



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Instituto de Ciencias Matemáticas

Ingeniería en Logística y Transporte

“Diseño de una heurística para resolver el problema de corte bidimensional rectangular en una empresa metalúrgica”

INFORME DEL PROYECTO DE GRADUACIÓN (DENTRO DE UNA MATERIA DE LA MALLA)

Previo la obtención del título de:

Ingeniero en Logística y Transporte

Presentado por:

David Antonio De Santis Bermeo

Sthefany Carolina Vargas Cuesta

Guayaquil – Ecuador

2012

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primeramente a Dios, por haberme acompañado durante todo este camino universitario, ser aquel que me dio fuerzas, inteligencia y persistencia en los momentos que mas los necesitaba.

A mis padres, Carmen Y Juan, por haberme apoyado en todo momento, por haberme inculcado esos valores tan importantes que me permitieron salir adelante y haberme dado la oportunidad de estudiar.

A la Sra. Fátima Quintana, por habernos dado la apertura y facilidades para poder desarrollar nuestro proyecto en su empresa.

A mi compañera de proyecto por el gran equipo que hicimos, no solo durante la redacción de este proyecto, sino durante toda la etapa universitaria.

A mis profesores por haberme formado académicamente, en especial a nuestro tutor por habernos apoyado y corregido durante la redacción de este trabajo.

Termino citando la siguiente frase: “El merito de la elaboración de este proyecto es de Dios yo solo le puse esfuerzo y ganas”

David Antonio De Santis Bermeo

Al término de este tan arduo trabajo que significa para mí el logro de una de las metas planteadas y con la satisfacción que deja el trabajo cumplido, quiero agradecer primero a Dios por mi vida, mi familia y mis amigos.

A mi padre José Vargas y a mi tía Bremilda Vargas, gracias por el apoyo, la motivación, la confianza depositada en mí, a mi abuelita por ser mi aliada, mi ejemplo, por su infinito amor que me ha ayudado a sobrellevar el dolor de la ausencia de mi madre, a mis hermanos a quienes jamás encontraré la forma de agradecer el cariño y comprensión brindada en los momentos buenos y malos de mi vida.

A mi compañero de proyecto por llegar a ser el integrante que necesitaba para formar un verdadero equipo de trabajo a lo largo de toda mi carrera.

A mi tutor por su exigencia y guía durante el desarrollo de este proyecto.

A todos los excelentes profesores de la ESPOL que compartieron desinteresadamente sus conocimientos y consejos conmigo a lo largo de estos cuatro años, en especial al Ing. Daniel Agreda por las oportunidades brindadas, por la paciencia, por no solo ayudarme en el desarrollo de aptitudes en la parte académica sino también en la parte laboral.

A mis amigos gracias porque todos estos años me he sentido como en casa a pesar de la distancia que me separa de ella.

Este logro no solo es mío, detrás de él están Dios y todas las personas que he mencionado y las que llevo en mi corazón, Infinitas gracias a todos.

Sthefany Carolina Vargas Cuesta

DEDICATORIAS

Dedico este trabajo, a Dios por ser tan bueno conmigo, por amarme tanto y por colmarme de bendiciones día tras día.

A la persona que más amo en este mundo, mi madre, por ser la persona más linda, tierna, correcta, alegre y amorosa que conozco.

A mi padre, la persona más justa y correcta que conozco, y una de las personas que más admiro.

Y a mis hermanos que aunque a veces peleamos y tenemos problemas, los quiero mucho, y sé que siempre están y estarán ahí para cuando más los necesite.

David Antonio De Santis Bermeo.

Quiero dedicar este trabajo a mi primer y verdadero amor, mi ángel de la guarda mi mami, porque tengo la certeza que desde el cielo continua protegiéndome y guiando por el camino correcto, porque ha sido mi mayor motivación de superación todos los días de mi vida, porque sé que estas disfrutando tanto como yo, este trabajo es para ti madre amada.

“Un día te veré, tan solo estas durmiendo yo lo sé... Un día te veré y nos mas despedidas esta vez“

Sthefany Carolina Vargas Cuesta

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

M.Sc. Guillermo Baquerizo

**DIRECTOR DEL PROYECTO
DE GRADUACIÓN
(Dentro de una materia de la malla)**

M.Sc. Xavier Cabezas

DELEGADO DEL ICM

DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad del contenido de esta Trabajo final de graduación de Grado, me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la Escuela Superior Politécnica del Litoral".

David Antonio De Santis Bermeo

Sthefany Carolina Vargas Cuesta

ÍNDICE GENERAL

Capítulo1.....	10
1. Planteamiento del problema.....	10
1.1 Situación actual del negocio	10
1.1.1 Procesos para la elaboración de la obra “Fabricación de recipientes”	12
1.2 Problemática.....	14
1.2.1 Porcentajes de desperdicios y de reutilización.....	14
1.2.2 Costo de la materia prima	15
1.3 Hipótesis.....	16
1.4 Objetivo General.....	16
1.5 Objetivos Específicos.....	16
Capítulo 2	17
2. Marco teórico.....	17
2.1 Introducción	17
2.2 Descripción de los problemas de corte y empaquetamiento.....	18
2.3 Clasificación de los problemas de C&P	18
2.4 Problemas de empaquetado rectangular	24
2.4.1 Problema de strip packing.....	25
2.4.2 Problema de minimización de área..	25
2.4.3 Problema de bin packing en dos dimensiones..	26
2.4.4 Problema de la mochila en dos dimensiones.	26
2.4.5 Problema de cutting stock en dos dimensiones..	27
2.4.6 Pallet loading.....	27
2.5 Estado del arte.....	27

Capítulo 3	30
3. Metodología.....	30
3.1 Introducción	30
3.2 Etapa I: Elaboración de la lista de piezas requeridas	31
3.2.1 Piezas requeridas para el recipiente tipo A	32
3.2.2 Piezas requeridas para el recipiente tipo B	34
3.2.3 Piezas requeridas para el recipiente tipo C	38
3.3 Cotas del problema.....	42
3.4 Etapa II: Diseño de la heurística inicial	43
3.4.1 Introducción al algoritmo Greedy	44
3.4.2 Explicación del algoritmo Greedy	46
3.5 Etapa III: Diseño del algoritmo de mejora	48
3.5.1 Introducción al algoritmo de mejora	48
3.5.2 Algoritmo de mejora	50
3.5.3 Identificación de las áreas desperdiciadas, en todas las planchas existentes inicialmente	50
3.5.4 Unión de áreas desperdiciadas que sean contiguas en su ubicación	55
3.5.5 Selección del área a llenar en forma aleatoria	58
3.5.6 Selección de la pieza	59
3.5.7 Llenado del área.....	62
3.5.8 Ubicación de las áreas	62
3.5.9 Selección única de la plancha	63
3.5.10 Unión de todos los pasos descritos anteriormente.....	63
3.5.11 Funciones de Complemento	65
Capítulo 4	68
4. Introducción.....	68
4.1 Presentación de resultados	68

4.1.1	Heurística Inicial	69
4.1.2	Algoritmo de mejora	81
4.2	Análisis de resultados	97
4.2.1	Porcentajes de Desperdicios Algoritmo de Mejora.....	98
4.2.2	Gap	102
4.2.3	Comparaciones Finales y cuantificación del ahorro	103
Capitulo 5	105
5.1	Conclusiones	105
5.2	Recomendaciones	106
Bibliografía	108

ABREVIATURAS EN ESPAÑOL

RC: Recosido Simulado

AG: Algoritmo Genético

AB: Árbol Binario

ABREVIATURAS EN INGLÉS

CPP: Cutting and Packing Problem

CP: Cutting Problem

TB: Tabu Search

GRASP: Greedy Randomized Adaptive Search Procedure

AAO: And and Or

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1. Tipos de recipientes a elaborar	11
Figura 2-1. Ejemplos de patrones con piezas irregulares	21
Figura 2-2. Ejemplos de patrones con cortes no ortogonales	23
Figura 2-3. Ejemplos de patrones con cortes ortogonales: (a) corte no guillotina; (b) corte guillotina; (c) corte guillotina en niveles	23
Figura 3-1. Diseño de la metodología	31
Figura 3-2. Recipiente tipo A	31
Figura 3-3. Recipiente tipo C	32
Figura 3-4. Recipiente tipo B	32
Figura 3-5. Piezas del recipiente tipo A	33
Figura 3-6. Piezas del recipiente tipo B	35
Figura 3-7. Lados: izquierdo y derecho de recipiente tipo B	37
Figura 3-8. Calculo del ancho del lado posterior del recipiente tipo B	37
Figura 3-9. Piezas del recipiente tipo C	39
Figura 3-10. Lados izquierdo y derecho de recipiente tipo C	40
Figura 3-11. Calculo del ancho del lado posterior del recipiente tipo C	41
Figura 3-12. Cota inferior redondeada del problema de corte [16].....	43
Figura 3-13. Cota inferior del problema de corte.....	43
Figura 3-14. Cota Superior del problema de corte	43

Figura 3-15. Creación de vectores Af y Lf.....	44
Figura 3-16. Algoritmo Greedy.....	45
Figura 3-17. Ejemplificación de la heurística Inicial	47
Figura 3-18. Función Objetivo, corte guillotinado por nivel	47
Figura 3-19. Recosido Simulado.....	49
Figura 3-21. Condición para determinar desperdicio tipo L	52
Figura 3-20. Ubicación de una pieza en una plancha	51
Figura 3-22. Grafico desperdicio tipo L.....	52
Figura 3-23. Condición para determinar desperdicio tipo A	53
Figura 3-24. Grafico Desperdicio tipo L	55
Figura 3-25. Condición para determinar si existe contigüidad de áreas a lo ancho	56
Figura 3-26. Grafico explicativo contigüidad de áreas a lo ancho.....	56
Figura 3-27. Condición para determinar si existe contigüidad de áreas a lo largo.	57
Figura 3-28. Grafico donde se aprecia la no contigüidad de áreas a lo largo	58
Figura 3-29. Función Áreas	58
Figura 3-30. Función DistEmpirica.....	59
Figura 3-31. Fórmula para colocar si debe existir rotación de figuras.....	60
Figura 3-32. Función Selección	61
Figura 3-33. Heurística final Algoritmo de Mejora	64
Figura 3-34. Ejemplo de reporte escrito de la solución	65

Figura 3-35. Ejemplo de representación de grafica de una plancha	66
Figura 3-36. Ejemplo reporte de material desperdiciado por plancha.....	67
Figura 3-37. Heurística Inicial vs Algoritmo de Mejora.....	67
Figura 4-1. Dimensiones de las planchas a utilizar	68
Figura 4-2. Diseños de corte: plancha 1 - plancha 8 “Heurística Inicial”	70
Figura 4-3. Diseños de corte: plancha 8 - plancha 16 “Heurística Inicial”	71
Figura 4-4. Diseños de corte: plancha 17 - plancha 24 “Heurística Inicial”	72
Figura 4-5. Diseños de corte: plancha 25 - plancha 32 “Heurística Inicial”	73
Figura 4-6. Diseños de corte: plancha 33 - plancha 37 “Heurística Inicial”	74
Figura 4-7. Diseños de corte: plancha 1 - plancha 8 “Algoritmo de mejora”	81
Figura 4-8. Diseños de corte: plancha 9 - plancha 16 “Algoritmo de mejora”	83
Figura 4-9. Diseños de corte: plancha 17 - plancha 24 “Algoritmo de mejora”	84
Figura 4-10. Diseños de corte: plancha 25 - plancha 28 “Algoritmo de mejora”	85
Figura 4-13. Histograma "Algoritmo de mejora"	100
Figura 4-14. Ojiva "Algoritmo de mejora"	100

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-1. Servicios que ofrece la empresa.....	10
Tabla 1-2. Resumen de los costos de desperdicio	15
Tabla 3- 1. Dimensiones y cantidades de piezas tipo A.....	33
Tabla 3- 2. Dimensiones y cantidades de piezas tipo B.....	36
Tabla 3- 3. Dimensiones y cantidades de piezas tipo C	39
Tabla 3- 4. Matriz de dimensiones y cantidades demandadas	42
Tabla 4-1. Colores asociados a los tipos de piezas	69
Tabla 4-2. Patrones de corte “Heurística Inicial”	78
Tabla 4-3. Matriz de cortes “Heurística Inicial”	80
Tabla 4-4. Patrones de corte “Algoritmo de mejora”	94
Tabla 4-5. Matriz de cortes “Algoritmo de mejora”	96
Tabla 4- 6. Relación de desperdicios vs #planchas	97
Tabla 4-10. Porcentaje de desperdicios "Algoritmo de mejora"	98
Tabla 4-11. Estadística descriptiva "Algoritmo de mejora"	99
Tabla 4-12. Histograma "Algoritmo de mejora"	99
Tabla 4-17. Resultados finales.....	103

RESUMEN

El presente trabajo se enfoca en el desarrollo de una heurística que dará como resultado un plan de corte, para piezas estrictamente rectangulares, sobre planchas también rectangulares de una única dimensión, que tendrá como objetivo minimizar el número de planchas utilizadas de tal manera que se satisfaga la demanda por cada tipo de piezas

La heurística consistirá de 2 fases, en la primera fase se obtendrá una solución inicial, y en la segunda fase se mejorará la solución obtenida en la primera a través de un algoritmo que buscará la utilización de áreas desperdiciadas.

Esta heurística será aplicada en una simulación para un proyecto real en una empresa metalúrgica existente en la ciudad de Guayaquil.

El proyecto de esta empresa consiste en la fabricación de 3 tipos de recipientes de metal, que se utilizarán para el almacenamiento de algún material, a los cuales se denominarán A, B y C.

Finalmente se analizarán los resultados obtenidos, se cuantificará el ahorro en relación a la forma tradicional en que se desarrolla esta actividad en la empresa, se determinarán los aspectos positivos de la heurística y se señalará cuáles serán los aspectos a tomar de ésta heurística en futuras investigaciones para distintas aplicaciones.

Desde el punto de vista teórico se ahondará en el problema de corte y empaquetamiento (*C&P*), específicamente en el problema de cutting stock en dos dimensiones, intentando realizar un pequeño aporte a este campo del conocimiento.

CAPÍTULO 1

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Situación actual del negocio

La empresa para la cual se realizará este estudio se la denominará “Metal S.A.”, esta es una empresa en el área metalúrgica, dedicada a la elaboración de obras metálicas, con la siguiente descripción de servicios. Véase la tabla 1.1

Servicios que ofrece la empresa	Fabricación y Montaje	Equipos industriales y agropecuarios
		Estructuras metálicas industriales
		Estructuras metálicas arquitectónicas
	Mantenimiento y Reparación	Maquinarias y equipos industriales
		Equipos industriales
	Servicios	Soldaduras con arcos sumergidos
		Soldadura con electrodo MIG y TIC
		Corte con pantógrafo, oxicorte
		Corte con cizalla
		Plegado, Rolado y Torno, Fresa, Prensa

Tabla 1. Servicios que ofrece la empresa

Entre sus clientes se encuentra una organización a la que se denominará “Cliente”, con la cual se ha emprendido una obra a la que se llamará “Fabricación de recipientes”, la misma que consiste en la elaboración de 350 recipientes recolectores, clasificados de la siguiente forma (véase la figura 1-1):

- 120 Tipo A: Cuerpo tridimensional forma de paralelepípedo.
- 130 Tipo B: Cuerpo tridimensional forma irregular.
- 100 Tipo C: Cuerpo tridimensional forma irregular.

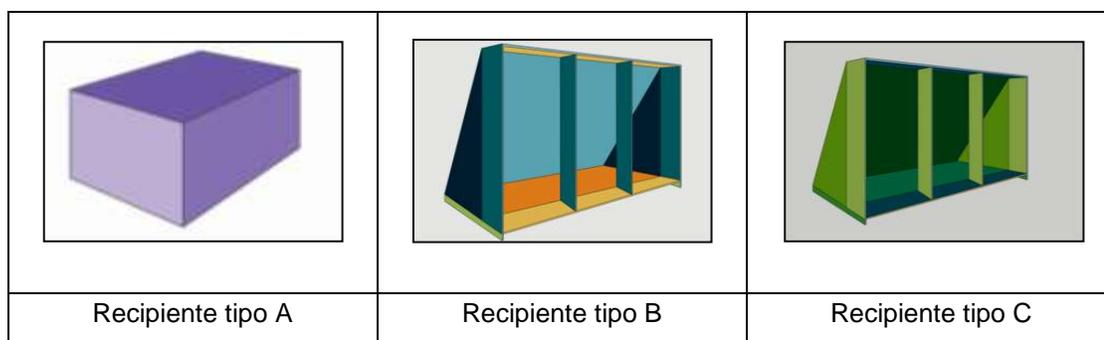


Figura 1-1. Tipos de recipientes a elaborar

Estos recipientes formarán parte de un sistema de transporte de materia prima para la posterior fabricación de hormigón armable. Su función es la recolección de materiales tales como, arena y piedra.

Para esto, el cliente ha solicitado los servicios de Metal S.A. para la elaboración de estos tres tipos de baldes, proporcionando los planos de los mismos.

Hay que recordar que el único material a utilizar serán planchas de metal de 6 ml de espesor (estipulado por el cliente), la selección del tipo de metal por temas de calidad se lo dejará al departamento de compras, el cual ya tiene su proveedor seleccionado, al mismo que se denominará “Proveedor de Metal”

4.1.1 Procesos para la elaboración de la obra “Fabricación de recipientes”

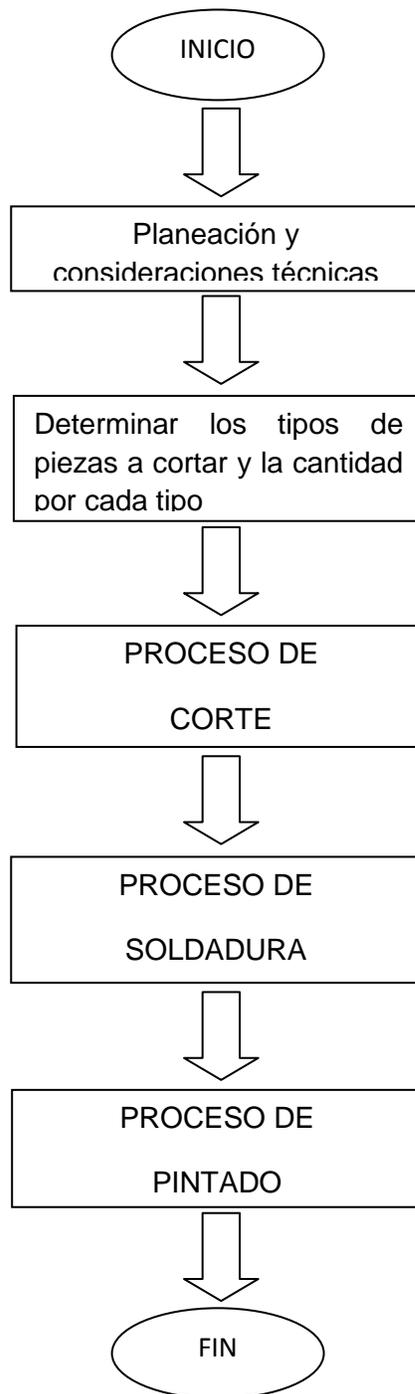
En la elaboración de los baldes se utilizarán las siguientes máquinas:

- **Cizalla:** Máquina de gran dimensión en la cual se realizan cortes guillotinos de diversas formas circulares, triangulares diagonales.
- **Pulidoras:** Máquina de mano, que se utiliza para cortes pequeños y precisos.

Estas máquinas serán instrumentos para realizar las siguientes actividades:

- **Corte:** Proceso a través del cual un objeto, entiéndase éste como papel, lámina o plancha metálica, se lo divide en dos o más partes, con una forma definida.
- **Soldadura:** Es la unión de dos o más piezas a través de un aditamento específico.
 - **Soldadura MIG:** Soldadura con alambre.
 - **Soldadura con Electrodo:** Soldar puntos específicos.
- **Pulir:** Proceso a través del cual, se le da forma a un objeto sea éste de madera, metal u otro. En talleres industriales, el proceso de pulido se lo realiza a través de las pulidoras.
- **Pintado:** Proceso final, dentro de la elaboración de alguna estructura o recipiente de metal. El color de la pintura varía dependiendo de las especificaciones del cliente

Visualizándolo en forma completa tendremos el siguiente esquema:



1.2 Problemática

La gerencia de Metal S.A. está analizando la posibilidad de reducir los costos en la adquisición de la materia prima, reduciendo el número de planchas utilizadas para realizar las obras. Para esto el departamento de Operaciones supone que la causa raíz del problema es que no existe una planificación al momento de hacer los cortes en las planchas de metal, ya que ésta se viene realizando en forma empírica por operarios que utilizan su intuición, basada en la experiencia, para realizar cortes, pero sin ningún tipo de planificación lógica y estructurada.

A continuación se describe el proceso actual de corte en Metal S.A.

4.1.2 Porcentajes de desperdicios y de reutilización

Actualmente en Metal S.A. el proceso de corte arroja un porcentaje de desperdicio de 25% en promedio por cada obra realizada. Véase tabla 1-2 Este material desperdiciado, pedazos de planchas de metal de diferentes formas, es reutilizado en otras obras que se estén dando en paralelo. El % de material reutilizado está en función del % de desperdicio cuando mayor es el % de desperdicio mayor será el % de reutilización, ya que los pedazos dejados se adaptaran de mejor manera a otros tipos de obras, mientras que cuando este % es menor los pedazos de metal servirán en menor porcentaje, inclusive llegando a ser inservibles. En promedio se estima que este % de reutilización es de 40%

A través de una minería de información en la base de datos de Metal S.A., se ha obtenido la información de las últimas 8 obras realizadas por ésta empresa, el número de planchas finales utilizadas por cada una de las obras, el costo total en adquisición de material (planchas), así como el costo real en la utilización, reutilización y el costo de desperdicio.

Resumen de costos de desperdicios						
No. Obras	Planchas Utilizadas	Precio Plancha Prom	Precio Total	Utilización	Reutilización	Desperdicio
				\$	\$	\$
1	34	\$ 500,00	\$ 17.000,00	\$ 12.750,00	\$ 1.700,00	\$ 2.550,00
2	42	\$ 500,00	\$ 21.000,00	\$ 15.750,00	\$ 2.100,00	\$ 5.250,00
3	21	\$ 500,00	\$ 10.500,00	\$ 7.875,00	\$ 1.050,00	\$ 2.625,00
4	38	\$ 500,00	\$ 19.000,00	\$ 14.250,00	\$ 1.900,00	\$ 4.750,00
5	5	\$ 500,00	\$ 2.500,00	\$ 1.875,00	\$ 250,00	\$ 625,00
6	12	\$ 500,00	\$ 6.000,00	\$ 4.500,00	\$ 600,00	\$ 1.500,00
7	22	\$ 500,00	\$ 11.000,00	\$ 8.250,00	\$ 1.100,00	\$ 2.750,00
8	39	\$ 500,00	\$ 19.500,00	\$ 14.625,00	\$ 1.950,00	\$ 4.875,00

Tabla 1-1. Resumen de los costos obras

4.1.3 Costo de la materia prima

Es importante decir que el precio por plancha está en función de las siguientes características:

- Proveedor
- Tipo de Metal
- Calidad del Metal
- Largo
- Ancho
- Espesor
- entre otros.

Para esta obra, las características de las planchas a utilizarse serán:

Tipo de Material: Acero

Largo: 600 cm

Ancho: 122 cm

Espesor: 0.6 cm

El precio de esta plancha es de \$ 521

1.3 Hipótesis

Demostrar que a través de una planificación, en la cual se utilizarán heurísticas para el problema de corte bidimensional rectangular, se puede obtener un ahorro en los costos de adquisición de materia prima, generando mayor utilidad para la empresa.

