ESPOL
1958
ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

Instituto de Ciencias Matemáticas

" VALORACION DE OPCIONES Y FUTUROS PARA EL MERCADO CON DATOS DE LA BOLSA DE VALORES CASO DISCRETO Y CONTINUO "

TESIS DE GRADO

Previa la obtención del Título de:

INGENIERO EN ESTADISTICA INFORMATICA

Presentada por:

Silvio Gabriel Samaniego Vizueta

GUAYAQUIL - ECUADOR

AÑO

2000

AGRADECIMIENTO

Al Mat. FERNANDO SANDOYA S. Director de tesis, a los Señores: OSCAR VITERI, MANUEL ANDRADE, y AL DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIÓN DE LA BOLSA DE VALORES DE GUAYAQUIL, y demás personas que colaboraron para la culminación de esta investigación.

DEDICATORIA.

A las Personas que me han permitido estar con ellos, que me han apoyado en las buenas, las malas, en las caídas y en las alegrías, los que me ensenaron a perseverar por un ideal, les dedico este trabajo: a Gabriel Samaniego y Blanquita Vizueta, mis padres, con un apoyo incondicional como el de mis hermanos, y especialmente al que le debo mil promesas Dios.

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Ing. Félix Ramírez Cruz.	Mat Fernando Sandoya S.
Director del ICM.	DIRECTOR DE TESIS
Ing. Margarita Martínez Jara	Dr. Moises Tacle.
VOCAL	VOCAL

DECLARACIÓN EXPRESA.

"La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL"

(Reglamento de Graduación de la ESPOL).

Sr. SILVIO GABRIEL SAMANIEGO VIZUETA.

RESUMEN

La presente Tesis, contiene una investigación sobre los diferentes y modernos métodos de valoración de algunos instrumentos derivados, como son las opciones y los futuros.

El propósito de este trabajo es apreciar las diferentes ventajas que se obtienen al utilizar con estrategias derivadas de estos instrumentos financieros, que en nuestro medio son de parcial desconocimiento por parte de las instituciones financieras, que son las llamadas a aplicar estas técnicas en sus operaciones.

Actualmente, los mercados financieros más sofisticados a nivel mundial se manejan por medio de una gran variedad de los llamados instrumentos financieros derivados, entre ellos las opciones y los futuros, los cuales constituyen las mejores estrategias para cubrirse o tratar de disminuir el riesgo en una actividad financiera.
Por parte de los inversionistas y tratar de obtener una utilidad razonable.

En particular, en este trabajo se expone el desarrollo de la **fórmula** de BLACK – SCHOLES, con lo cual se da un soporte científico a esta

área del análisis financiero, se plantean modificaciones en las condiciones de frontera de la ecuación referida, para obtener importantes aplicaciones al modelo clásico. Y por último se analizan datos de la Bolsa de Valores de Guayaquil para obtener estimaciones de los parámetros que son de utilidad en el modelo de Black-Scholes.

INDICE GENERAL.

INDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS.

INTRODUCCIÓN.

El presente trabajo se considera como una guía teórica con ejemplos prácticos de los diferentes métodos de valoración de los principales instrumentos financieros derivados: las opciones y los futuros, las principales diferencias entre los tipos de opciones, el análisis matemático sobre el cambio de condiciones de frontera a la fórmula original de BLACK - SCHOLES, y un estudio de simulación sobre la estrategia óptima a seguir por el dueño de una opción.

Para la política óptima se implementó un software, con diferentes rutinas técnicas que usa procedimientos de simulación matemática y estadística.

Así, se pretende dar a conocer los beneficios que se obtienen con un coordinado empleo de las estadísticas, la simulación matemática, el análisis matemático, y la programación computacional, en un tema tan importante para el bienestar de una sociedad como son las finanzas, dando a conocer los grandes beneficios que traen consigo los contratos de opciones y futuros, y encontrando la política óptima para el ejercicio de estos contratos.

Capítulo 1

1. INTRODUCCIÓN A LOS MERCADOS DE OPCIONES Y FUTUROS.

1.1. Introducción.

En los últimos veinticinco años las diferentes actividades financieras han sufrido grandes cambios, debido entre otras cosas a la globalización, a la apertura de los mercados, a su institucionalización y a los diferentes avances tecnológicos que hoy en día son una fuerte arma con respecto a las rápidas comunicaciones.

El análisis de la actividad financiera tiene ahora un gran soporte matemático, el mismo que va creciendo cada vez más por la complejidad que involucra el manejo de las ciencias financieras, todo esto es posible también por el apoyo de la informática y su acelerado desarrollo, herramienta que es de mucha ayuda en el momento de procesar datos y transformarlos en información útil para la toma de decisiones.

La aparición de los nuevos instrumentos financieros (como las opciones, los futuros, y los swaps, entre otros), ha revolucionado los mercados de inversión y de cobertura de riesgo, desde su nacimiento, por los años setenta, tanto para el caso continuo como para el caso discreto.

Cada uno de estos casos tiene su forma de ser analizado, para los datos discretos se utiliza el método de la fórmula binomial, mientras que para el continuo se aplica la fórmula de Black-Scholes, la cual es deducida como el límite de la fórmula binomial.

En cuanto a su desarrollo histórico, se puede mencionar que a principios de la década de 1970 los matemáticos Fischer Black y Myron Scholes realizaron un descubrimiento científico de mucha importancia en las futuras valoraciones de las opciones sobre acciones, descubrimiento que ha tenido una enorme influencia en la manera en que los participantes en el mercado fijan precios y se cubren con opciones, por lo cual los mencionados científicos se hicieron merecedores al premio Nobel de economía en el año 1997, por su importante aporte al desarrollo de los instrumentos derivados (Opciones). Antes de iniciar un análisis sobre los instrumentos derivados, realizaremos una breve introducción sobre los principales conceptos financieros para una mejor comprensión de los temas a ser analizados más adelante.

1.2 Introducción a los conceptos de finanzas.

Para comenzar el análisis matemático sobre las diferentes variables que pueden afectar al precio de los contratos de los instrumentos derivados como son las opciones y los futuros, debemos conocer y entender los diferentes conceptos inmersos en el gran marco teórico de la teoría de finanzas.

1.2.1 Activos.

Se conoce como activo a toda posesión de un bien que tiene un determinado valor en un intercambio o en una actividad financiera. Los activos financieros que serán analizados son los que tienen naturaleza tangible ó intangible.

1.2.1.2 Las dos principales funciones económicas de los activos financieros.

Se puede resumir en dos funciones principales:

- Transferencia de fondos de aquellos que tienen un excedente para invertir, hacia aquellos que los necesitan para ser invertidos en activos tangibles.
- Transferencia de fondos en forma tal que se redistribuya y se diversifique el inevitable riesgo asociado con el flujo de efectivo que proporcionan los fondos.

1.2.2 Precio y riesgo de un activo financiero.

El precio que se le otorga a un activo financiero es el valor presente o actual de su flujo de efectivo esperado, es decir su valor actuarial. Existen dos elementos fundamentales que van de la mano con todo activo financiero que son: el rendimiento y el riesgo, entre estos dos componentes existe una relación directamente proporcional, es decir que a mayor rendimiento esperado mayor es el riesgo de la inversión, de la misma manera a menor rendimiento menor el riesgo.

1.2.2.1 Tipos de riesgo.

En los diferentes mercados financieros se encuentran varios tipos de riesgo tales como:

- Riesgo de tipo de cambio.
- Riesgo de que el emisor o prestatario no cumpla sus obligaciones.
- Riesgo asociado al poder de compra potencial del flujo de efectivo esperado.

A l Riesgo de tipo de cambio.

Este riesgo tiene relación con las variaciones que sufre en un determinado intervalo de tiempo, una determinada divisa, este tipo de riesgo se puede estimar mediante métodos básicos de estadística.

A2. Riesgo de que el emisor o prestatario no cumpla sus obligaciones.

Este riesgo toma forma cuando la parte deudora en una operación financiera incumple con sus obligaciones de cancelar una determinada cantidad de dinero o dar una cierto activo en una fecha determinada en el momento de firmar el contrato.

A3. Riesgo asociado al poder de compra potencial del flujo de efectivo esperado.

Este riesgo se lo conoce como inflación, es la perdida de poder adquisitivo, de una cierta unidad monetaria, debido a un incremento porcentual de los bienes de primera necesidad.

1.3 Mercado financiero.

Llamamos mercado financiero al espacio físico donde se intercambian activos financieros y sus equivalentes.

1.3.1 Tipos de mercados financieros.

Existen varias clasificaciones de los mercados financieros, entre los principales tenemos:

- Clasificación por la naturaleza de la obligación:

  Mercado de deuda

  Mercado de acción

- Clasificación por vencimiento de la obligación:

  Mercado de dinero

  Mercado de capitales

- Clasificación por madurez de la obligación:

  Mercado primario

  Mercado secundario

- Clasificación por entrega inmediata o futura:

  Mercado spot o en efectivo

  Mercado derivado

- Clasificación por estructura organizacional:

  Mercado por subastas

  Mercado de mostrador

6.1 Clasificación por la naturaleza de la obligación.

B.I.I Mercado de deuda.

Es aquel mercado que se fomenta en los diferentes títulos que acreditan una deuda a una persona natural o jurídica, ya sea una deuda pública o privada.

B.1.2 Mercado de acción.

Es el mercado que interviene en las diferentes actividades financieras, que compromete a las dos partes interventoras de un contrato al cumplimiento de cierta acción establecida en el contrato.

B.2 Clasificación por vencimiento de la obligación.

B.2.1 Mercado de dinero.

Es aquel mercado en el que el único instrumento que puede intervenir en una actividad financiera es el dinero. Ya sea de forma efectiva o por medio de diferentes títulos, acreditando una cierta cantidad de flujo efectivo.

B.2.2 Mercado de capitales.

Por la naturaleza de estos mercados, que son por vencimientos, este es un mercado donde las transacciones financieras se las realiza mediante capitales de diferente naturaleza como son: capital de riesgo, capital de trabajo, etc.

6.3. Clasificación por madurez de la obligación.

B.3.1 Mercado primario.

Se trata del mercado en el que no se necesita un agente para que intervenga en una actividad financiera, entre un cliente y una institución, por ejemplo. En este mercado se encuentran los bancos privados e instituciones financieras que tratan directamente con la persona interesada en establecer alguna relación financiera con esta, como es un préstamo, una póliza de acumulación, un contrato de seguros, entre otros.

B.3.2. Mercado secundario.

Aquí se encuentran las Bolsas de valores, bolsas de futuros, bolsas de opciones, entre otras. En estos mercados existen mecanismos para canalizar la transferencia de capital a largo y mediano plazo hacia los proyectos de inversión, cobertura, especulación, tanto públicos como privados.

B.4. Clasificación por entrega inmediata o futura.

B.4.1. Mercado spot o efectivo.

Estos mercados se manejan con fechas, lo que quiere decir que se trata de contratos de compra y venta donde el comprador paga en el momento en que se entrega su mercancía.

B.4.2. Mercado de derivados.

Este mercado es el que trata con los instrumentos financieros derivados, que son aquellos cuyo valor depende de algunas variables que varían en el tiempo y que son una función dependiente de variables diferenciables, como son las opciones, los futuros, swap, etc.

B.5. Clasificación por estructura organizacional.

B.5.1. Mercado por subastas.

Como su nombre lo dice se maneja por medio de subastas (al mejor postor), de los bienes que han sido tomados por el acreedor, por incumplimiento de algún contrato de una actividad financiera.

B.5.2. Mercado de mostrador.

Como su nombre lo dice se maneja a través de mostrador, el papel fundamental de este mercado es servir de interventor entre dos partes interesadas, luego estas se podrán de acuerdo en el contrato a firmar.

1.4. Historia de los Instrumentos Derivados.

Hace poco, en los mercados financieros, se llegó a situaciones en las que los instrumentos derivados existentes como eran las acciones, bonos, y algunas actividades marginales en opciones y futuros centrada en los mercados de materia prima, no eran suficientes para llegar a una finalización o al cierre de una actividad financiera, es por eso que en los mercados financieros mundiales se palpó la necesidad de la creación de nuevas herramientas financieras (instrumentos derivados) más flexibles a las modificaciones y el desarrollo de las ya existentes, para poder lograr ciertos acuerdos entre diversos criterios que intervienen en una actividad financiera.

Los criterios siempre buscan ponerse de acuerdo en un punto, tal punto es el llamado punto de equilibrio, y representa el nivel apropiado de ganancias para el vendedor así como un precio justo a pagar para el comprador. Desde el inicio de las sociedades el hombre se ha visto obligado a desarrollarse en comunidad, por el hecho que no se bastaba sólo para cubrir sus necesidades, que a medida que transcurría el tiempo aumentaban de acuerdo al ritmo de vida que cada individuo experimentaba dentro de una sociedad.

Al inicio, en estas sociedades, la urgencia que el hombre tenía para satisfacer sus necesidades con productos que no poseía, dio origen a las negociaciones, al acto de intercambiar productos por otros que no tenían, a esta actividad se la denominó TRUEQUE.

Luego se pasó al origen de las sociedades agrícolas, que desarrollaron técnicas de cultivo no solo para satisfacer sus necesidades sino para poder intercambiar con otros productos que estos no cultivaban, estas sociedades tuvieron un gran desarrollo en el campo de las negociaciones, con la creación de campos específicos donde se realizaban estos intercambios de mercadería a la cual lo denominaban mercado.

Posteriormente se pasa a una nueva etapa del desarrollo del hombre, con la creación de un instrumento de cambio, que en su inicio fue algún objeto natural como las pepas de cacao o las piedras de río, entre otras, para posteriormente pasar **a** las monedas, algunas elaboradas con metales preciosos como el oro y la plata, y por último el desarrollo del papel moneda.

Durante este desarrollo de la forma de intercambio de mercancías o negociaciones, también se fueron desarrollando los diferentes tipos de mercados, como el mercado financiero, que en realidad tiene las mismas funciones: el intercambio entre dos entes, pero en estos mercados son instrumentos financieros los que se negocian como las acciones de una empresa, los bonos de estado, las opciones, los futuros, los swaps entre otros.

1.4.1 Evolución en el mercado de los instrumentos derivados.

Un instrumento financiero derivado es cualquier instrumento financiero cuyo valor es una función (se “deriva”) de otras variables que son en cierta medida más fundamentales.

Trataremos con mas atención la evolución de los mercados de ciertos instrumentos derivados, como el de las Opciones y el de los Futuros.

El desarrollo de los instrumentos derivados ha tenido lugar, en gran parte, fuera del mundo de habla hispana, y lo podemos relacionar a un hecho muy reciente, por lo que a menudo no existen aún terminologías equivalentes y satisfactorias en nuestro idioma.

Tenemos que mencionar que la mayor parte de estos mercados de derivados en el ámbito mundial se desarrollan en el idioma de inglés, y el participante que no conozca la terminología de aceptación más universal obviamente se encuentra en desventaja.

Pondremos como ejemplo las diferentes maneras en que los mercados aplican la puntuación de los números. En casi todo el mundo excepto en **España,** Francia, y algunos países de influencia hispana o francesa, la puntuación más habitual es la siguiente.

2,385,135.42

(Dos millones **trecientos** ochenta y cinco mil ciento treinta y cinco con cuarenta y dos).

En España y Francia la puntuación es exactamente al **revés.**

2.385.135,42

(Dos millones **trecientos** ochenta y cinco mil ciento treinta y cinco con cuarenta y dos).

En el caso de cifras grandes se puede fácilmente adivinar cual es la lectura correcta, pero en ocasiones nos encontramos que con la presencia de un número menor la lectura es ambigua.

Tanto 3.524 como 3,524 puede tener algunas interpretaciones, puede querer decir tres mil quinientos veinticuatro a una persona y tres con quinientos veinticuatro a otra.

En Sudamérica la situación se complica por la presencia de la creciente influencia americana y una arraigada tradición hispana.

1.4.2 Evolución de los mercado de futuros.

Se denomina contrato de futuros un acuerdo para comprar o vender un activo en una fecha futura a un precio cierto.

Los mercados de futuros tuvieron su origen en la edad media, y fueron creados originalmente para satisfacer las demandas de agricultores y comerciantes.

Tratemos el caso de un agricultor que en el mes de mayo de cierto **año**, piensa que va a cosechar su maíz en agosto y desconoce el precio al que se le pagará por su cosecha. En los **años** de escasez puede que el precio de este maíz tienda a subir, sobre todo cuando el agricultor no tenga prisa por vender su cosecha pero, por lo contrario en los años de abundancia de oferta puede suceder que el precio del maíz de este agricultor tienda a ser bajo, el agricultor está claramente expuesto a situaciones de alto riesgo, representado sobre todo por el precio a futuro de su producto.

Consideremos otro punto vista: el de los comerciantes, que necesitan comprar maíz en forma habitual para comercializarlo, también están expuestos al riesgo con respecto al precio del maíz en el futuro, en algunas ocasiones el exceso de demanda puede que le aporte precios favorables para el productor, en otros de escasez puede generar unos precios exorbitantes. Parece ser claro que tanto el agricultor como el comerciante deberían ponerse de acuerdo en mayo (o antes) y acordar un precio para el maíz que el agricultor prevea se cosechará en junio, en otras palabras lo que se trata de recomendar es que ellos negocien un contrato de futuros.

Debemos tener en cuenta que el comerciante lo que busca es llenar sus expectativas de consumo, y el agricultor no tener inventario, ya que este representaría un precio extra o de recargo. La primera entidad encargada de servir como puente entre agricultores y comerciantes fue El Chicago Board of Trade (CBOT), fundada en 1848, su tarea principal fue la de estandarizar las cantidades y calidades de los cereales que se comercializaban, en el transcurso de pocos **años** se produjo el primer contrato de futuros, el cual fue llamado contrato **to-arrive,** el cual después fue acogido como instrumento de especulación, más no como una forma del comercio de granos. El Chicago Board of Trade ofrece en los actuales momentos contratos a futuros de muchos activos subyacentes, entre ellos: **avena,** soja, harina de soja, aceite de soja, trigo, plata, bonos del Tesoro, letras de Tesoro, etc.

Luego se fundó El Chicago Mercantile **(CME)** Exchange, en el **año** 1874, dando lugar a un mercado central de mantequillas, huevos, aves, entre otros productos agrícolas.

El **International** Monetary Market **(IMM)** fue fundado en 1972, como una división del Chicago Mercantile Exchange, para procesar contratos de futuros en divisas. Los contratos en divisas en la actualidad abarcan la libra esterlina, el dólar canadiense, el yen japonés, el franco suizo, el marco alemán y el dólar australiano. El **IMM** también realiza contratos de futuros en oro, en bonos del Tesoro, y en eurodólares.

