESPAÑOLA -AV ISIDRO AYORA	v7	2	17
MOBIL SAMANES	x3	3	20
BRIZ SANCHEZ(AV. BENJAMIN CARRION )	v9	2	22
PRIMAS DE LOS ROSALES	x2	4	26
PERIMETRAL	v8	2	28
HYPERMARKET	x1	2	30
LA ROTONDA (AV. BENJAMIN CARRION)	v10	2	32
BIELA	p1	3	35
Ruta 2	Nomenclatura	Capacidad	Capacidad-Acumulada
AGA	x6	1	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO	p2	2	3
PEPSI COLA	x5	2	5
COCA COLA	v11	3	8
TERMINAL DE VIVERES	p3	3	11
VIA DAULE PECA	x4	3	14
COLEGIO AMERICANO	v13	1	15
ENTRADA DE LA "8"	p4	2	17

MARTHA DE ROLDOS	v12	2	19
LA FLORIDA	x7	3	22
PROSPERINA	p5	3	25
FINAL VIADUCTO PROSPERINA	v14	2	27
CEIBOS NORTE	v15	1	28
SUPEREXITO	x8	3	31
CALLE 6TA MAPASINGUE OESTE	x9	4	35
Ruta 3	Nomenclatura	Capacidad	Capacidad-Acumulada
COLEGIO ALEMAN	x10	3	3
MC DONALDS	x11	3	6
POLICIA JUDICIAL PORTETE	x12	2	8
38 Y PORTETE	v16	2	10
CUENCA Y LA 29 AVA.	m6	3	13
LA 29 AVA. Y ARGENTINA	m7	2	15
PERIMETRAL	x13	3	18
CEMENTERIO DEL BATALLON-SUBURVIO	v17	1	19
29 Y LA "Q"	v18	1	20
29 AVA Y N.AUGUSTO GONZALES	m13	1	21
LA 25 Y LA G	m14	2	23
25 Y FRANCISCO SEGURA	m15	3	26
PRIMER PUENTE PERIMETRAL	p6	4	30
CUENCA Y LA 17 AVA	m5	2	32
17 AVA.Y PORTETE	m8	2	34
Ruta 4	Nomenclatura	Capacidad	Capacidad-Acumulada
CUENCA Y LA 13 AVA.	m4	4	4
COLON Y LA 11 AVA	m2	2	6
LA 11 AVA Y CUENCA	m3	4	10
BOLIVIA Y LA 11 AVA	m11	1	11
11 AVA Y 4 DE NOVIEMBRE	m12	3	14
FRANCISCO SEGURA Y LA 11	m16	2	16
LEONIDAS PLAZA Y BOLIVIA	m10	3	19
LEONIDAS PLAZA – VENEZUELA	m9	3	22

<b>SEGUNDO PUENTE PERIMETRAL</b>	p7	2	24
<b>LEONIDAS PLAZA Y PANCHO SEGURA</b>	m18	2	26
<b>LEONIDAS PLAZA Y LA A</b>	m17	1	27
<b>TUNGURAHUA Y FCO SEGURA</b>	w5	3	30
<b>COLON -ISMAEL PEREZ PAZMIÑO</b>	m1	1	31
<b>TIA PERIMETRAL</b>	p8	3	34
<b>Ruta 5</b>	<b>Nomenclatura</b>	<b>Capacidad</b>	<b>Capacidad-Acumulada</b>
<b>TUNGURAHUA Y PORTETE</b>	w4	6	6
<b>FERTISA</b>	p9	1	7
<b>TUNGURAHUA Y CAP NAJERA</b>	w3	3	10
<b>FCO SEGURA Y ANTEPARA</b>	w6	4	14
<b>PERIMETRAL(AV 25 DE JULIO)</b>	v19	2	16
<b>RAUL CLEMENTE HUERTA Y DOMINGO COMIN</b>	w11	3	19
<b>DOMINGO COMIN (GUASMO CENTRAL)</b>	w10	2	21
<b>DOMINGO COMIN (PRADERA)</b>	w8	5	26
<b>TUNGURAHUA Y 9 DE OCTUBRE</b>	w2	2	28
<b>DOMINGO COMIN (MERCADO CARAGUAY)</b>	w7	3	31
<b>UNIVERSIDAD ESTATAL</b>	w1	2	33
<b>ADOLFO H SIMONS (FLORESTA 2)</b>	w9	2	35

#### 4.1.2.3 Cálculo de distancias y tiempos

Para el cálculo de las distancias se procedió a utilizar la métrica de Manhatan<sup>7</sup>, esta saca la distancia menor entre dos puntos en ciudad paratiendo de que las manzanas de la misma son rectángulos. Es decir con los puntos  $A(x_m, y_m)$  y  $B(x_n, y_n)$ , la distancia  $d(A,B)$  entre dichos puntos esta dada por la ecuación:

$$d(A,B) = |x_m - x_n| + |y_m - y_n| \quad (4.1)$$

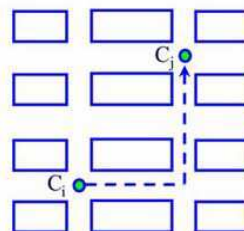


Figura 4.2: Cálculo de distancias por formula de Manhattan

---

<sup>7</sup>Definición de Métrica de Manhatan según Wikipedia.  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Geometr%C3%ADa\\_taxicab](http://es.wikipedia.org/wiki/Geometr%C3%ADa_taxicab)  
 Revisado el 5 de Abril del 2012

En el apéndice G se muestran los resultados calculados por la métrica de Manhattan de las distancias y los tiempos de la ruta 1 del departamento de Operaciones.

#### **4.1.3 Gams**

Para llevar a efecto el diseño de las rutas, se recurrió a la ayuda de un el software informático llamado GAMS [14] (General Algebraic Modeling System) es un lenguaje de programación que permite el modelado, análisis y resolución de diversos problemas de optimización. Una de las características más valiosas que posee esta herramienta, es la capacidad para resolver problemas de gran dimensión (miles de variables y restricciones), por lo que no habrá problemas con el número de paradas establecidas en el modelo.

El usuario de GAMS debe ser cuidadoso con las reglas “gramaticales”. El incumplimiento de una sola de ellas puede provocar muchos errores de compilación. En la siguiente figura 4.3, se muestra el resultado óptimo de una programación realizada en este software matemático. Entre la bibliografía de este lenguaje de programación cabe destacar

el manual de GAMS [17], cuyo segundo capítulo ofrece un resumen con las características principales para empezar a programar en este lenguaje, y el artículo [16], que proporciona un enfoque ingenieril de GAMS.

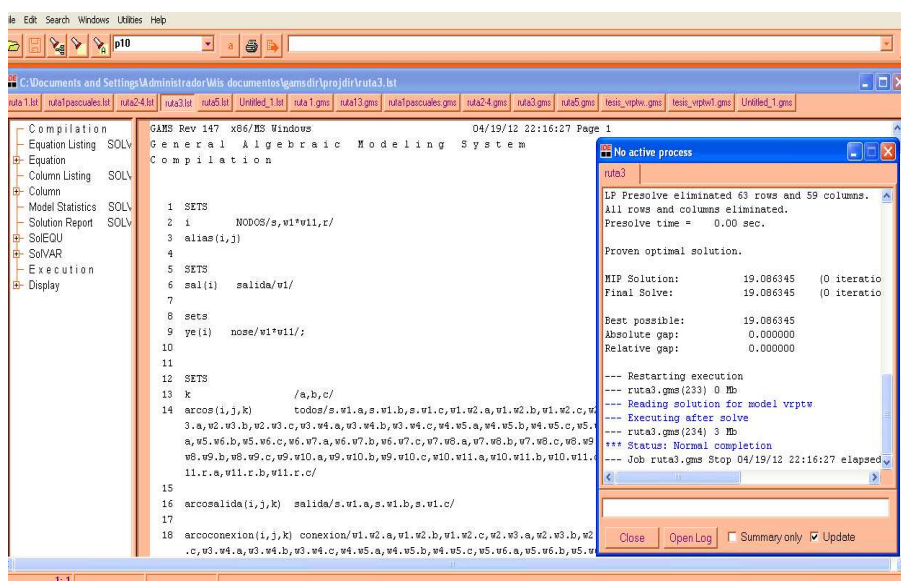


Figura 4.3: Resultados obtenidos en Gams

## 4.2 Modelo Matemático para el diseño de rutas óptimas

Para la elaboración del modelo matemático se debe tomar en cuenta las siguientes observaciones:

- Se define el conjunto de índices.
- Se introducen los vectores de datos.



- Se declaran las variables de decisión.
- Se crean las restricciones del problema.

La utilización del modelo VRPCTW en la recolección de pasajeros tiene como objetivo:

- Especificar una ruta óptima de recolección de pasajeros de tal forma que sea un ahorro de tiempo. Reduciendo costos mediante la reducción de kilómetros recorridos.
- Mejorar el tiempo de recorrido de la ruta, para así realizar mayor cantidad de vueltas a diversos clientes.
- Aprovechar los recursos actuales.

#### **4.2.1 Conjunto de Índices**

La palabra Set o Sets se utiliza para declarar los índices para describir a los componentes de un vector en GAMS.

En la tabla 4.4 tenemos el conjunto de índices:

**TABLA 4.4**  
**CONJUNTO DE ÍNDICES**

Índice	Descripción
<b>I</b>	Conjunto de nodos que recorre los orígenes
<b>J</b>	Conjunto de nodos que recorre los destinos
<b>K</b>	Conjunto de Vehículos
<b>paraderos(i)</b>	Conjunto de paradas sin origen y destino
<b>arcos(i,j,k)</b>	Conjunto de arcos incluyendo los de origen y destino
<b>arcoconexion(i,j,k)</b>	Conjunto de arcos excepto los de origen y destino

El depósito de inicio es representado por **s** y el depósito final es representado por **r**.

#### **4.2.2 Vectores de Datos**

Los vectores se expresan como parámetros, y el comando que se usa en Gams es `Parameter`, el cual sirve para fijar los datos de entrada, por lo que se establecen nueve vectores de entrada como se muestra en la siguiente tabla 4.5.

**TABLA 4.5**  
**CONJUNTO DE VECTORES DE DATOS**

<b>Parámetro</b>	<b>Descripción</b>
<b>costos(i,j,k)</b>	Costo en recorrer un paradero a otro con un determinado bus
<b>Costo_fijo(k)</b>	Costo fijo por vehículo
<b>Capacidad(i)</b>	Número de personas ubicadas en los paraderos
<b>Penalización(paraderos)</b>	Multa por incumplimiento del horario de visita a los paraderos
<b>Capacidad_Veh(k)</b>	Capacidad de los vehículos (flota heterogénea)
<b>tiempo_serv(paraderos)</b>	Tiempo de servicio de cada cliente.
<b>tiempos(i,j,k)</b>	Tiempo que transcurre de un paradero a otro con un determinado vehículo.
<b>liminf(paraderos)</b>	Tiempo de inicio de la ventana horaria de cada cliente.

### 4.2.3 Variables

Las variables de decisión que se declaran en la siguiente tabla 4.6 son aquellas en donde se muestran los resultados óptimos que arroja el modelo.