1.4 Objetivo General

Diseñar una heurística que permita desarrollar un plan de corte de planchas rectangulares de metal de tal forma que se genere la menor cantidad de área desperdiciada satisfaciendo a la vez los requerimientos necesarios para realizar la obra demandada.

1.5 Objetivos Específicos

- Resolver un problema de corte bidimensional rectangular, diseñando una heurística que permita tener una solución cercana al óptimo.
- Especificar los patrones de corte a seguir para una eventual implementación de los resultados obtenidos.
- Cuantificar el ahorro a obtenerse con la implementación de ésta propuesta de plan de corte en relación a la forma empírica tradicional, tanto en costo como en porcentajes de desperdicios.

CAPÍTULO 2

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Introducción

El presente capítulo está basado en la descripción de los diferentes conceptos que abordan la problemática objeto de estudio. El problema de corte y empaquetamiento (Cutting and Packing Problem) abarca un conjunto de problemas de Optimización Combinatoria con muchas aplicaciones industriales pertenecientes al tipo Np-duros por tanto es imposible resolverlos en tiempo polinomial. El problema del corte rectangular, planteado en el capítulo anterior, pertenece a esta familia.

El problema de corte y empaquetamiento se encuentran en la categoría de problemas de optimización combinatoria, dado que el espacio de soluciones crece de forma exponencial en relación al número de piezas a ser ubicadas o cortadas. Si por ejemplo se tienen n piezas a ser ubicadas, entonces el espacio de soluciones estará dado por $2^n * n!$ [1]. Puede volverse fácil de definir intuitivamente este tipo de problemas, pero en realidad no son fáciles de modelar formalmente y presentan grados de complejidad que hacen difícil el manejo computacional. En ellos se tiene un conjunto de piezas de diferentes tamaños y formas que deben ser localizadas sobre un tablero de material de mayor tamaño sin superponerse unas sobre otras. El objetivo de tal disposición es maximizar el área utilizada de forma que se generen la menor cantidad de área desperdiciada. Existen diferentes criterios para clasificar los problemas de empaquetado, como son el tamaño y la cantidad de las piezas, las dimensiones del problema, etc.

2.2 Descripción de los problemas de corte y empaquetamiento

Los problemas de corte y empaquetado consisten en colocar o cortar un conjunto de elementos, por lo general pequeños, en uno o más objetos de mayores dimensiones, sin que se superpongan, con el objetivo de minimizar/maximizar una función objetivo dada [2]. Estos problemas tienen diversas aplicaciones en las industrias de la madera, del vidrio, del metal y del cuero, como también en el diseño de circuitos integrados, en el paginado de periódicos y sin lugar a duda en la distribución ya que su aplicación permite obtener patrones de ubicación de productos que maximiza el espacio de camiones de diferente tipo. Esta clase de problemas han sido estudiados en las últimas décadas dentro de la investigación operativa, ámbito en el cual se han investigado y desarrollado métodos para resolver problemas C&P.

2.3 Clasificación de los problemas de C&P

Debido a la gran diversidad de problemas y sus diferentes áreas de aplicación, muchos de esto similares pueden aparecer con diferentes nombres; y aunque su clasificación depende de algunos criterios el más conocido es la dimensionalidad, de esta manera se tienen: unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales.

Dickhoff [1] presenta una caracterización integrando todas las clases de problemas de corte y empaquetado, la cual generaliza la clasificación presentada por Hinxman [3] a principios de los años 80. Dickhoff distingue entre problemas de C&P involucrando dimensiones espaciales y aquellos involucrando dimensiones no espaciales. El primer grupo consiste de problemas

de corte y empaquetado o carga definidos en un máximo de tres dimensiones en el espacio euclideo (por ejemplo, problemas de cutting stock, carga de vehículos y pallet loading). El otro grupo abarca los problemas de corte y empaquetado abstractos definidos en un espacio de dimensiones no espaciales, tales como peso, tiempo o dinero (por ejemplo, asignación de memoria, presupuesto del capital, cambio de moneda y balance en línea).

Esta taxonomía se basa en la estructura lógica básica de los problemas de C&P, la cual se puede determinar de la siguiente manera:

1. Existen dos grupos de datos básicos cuyos elementos definen cuerpos geométricos de formas fijas (figuras) en un espacio de una o más dimensiones de números reales:
 - Materia prima, también llamada objeto
 - Lista u orden de elementos.
2. El proceso de corte o empaquetado se realiza en base a la generación óptima de patrones, los cuales son combinaciones geométricas de pequeños elementos asignados a grandes objetos, que determinan la posición de cada elemento en los grandes objetos. Los espacios residuales, es decir, figuras que ocupan lugar en los patrones pero que no pertenecen al conjunto de pequeños elementos, se tratan por lo general como desperdicio.

La clasificación de Dickhoff describe cuatro características de las más importantes de los problemas de C&P [1,4]:

1. La característica más importante es la dimensión, la cual define la cantidad mínima de dimensiones necesarias para describir la geometría

de los patrones (una dimensión, dos dimensiones, tres dimensiones o más dimensiones). Problemas con más de tres dimensiones se obtienen cuando se expanden a dimensiones no espaciales, como por ejemplo tiempo o peso.

2. La clase de asignación describe si se deben asignar todos los objetos y elementos o sólo una parte de ellos.
3. La variedad de los objetos distingue entre problemas que tienen los objetos de idéntica forma o diferente.
4. La variedad de los elementos se refieren a la forma y cantidad de los elementos. Los problemas pueden consistir de pocos elementos, elementos congruentes, muchos elementos de muchas formas diferentes y numerosos elementos de una cantidad relativamente reducida de formas diferentes.

La tipología de Dyckhoff ha presentado algunas deficiencias, las cuales ha creado problemas para tratar con recientes desarrollos e impide que sean aceptados más generalmente. Recientemente, Wäscher et al. [5] han presentado una nueva tipología para los problemas de C&P, basada parcialmente en las ideas originales de Dyckhoff, pero introduce nuevos criterios para la categorización, lo que permite definir categorías de problemas en forma diferente a lo que hace Dyckhoff.

Como se ha mencionado, el objetivo de los problemas de C&P es la eficiente ubicación de figuras en una región contenedora sin superposición. Por lo tanto, la complejidad de los problemas de C&P está relacionada con la forma

geométrica de los elementos que deben ser empaquetados o cortados. Se pueden distinguir dos tipos de formas:

- **Regulares:** cuerpos simétricos. Por ejemplo: cuadrados, rectángulos, círculos, etc.
- **Irregulares:** poseen asimetrías y concavidades.

Los problemas de C&P regulares están relacionados con el empaquetado de un conjunto de rectángulos en un objeto también rectangular. El empaquetado irregular (ver ejemplo en Figura 2-1) también es conocido como de anidación, por ejemplo en la industria naval, y como problema de diseño de marcaciones en la industria textil. En este trabajo de tesis nos enfocamos en una clase de problemas regulares que describiremos en detalle más adelante en este capítulo.

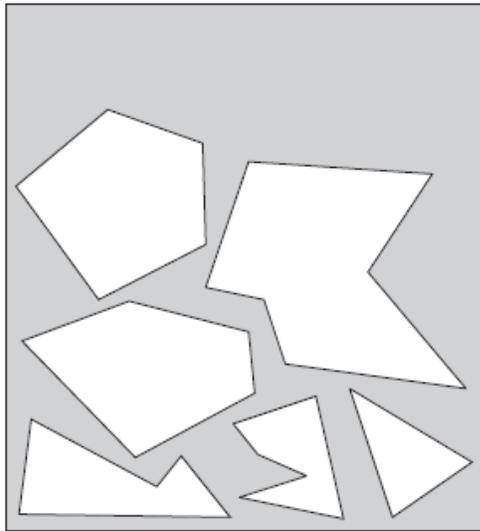


Figura 2-1. Ejemplos de patrones con piezas irregulares [2]

En función a la geometría de los elementos a ser empaquetados se pueden distinguir dos tipos de distribuciones. En el caso de elementos regulares, los patrones pueden ser ortogonales (cortes que deben ser paralelos a los lados del objeto) y no ortogonales. En las Figuras 2.2 y 2.3 se muestran ejemplos de estos distintos tipos de cortes. A su vez, los cortes ortogonales pueden ser guillotina o no guillotina. En los primeros se deben realizar una serie de cortes paralelos a los ejes del gran objeto que atraviesen el mismo de lado a lado; mientras que los cortes no guillotina no imponen esta restricción: un elemento se puede colocar en cualquier posición disponible, siempre que no resulte en un solapamiento de piezas. Algunos patrones deben respetar cortes guillotina pero en niveles en n-etapas, es decir por una sucesión de cortes horizontales o verticales considerando el ancho de la plancha.

La restricción de corte guillotina se impone generalmente por las características tecnológicas de las máquinas de corte automatizadas, mientras que generalmente no está presente en aplicaciones de empaquetado. En la Figura 2.3. (b) se muestra un ejemplo de corte guillotina. En un primer corte vertical se divide la plancha en dos partes: de una de ellas, realizando dos cortes horizontales, se obtienen las piezas 1 y 4 y el material de desperdicio. La otra parte necesita de más cortes, realizando un corte horizontal por el ancho se obtienen nuevamente dos partes: una con las piezas 3 y 7 (que se separan por un corte vertical) y con las piezas 2, 6 y 5 que para separarlas se realiza primero un corte vertical y luego uno horizontal (además son necesarios otros cortes para separar el desperdicio). En la Figura 2-3 (c) se presenta un ejemplo también de cortes guillotina, pero en este caso las piezas están distribuidas formando niveles, estas piezas se obtienen realizando primero cortes horizontales de lado a lado de la plancha para obtener los distintos niveles,

luego cortes verticales para obtener las distintas piezas y material de desperdicio.



Figura 2-2. Ejemplo de patrón con cortes no ortogonales [2]

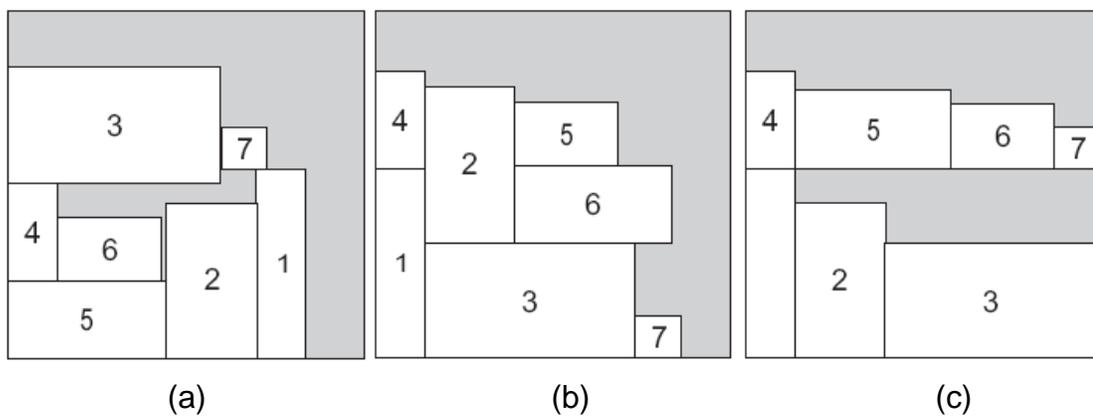


Figura 2-3. Ejemplos de patrones con cortes ortogonales: (a) corte no guillotina; (b) corte guillotina; (c) corte guillotina en niveles [2]

En algunos problemas se asume que los elementos tienen orientación fija (es decir, no se pueden rotar) y no se impone restricción sobre el patrón de corte. En ciertos contextos reales, se permite la rotación de elementos, generalmente en 90°, a fin de producir mejores asignaciones. Por ejemplo, la rotación no está permitida cuando los elementos son artículos para acomodar en la página de un

periódico o son piezas para cortar de planchas corrugadas o decoradas; mientras que sí se permite en el corte de materiales lisos y en la mayoría de los contextos de empaquetado.

2.4 Problemas de empaquetado rectangular

Consideremos el siguiente problema de empaquetado rectangular en dos dimensiones.

Dados n elementos (rectángulos pequeños) $I = \{1, 2, \dots, n\}$, cada uno caracterizado por su ancho w_i y su altura h_i , y uno o más objetos grandes (rectángulos). Los elementos se deben colocar en forma ortogonal sin solapamiento (los lados de cada elemento son paralelos a los lados del objeto) de modo de minimizar/maximizar una función objetivo determinada.

El problema de empaquetado rectangular surge en muchas aplicaciones industriales, frecuentemente con pequeñas variaciones en las restricciones impuestas. Muchas variantes del problema se han considerado en la literatura. Las siguientes características son importantes para clasificar al problema: tipo de asignación, ordenamiento de los objetos y ordenamiento de los elementos.

A continuación, presentamos los seis tipos de problemas de empaquetado rectangular más estudiados. Por simplicidad, definimos los problemas asumiendo que cada elemento tiene una orientación fija y no se impone la restricción de corte guillotina. Es simple extender la definición para otros casos donde cada elemento puede ser rotado en 90° y/o se imponen cortes guillotina. Primero consideramos dos tipos de problemas de empaquetado típicos consistentes de un gran objeto rectangular grande y alto, el cual puede crecer en una o más dimensiones, donde se deben colocar los elementos sin

superposición. Los problemas son llamados strip packing y minimización de área.

2.4.1 Problema de strip packing Dados n elementos (pequeños rectángulos), cada uno caracterizado por su ancho w_i y su altura h_i , y un gran objeto (llamado tira o strip), cuyo ancho w es fijo, pero su altura H es variable. El objetivo es reducir al mínimo la altura H usada de la tira, de manera que todos los elementos puedan ser empaquetados.[2]

2.4.2 Problema de minimización de área. Dados n elementos, cada uno definido por su ancho w_i y su altura h_i , y un gran objeto cuyo ancho W y altura H son variables. El objetivo es minimizar el área $W \times H$ del objeto de manera que todos los artículos pueden ser empaquetados en la tira.

Este problema se puede expresar formalmente a través del siguiente programa matemático:

minimizar H

sujeto a

$$0 \leq x_i \leq W - w_i \quad \forall i \in N \quad 2.1$$

$$0 \leq y_i \leq H - h_i \quad \forall i \in N \quad 2.2$$

y al menos se cumple una de las siguientes desigualdades para cada par i y j

$$x_i + w_i \leq x_j \quad 2.3$$

$$x_j + w_j \leq x_i \quad 2.4$$

$$y_i + h_i \leq y_j \quad 2.5$$

$$y_j + h_j \leq y_i \quad 2.6$$

donde (x_i, y_i) , son las coordenadas del borde inferior izquierdo del elemento i . Las restricciones 2.1 y 2.2 significan que todos los elementos se deben colocar en el objeto grande. Mientras que las restricciones 2.3 a 2.6 indican que los elementos no se deben superponer (es decir, cada desigualdad significa una de

las cuatro ubicaciones relativas: a la izquierda de, a la derecha de, debajo de o encima de).[2]

Otros dos problemas de empaquetado son *el bin packing en dos dimensiones* y *problema de la mochila*, en los cuales los objetos grandes tienen dimensiones fijas y se puede tener uno único o varios de ellos.

2.4.3 Problema de bin packing en dos dimensiones. Dado un conjunto de elementos, donde cada elemento i un ancho w_i y una altura h_i , y una cantidad ilimitada de grandes objetos (cajas rectangulares) con idéntico ancho y alto. El objetivo es reducir al mínimo el número de cajas rectangulares utilizadas para colocar todos los elementos.[2]

2.4.4 Problema de la mochila en dos dimensiones. Dado un conjunto I elementos, donde cada elemento $i \in I$ tiene un ancho w_i , una altura h_i y un valor c_i . También se cuenta con una mochila rectangular con ancho W , y alto H . El objetivo es hallar un subconjunto $I' \subseteq I$ con valor máximo total $\sum_{i \in I'} c_i$ tal que todos los elementos $i \in I'$ puedan ser empaquetados en la mochila.[2]

Para el problema de bin packing en dos dimensiones, Lodi et al. [6] propone métodos heurísticos y algoritmos metaheurísticas y realizan experimentos sobre instancias de varios casos de prueba. Para el problema de la mochila en dos dimensiones, Wu et al. [7] propone algoritmos heurísticos que son efectivos para muchas instancias de prueba. También es importante mencionar otros dos problemas: *cutting stock en dos dimensiones* y *pallet loading*.

2.4.5 Problema de cutting stock en dos dimensiones. Dado un conjunto de elementos, donde cada elemento i tiene un ancho w_i , una altura h_i y una demanda d_i , y una cantidad ilimitada de objetos de idéntico ancho y alto. El objetivo es reducir al mínimo la cantidad de objetos utilizados para colocar todos los elementos (es decir, para cada elemento i se colocan d_i copias en los distintos objetos).

2.4.6 Pallet loading. Dada una cantidad suficientemente grande de elementos de idéntico tamaño (w, h) y un gran objeto rectangular de tamaño (W, H) , el objetivo es colocar la máxima cantidad de elementos en el objeto rectangular, en el que cada elemento se puede girar 90° . [2]

Existen muchos estudios sobre el problema de cutting stock en dos dimensiones, pero el de Gilmore y Gomory provee uno de los primeros métodos de solución. Los autores proponen un esquema de generación de columnas en la cual los nuevos patrones de corte son producidos al resolver un problema de la mochila generalizado. Recientemente, se han propuesto algunos algoritmos para el problema de cutting stock en dos dimensiones [8,9]. El problema de pallet loading con orientación fija de los elementos es un problema trivial de resolver. Morabito y Morales [10] propusieron un algoritmo simple pero efectivo para el problema de loading pallet.

2.5 Estado del arte

Este problema ha sido extensamente estudiado en el área de investigación de operaciones. Partiendo desde algunos modelos básicos se han desarrollado un gran número de variantes.

Uno de los primeros trabajos realizados para el CP es el que desarrollaron Gilmore y Gomory, quienes resuelven el problema de corte de una dimensión utilizando la técnica de generación de columnas con gran éxito, esto estimula la investigación para el caso de dos dimensiones.

En 1983 Wang, P. [11] desarrolla un algoritmo basado en la combinación de piezas para generar patrones de corte. Los patrones se van formando al combinar sucesivamente las piezas de forma horizontal u vertical, hasta alcanzar las dimensiones de la plancha. Para asegurar que los cortes sean guillotizados, cada patrón de corte constituye un nuevo rectángulo que es considerado como pieza única. J. Oliveira y J. Ferreira (Oliveira y Ferreira, 1990 [12] incluyen la pérdida externa generada en cada combinación del criterio definido por Wang, en este caso, la pérdida total es la suma de las pérdidas interna y externa. La pérdida total se encuentra acotada por la pérdida interna, que es un valor conocido, más una estimación de la pérdida externa tomada de la tabla correspondiente a la matriz obtenida por el método de Gilmore y Gomory [13]. Luego en 1995 Pearl y V. Parada [14] crean el método AAO se basa en la generación de soluciones mediante grafos. Ellos utilizan este método para representar el problema de corte de piezas. En este modelo, los nodos representan las piezas o combinaciones de piezas y los arcos representan el tipo de combinación (horizontal o vertical). Sea $f(n) = g(n) + h(n)$ la función de evaluación. Se define entonces $g(n)$ como la pérdida interna generada al unir dos rectángulos. La función heurística $h(n)$ representa la pérdida externa en cada patrón de corte y existen varias formas de estimarla. En el mismo año nuevamente V. Parada, pero en esta ocasión en equipo con Col modelan una solución del problema de corte a través de un árbol binario. Cada nodo

representa un tipo de combinación (horizontal o vertical) o bien representan una pieza incluida en el patrón de corte. Los nodos H representan combinaciones horizontales, los nodos V representan combinaciones verticales y los nodos hoja representan las piezas a cortar. Para obtener una representación de un individuo se recorre el árbol en profundidad obteniendo una cadena de nodos. A partir de esta cadena se puede generar un proceso evolutivo incremental similar a un algoritmo genético. Dos años después generan un modelo para el problema de corte de piezas, para ser resuelto mediante el Recocido Simulado. Para esto utilizan una estructura de árbol binario, donde cada nodo representa: un patrón de corte (nodos B), una pieza (nodos G) o una pérdida (nodos P). Sólo los nodos del tipo B tienen hijos debido a que un patrón de corte siempre se compone de dos partes definidas por el corte con guillotina. Los nodos hoja por lo tanto, sólo pueden ser del tipo G o del tipo P. La estructura de árbol binario permite cumplir con las restricciones propias del corte guillotinado.

El más reciente trabajo desarrollado para la solución de este problema fue realizado en el 2007 por Eliana Toro, Augusto Rueda y Mauricio Granada quienes confirman la eficiencia de la técnica de Búsqueda Tabú, utilizando una propuesta de codificación de árboles binarios adaptada a la estructura del problema con el objetivo de generar patrones de corte que disminuyan el desperdicio de las planchas.

CAPÍTULO 3

3. METODOLOGIA

3.1 Introducción

En el presente capítulo se realizará el desarrollo de la metodología necesaria para obtener soluciones factibles a la problemática expuesta en el capítulo 1, analizaremos las variables relacionadas en el mismo, así como también se explicará paso a paso su ejecución. La metodología está conformada por tres etapas.

Basado en estas etapas se procederá a detallar el proceso de la metodología. El objetivo de esto es encontrar el número de planchas a utilizar así como también los patrones de corte asociados a las mismas.

En primera instancia se hará la descomposición de los recipientes en piezas rectangulares detallando dimensiones y cantidades; esto servirá para obtener los datos de entrada para la heurística inicial que se implementará. Con la heurística inicial se obtendrá una solución que posteriormente será perfeccionada con el algoritmo de mejora.

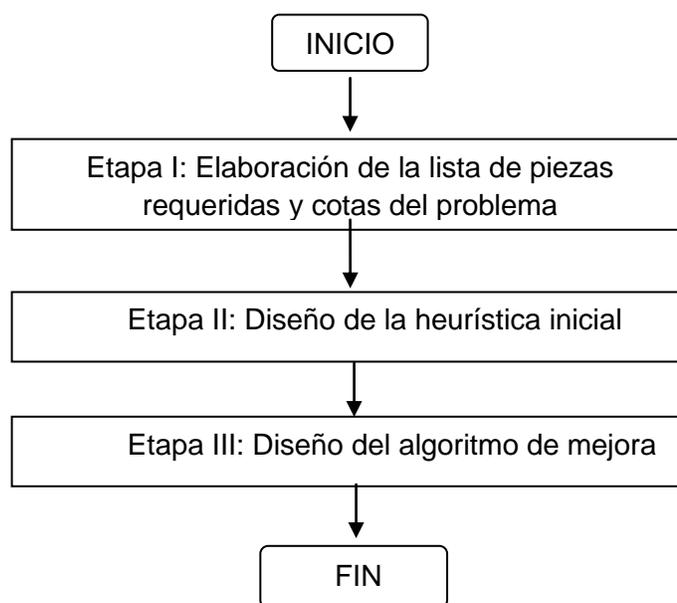


Figura 3-1. Diseño de la metodología

3.2 Etapa I: Elaboración de la lista de piezas requeridas

Esta etapa tiene por objetivo determinar las dimensiones y cantidades de piezas rectangulares necesarias para la elaboración de los tres recipientes demandados, véanse las figuras 3-2, 3-3 y 3-4.