Existen otros mercados de futuros en el mundo, entre ellos, El New York **Futures** Exchange **(NYFE),** Chicago Rice and Cotton Exchange (CRCE), el London International Financia1 **Futures** Exchange (LIFFE), el Toronto **Futures** Exchange y el Singapore International Monetary Exchange (SIMEX). La mayor parte de los contratos que se realizan en estas entidades, pueden clasificarse como “contratos de futuros sobre productos” (en los que se refieren a productos) o como “contratos de futuros sobre el activo subyacente financieros” (en los que se refieren a activos financieros, como puede ser una obligación o una cartera de acciones bursátiles), a menudo se van presentado nuevas propuestas para nuevos contratos, debemos notar que los mercados de futuros son una de las innovaciones financieras de mayor éxito en los últimos tiempos.

1.4.3 Evolución de los Mercados de las Opciones.

Existen básicamente dos clases de contratos de opciones: de compra y de venta (call y put) respectivamente. Una opción de compra da a su titular o dueño el derecho de comprar un activo a un precio determinado en una fecha establecida. Una opción de venta proporciona a su dueño el derecho a vender un activo en una fecha determinada a un precio establecido. Existen cuatro posiciones posibles en un mercado de opciones:

Una posición larga en una opción de compra, es decir, comprar una opción de compra; una posición corta en una opción de compra, es decir, vender una opción de conípra; una posición larga en una opción de venta, es decir, compra de una opción de venta; y una posición corta en una opción venta, es decir la venta de una opción de venta. Los primeros contratos con opciones de compra y de venta tuvieron su origen en Europa y Estados Unidos en el siglo XVIII.

Al principio del siglo XX se fundan, la Asociación de Agentes y Dealers de Opciones de -Compra y Venta, cuya misión era proporcionar un sistema para poder acercar a vendedores y a compradores, es decir cuando alguien quería comprar una opción bastaba con contactar a una de estas personas para que llevara a cabo esta compra. El mercado de opciones de la Asociación de Agentes y Dealers de Opciones de Compra y Venta presentaba dos defectos: primero, el no contar con un mercado secundario, dado que el comprador de una opción no tenía derecho a venderla a un tercero antes de su fecha de expiración. En segundo lugar no existía un mecanismo que garantice que el emisor de la opción cumpla con su contrato y de no hacerlo, el comprador debería demandarle judicialmente, lo cual representa un desembolso extra de dinero.

Hay que mencionar el hecho de que una opción otorga a su dueño el derecho de hacer algo sin estar obligado a ejercer ese derecho, es en este, detalle en donde se diferencian los contratos de una opción con los contratos de futuros. El dueño de un contrato de futuros a largo plazo está comprometido a comprar un activo a cierto precio y en una fecha indicada, en cambio el dueño de una opción de compra, tiene la opción de decidir sobre la compra del activo, a un cierto precio, en una fecha dada en el futuro. En la actualidad el mayor mercado a nivel internacional de opciones sobre acciones es el Chicago Board Options Exchange (CBOE).

Para ilustrar el funcionamiento de una entidad de este tipo analicemos el siguiente ejemplo:

Un inversor **contacta** a un agente para que compre un contrato de opciones de compra de acciones de una empresa XX con un precio de ejercicio de 40 dólares y que la fecha de ejercicio sea para el mes de Diciembre, este agente busca contactos en la entidad o Bolsa de opciones para contactar a agentes de la empresa XX y comprar un contrato de opciones para diciembre, supongamos que el contrato de las opciones diga que se paga 5 dólares por el derecho de compra de una **acción** de la empresa XX, hay que mencionar que en el mercado Norteamericano la cota inferior de una contrato de opciones es de 100 acciones, es decir que el inversionista deberá realizar un desembolso mínimo de 500 dólares. El precio de las acciones no tiene por qué ser igual al precio del ejercicio. Por ejemplo, el precio de las acciones de la empresa XX en el mes de diciembre podrían estar cotizadas a 45 dólares al momento de cerrar el trato.

En nuestro ejemplo, el inversor ha obtenido por 500 dólares el derecho a comprar 100 acciones de la empresa XX a 40 dólares cada una. La otra parte ha recibido, en esta transacción, 500 dólares y se ha comprometido ha vender 100 acciones a 40 dólares cada acción si el inversor decide ejercer la opción.

Existen cuatro tipos de participantes en los mercados de opciones:

1. Compradores de opciones de compra
2. Vendedores de opciones de compra.
3. Compradores de opciones de venta.
4. Vendedores de opciones de venta.

Un futuro no es más que una especie de forward estandarizado en un mercado organizado, con dispositivos de márgenes y capital para respaldar su integridad.

Un forward es un contrato a plazo.

En un contrato de futuros se incluyen detalles como cantidad, calidad, fecha de entrega, métodos de entrega, entre otros. Tanto los mercados de Opciones como los de Futuros han tenido un gran éxito, un motivo es que han atraído operadores muy diversos entre los cuales destacan: aquellos que hacen operaciones de cobertura, especuladores y quienes realizan operaciones de arbitraje.

1.5 Principales Estrategias de Instrumentos Financieros.

Las tres principales estrategias en la que intervienen los nstrumentos financieros son:

1. Cobertura,
2. Especulación; y,
3. De arbitrista.

1.6 Comparación entre un Contrato de Opciones y un Contratos de Futuros.

	FUTUROS	**OPCIONES**
Contrato	Obliga al comprador y vendedor	Obliga al vendedor
Tamaño del contrato	Estandarizado	Estandarizado
Fecha de vencimiento	Estandarizada	Estandarizada. Opción europea:

		Fecha de ejercicio coincide con fecha de vencimiento. Opción americana; fecha de ejercicio pueden ser cualquiera, hasta la fecha de vencimiento.
Método de Transacción	Abierta en el mercado	Abierta en el mercado
Institución garante	Cámara de Compensación	Cámara de Compensación
Mercado secundario	Mercado organizado	Mercado organizado
Aportación inicial y garantías complementa-rias.	Margen inicial aportado **por** las partes contratantes. Garantías complementarias en función de la evolución de los precios de mercado.	Margen inicial aportado sólo por vendedor. Garantías complementarias en función de la evolución de los precios de mercado.

1.7 Resumen.

En este capítulo se trata de dar a conocer los orígenes de las actividades financieras en los diferentes mercados existentes a través de los orígenes de los instrumentos derivados como son las opciones y los futuros, también se trata sobre la evolución de los mercados que manejan estos tipos de instrumentos derivados, y su importancia en las transacciones en el mundo actual.

Se mencionan también las principales estrategias que involucran a estos instrumentos derivados.

Una breve comparación entre los diferentes aspectos en común en contratos de opciones y futuros.

Capítulo 2

2. EL RIESGO.

2.1 Introducción.

Se ha podido observar que en los mercados de capitales, las rentabilidades o ganancias percibidas por los inversionistas varían de acuerdo con el riesgo que han soportado, por un lado tenemos las inversiones seguras, como por ejemplo las letras del Tesoro de los Estados Unidos, Los Bonos Brady, Bonos del estado, etc, que proporcionan una rentabilidad estable, mientras que en el otro extremo encontramos las inversiones más arriesgadas como son las acciones ordinarias que se ofertan en el mercado.

Obtenemos dos puntos de referencia para el costo de oportunidad del capital, sí evaluamos una inversión segura, descontamos al tipo actual de interés libre de riesgo, si estamos involucrados en una evaluación de una inversión de riesgo medio, descontamos a la rentabilidad esperada sobre la media de las acciones ordinarias, que son las de mayor riesgo en el mercado de capitales, o financieros; así, antes de enfrentarnos a estos, debemos conocer la manera de cómo medir el riesgo.

La mejor manera de evitar o disminuir el riesgo, desde el contexto de una cartera, por la mayor parte de los inversionistas, es diversificando la cartera, de esta manera el riesgo efectivo de cada título no se puede juzgar analizando cada título por separado, parte de la incertidumbre acerca de la rentabilidad de los títulos es siempre diversificada, cuando se agrupan diferentes títulos, o instrumentos derivados de otras carteras.

El riesgo en la inversión significa que las rentabilidades futuras no son predecibles, los distintos resultados se los mide generalmente por medio de la desviación típica. La desviación típica de una cartera viene dada generalmente por el **Indice** Compuesto de Standard **&** Poor's. Hay que tener en cuenta que la diversificación no elimina el riesgo del mercado, pero puede eliminar el riesgo único de una acción individual.

La contribución de un título cualquiera al riesgo de una cartera bien diversificada, depende de hasta que punto el título sea propenso a verse afectado por una baja general del mercado, esta sensibilidad a los movimientos del mercado es conocida como beta (β), la cual mide la intensidad con la que los inversores esperan que varíe el precio de una acción, por cada punto porcentual de variación del mercado.

La beta media de todos los títulos es 1.0 lo que significa que si una acción tiene una beta mayor a 1 es muy sensible a los movimientos del mercado, es muy importante observar que la desviación típica de una cartera bien diversificada es proporcional a su beta.

2.2. El Riesgo Flexible.

Tanto el empresario como el financiero de estos tiempos, están expuestos a los cambios y peligros constantes del mercado, y se tiene la necesidad de estar siempre alerta y actualizándose sobre las nuevas maneras de llevar los negocios.

Pero si bien es cierto que el cambio constante significa peligro también significa que se abren nuevas oportunidades para realizar negocios. Cada día en las organizaciones comerciales se están empleando nuevos métodos de fabricación, como son:

"Just in Time", "Flexible Manufacturing", estándares estrictos de calidad como los practicados en el Japón, con una filosofía que indica que "la calidad no se la controla, la calidad se produce", que demuestra su capacidad de estar preparados para el cambio, para la competencia de donde quiera que venga, y en donde la flexibilidad es un punto esencial en el momento de decidir.

Los nuevos métodos en finanzas son los instrumentos financieros derivados como los swaps, opciones, futuros. En los últimos **años,** gracias a los instrumentos derivados ha habido una verdadera revolución en el ámbito de lo que es posible hacer para responder a los cambios y al riesgo que estos presentan en los mercados financieros.

2.3. La revolución en finanzas. El "Riesgo Flexible".

La revolución que se ha palpado en los diferentes mercados financieros sobre los instrumentos derivados financieros, es comparable o incluso mayor que la nueva idea de Flexible Manufacturing (fabricación flexible, en el campo de la industria.

Este concepto de fabricación flexible es equivalente a decir que una empresa pueda fabricar varios productos a la vez en la misma linea de montaje, con las mismas herramientas, para estar siempre en alerta de las oportunidades que pueden presentarse, en la marcha del desarrollo de una industria. Los instrumentos derivados pueden hacer algo parecido, con el riesgo de mercado implícito en cualquier actividad comercial.

El riesgo tiene diferentes formas en que se puede presentar, así puede ser el riesgo del tipo de interés, el riesgo del tipo de cambio que es utilizado por los exportadores y por los importadores, el riesgo de la variación en el precio de materias primas para la fabricación de un determinado bien o servicio, etc.

Todas estas nuevas formas de riesgo han aumentado, al igual que las economías de los países y se han ido complicando los mercados financieros, pero gracias a los instrumentos derivados podemos librarnos de ese riesgo, reduciéndolo y transformándolo, escoger los riesgos que nos conviene, que parezca atractivo u oportuno, y en general convertir el riesgo en oportunidad, así el riesgo enemigo inflexible se puede convertir en un aliado flexible que podemos manejar y amoldar como si se tratara de barro.

El origen del riesgo se debe a la variación existente en los precios y las variables financieras que se mueven con un comportamiento aleatorio, y para estudiarlo se tienen diversas técnicas.

2.4 Medida del riesgo en la cartera.

Para el entendimiento del papel importante que juega el riesgo en una transacción financiera, primero tenemos que encontrar una relación entre el riesgo y el coste del capital y cómo el gerente o encargado de finanzas puede enfrentarse de manera ética a situaciones reales con riesgo.

Las medidas estadísticas más habituales de la variabilidad son la **varianza** y la desviación típica. La **varianza** de la rentabilidad del mercado es el valor esperado del cuadrado de las desviaciones respecto a la rentabilidad esperada.

$$Varianza(\tilde{r}_m) = valor\_esperado(\tilde{r}_m - r_m)^2 \qquad [2.1]$$

Donde $\tilde{r}_m$ es la rentabilidad actual y
r_m es la rentabilidad esperada.

Analizaremos el siguiente ejemplo con datos de la tasa de rentabilidad de cierta institución financiera, contamos con 19 datos, de los cuales calcularemos el índice de variabilidad.

TABLA I

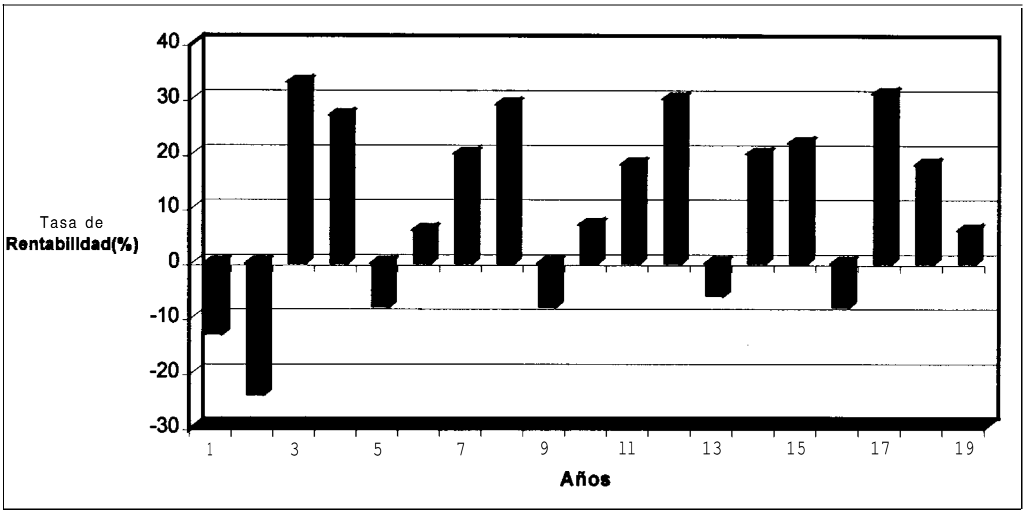
Valores de variación, (fuente: (Ibbotson Associate, Inc: Stocks, Bonds, and inflation 1991 yearbook).

	año	Tasa de rentabilidad
1	1973	-13
2	1974	-24
3	1975	33
4	1976	27
5	1977	-8
6	1978	6
7	1979	20
8	1980	29
9	1981	-8
10	1982	7
11	1983	18
12	1984	30
13	1985	-6

14	1986	20
15	1987	22
16	1988	8
17	1989	31
18	1990	18
19	1991	6

FIGURA 2.1.

Variación de la tasa de rentabilidad de una inversión.



Cuando estimamos la **varianza** de una muestra de rentabilidades observadas, se utiliza un estimador insesgado.

Donde:

$$Varianza(\tilde{r}_m) = \frac{1}{N-1}\sum_{t=1}^{N}(\tilde{r}_{mt} - r_m)^2 \qquad [2.2]$$

$$\text{Desviación típica de } \tilde{r}_m = \sqrt{Varianza(\tilde{r}_m)} \qquad [2.3]$$

$\tilde{r}_{mt}$ = rentabilidad del mercado del período t

r_m = valor medio de $\tilde{r}_m$

Ejemplo del cálculo de varianza y desviación típica.

Consideremos un juego de apostar, el cual se inicia con una inversión de **$** 100. Luego lanzamos dos monedas al aire, por cada cara que saque el jugador, es acreedor a un 30 por ciento de la inversión inicial y por cada cruz que saque es acreedor de la inversión original menos un 15 por ciento.

Los probables resultados son:

TABLA II

Tabla sobre ganancia y perdidad del juego al azar.

Cara + cara	**: Gana 60 por ciento**
Cara + cruz	: Gana 15 por ciento
Cruz + cara	: Gana 15 por ciento
Cruz + cruz	: Pierde un 30 por ciento

Es claro que tenemos 4 eventos posibles, donde a cada uno de ellos se le asigna un valor entre 0 y 1 que nos **señala** la probabilidad de ocurrencia de cada uno de estos eventos, si las monedas están bien construidas esta probabilidad será entonces 0.25.

Es decir la probabilidad es de 0.25 de obtener 60 por ciento, 0.50 de obtener un 15 por ciento, y 0.25 de perder un 30 por ciento. La rentabilidad esperada del juego, es la media ponderada de los resultados posibles:

Rentabilidad esperada = (0.25*60) + (0.50*15) + (0.25*(-30)) = + 15 %.

TABLA III

Cálculo de la varianza y la desviación típica del juego de lanzar una moneda con un cierto valor de porcentaje de una inversión

TANTO POR CIENTO DE LA TASA DE RENTABILIDAD	DESVIACIÓN DELA RENTABILIDAD ESPERADA	CUADRADO DELA DESVIACIÓN	PROBABILIDAD	PROBABILIDAD x CUADRADO DE LA DESVIACIÓN
+ 60	+ 45	2025	0.25	506.25
+ 15	0	0	0.50	0
- 30	- 45	2025	0.25	506.25
	Varianza =valor esperado $(\tilde{r} - r)^2$ =			1012.50
	Desviación Típica =			31.81

2.5 Riesgos en Futuros.

2.5.1 Riesgo de Base.

Un concepto importante en cobertura es el riesgo de base, que consiste en la diferencia entre el precio de un contrato de un activo y su precio del futuro. El riesgo de base se crea por la incertidumbre del coberturista acerca de cual será la base al vencimiento de la cobertura, el riesgo de base para activos de consumo es mayor que para activos de inversión.

2.6 **Métodos de Controlar el Riesgo.**

2.6.1 **Reducción del riesgo mediante la diversificación.**

El propósito de diversificar es tratar de dividir el riesgo en fracciones, donde cada fracción es equivalente al riesgo de un tipo de instrumento financiero, con esta estrategia lo que se busca minimizar el riesgo esperado, que es el riesgo total de un portafolio. En el siguiente cuadro 2.3 se muestran las desviaciones típicas para 10 acciones ordinarias muy conocidas en el mercado americano en un periodo de 5 años, suponiendo que la desviación típica del mercado fue de 20 por ciento.

TABLA IV

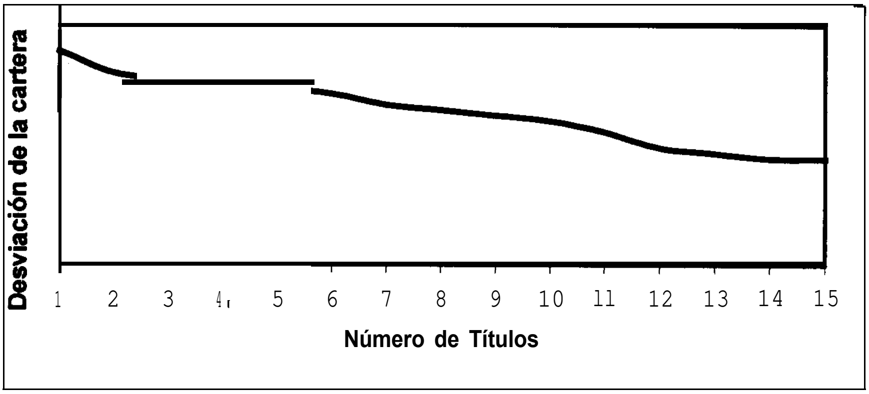
Diferentes acciones de una cartera. para la reducción del riesgo mediante la diversificación.