**TABLA 4.6**  
**CONJUNTO DE VARIABLES DE DECISIÓN**

Variable	Descripción	Unidades
$x(i,j,k)$	Variable Binaria	
$Z$	Costo total	
$r(i)$	Tiempo de atraso al atender la siguiente parada $v_i$	Minutos
$t(i)$	Tiempo en que se recoge a los clientes en las paradas.	Minutos

La variable  $x(i,j,k)$  se encuentra en la función objetivo, lo cual representa (parada inicial, parada final, vehículo asignado),

esto significa que existe un camino entre la parada  $i,j$  utilizando el vehículo  $k$ .

En la variable  $Z$  se encontrará el valor óptimo de la ruta, representado como el costo total, para lo cual debe ser menor que el de la actualidad.

La variable  $r(i)$  es el tiempo de retraso en atender la siguiente parada  $i$ , expresada en minutos, esta variable sirve para determinar el valor de penalización.

También se necesita conocer el tiempo exacto en el que los vehículos deben estar en los diferentes paraderos, para que de esta forma se evite llegar tarde y por ende se genere una penalización que conlleve al incremento de los costos, y esta variable está representada en Gams como  $t(i)$  en minutos.

#### 4.2.4 Restricciones

Para explicar las restricciones en Gams se utiliza el término Equation o Equations, las mismas que pueden ser de igualdad o desigualdad según sea el caso.

Una de las restricciones es por ejemplo la capacidad del vehículo presentada en la tabla 6, además de la limitante del tiempo de servicio es decir solo 2 minutos por parada, la restricción de ventanas de tiempo, etc. Dentro de estas restricciones se declara la función objetivo mencionado a continuación.

#### 4.2.4.1 Función objetivo

Para el diseño de rutas óptimas, es importante que los costos de transporte sean mínimos, por lo tanto este es el objetivo principal.

$$Z = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \text{costos}(i, j, k) * x_{ijk} + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \text{costo\_fijo}(k) * x_{ijk} \\ + \sum_{paraderos} \text{Penalización}(paraderos) * r(paraderos)$$

La suma de los costos de viaje de cada arco que forma parte de la solución, los costos fijos más los costos de

penalización por atraso en la atención a los clientes, debe ser la mínima posible.

#### 4.2.4.2 Visitas a las paradas

Los vehículos deben visitar una sola vez a todas las paradas establecidas por la empresa.

$$\sum_{k \in K} \sum_i x_{i,paraderos,k} = 1$$

#### 4.2.4.3 Salida desde un mismo depósito

Al empezar el recorrido, todos los vehículos parten de un único depósito "s" a una de las diferentes paradas.

$$\sum_{paraderos} x_{s,paraderos,k} = 1$$

#### 4.2.4.4 Capacidad del vehículo

Se le asigna a cada parada un único vehículo, es decir que el mismo vehículo que entra a dicho nodo, es el mismo que debe salir

$$\sum_i x_{i,paraderos,k} - \sum_i x_{paraderos,i,k} = 0$$

#### 4.2.4.5 Selección de un vehículo por parada

El total de personas recogidas en los diferentes paraderos, no debe exceder la capacidad del vehículo que esta en uso.

$$\sum_i \sum_j \text{Capacidad}(i) * x_{ijk} \leq \text{Capacidad\_Veh}(k)$$

#### 4.2.4.6 Cumplimiento del horario

El vehículo debe respetar el intervalo de tiempo establecido, por lo que el vehículo debe llegar como mínimo igual al tiempo de inicio de la ventana horaria, para que



no se genere una multa por atraso al paradero.

$$\begin{aligned} \text{liminf}(\text{paraderos}) &\leq t(\text{paraderos}) \\ &\leq \text{limsup}(\text{paraderos}) + r(\text{paraderos}) \end{aligned}$$

#### 4.2.4.7 Eliminación de subtours

La siguiente ecuación plantea una continuidad en el tiempo, además elimina los subtours, esto quiere decir que el tiempo de la siguiente parada, es decir  $t(j)$  debe ser un tiempo mayor o igual a  $t(i) + \text{tiempos}(i,j,k) + \text{tiempo\_serv}(i)$ , esto ocurre si el vehículos  $k$  viaja de  $v_i$  hasta  $v_j$  lo donde  $t(i)$  representa el tiempo en que empieza el servicio en dicha parada  $v_i$

$$\begin{aligned} t(i) + \text{tiempos}(i,j,k) - t(j) + \text{tiempo\_serv}(i) \\ \leq (1 - x_{ijk}) * 100000 \end{aligned}$$

Si  $x_{ijk} = 0$  (Si el vehículos  $k$  no pasa por el arco que va desde la parada  $v_i$  hasta  $v_j$ )

$$\begin{aligned} t(i) + \text{tiempos}(i,j,k) - t(j) + \text{tiempo\_serv}(i) \\ \leq 100000 \end{aligned}$$

Si  $x_{ijk} = 1$  (Si el vehículo  $k$  pasa por el arco que va desde la parada  $v_i$  hasta  $v_j$ )

$$t(i) + \text{tiempos}(i, j, k) - t(j) + \text{tiempo\_serv}(i) \leq 0$$

$$t(j) \geq t(i) + \text{tiempos}(i, j, k) + \text{tiempo\_serv}(i)$$

### 4.3 Resultados Obtenidos

Al aplicar el modelo matemático con el software informático Gams, este dará como resultado las variables de decisión (Costo Total, Variable binaria, Tiempo en que pasa el bus por cada parada, Tiempo de atraso).

En el apéndice c, se puede observar los resultados de las Variables de decisión que adoptó el Software Matemático Gams. En la siguiente tabla 4.7, se puede ver los resultados obtenidos en el departamento de Operaciones, como en la tabla 4.8 los resultados del departamento de Facturación, y en la tabla 4.9 los que pertenecen al departamento de Administración.

**TABLA 4.7**  
**RESULTADOS OBTENIDOS DE LAS RUTAS DEL**  
**DEPARTAMENTO DE OPERACIONES**

RUTAS	PARADEROS	ATRASO EN MINUTOS	TIEMPO DE LLEGADA
<b>RUTA 1</b>	s	0	04h30
	v8	0	04h36
	v10	0	04h45
	x1	0	04h49
	x2	0	04h51
	x3	0	04h55
	p1	0	05h00
	v6	0	05h19
	v4	0	05h43
	v5	0	05h47
	v3	0	05h51
	v2	0	05h55
	v9	0	06h03
	v7	0	06h07
	v1	0	06h12
	r	0	06h45
<b>RUTA 2</b>	s	0	04h55
	x8	0	05H04
	x9	0	05h08
	v15	0	05h14
	p5	5	05h17
	v14	0	05h21
	x7	0	05h27
	p4	0	05h31
	p3	0	05h36
	p2	0	05h40
	x6	0	05h46

x5	0	05h57
x4	0	06h00
v13	0	06h05
v12	0	06h09
v11	0	06h12
r	0	06h46
<b>RUTA 3</b>	s	04h46
x10	0	04h58
m6	0	05h06
x11	0	05h15
x12	0	05h22
m7	0	05h28
v16	0	05h32
x13	0	05h45
v18	0	05h50
p6	0	05h55
v17	0	06h01
m14	0	06h04
m15	0	06h10
m13	0	06h13
m5	0	06h20
m8	0	06h24
r	0	06h45
<b>RUTA 4</b>	S	06h10
m1	0	06h13
m2	0	06h15
m3	0	06h17
m4	0	06h19
m11	0	06h22
m9	0	06h24
m10	0	06h26
m12	0	06h28
m18	0	06h30
w5	0	06h32
m17	0	06h34

	m16	0	06h36
	p7	0	06h39
	p8	0	06h41
	r	0	06h45
<b>RUTA 5</b>	s	0	06h08
	w1	0	06h11
	w2	0	06h13
	w3	0	06h16
	w4	0	06h19
	w6	0	06h22
	w7	0	06h25
	w8	0	06h28
	v19	0	06h30
	w9	0	06h33
	w11	0	06h35
	w10	0	06h38
	p9	0	06h41
	r	0	06h45

**TABLA 4.8**  
**RESULTADOS OBTENIDOS DE LAS RUTAS DEL**  
**DEPARTAMENTO FACTURACIÓN**

RUTAS	PARADEROS	ATRASO	TIEMPO DE LLEGADA
<b>RUTA 7</b>	o9	0	06H01
	o10	0	06H03
	o8	0	06H07
	o1	0	06H10
	o2	0	06H14
	o7	0	06H19
	o6	0	06H23
	o5	0	06H27
	o3	0	06H30
	o4	0	06H34
	i1	0	06H43
	i2	0	06H52
	i3	0	06H59
	i4	0	07H03
	i5	0	07H12
	i6	0	07H14
	r	0	07h40
<b>RUTA 8</b>	o12	0	06h40
	o13	0	06h41
	u1	0	06h48
	u2	0	06h55
	o17	0	07h01
	u5	0	07h08
	u6	0	07h13
	i15	0	07h17
	u8	0	07h21
	u7	0	07h27

	u9	0	07h32
	r	0	07h40
<b>RUTA 9</b>	o11	0	06h10
	o16	0	06h26
	o15	0	06h30
	u3	0	06h36
	i10	0	06h44
	i8	0	06h47
	i7	0	06h51
	i9	0	06h55
	i11	0	07h01
	i12	0	07h08
	i13	0	07h14
	i14	0	07h23
	i16	0	07h29
	u10	0	07h38
	r	0	07h40

**TABLA 4.9**  
**RESULTADOS OBTENIDOS DE LAS RUTAS DEL**  
**DEPARTAMENTO DE ADMINISTRACIÓN**

RUTAS	PARADEROS	ATRASO	TIEMPO DE LLEGADA
<b>RUTA 12</b>	y3	0	06h53
	y2	0	06h57
	y1	0	07h00
	y6	0	07h06
	y7	0	07h11
	y8	0	07h14
	y11	0	07h23
	y9	0	07h38
	y5	0	07h43
	k2	0	08h10
	R	0	08h20
<b>RUTA 13</b>	t9	0	07h03
	t7	0	07h06
	t5	0	07h13
	t3	0	07h17
	t4	0	07h20
	t6	0	07h24
	t2	0	07h32
	t1	0	07h38
	y4	0	07h44
	t8	0	07h50
	R	0	08h20
<b>RUTA 14</b>	k1	0	07h38
	k6	0	07h48
	q5	0	07h57
	q6	0	08h00
	q7	0	08h03



	q8	0	08h07
	q9	0	08h10
	q10	0	08h15
	R	0	08h20
<b>RUTA 15</b>	k3	0	06h30
	k4	0	06h33
	k5	0	06h36
	q2	18.12	06h40
	q1	0	06h45
	q3	0	06h53
	t10	0	06h58
	k7	0	07h08
	q4	0	07h36
	R	0	08h20

#### 4.4. Post optimización

Algunas de las rutas presentan cruces entre las aristas, se utilizó el algoritmo 2-opt para solucionar este inconveniente. Para cada combinación de clientes asignada a un vehículo, el 2-opt cambia y cruza las aristas para tratar de mejorar la calidad de la solución considerando movimientos que no violen ninguna restricción, tratando de disminuir la función objetivo. El 2-opt es un operador denominado intra-ruta el cual reversa una sección de la ruta delineadas por 2 arcos y remplazada con 2 arcos que reforman la ruta. A continuación el algoritmo:

- 1.- Solución inicial dada por CVRPTW en gams
- 2.- Para cada combinación de clientes se busca una solución mejor, mediante los cuatro operadores heurísticos 2-opt, traslado, cambio, cruces sin violar las restricciones
- 3.- Si no se puede mejorar la solución pasar al paso 5
- 4.- Ir al paso 2
- 5.-Poner la solución anterior

En la figura 4.4 se muestra un cruce en una de las rutas y luego se muestra su resultado aplicando el algoritmo.