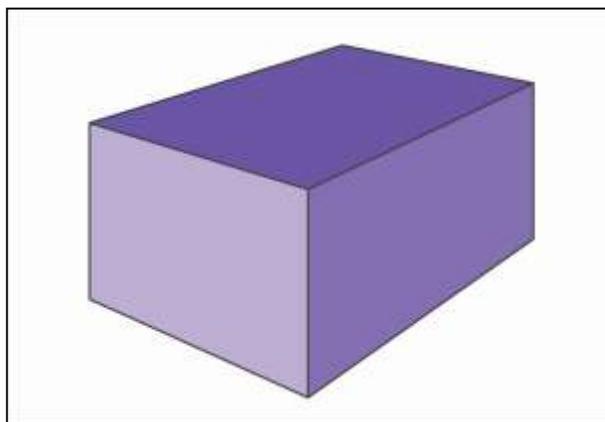


Figura 3-2. Recipiente tipo A

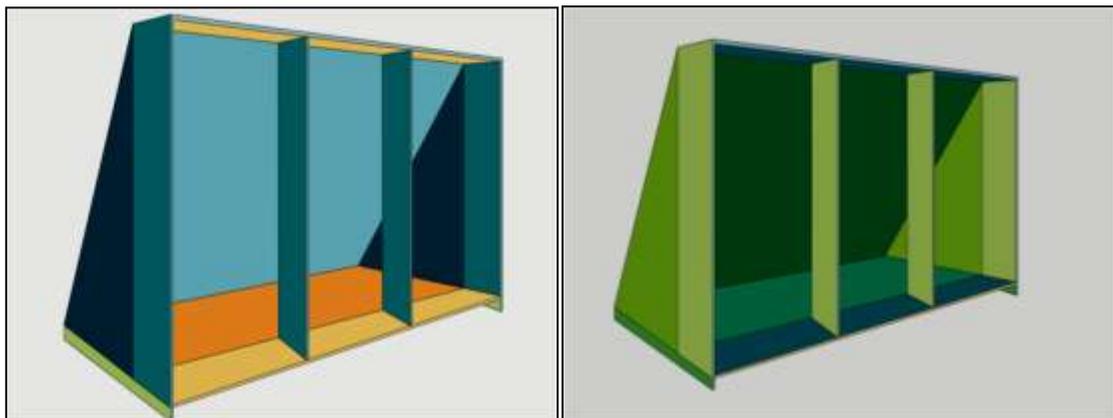


Figura 3-4. Recipiente tipo B

Figura 3-3. Recipiente tipo C

Como se ha observado el recipiente tipo A pertenece a la familia de cuerpos geométricos tridimensionales llamados poliedros. Los recipientes tipo B y C son cuerpos irregulares, éstos poseen la misma forma pero diferentes dimensiones.

A continuación el diagrama de procedimientos para elaborar la lista de piezas requeridas:

4.1.4 Piezas requeridas para el recipiente tipo A

Dado que el recipiente tipo A es un paralelepípedo, se ha identificado que está formado por cinco piezas rectangulares a las que se denominarán: base, lado derecho, lado izquierdo, lado posterior y lado anterior, véase la figura 3-5

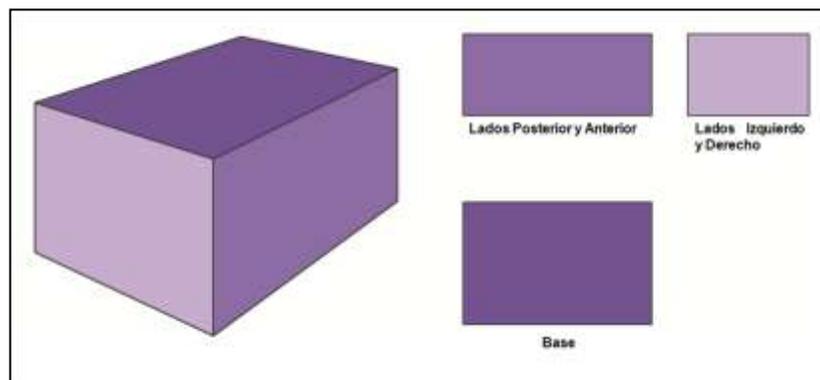


Figura 3-5. Piezas del recipiente tipo A

Por definición del paralelepípedo recto se puede asegurar que los lados izquierdo y derecho tienen las mismas dimensiones, de igual manera los lados anterior y posterior, para una mejor visualización se ha asignado un color diferente a cada una de las tres distintas formas de piezas. Por lo tanto existen únicamente tres dimensiones diferentes necesarias para la fabricación del recipiente tipo A, véase la tabla 3-1

	Base	Lados		TOTAL PIEZAS
		Derecho e Izquierdo	Posterior y Anterior	
Ancho	16 [cm]	16 [cm]	24 [cm]	
Largo	38 [cm]	24 [cm]	38 [cm]	
Cant Piezas/ Recipiente	1	2	2	5
Cant Piezas/ Total de Recipientes	120	240	240	600

Tabla 3-1. Dimensiones y cantidades de piezas tipo A

En la tabla 3-1 se describen las dimensiones y cantidades de las piezas requeridas para hacer un recipiente tipo A. Cada columna representa una de los tres tipos de piezas, es decir:

- La primera columna significa que la base será de 16 cm de ancho y 38 cm de largo, la cantidad necesaria para elaborar un recipiente es 1 unidad, entonces la cantidad requerida para elaborar los 120 recipientes tipo A es 120 unidades de bases.
- La segunda columna indica que los lados derecho e izquierdo serán de 16 cm de ancho y 24 cm de largo, y que se requerirán 2 unidades (derecho e izquierdo) para fabricar un recipiente tipo A, en consecuencia se necesitarán 240 unidades de este tipo de piezas para satisfacer la demanda de 120 recipientes.
- La tercera columna muestra que los lados posterior y anterior poseen dimensiones de 24 cm de ancho y 38 cm de largo, dado que las medidas aplican para ambos lados se necesitarán 2 unidades de este tipo de piezas para elaborar un recipiente pero un total de 240 unidades de piezas para fabricar 120 recipientes.
- En la última columna se resume que el total de piezas solicitadas para la elaboración de un recipiente tipo A es 5 y que la cantidad necesaria de piezas que se necesitan cortar para la satisfacer la demanda de 120 recipientes tipo A es 600 unidades de piezas.

4.1.5 Piezas requeridas para el recipiente tipo B

El recipiente tipo B es un cuerpo geométrico tridimensional irregular formado por diez piezas rectangulares a las que se denominará: base, lado posterior, bordes superior e inferior, soportes laterales derecho e izquierdo, soportes centrales (dos) y soportes inferiores (dos); y, por dos piezas con forma de triángulo rectángulo (derecho e izquierdo) a los cuales se denominarán: lados derecho e izquierdo, los mismos que se considerarán como una sola pieza rectangular a cortar para la elaboración de nuestro plan óptimo de corte aunque

en realidad sean dos piezas. Cada pieza según su agrupación se encuentra coloreada distinto, véase la figura 3-6

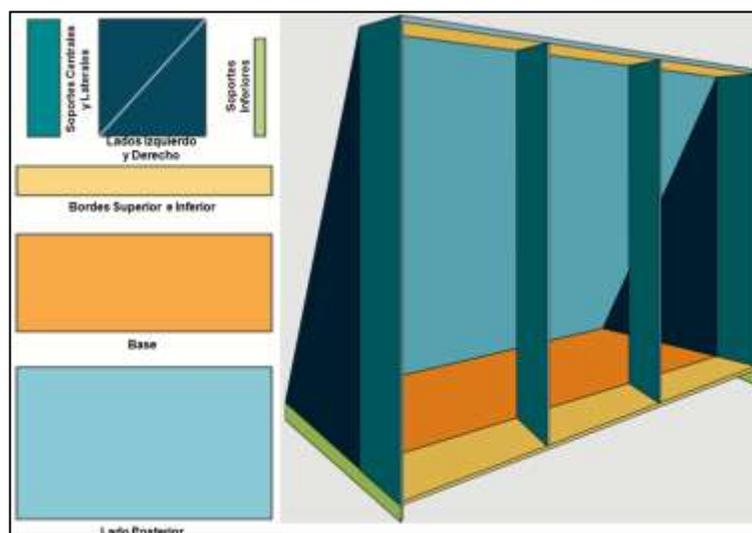


Figura 3-6. Piezas del recipiente tipo B

Se puede observar que las piezas se clasifican en: base, lados, bordes y soportes.

En la figura 3-6 se visualiza que cada color representa un tipo de pieza distinta es decir de diferente dimensión, así se tiene que existen seis tipos de piezas que conforman el recipiente tipo B y son: base, lados derecho e izquierdo, lado posterior, borde superior e inferior, soportes laterales y centrales y soportes inferiores, véase la tabla 3-2.

	Base	Lados		Bordes	Soportes		TOTAL PIEZAS
		Derecho e Izquierdo	Posterior	Superior e Inferior	Laterales y Centrales	Inferiores	
Ancho	27 [cm]	27 [cm]	43 [cm]	8 [cm]	8 [cm]	2 [cm]	
Largo	66 [cm]	33 [cm]	66 [cm]	66 [cm]	33 [cm]	27 [cm]	
Cant Piezas/ Recipiente	1	1	1	2	4	2	12
Cant Piezas/ Total de Recipientes	130	130	130	260	520	260	1430

Tabla 3-2. Dimensiones y cantidades de piezas tipo B

En la tabla 3-2 se describen las dimensiones y cantidades de las piezas requeridas para elaborar un recipiente tipo B. Cada columna representa uno de los seis tipos piezas, es decir:

- La primera columna significa que la base será de 27 cm de ancho y 66 cm de largo, la cantidad necesaria para elaborar un recipiente es 1, entonces la cantidad requerida para elaborar los 130 recipientes tipo A es 130 unidades de piezas.
- La segunda columna indica que el rectángulo de donde se obtendrá los lados derecho e izquierdo será de 27 cm de ancho y 33 cm de largo, y que se requerirá 1 unidad de esta pieza, ya que al ser cortada diagonalmente se tendrán los dos lados necesarios para fabricar un recipiente tipo B (véase figura 3.7), en consecuencia se necesitarán 130 unidades de este tipo de piezas para satisfacer la demanda.

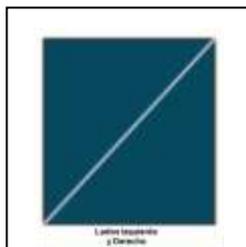


Figura 3-7. Lados: izquierdo y derecho de recipiente tipo B

- La tercera columna muestra que el lado posterior posee dimensiones de 43 cm de ancho y 66 cm de largo. Dado que el ancho del lado posterior es la hipotenusa de cualquier de los dos triángulos rectángulos que constituyen los lados laterales del recipiente, se calculó con la fórmula del teorema de Pitágoras (véase la figura 3-8). El total de piezas requeridas para la elaboración de un recipiente tipo B es 1 unidad, por consiguiente son necesarias 130 unidades de este tipo de piezas para cubrir la demanda.

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ donde } a = 27 \text{ y } b = 33$$

$$c = \sqrt{(27)^2 + (33)^2}$$

$$c = 43$$

Figura 3-8. Cálculo del ancho del lado posterior del recipiente tipo B

- La cuarta columna indica que los bordes superior e inferior serán de 8 cm de ancho y 66 cm de largo, y que se requerirán 2 unidades (superior e inferior) para fabricar un recipiente tipo B, en consecuencia se necesitarán 260 unidades de este tipo de piezas para la elaboración de 130 recipientes de este tipo.
- La quinta columna describe las dimensiones de los dos soportes centrales y los dos laterales, éstos serán de 8 cm de ancho y 33 cm de largo, y que se

requerirán 4 unidades para realizar un recipiente éste tipo, en consecuencia se necesitarán 520 unidades de este tipo de piezas para la obtención de 130 recipientes de tipo B.

- La sexta columna indica que los soportes inferiores ortogonales a la base serán de 2 cm de ancho por 27 cm de largo, que se necesitaran 2 piezas de este tipo para fabricar un recipiente y 260 unidades de piezas con estas dimensiones para solventar la demanda.
- En la última columna se resume que el total de piezas rectangulares solicitadas para la elaboración de un recipiente tipo B es 12 y que la cantidad necesaria de piezas que se necesita cortar para satisfacer la demanda de 130 recipientes tipo B es 1430 unidades de piezas.

4.1.6 Piezas requeridas para el recipiente tipo C

El recipiente tipo C es de igual forma que el recipiente tipo B, lo único que varia son las dimensiones. En consecuencia la descripción es la misma que la del recipiente anterior.

Es un cuerpo geométrico tridimensional irregular formado por diez piezas rectangulares a las que se denominará: base, lado posterior, bordes superior e inferior, soportes laterales derecho e izquierdo, soportes centrales (dos) y soportes inferiores (dos); y, por dos piezas con forma de triangulo rectángulo (derecho e izquierdo) a los cuales se denominarán: lados derecho e izquierdo, los mismos que se considerarán como una sola pieza rectangular a cortar para la elaboración de nuestro plan optimo de corte aunque en realidad sean dos piezas. Cada pieza según su agrupación se encuentra coloreada de la siguiente manera:

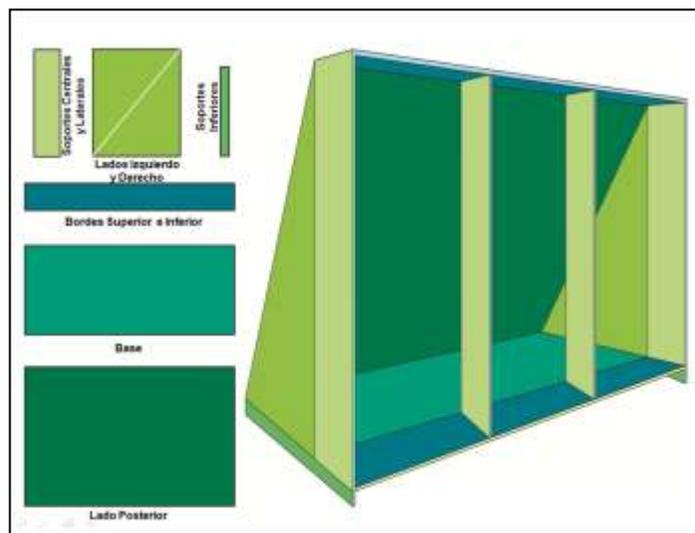


Figura 3-9. Piezas del recipiente tipo C

Se puede observar que las piezas se clasifican en: base, lados, bordes y soportes.

Como se puede observar cada color representa un tipo de pieza distinta es decir de diferente dimensión, así se tiene que existen seis tipos de piezas que constituyen el recipiente tipo C y son: base, lados derecho e izquierdo, lado posterior, borde superior e inferior, soportes laterales y centrales y soportes inferiores, véase figura 3-9

	Base	Lados		Bordes	Soportes		TOTAL PIEZAS
		Derecho e Izquierdo	Posterior	Superior e Inferior	Laterales y Centrales	Inferiores	
Ancho	22 [cm]	22 [cm]	35 [cm]	5 [cm]	5 [cm]	2 [cm]	
Largo	55 [cm]	27 [cm]	55 [cm]	55 [cm]	27 [cm]	22 [cm]	
Cant Piezas/ Recipiente	1	1	1	2	4	2	12
Cant Piezas/ Total de Recipientes	100	100	100	200	400	200	1100

Tabla 3-3. Dimensiones y cantidades de piezas tipo C

En la tabla 3-3 se describen las dimensiones y cantidades de las piezas requeridas para elaborar un recipiente tipo C. Cada columna representa uno de los seis tipos piezas, es decir:

- La primera columna significa que la base será de 26 cm de ancho y 65 cm de largo, la cantidad necesaria para elaborar un recipiente es 1, entonces la cantidad requerida para elaborar los 100 recipientes tipo A es 100 unidades de piezas.
- La segunda columna indica que el rectángulo de donde se obtendrá los lados derecho e izquierdo será de 26 cm de ancho y 32 cm de largo, y que se requerirá 1 unidad de esta pieza, ya que al ser cortada diagonalmente se tendrán los dos lados necesarios para fabricar un recipiente tipo C (véase figura 3.10), en consecuencia se necesitarán 100 unidades de este tipo de piezas para satisfacer la demanda.

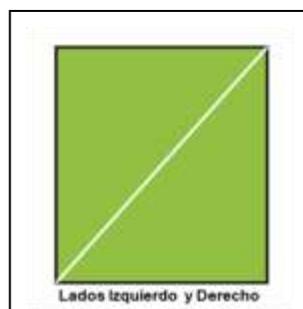


Figura 3-10. Lados izquierdo y derecho de recipiente tipo C

- La tercera columna muestra que el lado posterior posee dimensiones de 41,5 metros de ancho y 65 cm de largo. Dado que el ancho del lado posterior es la hipotenusa de cualquier de los dos triángulos rectángulos que constituyen los lados laterales del recipiente, se calculó con la fórmula del teorema de Pitágoras (véase figura 3.11). El total de piezas requeridas para la elaboración de un recipiente tipo C es 1 unidad, por consiguiente

son necesarias 100 unidades de este tipo de piezas para cubrir la demanda.

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ donde } a = 22 \text{ y } b = 27$$

$$c = \sqrt{(22)^2 + (27)^2}$$

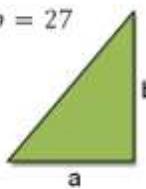
$$c = 35$$


Figura 3-11. Calculo del ancho del lado posterior del recipiente tipo C

- La cuarta columna indica que los bordes superior e inferior serán de 6 cm de ancho y 65 cm de largo, y que se requerirán 2 unidades (superior e inferior) para fabricar un recipiente tipo C, en consecuencia se necesitarán 200 unidades de este tipo de piezas para la elaboración de 100 recipientes de éste tipo.
- La quinta columna describe las dimensiones de los dos soportes centrales y los dos laterales, éstos serán de 6 cm de ancho y 32 cm de largo, y que se requerirán 4 unidades para realizar un recipiente éste tipo, en consecuencia se necesitarán 400 unidades de este tipo de piezas para la obtención de 100 recipientes de tipo C.
- La sexta columna indica que los soportes inferiores ortogonales a la base serán de 3 cm de ancho por 26 cm de largo, que se necesitaran 2 piezas de este tipo para fabricar un recipiente y 200 unidades de piezas con estas dimensiones para solventar la demanda.
- En la última columna se resume que el total de piezas rectangulares solicitadas para la elaboración de un recipiente tipo C es 12 y que la

cantidad de piezas que se necesita cortar para la satisfacer la demanda de 100 recipientes tipo C es 1100 unidades de piezas.

Como se menciona al inicio de esta etapa, el objetivo principal es la obtención de los datos de entrada para nuestra heurística inicial. Debido a que los recipientes tipo A, B y C están conformados por 3, 6 y 6 tipos de piezas respectivamente, se resumirán los datos de entrada en la siguiente tabla:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ancho [cm]	16	16	24	27	27	43	8	8	2	22	22	35	5	5	2
Largo [cm]	38	24	38	66	33	66	66	33	27	55	27	55	55	27	22
Demanda	120	240	240	130	130	130	260	260	520	100	100	100	200	200	400

Tabla 3-4. Matriz de dimensiones y cantidades demandadas

En la tabla 3-4 se describen los 15 tipos de piezas con sus respectivas dimensiones y demandas asociadas.

3.3 Cotas del problema

Este problema, como la mayor parte de problemas de optimización, puede ser encasillado a través de cotas inferiores y superiores. La cota inferior del problema no es otra cosa que el sumar las áreas de todos los cortes a realizar, y dividir esta cifra para el área de una plancha. Para hallar el área de un corte, recordando que nuestros tipos de corte son estrictamente rectangulares no es más que multiplicar su largo por su ancho, $\boxed{AreaRectangulo = Largo * Ancho}$, ahora recordemos que para este tipo de problemas, los tipos de cortes i tienen un largo $L(i)$, un ancho $A(i)$ y una cantidad de veces a realizar este corte $D(i)$, esto será explicado en más detalle en el punto 3.2, entonces para obtener toda el área necesaria para hacer los cortes no es más que, la suma de esta triple multiplicación $\sum_i^n A(i) * L(i) * D(i)$ y dividirlo entre el área de la plancha, suponiendo que tienen un largo L y un ancho W obtendríamos:

$$Lo = \frac{\sum_i^n A(i) * L(i) * D(i)}{W * L}$$

Figura 3-12. Cota inferior redondeada del problema de corte [15]

Por último se debe recordar que el número de planchas es un número discreto es decir $Num \in Z^+$, por tanto debemos dejarlo expresado como un número así, por esto aplicaremos el entero mayor menor de la expresión expresada anteriormente y le sumaremos uno, obteniendo así la cota inferior de nuestro problema:

$$Lo = \left\lceil \frac{\sum_i^n A(i) * L(i) * D(i)}{W * L} \right\rceil + 1$$

Figura 3-13. Cota inferior del problema de corte

De esta forma la cota inferior es igual a 26 planchas.

Por el lado de la cota inferior la obtendremos suponiendo el peor de los escenarios que consiste en suponer que se hace un corte en cada plancha, es decir la sumatoria de todos los i demandados:

$$Up = \sum_i^n D(i)$$

Figura 3-14. Cota Superior del problema de corte

De esta forma la cota superior es igual a 3130 planchas.

Estos valores servirán en el análisis de resultados para el cálculo del Gap absoluto y relativo en relación a la solución que propondrá la implementación de la heurística.

3.4 Etapa II: Diseño de la heurística inicial

Primero que todo se aclarará la heurística que se creará es de tipo Greedy, su objetivo será encontrar una solución inicial al problema, el cual de inicio

resolverá el problema de corte bidimensional ortogonal guillotinado por niveles Ver Figura 2.3 (c), pero después aplicando alguna técnica de mejora, puede cambiar un poco el nombre teórico del problema.

4.1.7 Introducción al algoritmo Greedy

Para comenzar con la heurística, se necesitarán como datos de entrada, la matriz de requerimientos la misma que ha sido calculada en el apartado anterior. Hay que recordar que ésta matriz consta de 15 tipos de piezas, para cada i tipo diferente de corte a realizar, que ira de $i = 1,2,3 \dots n$, donde n serán todos los tipos de corte diferentes a realizar, el respectivo $A(i)$ que representa el ancho para ese tipo de corte i , el $L(i)$ que representa el largo para ese tipo de corte i y el $D(i)$ que representa la cantidad de cortes a hacer para asociada a las dimensiones correspondientes de i .

Como fase previa a la heurística, se creará dos vectores A_f y L_f , que no son otra cosa que los vectores $A(i)$ y $L(i)$ pero repitiendo cada valor de $A(i)$ y $L(i)$ un número $D(i)$ de veces, es decir que el vector A_f tendrá una longitud equivalente a $\sum_{i=1}^n D(i)$, que sera la misma longitud para el vector L_f , recordando que esta cantidad $\sum_{i=1}^n D(i)$ es el número de cortes totales a realizar. La función que realizará esto en Matlab se llamará **Completo**.

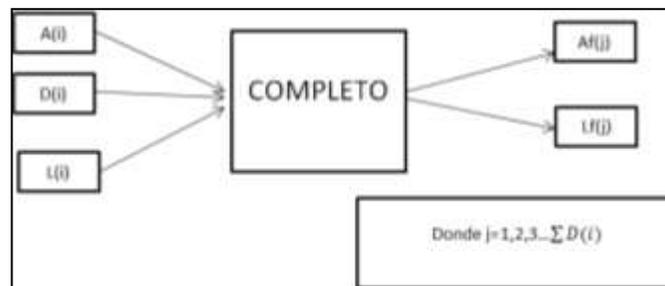


Figura 3-15. Creación de vectores Af y Lf

Luego procedemos a ordenar los vectores Af y Lf , recordando que se debe ordenar los vectores en pares es decir si se mueve al elemento '1' se debe mover en forma conjunto al elemento en $A('1')$ como en $L('1')$ ya que ambos representan a la pieza '1', si esto no se hace así, se dañará al problema ya que se estará trabajando con piezas mutadas.