ACCION	DESVIACION TIPICA	ACCION	DESVIACION TIPICA
AT&T	24.2	Ford Motor Co.	28.7
Bristol Myers Squibb	19.8	Genentech	51.8
Capital Holding	26.4	McDonald's	21.7
Digital Equipment	38.4	McGraw – Hill	29.3
Exxon	19.8	Tandem Computer	50.7

Tenemos un interrogante principal, que nos lleva a una pregunta importante. La cartera de mercado está formada por acciones individuales, entonces ¿ por qué su variabilidad no refleja la variabilidad media de sus componentes?. La respuesta a esta interrogante es que la diversificación reduce la variabilidad.

Figura 2.2

Disminución del riesgo, mediante la diversificación de la cartera.



Este gráfico muestra simbólicamente que mientras mayor es la cantidad de activos en una cartera de negocios, el riesgo disminuye.

2.7 Resumen.

El presente capítulo trata sobre la importancia del riesgo en una actividad financiera, el cual es medido por la incertidumbre sobre los dividendos establecidos por diferentes activos.

Presentamos algunos casos de como calcular es riesgo, mediante procedimientos estadísticos, se menciona también la diversificación, la cual es la mejor estrategia para minimizar el riesgo involucrado en un portafolio de negocios, que está conformado por diferentes activos financieros.

Capítulo 3

3. ANÁLISIS DE LOS FUTUROS.

3.1. Introducción.

En el capítulo uno, nos referimos a los inicios y a la evolución de los diferentes instrumentos financieros, entre ellos los futuros, la gran variabilidad que presentan en muchos casos las diferentes variables que intervienen en un análisis financiero para la toma de decisiones económicas, como son las tasas de interés, la rentabilidad, los precios en el tiempo actual, el tipo de cambio de las diferentes divisas que intervienen, nos lleva a la necesidad de minimizar la gran incertidumbre existente, por lo que se justifica la existencia de los mercados de futuros.

En un contrato de futuros las partes intervinientes están comprometidas a comprar y vender activos, reales o financieros en una fecha determinada a futuro, a un precio y cantidad acordada en el momento de la firma el contrato.

La existencia de esta clase de instrumentos financieros ha sido una gran ayuda para mantener un equilibrio en los diferentes mercados de consumo entre productores y consumidores, en los Estados Unidos existen diferentes mercados de futuros que controlan la oferta y la demanda, de esa manera minimizan las especulaciones que pueden existir en los tiempos de escasez o en caso contrario mantener equilibrada la oferta, así tenemos el caso de los cereales, productos lácteos y huevos, metales preciosos, café, azúcar, carne, y también los instrumentos financieros.

En el sistema económico capitalista, la aparición, desarrollo, evolución y versatilización de los mercados de futuros a respondido a las duras condiciones del sistema para poder minimizar en gran proporción la incertidumbre inmersa en las diferentes actividades financieras de los mercados.

El objetivo es poder demostrar la importancia de la implementación de uno de estos mercados en nuestro medio, pues las diferentes políticas existentes para el control de los diferentes mercados de consumo muestran que existen problemas entre productores y consumidores, dando lugar a abusos, la especulación de productos de primera necesidad, y como consecuencia, una gran inflación de la economía.

3.2 Preliminares.

Antes de realizar un estudio sobre los futuros, estudiaremos la posible relación entre los precios a plazos y los precios de los futuros con el precio de su activo involucrado en el contrato. La diferencia fundamental entre estos dos tipos de instrumentos financieros está basada en la liquidación diaria que involucra a los contratos de futuros, mientras que en los precios a plazo existe un único pago en el vencimiento.

¿Los precios a plazo y los precios de los futuros son iguales?

Partiendo del argumento de arbitraje, la única manera que los precios a plazo y los precios de los futuros sean iguales, es cuando el tipo de interés libre de riego es constante e igual para todos los vencimientos; por lo tanto, el precio a plazo de un contrato con una determinada fecha de vencimiento es igual al precio de un contrato de futuro con la misma fecha de entrega.

Para afirmar esta equivalencia tenemos la siguiente demostración.

3.A Demostración de la equivalencia de precios, de un contrato a plazo y de un contrato de futuros, cuando el tipo de interés se mantiene constante.

Como hipótesis tenemos un contrato de futuros con duración "n" días, representemos con $\mathbf{F_i}$ el precio del futuro al final del día $\mathbf{i}$ $\mathbf{(0 \leq i < n)}$. Definamos como δ la fuerza de interés libre de riesgo (constante) y consideremos las siguientes alternativas:

1. Tomar una posición de los futuros larga de $\mathbf{e^{\delta}}$ al final del día cero (al inicio del contrato).

2. Incrementar la posición larga hasta $\mathbf{e^{2\delta}}$ al final del día 1.

3. Incrementar la posición larga hasta $\mathbf{e^{3\delta}}$ al final del día 2.

   Y así sucesivamente.

En la siguiente tabla se muestra la estrategia sintetizada.

TABLA V

Estrateaia de inversión para demostrar la eauivalencia de los precios a plazo y de los futuros. en el que el interés es constate.

DÍA	0	1	2	...	N-1	N
Precio de futuro	F_0	F_1	F_2	...	F_{n-1}	F_n
Posición de los futuros	e^{δ}	$e^{2\delta}$	$e^{3\delta}$	...	$e^{n-1\delta}$	0
Beneficio/Pérdida	0	$(F_1-F_0)\, e^{\delta}$	$(F_2-F_1)\, e^{2\delta}$	...	...	$(F_n-F_{n-1})\, e^{n\delta}$
Beneficio/Pérdida Capitalización compuesta Al día n	0	$(F_1-F_0)\, e^{n\delta}$	$(F_2-F_1)\, e^{n\delta}$	...	...	$(F_n-F_{n-1})\, e^{n\delta}$

Al principio del día i, el inversor tiene una posición $e^{\delta i}$, el beneficio posiblemente negativo de la posición del día i es.

$$(F_i - F_{i-1})e^{i\delta} \qquad [3A.1]$$

Si consideramos que se capitaliza el interés libre de riesgo hasta el final del día n, su valor al final del día n es.

$$(F_i - F_{i-1})e^{i\delta}e^{(n-i)\delta} = (F_i - F_{i-1})e^{n\delta} \qquad [3A.2]$$

El valor final del día n de toda la estrategia de inversión es, por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^{n}(F_i - F_{i-1})e^{n\delta}$$

Esto significa que:

$$[(F_n - F_{n-1}) + (F_{n-1} - F_{n-2}) + \ldots + (F_1 - F_0)]e^{n\delta} = (F_n - F_0)e^{n\delta}$$

Si $\mathbf{F_n}$ es igual al precio del activo $\mathbf{S_T}$, el valor final de la estrategia de inversión puede expresarse como:

$$(S, - F_0)e^{n\delta} \qquad [3A.3]$$

Una inversión de $\mathbf{F_0}$ en una obligación libre de riesgo combinada con la estrategia que acabamos de estudiar produce en el momento T:

$$F_0e^{n\delta} + (S_T - F_0)e^{n\delta} = S_Te^{n\delta} \qquad [3A.4]$$

No es necesaria ninguna inversión para todas las posiciones largas en futuros descritas. De ello se sigue, que una cantidad $\mathbf{F_0}$ puede invertirse para dar una cantidad $\mathbf{S_Te^{n\delta}}$ en el momento T.

Supongamos que el precio a plazo al final del día 0 es G_0. Invirtiendo G_0 en una obligación fuera de riesgo y tomando una posición larga a plazo, en $e^{n\delta}$ contratos a plazo, también estará garantizada en el momento T una cantidad $S_T e^{n\delta}$, de esta manera existen dos estrategias de inversión, una que requiere un desembolso inicial F_0, y otra que requiere un desembolso inicial de G_0, ambas con rentabilidad $S_T e^{n\delta}$ en el momento T. Por consiguiente, en ausencia de arbitraje.

$$F_0 = G_0 \qquad [3A.5]$$

En otros **términos,** el precio del futuro y el precio a plazo son idénticos, nótese que en esta demostración no hemos hecho uso del supuesto del período de tiempo de un día. El precio del futuro basado en un contrato con liquidaciones semanales es también igual al precio a plazo cuando se hacen las correspondientes hipótesis.

3.3 Interés compuesto continuo.

Usualmente estamos acostumbrados a tratar con intereses compuestos anuales, semianuales (semestrales), mensuales, semanales, y diarios. Sin embargo el interés compuesto continuo es muy utilizado en el cálculo de la valorización de las opciones y de otros instrumentos financieros derivados complicados, es por eso que explicaremos las diferencias entre estos tipos de interés.

Consideremos la cantidad W, invertida durante n años a un tipo de interés H anual, si el tipo de interés es compuesto una vez por año, el valor de la inversión al finalizar el período será:

$$K(1+H)^n \qquad [3.1]$$

Si se trata de un interés compuesto m veces al **año,** el valor final de la inversión esta dado por la siguiente expresión:

$$K(1+\frac{H}{m})^{mn} \qquad [3.2]$$

En la siguiente tabla se muestran las variaciones, para diferentes valores para m, que representa el número de capitalizaciones compuestas al **año**.

Dando el valor de K=IOOO, con un interés **H=10** por ciento anual, y n=l.

TABLA VI.

Resultado de aumentar el número de capitalización compuesta durante un año.

FRECUENCIA DE COMPOSICIÓN	VALOR DE 1000 DÓLARES AL FINAL DE UN AÑO ($)
Anualmente (m=1)	1100
Semestralmente (m=2)	1102.50
Trimestralmente (m=4)	1103.8
Mensualmente (m=12)	1104.7
Semanalmente (m=52)	1105.1
Diariamente (m=365)	1105.2

El límite cuando m tiende al infinito es conocido como capitalización compuesta continua, que es con el cual se trabaja en los cálculos de los precios de futuros, hallando el límite de la expresión 3.2 cuando m tiende a infinito, se tiene:

$$Ke^{Hn} \qquad [3.3]$$

En el ejemplo anterior con **K=1000** dólares, **H=10** por ciento, n=l , y aplicando la expresión anterior tenemos:

$1000\, e^{0.1} = 1105.2$ dólares.

Suponiendo que H_1 es un tipo de interés continuo, y H_2 es el tipo equivalente compuesto m veces al año de las expresiones anteriores, podemos concluir que para m grande, aproximadamente y **n=1**:

$$Ke^{H_1 n} = K(1+\tfrac{H_2}{m})^{mn}$$
$$e^{H_1} = (1+\tfrac{H_2}{m})^{m}$$

Por lo tanto, obtenemos las siguientes expresiones que pueden ser utilizadas para convertir un tipo de interés nominal cuando la frecuencia de capitalización compuesta es m veces al **año,** a un interés compuesto continuo 0 viceversa.

$$H_1 = m\ln(1+\tfrac{H_2}{m}) \quad [3.4]$$
$$H_2 = m(e^{H_1/m} - 1) \quad [3.5]$$

3.4 Especificaciones de los contratos de futuros.

Los contratos de futuros son de tipo estandarizado, transferibles para vender o comprar un determinado activo o instrumento financiero a una fecha específica a un precio establecido. Existen algunas características propias de los contratos de futuros como:

1. La introducción del factor tiempo en la transacción, pero puntualicemos que estos no son los únicos que tienen esta característica sino también los llamados "forward". Los contratos de futuros, son transados en bolsas o instituciones, la principal función de estas es controlar la ejecución de las especificaciones establecidas en el contrato.
2. La estandarización del contrato de futuros, lo único que no se estandariza es el precio.
3. Las diferentes entidades interventoras (bolsa de valores, casas de valores) entre el comprador y vendedor, una vez efectuada la operación, no tienen que relacionarse más, las entidades interventoras garantizan el contrato y las obligaciones.

3.4.1 Márgenes.

Para garantizar las operaciones, las instituciones interventoras, requieren de los operadores o corredores, los llamados márgenes, que constituyen depósitos o garantías que sirven para acudir en caso que no se pague diariamente en las cotizaciones de futuro.

El margen tiene un límite mínimo aceptable, que se refiere al margen de mantenimiento, si sobrepasa este límite se solicita al operador que desembolse la diferencia entre el margen normal y la cotización actual, a esta diferencia se la llama variación del margen de la cuenta.

Es muy importante anotar que el monto mínimo en cada contrato y de los márgenes varían de acuerdo al riesgo involucrado en las diferentes variables que intervienen, es decir que la correlación existente entre estas dos variables: riesgo, y variación del margen, es positiva, o sea a mayor riesgo, mayor margen.

Los requerimientos de garantía son los mismos para posiciones cortas que para posiciones largas en futuros, tomar una posición larga en el mercado implica la compra del activo sin mayor problema, tomar una posición corta implica la venta de un activo que en algunos casos ni siquiera se posee.

En los diferentes tipos de mercados de futuros existen un sin número de especificaciones, de las cuales las más comunes son:

3.4.2 El activo.

Cuando tratamos con activos tales como mercaderías, puede darse el caso de una gran variedad de calidad disponible, y cada mercado tiene diferentes maneras de controlar la calidad de los activos que se comercializan dentro de las mismas, aplicando técnicas estadísticas para el control de calidad, y siendo la usada con mayor frecuencia el muestreo de aceptación, y las cartas de control para la media y proporciones.

En el caso de tratarse de activos financieros en contratos de futuros, por lo general este debe ser claro, definido sin ambigüedades: por ejemplo observemos que no es necesario especificar la calidad de un marco alemán, sino más bien otras características interesantes del mismo.

3.4.3 El tamaño del contrato.

Se refiere a la cantidad del activo que se debe entregar con un único contrato, debemos aclarar que dependiendo del tamaño del contrato, los inversionistas toman diferentes actitudes, tales como la de cobertura o la de especulación, en el primer caso cuando los contratos son de gran tamaño y en el segundo cuando estos no son de gran tamaño.

El tamaño correcto para el contrato depende de quién sea su usuario más probable, en los diferentes mercados de futuros para la entrega de productos agrícolas los parámetros aceptables pueden estar entre 10.000 y 20.000 dólares, mientras que para futuros de activos financieros los parámetros son mucho más grandes, por ejemplo en el contrato de futuros de bonos Brady, se necesita una inversión mínimo de 250.000 dólares, como también sobre obligaciones de tesoro del gobierno americano, negociados en el Chicago Board of Trade, se entregan instrumentos con valor nominal superior a los 100.000 dólares.

3.4.4 Disposiciones para la entrega.

El lugar donde se va ha efectuar la ejecución del contrato debe ser especificado por el mercado, esto es importante cuando tratamos con mercaderías con un alto costo de almacenamiento y transporte.

3.4.5 Tiempo de entrega.

Usualmente se mide en meses. De contrato a contrato los meses de entrega varían y este período se escoge mediante el mercado para la adaptación de las necesidades de los participantes, cada tipo de activos en los diferentes mercados de futuros tienen unos meses determinados para la entrega o ejecución del contrato, por ejemplo los contratos de futuros acerca de divisas en el International Monetary Exchange tienen como meses de entrega marzo, junio, septiembre y diciembre. El mercado determina cuando se inicia la negociación para un mes determinado, el mercado también determina cuál es el último día de negociación para un determinado mes.

3.4.6 Límites a los movimientos diarios de precios.

Los límites a los movimientos diarios de precios son especificados por el mercado para la mayoría de los contratos de futuros.

3.4.7 Posiciones límite.

Se refiere al máximo número de contratos que un especulador puede mantener en cartera, el propósito de imponer un límite es prevenir una influencia indebida de los especuladores sobre los precios y las contrataciones.

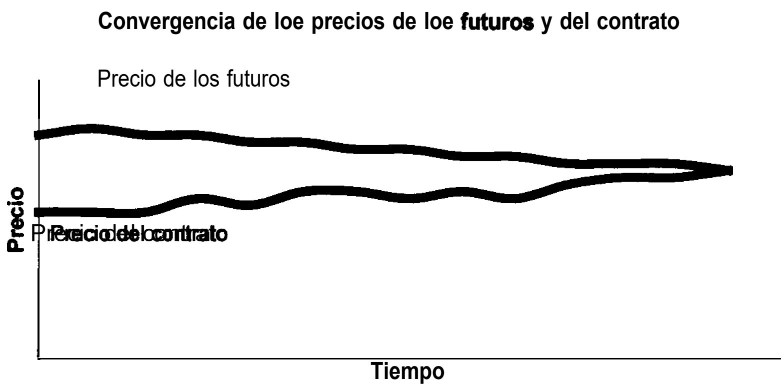
3.5 Convergencia de los precios de futuros hacia el precio de contado.

Los contratos de futuros tienen una fecha indicada sobre cuando se realizará la entrega de los activos subyacentes o tangibles, y cuando se acerca la fecha, el precio del futuro converge hacia el precio del contrato del activo subyacente o tangible, al llegar al periodo de entrega el precio del futuro es muy cercano o se iguala al precio del contrato, existen dos casos específicos:

Cuando el precio del futuro está sobre el precio o bajo el precio del contrato. El primer caso, es cuando el precio del futuro está sobre el precio de contrato durante el periodo de entrega, por lo que convendría la intervención de un agente de arbitraje.

Figura 3.1

Precio del futuro por encima del precio de contado.

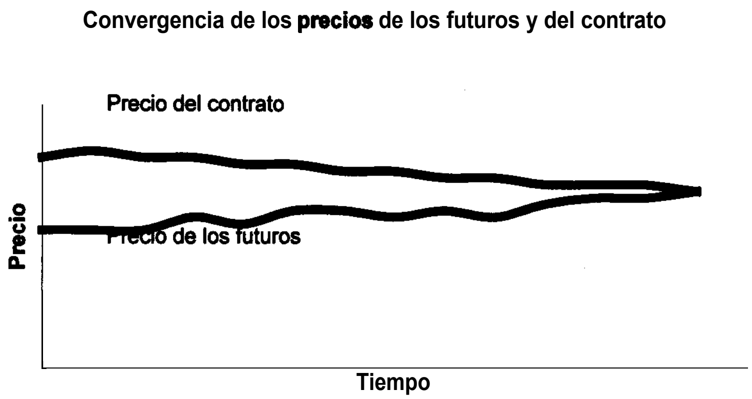


Estas operaciones producirán un beneficio que es la diferencia entre el precio del futuro y el precio del contrato, lo cual hará que los agentes o corredores de bolsa exploten este recurso de arbitraje, con lo que el precio del futuro caerá.