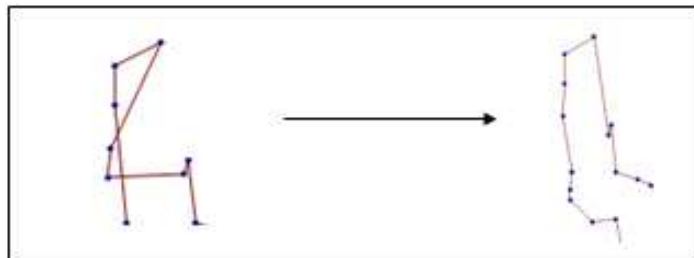


Figura 4.4 Ruta pos optimizada

**TABLA 4.10**  
**RESULTADOS OBTENIDOS A LAS RUTAS QUE PRESENTAN**  
**CRUCES**

<b>RUTA</b>	<b>RESULTADO</b>	<b>POST OPTIMIZACIÓN</b>
<b>2-Operaciones</b>	1-4-9-7-3-6-10-8-16-2- <b>5-12-11-13-14-17</b>	1-4-9-7-3-6-16-2-5-8- <b>10-12-11-13-14-17</b>
<b>3-Operaciones</b>	<b>1-16-5-2-3-4-14-15-6-</b> 10-12-11-8-9-7-13-17	<b>1-5-16-2-3-4-14-15-6-</b> 10-12-11-8-9-7-13-17
<b>5-Operaciones</b>	1-11-9-3-13-4-10-8-5-6- <b>12-7-2-14</b>	1-11-9-3-13-4-10-8-5- <b>12-7-6-2-14</b>
<b>15-Administración</b>	1-3-4-5-7-8-6-2-10-9-11	1-3-4-5-7-8-6-2-10-9-11

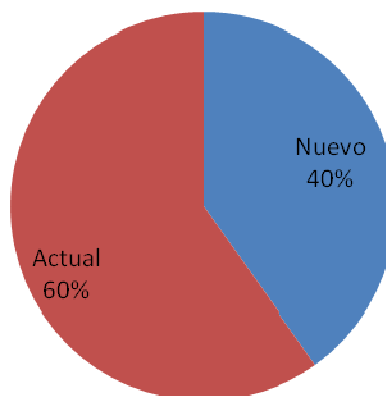
#### **4.5 VRPCTW versus ANÁLISIS ACTUAL**

Aplicando el método de barrido se asignó los vehículos a las paradas y con el cálculo de las distancias mediante la métrica de Mahathan finalmente se procedió a programar en GAMS las diferentes rutas para luego obtener una post optimización las cuales presentaban cruces, obteniendo una reducción en los costos por lo que se puede llegar a la siguiente comparación mostrada en la tabla 4.11

**TABLA 4.11**  
**COMPARACIÓN DE LOS COSTOS ACTUALES ANTERIORES**

Departamento	Nuevo	Actual
Operaciones	126,70	158,52
Facturación	74,21	144,27
Administración	75,73	117,3
<b>Total</b>	<b>281,57</b>	<b>420,09</b>

**Comparación de costos por departamento**



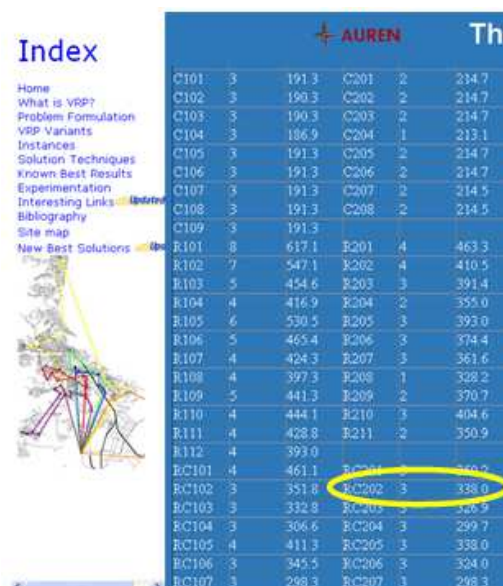
**Figura 4.5 Comparación de costos por departamento**

En el Figura 4.5 se puede comparar las dos situaciones, por lo que se observa que en la propuesta existe un ahorro del 33 % para la empresa mensualmente. El costo actual mensual de todas las rutas

es de **\$ 420,09** con la nueva propuesta el costo sería de **\$ 281,57**, dando como resultado un ahorro de **\$138,52**, esto representa un 33% de ahorro.

#### 4.6 Comparación con otras heurísticas

Se comparó el método utilizado los datos del problema de Solomon RC202 con 25 clientes. Primero se procedió a utilizar el método del barrido dando como resultado tres rutas a las cuales se les aplicó el modelo matemático como no presentaron cruces entre aristas no se usó la tercera fase la post optimización. En la página VRP WEB se presentan los resultados. A continuación se presentan las resoluciones obtenidas:



Instance	Type	Cost
C101	3	191.3
C102	3	190.3
C103	3	190.3
C104	3	186.9
C105	3	191.3
C106	3	191.3
C107	3	191.3
C108	3	191.3
C109	3	191.3
R101	8	617.1
R102	7	547.1
R103	5	454.6
R104	4	416.9
R105	6	530.5
R106	5	465.4
R107	4	424.3
R108	4	397.3
R109	5	441.3
R110	4	444.1
R111	4	428.8
R112	4	393.0
EC101	4	461.1
EC102	3	351.8
EC103	3	332.8
EC104	3	306.6
EC105	4	411.3
EC106	3	345.5
EC107	3	298.3
EC201	2	234.7
EC202	2	214.7
EC203	2	214.7
EC204	1	213.1
EC205	2	214.7
EC206	2	214.7
EC207	2	214.5
EC208	2	214.5
E201	4	463.3
E202	4	410.5
E203	3	391.4
E204	2	355.0
E205	3	393.0
E206	3	374.4
E207	3	361.6
E208	1	328.2
E209	2	370.7
E210	3	404.6
E211	2	350.9
RC201	3	340.2
RC202	3	338.0
RC203	3	326.5
RC204	3	299.7
RC205	3	338.0
RC206	3	324.0
RC207	3	298.3

Figura 4.6 Resultados de la página VRP Web

```

---- 693 VARIABLE x.L Binaria (si la ruta pasa del nodo i al nodo j en el bus k)

          a          b          c
s .111                1.000
s .115          1.000
s .120                1.000
11 .12          1.000
12 .16          1.000
13 .11          1.000
14 .15          1.000
15 .r            1.000
16 .14          1.000
17 .18          1.000
18 .13          1.000
19 .110                1.000
110.112                1.000
111.19                1.000
112.117                1.000
113.125                1.000
114.17          1.000
115.114          1.000
116.113                1.000
117.116                1.000
118.121                1.000
119.118                1.000
120.119                1.000
121.123                1.000
122.124                1.000
123.122                1.000
124.r            1.000
125.r            1.000

---- 693 VARIABLE t.L Tiempo en el que se recoge a los clientes en cada parada i

11 472.000, 12 492.000, 13 457.000, 14 644.000, 15 662.000
16 508.000, 17 349.000, 18 367.000, 19 371.000, 110 519.000
111 195.000, 112 681.000, 113 773.000, 114 292.000, 115 174.000
116 752.000, 117 703.000, 118 36.000, 119 18.000, 121 52.000
122 375.000, 123 321.000, 124 388.000, 125 904.000

---- 693 VARIABLE z.L = 338.000 Costo total de la ruta

**** REPORT FILE SUMMARY

```

## 4.7 Resultados obtenidos con el modelo

# CAPÍTULO 5

## 5. Conclusiones y Recomendaciones

### 5.1 Conclusiones

- Este trabajo propone una mejor alternativa para las rutas actuales a una empresa que ofrece servicios de transporte de personas mediante el VRPCTW, para ello se uso la programación matemática adaptándolo a la realidad. El objetivo principal del programa era encontrar una solución óptima con los recursos presentes. Para lo cual se encontraron nuevas opciones de rutas que cumplan con las restricciones, obteniendo así una reducción en los costos de manera significativa.
- La programación matemática presenta la mejor solución, aun siendo un poco inflexible a problemas con muchas variables,

pero a problemas medianos como éste, genera muy buenos resultados. También existen otras alternativas como las heurísticas y metaheurísticas, con éstas solo se obtiene una buena solución sin llegar al óptimo; son un poco mas elásticos con problemas mayores.

- Este algoritmo puede ser implementado en otro tipo de problemas como distribución de productos con capacidad vehicular, recolección de personal, mensajería. También se puede analizar otras opciones de VRP, las cuales son muy utilizadas en todos los campos.
- Se aplicó el algoritmo considerando un tiempo de servicio en cada parada de 2 minutos, esto se determinó al tomar el tiempo físico en cada paradero y sacar un promedio.
- Los costos de transporte que genera la empresa estudiada, son muy altos con relación a las ganancias, por lo que al presentar una reducción de los mismos, esto aumentará la utilidad, obteniendo un gran beneficio con el uso de estas herramientas.



- Gracias a Google Maps se pudo llegar a visualizar las rutas y todo lo que conlleva esto (paradas, arcos, depósito), además al cálculo de las distancias entre paradas y la distancia total de cada ruta, tanto la actual como la propuesta, permitiendo ver los resultados, de una forma gráfica.
- Al aplicar nuevas opciones de arcos, que permiten la aparición de nuevas rutas, la herramienta matemática Gams, se encargó de mostrar la mejor opción de ruta, es decir la óptima con un equilibrio entre la distancia y el tiempo.
- La aplicación de un algoritmo post optimización nos ayuda a corregir ciertos errores del programa obteniendo una mejora global en la respuesta final.

## **5.2 Recomendaciones**

- Debido al poco desarrollo de la investigación de operaciones en nuestro país, muchas veces se toman decisiones de forma empírica este caso nos demuestra que se puede llegar a un

ahorro significativo cuando se tienen las herramientas adecuadas.

- Nuestro mercado es cada día más competitivo, estas herramientas se traducen en ventajas competitivas. Muchas veces el poco interés de los empresarios en la capacitación de los empleados produce un retraso en el desarrollo. Además de la reducción de costos que se obtiene se debe considerar la percepción para con el servicio ofrecido.
- Se debería de reconsiderar la ubicación de paraderos, no deberían de estar demasiados seguidos en algunos casos, se recomienda incluir las rutas con paraderos parecidos en una solo.
- También se recomienda cambiar la ubicación del depósito, efectuando un análisis, para llegar a un sitio más adecuado, ya que se da el caso de que en algunas paradas, en donde se empieza la ruta, se deben recorrer una distancia significativa para empezar el camino. Podría darse el caso de tener más de un depósito, para evitar la realización de dichas distancias.