El ordenamiento será en forma descendente, tomando en consideración las longitudes del vector Af , este ordenamiento, el que sea en forma descendente y el, porque seleccionamos a Af y no a Lf , serán explicados más adelante a media que desarrollemos el algoritmo Greedy. La función que realizará esto en MatLab se llamará **Bubble**.

Antes de realizar el algoritmo, faltaría definir las dimensiones de las planchas al cortar, las cuales serán las mismas para todas, es decir no se considerará planchas de diferentes tamaños en este algoritmo. Las dimensiones serán ingresadas por el usuario en estas variables: para el largo de la plancha será $DimensionL$, y para el ancho de la plancha será $DimensionA$.

```

Mientras  $i < \text{numero total de corte}$ 

  Mientras  $\sum_{j=1} \text{mayores}(j) < DimensionA$ 

    Mientras  $\sum_k \text{Elementos}(i, j, k) < DimensionL$ 

      Ancho( $p, j, k$ ) =  $Af(i)$ 

      Largo( $p, j, k$ ) =  $Lf(i)$ 

    fin
  fin
fin

```

Figura 3-16. Algoritmo Greedy

4.1.8 Explicación del algoritmo Greedy

La idea del algoritmo Greedy será ir colocando todos los elementos de los vectores Af y Lf en las matrices $Ancho$ y $Largo$, teniendo las siguientes consideraciones. Las matrices tendrán 3 índices p, j, k donde p representara el número de planchas a utilizar, j los niveles de corte en cada plancha p y por último k el orden en que ira cada elemento i en el nivel j en la plancha p .

La colocación de los elementos dentro de las planchas será a lo largo, es decir el elemento $Lf('1')$ para la matriz $Largo$ y $Af('1')$ para la matriz $Ancho$ será, empezando desde la esquina inferior izquierdo, el segundo elemento a la derecha del primero, y así hasta que la suma de los $Lf(i)$ no pasen la dimensión a lo largo de la plancha $DimensionL$, ver figura. Cuando se este por exceder la dimisión a lo largo, es decir el ultimo $Lf(i)$ ocasiona que $\sum_{i=1}^k Lf(i) > DimensionL$, se procederá a ir al segundo nivel j , e cual empezará y tendrá como techo una línea imaginaria que se dibujara por el mayor elemento en la dimensión ancho del nivel anterior, es decir $\max(Af(k))$. Esta es la razón por la cual se considera a este tipo de corte guillotinado por nivel. Ver figura

Se continuará de la misma manera subiendo de niveles, de la manera descrita anteriormente hasta que la suma de los máximos de cada nivel no exceda la dimensión a lo ancho de la plancha, es decir $\sum_{i=1}^j \text{Max}(Af_k) < DimensionA$, el momento en que el siguiente máximo de nivel $\text{Max}(Af_k)$ vaya a exceder la $DimensionA$, se empezará con otra plancha p , exactamente igual como se empezó con la primera, desde el ángulo inferior izquierdo, así hasta que se hayan asignado todos los cortes a todas las diferentes planchas, en otras palabras que nuestro $i = n$.

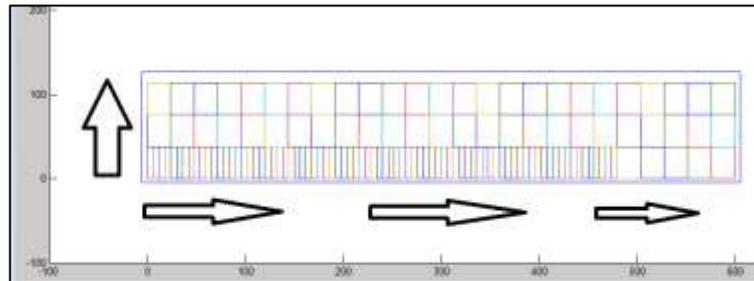


Figura 3-17. Ejemplificación de la heurística Inicial

Una vez ya explicado nuestro algoritmo greedy, se procederá a explicar la razón por la cual se ordenaron los vectores iniciales Af y Lf tomando en cuenta la dimensión de ancho de cada pieza i es decir el $Af(i)$, esto es debido a que así se utiliza mejor el espacio, ya que como lo dijimos en la descripción del algoritmo, los cortes van a ser por niveles a lo ancho, tomando el máximo ancho de cada nivel $\max(Af(k))$, entonces mientras menos sea la diferencia entre el máximo ancho del nivel, del ancho de los demás elementos menor será el desperdicio. En otras palabras buscamos:

$$\text{Min} \left(\sum_k (\text{Max}(Af_k) - Af_k) \right)$$

$$\forall k \in \text{Nivel}(j)$$

Figura 3-18. Función Objetivo, corte guillotinado por nivel

Entonces, si se ordenan los cortes i considerando el Largo $Lf(i)$, la diferencia entre los anchos no esta considerada, y podría ser mucha ocasionando que el área desperdiciada inicialmente sea mayor, que si ordenamos nuestras piezas i considerando el Ancho $Af(i)$.

Esta heurística esta implementada en Matlab a través de la función con el siguiente nombre: **heurística** la cual recibe como lo hemos descrito

anteriormente el vector Lf el vector Af y los parámetros $DimensionA$ y $DimensionL$ y nos entregará 2 pares de matrices un par con las dimensiones de cada corte tanto en largo como en ancho (L, A) , la misma que nos servirá para graficaciones y escritura posterior y el otro par (Lg, Ag) la cual es la coordenada superior derecha de cada corte (véase figura 3.16), la cual servirá posteriormente en el algoritmo de mejora.

3.5 Etapa III: Diseño del algoritmo de mejora

4.1.9 Introducción al algoritmo de mejora

Una vez que se obtiene la solución inicial, al problema mediante el algoritmo Greedy, se tendrá que buscar una mejora a nuestra respuesta, lo podríamos hacer a través de una de las filosofías de búsquedas o metaheurísticas existentes. Entre estas se tiene la Búsqueda Tabú, la cual consiste en buscar todas las soluciones posibles no repitiendo soluciones encontradas, por cierto tiempo, expandiendo de esta manera la búsqueda por zonas no exploradas [véase Bibliografía]. Otra metaheurística que consideramos fue el algoritmo genético, el cual se basa en la evolución de un elemento, mejorando la solución, a través del tiempo (numero de iteraciones), con el fin de encontrar al mejor individuo de todos (solución final). También existe la metaheurística del recosido simulado, la cual está inspirada en el proceso que sufre un metal al momento de enfriarse, y tiene su ventaja en que en ciertas ocasiones selecciona una mala respuesta, para escapar de óptimos locales, y así llegar a una solución cercana al óptimo local véase figura, 3-19.

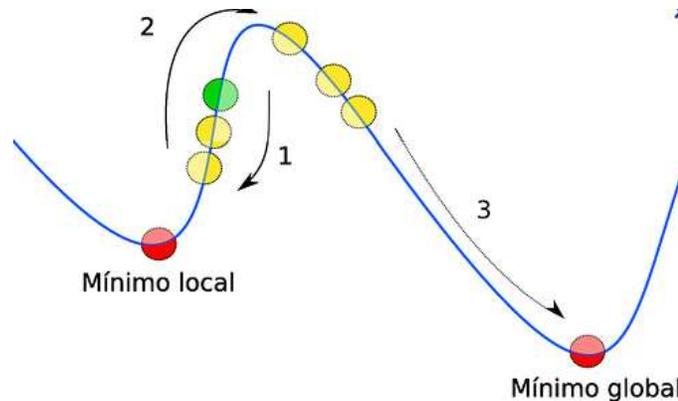


Figura 3-19. Recosido Simulado

Sin embargo, la complejidad de utilizar una de estas metaheurísticas radica en encontrar una función de cambio, que muestre mejoras significativas, dada la aleatoriedad que utiliza esta función, para la combinación de piezas a cortar, la mejora es siempre nula. Es decir no podemos dejar en manos netamente de lo estocástico, a un proceso en el cual, el área utilizada representa nuestro principal objetivo. Pero ¿En qué problemas incurrimos al dejar netamente de lo estocástico a la obtención de nuestra solución?

Cuando una pieza es seleccionada aleatoriamente y movida de una plancha a otra, se incurre en un problema de desajuste de piezas. Como podemos revisar esta heurística empieza su camino con el algoritmo Greedy, el cual construye su solución basándose en el corte guillotinado por niveles a lo largo, es decir que los cortes serán en forma horizontal a la plancha, y se irá ascendiendo de nivel a lo ancho. Además recordemos que la altura por nivel venía dada por el máximo ancho, de entre todas las piezas que se encuentren en ese nivel, y que lo que se quería era minimizar la diferencia entre el valor máximo de ancho por nivel, con el valor de ancho de todas las demás piezas, para así minimizar el área desperdiciada por nivel También recordemos que las piezas antes de ingresar al algoritmo Greedy fueron ordenadas de mayor a menor considerando el ancho justamente para tratar de minimizar esta diferencia. Entonces si nosotros nos

ponemos a hacer cambios de piezas a cortar en una forma aleatoria y ciega, lo que causaremos es que esta uniformidad existente al inicio del algoritmo se pierda, causando que la diferencia que existan en los niveles de todas las planchas aumenten, aumentando así el área desperdiciada. Por esto debemos encaminar nuestro algoritmo a una búsqueda inteligente y dirigida, de ahí nace la siguiente idea.

4.1.10 Algoritmo de mejora

La idea central del algoritmo de mejora será mejorar la utilización de las áreas desperdiciadas que quedan, producto de nuestra heurística inicial, las cuales pueden ser llenadas por otras piezas de corte, reduciendo así el desperdicio. Pero ¿cómo saber donde están estas áreas?, ¿Qué piezas se colocará en las mismas? Son unas de las muchas preguntas que pueden saltar a la cabeza una vez planteada la idea de mejora, Pero estas interrogantes como muchas más serán contestas a continuación.

4.1.11 Identificación de las áreas desperdiciadas, en todas las planchas existentes inicialmente

Se empezará indicando que las piezas dentro de cada plancha serán identificadas por las coordenadas geográficas de las mismas dentro de la plancha, teniendo las siguientes consideraciones:

a.- La coordenada para identificar una pieza dentro de una plancha será su vértice inferior izquierdo (X_i, Y_i) y vértice superior derecho (X_o, Y_o) Con estos 2 puntos podremos identificar claramente a cualquier pieza dentro de una plancha, ya que los otros 2 puntos necesarios para su representación grafica, vértice inferior derecho y vértice superior izquierdo, se los deducirá a través de

los dos primeros combinando sus coordenadas, es decir la coordenada del vértice inferior derecho será (X_o, Y_i) y las coordenadas del vértice superior izquierdo será (X_i, Y_o)

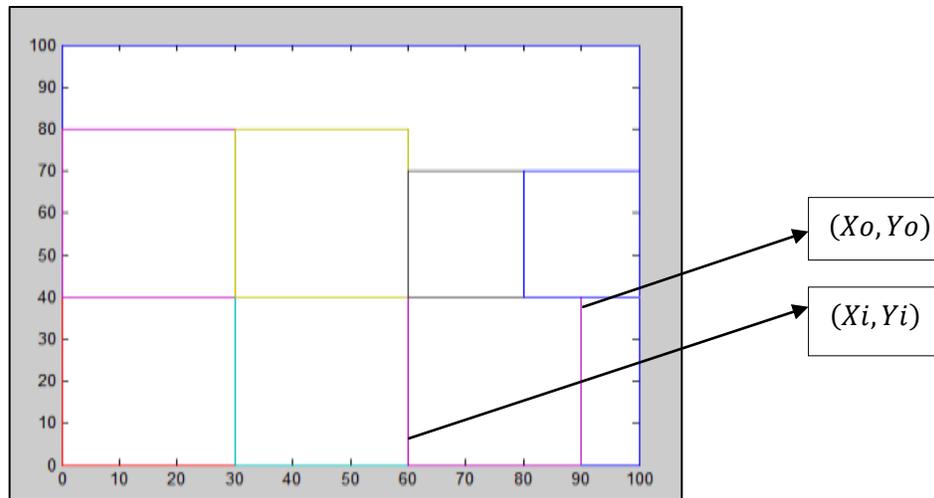


Figura 3-20. Ubicación de una pieza en una plancha

b.- Se considerará como sistema de referencia geográfica dentro de una plancha las dimensiones de las planchas, dando como puntos de origen el vértice inferior izquierdo el cual tendrá las coordenadas $(0,0)$ y como máximo valor a tomar un punto $X(i)$ la *DimensionL*, la dimensión de la plancha a lo largo y como máximo valor a tomar un punto $Y(i)$ la *DimensionA*, la dimensión de la plancha a lo ancho

También se definirá todos los tipos de desperdicios de áreas posibles dentro de una plancha de metal, recalcando que estas definiciones se aplican dado nuestro algoritmo Greedy inicial, y son dos.

Desperdicio Tipo L: Será el desperdicio que exista entre la última pieza a lo largo dentro de un nivel y el contorno de la plancha y se cuantificara de la

siguiente manera, considerando las coordenadas de la última pieza del nivel (Xfo , Yfo)

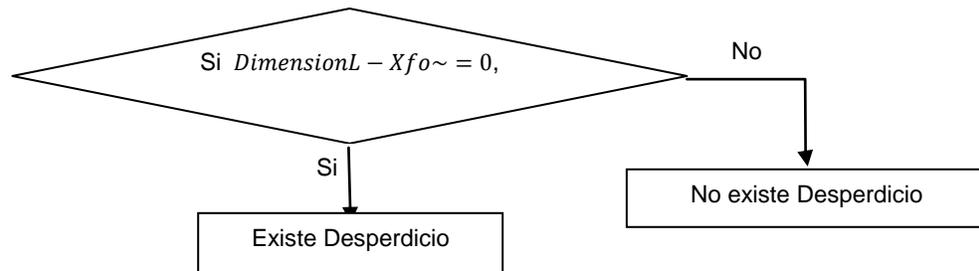


Figura 3-21. Condición para determinar desperdicio tipo L

En caso de existir el desperdicio, las dimensiones del área desperdiciada serán dadas de la siguiente manera:

$$LargoPlancha = Dimension - Xf_o$$

$$AnchoPlancha = Max(Y_o) - Max(Y_{o-1})$$

Donde $Max(Y_o)$ será el valor máximo de los anchos en ese nivel, y donde $Max(Y_{o-1})$, será el valor máximo de los anchos del nivel anterior, en caso que sea el primer nivel dentro de la plancha este valor será 0.

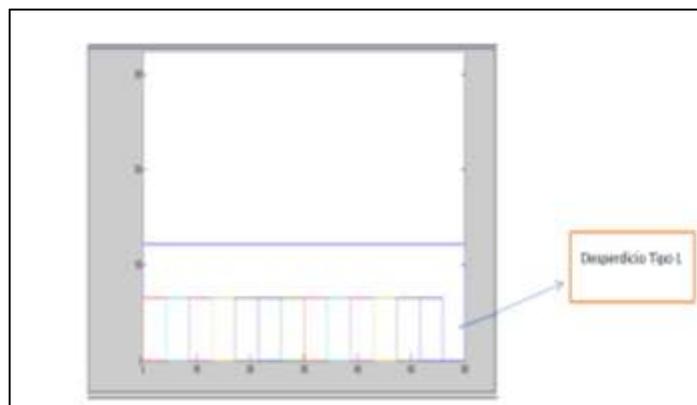


Figura 3-22. Grafico desperdicio tipo L

Desperdicio Tipo A: Será el desperdicio que exista entre el ancho Y_o , de cada una de las piezas en cada nivel y el $Max(Y_o)$ del nivel, hay que recordar que en nuestro algoritmo Greedy inicial colocaba las piezas por niveles, y el siguiente nivel empezaba en Y_o que era igual al $Max(Y_o)$ del nivel anterior. Se lo cuantifica de la siguiente manera

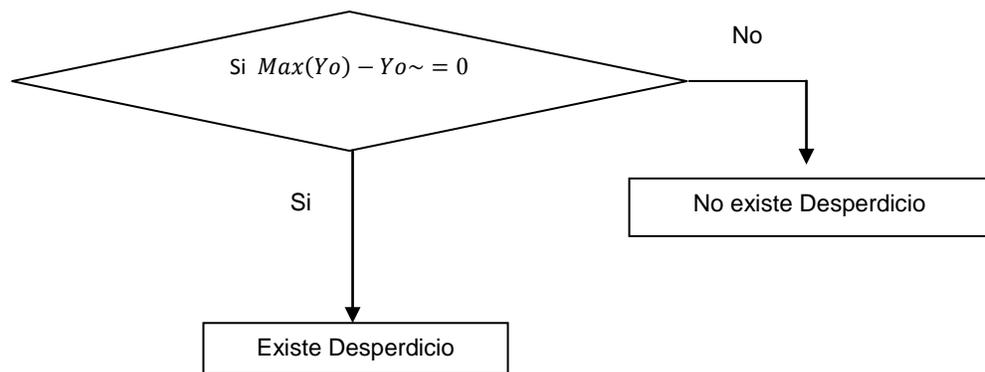


Figura 3-23. Condición para determinar desperdicio tipo A

En caso de existir el desperdicio, las dimensiones del área desperdiciada serán dadas de la siguiente manera:

$$LargoPlancha = X_o - X_i$$

$$AnchoPlancha = Maxima(Y_o) - Y_o$$

Donde $Maximo(Y_o)$ será el valor máximo de los anchos por nivel, exceptuando el último nivel de la plancha donde el $Maxima(Y_o)$ será igual a $DimensionA$, y si a demás nos encontramos en la última pieza de el último nivel el X_o será igual a $DimensionL$.

Cabe resaltar que de existir este desperdicio, cada vez que nos encontremos con uno, procederemos a almacenar los puntos (X_o, Y_o) y (X_i, Y_i) del área desperdiciada. Realizaremos este procedimiento en todas las planchas,

empezando por la primera en adelante hasta la plancha n donde $n = \text{Numero Planchas Heuristica Inicial} - \text{Cota inferior del problema} + m$, ya que nuestro objetivo final será intentar reducir las planchas utilizadas hasta un valor próximo (por eso sumamos alguna valor m), al de la cota inferior del algoritmo, por esta razón no viene al caso buscar áreas desperdiciadas dentro de estas planchas que al fin y al cabo lo que deseamos es eliminarlas. Por último dentro de cada plancha el proceso de búsqueda será desde el primer nivel hasta el último y dentro de cada nivel será de izquierda a derecha

Una vez realizado este algoritmo habremos detectando todas las áreas desperdiciadas en todas las planchas útiles (numero de planchas que al final queremos tener).

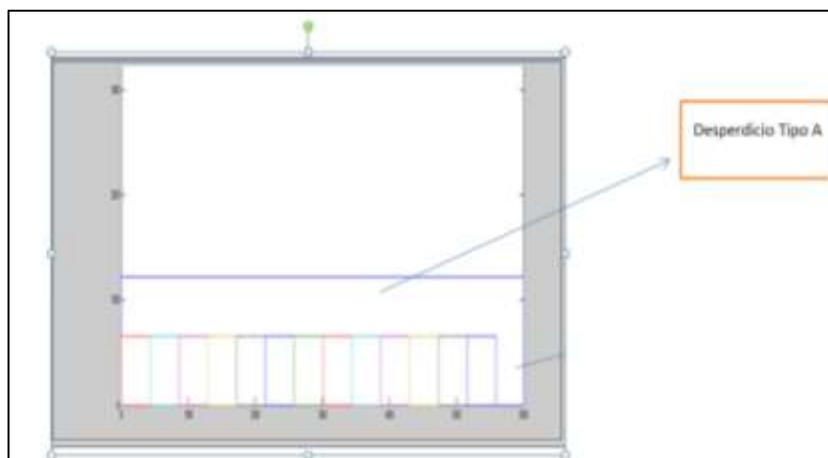


Figura 3-24. Grafico Desperdicio tipo L

4.1.12 Unión de áreas desperdiciadas que sean contiguas en su ubicación

El siguiente paso será la unión de las áreas que se encuentren contiguas entre sí, ya que de esta manera se podrá utilizar mejor su capacidad de almacenamiento, aparte que se podrá colocar piezas con mayor dimensión que quizás si no se unen estas áreas no entrarían, es decir si se tiene una pieza de largo 30 cm y hemos encontrado 3 áreas contiguas entre sí de largo 25 cm , suponiendo que el ancho no es una restricción, si no unimos las áreas sería imposible colocar esta pieza en ninguna de estas áreas, pero al unir las tendremos una nueva área con una mayor capacidad de largo 75 cm y si podrá entrar la pieza e inclusive otra pieza más.

¿Pero como sabremos que 2 áreas o más están contiguas entre sí?

Recuérdese que el procedimiento anterior va en forma ascendente es decir se empieza por la primera plancha, por el primer nivel, por la primera pieza, y va

desplazándose en su búsqueda, por consiguiente las áreas desperdiciadas se almacenarán también en forma contigua. Aquí se enunciarán las condiciones para saber si 2 planchas son contiguas, tanto a lo ancho como a lo largo.