En el segundo caso, el precio del futuro está por debajo del precio del contrato en el período de entrega, los inversionistas interesados comprarán los futuros y esperarán a la fecha de entrega, por lo que los precios de los futuros subirán.

FIGURA 3.2

Precio del futuro por debajo del precio de contado.



Lo que está claro es que los precios de los futuros están muy cerca del precio del contrato en el período de entrega.

3.6 Características especiales de los contratos de futuros.

3.6.1 Venta a corto.

Una estrategia propia de arbitraje es la de vender “a corto”. Por consiguiente haremos un paréntesis para dar una explicación, sobre las características de esta operación. Vender a corto se refiere a negociar valores que no se poseen, sean estos de tipo financiero o productos, ilustraremos con un ejemplo.

Tenemos un inversor interesado en vender “a corto” 1000 acciones de la empresa XX, para lo cual contacta a un agente, y este debe pedir prestadas las acciones a otro cliente para poder negociarlas en la bolsa de valores como se hace habitualmente.

La posición corta del inversor se mantiene durante el tiempo necesario mientras existan acciones que pueda pedir y/o mantener prestadas, después deberá liquidar esas acciones, para lo cual existen dos posibilidades, que serían:

a. Si hasta la fecha que estén liquidadas las acciones, el precio de estas ha subido, el inversor tendrá perdidas.
b. Mientras que si el valor de las acciones baja, este mismo inversor obtendrá ganancias.

En la actualidad, en los diferentes mercados de futuros la venta “a corto” de los diferentes activos financieros es permitida a un precio mayor que el de la transacción precedente o anterior, los agentes o corredores de bolsa, exigen un depósito inicial de garantía a los clientes, en caso de darse movimientos adversos, como son los incrementos del precio en que se efectuó la venta “a corto “, en algunos casos se aceptan como depósitos de garantías certificados, letras del tesoro, y además se debe pagar un dividendo por acciones, o contratos al agente que lleva a cabo todas las transacciones.

Trataremos el ejemplo del inversor que quiere vender **“a** corto” 1000 acciones de la empresa XX, en el mes de mayo donde las adquiere a 70 dólares cada acción, y liquida su posición rescatándolas en septiembre al precio de 50 dólares y se compromete a pagar 2 dólares por cada acción como dividendo de la operación, teniendo la siguiente situación:

TABLA VII.

Caso de una venta "a corto".

Situación: Un inversor está interesado en vender "a corto" 1000 acciones de la empresa XX para la cual en mayo las obtiene a 70 dólares, y las liquida en septiembre a 50 dólares, tiene un compromiso de pagar 2 dólares por cada acción por dividendos.
Las operaciones son:

El inversor obtiene 1.000 x **$70=70.000** dólares, paga por dividendos 2$x1.000=2.000 dólares, para liquidar en septiembre a 50$x1.000=50.000 dólares por lo tanto tenemos que el beneficio neto es:
(1.000x70)-(1.000x2)-(1.000x50)=18.000 dólares.

3.6.2 **La tasa repo.**

Es un tipo de interés fuera de riesgo para agentes en posición de arbitraje. En un **repo** o un acuerdo de recompra, el dueño de los activos se compromete a venderlos a una institución financiera para después volverlos a comprar, la institución está proporcionando un préstamo, claro está que los precios a los que son rescatados los activos son ligeramente más altos que el precio en que son vendidos.

El préstamo no tiene virtualmente riesgo alguno, si la compañía que pide el préstamo no llegase a cumplir, la institución financiera se quedaría con los valores involucrados en la transacción del préstamo.

3.6.3 Liquidación en metálico.

Existen futuros financieros como es el caso de los índices bursátiles que son liquidados en metálico, por los inconvenientes de la entrega de bienes o activos tangibles, cuando tenemos el caso que un contrato se liquida metálicamente, simplemente se ajusta de acuerdo al mercado con respecto del final del último día de negociación y todas las posiciones relacionadas con el contrato se declaran liquidadas, el precio de liquidación correspondiente al último de actividades negociadoras es el precio del cierre del contrato del activo subyacente o tangible, lo cual nos asegura que el precio del futuro converge hacia el precio del contrato.

3.7 Notaciones para Establecer Precios de los Futuros.

T: tiempo hasta la fecha de entrega del contrato a plazo (en años).

s: Precio del activo en el contrato a plazo hoy (precio del dia).

K: precio de entrega en el contrato.

f: valor de un contrato a plazo, posición larga, hoy.

F: precio a plazo hoy.

r: tipo de interés libre de riesgo anual, con capitalización compuesta continua para la inversión que se liquida en la fecha acordada (en T años).

Para los siguientes activos de inversión financiera, hemos considerado tres situaciones distintas:

1. El activo no proporciona rentas.
2. El activo proporciona una renta en metálico conocida.
3. El activo proporciona un rendimiento por dividendo conocido.

3.7.a El Activo no proporciona rentas.

a.1 Valor de un contrato a plazo con precio de entrega K.

$$S - Ke^{-rT} \quad [3.6]$$

a.2 Precio a **plazo/de** los futuros.

$$Se^{rT} \quad [3.7]$$

3.7.b Proporcionan una renta conocida con valor actual, i.

b.1 Valor de un contrato a plazo con precio de entrega K.

$$S - I - Ke^{-rT} \quad [3.8]$$

b.2 Precio a **plazo/de** los futuros.

$$(S - I)e^{rT} \quad [3.9]$$

3.7.c Proporciona un rendimiento por dividendo conocido, q.

c.1 Valor de un contrato a plazo con precio de entrega K.

$$Se^{-qT} - Ke^{-rT} \quad [3.10]$$

c.2 Precio a **plazo/de** los futuros.

$$Se^{(r-q)T} \quad [3.11]$$

3.8 Tipos de cobertura de los contratos de futuros.

La principal meta de los agentes o corredores de bolsa es cubrir el riesgo, para lo cual por medio de los mercados de futuros minimizan el riesgo al que se enfrenta un inversor en una operación financiera, el riesgo generalmente se encuentra relacionado con el tipo de cambio de las divisas, las cotizaciones bursátiles, el tipo de interés, u otras variables similares.

Trataremos de contestar las principales interrogantes que se presentan con respecto a las estrategias de cobertura utilizando contratos de futuros, tales como:

¿Qué contratos de futuros se debe utilizar?

¿ Cuál es el tamaño óptimo del contrato de futuros, para reducir riesgos?

¿ Que posición se debe tomar en un contrato de futuros, ya sea esta cofta 0 larga?

Las empresas manufactureras no tienen la especialidad de predecir el comportamiento de algunas variables como la tasa de interés, el tipo de cambio de divisas, etc, su principal objetivo es satisfacer a sus clientes, para lo cual necesita estar seguro que va a tener la suficiente materia prima para la elaboración de sus productos o servicios con la calidad deseada, por lo que muchos de estos empresarios buscan cubrirse con un contrato de cobertura que les evitará riesgos tales como escasez, o una repentina alza de los precios de las materias primas, y por tanto toman una estrategia de un contrato de futuros.

3.8.1 Coberturas cortas.

Se entiende por cobertura corta a una posición corta en contratos de futuros, esta estrategia es apropiada si el agente o corredor de bolsa tiene en su poder un activo esperándolo vender en algún tiempo futuro, también es aplicable cuando los agentes no tienen los activos en el momento pero están seguros que los tendrán en el futuro.

En nuestro medio el mejor ejemplo es el de los contratos de futuros para vender petróleo de las reservas nacionales, por el cual el gobierno recibe una cierta cantidad de dólares, que en la fecha de entrega se verá si obtuvo una rentabilidad positiva, ya que si el precio del barril de petróleo está por debajo que el del futuro, el gobierno habrá ganado, mientras que si el precio del barril está sobre el precio establecido en el contrato a futuro este habrá perdido.

Estimemos la situación del gobierno, en la siguiente tabla donde se resume las situaciones que pueden suceder con la cobertura corta en un contrato de futuros con respecto a venta de petróleo con las siguientes características.

Tabla VIII.

Resumen de los casos de la venta de futuros, con la estrateaia de cobertura corta.

Fuente :OPEP. Mesa de operaciones 15 abril

El gobierno XX negoció un contrato para vender 1 millón de barriles de petróleo, el precio acordado en el contrato de venta es el precio de contado del 15 de julio:

Cotizaciones: Precio del crudo: 19 dólares por barril

Precio del futuro del crudo en julio:18,75 dólares por barril

Estrategias de cobertura.

- 15 de abril: posición corta en 1 .OOO contratos de futuros de petróleo en julio.
- 15 de julio: liquidar la posición de futuros.

Consecuencias.

Caso 1 :El precio de petróleo en julio es 1730 dólares por barril, la empresa recibe 17,50 dólares por barril bajo el contrato de venta, la empresa gana un margen aproximadamente 1,25 dólares por barril.

Caso 2: El precio de petróleo en julio es **19,50** dólares por barril, la empresa recibe **19,50** dólares por barril bajo el contrato de venta, la empresa pierde un margen aproximadamente **0,75** dólares por barril.

Cada contrato de futuros se compromete a la entrega de 1 .OOO barriles de crudo de petróleo, por lo que tenemos una emisión de 1 .OOO contratos de futuros con estas características.

Se ha acordado que el precio que se aplicará es el del 15 de julio, por lo que tenemos que el gobierno XX podría ganar 10.000 dólares por cada centavo que incremente el precio del petróleo durante los próximos meses mientras dura el contrato, de la misma forma perderá 10.000 por cada centavo que disminuya el precio durante el período.

En la tabla anterior se muestran los posibles casos, para los cuales detallaremos su explicación, caso **1,** al llegar la fecha de vencimiento del contrato, el precio del contado en el mercado del barril de petróleo es de **17,5** dólares, el gobierno recibirá **17,50** millones de dólares por su contrato de venta, por lo que tendremos una diferencia :

$18,75-$17,50=1,25 dólares por barril o **1,25** millones de dólares de beneficio, mientras en el caso 2, tenemos que el precio de contado al finalizar el vencimiento de la duración del contrato de futuros es de **19,50** dólares el barril de crudo y tendrá entonces una diferencia de **$19,50-$18,7=** 0.75 dólares, que sería la pérdida por cada por barril.

3.8.2 Coberturas largas.

Se entiende por cobertura larga a una posición larga en un contrato de futuros, esta estrategia es recomendable cuando la empresa conoce que va ha tener que comprar cierto activo o servicio en el futuro, por lo que desea asegurar el precio que pagará en el futuro por este bien o servicio. Tomemos el caso de una industria manufacturera que sabe que **va** a necesitar comprar 10.000 Kg, de materia prima para el cubrimiento de un contrato dentro de 4 meses, por lo que es aconsejable la aplicación de una cobertura larga, en este caso el precio de contado de la materia prima en el mercado es 100 **dólares** por kilogramo, el precio de los futuros para el cuarto mes próximo, es de 80 dólares por kilogramo, la industria puede tomar una posición larga en 10 contratos de futuros, por lo que cada uno de los contratos cubre 1.000 kilogramos, el objetivo de esta estrategia es fijar al cierre el precio de la materia prima bordeando los 80 dólares por kilogramo.

En la siguiente tabla se resumen los diferentes casos que pueden suceder cuando aplicamos una estrategia de cobertura larga.

TABLA IX.

Resumen de los casos de la venta de futuros, con la estrateaia de cobertura larga.

Una industria necesitará 10.000 Kg. de materia prima para después de cuatro meses, el precio de contado de la materia prima es de 120 dólares por Kg. el precio del futuro para el cuarto mes próximo es de 80 dólares por Kg.

Estrategia de cobertura:

- **En el presente toma un posición larga en 10 contratos de futuros para el cuarto mes próximo sobre la materia prima.**
- En el cuarto mes liquida la posición.

Posibles casos:

Caso 1: El costo de la materia prima en el cuarto mes es de 85 dólares por kilogramo, la industria o empresa gana 5 centavos por Kilogramo.

Caso 2: El costo de la materia prima en el cuarto mes es de 70 dólares por kilogramo, la industria o empresa pierde 10 dólares por kilogramo en el contrato.

Un elemento fundamental en el cálculo financiero es lo que se llama Riesgo de Base, que detallamos a continuación:

3.9 Riesgo de base.

Los coberturistas necesitan identificar la fecha precisa en el futuro en la que el activo va ha ser comprado o vendido, y a partir de esto pueden ir eliminando los diferentes riesgos con respecto al precio del activo en esa fecha, listaremos algunas circunstancias por las que se produce el riesgo:

- El precio del activo que va ser cubierto puede no ser exactamente el mismo que el activo subyacente ó tangible en el contrato de futuros.
- El agente encargado de la cobertura puede no estar seguro de la fecha precisa en la que el activo va ser comprado o vendido.
- La estrategia de cobertura puede necesitar la liquidación del contrato de futuros antes de su fecha de vencimiento.

3.9.1 La base.

Se define por medio de la relación:

Base = precio del futuro – precio del contado.

Para analizar la naturaleza del riesgo base utilizaremos las siguientes notaciones:

S_1 : precio del contado en el momento t_1

S_2 : precio del contado en el momento t_2

F_1 : precio del futuro en el momento t_1

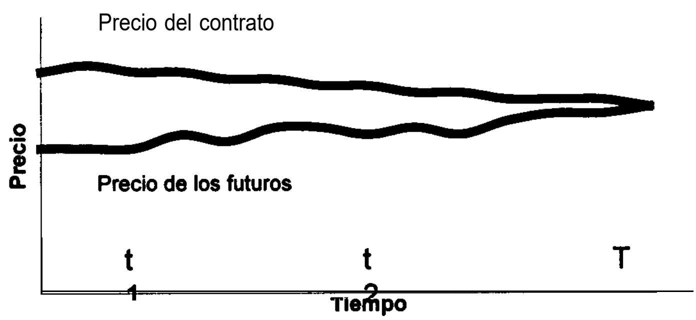
F_2 : precio del futuro en el momento t_2

B_1 : base en el momento t_1

B_2 : base en el momento t_2

FIGURA 3.3

Variación de la base en el tiempo.



Tomemos como ejemplo el siguiente caso, donde se opta por una cobertura en el momento y se cierra respectivamente, consideremos que los precios de contado y de futuro en el acto que se inicia la cobertura son de **2,50** y **2,20** dólares respectivamente y en el momento en que se liquida la cobertura los precios son, 2 y **1,9** dólares respectivamente, entonces:

$S_1=2,50$ $S_2=2$ $F_1=2,20$ $F_2=1,90$

Por **definición** de base :

$$b_1 = S_1 - F_1$$
$$b_2 = S_2 - F_2$$

Lo cual en el ejemplo da:

$b_1=0,30$

$b_2=0,10$

Trataremos los dos casos posibles que se pueden dar con una estrategia de cobertura, que son la posición corta en futuros, y la posición larga en futuros.

Consideremos el primer caso, con posición corta.

El agente tiene entendido que el momento en que será vendido el activo es el momento t_2 y toma la posición corta en el momento t_1 , el precio obtenido por el activo es S_2 Y **el** beneficio de la posición de futuros es **F_1 - F_2** por lo que decimos que el precio efectivo obtenido por el activo con cobertura es:

$$S_2 + F_1 - F_2 = F_1 + b_2$$

En el ejemplo tratado tendremos un precio efectivo de **2,30** dólares.

El valor de **F_1** se conoce en el momento **t_1** , si **b_2** se conociese en ese momento tendríamos lo que se llama cobertura perfecta, por lo que se dice que el riesgo de cobertura está fuertemente correlacionado con **b_2,** esto se conoce como riego **base.**

Consideremos el otro caso, donde el agente toma la posición larga de futuros. Este conoce que el activo será comprado en el momento **t_2** e inicia una cobertura larga en el momento **t_1** .

El precio que se pagará por el activo es **S_2** y tendremos una pérdida de cobertura de **F_1 - F_2,** por lo que tenemos que el precio efectivo que se pagará con este tipo de posición será:

$$S_2 + F_1 - F_2 = F_1 + b_2$$

Hay que tener bien claro los diferentes orígenes del riesgo de base para los tipos de activos que se negocian a través de un contrato de futuros, cuando se tienen activos de inversiones como divisas, bonos del estado, **índices** de acciones, oro y plata, el riesgo de base tiende a ser menor que en los productos de consumo.

Esto es porque el riesgo de base para un activo de inversión surge principalmente de la incertidumbre sobre el nivel del tipo de interés libre de riesgo para el futuro, mientras que para el caso de productos de consumo, los desequilibrios entre la oferta y la demanda y algunas dificultades asociadas, como el almacenamiento del producto, pueden generar grandes variaciones en el rendimiento total.

La variabilidad del riesgo base puede generar una mejora o un empeoramiento para el agente que cubre una estrategia de cobertura, para el caso de cobertura corta si el riesgo de base se refuerza, la posición de cobertura mejora: mientras que si el riesgo de base se debilita la posición de cobertura empeora. Para la cobertura larga ocurre lo contrario, si el riesgo de base se refuerza la posición de cobertura empeora, mientras si esta se debilita la posición de cobertura mejora.

3.10 Ratio de cobertura y varianza mínima.

Con ratio de cobertura nos referimos al cociente entre el tamaño de la posición tomada en contratos de futuros sobre el tamaño del activo expuesto.

Casi en todos los casos el objetivo es minimizar el riesgo, pero fijar el ratio de cobertura en 1,0 no necesariamente es lo óptimo, para el análisis del ratio y la variación mínima utilizaremos la siguiente notación:

AS :Cambio en el precio de contado, S, durante el período de tiempo igual a la duración de la cobertura.

AF : Cambio en el precio del futuro, F, durante el período de tiempo igual a la duración de la cobertura.

σ_S :Desviación estándar de AS.

σ_F :Desviación estándar de AF.

ρ :Coeficiente de correlación entre AS y AF

H* : Ratio de cobertura que minimiza la varianza de la posición del agente que maneja una estrategia de cobertura.