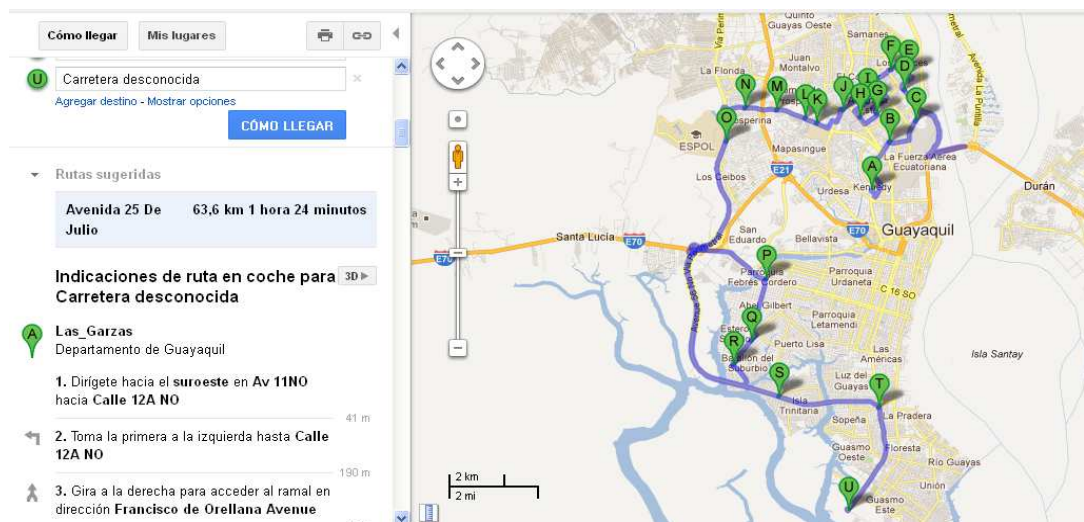
- Para problemas muchos más grandes, es decir con mayor número de clientes y de paraderos, que incrementa las variables y restricciones, se recomienda realizar heurísticas, por la complejidad computacional.

# APÉNDICES

## APÉNDICE A

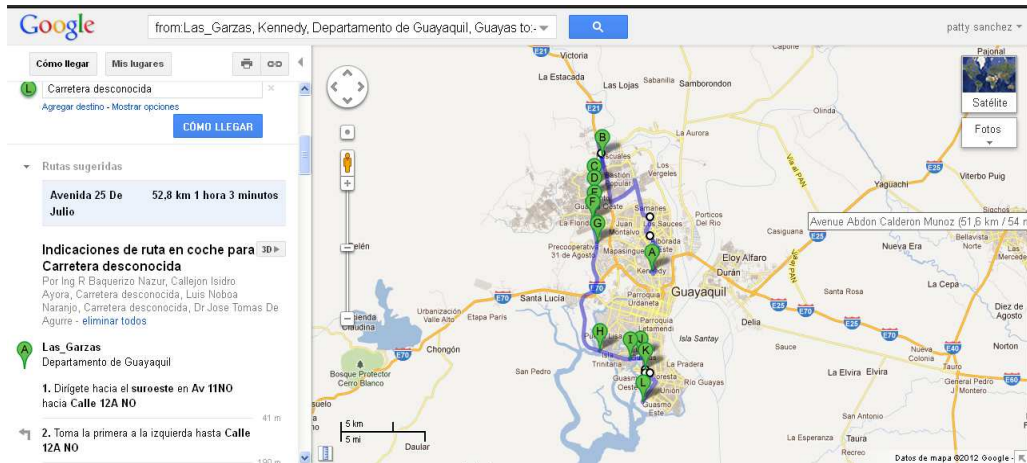
### ILUSTRACIÓN EN GOOGLE MAPS DE LAS RUTAS QUE REALIZA LA EMPRESA DE TRANSPORTE EN LA ACTUALIDAD

#### RUTA 1



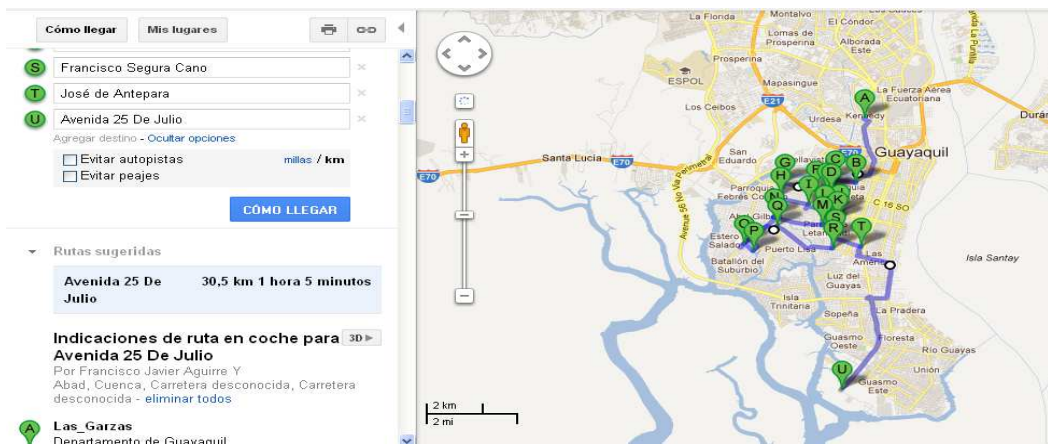
Esta ruta tiene una distancia total de 63.6 Kilómetros con un tiempo de 1 hora 24 minutos.

### RUTA 2



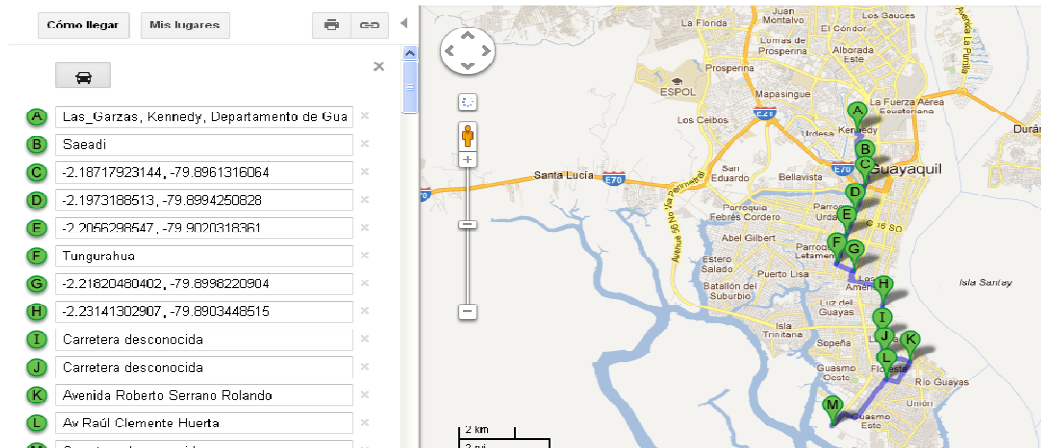
En la ruta 1-Pascuales, se tiene una distancia total de 50.3 Kilómetros con un tiempo de 56 minutos.

### RUTA 3



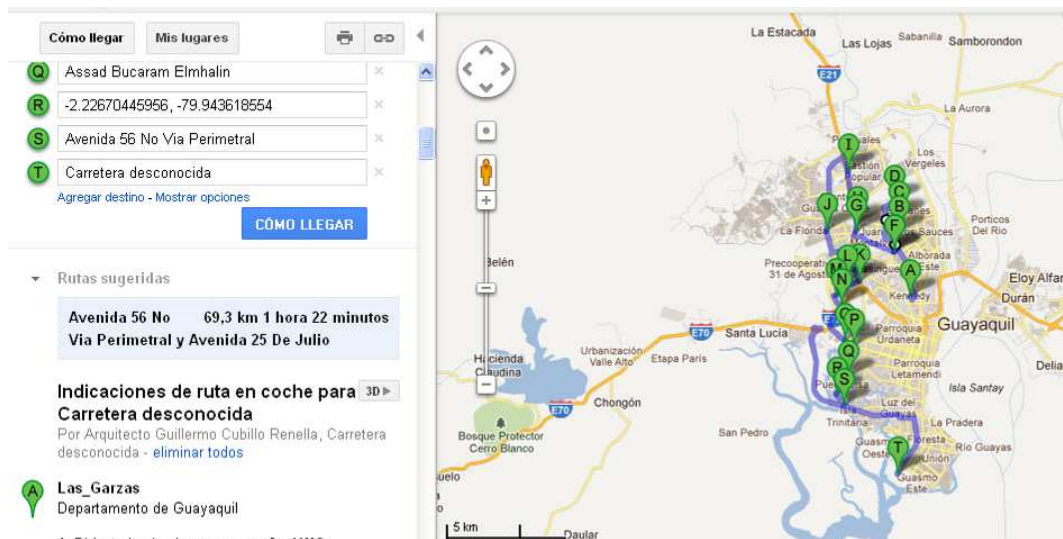
Para la ruta 2-4, se tiene una distancia total de 30. Kilómetros con un tiempo de 1 hora 5 minutos.

### RUTA 4



En la ruta 3, se tiene una distancia total de 13.5 Kilómetros con un tiempo de 25 minutos.

### RUTA 5



Dentro de esta ruta, se tiene una distancia total de 69.3 Kilómetros con un tiempo de 1 hora 22 minutos.









```

m1 .m2                1.000
p8 .r                 1.000
w4 .w6                1.000
p9 .r                 1.000
w3 .w4                1.000
w6 .w7                1.000
v19.w11              1.000
w11.w9               1.000
w10.p9               1.000
w8 .v19              1.000
w2 .w3               1.000
w7 .w8               1.000
w1 .w2               1.000
w9 .w10              1.000

```

```

---- 2691 VARIABLE t.L Tiempo en el que se recoge a los clientes en cada parada i

```

```

v2 88.000, v3 84.000, v1 94.000, v4 81.000, v5 77.000
v6 73.000, v7 10.000, x3 66.000, v9 14.000, x2 27.000
v8 7.000, x1 23.000, v10 18.000, p1 47.000, x6 46.000
p2 52.000, x5 22.000, v11 9.000, p3 56.000, x4 25.000
v13 16.000, p4 35.000, v12 12.000, x7 31.000, p5 70.000
v14 66.000, v15 73.000, x8 83.000, x9 79.000, x10 10.000
x11 27.000, x12 34.000, v16 38.000, m6 18.000, m7 54.000
v13 80.000, v17 70.000, v18 75.000, w13 58.000, w14 67.000

```

```

---- 2691 VARIABLE z.L = 126.700 Costo total de la ruta

```

```

---- 2691 VARIABLE r.L Tiempo de atraso al atender la siguiente parada i
( ALL 0.000 )