Contigüidad a lo ancho: si el punto X_0 del área anterior es igual al punto X_i del área actual y si el Y_0 del área anterior es igual al Y_i del área actual

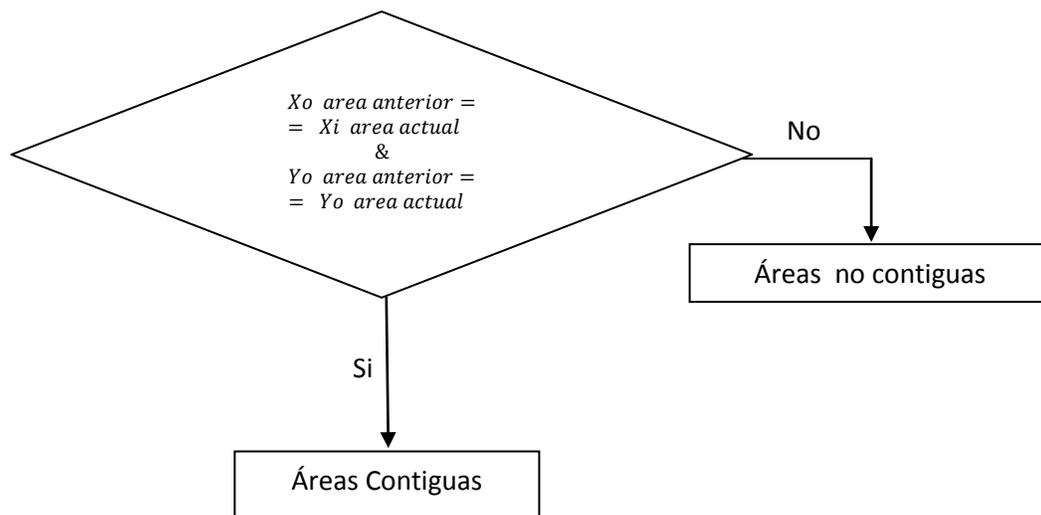


Figura 3-25. Condición para determinar si existe contigüidad de áreas a lo ancho

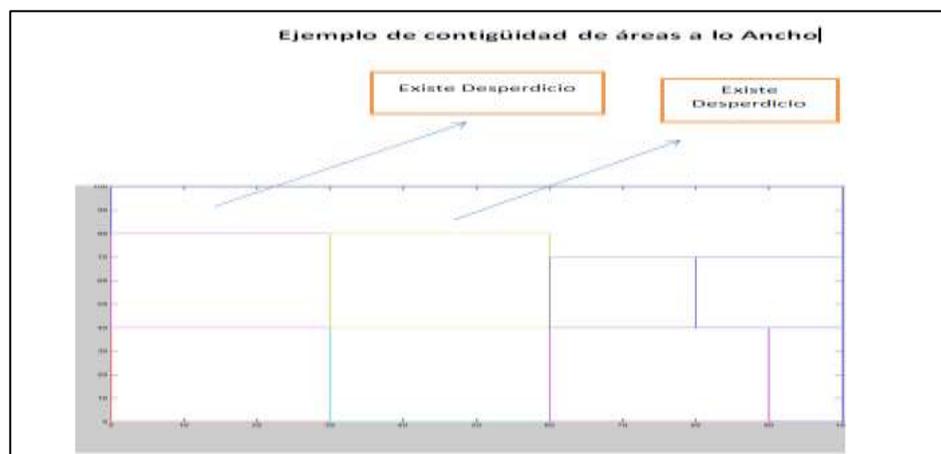


Figura 3-26. Grafico explicativo contigüidad de áreas a lo ancho

Contigüidad a lo largo: Cabe decir que esta condición será aplicable solo si en el nivel del área larga anterior no existen áreas desperdiciadas a lo ancho, esto es debido a nuestra forma de almacenar los puntos, pero no es una restricción rígida y queda a criterio del lector mejorar la forma de almacenar los puntos para superar esta restricción. La condición de contigüidad a lo largo será: si el punto X_o del área anterior es igual al punto X_o del área actual y si el Y_i del área anterior es igual al Y_o del área actual

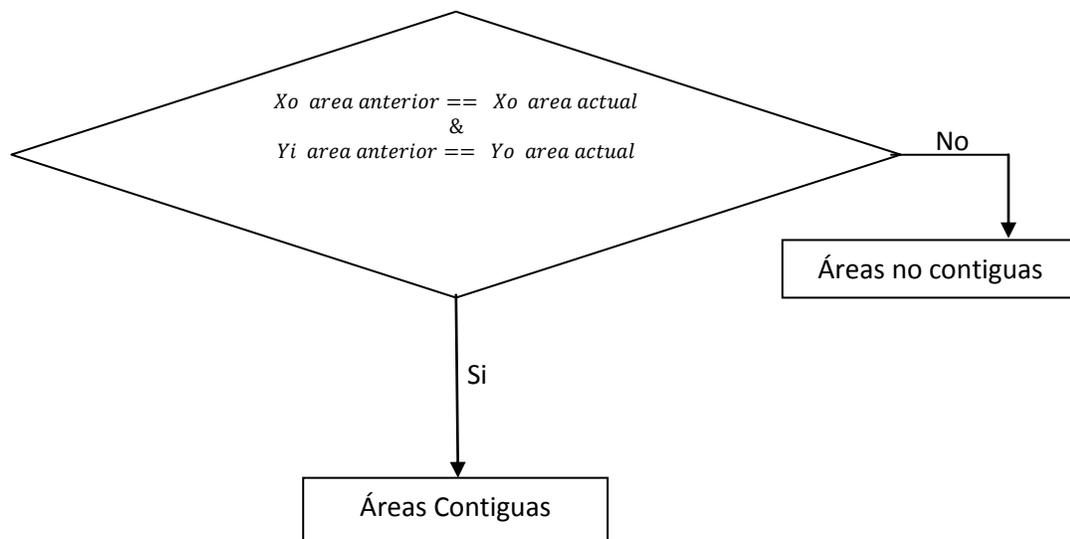


Figura 3-27. Condición para determinar si existe contigüidad de áreas a lo largo

En caso de encontrarse con áreas contiguas, se procederá a la unificación de las áreas, y los puntos de nuestra nueva área desperdiciada serán igual a:

$(X_i, Y_i) = (X_i, Y_i)$ Del área anterior y $(X_o, Y_o) = (X_o, Y_o)$ del área actual

Por último cabe decir que una vez encontrada las áreas contiguas se procederá a abandonar, el ciclo de búsqueda se actualizará la Matriz de almacenamiento y se volverá a realizar la búsqueda, hasta que para ningún par de áreas, exista contigüidad.

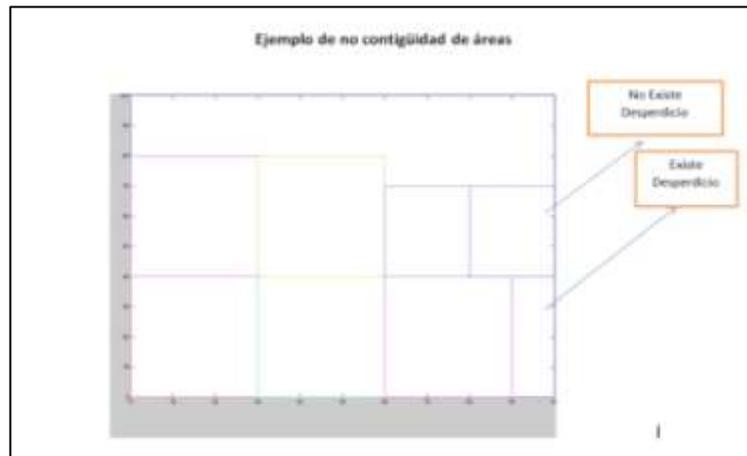


Figura 3-28. Grafico donde se aprecia la no contigüidad de áreas a lo largo

Estos 2 primeros pasos fueron programados en Matlab en la función Áreas

Mientras No recorra todas las planchas existentes inicialmente

Buscar areas desperdiciadas

Fin Mientras

Para i de 1 hasta Número de áreas desperdiciadas

Si áreas desperdiciadas son contiguas

Entonces Unir áreas

Fin Si

Fin para

Figura 3-29. Función Áreas

4.1.13 Selección del área a llenar en forma aleatoria

Una vez que ya tengamos todas las áreas debidamente agrupadas, procederemos a seleccionar una en forma aleatoria, considerando una aleatoriedad en función a un peso, el cual será el área desperdiciada, es decir

crearemos una distribución empírica donde el área mayor (Mayor desperdicio), tendrá un mayor peso, es decir una mayor probabilidad de ser elegida.

Este procedimiento fue programado en Matlab en la función DistEmpirica

```

Dado el desperdicio por áreas

Suma <- Sumar desperdicio de áreas

Para i 1 hasta Número de áreas desperdiciadas

    Pesos (i) <- Desperdicio por área / Suma

Fin Para

Generar aleatorio

P <- Buscar entre qué Pesos (i) cae el aleatorio

*P Plancha seleccionada

```

Figura 3-30. Función DistEmpirica

4.1.14 Selección de la pieza

El criterio de selección de la pieza es simple, empezaremos por la última pieza colocada en la última plancha, así con la penúltima y así en forma descendente hasta llenar el área desperdiciada. Lo novedoso será que para el llenado se podrá considerar rotación perpendicular de la pieza, es decir la pieza que originalmente fue colocada de forma (*Ancho, Largo*), se la podrá colocar de forma (*Largo, Ancho*), y esto rotación será basado en el siguiente criterio, que no es de nuestra autoría

Criterio

$$A = \text{Max} \left[\left\lfloor \frac{\text{DimensionLAD}}{Lp} \right\rfloor * \left\lfloor \frac{\text{DimensionAAD}}{Ap} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\text{DimensionLAD}}{Ap} \right\rfloor * \left\lfloor \frac{\text{DimensionAAD}}{Lp} \right\rfloor \right]$$

Figura 3-31. Fórmula para colocar si debe existir rotación de figuras

Donde

DimensionLAD: Dimensión del área desperdiciada a lo Ancho

DimensionLAD: Dimensión del área desperdiciada a lo Largo

Lp: Dimensión de la pieza desperdiciada a lo Largo

Ap: Dimensión de la pieza desperdiciada a lo Ancho

A == Opción 1

No se rotarán las piezas, es decir la colocación de las mismas será (*Ancho, Largo*)

A == Opción 2

Se rotarán las piezas perpendicularmente, es decir la colocación de las mismas será (*Largo, Ancho*)

El autor través de este criterio busca la mejor utilización de las planchas de metal, considerando lo siguiente:

Se supondrá el primer caso de colocación de la pieza Si dividimos la dimensión de ancho, que tiene 100 cm, para el largo de la pieza a colocar 24 cm, obtendremos un número muy probablemente decimal, 4.16 lo que nos dice que si colocamos las piezas a lo ancho considerando el largo entraran 4 piezas, ahora se calcula de la misma manera pero considerando el largo del espacio 350 cm y el ancho de la pieza 15 cm, obteniendo como resultado 23.3, lo que nos dice que de largo considerando el ancho de la pieza entran 23.

Es decir si entran 23 piezas por nivel y se pueden colocar 4 niveles en el espacio entraran 92 piezas.

Ahora en el segundo caso con la pieza volteada, se dividirá 100 ancho de el espacio para 15 ancho de la pieza y se obtiene 6.67 es decir que existirán 6 niveles y de dividir 350 largo del espacio, para 24 largo de la pieza se obtiene 14.58 es decir que entraran 14 piezas por cada nivel. Teniendo como resultado final que entraran 84 piezas

¿De qué forma convendrá colocar las piezas?

Obviamente, la Opción 1 porque nos da un mayor número de piezas a colocar en el mismo espacio.

Por lo que se concluirá que no conviene voltear la pieza,

De esta manera se prueba para la misma pieza ubicada de la 2 maneras permitidas (considerando que no está permitido colocar la pieza en forma diagonal),.

Cabe resaltar que las piezas que sean seleccionadas para llenar las áreas desperdiciadas ya no serán consideradas más dentro del algoritmo, porque ya tienen su lugar. De esta manera se irá reduciendo el número de planchas utilizadas, en el transcurso del algoritmo

Este procedimiento fue programado en Matlab en la función selección

```

Seleccionar Piezas
Voltear piezas <- Criterio Volteo
Si Voltear piezas == 0
    Entonces (Largo, Ancho)
    Caso Contrario (Ancho, Largo)
Fin Si

```

Figura 3-32. Función Selección

4.1.15 Llenado del área

El llenado tiene el mismo esquema que nuestra heurística inicial, en lo que respecta a la colocación de piezas, es decir empezará colocando la primera pieza en el lado inferior izquierdo, e irá lo largo mientras $\sum_i Lf_{(i)} < DimensionL$, ahí seguirá al siguiente nivel, considerando como base de el mismo, al $Max(Af)$ del nivel anterior, y seguirá con esta colocación hasta cuando:

$$Max(Af)(Nivel\ siguiente) + \sum_{j:Niveles\ anteriores} Max(Af) > DimensionL.$$

Lo nuevo aquí será la consideración de seguir llenando el área cuando ya no cumpla esta preposición, se voltearan las piezas y se vera si al invertir las dimensiones se puede seguir colocando piezas. Sí, sí se puede se procederá a seguir el mismo procedimiento anterior de llenado. Así hasta cuando con la otra dimensión ya no satisfaga la restricción

$$Max(Af)(Nivel\ siguiente) + \sum_{j:Niveles\ anteriores} Max(Af) > DimensionL., \quad \text{para las nuevas dimensiones}$$

Una vez hecho esto el área quedará llena. Por último para este llenado ya se consideran hechos el volteo de las piezas, si ese fuera el caso.

Este procedimiento fue programado en Matlab en la función Matriz, e ira dentro de la función selección previamente descrita.

4.1.16 Ubicación de las áreas

Una vez llena el área se deberá proceder a ubicarlas, para esto se considerara variables auxiliares para guardar en ellas el Punto (Xo, Yo) , el cual dirá las coordenadas geográficas en que se encontrará ubicada el área desperdiciada. También debemos guardar el número de la plancha del cual es procedente esta

área, ya que puede existir más de una plancha que tenga la misma área ubicada en el mismo punto (X_0, Y_0) . A este valor, número de plancha, lo denominaremos p .

Estos valores serán impresos en un archivo .txt en el transcurso del algoritmo y podrán ser observados para darle una interpretación correcta de ubicación de piezas, ya en la práctica

4.1.17 Selección única de la plancha

Una vez que la plancha ya fue llenada y ubicada en su respectivo lugar, esa área no podrá volver a ser seleccionada, para esto la eliminaremos de nuestra matriz, inicialmente llenada por todas las áreas desperdiciadas.

Estas serán unas cuantas líneas de código e irán dentro de la función Selección, descrita previamente.

4.1.18 Unión de todos los pasos descritos anteriormente.

Una vez llegado al paso 7, tendremos que volver al paso 1 así un número N de veces, el cual será un parámetro, recordando que mientras mayor sea el parámetro mayor será los cambios realizados, por ende mayor será la mejora, pero también hay que decir que este parámetro está acotado inferiormente por el 0 y superiormente por el *Numero total de áreas desperdiciadas*, considerando inclusive que existirán áreas desperdiciadas inservibles, ya que algunas de sus dimensiones *DimensionL* o *DimensionA* o ambas pueden ser menor que la menor dimensión de entre todas las piezas a colocar, en ancho o largo respectivamente, siendo esta área efectivamente una área desperdiciada pero que no se le podrá dar ningún tipo de uso. Considerando esto la cota

superior puede verse reducido por todas las áreas desperdiciadas pero inservibles. Quedando expresado de la siguiente forma:

$$0 < N < \text{Numero total de areas desperdiciadas} \\ - \text{Numero total de areas inservibles}$$

La unión de todos los pasos está programada en la función Cambio, en MatLab y el ingreso del parámetro N estará en nuestro programa final CorteA, desarrollado también en Matlab.

```

Visualización final del algoritmo de Mejora
Encontrar Areas desperdiciada(Numero de piezas)
Para i = 1:N
    Si existe Areas Contiguas
        Entonces Unir y Actualizar
    end
    Seleccionar Area desperdiciada
    Seleccionar Piezas

    Voltear piezas <- Criterio Volteo
    Si Voltear piezas == 0
        Entonces (Largo, Ancho)
        Caso Contrario (Ancho, Largo)
    Fin Si

    Llenar Matriz

    Numero de piezas
        = Numero de piezas
        - Numero de piezas puestas Area Desperdiciada

    Ubicamos Matriz

    Areas Prohibidas ∪ Area desperdiciada

End

```

Figura 3-33. Heurística final Algoritmo de Mejora

4.1.19 Funciones de Complemento

Escritura: Esta función nos imprime por pantalla, en forma escrita la distribución de nuestras piezas en las diferentes planchas de metal existentes.

Se lee as :

Cada paréntesis es un corte

Dimensiones (Ancho , Largo)

Plancha --> Largo

Ancho

^

|

Puede sumar y comprobar, la suma de Largo no puede superar : 600

Puede sumar y comprobar, la suma de ancho no puede superar : 122

También existe un grafico

Plancha 1

(27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66)

(27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66)

(27 ,66) (27 ,66) (27 ,66) (27 ,66)

Figura 3-34. Ejemplo de reporte escrito de la solución

Como podemos apreciar al inicio de la escritura se imprimen unos datos de ayuda, que servirán para la lectura de las tablas que se imprimen a continuación. Cada tabla representa una plancha, eso lo podrá notar porque cada una tiene una etiqueta, véase la figura 3-34. Aquí la lectura empezará por

la esquina superior derecha y de ahí hacia la izquierda, luego irá el segundo nivel que será la segunda fila de arriba hacia abajo y así hasta el último nivel que exista en la plancha. El ancho de la plancha será a lo vertical y el largo a lo horizontal. Por último cada paréntesis representa una pieza el primer valor será su dimensión de ancho y el segundo valor su dimensión de largo. Para el ejemplo de la figura, se aprecia que:

- Es la plancha 1
- Se obtendrán 22 elementos luego del corte
- Existen 2 niveles, 11 piezas por nivel
- Si se suman las dimensiones de largo de todas las piezas se comprueba que no es mayor que 600 cm, y si se suma las dimensiones de ancho de todas las piezas se comprueba que no es mayor a 122 cm, 600 cm y 122 cm son las dimensiones de las planchas

Representación grafica: Grafica la colocación de las piezas dentro de la plancha, se aprecia que se realizar un solo corte, a lo largo, pero más que todo estas graficas nos servirán para ubicar en la parte del algoritmo mejorado la ubicación de las áreas desperdiciadas.

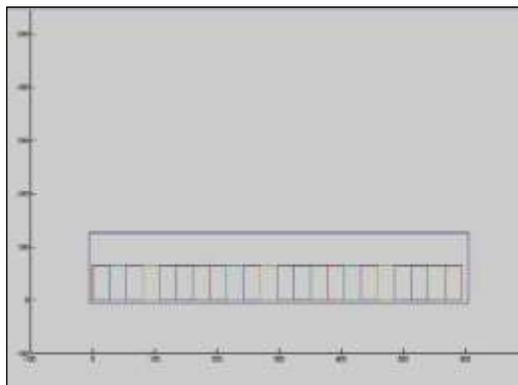


Figura 3-35. Ejemplo de representación de grafica de una plancha

Por ejemplo, la figura 3-35 es la grafica de la plancha 1 y es una herramienta de apoyo para la mejor comprensión de los datos escritos arrojados por la función escritura

Utilización: Esta función nos servirá para medir el desperdicio inicial en cada plancha, el desperdicio final, después de aplicar el algoritmo de mejora. Y poder cuantificar la maximización de la utilización de las planchas. Nos arrojará un valor por cada plancha. Así es como se visualiza el desperdicio:

<p>Heurística Inicial</p> <p>El desperdicio de material en la plancha 1 es 46.44 Por ciento.</p> <p>Heurística de mejora</p> <p>El desperdicio de material en la plancha 1 es 1.00 Por ciento.</p>
--

Figura 3-36. Ejemplo reporte de material desperdiciado por plancha

Viendo los datos de la figura 3-37, podemos apreciar que se minimiza el desperdicio de 46.44% a un 23.80%.

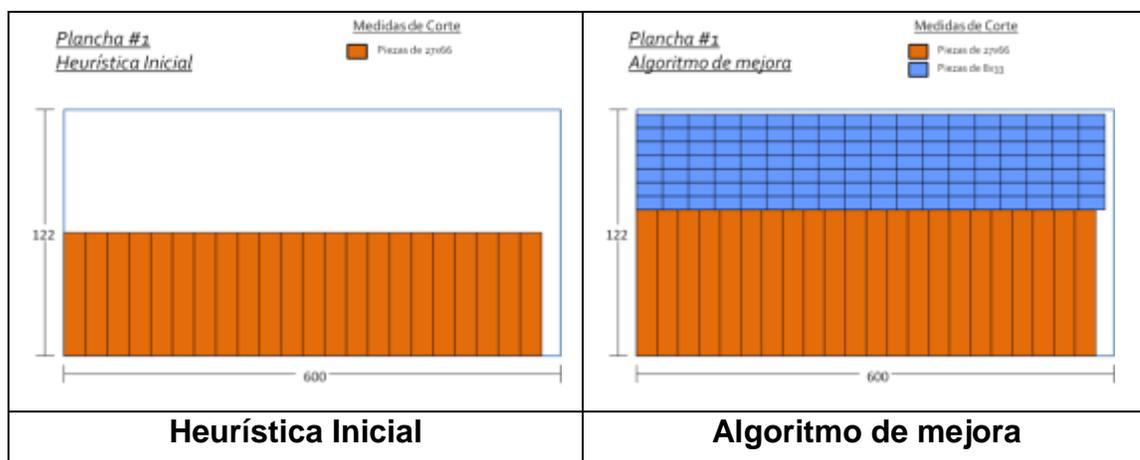


Figura 3-37. Heurística Inicial vs Algoritmo de Mejora

CAPÍTULO 4

4. Introducción

Este capítulo tiene por objetivo presentar y analizar los resultados obtenidos debido a la aplicación de la heurística inicial y algoritmo de mejora.

En la primera parte se presentarán los diseños de corte de la solución que propone la heurística inicial así como los del algoritmo de mejora y la interpretación correspondiente.

A través de la aplicación de la estadística descriptiva se analizarán los patrones de corte de cada etapa de implementación con el fin de contrastar resultados.

4.2 Presentación de resultados

Después de haber implementado la heurística inicial y el algoritmo de mejora se tendrá como resultado los patrones de corte, es decir la representación grafica que indica la forma en que deben ser cortadas las planchas utilizadas según la etapa II y III de la implementación.

Es importante recordar que las dimensiones de las planchas a utilizarse son: 600 cm de ancho y 120 cm de largo, pero por efectos de la heurística se volteará la plancha para empezar a llenar por el lado con mayor dimensión (véase la figura 4-1).

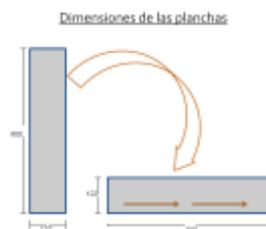


Figura 4-1. Dimensiones de las planchas a utilizar

Antes de presentar los resultados obtenidos se presentará una tabla que muestra la relación que existe entre los colores y los quince tipos de piezas que se deben cortar identificados en la etapa I de la implementación (véase la tabla 4.2):

Tipo de Pieza	Medidas	Colores
1	16x38	
2	16x24	
3	24x38	
4	27x66	
5	27x33	
6	43x66	
7	8x66	
8	8x33	
9	2x27	
10	22x55	
11	22x27	
12	35x55	
13	5x55	
14	5x27	
15	2x22	

Tabla 4-1. Colores asociados a los tipos de piezas

4.2.1 Heurística Inicial

La heurística inicial dará como resultado la utilización de 37 planchas, cuyos diseños de corte se detallan a continuación (véanse las figuras 4-2 – 4-6):

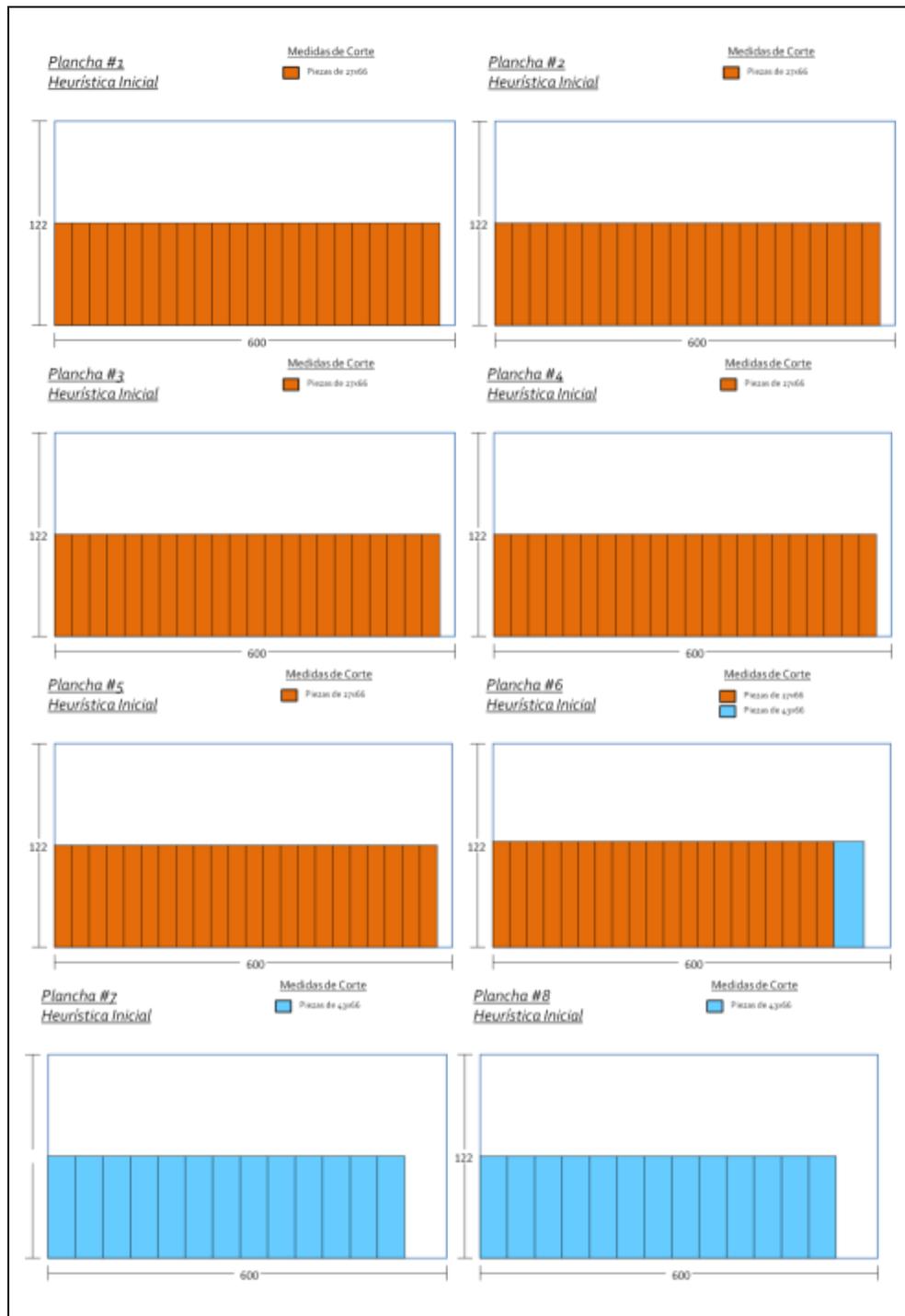


Figura 4-2. Diseños de corte: plancha 1 - plancha 8 "Heurística Inicial"