Con estas notaciones, se pueden demostrar que la fórmula para el cálculo del ratio es:

$$H^{*} = \frac{\sigma_S}{\sigma_F}.\rho \qquad [3.12]$$

Demostración:

Supongamos que esperamos vender **N_A** unidades de un activo en el momento **t_2** y elegimos cubrir en el momento **t_1** vendiendo futuros sobre **N_F** unidades de un activo similar, el ratio de cobertura que nos indica el óptimo está dado por (3.12)

En efecto, denotemos con **"Y",la** cantidad total conseguida por el activo como beneficio o perdida, teniendo en cuenta los efectos de la cobertura, con lo cual:

$$Y = S_2 N_A - (F_2 - F_1)N_F$$
$$Y = S_1 N_A + (S_2 - S_1)N_A - (F_2 - F_1)N_F \qquad [A3.1]$$

donde **S_1** , **S_2** son los precios del activo en los tiempos **t_1** , **t_2** ; y **F_1** , **F_2** los precios de los futuros en los tiempos **t_1** , **t_2**, entonces tenemos:

$$\Delta S = S_2 - S_1$$
$$\Delta F = F_2 - F_1$$

Utilizando la expresión **(3.12),** la expresión para Y en (A3.1) queda expresada como:

$$Y = S_1 N_A + (N_A(\Delta S - H\Delta F)) \qquad \text{[A3.2]}$$

Si $\mathbf{S_1}$ y $\mathbf{N_1}$ se conocen en el momento **t1** la **varianza** de Y en la ecuación (A3.2) se minimiza cuando la **varianza** de AS-HAF se minimiza, la **varianza** de AS-HAF será igual a:

$$\sigma_S^2 + H^2\sigma_F^2 - 2H\rho\,\sigma_S\sigma_F$$

Esto también puede ser expresado de la siguiente manera:

$$(H\sigma_F - \rho\,\sigma_S)^2 + \sigma_S^2 - \rho^2\sigma_S^2$$

El segundo y el tercer término de esta suma no incluyen H, por lo tanto esta **varianza** se minimiza cuando.

$$\frac{\partial}{\partial H}\left(H\sigma_F - \rho\sigma_s\right)^2 = 0$$

Es decir el mínimo global para la **varianza** se tiene cuando:

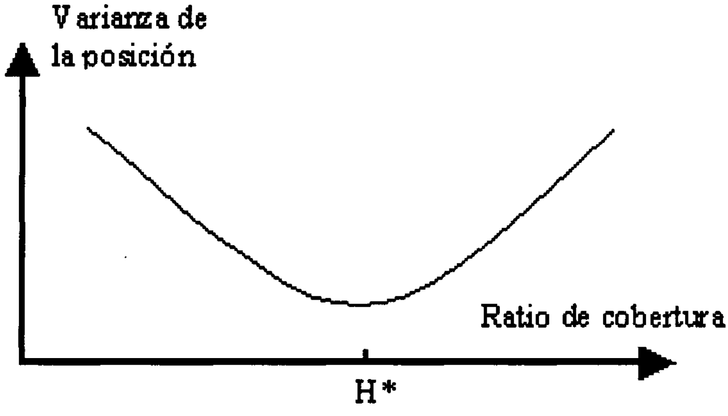
$$H^* = \frac{\sigma_S}{\sigma_F}.\rho$$

Pues esta **varianza** corresponde a una parábola respecto a H, convexa, que tiene un único mínimo global como se observa en la figura 3.4

El ratio óptimo de cobertura es entonces el producto del coeficiente de correlación entre AS y AF y el radio de la desviación estándar de AS a la desviación estándar deΔF.

Figura 3.4

<u>Dependencia de la variación de la posición del agente en relación al ratio de cobertura</u>



Los cálculos de los diferentes parámetros normalmente se los hacen a partir de datos históricos. Como no se efectúan muchas operaciones de futuros en el Ecuador, podemos analizar el cálculo de estos parámetros a través de simulaciones sobre valores históricos de S y F.

En los anexos se muestran las simulaciones tanto de los precios actuales y los precios futuros, mientras que en las siguientes tablas se muestran las variaciones de los precios actuales, y futuros.

TABLA X.

Datos para el cálculo de la varianza mínima del ratio de cobertura para cambios Porcentuales con respecto al precio futuro y el precio del activo subyacente.

Mes i	ΔF Para el Mes =Xi	ΔS Para el mes =Yi
1	0.021	0.029
2	0.035	0.020
3	-0.046	-0.044
4	0.001	0.008
5	0.004	0.026
6	-0.029	-0.019
7	-0.026	-0.010
8	-0.029	-0.007
9	0.048	0.043
10	-0.006	0.011
I I	-0.036	-0.036
12	-0.011	-0.018

13	0.019	0.009
14	-0.027	-0.032
15	0.029	0.023

Supongamos que la duración de la cobertura es de un mes donde AS y AF miden los cambios de S y F durante los **periodos** sucesivos de un mes, en el contrato de futuros se observa que se debe cubrir una exposición durante el mes en consideración, las observaciones i-ésimas sobre AF y AS son representados por Xi y **Yi,** respectivamente, y se supone que existen n observaciones, con los resultados:

$$\sum X_i = -0.013$$
$$\sum Y_i = 0.003$$
$$\sum X_i Y_i = 0.0107$$
$$\sum X_i^2 = 0.0138$$
$$\sum Y_i^2 = 0.0097$$

Donde σ_F se estima con la desviación estándar muestral:

$$\sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n-1} - \frac{(\sum X_i)^2}{n(n-1)}} = 0.0313$$

Y para la estimación de σ_S tenemos:

$$\sqrt{\frac{\sum Y_i^2}{n-1} - \frac{(\sum Y_i)^2}{n(n-1)}} = 0.0262$$

En cambio **la** estimación del coeficiente de correlación.

$$\frac{n\sum XiYi - \sum X_i \sum Y_i}{\sqrt{[n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2][n\sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2]}} = 0.928$$

Y la variación mínima del ratio de cobertura, H* es:

$$0.928(\frac{0.00262}{0.00313}) = 0.786$$

3.11 Numero óptimo de contratos.

Si consideremos los siguientes parámetros:

N_A :**Tamaño** de la posición en cobertura (unidades).

Q_F :**Tamaño** de un contrato de futuros (unidades)

N* :**Número** óptimo de contratos de futuros por cobertura.

Entonces el número óptimo de contratos de futuros viene dado por:

$$N^* = \frac{H^* N_A}{Q_F}$$

3.12 Resumen.

En este capítulo tratamos sobre los futuros, que son contratos entre dos partes por el que se comprometen a intercambiar un activo a un precio pactado y en una fecha determinada, tratamos y analizamos los componentes que intervienen en la principal estrategia de futuros que es la de cobertura. Un importante concepto en cobertura es el riesgo de base, la base es la diferencia entre el precio de contado de un activo y su precio del futuro. El riesgo de base se crea por la incertidumbre del agente de cobertura acerca de cuál será la base al vencimiento de la cobertura.

La utilización de los contratos de futuros está dirigido al control de los mercados de productos, en las sociedades modernas existen diferentes mercados que controlan la producción, y la comercialización de productos agrícolas, avícolas entre otros.

El utilizar esta estrategia en futuros como la de cobertura, se logra estabilizar el mercado, eliminando la especulación, mediante un control de toda la producción y comercialización de los diferentes productos de consumo.

De no existir transacciones de futuros en las bolsas de valores o de productos del país, recurrimos a las técnicas de simulación para recrear posibles escenarios.

Capítulo 4

4. ANALISIS DE OPCIONES.

4.1 Introducción.

Los primeros intentos de valorar derivados, empezaron por los años 1900 con el matemático francés Louis Bachelier, y luego lo siguieron otros economistas, pero todos los desarrollos fueron en vano porque tenían el mismo error, los riesgos no estaban valorados en forma adecuada, el valor de una opción para comprar o vender una acción depende del desarrollo incierto de su precio hasta el momento de la operación, es un riesgo camuflado, casi imposible de observar.

En los últimos años Black y Scholes, realizaron una aportación fundamental al demostrar que no es necesario utilizar ninguna prima de riesgo al evaluar una opción, lo cual no significa que el riesgo desaparece, sino que el mismo ya está incluido en el período de tiempo del ejercicio.

4.2 Conceptos introductorios.

Las opciones son contratos que otorgan a su **dueño** el derecho de compra o venta de un activo a un precio determinado por un tiempo dado. En los mercados financieros existen dos tipos básicos de opciones.

- Una opción de compra **(call),** con la cual se tiene el derecho a comprar un activo a cierto precio en un determinado plazo, esta es la opción con mayor demanda.
- El otro tipo es una Opción de venta **(Put),** le da al tenedor el derecho de vender un activo, a un cierto precio en un determinado período de tiempo.

Los principales usos que se dan a las opciones en los diferentes mercados financieros son: de cobertura, especulación y arbitraje sobre activos, portafolios, y mercancías, los cuales fueron analizados en el capítulo 1.

Las opciones en su esencia son diferentes de los contratos a plazo y de futuros, una opción da a su propietario el derecho a realizar algo, el propietario de la opción no está obligado a ejercer ese derecho, al contrario de lo que sucede en un contrato a plazo y de futuros.

Las dos partes que se han comprometido a realizar alguna actividad, al firmar un contrato **a** plazo o de futuros no tienen que pagar ningún valor (a excepción de los requisitos de las garantías), en cambio la compra de una opción requiere de entrada un pago, cuyo monto es necesario establecer de manera científica y que se denomina PRIMA.

4.2.1 Algunos términos que se utilizan en el tema de opciones.

- **Activo subyacente.-** es el objeto de la opción que puede ser un activo financiero 0 real.
- **Precio de ejercicio.-** es el precio al cual puede realizarse la compra 0 venta.
- **Fecha del ejercicio.-** Es la fecha en la cual puede ejercerse el derecho de compra o venta.
- **Prima.-** Es el precio de la opción.
- **Opción Europea.-** Es la opción en la cual el derecho sólo se ejerce en la fecha del ejercicio(fecha de vencimiento)
- **Opción Americana.-** En esta opción el derecho puede ejercerse en cualquier momento del período.

4.3 Posiciones en opciones.

En cada contrato de opciones existen dos partes, en una está el inversor que por lo general toma una posición larga (es decir, compra la opción), en la otra parte está el emisor que toma la posición corta (es decir, vende la opción).

Para un operador existen cuatro posiciones de base posible con respecto a las opciones:

1. Comprar una opción de compra	0 posición larga en una opción de compra.
2. Comprar una opción de venta	6 posición larga en una opción de venta.
3. Vender una opción de compra	Ó posición corta en una opción de compra.
4. Vender una opción de venta	6 posición corta en una opción de venta.

4.4 Diferentes tipos de activos utilizados en las opciones.

Las opciones en su gran mayoría abarcan los siguientes activos subyacentes:

4.4.1 Opción de compra o venta de un activo.

Este es el caso más frecuente, y da el derecho a compra o venta de algún bien a un precio determinado (llamado "precio del ejercicio"), en una fecha determinada, el activo subyacente sobre el que funciona puede ser cualquier cosa: acciones, bonos, oro, edificios, materias primas, e incluso en los últimos tiempos se ha desarrollado sobre las mismas opciones, y futuros.

4.4.2 Opciones sobre una transacción.

En este tipo de opciones el contrato simplemente da el derecho a efectuar una transacción determinada dentro de un periodo de tiempo determinado, el ejemplo más común son las opciones sobre un swap.

4.4.3 Opciones liquidadas en metálico.

Son aquellos contratos de opciones que están relacionados con **índices** bursátiles, como ejemplo puede darse el caso de una opción sobre **índices** Standard **&** Poors 500 **("S&P500"),** cuyo comprador recibe dentro de un año 20 dólares por cada punto que el **índice** esté por encima de 400, si dentro de un **año** el **índice** esta por debajo de 400, el comprador de la opción no recibe nada, pero en caso contrario, si el **índice** está por encima de 400, como por ejemplo en 425, el comprador de la opción recibe **(425-400)x20=500** dólares.

En este caso el comprador no adquiere el derecho a comprar ni vender nada, este adquiere simplemente el derecho a recibir una cantidad determinada de dinero si se dan una serie de circunstancias.

4.4.4 Opciones sobre divisas.

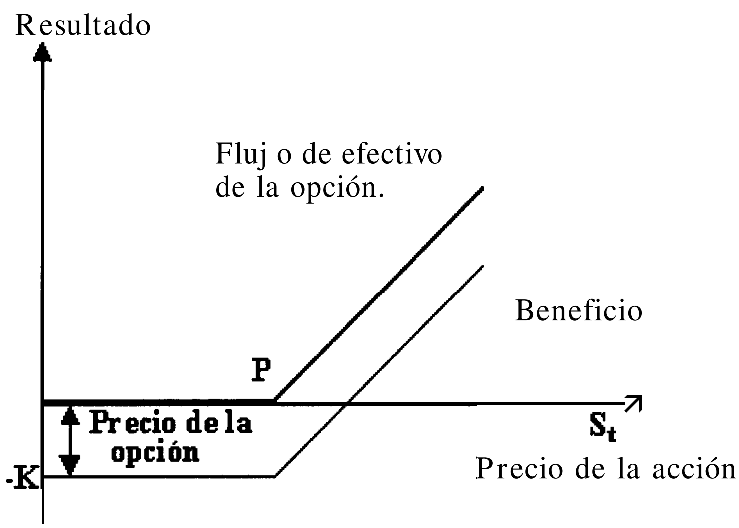
Estos son contratos que se utilizan para minimizar el riesgo del tipo de cambio de divisas en el caso de una estrategia de cobertura.

4.5 Compra de una opción de compra (Call)

Si el precio de ejercicio es P, cada vez que el precio de la acción $\mathbf{S_t}$ suba por encima de P obtendremos un beneficio si se ejerce la opción. Caso contrario, es decir, cuando el precio de la acción $\mathbf{S_t}$ desciende por debajo de P no se ejerce la opción, en este caso se habrá perdido el valor de la prima es decir el coste de la opción K, Para un inversor de este tipo de opciones **(call),** las utilidades pueden ser muy grandes y las pérdidas **sólo** el costo de la opción de compra **(call).**

FIGURA 4.1

Perfil de riesgo de la compra de opción de compra(call).



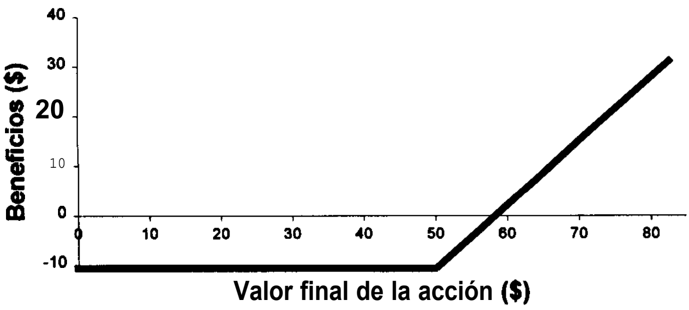
Para ilustración, consideremos el caso de un inversor que compra una opción europea de **compra(call),** para adquirir 200 acciones de Mcdonalds con un precio de ejercicio de 50 dólares, supongamos que el precio actual de cada acción se cotiza en 47 dólares, el plazo del vencimiento de la opción es de 4 meses, y se paga cinco dólares por una opción que le da derecho a comprar una acción. Es claro que las opciones europeas solo se pueden ejercer al final del periodo, por lo que tenemos que la inversión inicial es de 1.000 dólares, si la cotización de la acción al final de los cuatro meses es menor de 50 dólares es evidente que el inversor no va a ejercerla, y tendrá una pérdida del valor inicial (mil dólares), no tiene sentido comprar a 50 dólares una acción cuya cotización en el mercado es inferior.

Caso contrario, si la cotización de una acción al finalizar el periodo es superior a 50 dólares, el inversor debe ejercer la opción, supongamos que en el mercado la acción de Mcdonald está cotizada a 60 dólares, el inversor está dispuesto a comprar 200 acciones a 50 dólares cada una, pues si las vende inmediatamente adquiere un beneficio de 10 dólares por cada acción, ó 2.000 dólares; si descontamos el costo para la obtención de las opciones el inversor tiene una utilidad neta de 1 .OOO dólares.

Gráficamente se muestra la manera en la cual el **beneficio/pérdida** neto de un inversor sobre una opción para comprar una acción varía con el precio final de la acción en el caso anteriormente expuesto.

FIGURA 4.2

Perfil de riesno por la compra de una opción europea sobre una acción de McDonald; precio de la opción: 5 dólares. precio del ejercicio: 50 dólares.



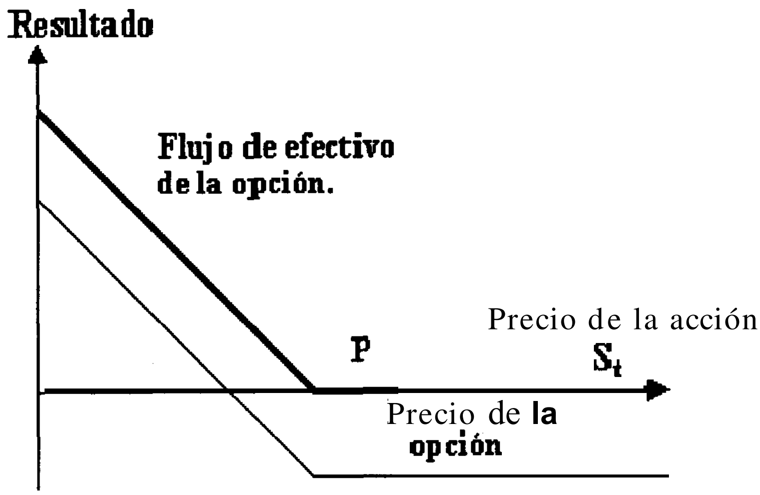
4.6 Compra de una opción de venta (Put).

La opción de venta da a su poseedor el derecho, pero no la obligación, de vender una acción a un precio dado.

Si el precio de ejercicio de una opción de venta(put), es P, y el precio en mercado es St , si St es menor que P, se puede comprar en el mercado el activo subyacente, y acto seguido ejercer la opción de venta(put), vendiendo al precio del ejercicio, obteniendo una ganancia P - St, caso contrario no se ejerce la opción de venta(put).

FIGURA 4.3

Perfil de riesgo de compra de una opción de venta(put).



Mientras por un lado el comprador de una opción de compra espera que precios de los activos subyacentes suban para obtener beneficios, por otro lado los compradores de una opción de venta esperan que los precios de los activos subyacentes bajen para poder obtener beneficios.

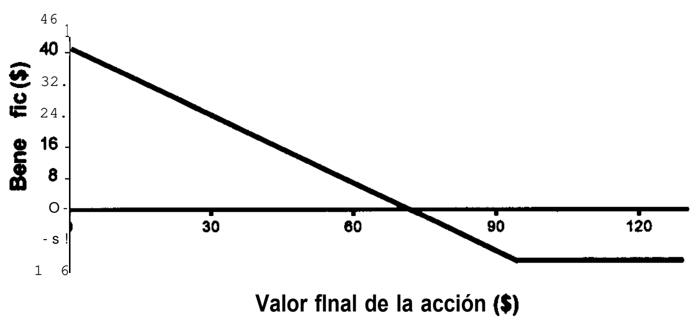
Como ejemplo, consideremos el caso de un inversor que compra una opción de venta europea, para vender 300 acciones del Banco del Pichincha con un precio de ejercicio de 90 dólares, supongamos que el precio actual por acción es de 80 dólares, en el contrato de futuros se establece que la fecha de vencimiento es de tres meses y el precio de la opción para vender una acción del Banco del Pichincha es de 8 dólares, tenemos que la inversión inicial es 2.400 dólares, si la opción es europea sólo se la pude ejercer si el precio por acción está por debajo de los 90 dólares en la fecha del vencimiento del contrato.