```

## DEPARTAMENTO DE FACTURACIÓN

	a	b	c
s .09	1.000		
s .012		1.000	
s .011			1.000
i1 .04	1.000		
i2 .11	1.000		
i3 .12	1.000		
i4 .13	1.000		
i5 .14	1.000		
i6 .15	1.000		
o1 .08	1.000		
o2 .01	1.000		
o3 .05	1.000		
o4 .03	1.000		
o5 .06	1.000		
o6 .07	1.000		
o7 .02	1.000		
o8 .010	1.000		
o9 .16	1.000		
o10.r	1.000		
i15.u8		1.000	
o12.o13		1.000	
o13.u1		1.000	
o17.u5		1.000	
u1 .u2		1.000	
u2 .o17		1.000	
u5 .u6		1.000	
u6 .i15		1.000	
u7 .u9		1.000	
u8 .u7		1.000	
u9 .r		1.000	
i7 .18			1.000
i8 .i11			1.000
i9 .17			1.000
i10.i9			1.000
i11.i12			1.000
i12.i13			1.000
i13.i14			1.000
i14.i16			1.000
i16.u10			1.000
o11.o16			1.000
o15.u3			1.000
o16.o15			1.000
u3 .i10			1.000
u10.r			1.000

---- 1652 VARIABLE t.L Tiempo en el que se recoge a los clientes en cada parada

i1 47.050,	i2 38.230,	i3 31.580,	i4 27.360,	i5 18.320
i6 14.390,	o1 81.390,	o2 77.360,	o3 61.030,	o4 56.540
o5 64.380,	o6 67.910,	o7 72.080,	o8 84.520,	o9 0.580
o10 88.360,	i15 40.590,	o12 0.520,	o13 3.260,	o17 24.400
u1 10.570,	u2 17.670,	u5 31.500,	u6 36.440,	u7 50.780
u8 45.060,	u9 55.550,	17 40.200,	18 43.840,	19 36.530
i10 33.610,	i11 49.250,	i12 55.880,	i13 62.000,	i14 73.090
i16 79.500,	o11 3.770,	o15 19.740,	o16 16.170,	u3 25.780
u10 88.950				

---- 1652 VARIABLE z.L = 74.210 Costo total de la ruta

---- 1652 VARIABLE r.L Tiempo de atraso al atender la siguiente parada

( ALL 0.000 )

## DEPARTAMENTO DE ADMINISTRACIÓN

	a	b	c	d
s .y3	1.000			
s .t8		1.000		
s .k1			1.000	
s .k3				1.000
y1 .y6	1.000			
y2 .y1	1.000			
y3 .y2	1.000			
y5 .y9	1.000			
y6 .y5	1.000			
y7 .y8	1.000			
y8 .y11	1.000			
y9 .y7	1.000			
y10.k2	1.000			
y11.y10	1.000			
k2 .r	1.000			
t1 .t3		1.000		
t2 .t1		1.000		
t3 .t4		1.000		
t4 .t5		1.000		
t5 .t6		1.000		
t6 .t7		1.000		
t7 .t9		1.000		
t8 .y4		1.000		
t9 .r		1.000		
y4 .t2		1.000		
k1 .k6			1.000	
q5 .q6			1.000	
q6 .q7			1.000	
q7 .q8			1.000	
q8 .q9			1.000	
q9 .q10			1.000	
q10.r			1.000	
k6 .q5			1.000	
t10.k7				1.000
k3 .k4				1.000
k4 .k5				1.000
k5 .q2				1.000
q1 .q3				1.000
q2 .q1				1.000
q3 .t10				1.000
q4 .r				1.000
k7 .q4				1.000

---- 1204 VARIABLE t.L Tiempo en el que se recoge a los clientes en cada parada

---- 1204 VARIABLE t.L Tiempo en el que se recoge a los clientes en cada parada

y1 15.000,	y2 12.000,	y3 8.000,	y5 25.000,	y6 22.000
y7 35.000,	y8 33.000,	y9 31.000,	y10 54.000,	y11 46.000
k2 84.000,	t1 20.080,	t2 14.540,	t3 25.000,	t4 31.640
t5 35.450,	t6 39.070,	t7 44.250,	t8 4.200,	t9 47.630
y4 10.270,	k1 6.170,	q5 24.720,	q6 28.200,	q7 31.220
q8 35.050,	q9 38.330,	q10 42.980,	k6 16.170,	t10 33.180
k3 8.350,	k4 11.240,	k5 14.010,	q1 21.470,	q2 18.210
q3 28.610,	q4 70.460,	k7 42.910		

---- 1204 VARIABLE z.L = 75.730 Costo total de la ruta

---- 1204 VARIABLE r.L Tiempo de atraso al atender la siguiente parada

q2 18.210

# APÉNDICE D

## MODELO MATEMÁTICO EN GAMS

### DEPARTAMENTO DE FACTURACIÓN

SETS

paraderos(i) PARADEROS

/y1,y2,y3,y5,y6,y7,y8,y9,y10,y11,k2,t1,t2,t3,t4,t5,t6,t7,t8,t9,y4,k1,q5,q6,q7,q8,q9,q10,k6,t10,k3,k4,k5,q1,q2,q3,q4,k7/

SETS

nodo\_sal(i) NODO DE INICIO /s/

nodo\_lleg(i) NODO DE LLEGADA /r/;

SETS

k depositos/a,b,c,d/

SETS

arcos(i,j,k)

todos/s.y1.a,s.y2.a,s.y3.a,s.y5.a,s.y6.a,s.y7.a,s.y8.a,s.y9.a,s.y10.a,s.y11.a,s.k2.a,

y1.y2.a,y1.y3.a,y1.y5.a,y1.y6.a,y1.y7.a,y1.y8.a,y1.y9.a,y1.y10.a,y1.y11.a,y1.k2.a,  
y2.y1.a,y2.y3.a,y2.y5.a,y2.y6.a,y2.y7.a,y2.y8.a,y2.y9.a,y2.y10.a,y2.y11.a,y2.k2.a,  
y3.y1.a,y3.y2.a,y3.y5.a,y3.y6.a,y3.y7.a,y3.y8.a,y3.y9.a,y3.y10.a,y3.y11.a,y3.k2.a,  
y5.y1.a,y5.y2.a,y5.y3.a,y5.y6.a,y5.y7.a,y5.y8.a,y5.y9.a,y5.y10.a,y5.y11.a,y5.k2.a,  
y6.y1.a,y6.y2.a,y6.y3.a,y6.y5.a,y6.y7.a,y6.y8.a,y6.y9.a,y6.y10.a,y6.y11.a,y6.k2.a,  
y7.y1.a,y7.y2.a,y7.y3.a,y7.y5.a,y7.y6.a,y7.y8.a,y7.y9.a,y7.y10.a,y7.y11.a,y7.k2.a,

arcoconexion(i,j,k) conexion/

y1.y2.a,y1.y3.a,y1.y5.a,y1.y6.a,y1.y7.a,y1.y8.a,y1.y9.a,y1.y10.a,y1.y11.a,y1.k2.a,  
y2.y1.a,y2.y3.a,y2.y5.a,y2.y6.a,y2.y7.a,y2.y8.a,y2.y9.a,y2.y10.a,y2.y11.a,y2.k2.a,  
y3.y1.a,y3.y2.a,y3.y5.a,y3.y6.a,y3.y7.a,y3.y8.a,y3.y9.a,y3.y10.a,y3.y11.a,y3.k2.a,  
y5.y1.a,y5.y2.a,y5.y3.a,y5.y6.a,y5.y7.a,y5.y8.a,y5.y9.a,y5.y10.a,y5.y11.a,y5.k2.a,  
y6.y1.a,y6.y2.a,y6.y3.a,y6.y5.a,y6.y7.a,y6.y8.a,y6.y9.a,y6.y10.a,y6.y11.a,y6.k2.a,  
y7.y1.a,y7.y2.a,y7.y3.a,y7.y5.a,y7.y6.a,y7.y8.a,y7.y9.a,y7.y10.a,y7.y11.a,y7.k2.a,  
y8.y1.a,y8.y2.a,y8.y3.a,y8.y5.a,y8.y6.a,y8.y7.a,y8.y9.a,y8.y10.a,y8.y11.a,y8.k2.a,  
y9.y1.a,y9.y2.a,y9.y3.a,y9.y5.a,y9.y6.a,y9.y7.a,y9.y8.a,y9.y10.a,y9.y11.a,y9.k2.a

parameters

costos(i,j,k) costos por viajes vacios

/

s.y1.a	2.16
s.y2.a	2.13
s.y3.a	2.08
s.y5.a	1.24
s.y6.a	1.45
s.y7.a	1.89
s.y8.a	2.25
s.y9.a	1.42

s.y10.a 2.66  
 s.y11.a 3.73  
 s.k2.a 5.13  
 y1.y2.a 0.18  
 y1.y3.a 0.64  
 y1.y5.a 1.37  
 Capacidad(i) Número de personas ubicadas en los paraderos  
 /  
 y1 2  
 y2 3  
 y3 1  
 y5 1  
 y6 2  
 y7 1  
 y8 1  
 y9 2  
 y10 2  
 y11 1  
 Penalizacion(i) Multa porno cumplir con  
 /  
 y1 0.39  
 y2 0.39  
 y3 0.39  
 k2 0.43  
 y5 0.39  
 y6 0.39  
 y7 0.39  
 y8 0.39  
 y9 0.39  
 y10 0.39  
 y11 0.39  
 tiempo\_serv(i) Tiempo que transcurre el bus en el paradero  
 /  
 y1 2  
 y2 2  
 y3 2  
 k2 2  
 y5 2  
 y6 2  
 y7 2  
 y8 2  
 y9 2  
 y10 2  
 y11 2  
 tiempos(i,j,k)  
 /  
 s.y1.a 8  
 s.y2.a 8  
 s.y3.a 8  
 s.y5.a 5  
 s.y6.a 6  
 s.y7.a 7  
 s.y8.a 9

```

s.y9.a      5
s.y10.a     10
s.y11.a     14
s.k2.a      20
liminf(i)
/
y1         8
y2         8
y3         8
y5         5
y6         6
y7         7
y8         9
y9         5
y10        10
y11        14
limsup(i)
/
y1         80
y2         80
y3         80
k2         80
y5         80
y6         80
y7         80
y8         80
y9         80
y10        80
y11        80
Capacidad_Veh(k)
/a         17
b          17
c          17
d          17

/

Costo_fijo(k)
/a         0.52
b          0.52
c          0.52
d          0.52
/

```

variables

z Costo total de la ruta

$x(i,j,k)$  Binaria (si la ruta pasa del nodo  $i$  al nodo  $j$  en el bus  $k$ )

Positive variable

$r(i)$  Tiempo de atraso al atender la siguiente parada  $i$

$t(i)$  Tiempo en el que se recoge a los clientes en cada parada  $i$ ;