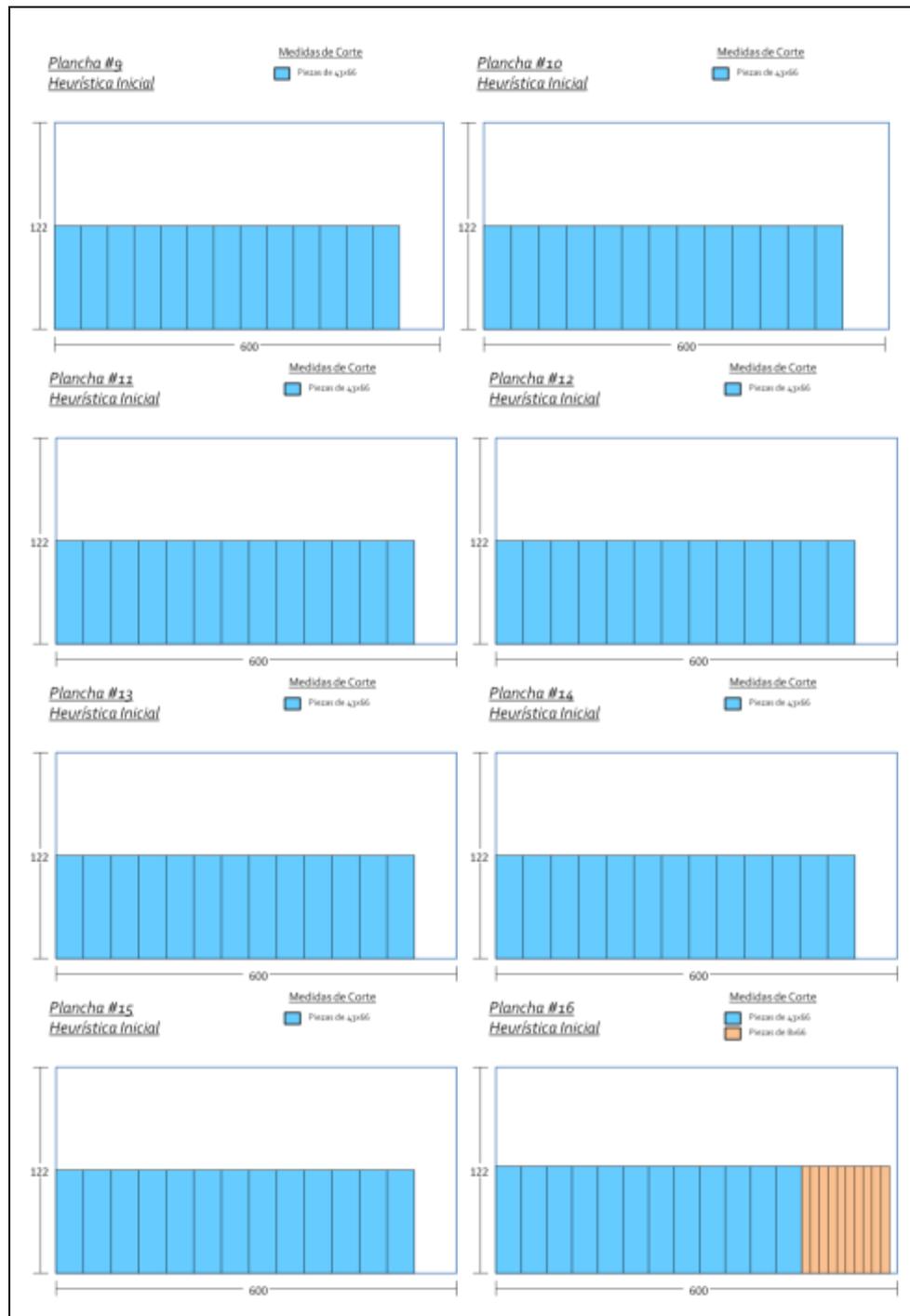


Figura 4-3. Diseños de corte: plancha 8 - plancha 16 "Heurística Inicial"

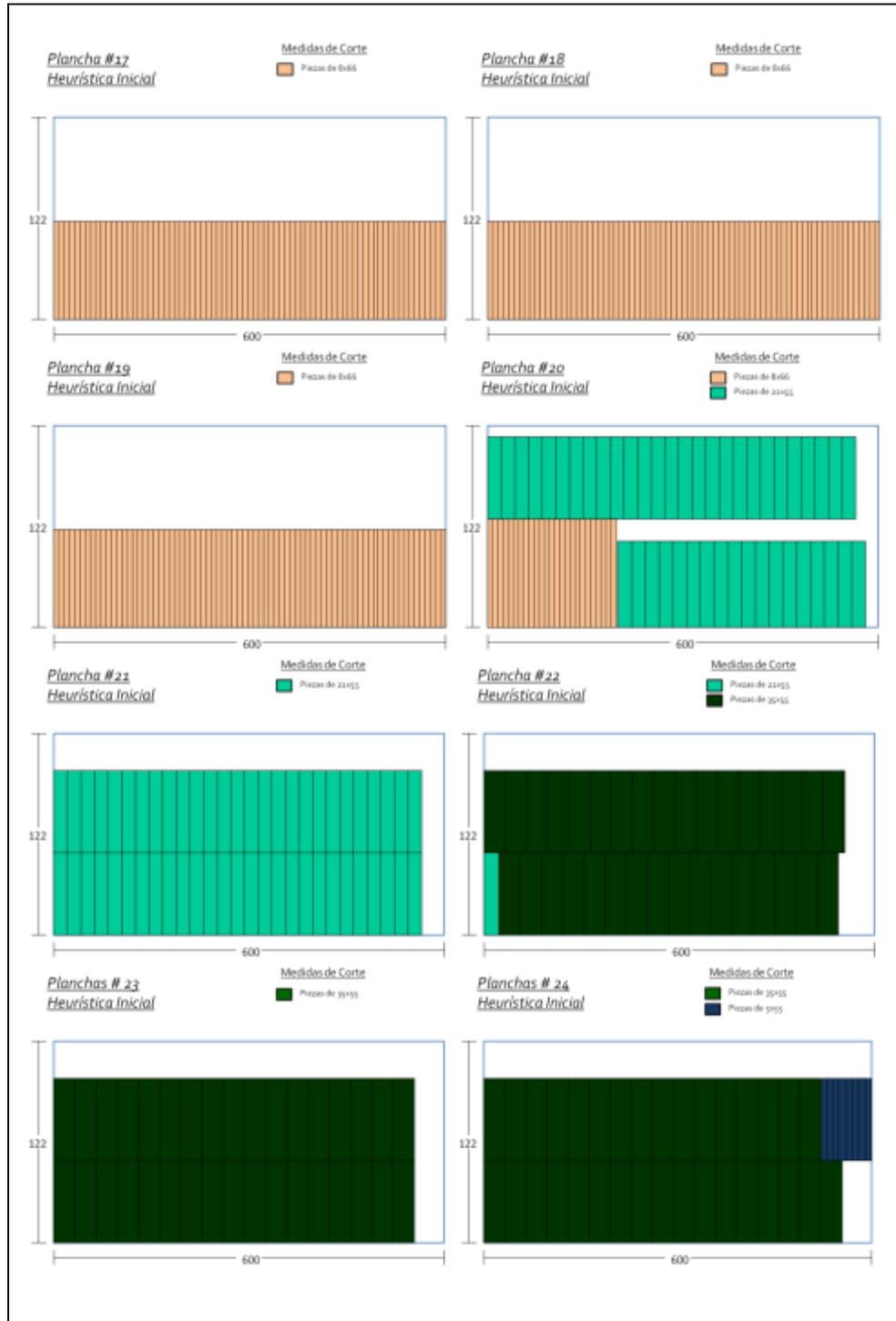


Figura 4-4. Diseños de corte: plancha 17 - plancha 24 "Heurística Inicial"



Figura 4-5. Diseños de corte: plancha 25 - plancha 32 "Heurística Inicial"

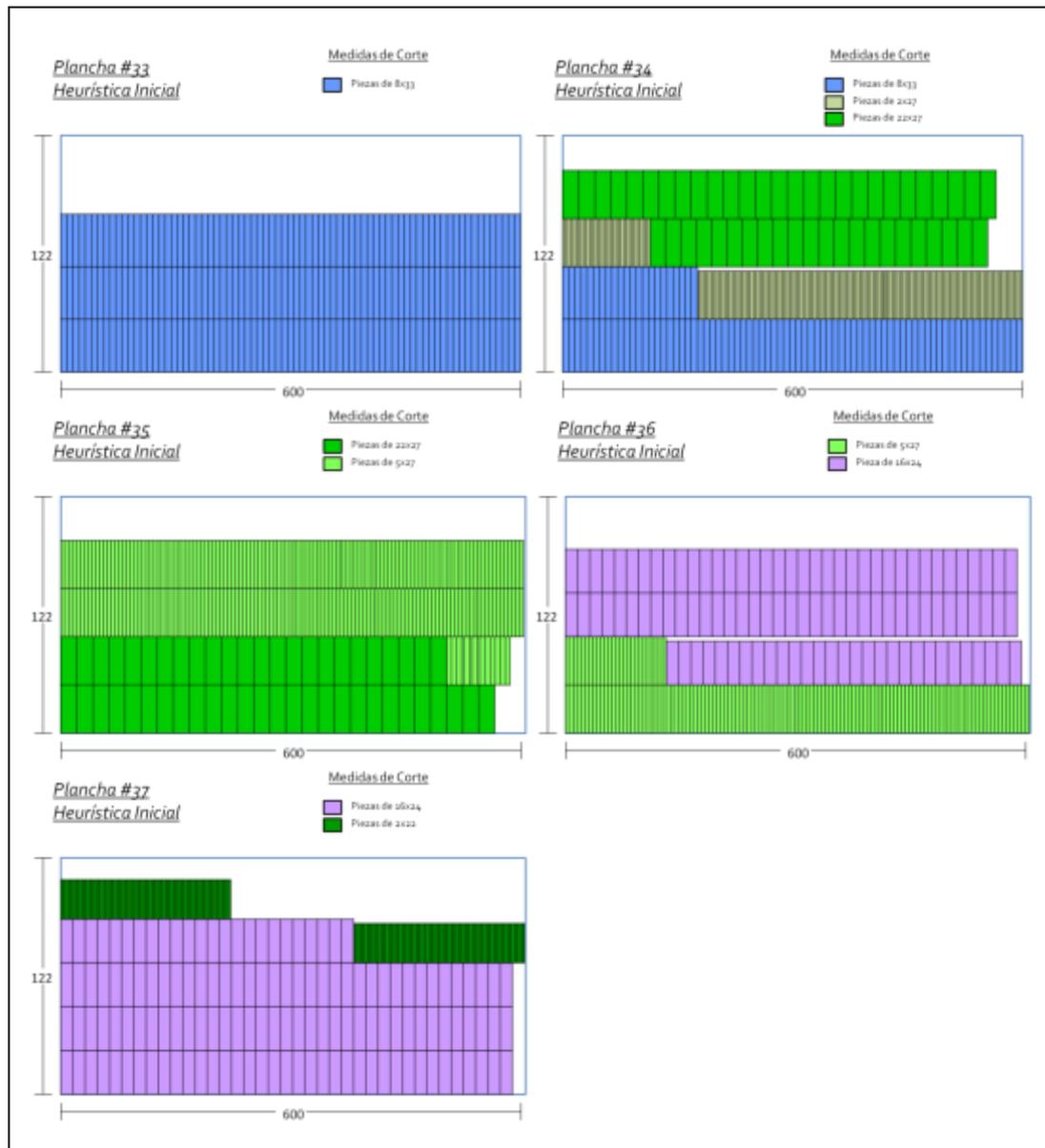


Figura 4-6. Diseños de corte: plancha 33 - plancha 37 "Heurística Inicial"

De acuerdo a las figuras 4-2, 4-3, 4-4, 4-5 y 4-6 se podrán detallar los siguientes puntos:

- Desde la plancha 1 hasta la 5 de la figura 4.2 responden a un mismo diseño de corte formado por un nivel y su lectura será: en el primer nivel se cortarán 22 piezas tipo 4.

- La plancha 6 de la figura 4.2 corresponde a un único diseño de corte constituido por un solo nivel; que señala que en el primer nivel se cortarán 20 piezas tipo 4 seguido de 1 pieza tipo 6.
- Las planchas 7 y 8 de la figura 4.2 y desde la plancha 9 hasta la 15 de la figura 4.3 responden a un mismo diseño de corte integrado por un nivel; y, su lectura será: en el primer nivel se cortarán 13 piezas tipo 6.
- La plancha 16 de la figura 4.3 corresponde a un único diseño de corte organizado en un nivel, que indica que en el primer nivel se cortarán 12 piezas tipo 6 seguido de 10 piezas tipo 7.
- Desde la plancha 17 hasta la 19 de la figura 4.4 responden a un mismo diseño de corte conformado por un solo nivel, que indica que en el primer nivel se cortarán 75 piezas tipo 7.
- La plancha 20 de la figura 4.4 forma un único diseño de corte constituido por dos niveles, que indica que en el primer nivel se cortarán 25 piezas tipo 7 seguido se realizará 22 cortes de piezas tipo 10 y en el segundo nivel se cortarán 27 piezas de este último tipo.
- La plancha 21 de la figura 4.4 constituye un nuevo diseño de corte conformado por dos niveles, que indica que tanto en el primer como el segundo nivel se deberán realizar 27 cortes de piezas tipo 10.
- La plancha 22 de la figura 4.4 conforma un único diseño de corte integrado por dos niveles, que indica que en primer nivel se cortarán 1 pieza tipo 10, luego 16 piezas tipo 12 y en el segundo nivel 17 cortes de tipo 12.
- La plancha 23 de la figura 4.4 representa un nuevo diseño de corte formado por dos niveles, que indica que tanto en el primer como el segundo nivel se deberán realizar 17 cortes de piezas tipo 12.
- La plancha 24 de la figura 4.4 incorpora otro diseño de corte conformado por dos niveles, que indica que en el primer nivel se cortarán 17 piezas tipo 12 y

en el segundo nivel 16 piezas del mismo tipo seguido de 8 cortes de piezas tipo 13.

- La plancha 25 de la figura 4.5 añade un nuevo diseño de corte organizado en dos niveles, que indica que en el primer nivel se realizará 120 cortes de piezas tipo 13 y en el segundo nivel 72 cortes de piezas del mismo tipo seguido de 15 cortes de piezas tipo 1.
- La plancha 26 de la figura 4.5 corresponde a un único diseño de corte que posee tres niveles. En el primer y segundo nivel se realizarán 37 cortes de piezas tipo 1 y el tercer nivel se cortará 31 piezas del mismo tipo seguido de 4 cortes de piezas tipo 3.
- Desde la plancha 27 de la figura 4.5 hasta la 29 de la figura 4.5 responden a un mismo diseño de corte, que posee tres niveles. Según este patrón se realizarán 25 cortes de piezas tipo 4 en cada uno de los tres niveles.
- La plancha 30 de la figura 4.5 responde a un único diseño de corte que tiene tres niveles. En el primer nivel se cortarán 11 piezas tipo 4 seguido de 12 piezas tipo 5, y en el segundo y tercer nivel se realizarán 22 cortes de piezas tipo 5.
- La plancha 31 de la figura 4.5 constituye un nuevo diseño de corte formado por tres niveles, que indica que en los tres niveles se deberán realizar 22 cortes de piezas tipo 5.
- La plancha 32 de la figura 4.5 forma un único diseño de corte que posee tres niveles. En el primer nivel se deberán realizar 8 cortes de piezas tipo 5 seguido de 48 cortes de piezas tipo 8. En el segundo y tercer nivel se cortarán 75 piezas tipo 8.
- La plancha 33 de la figura 4.6 añade un nuevo diseño de corte formado tres niveles. En cada uno de éstos se cortará 75 piezas tipo 8.

- La plancha 34 de la figura 4.6 corresponde a un distinto diseño de corte, que posee cuatro niveles. En el primer nivel se deberán realizar 75 cortes de piezas tipo 8, en el segundo nivel se cortarán 22 piezas del mismo tipo seguido de 212 piezas tipo 9, en el tercer nivel se deberá realizar 48 cortes de piezas del mismo tipo seguido de 22 cortes de piezas tipo 11 y en el cuarto nivel se cortarán 27 piezas del mismo tipo.
- La plancha 35 de la figura 4.6 responde a un único diseño de corte constituido por cuatro niveles. En el primer nivel se cortarán 27 piezas tipo 11, en el segundo nivel se realizará 24 cortes de piezas del mismo tipo seguido de 14 cortes de piezas tipo 14, y en los dos últimos niveles 120 cortes de piezas tipo 14 en cada uno de éstos.
- La plancha 36 de la figura 4.6 corresponde a un único diseño de corte organizado en cuatro niveles. En el primer nivel se cortará 120 piezas tipo 14, en el segundo nivel se realizará 26 cortes de piezas del mismo tipo, seguido de 29 cortes de piezas tipo 2, y los dos últimos niveles 37 cortes de piezas tipo 2 en cada uno de éstos.
- La plancha 37 de la figura 4.6 conforma un nuevo diseño de corte integrado por cinco niveles. En el primer, segundo y tercer nivel se cortarán 37 piezas tipo 2, en el cuarto nivel se realizará 26 cortes de piezas del mismo tipo, seguido de 92 cortes de piezas tipo 15, y el último nivel 108 cortes de piezas también tipo 15.

Conforme a lo detallado se incorporará el concepto de patrones de corte, como se observó la heurística inicial dará como resultado la utilización de 37 planchas con sus respectivos diseños de corte, pero se demostró que éstos pueden ser agrupados convirtiéndose en patrones de corte. En otras palabras un patrón de corte es la representación de un grupo de planchas que poseen el mismo diseño

de corte. Para este caso en particular se observará que a pesar de existir 37 planchas solo existen 21 patrones de corte (véase tabla 4-2):

Patrones	Planchas
1	1-2-3-4-5
2	6
3	7-8-9-10-11-12-13-14-15
4	16
5	17-18-19
6	20
7	21
8	22
9	23
10	24
11	25
12	26
13	27-28-29
14	30
15	31
16	32
17	33
18	34
19	35
20	36
21	37

Tabla 4-2. Patrones de corte “Heurística Inicial”

Esto quiere decir que:

- Las planchas 1, 2, 3, 4 y 5 responden al 1er patrón de corte
- La plancha 6 corresponde al 2do patrón de corte
- Las planchas 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 y 15 responden al 3er patrón de corte
- La plancha 16 corresponde al 4to patrón de corte
- Las planchas 17,18 y 19 responden al 5to patrón de corte
- La plancha 20 corresponde al 6to patrón de corte

- La plancha 21 corresponde al 7mo patrón de corte
- La plancha 22 corresponde al 8ava patrón de corte
- La plancha 23 corresponde al 9no patrón de corte
- La plancha 24 corresponde al 10mo patrón de corte
- La plancha 25 corresponde al 11avo patrón de corte
- La plancha 26 corresponde al 12avo patrón de corte
- Las planchas 27, 28 y 29 responden al 13avo patrón de corte
- La plancha 30 corresponde al 14avo patrón de corte
- La plancha 31 corresponde al 15avo patrón de corte
- La plancha 32 corresponde al 16avo patrón de corte
- La plancha 33 corresponde al 17avo patrón de corte
- La plancha 34 corresponde al 18avo patrón de corte
- La plancha 35 corresponde al 19avo patrón de corte
- La plancha 36 corresponde al 20avo patrón de corte
- La plancha 37 corresponde al 21avo patrón de corte

Para entender mejor la visualización grafica de los cortes a realizarse y demostrar el cumplimiento de la demanda de cortes para cada tipo de pieza se presenta la siguiente tabla (véase tabla 4-3):

Planchas	Piezas requeridas														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	-	-	-	22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	-	-	-	22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	20	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
13	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
14	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	-	-	-	-	-	12	10	-	-	-	-	-	-	-	-
17	-	-	-	-	-	-	75	-	-	-	-	-	-	-	-
18	-	-	-	-	-	-	75	-	-	-	-	-	-	-	-
19	-	-	-	-	-	-	75	-	-	-	-	-	-	-	-
20	-	-	-	-	-	-	25	-	-	45	-	-	-	-	-
21	-	-	-	-	-	-	-	-	-	54	-	-	-	-	-
22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	33	-	-	-
23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	34	-	-	-
24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	33	8	-	-
25	15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	192	-	-
26	105	-	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
27	-	-	75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
28	-	-	75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
29	-	-	75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
30	-	-	11	-	56	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
31	-	-	-	-	66	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
32	-	-	-	-	8	-	-	198	-	-	-	-	-	-	-
33	-	-	-	-	-	-	-	225	-	-	-	-	-	-	-
34	-	-	-	-	-	-	-	97	260	-	49	-	-	-	-
35	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	51	-	-	254	-
36	-	103	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	146	-
37	-	137	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200
Demanda	120	240	240	130	130	130	260	520	260	100	100	100	200	400	200

Tabla 4-3. Matriz de cortes "Heurística Inicial"

La tabla 4-3 indica la distribución de la demanda de cortes para cada tipo de pieza en cada una de las planchas. En la última fila se demuestra el cumplimiento de la demanda de los tipos de piezas requeridas.