Si el precio por acción al finalizar los tres meses es de 70 dólares, el inversor puede comprar 300 acciones a 70 dólares cada acción y bajo las condiciones de la opción de venta, puede vender las mismas acciones a 90 dólares con una utilidad de 20 dólares por cada acción, lo que equivale a 6.000 dólares, sin restar los gastos iniciales y de trámites.

Gráficamente se muestra la manera en la cual el **beneficio/pérdida** neto de un inversor sobre una opción de venta para vender una acción, varía con el precio final de la acción en el caso anteriormente expuesto.

FIGURA 4.4.

Perfil de riesgo por la compra de una opción europea de venta sobre una acción del Banco del Pichincha: precio de la opción: 8 dólares, precio del ejercicio: 90 dólares.



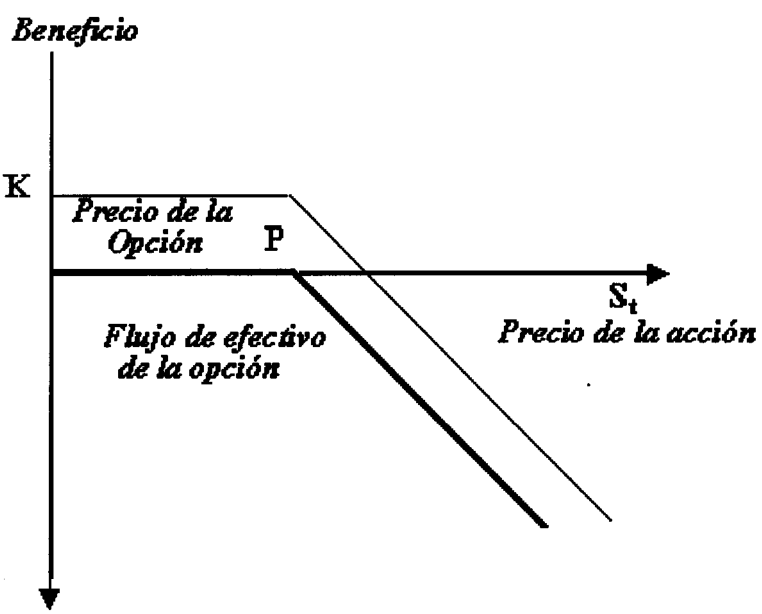
4.7 Venta de una Opción de Compra (Call).

En el caso de venta de una opción de compra, es útil caracterizarla en términos del valor final o pago al inversor al vencimiento, el coste inicial no está incluido en el cálculo. Si el **precio de ejercicio es'** y el precio final del activo subyacente es S_t el rendimiento de la venta de una opción europea de compra es: S_t – P.

Gráficamente se observa la variación del beneficio en la siguiente figura:

FIGURA 4.5

Perfil de riesno de venta de una opción de compra.



4.8 Venta de una opción de venta (Call).

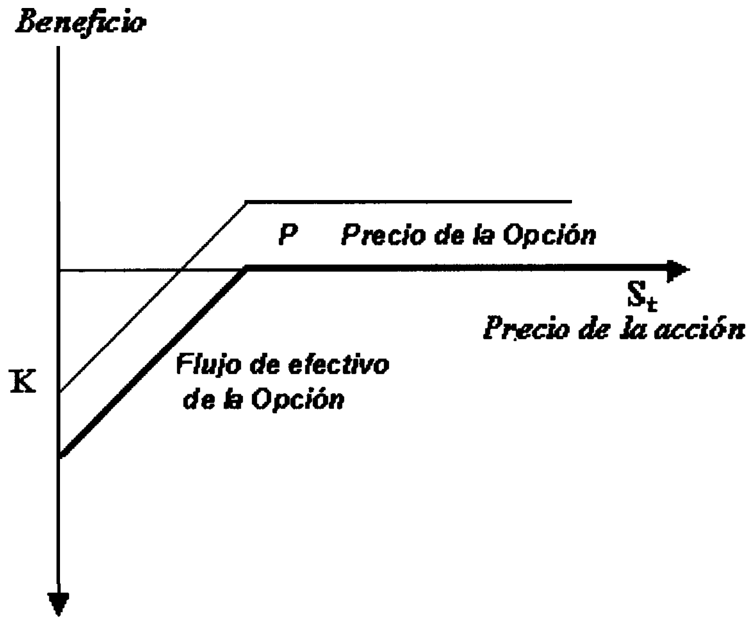
El caso de una venta de una opción de venta se ve reflejada en la resta mínima entre el precio del activo subyacente en el instante T y el precio del ejercicio establecido en el contrato de opciones:

-máx (P – S_t,) = mín(S_t – P,0).

Como se observa en la siguiente figura.

FIGURA 4.6

Perfil de riesno de venta de una opción de compra.



Las opciones tanto de tipo americanas o europeas, no quieren decir que son originarias y exclusivas de estos respectivos continentes, simplemente es la forma en que en estos continentes se manejan en su gran proporción los contratos de opciones.

4.10.1 Precio de ejercicio y precio de las acciones.

Si el inversor decide hacer efectiva la opción de compra, será por la cantidad que excede el precio de la acción con relación al precio del ejercicio, por lo tanto una opción de compra tiene más importancia cuando el precio de las acciones suben en el mercado y menos valor cuando el precio del ejercicio aumenta. Para una opción de venta el resultado o beneficio estará dado por la cantidad que exceda el precio del ejercicio al precio de la acción, por lo tanto una opción de venta tiene mayor importancia para su poseedor cuando el precio de las acciones bajen, mientras que su importancia desciende cuando el precio de las acciones suben.

Por tanto, es natural supone que se dan las dependencias con los precios de las acciones y de ejercicio, que observamos en los siguientes gráficos:

4.10.1 Precio de ejercicio y precio de las acciones.

Si el inversor decide hacer efectiva la opción de compra, será por la cantidad que excede el precio de la acción con relación al precio del ejercicio, por lo tanto una opción de compra tiene más importancia cuando el precio de las acciones suben en el mercado y menos valor cuando el precio del ejercicio aumenta. Para una opción de venta el resultado o beneficio estará dado por la cantidad que exceda el precio del ejercicio al precio de la acción, por lo tanto una opción de venta tiene mayor importancia para su poseedor cuando el precio de las acciones bajen, mientras que su importancia desciende cuando el precio de las acciones suben.

Por tanto, es natural supone que se dan las dependencias con los precios de las acciones y de ejercicio, que observamos en los siguientes gráficos:

FIGURA 4.7

Dependencia del precio de las opciones de compra con respecto al precios de las acciones.

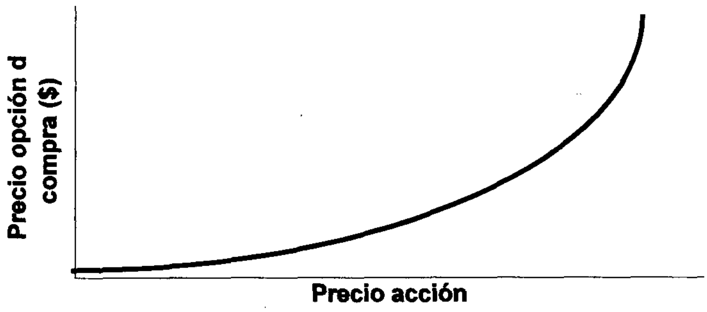


FIGURA 4.8

Dependencia del precio de las opciones de compra con respecto al precio del ejercicio.

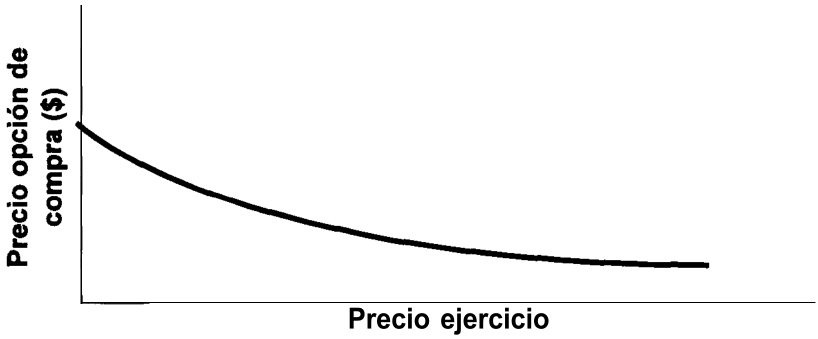


FIGURA 4.9

Dependencia de los precio de las opciones de venta con respecto a los precios de las acciones.

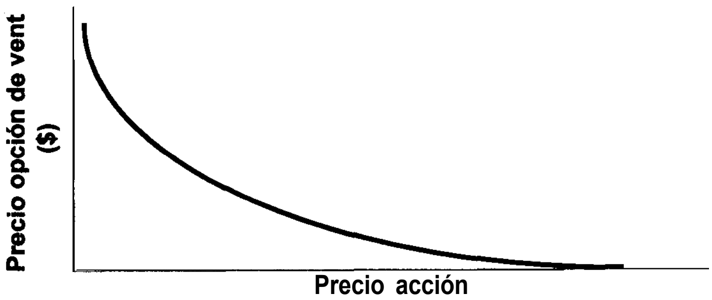
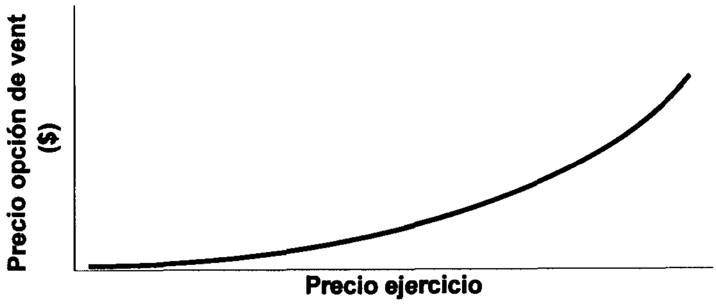


FIGURA 4.10

Dependencia del precio de las opciones de venta con respecto al precios del ejercicio.



4.10.2 Tiempo para el vencimiento.

Hay que considerar que las opciones americanas de compra y de venta tienen más valor cuando mayor es el tiempo que falta para el vencimiento. Para poder entender esto, consideremos el caso de dos opciones que vencen en diferentes fechas, el poseedor de la opción de vida larga tiene mayor oportunidades de ejercicio en relación con el poseedor de la opción de vida corta, por tanto la opción de vida larga, debe tener al menos tanto valor como la opción de vida corta.

En cambio las opciones europeas de compra y venta, las mismas no tienen necesariamente más valor cuando el tiempo que falta para el vencimiento es próximo, ya que los propietarios de una opción europea de compra sólo la puede ejercer en la fecha de vencimiento de la misma.

4.10.3 Volatilidad.

El precio de las acciones es una medida de incertidumbre sobre los movimientos futuros del precio de las mismas, cuando la medida de la volatilidad aumenta la posibilidad de que las utilidades de las acciones vayan bien ó mal aumenta, para las acciones este resultado es compensador el uno del otro, mientas que para un poseedor de opciones no es así, el propietarios de una opción de compra se benefician con el aumento de las acciones, claro es que está incluido un riesgo al darse el caso de una baja de los precios de las acciones, lo único que se perdería es la inversión inicial es decir el valor de la opción, de la misma manera el propietario de una opción de venta se beneficia con la reducción de los precios de las acciones, el valor de ambas opciones, de compra y de venta aumenta cuando la volatilidad es mayor.

FIGURA 4.11

Comportamiento del precio de una opción de compra con respecto a la volatilidad

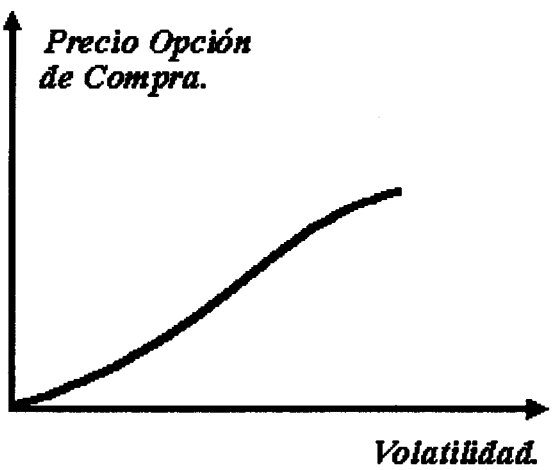
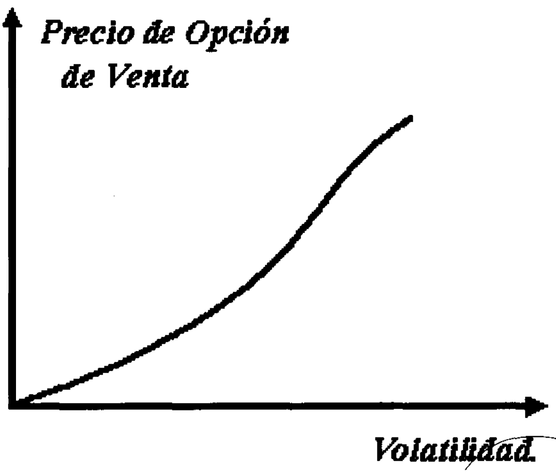


FIGURA 4.12

Comportamiento del precio de una Opción de venta con respecto a la volatilidad.



4.10.4 Tipo de interés libre de riesgo.

El tipo de interés libre de riesgo afecta directamente al precio de una opción, cuando los tipos de interés en la economía local aumentan y la tasa del crecimiento esperada de los precios de las acciones aumenta, estos dos efectos tienden a disminuir el valor de una opción de venta, cuando los tipos de interés libre de riesgo suben los precios de las opciones de venta tienden a disminuir. En el caso de las opciones de compra aumentan su precio cuando el primer efecto (tasas de interés libre de riesgo) aumentan, mientras que con el aumento del segundo.

FIGURA 4.13

<u>Efecto de la tasa de interés libre de riesno con el precio de una opción de compra</u>

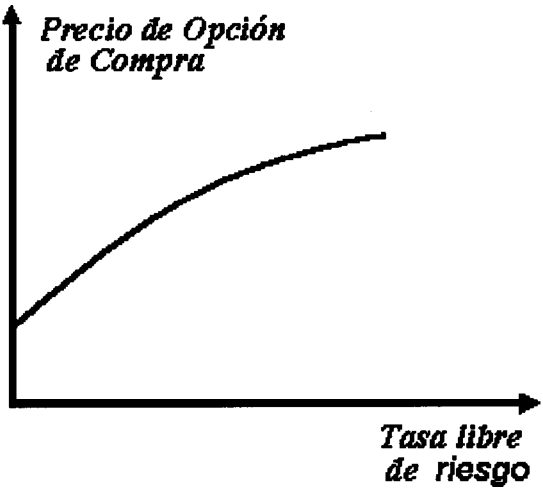
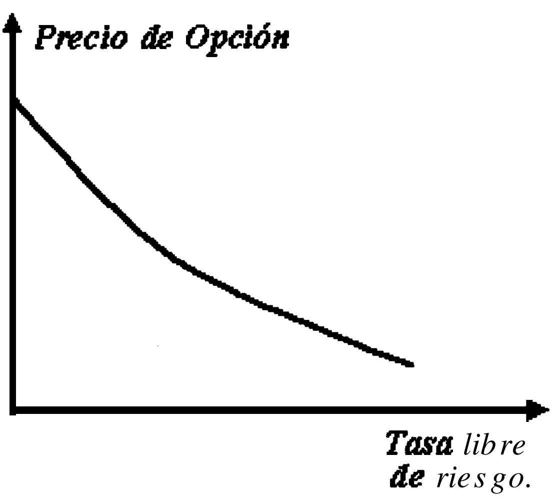


FIGURA 4.14

<u>Efecto de la tasa de interés libre de riesgo con el precio de una opción de compra.</u>



4.10.5 Dividendos.

Los dividendos no son más que la ganancia esperada por un inversor al inicio de una actividad financiera, la misma tiene el efecto de reducir los precios de las acciones, estas son malas noticias para el valor de las opciones de compra y buenas para el valor de las opciones de venta, debido a que los valores de las opciones de compra están correlacionadas de forma negativa con los valores de los dividendos anticipados y los valores de las opciones de venta están correlacionados positivamente con los valores de los dividendos anticipados

FIGURA 4.15

Efecto de los dividendos sobre el precio de una opción de compra.

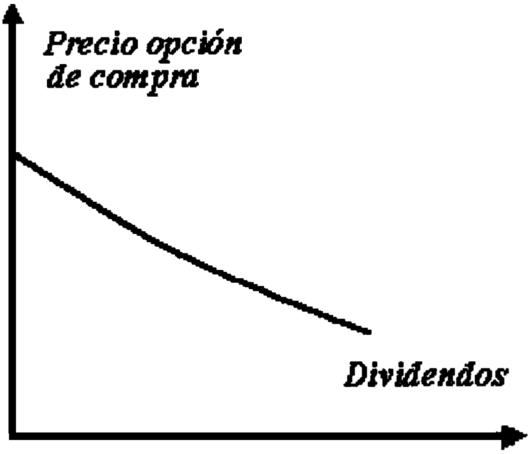
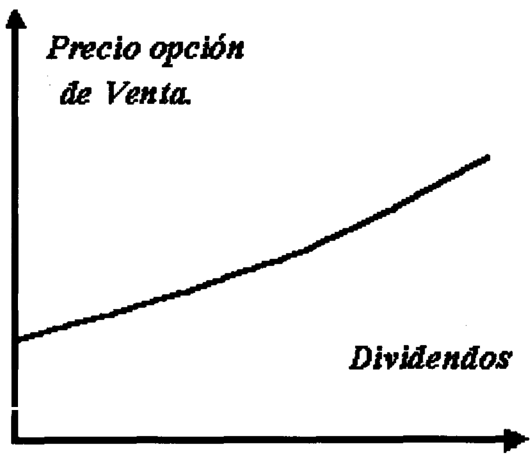


Figura 4.16

Efecto de los dividendos sobre el precio de una opción de venta



4.11 Limites máximos y mínimos para los precios de las opciones.

Los diferentes mercados financieros donde se ejecutan y se tramitan opciones especifican un límite por acción de la que se formulan opciones, básicamente se definen el número máximo de contratos de opciones (de **compra(call),** o de venta(put)), que un inversor puede realizar dentro de un determinado mercado.

Para el análisis de los límites utilizaremos las siguientes nomenclaturas:

S: precio actual de las aciones.

X: precio de ejercicio de ejercicio de una opción.

T: tiempo de expiración de una opción.

S_T: precio de las acciones en el momento T.

r: tipo de interés libre de riesgo para una inversión que vence en el instante T.