Binary Variable  $x$ ;

equation

obj funcion objetivo

res1 todos los paraderos deben ser visitados una sola vez

res2 cada ruta debe ser realizada por un solo vehiculo k

res3 cada uno de los vehiculos k parte solo del deposito s al iniciar la ruta

res4 la suma total de las personas ubicadas en los paraderos visitados por el vehiculo k no debe superar su capacidad

res5 la ventana de tiempo superior mas el tiempo de atraso debe exceder al tiempo en el que se recoge al cliente en el paradero i

res6 la ventana de tiempo inferior debe ser menor o igual al tiempo en el que el vehiculo pasa por el paradero i

res7 asegura que el tiempo de visita a las paradas esten de acuerdo con los arcos seleccionados (continuidad del tiempo)

res8 cada vehiculo k llega una sola vez al destino r;

obj..  $z=e=\sum((i,j,k)\$(arcos(i,j,k)),costos(i,j,k)*x(i,j,k));$

res1(paraderos)..  $\sum((i,k)\$(arcos(i,paraderos,k)),x(i,paraderos,k))=e=1;$

res2(paraderos,k)..  $\sum(i\$(arcos(i,paraderos,k)),x(i,paraderos,k))=e=$

$\sum(i\$(arcos(paraderos,i,k)),x(paraderos,i,k));$

res3(k)..  $\sum(paraderos\$(arcos('s',paraderos,k)),x('s',paraderos,k))=e=1;$

res4(k)..  $\sum((i,j)\$(arcos(i,j,k)),x(i,j,k)*Capacidad(i))\leq Capacidad\_Veh(k);$

res5(paraderos)..  $t(paraderos)=l\leq \text{limsup}(paraderos);$

res6(paraderos)..  $t(paraderos)=g\leq \text{liminf}(paraderos);$

res7(paraderos,j,k)\\$(arcoconexion(paraderos,j,k))..  $t(paraderos)+tiempos(paraderos,j,k)-$

$t(j)+tiempo\_serv(paraderos)\leq (1-x(paraderos,j,k))*100000;$

res8(k)..  $\sum(paraderos\$(arcos(paraderos,'r',k)),x(paraderos,'r',k))\leq 1;$

MODEL CVRPTW /all/;

SOLVE CVRPTW USING MIP MINIMIZING Z;

DISPLAY X,L,T,L,Z,L;

FILE SOLUCION /D:\MODELO MATEMATICO.TXT/;

PUT SOLUCION;

PUT "TESIS SOBRE LA PROGRAMACION MATEMATICA PARA TRANSPORTE DE PERSONAL"//;

PUT "REALIZADO POR: LORENA LOOR Y PATRICIA SANCHEZ"//;

PUT "FECHA:" PUT SYSTEM.DATE//

PUT "HORA:" PUT SYSTEM.TIME//;

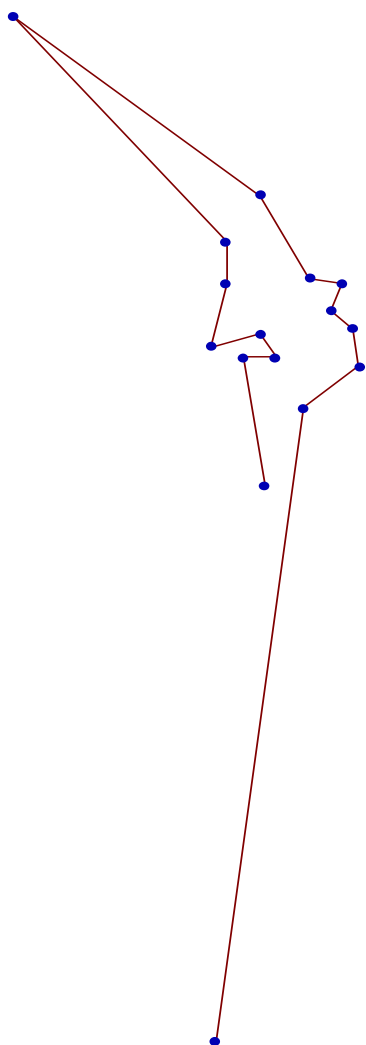
PUT "EL COSTO TOTAL DE LAS RUTAS ES DE [\\$]:" Z.L:10 //;