4.2.2 Algoritmo de mejora

El algoritmo de mejora ha dado como resultado la utilización de 28 planchas, cuyos diseños de corte se detallan a continuación (véase figuras 4.7 – 4.10):

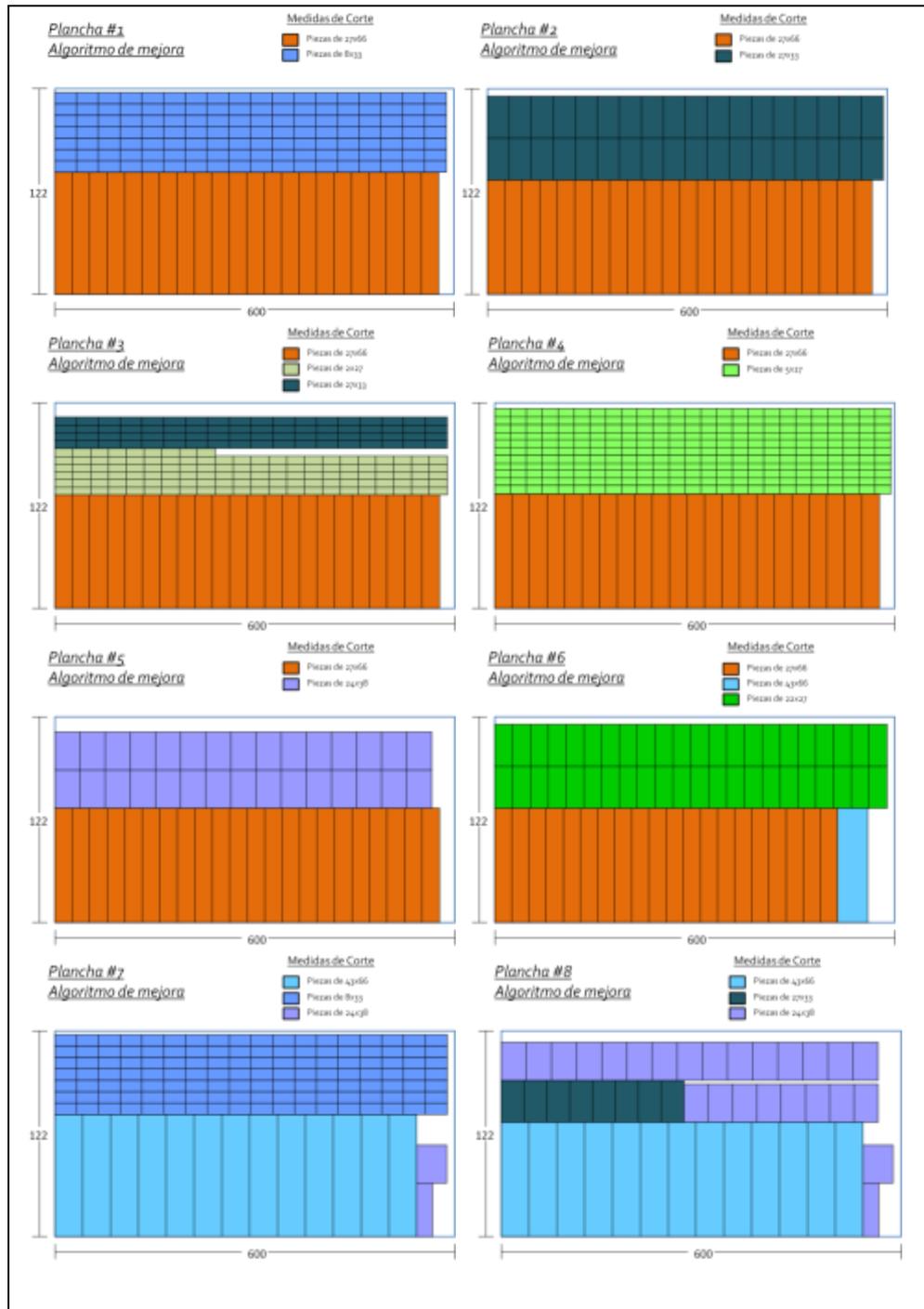


Figura 4-7. Diseños de corte: plancha 1 - plancha 8 "Algoritmo de mejora"

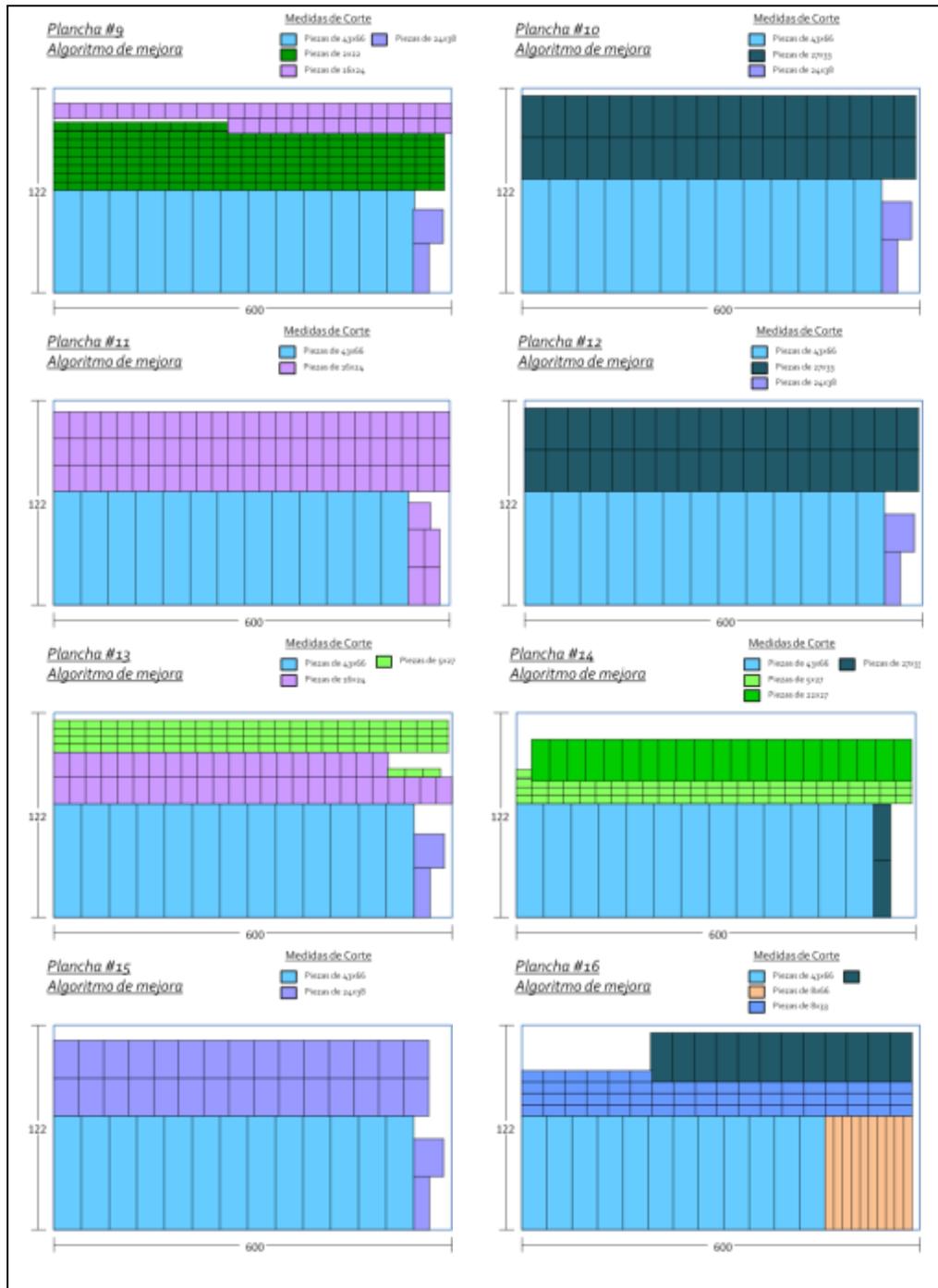


Figura 4-8. Diseños de corte: plancha 9 - plancha 16 “Algoritmo de mejora”

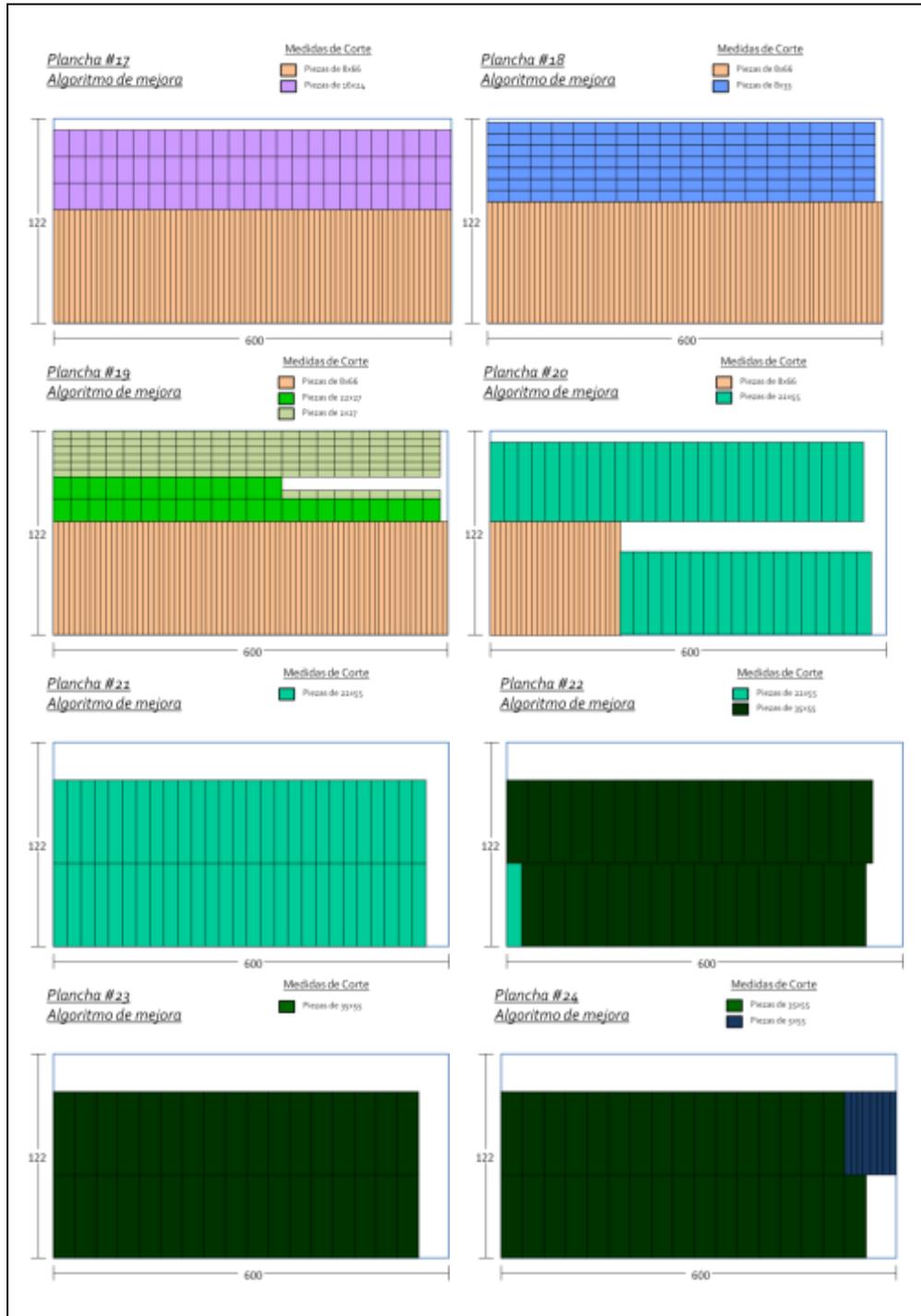


Figura 4-9. Diseños de corte: plancha 17 - plancha 24 "Algoritmo de mejora"

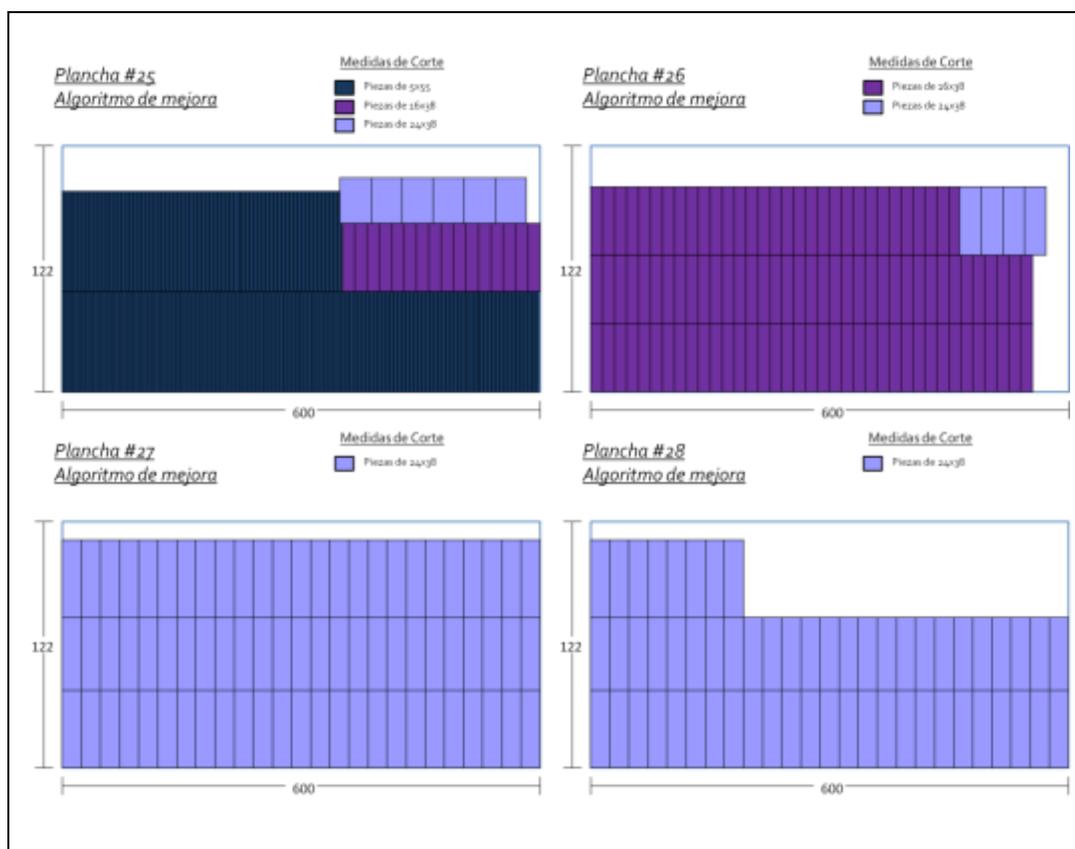


Figura 4-10. Diseños de corte: plancha 25 - plancha 28 "Algoritmo de mejora"

Conforme lo observado en las figuras 4-7, 4-8, 4-9 y 4-10 es importante resaltar que han sido reducidas las nueve últimas planchas en relación a la heurística inicial y por ende existen planchas en las cuales el diseño de corte es diferente en relación a la anterior solución planteada; esto sucede con el grupo de planchas que inicia en la 1 hasta la 19 y las planchas 25 y 28, por esto solo será necesario detallar la lectura de los nuevos diseños de éstas planchas. Además es importante resaltar que en la solución final no existen diseños de cortes iguales por lo que se sobrentenderá que cada plancha constituye un patrón de corte.

Otra acotación interesante es que los patrones finales respetan la condición de corte guillotina al igual que los propuestos por la heurística inicial, con la diferencia de que en esta ocasión los cortes no solo son guillotinados en niveles, ya que algunos cortes de patrones corresponden al concepto general de corte guillotina no necesariamente en niveles. En la interpretación de los patrones se omitirá la descripción de los cortes que deben realizarse para retirar el desperdicio. De esta manera se tiene que:

- La plancha 1 de la figura 4-7 responde a la clasificación de corte guillotina en niveles. Posee ocho niveles por lo tanto se deben realizar siete cortes horizontales para separar niveles. Luego, en el primer nivel se realizarán cortes verticales para obtener 22 piezas tipo 4 y desde el segundo al séptimo nivel los cortes verticales ayudarán a obtener 18 piezas tipo 8 en cada uno.
- La plancha 2 de la figura 4-7 presenta cortes guillotina en tres niveles. Según este patrón se realizarán cortes horizontales para dividir la plancha en sus tres niveles. Cada nivel necesita de cortes verticales para obtener 22 piezas tipo 4 en el primero y 18 piezas tipo 5 tanto en segundo como en el tercero.
- La plancha 3 de la figura 4-7 está dividida en once cortes guillotinados en niveles, por esto en un principio se deberán realizar cortes horizontales y luego cortes verticales en cada nivel para obtener: 22 piezas tipo 4 en el primer nivel, 22 piezas tipo 9 en cada nivel desde el segundo al quinto; en el sexto nivel los primeros cortes verticales darán como resultado 9 piezas tipo 9 y 10 piezas tipo 8. En cada uno de los cuatro niveles restantes se obtendrán 18 piezas tipo 8.

- La plancha 4 de la figura 4-7 constituye un nuevo patrón de corte guillotina en niveles conformado doce niveles que serán separados por once cortes verticales. Con la ayuda de cortes verticales realizados en cada nivel se obtendrá lo siguiente: 22 piezas tipo 4 en el primer nivel y en los once niveles sobrantes 22 piezas de tipo 14.
- La plancha 5 de la figura 4-7 conforma un patrón de corte guillotinado organizado en tres niveles, los cuales se obtendrán después de realizar dos cortes horizontales. En el primer nivel después de los respectivos cortes verticales se conseguirán 22 piezas tipo 4 y 15 piezas tipo 3 en cada uno de los dos restantes niveles.
- La plancha 6 de la figura 4-7 también representa un patrón de corte guillotina en tres niveles. Se necesitan dos cortes horizontales para dividir los niveles seguidos de cortes verticales para obtener: en el primer nivel 20 piezas tipo 4 y 1 pieza tipo 6, en el segundo y tercer nivel 22 piezas tipo 11
- La plancha 7 de la figura 4-7 es un patrón de corte guillotina que se sale del contexto de guillotina en niveles. En un primer corte horizontal se divide la plancha en dos partes: una de ellas sigue siendo solamente guillotizada mientras que la segunda se convierte en guillotizada en siete niveles. En la primera parte se realizarán cortes verticales para obtener 13 piezas tipo 6 y la ultima división de ésta parte necesitará de un corte horizontal para conseguir 2 piezas tipo 3. En la segunda parte se necesitarán seis cortes horizontales para separar los siete niveles seguidos de cortes verticales que permitirán obtener 18 piezas tipo 8.

- La plancha 8 de la figura 4-7 responde a un nuevo patrón de corte únicamente guillotinado, pero de la misma manera que en el patrón anterior un primer corte horizontal separará la plancha en dos partes. En la primera después de aplicar doce cortes verticales se obtendrán 13 piezas tipo 6. En la segunda parte se pueden apreciar tres niveles que serán separados por dos cortes horizontales, en el primer nivel después de realizar quince cortes verticales se obtendrán 8 piezas tipo 5 y 8 piezas tipo 3; mientras que en el segundo nivel 15 piezas tipo 3.
- La plancha 9 de la figura 4-8 es un patrón de corte guillotinado. Para empezar se debe realizar un corte horizontal que dividirá la plancha en dos partes. En la primera parte se realizarán trece cortes verticales y uno horizontal para obtener 13 piezas tipo 6 y 2 piezas tipo 3. En la segunda parte con la ayuda de ocho cortes horizontales seguidos de cortes verticales se obtendrán 27 piezas tipo 15 en los siete primeros niveles, en el octavo nivel se conseguirán 11 piezas tipo 15 y 14 piezas tipo 2, finalmente en el último nivel se obtendrán 25 piezas tipo 3.
- Las planchas 10 y 12 de la figura 4-8 constituyen un patrón de cortes ortogonales. Según este patrón con la ayuda de un corte horizontal se divide la plancha en dos partes. Posteriormente en la primera parte se efectuarán trece cortes verticales y uno vertical para conseguir 13 piezas tipo 6 y 2 piezas tipo 3. En la segunda parte a través de un corte horizontal se separarán los dos niveles y con la ayuda de cortes verticales se obtendrán 18 piezas tipo 5 en cada nivel.

- La plancha 11 de la figura 4-8 instituye un nuevo patrón de corte tipo guillotina. De la misma forma que el anterior se debe dividir la plancha en dos partes a través de un corte horizontal. En el primer nivel con la ayuda de trece cortes verticales y tres cortes horizontales se obtendrán 13 piezas tipo 6 seguidos de 5 piezas tipo 2; y, en la segunda parte se realizarán dos cortes horizontales para separar los tres niveles y veinte y cuatro cortes verticales para obtener 25 piezas tipo 2 en cada uno de los tres niveles.
- La plancha 13 de la figura 4-8 forma un único patrón de corte, que luego de aplicar un corte horizontal para dividir la plancha en dos partes se tiene que en la primera con la ayuda de trece cortes verticales y un corte horizontal se obtendrán 13 piezas tipo 6 seguidos de 2 piezas tipo 3. En la segunda parte mediante la aplicación de cinco cortes horizontales se dividirá en seis niveles de los que se obtendrán 25 piezas tipo 2 en el primer nivel, 21 piezas tipo 2 y 3 piezas tipo 14; y, en los cinco niveles restantes se obtendrán 22 piezas tipo 14 en cada nivel.
- La plancha 14 de la figura 4-8 añade un nuevo patrón de cortes ortogonales. Se necesita un corte horizontal para separar la plancha en dos partes. En la primera parte con la ayuda de trece cortes verticales y un corte horizontal se obtendrán 13 piezas tipo 6 seguidos de 2 piezas tipo 5. En la segunda parte se aplicarán tres cortes horizontales para separar los cuatro niveles, luego realizando cortes verticales se obtendrán 22 piezas tipo 14 en los tres primeros niveles de esta parte y en el último nivel 1 piezas tipo 14 y 21 planchas tipo 11.

- La plancha 15 de la figura 4-8 corresponde a un patrón de corte guillotinado. Es necesario realizar un corte horizontal para separar la plancha en dos partes. En la primera parte con la ayuda de tres cortes verticales y un corte horizontal se obtendrán 13 piezas tipo 6 seguidos de 2 piezas tipo 3. En la segunda parte se aplicará un corte horizontal para separar los dos niveles, luego realizando cortes verticales se obtendrán 15 piezas tipo 3 en cada uno de los dos niveles de esta parte.
- La plancha 16 de la figura 4-8 corresponde a un nuevo patrón de corte guillotinado organizado en cinco niveles que se separarán por cuatro cortes horizontales. En el primer nivel se efectuarán veinte y un cortes para obtener 12 piezas tipo 6 y 10 piezas tipo 7. Para los niveles segundo, tercero y cuarto diez y siete cortes verticales serán necesarios para obtener 18 piezas tipo 8 en cada nivel. En el último nivel con la ayuda de cortes verticales se conseguirán 6 piezas tipo 8 y 12 piezas tipo 5.
- La plancha 17 de la figura 4-9 indica que es un patrón de corte guillotina en cuatro niveles. Se harán tres cortes horizontales para separar los niveles. En el primer nivel con la aplicación de cortes verticales se cortarán 75 piezas tipo 7, y en los tres niveles restantes se obtendrán 25 piezas tipo 2 en cada uno.
- La plancha 18 de la figura 4-9 constituye un nuevo patrón de corte guillotinado en ocho niveles. Para dividir la plancha en niveles es necesario aplicar siete cortes horizontales. Luego la realización de cortes verticales ayudarán a obtener 75 piezas tipo 7 en el primer nivel y 18 piezas tipo 8 en siete niveles superiores.

- La plancha 19 de la figura 4-9 instituye un patrón de corte guillotinado en nueve niveles. Se necesitan aplicar ocho cortes horizontales para dividir la plancha en niveles. Luego la realización de cortes verticales ayudarán a obtener 75 piezas tipo 7 en el primer nivel; 22 piezas tipo 11 en el segundo; 13 piezas tipo 11 y 9 piezas tipo 9 en el siguiente nivel; y, 22 piezas tipo 9 en cada uno de los niveles restantes.
- La plancha 20 de la figura 4-9 establece un diferente patrón de corte guillotinado en dos niveles. Un primer corte horizontal servirá para dividir la plancha en los dos niveles. Luego a través de cortes verticales se conseguirán: 25 piezas tipo 7 seguido de 22 piezas tipo 10 en el primer nivel y en el segundo nivel 27 piezas de este último tipo.
- La plancha 21 de la figura 4-9 forma otro patrón de corte guillotinado en dos niveles. En un primer corte horizontal se dividirá la plancha en los dos niveles. Luego a través de cortes verticales se conseguirán: 27 cortes de piezas tipo 10 en cada nivel.
- La plancha 22 de la figura 4-9 está dividida en once cortes guillotinos en niveles, por esto en un principio se deberá realizar un corte horizontal y luego cortes verticales en cada nivel para obtener: en el primer nivel 1 pieza tipo 10, luego 16 piezas tipo 12 y en el segundo nivel 17 cortes de tipo 12.