C: valor de la opción de compra americana para la compra de una acción.

P: valor de una opción de venta americana para vender una acción.

c: valor de una opción de compra europea para comprar una acción.

p: valor de una opción de venta europea para vender una acción.

Se debe comprender que **r**, es el tipo de interés nominal, no es tipo el de interés real; y, consideremos que **r>0**, sino la inversión libre de riesgo no proporcionará ventajas con respecto al mantener el dinero en efectivo.

Caso contrario, si **r<0,** sería adecuado conservar el dinero en efectivo antes que en una inversión libre de riesgo.

Encontraremos los límites máximos y mínimos para los precios de las opciones, si el precio de la opción está por encima del límite máximo o por debajo del límite mínimo, habrá oportunidades para la intervención de los arbitristas.

4.11 .1 Límite máximo.

La opción de compra americana ó europea a su poseedor da el derecho a comprar una acción a un determinado precio, la opción nunca puede tener más valor que las acciones, de ahí que el precio de las acciones sea un límite máximo para el precio de la opción.

Es decir, $c \leq S$ y $C \leq S$.

Si las relaciones no son las correctas la posibilidad que un arbitrista tome ventaja de esta situación es alta, ya que este compraría las acciones y luego vendería la opción de compra.

Cuando tratamos con una opción de venta que da a su propietario el derecho de vender una acción por X, no importa lo bajo que éste el precio de las acciones, ya que la opción nunca puede tener un valor superior a X.

Es decir, $p \leq X$ **y** $P \geq X$.

Para **las** opciones europeas se sabe que en el momento T, la opción puede tener menos valor que X, por lo que ahora se debe tener menor valor que el valor actual.

$$p \leq Xe^{-rT}$$

4.11.2 Límite mínimo para una opción de compra sobre acciones que no distribuyen dividendos.

Un límite mínimo para el precio de una opción europea de compra sobre acciones de una empresa que no distribuyen utilidades o dividendos es:

$$S - Xe^{-rT}$$

Ilustraremos con un caso: consideremos las dos carteras siguientes.

Cartera **AA:** Una opción de compra europea más una cantidad en metálico igual Xe^{-rT}

Cartera BB: Una acción.

En la cartera **AA,** si se invierte el efectivo al tipo de interés libre de riesgo, ascenderá a X en un tiempo **T.** Si $S_T > X$, la opción de compra se ejerce en el momento T y la cartera **AA** se valora en

S_T. Si $S_T<X$, la opción de compra vence a un valor menor y la cartera tiene un valor de X.

De ahí que el momento T, la cartera **AA** tenga un valor de:

$$\textbf{máx}(S_T, X)$$

La cartera BB, tiene un valor de S_T en el momento T. De ahí que la cartera **AA** siempre esté valorada como la cartera BB en el momento T, se debe considerar cierto la ausencia de arbitraje en la actualidad, por tanto:

$$c + Xe^{-rT} > S \qquad \text{ó} \qquad c > S - Xe^{-rT}$$

Lo peor que puede suceder a una opción de compra es que expire sin valor alguno, su valor debe ser positivo, lo que significa que **c>0** por tanto:

$$c > \textbf{máx}(S - Xe^{-rT}, 0) \qquad [4.1]$$

En el siguiente ejemplo se ilustra el arbitraje cuando el precio de la opción de compra es menor que el límite mínimo.

Tabla XI

Arbitraie cuando el precio de la opción de compra es menor que el límite mínimo.

Un inversor tiene las siguientes cotizaciones, para una opción de compra europea sobre acciones que no distribuyen dividendos con un precio de ejercicio de 17 dólares y vencimiento a un año.

Precio de las acciones: 20 dólares.

Precio de las opciones: 3 dólares.

El tipo de interés libre de riesgo es 10 % anual, para inversiones a un año. Oportunidad:

1. Compra la opción
2. Vende a corto las acciones.
3. Invertir el excedente de caja al interés anual del 10%.

Esta genera un flujo de caja de **20-3=17** dólares, los cuales se invierten al 10% anual y asciende a 17 $e^{0.1}$ **=18,79** dólares al final del año, en ese momento vence la opción, si el precio de las acciones es mayor que 18 dólares, el inversor ejerce la opción y liquida la posición corta con un beneficio de:

18,79-18=0,79 dólares

Si el precio de las acciones es menor que 18 dólares al final del año, las acciones se compran en el mercado y la posición corta se liquida, el inversor obtiene un beneficio de:

$18{,}79-S_T$

donde S_T es el precio de las acciones. Si $S_T<18$, éste es mayor o igual a 0.79 dólares.

En el caso de opciones americanas, consideremos el caso de acciones que no distribuyen dividendos cuando el precio de las acciones es 51 dólares, el precio del ejercicio es 50 dólares, el vencimiento es dentro de seis meses y el tipo de interés libre de riesgo es el 12% anual.

En este caso, S=51, X=50, r=0,12 y T=0,50; A partir de la ecuación (4.1), un límite mínimo para el precio de la opción es $S\text{-}Xe^{-rT}$ ó $51\text{-}50e^{-0,12x0,50}$ =3,91 dólares.

4.11.3 Límite mínimo para opciones de venta europeas sobre acciones que no generan dividendos.

El límite mínimo para una opción de venta europea sobre acciones que no generan dividendos está dada por:

$$Xe^{-rT} - S$$

Supongamos que S=40 dólares, X=45 dólares, r=7 % anual, y T=0,5 años entonces:

$$Xe^{-rT} - S = 45e^{-0,07*0,5} - 40 = 3,45 \quad \textit{dólares}$$

Consideremos el caso de que el precio de las opciones de venta europeas sea 2 dólares, el cual es menor que el límite mínimo teórico de **3,45** dólares, una estrategia óptima para un arbitrista sería pedir un préstamo de 41 dólares durante seis meses para comprar la opción de venta, al final del periodo (seis meses), el arbitrista deberá devolver $\mathbf{41e^{-0,07x0,5} = 42,46}$ dólares, en el caso que el precio de las acciones **esté** por debajo de 45, el arbitrista ejerce la opción para vender las acciones por 45 dólares, reembolsa el préstamo y obtiene un beneficio de:

45-42,46=2,54 dólares.

En el caso en que los precios de las acciones estén por encima de los 45 dólares el arbitrista desecha la opción, vende las acciones y reembolsa el préstamo, así el beneficio puede ser mayor. Por ejemplo sí el precio de las acciones se cotizan en 48 dólares el beneficio será:

48-42,46=5,54 dólares.

Tabla XII

Oportunidad de arbitraie cuando el precio de la opción de venta europea es menor que el limite mínimo.

Las cotizaciones de una opción de venta europea sobre acciones que no distribuyen dividendos con un precio de ejercicio de 45 dólares. y un lapso de seis meses.

Precio de las acciones: 40 dólares.

Precio de la opción: 3 dólares.

El tipo de interés libre de riesgo es de 7% anual.

Casos.
1. Pedir un crédito de 41 dólares durante 6 meses.
2. Comprar una opción
3. Comprar una acción.

Al finalizar los seis meses es necesario $41e^{-0,07x0,5}$ =42,46 dólares para saldar el crédito, sí el precio de las acciones es menor de \$45 el inversor ejercerá la opción, con un beneficio de 2,54 dólares, en el caso de que los precios de las acciones estén sobre los 45 dólares se vende las acciones y reembolsa el crédito con un beneficio:

S_T-42,46

Donde S_T es el precio de las acciones en el tiempo T.

Generalizando el caso, analizamos las siguientes dos carteras.

Cartera CC: Una opción de venta europea más una acción

Cartera DD: Una cantidad de efectivo igual Xe^{-rT}

Si $S_T<X$, la opción de la cartera CC se ejerce en el momento T y la cartera tiene un valor de X, Si $S_T>X$, la opción de venta vence con un valor menor y **la** cartera **tiene** un valor S_T en **el** momento T, por lo que la cartera CC está valorada en el momento T: en =max (S_T,X)

Consideremos que el crédito se invierte al tipo de interés libre de riesgo, la cartera DD, tendrá un valor X en el momento T, por lo que la cartera CC siempre tiene un valor como la cartera DD, en el momento T, cuando es mayor se sigue que en ausencia de oportunidades de arbitraje, la cartera CC hoy debe tener **más** valor que la cartera DD es decir:

$p+s> Xe^{-rT}$ o $p> Xe^{-rT} -S$

Lo peor que puede suceder a una opción de venta es que expire sin valor alguno, su valor debe ser positivo, esto significa que:

$p > \mathbf{máx}(Xe^{-rT} - \mathrm{S,O})$

4.12 Efecto de los dividendos.

Las opciones sobre acciones negociadas en los diferentes mercados financieros generalmente tienen un vencimiento inferior a los ocho meses, los dividendos que generan durante la vida de la opción normalmente pueden ser predecibles con un error razonable, Usaremos el término D, para denotar el valor actual de los dividendos durante la vida de la opción.

4.12.1 Límite Inferior para Opciones de compra y de venta.

Analizaremos el caso de las siguientes dos carteras.

Cartera A: Opción de compra europea más una cantidad en efectivo igual a $D+Xe^{-rT}$

Cartera B: Una acción.

Se demuestra que:

$$c > S - D - Xe^{-rT}$$

También podemos definir las siguientes carteras.

Cartera C: Una opción de venta europea más una acción.

Cartera D: Una cantidad en efectivo igual a $D+Xe^{-rT}$

Se demuestra que:

$$p > D + Xe^{-rT} - S$$

4.13 Algunas estrategias de mercado con opciones.

Existe una muy gran variedad de estrategias que se realizan en los diferentes mercados con opciones, analizaremos algunas de ellas que son básicas, y que se las clasifica en:

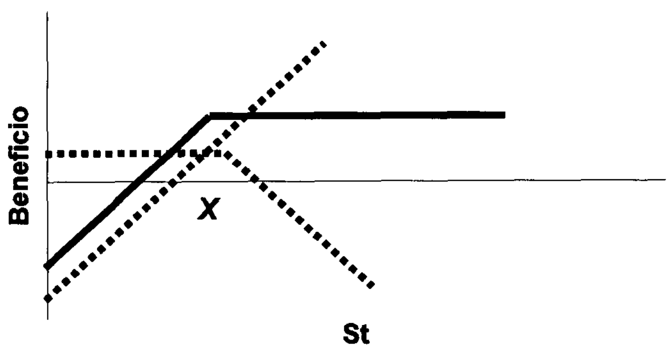
a. Con posición cubierta.
b. Con posición descubierta.

Trataremos algunas estrategias especulativas que integran una sola opción sobre acciones y las acciones mismas.

En los siguientes gráficos se muestran las diferentes relaciones, la linea de puntos muestra la relación entre el beneficio y el precio de las acciones para los valores individuales que constituyen la cartera, mientras que la linea entera muestra la relación entre el beneficio de las acciones para toda la cartera.

FIGURA 4.17

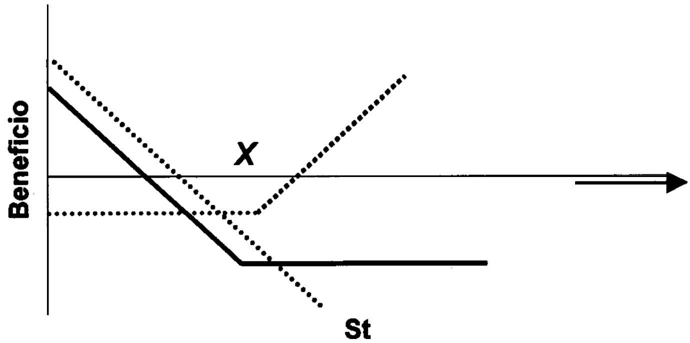
Beneficio de una posición larga (compra de una opción), en una acción combinada con posición corta (venta de una opción) en una opción de compra.



Este gráfico corresponde a la cartera en una posición larga en acciones más una posición corta en una opción de compra, la estrategia que el inversor presenta para esta cartera se conoce como emitir una opción de compra de cobertura por la posición larga, y en las acciones cubre o protege al inversor de la posibilidad de una subida brusca en el precio de las acciones.

FIGURA 4.18

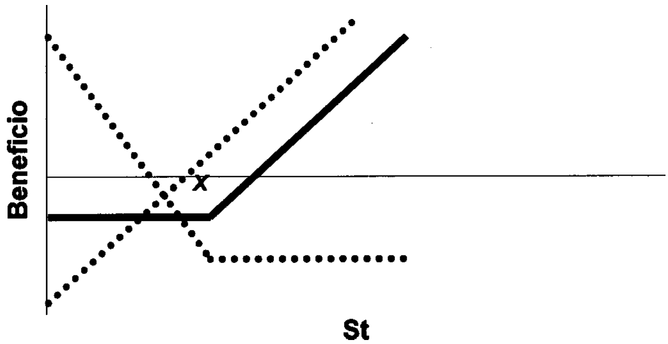
Beneficio de la posición corta (venta de una opción) en una acción combinada con una posición larga en una opción de compra.



Se combina una posición corta en acciones con una posición larga en una opción de lo que significa emitir una opción de venta protectora (covered call).

FIGURA 4.19

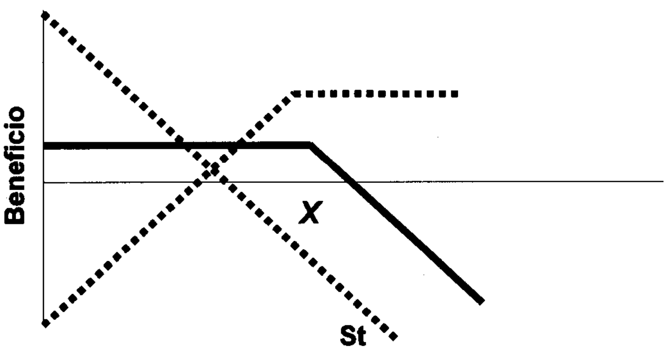
Beneficio de la posición larga (compra de una opción), de venta combinada con posición larga en una acción.



La estrategia de inversión implica comprar una opción de venta sobre acciones y las mismas acciones.

FIGURA 4.20

Beneficio de la posición corta (venta de una opción), en opción de venta combinada con posición corta en una acción.



Se combina una posición corta en una opción de venta con una posición corta en las acciones, esta estrategia es lo contrario de la opción de venta protectora.

La relación fundamental de las opciones europeas es:

$$p + S = c + Xe^{-rT} + D$$

Done p es el precio de la opción europea de venta, S es el precio de las opciones, c es el precio de una opción europea de compra, X es el precio de ejercicio tanto de la opción de compra como de la opción de venta, r es el tipo de interés fuera de riesgo, T es el tiempo para el vencimiento del contrato y D es el valor de los dividendos anticipados durante la vida de la opción.

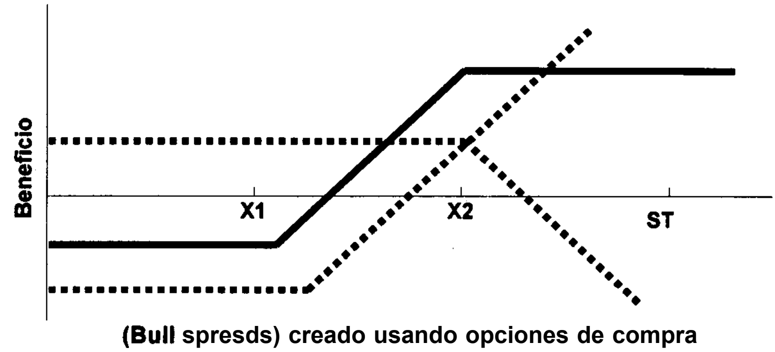
Una estrategia especulativa **spread** implica tomar una posición en dos o más opciones del mismo tipo, es decir dos o más opciones de compra o dos o más opciones de venta.

4.13.1 Diferenciales alcistas (Bull Spreads).

Es uno de los tipos más populares de spreads, se lo crea comprando una opción de compra sobre acciones con cierto precio de ejercicio y vendiendo una opción de compra sobre las mismas acciones a un precio más alto de ejercicio, claro está que ambas opciones tienen la misma fecha de vencimiento.

FIGURA 4.21

Diagrama de beneficio/pérdida de una estrategia Bull Spreads



(Bull spresds) creado usando opciones de compra

Los beneficios de las dos posiciones en opciones por separado los muestran las líneas discontinuas, el beneficio de la estrategia conjunta es la suma de los beneficios que dan las líneas discontinuas y viene indicado por la línea continua, ya que el precio de una opción de compra decrece cuando el precio del ejercicio tiende a subir, el valor de la opción vendida siempre es menor que el valor de la opción comprada, un **bull** spread, se crea a partir de opciones de compra y se necesita, por tanto, de una inversión inicial.

Consideremos el siguiente caso: supongamos que X_1 es el precio del ejercicio de la opción de compra adquirida, X_2 es el precio de ejercicio de la opción de compra vendida, y S_T es el precio de las acciones en la fecha de vencimiento de los contratos de las opciones, en la siguiente tabla se muestra el resultado total que se puede obtener con una **bull** spread en diferentes circunstancias, si el precio de las acciones va bien y es mayor que el precio del ejercicio, el resultado será la diferencia entre los dos precios de ejercicio, X_2-X_1.**Si** el precio de las acciones en la fecha de culminación del contrato se encuentra entre los dos precios de ejercicio, el resultado será S_T-X_1.

En cambio, si el precio de las acciones en el vencimiento está por debajo del precio de ejercicio más bajo, el resultado es cero, una **bull** spread limita el potencial máximo del inversor y su riesgo inferior; podremos describir la estrategia diciendo que el inversor tiene una opción de compra con un precio de ejercicio igual a X_1 y ha decidido renunciar a cierto potencial vendiendo una opción de compra con un precio de ejercicio de X_2 done $X_2 > X_1$.

TABLA XIII

Beneficio esperado de una estrateaia Bull Spread.

PRECIO DE LAS ACCIONES	RESULTADO DE UNA OPCIÓN DE COMPRA A LARGO.	RESULTADO DE UNA OPCIÓN DE COMPRA A CORTO.	RESUL-TADO TOTAL
$S_T \geq X_2$	$S_T - X_1$	$X_2 - S_T$	$X_2 - X_1$
$X_1 < S_T < X_2$	$S_T - X_1$	0	$S_T - X_1$
$S_T \leq X_1$	0	0	0

Por el contrario, a cambio de renunciar al potencial alcista, el inversor consigue el precio de la opción con el precio de ejercicio de X_2 .

Pueden distinguirse tres tipos de **bull** spreads:

1. Ambas opciones de compra inicialmente fuera de dinero.
2. Una opción de compra inicialmente en dinero, la otra opción de compra inicialmente fuera de dinero.
3. Ambas opciones de compra inicialmente en dinero.