# APÉNDICE E

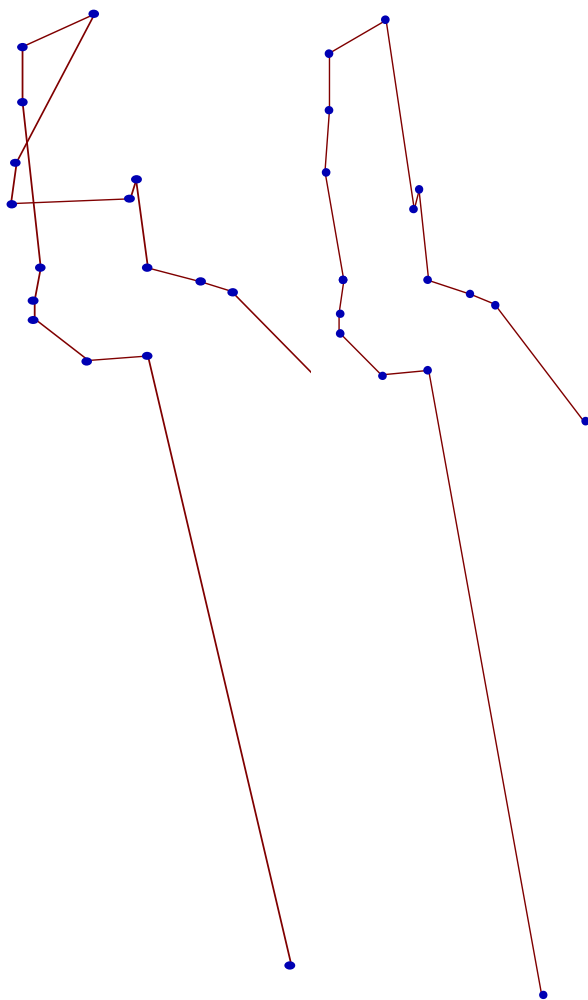
## ILUSTRACIÓN DE LA NUEVA PROPUESTA DE RUTAS POR DEPARTAMENTO OPERACIONES

RUTA 1



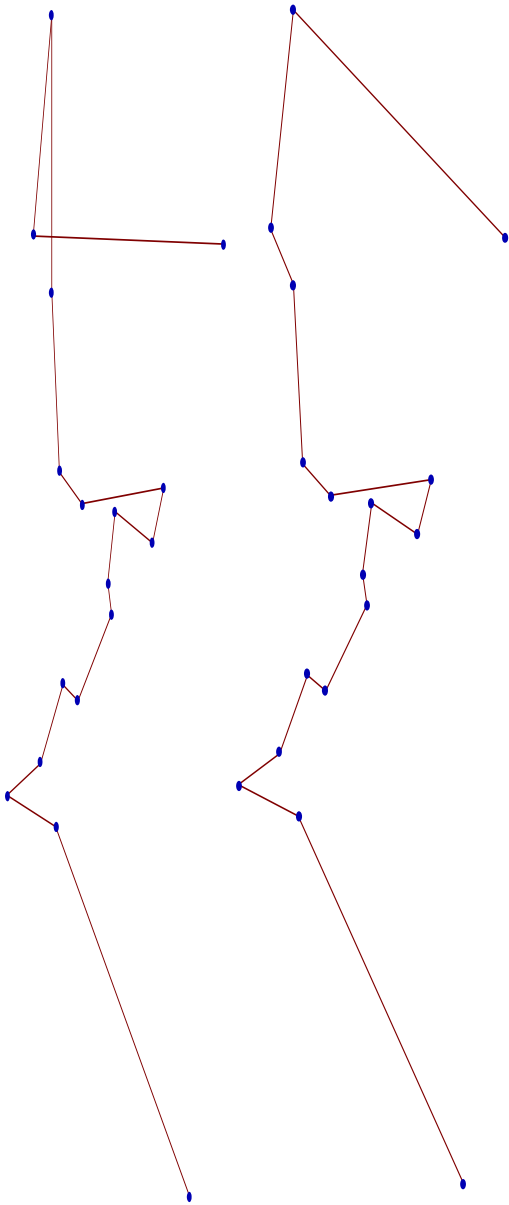
RUTA 2

Con cruce Sin cruce



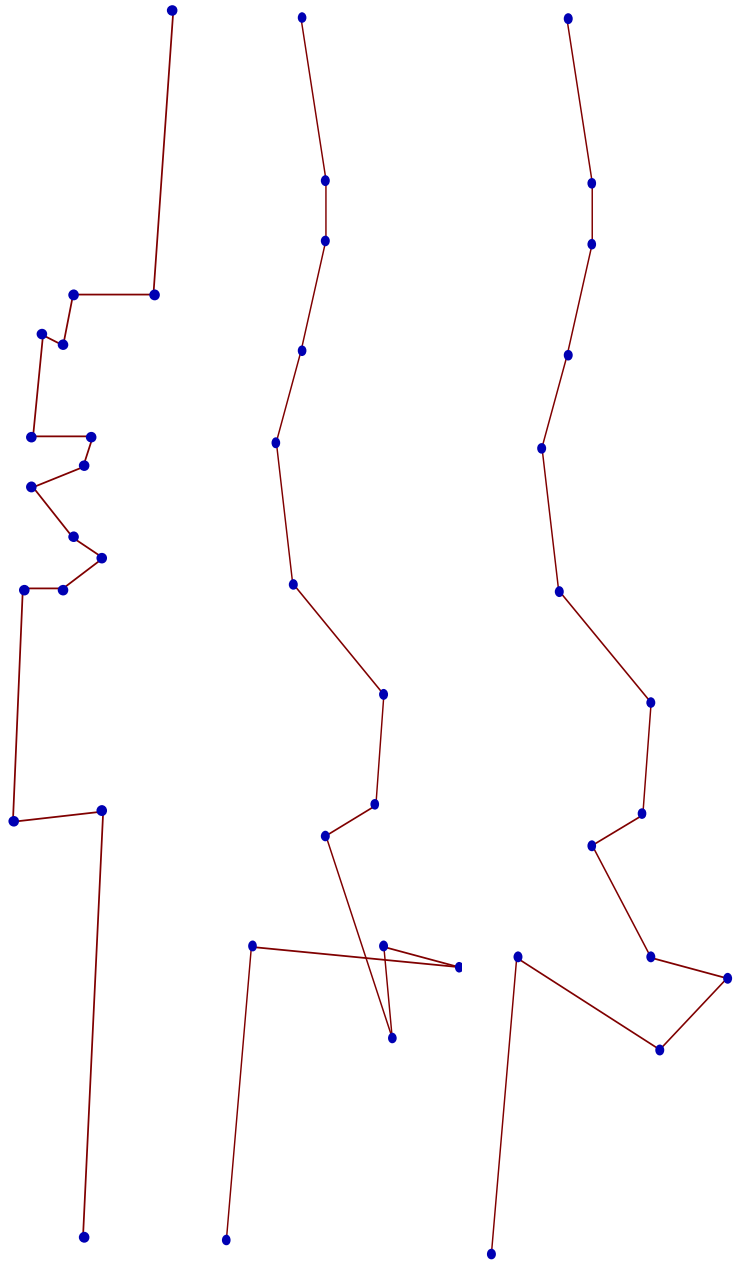
**RUTA 3**

**Con cruce Sin cruce**



**RUTA 4**

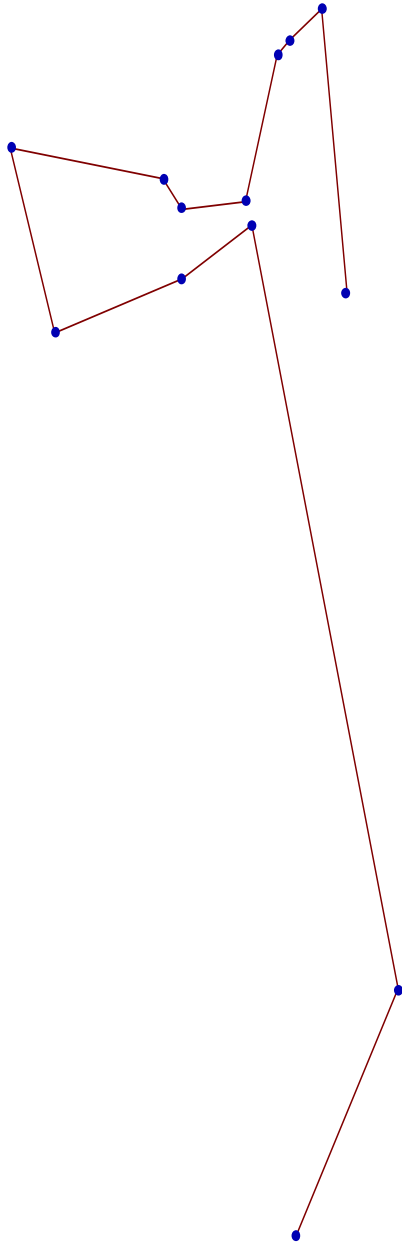
**RUTA 5**  
**Con cruce Sin cruce**



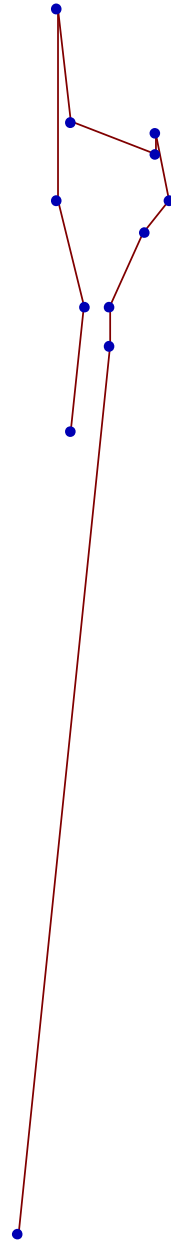


# ADMINISTRACIÓN

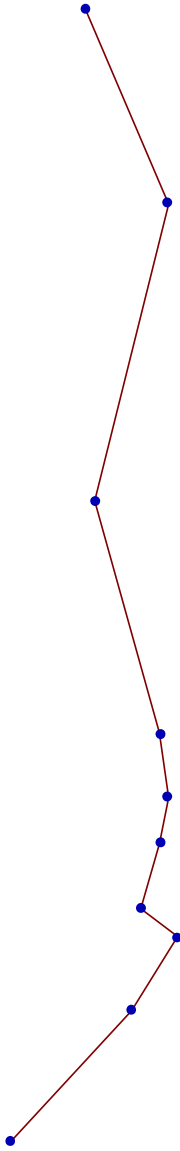
RUTA 12



RUTA 13

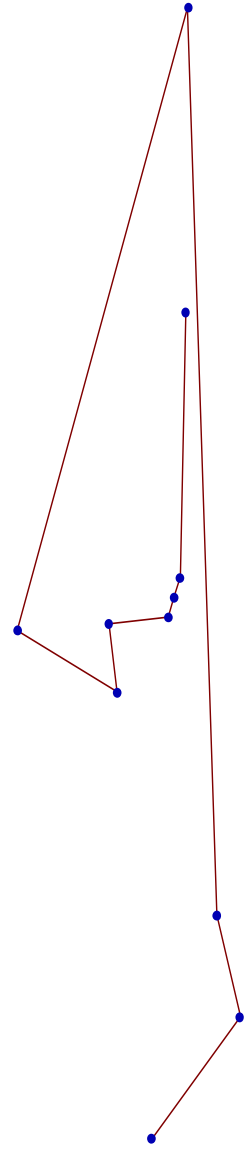
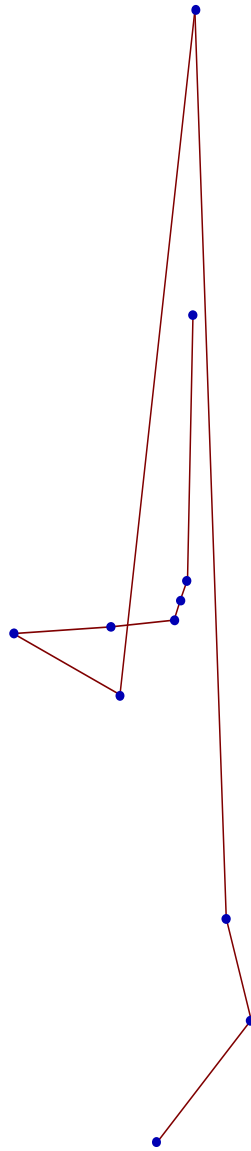


**RUTA 14**



**RUTA 15**

**Con cruce Sin cruce**



## APÉNDICE F

### TABLA DE COORDENADAS DE FACTURACIÓN Y ADMINISTRACIÓN

#### RUTAS DE FACTURACIÓN

RUTA 7		
i1	618,63684	9766,63472
i2	618,54042	9763,32167
i3	619,02224	9761,47666
i4	619,3081	9760,65302
i5	618,8312	9757,60857
i6	619,60121	9757,41156
i7	620,69239	9757,1376
i8	620,48167	9756,52654
i9	620,8275	9756,43709
i10	620,73129	9756,07482
i11	619,19683	9756,10588
i12	618,14027	9754,84868
i13	617,80381	9753,125
i14	621,68917	9752,46357
i15	622,82422	9751,39219
i16	622,824	9751,392
RUTA 8		
o1	622,66452	9763,24284
o2	622,84315	9764,07803
o3	622,30956	9765,49958
o4	622,29074	9766,7234
o5	621,71682	9765,41801
o6	621,60583	9764,7619
o7	621,52201	9763,75839
o8	622,85998	9762,87144
o9	622,681	9760,23713
o10	623,11806	9762,2115

<b>o11</b>	623,12506	9761,54133
<b>o12</b>	622,55094	9760,13608
<b>o13</b>	622,40331	9759,91331
<b>o14</b>	622,74625	9758,78886
<b>o15</b>	622,27374	9756,72276
<b>o16</b>	622,90198	9756,56354
<b>o17</b>	622,35601	9754,74105
<b>o18</b>	622,29888	9753,94837
<b>o19</b>	622,54642	9753,56043
<b>o20</b>	622,824	9751,392
<b>RUTA 9</b>		
<b>u1</b>	623,57766	9758,43271
<b>u2</b>	622,90509	9756,55757
<b>u3</b>	622,33512	9754,76472
<b>u4</b>	622,35601	9754,74105
<b>u5</b>	623,46288	9753,29662
<b>u6</b>	623,34779	9751,94367
<b>u7</b>	624,64789	9750,11946
<b>u8</b>	623,83466	9751,16776
<b>u9</b>	623,4634	9750,3185
<b>u10</b>	621,8032	9748,68752
<b>o11</b>	623,12506	9761,54133
<b>o12</b>	622,55094	9760,13608

## RUTAS DE ADMINISTRACIÓN

RUTA 12		
y1	621,42575	9763,42706
y2	621,62609	9763,5758
y3	622,11709	9763,96763
y4	622,28405	9763,84177
y5	620,9868	9761,22283
y6	620,87789	9761,50382
y7	619,91546	9761,39284
y8	619,6352	9761,80435
y9	619,9144	9760,48056
y10	617,85218	9759,80933
y11	617,22846	9762,24618
RUTA 13		
t1	622,29035	9766,7228
t2	622,30028	9764,96263
t3	623,78848	9764,7618
t4	623,76336	9764,46852
t5	623,95714	9763,75952
t6	623,62981	9763,27863
t7	623,10584	9762,20721
t8	622,67945	9762,20187
t9	623,06447	9761,5657
t10	622,33268	9754,76473
RUTA 14		
k1	623,40044	9758,16227
k2	623,30572	9751,29251
k3	622,175	9756,428
k4	622,071	9756,085
k5	621,97463	9755,79439
k6	622,57706	9754,9865
k7	622,824	9751,392
RUTA 15		
q1	619,43896	9755,59628



<b>q2</b>	620,96174	9755,7049
<b>q3</b>	621,11123	9754,7009
<b>q4</b>	623,20372	9749,94295
<b>q5</b>	623,3189	9752,45331
<b>q6</b>	623,3552	9751,75129
<b>q7</b>	623,305	9751,292
<b>q8</b>	623,10199	9750,57871
<b>q9</b>	623,47902	9750,31728
<b>q10</b>	622,958	9749,515
<b>q11</b>	622,824	9751,392

## APÉNDICE G

### RUTAS DESPUÉS DE APLICAR EL MÉTODO DE BARRIDO

#### DEPARTAMENTO DE FACTURACIÓN

Ruta 7	Nomenclatura	Capacidad	Acumulado	Angulo
Vía daule (fuerte huancavilca)	i1	1	1	355,27
Vía daule (prosperina)	i2	2	3	346,98
Vía daule (super éxito)	i3	1	4	346,51
Tunel san eduardo	i4	1	5	339,66
Puente patria	i5	1	6	339,5
Gómez Rendón y la 29	i6	1	7	328,3
Frente a la española	o1	1	8	211,37
Cnt guayacanes	o2	1	9	194,34
Terpel guayacanes (av. Isidro ayora)	o3	1	10	192,09
Mobil de samanes	o4	1	11	188,74
Garita cdla el alcance	o5	1	12	188,37
Riocentro norte – hypermarket	o6	1	13	186,48
Banco bolivariano, av. Fco. Orellana	o7	1	14	186,06
Supermaxi	o8	1	15	182,49
Terpel Garzota (cerca mall del sol)	o9	1	16	181,25
Hilton Colón	o10	1	17	179,66

Ruta 8	Nomenclatura	Capacidad	Acumulado	Angulo
Registro civil	<i>i15</i>	2	2	179,03
Universidad estatal	<i>o12</i>	1	3	178,79
Tungurahua y Gómez Rendón	<i>o13</i>	1	4	177,7
Mall de sur	<i>o17</i>	1	5	176,73
Machala y Manuel Galecio	<i>u1</i>	3	8	176,31
Colegio Guayaquil	<i>u2</i>	1	9	175,13
Domingo Comín (caraguay)	<i>u5</i>	2	11	162,84
Domingo Comín (pradera)	<i>u6</i>	1	12	158,27
Domingo Comín (Guasmo central)	<i>u7</i>	1	13	158,15
Adolfo h Simons (floresta 2)	<i>u8</i>	2	15	153,71
Raúl clemente huerta y domingo Comín	<i>u9</i>	2	17	152,54

Ruta 9	Nomenclatura	Capacidad	Acumulado	Angulo
Gómez Rendón y la 17	<i>i7</i>	1	1	147,9
Venezuela y la 17	<i>i8</i>	1	2	144,09
Venezuela y la 11	<i>i9</i>	1	3	142,72
La 11 y 4 de noviembre	<i>i10</i>	1	4	137,04
Nicolás González y la 29	<i>i11</i>	1	5	128,07
Cementerio de batallón	<i>i12</i>	1	6	85,67
La q y salida a la perimetral	<i>i13</i>	1	7	72,6
Tía de la perimetral	<i>i14</i>	1	8	52,86
Edificio de la aduana	<i>i16</i>	1	9	31,18
CNT Guayacanes	<i>o11</i>	1	10	15,05
Antepara y Vicente Trujillo	<i>o15</i>	4	14	8,7
Las acacias	<i>o16</i>	1	15	7,69
Pancho segura y Antepara	<i>u3</i>	1	16	1,37
Base naval sur	<i>u10</i>	1	17	1,2