- La plancha 23 de la figura 4-9 responde a la clasificación de patrones de corte guillotina en niveles, por esto en un principio se deberá realizar un corte horizontal y luego cortes verticales en cada nivel para obtener tanto en el primer como el segundo nivel 17 piezas tipo 12.
- La plancha 24 de la figura 4-9 conforma un patrón de corte guillotinado organizado en dos niveles. En un primer corte horizontal se divide la plancha en dos partes de una de ellas, realizando diez y seis cortes verticales se obtienen 17 piezas tipo 12. La otra parte necesita de veinte y tres cortes verticales para obtener 16 piezas tipo 12 y 8 piezas tipo 13.
- La plancha 25 de la figura 4-10 conforma un patrón de corte guillotinado que no está distribuido en niveles. En un primer corte horizontal se divide la plancha en dos partes de una de ellas, realizando ciento diez y nueve cortes verticales se obtienen 120 piezas tipo 13. La otra parte necesita de mas cortes uno vertical que separará esta parte en dos, la primera de ellas requiere de setenta y un cortes verticales para obtener 72 piezas tipo 13, la segunda parte necesita de un corte horizontal y luego de varios cortes verticales para obtener 15 cortes de piezas tipo 1 y 6 tipo 3.
- La plancha 26 de la figura 4-10 constituye un nuevo patrón de corte guillotina en tres niveles. Primero se efectuarán dos cortes horizontales para dividir la plancha en tres, las dos primeras partes requerirán de treinta y seis cortes verticales cada con el fin de obtener 37 piezas tipo 1, mientras que la tercera parte necesita treinta y cuatro cortes verticales para obtener 31 piezas tipo 1 y 4 piezas tipo 3.

- La plancha 27 de la figura 4-10 instituye un patrón de corte guillotina en tres niveles iguales, es decir el corte de cada nivel darán la misma cantidad piezas del mismo tipo. Se necesitará de dos cortes horizontales para separar los niveles homogéneos, luego se realizarán veinte y cuatro cortes verticales en cada uno de éstos con la finalidad de obtener 24 piezas tipo 4 en cada nivel.
- La plancha 28 de la figura 4-10 presenta un patrón de corte similar al patrón de corte anterior con la diferencia de que una vez obtenidos los tres niveles y divididos los dos primeros para obtener 24 piezas tipo 4 en cada nivel en el último nivel se deberá realizar solo 7 cortes verticales y se obtendrán 8 piezas tipo 4.

Dado que se originaron cambios en los diseños por consiguiente también los patrones de corte se modificaron para esta solución planteada por el algoritmo de mejora (véase tabla 4.4):

Patrones	Planchas
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10 y 12
11	11
12	13
13	14
14	15
15	16
16	17
17	18
18	19
19	20
20	21
21	22
22	23
23	24
24	25
25	26
26	27
27	28

Tabla 4-4. Patrones de corte “Algoritmo de mejora”

Esto quiere decir que:

- La plancha 1 corresponde al 1er patrón de corte
- La plancha 2 corresponde al 2do patrón de corte
- La plancha 3 corresponde al 3er patrón de corte
- La plancha 4 corresponde al 4to patrón de corte
- La plancha 5 corresponde al 5to patrón de corte
- La plancha 6 corresponde al 6to patrón de corte
- La plancha 7 corresponde al 7mo patrón de corte
- La plancha 8 corresponde al 8avo patrón de corte
- La plancha 9 corresponde al 9no patrón de corte
- Las planchas 10 y 12 corresponden al 10mo patrón de corte
- La plancha 11 corresponde al 11avo patrón de corte
- La plancha 13 corresponde al 12avo patrón de corte
- La plancha 14 corresponde al 13avo patrón de corte
- Las plancha 15 corresponde al 14avo patrón de corte
- La plancha 16 corresponde al 15avo patrón de corte
- La plancha 17 corresponde al 16avo patrón de corte
- La plancha 18 corresponde al 17avo patrón de corte
- La plancha 19 corresponde al 18avo patrón de corte
- La plancha 20 corresponde al 19avo patrón de corte
- La plancha 21 corresponde al 20avo patrón de corte
- La plancha 22 corresponde al 21avo patrón de corte
- La plancha 23 corresponde al 22avo patrón de corte
- La plancha 24 corresponde al 23avo patrón de corte
- La plancha 25 corresponde al 24avo patrón de corte
- La plancha 26 corresponde al 25avo patrón de corte

- La plancha 27 corresponde al 26avo patrón de corte
- La plancha 28 corresponde al 27avo patrón de corte

Para entender mejor la visualización grafica de los cortes a realizarse según el algoritmo de mejora y demostrar el cumplimiento de la demanda de cortes para cada tipo de pieza se presenta la siguiente tabla (véase tabla 4.5):

Planchas	Piezas requeridas														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	-	-	-	22	-	-	-	126	-	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	22	36	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	-	-	-	22	-	-	-	82	119	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	242	-
5	-	-	30	22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	20	-	1	-	-	-	-	44	-	-	-	-
7	-	-	2	-	-	13	-	126	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	25	-	8	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	-	39	2	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	200
10	-	-	2	-	36	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	-	80	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	-	-	2	-	36	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
13	-	46	2	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	91	-
14	-	-	-	-	2	13	-	-	-	-	21	-	-	67	-
15	-	-	32	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	-	-	-	-	12	12	10	60	-	-	-	-	-	-	-
17	-	75	-	-	-	-	75	-	-	-	-	-	-	-	-
18	-	-	-	-	-	-	75	126	-	-	-	-	-	-	-
19	-	-	-	-	-	-	75	-	141	-	35	-	-	-	-
20	-	-	-	-	-	-	25	-	-	45	-	-	-	-	-
21	-	-	-	-	-	-	-	-	-	54	-	-	-	-	-
22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	33	-	-	-
23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	34	-	-	-
24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	33	8	-	-
25	15	-	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	192	-	-
26	105	-	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
27	-	-	75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
28	-	-	58	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Demanda	120	240	240	130	130	130	260	520	260	100	100	100	200	400	200

Tabla 4-5. Matriz de cortes "Algoritmo de mejora"

La tabla 4.3 indica la distribución de la demanda de cortes para cada tipo de pieza en cada una de las planchas. En la última fila se demuestra el cumplimiento de la demanda de los tipos de piezas requeridas.

4.3 Análisis de resultados

En esta sección analizaremos el porqué de ciertos resultados, basándonos principalmente en 2 indicadores:

- El Porcentaje de desperdicio por plancha(% desperdicio)
- El Numero de planchas utilizadas(# planchas)

Los porcentajes de desperdicios existentes en cada plancha nos expresan la cantidad total de plancha no utilizada, y son en otras palabras los valores a disminuir, ya que mientras menores sean estos valores, menor será el número de planchas utilizadas, es decir estos valores serán los indicadores para poder saber que tan bueno es mi algoritmo de mejora

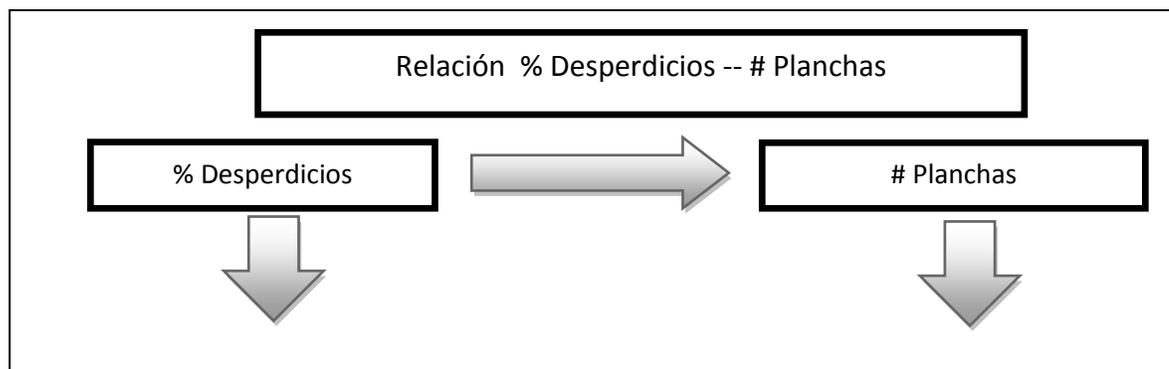


Tabla 4- 6. Relación de desperdicios vs #planchas

Para realizar este análisis nos basaremos en la siguiente estructura:

1. Datos
2. Estadística descriptiva de los datos

3. Histograma
4. Ojivas
5. Interpretación de los resultados

4.3.1 Porcentajes de Desperdicios Algoritmo de Mejora

- Datos

Plancha 1	1,00%
Plancha 2	2,62%
Plancha 3	8,09%
Plancha 4	1,81%
Plancha 5	9,07%
Plancha 6	11,73%
Plancha 7	1,66%
Plancha 8	8,71%
Plancha 9	14,63%
Plancha 10	3,20%
Plancha 11	7,60%
Plancha 12	3,20%
Plancha 13	6,10%
Plancha 14	17,00%
Plancha 15	9,70%
Plancha 16	10,00%
Plancha 17	6,50%
Plancha 18	0,40%
Plancha 19	7,10%
Plancha 20	7,50%
Plancha 21	10,00%
Plancha 22	11,00%
Plancha 23	10,00%
Plancha 24	10,00%
Plancha 25	7,90%
Plancha 26	7,80%
Plancha 27	6,50%
Plancha 28	27,74%

Tabla 4-7. Porcentaje de desperdicios "Algoritmo de mejora"

- **Estadística Descriptiva**

Número	28
Media	7,44%
Mediana	7,80%
Varianza	0,16%
V_Mínimo	0,40%
V_Máximo	17,00%
Rango	0,166

Tabla 4-8. Estadística descriptiva "Algoritmo de mejora"

Clases	Ci - Cs	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Acumulada
1	0% - 5%	7	7	0,25	0,25
2	5%- 10%	16	23	0,57	0,82
3	10% - 15%	3	26	0,11	0,93
4	15%- 20%	1	27	0,04	0,96
5	20% - 25%	0	27	0,00	0,96
6	25%- 30%	1	28	0,04	1,00
7	30% - 35%	0	28	0,00	1,00
8	35%- 40%	0	28	0,00	1,00
9	40% - 45%	0	28	0,00	1,00
10	45%- 50%	0	28	0,00	1,00
11	50% - 100%	0	28	0,00	1,00

Tabla 4-9. Histograma "Algoritmo de mejora"

- **Histograma**

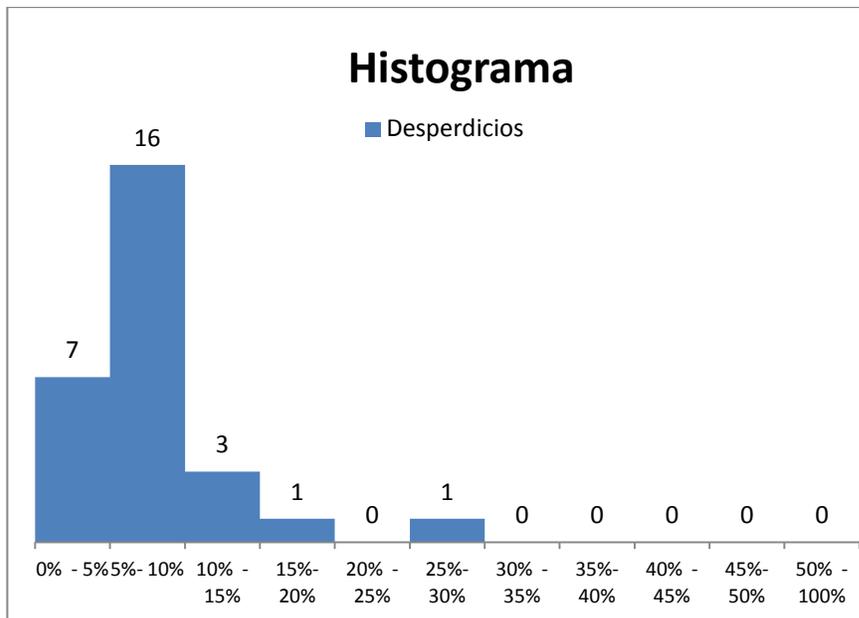


Figura 4-11. Histograma "Algoritmo de mejora"

- **Ojiva**

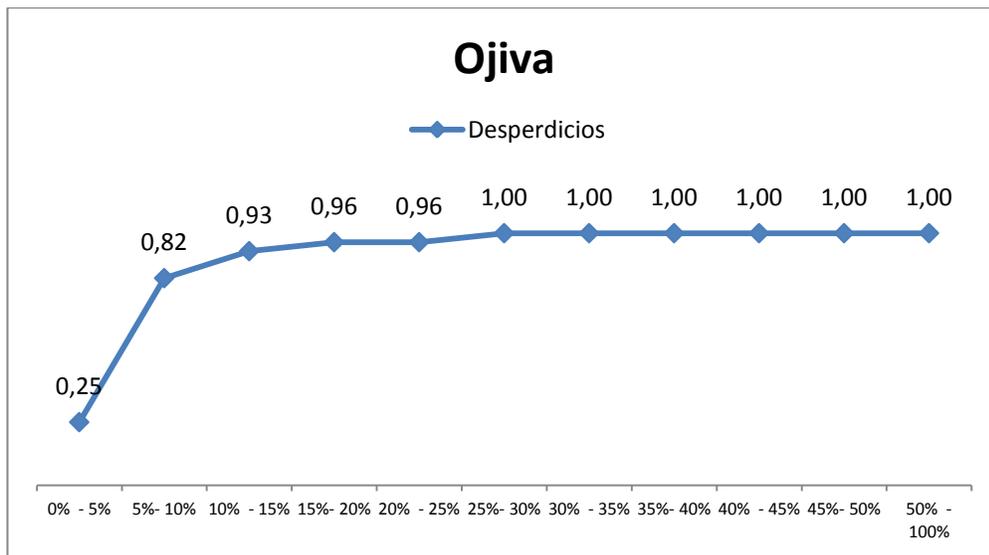


Figura 4-12. Ojiva "Algoritmo de mejora"

- **Interpretación de resultados**

- Se puede observar que el número de elementos es 28 es decir se utilizan 28 planchas para la fabricación de la obra.
- La media de desperdicio es 7.44%, un valor próximo a una media muy buena, entre 0% y 5%
- La mediana es 7.8% es decir que el 50% de las planchas tiene un % de desperdicio menor a este
- El percentil 93 es 12.5% es decir que el 94% de mis planchas tienen un desperdicio no mayor a este
- Existe 7 planchas con un desperdicio entre el 0% y el 5%, es decir con un nivel muy bueno de utilización

Respecto al histograma se puede apreciar que el porcentaje de desperdicio por planchas cae en seis clases:

- 1 0% a 5% → 7 planchas
- 2 5% a 10% → 16 planchas
- 3 10% a 15% → 3 planchas
- 4 15% a 20% → 1 plancha
- 5 25% a 30% → 1 plancha

Como se menciono previamente, existen 7 planchas con un % de desperdicio muy bueno, entre 0% a 5%, luego en el siguiente grupo, con un % desperdicio entre 5% y 10% hay 16 planchas, es el grupo más numeroso, lo que nos indica que todavía existe posibilidades de mejora. Las planchas que tienen más de 10% de desperdicio serán aquellas planchas con mayores posibilidades de reutilización, estas son 5. Por último de estas 5 planchas la ultima, la que tiene el mayor % de desperdicio no se la considera dentro de los análisis de % de desperdicio, ya que esta es un caso atípico, diferente al resto, mientras lo que

se busca en las demás planchas es disminuir el % de desperdicio, lo que se busca en esta es aumentarlo. Ya que si el % de desperdicio llega a 100% se habrá disminuido una plancha de utilización a nuestro problema.

4.3.2 Gap

El Gap es el valor absoluto de la diferencia la mejor solución para un número entero de planchas encontrada para el problema de el modelo originalmente planteado, que este proceso fue encontrada a través del cálculo de la cota inferior, versus el valor estimado de la respuesta obtenida con la heurística propuesta, esto indicará que tan cerca o tan buena es la respuesta en relación la solución óptima del problema. Existe gap absoluto y relativo.

En este caso el gap absoluto lo se obtendrá a través del valor absoluto entre la diferencia del número de planchas obtenidas al finalizar el algoritmo de mejora que es 28 planchas, versus el número de planchas dada por la cota inferior que es 26 planchas.

Así se tiene que el Gap absoluto es igual a 2.

$$28 - 26 = 2$$

El gap relativo será resultado de la división del gap absoluto calculado para la cota del problema, multiplicada por cien. Así se tiene que el gap relativo es 7.69 %

$$\frac{2}{26} * 100 = 7.69\%$$

4.3.3 Comparaciones Finales y cuantificación del ahorro

Como parte ya colusoria, se realizará una comparación entre el número real de planchas utilizadas, basándonos en la estadística de desperdicios por plancha, presentado en el capítulo 1 y que nos decía que el desperdicio promedio en el proceso de Corte era de 25%, entonces dada la cota inferior, asumiendo que esta es nuestro óptimo de utilización de planchas, el número utilizado de planchas en este proceso de corte, es de 38.

	Numero Planchas Utilizadas	Desperdicio
Real	35	25,00%
Algoritmo de Mejora	28	7,14%

Tabla 4-10. Resultados finales

Como se puede observar en la tabla de resultados finales, se logró reducir el porcentaje de desperdicio de 30% a 7.14%, cumpliendo así con uno de los objetivos específicos propuestos al inicio de este estudio. Por último no queda más que cuantificar el respectivo ahorro implícito obtenido como consecuencia de la disminución de planchas utilizadas 38 a 30, lo que nos da un total de 8 planchas menos utilizadas.

$$35 \text{ planchas} - 28 \text{ planchas} = 7 \text{ planchas}$$

$$7 \text{ planchas} * \frac{\$ 521}{\text{plancha}} = \$ 3647$$

Cabe también decir que de ese % de desperdicio que se obtenía regularmente en los procesos de fabricación en la empresa Metal S.A. un 40% era utilizable nuevamente en otros procesos de fabricación debido a que las características del metal sobrante permitían su reutilización. Reajustando el valor final de ahorro

$$40\% \text{ Reutilizacion} = \$ 1875.6$$

$$\$ 3647 - \$1875.6 = \$ 1771.4$$

A este valor falta sumarle el porcentaje de reutilización que se utilizara, del % de desperdicio dejado. Lo que nos llevaría a subir la cifra de ahorro a aproximadamente \$2000, siendo este el ahorro neto final para este proceso, logrando demostrar con esto la hipótesis del problema, que efectivamente a través de una planificación de los patrones de corte, generada por una heurística, se logra disminuir el costo en adquisición de materiales, llegando así a la parte final de la presente investigación.

CAPITULO 5

5.1. Conclusiones

- Empleando técnicas heurísticas se ha resuelto el problema de corte bidimensional rectangular basado en dos fases, la primera da como resultado la utilización de 37 planchas siendo esta respuesta un input para la segunda fase en donde a través de un algoritmo de mejora se consigue disminuir el número de planchas a utilizar a 28.
- La cota inferior para el problema resulto ser 26 por lo tanto el GAP absoluto será 2 planchas y el relativo 7.69%, este valor de GAP demuestra que es una solución muy cercana al optimo. Por lo tanto se puede concluir la eficiencia de la heurística tiene un nivel alto.
- Después de la aplicación del algoritmo de mejora se obtienen 27 patrones de corte (véase detalle en capítulo 4, sección 2). Estos patrones de corte respetan la condición de corte guillotinado (véanse detalle en figuras 4-5, 4-6, 4-7, 4-8 y 4-9).
- En caso de implementarse la metodología propuesta los costos de adquisición de material requerido para la obra se reducirían en \$2000. Esto sin duda alguna se transforma en ahorro para la empresa “Metal SA.”

5.2. Recomendaciones

- Utilizar el algoritmo de mejora o algún software de optimización de corte para futuras obras en los cuales necesiten la planificación de cortes rectangulares, ya que como quedo demostrado el utilizar estas técnicas heurísticas de aproximación, hacen más eficiente la labor, es decir con menos material se realiza la misma obra, lo que reduce los costos de adquisición por obra.
- Reutilizar el desperdicio aun utilizable, es decir pedazos de las láminas de metal con formas de la cual todavía sacar algún tipo de provecho, en otras obras que se estén realizando en paralelo, para reducir los costos de adquisición en aquella otra obra, incurriendo en una reducción global de costos de adquisición.
- Reciclar el desperdicio neto de las planchas de metal, es decir los pedazos de metal que no se les puede dar uso en ningún tipo de obra, para así tener un completo ciclo de utilización del metal utilizado, obteniendo beneficio económico extra para la empresa y contribuyendo con la conservación del medio ambiente.
- Continuar con esta línea de investigación, mejorando las deficiencias del algoritmo de mejora, y procediendo con una implementación de alguna metaheurística para de esta manera mejorar aún más las soluciones

obtenidas, a un promedio ideal de desperdicio por plancha entre un 2% a un 6%.

- Se puede expandir el algoritmo de mejora para problemas C&P tridimensionales, en problemas optimización de carga, entre otros, los cuales se podrían aplicar para la optimización de usos de espacios en un camión de reparto, o en el llenado de container TEU o FEU en el transporte marítimo, entre otros.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] H. Dickhoff. A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 44:145–159, 1990.
- [2] Carolina Salto (2009). Metaheurísticas híbridas paralelas para problemas industriales de corte, empaquetado y otros relacionados. Universidad nacional de San Luis. 51-62
- [3] A. Hinxman. The trim loss and assortment problems. *European Journal of Operational Research*, 5:8–18, 1980.
- [4] H. Dickhoff and U. Finke. *Cutting and packing in production and distribution*. Springer Verlag, Berlin, 1992.
- [5] G. Wäscher, H. Haußner, and H. Schumann (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183:1109–1130.
- [6] A. Lodi, S. Martello, and D. Vigo. Heuristic and metaheuristic approaches for a class of two-dimensional bin packing problems. *INFORMS Journal on Computing*, 11:345–357, 1999.
- [7] Y. Wu, W. Huang, S. Lau, C.K. Wong, and G.H. Young (2002). An effective quasi-human based heuristic for solving the rectangle packing problem. *European Journal of Operational Research*, 141:341–358.
- [8] R. Valdés, A. Parajon, and J. Tamarit (2002). A tabu search algorithm for large-scale guillotine (un)constrained two-dimensional cutting problems. *Computers and Operations Research*, 29(7):925–947,
- [9] F. Vanderbeck (2001). A nested decomposition approach to a three-stage, two-dimensional cutting-stock problem. *Management Science*, 47(6):864–879.

- [10]R. Morabito and S. Morales (1998). A simple and effective recursive procedure for the manufacturer's pallet loading problem. *European Journal of the Operational Research Society*, 49(8):819–828.
- [11]Wang, P. (1983). Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems Vol 31. *Operations Research*, 573-586.
- [12]J. F. Oliveira, J. S. (1990). "An improved version of Wang's algorithm for two - dimensional Cutting Problems".*EJOR* 44., 256-266.
- [13]Gilmore, P., & Gomory, R. (1967). The theory and computation of knapsack functions Vol 15. *Operations Research* , 1045-1074.
- [14]V. Parada, M. S. (1998.). "Solution for the Constrained Guillotine Cutting Problem by Simulated Annealing". *Journal on computers and operations research*.Vol 25., pp. 37-47.
- [15]Letchford, A. y Amaral, A. (2001). "Analysis of upper bounds for the pallet loading problem". *European Journal of Operational Research*, 132:582-593