## DEPARTAMENTO DE ADMINISTRACIÓN

Ruta 12	Nomenclatura	Capacidad	Acumulado	Angulo
La rotonda	y1	2	2	19.12
La rotonda después dos cuadras	y2	3	5	14.12
Bris Sánchez	y3	1	6	12.14
R. Baquerizo plaza Quil	y5	1	7	60.58
El portón de Urdesa	y6	2	9	52,58
Las aguas	y7	1	10	66.95
Las aguas Facso	y8	1	11	63.34
Parada metrovía federación	y9	2	13	72.53
Mc Donal's ceibos	y10	2	15	96.75
Ceibos norte	y11	1	16	69.84
Cdla. Bellavista	k2	1	17	90.89

Ruta 13	Nomenclatura	Capacidad	Acumulado	Angulo
Mobil de los samanes	t1	2	2	2.55
Pai sauces vi	t2	1	3	3.8
El dorado	t3	1	4	11.74
Iglesia Mormos sauces iii	t4	2	6	20.47
Sauces II Frente a Denso	t5	2	8	22.20
Santa Isabel Garzota	t6	2	10	19.80
Mobil garzota distrito	t7	1	11	17.03
Fco. De Orellana tres cerritos	t8	3	14	5.66
Frente a Mall del Sol	t9	2	16	25.09
Rodolfo Baquerizo bco. Internacional	y4	1	17	

<b>Ruta 14</b>	<b>Nomenclatura</b>	<b>Capacidad</b>	<b>Acumulado</b>	<b>Angulo</b>
<b>José de Antepara y Quisquis</b>	<i>k1</i>	3	3	190.81
<b>Pradera (redondel)</b>	<i>q5</i>	2	5	185.81
<b>Pradera ( metrovia-D. Comín)</b>	<i>q6</i>	1	6	189.90
<b>7 lagos ( D. Comín)</b>	<i>q7</i>	2	8	185.02
<b>Floresta ( D. Comín)</b>	<i>q8</i>	2	10	188.13
<b>Av. Las Exclusas Y D. Comín</b>	<i>q9</i>	1	11	185.54
<b>Juan Péndola y Domingo Comín</b>	<i>q10</i>	2	13	182.46
<b>Trujillo y la 25 de julio</b>	<i>k6</i>	4	17	180.56

<b>Ruta 15</b>	<b>Nomenclatura</b>	<b>Capacidad</b>	<b>Acumulado</b>	<b>Angulo</b>
<b>José Antepara Fco.Segura y Oriente</b>	<i>t10</i>	1	1	178.46
<b>Tungurahua y Letamendi</b>	<i>k3</i>	1	2	175.07
<b>Tungurahua y Venezuela</b>	<i>k4</i>	3	5	174.26
<b>Bolivia y Tungurahua</b>	<i>k5</i>	2	7	173.28
<b>20 y Fco segura</b>	<i>q1</i>	2	9	147.19
<b>4 de noviembre y la 11</b>	<i>q2</i>	1	10	157.01
<b>Fco segura y guerrero Valenzuela</b>	<i>q3</i>	1	11	166.09
<b>Perimetral (por Tía)</b>	<i>q4</i>	2	13	174.24
<b>CAE</b>	<i>k7</i>	4	17	175.76

## APÉNDICE H

### ALGORITMO DE BARRIDO EN MATLAB

```

function patty=patty0(matriz)
%columna uno angulo
%columna dos distancia
%columna tres capacidad
tamanomatriz=size(matriz);
lista=tamanomatriz(1);
d=0;
deposito=[d d d];
%vehiculos capacidad
k=17;
matrizB(lista,3)=0;
vehiculos(1,lista)=0;
n=0;
w=max(matriz);
w=w(1);
n=0;
m=w;
q=0;
for i=1:lista
    m=w;
    for j=1:lista
        if(n<matriz(j,1) && matriz(j,1)<m)
            c=matriz(j,3);
            m=matriz(j,1);
            q=0;
        else
            if(matriz(j,1)==w)
                %matrizB(lista,3)=matriz(j,3)
                q=1;
                z=j;
            end
        end
    end
    matrizB(i,1)=m;
    matrizB(i,3)=c;
    n=m;
    if(q==1)
        matrizB(lista,3)=matriz(z,3);
    end
end
z=0; n=1; m=1; q=0;

```

```

matrizB
matrizB(lista+1,1)=0;
capttotal=18;
for i=1:lista+1
    if(z<capttotal)
        z=z+matrizB(i,3);
        vectorsuma(n,m)=z;
        vector(n,m)=matrizB(i,3);
        vectorlargo(i)=matrizB(i,3);
        m=m+1;
        q=q+1;
    if(z>=capttotal)
        z=matrizB(i,3);
        n=n+1;
        m=1;
    end
end
end
%vectorsuma
n=size(vectorsuma);
for i=1:n(1)
    for j=1:n(2)
        if(vectorsuma(i,j)>capttotal && j>1)
            vectorsuma(i,j)=0;
        end
        if(vectorsuma(i,j)>=capttotal && j==1)
            vectorsuma(i,j)=vectorlargo(i);
        end
    end
end
end
%vector
vectorsuma
%vectorlargo
numeroscarros=n(1)

```

**APÉNDICE I**

**RESULTADO DEL ALGORITMO DE BARRIDO EN**

**MATLAB-FACTURACIÓN**

matrizB =

4.7300	0	1.0000
13.0200	0	1.0000
13.4900	0	1.0000
20.3400	0	1.0000
20.5000	0	1.0000
31.7000	0	1.0000
148.6300	0	3.0000
165.6600	0	1.0000
167.9100	0	1.0000
171.2600	0	2.0000
171.6300	0	2.0000
173.5200	0	1.0000
173.9400	0	1.0000
177.5100	0	2.0000
178.7500	0	1.0000
180.3400	0	1.0000
180.9700	0	1.0000
181.2100	0	4.0000
182.3000	0	1.0000
183.2700	0	1.0000
183.6900	0	1.0000
184.8700	0	1.0000
197.1700	0	1.0000
201.7300	0	1.0000
201.8500	0	1.0000
206.2900	0	1.0000
207.4600	0	1.0000
212.1000	0	1.0000
215.9100	0	1.0000
217.2800	0	1.0000
222.9600	0	1.0000
231.9300	0	1.0000
274.3300	0	1.0000



287.4000	0	1.0000
307.1400	0	2.0000
328.8200	0	1.0000
344.9500	0	1.0000
351.3000	0	1.0000
352.3100	0	1.0000
358.6300	0	1.0000
358.8000	0	1.0000

vectorsuma =

1	2	3	4	5	6	9	10	11	13	15	16	17	0	0
3	4	5	9	10	11	12	13	14	15	16	17	0	0	0
2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	15	16	16

numeroscarros =

3

## GLOSARIO

- **Algoritmo:** conjunto prescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos que no generen dudas a quien deba realizar dicha actividad.
- **Arco:** es cualquier curva continua que une dos puntos.
- **Arista:** uniones entre nodos o vértices.
- **Complejidad:** cualidad de lo que está compuesto de diversos elementos. En términos generales, la complejidad tiende a ser utilizada para caracterizar algo con muchas partes que forman un conjunto intrincado.
- **Containers:** recipiente de carga para el transporte aéreo, marítimo o fluvial, transporte terrestre y transporte multimodal.
- **Continuidad:** aquella para la cual, intuitivamente, para puntos cercanos del dominio se producen pequeñas variaciones en los valores de la función.
- **Core-Activity:** actividad central que realiza una organización.
- **Depósito:** lugar en el cual se guarda alguna cosa o se mantiene
- **Enrutamiento:** función de buscar un camino entre todos los posibles en una red de paquetes cuyas topologías poseen una gran conectividad.
- **Grafo:** conjunto de objetos llamados vértices o nodos unidos por enlaces llamados aristas o arcos, que permiten representar relaciones binarias entre elementos de un conjunto.
- **Gams:** lenguaje de modelización, más que un programa para resolver problemas de optimización.
- **Heurísticas:** capacidad de un sistema para realizar de forma inmediata innovaciones positivas para sus fines.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ballou, Ronald H., (2004) "Logística: Administración de la cadena de suministro," Pearson Educación vol. 5, pp. 235-245.
- [2] Bodin, L., Golden, B., Assad, A. and Ball, M. (1983) "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews: The State of the Art," *Comput. Oper. Res.* vol. 10, pp. 62-212.
- [3] B. Kallehauge, "Formulations and exact algorithms for the vehicle routing problem with time windows" *Computers & Operations Research* Vol. 35 (2008) pp. 2307 – 2330
- [4] F. Li, B. Golden, E. Wasil: "Very large-scale vehicle routing: new test problems, algorithms, and results". *Computers & Operations Research*, 32 (5), pp. 1165-1179. 2005.
- [5] Garey, M.R. & D. Johnson (1979). "Computers and intractability: A guide to the theory of np-completeness". Freeman.
- [6] G. B. Dantzing and J. H. Ramser, "The Truck Dispatching Problem" *Management Science*, Vol. 6, No. 1 (Oct., 1959), pp. 80-91.
- [7] James tomala, Johnny Pincay, "Diseño de un Sistema de Soporte de decisiones para resolver el Problema de Ruteo en un servicio de Courier", Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil – Ecuador, 2010.
- [8] M. M. Solomon. "Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Time Windows". *Transportation Science*, 29(2), pp. 156-166. 1995.
- [9] M. L. Fisher, "Optimal Solution of Vehicle Routing Problems Using Minimum K trees", *Operations Research* 42, 626-642, 1994.
- [10] Nemhauser, G., Wolsey, L.: "Integer and Combinatorial Optimization". John Wiley & Sons (1988)

[11] Lenstra, J.K. & A. Rinnooy Kan (1981). "Complexity of vehicle routing and scheduling problems". *Networks*, 11, 221-227.

[12] Paolo Toth y Daniele Vigo, "The vehicle routing problem", Universidad de Bologna, Italia, 2002.

[13]Pedregal Pablo , Ricardo García, Enrique Castillo, Antonio J. Conejo y Natalia Alguacil (2002)" Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia." pp.1-574

[14] Starkweather. T., McDaniel S., Mathias K., Whitley D. and Whitley C. (1991) "A Comparison of Genetic Sequencing Operators". *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*. Morgan Kaufmann Pub

[15] Solomon, M.M. and Desrosiers, J: (1988) "Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems: A Survey". *Transportation Science* vol. 22 (1), pp. 1-11

[16] Zaimpekis, V., Minis, I., Mamassis, K., and Giaglis, G. M. (2007a). "Dynamic management of a delayed delivery vehicle in a city logistics environment ". In Zaimpekis, V., Tarantilis, C. D., Giaglis, G. M., and Minis, L., editors, *Dynamic Fleet Management* , volume 38 of *Operations Research/Computer Science Interfaces Series*, charper 9, pages 197-217. Springer US.

[17] [www.gams.com](http://www.gams.com)

[18] [www.neos-server.org](http://www.neos-server.org)