Los **bull** spreads más agresivos son los de tipo 1, tienen poco coste y tienen una pequeña probabilidad de dar un resultado relativamente **alto(X2-X1),** cuando nos movemos del tipo 1 al del tipo 2, y del tipo 2 al tipo 3, los spreads son cada vez más conservadores.

Consideremos el siguiente caso:

Un inversor compra por 3 dólares una opción de compra con un precio de ejercicio de 30 dólares y vende por un dólar una opción de compra con un precio de ejercicio de 35 dólares, el resultado de esta estrategia es 5 dólares si el precio de las acciones está por encima de 35 dólares y cero cuando está por debajo de 30 dólares, si el precio de las acciones está entre 30 dólares y 35 dólares, el resultado es la cantidad por la cual el precio de las acciones excede de 30 dólares, el coste de la estrategia es **3-1=2** dólares, que se resume en la siguiente tabla:

TABLA XIV

Resumen de los resultados del caso con una estrategia de tipo bull spread.

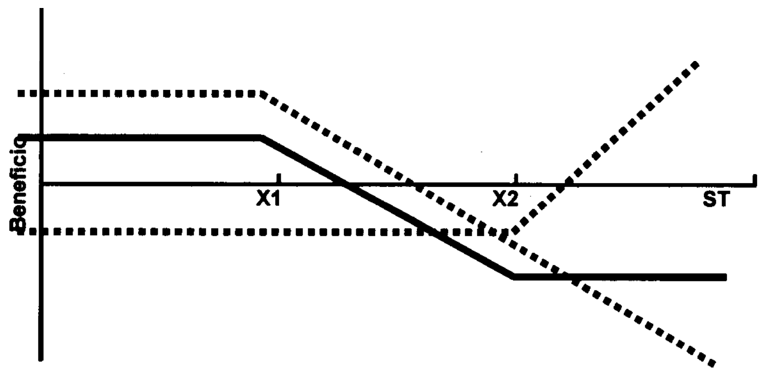
CAMPO DE VARIACION DEL PRECIO DE LAS ACCIONES	BENEFICIO
$S_T \leq 30$	-2
$30<S_T<35$	$S_T - 32$
$S_T \geq 35$	3

4.13.2 Diferencial Bajista (Bear spreads).

Un inversor que obtiene un **bull** spread espera que las cotizaciones de las acciones suban, en el otro caso cuando un inversor obtiene una bear spread espera que las cotizaciones de las acciones bajen, al igual que un **bull** sapread, un bear spread puede crearse comprando una opción de compra con un precio de ejercicio y vendiendo una opción de compra con otro precio de ejercicio, claro está, que en el caso de un bear spread, el precio de ejercicio de la opción comprada es mayor que el precio de ejercicio de la opción vendida, en la siguiente figura se muestra el beneficio del bear spread con la línea continua.

FIGURA 4.22

Una estrategia de tipo Bear Spread creada usando opciones de compra.



Un bear spread creado a partir de opciones de compra implica una entrada en efectivo inicial (cuando se ignoran los requisitos de garantía), sí el precio de la opción de compra vendida es mayor que el precio de la opción de compra adquirida.

Consideremos los precios de ejercicio X_1, y X_2 con $X_1<X_2$, en la siguiente tabla resumimos los diferentes resultados que se pueden dar.

TABLA XV

Resultado de una Bear Spread.

PRECIOS DE LAS ACCIONES	RESULTADO DE UNA OPCIÓN DE COMPRA A LARGO	RESULTADO DE UNA OPCIÓN DE COMPRA A CORTO	RESULTADO TOTAL
$S_T \geq X_2$	$S_T - X_2$	$X_1 - S_T$	$-(X_2 - X_1)$
$X_1 < S_T < X_2$	0	$X_1 - S_T$	$-(S_T - X_1)$
$S_T \leq X_1$	0	0	0

Si la cotización de las acciones es mayor que X_2 ,el beneficio bruto es negativo en $-(X_2 - X_1)$, si la cotización de las acciones es menor que X_1, se obtendrá como resultado cero, en cambio si las cotizaciones de las acciones están entre X_1 y X_2 el resultado es $-(S_T - X_1)$.

El beneficio neto se calcula añadiendo al ingreso líquido inicial el resultado.

Analicemos el siguiente caso: Un inversor compra por un dólar una opción de compra con un precio de ejercicio de 35 dólares y vende una opción de compra por 3 dólares con un precio de ejercicio de 30 dólares, el resultado de esta estrategia bear spread es de -5 dólares si las cotizaciones de las acciones están por encima de 35 dólares y cero si está por debajo de 30 dólares, si el precio de las acciones está entre 30 y 35 dólares, el resultado es **$-(S_T-30)$** y la inversión genera **3-1=2** dólares netos

Tabla XVI

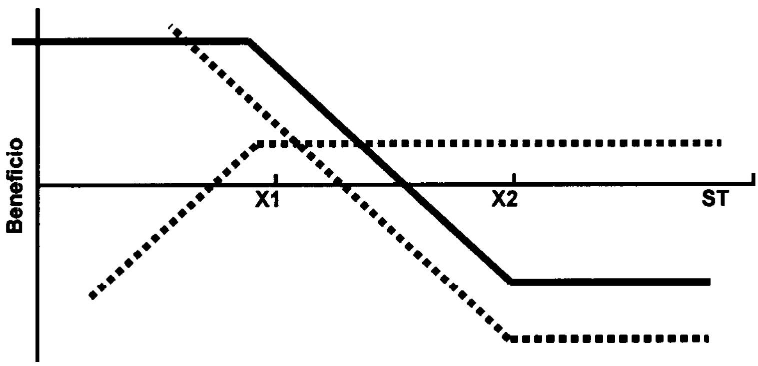
Resumen de los resultados del caso con una bear spread.

PRECIO DE LAS ACCIONES	BENEFICIO
$S_T \leq 30$	**+2**
$30 < S_T < 35$	$32 - S_T$
$S_T \geq 35$	-3

Las **bull,** y dear spread limitan el beneficio potencial y el riesgo de pérdida, el inversor puede comprar opciones de venta con un cierto precio de ejercicio, y vender una opción de venta con otro precio de ejercicio como se ve en la siguiente figura, los bear spread creados con opciones de venta necesitan una inversión inicial, fundamentalmente el inversor ha comprado una opción de venta con un precio de ejercicio, y renuncia al beneficio potencial emitiendo una opción de venta con un precio de ejercicio más bajo.

FIGURA 4.23

Una estrateaia de tipo Bear Spread creado usando opciones de venta.



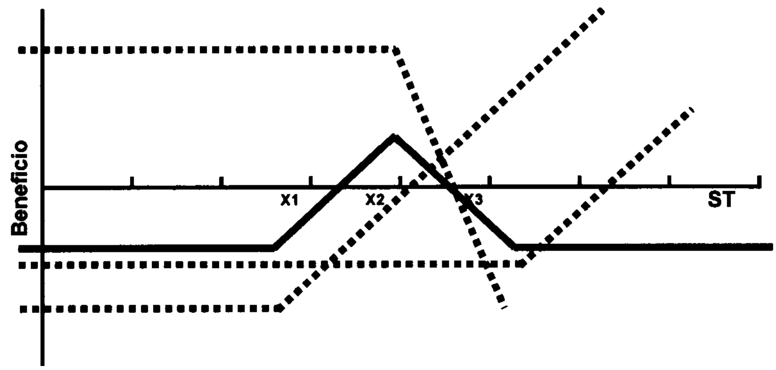
4.13.3 Mariposas (Buttetfly Spreasd).

Esta estrategia implica posiciones en opciones con tres precios de ejercicio distintos, puede iniciar comprando una opción de compra con un precio de ejercicio relativamente bajo, que lo llamaremos X_1, comprando una opción de compra con un precio de ejercicio relativamente alto, al cual lo llamaremos X_3, y vendiendo dos opciones de compra con un precio de ejercicio, al que llamaremos X_2, que es la media entre X_1 y X3.

El beneficio del modelo se encuentra sintetizado en la siguiente figura.

FIGURA 4.24

Diagrama de beneficio/pérdida de una estrategia Buttetflv Spread.



Este tipo de estrategia produce beneficios si el precio de las acciones permanece cerca del valor de X_2 pero da una pérdida si hay un movimiento significativo en el precio de las acciones en cualquier dirección, esta estrategia es recomendable para inversionistas que tienen como criterio, que son improbables grandes movimientos del precio de las acciones, además vale observar que esta estrategia requiere de una inversión inicial.

En la siguiente tabla resumimos los posibles resultados de esta estrategia **(Butterfly** spread).

TABLA XVII

Resultado de una Butterflv Spread.

PRECIO DE LAS ACCIONES	RESULTADO DELA PRIMERA OPCIÓN DE COMPRA A LARGO	RESULTADO DELA SEGUNDA OPCIÓN DE COMPRA A LARGO	RESULTADO DE LAS OPCIONES DE COMPRA A CORTO	RESULTADO TOTAL
$S_T < X_1$	0	0	0	0
$X_1 < S_T < X_2$	$S_T - X_1$	0	0	$S_T - X^1$
$X_2 < S_T < X_3$	$S_T - X_1$	0	$-2(S_T - X_2)$	$X_3 - S_T$
$S_T > X_3$	$S_T - X_1$	$S_T - X_3$	$-2(S_T - X_2)$	0

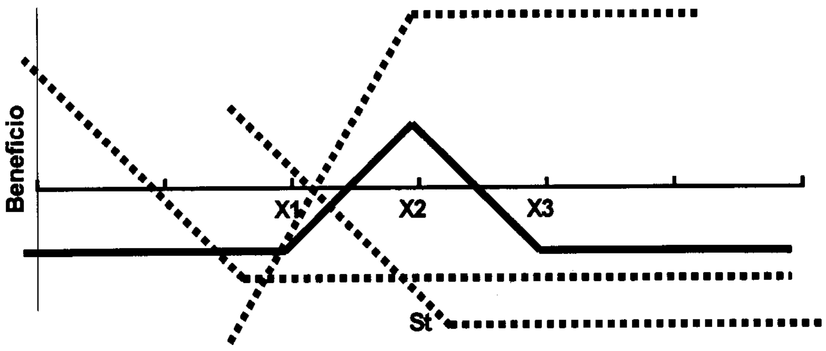
4.13.4 Diferencial calendario (Calendar Spreads).

Hemos considerado la creación de spreads con opciones que expiran en la misma fecha, ahora trataremos de los calendar spread en los que las opciones tienen el mismo precio de ejercicio y diferentes fechas de vencimiento.

Un calendar spread se puede crear emitiendo una opción de compra con cierto precio de ejercicio y comprando una opción de compra de vencimiento más largo con el mismo precio de ejercicio, cuanto más largo sea el vencimiento de la opción más cara será, por lo que esta estrategia necesita de una inversión inicial

FIGURA 4.25

Diaarama de beneficio/pérdida de una estrategia Diferencial calendario(Calendar spread).



Analicemos ahora las siguientes estrategias especulativas mediante el uso de opciones, que implican tomar una posición tanto en opciones de compra y de venta sobre las mismas acciones, estas son:

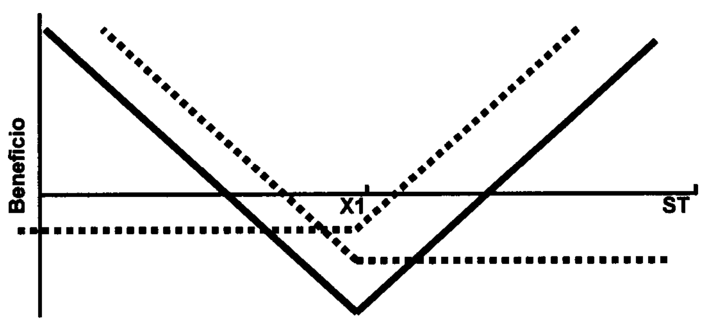
4.13.5 Cono (straddle).

Una de las más conocidas de las combinaciones es la straddle, la cual incluye comprar una acción de compra y una opción de venta con igual precio de ejercicio y en la misma fecha de vencimiento, el modelo de **beneficio/pérdida** está representado en el siguiente gráfico, muestra las líneas semicortadas que representan a la compra de las opciones de compra y de venta;

en esta estrategia(straddle), el precio de ejercicio está notado por **X!,** sí el precio de las acciones es similar a este precio de ejercicio al vencimiento de las opciones, el straddle, produce un pérdida, sin embargo si existe un movimiento suficientemente grande en cualquier dirección tendremos un beneficio significativo.

FIGURA 4.26

Diagrama de beneficio/pérdida de una estrategia Cono (Straddle).



Los resultados de los movimientos de un Straddle están sintetizados en la siguiente tabla.

TABLA XVIII

Tabla de Rendimiento de un Straddle.

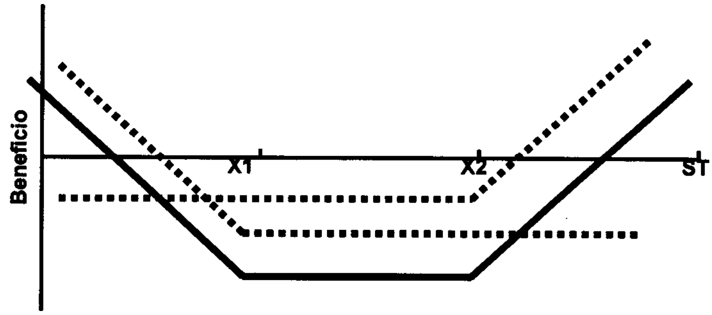
PRECIO DE LAS ACCIONES	RESULTADO DE LA OPCIÓN DE COMPRA	RESULTADO DE LA OPCIÓN DE VENTA	RESULTADO TOTAL
$S_T \leq X$	0	$X - S_T$	$X - S_T$
$S_T > X$	$S_T - X$	0	$S_T - X$

4.13.6 Cunas de las acciones (Strangles).

Esta estrategia consiste en una combinación vertical de inicio, un inversor compra una opción de compra y una opción de venta con igual vencimiento y diferentes precios de ejercicio, el modelo beneficio/pérdida se refleja en la siguiente figura que muestra que el precio de la opción, X_2 es mayor que el precio de ejercicio de la opción de venta X_1

FIGURA 4.27

Dianrama de beneficio/pérdida de una estratenia Cunas de acciones (Strangles).



4.14 Resumen.

En este capítulo tratamos sobre las opciones, las cuales son contratos estandarizados, que otorgan a su dueño el derecho de compra o venta de un activo a un precio determinado por un tiempo dado, analizamos la diferencia fundamental entre los dos tipos de opciones, las europeas y las americanas, las opciones europeas pueden ser ejercidas al final del periodo de duración de la opción, mientras que las americanas se pueden ejercer en cualquier instante durante el período de duración de la opción.

Analizamos las características de los contratos de opciones y sus límites para establecer precios a estos instrumentos financieros.

Se analizan también las principales estrategias aplicables en los diferentes mercados financieros

Capítulo 5

5. VALORACION DE OPCIONES.

5.1. Introducción.

Este capitulo trata los métodos de valoración óptima de las diferentes clases de opciones existentes en los mercados financieros, como son las opciones de tipo americana y las opciones de tipo europeo, las cuales desde el punto de vista del cálculo representan el caso continuo y el caso discreto respectivamente.

El análisis de las opciones americanas se lo realiza por medio de árboles binomiales, mientras que para el caso de las opciones europeas, se utiliza la ecuación diferencial de Black-Sholes, la cual considera la influencia de diferentes variables que alteran el costo de la opción.

5.2 Fundamentos teóricos.

La explicación de algunos principios y su demostración es fundamental para el desarrollo de la teoría financiera que permite evaluar óptimamente el precio de la opción.

5.2.1 Proceso Estocástico

Un proceso estocástico es una familia de variables aleatorias $\{X(t), t \in T\}$ clasificada mediante un parámetro t que varía en un conjunto índice T.

Una manera de representar un proceso estocástico $\{X(t), t \in T\}$ consiste en especificar la ley de probabilidad conjunta de las n variables aleatorias $X(t_1), X(t_2), \ldots, X(t_n)$, se debe conocer la función de distribución conjunta, dada para los números reales $x_1, x_2, \ldots, x_n$ por:

$$F_{x(t_1),x(t_2),\ldots,x(t_n)}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = P[X(t_1) \le x_1, X(t_2) \le x_2, \ldots, X(t_n) \le x_n]$$

o bien, la función característica conjunta, dada para todo número real $u_1, u_2, \ldots, u_n$ por:

$$\varphi_{x(t_1),x(t_2),\dots,x(t_n)}(u_1,u_2,\dots,u_n)$$
$$= E[\exp i(u_1X(t_1)+u_1X(t_1)+\dots+u_nX(t_n))]$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}\exp i(u_1x_1+u_2x_2+\dots+u_nx_n)dF_{x(t_1),x(t_2),\dots,x(t_n)}(x_1,x_2,\dots,x_n)$$

De modo análogo podemos definir proceso estocástico de tiempo continuo o de tiempo discreto. Un proceso de tiempo discreto es aquel cuya variable no cambia constantemente de valor, sino que solo lo hace en ciertos momentos determinados, mientras que un proceso de tiempo continuo es aquel que varia con respecto al tiempo, por ejemplo el ruido eléctrico que se oye por una radio, la cual consiste en una señal eléctrica que cambia constantemente de amplitud, ó como el caso de la temperatura del agua del mar que varia durante todo el día.

Los activos financieros suelen seguir procesos de variables discretas como ejemplo el caso del precio de un futuro de eurodólares, que sólo puede variar en puntos.

5.2.2 Proceso de Markov.

Se dice que un proceso estocástico posee la propiedad de Markov, cuando su estado actual es la única variable necesaria para predecir su futuro, su estado anterior **y** sus valores históricos no afectan a las predicciones sobre su futuro.

La suposición convencional es que los activos financieros siguen procesos de Markov y toda la información que afecta a su precio está contenida en su valor actual, no se podrán hacer predicciones sobre su evolución ni obtener información adicional sobre la forma de su distribución de probabilidades basándonos en el pasado, el valor actual es la única variable que cuenta.

Para lo único que podríamos utilizar la información histórica es para obtener información de naturaleza estadística, como la media, desviación típica, etc.

5.2.3 Procesos de Wiener.

Un proceso de Wiener es un caso especial de un proceso estocástico, de importante aplicación en finanzas. Se dice que una variable z, sigue un proceso de Wiener cuando sus cambios Az en un pequeño intervalo de tiempo At tienen las siguientes propiedades:

1. $Az = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$

   donde ε es una variable aleatoria con distribución normal, media cero, y **varianza** 1.

2. Los valores de Az en dos intervalos de tiempo At son independientes, lo que quiere decir que el proceso es un proceso de Markov.

El proceso obtenido en el límite cuando At →**0** es un proceso de Wiener.

La propiedad 1, implica que Az tiene a su vez una distribución normal con media cero, y **varianza** la de At.

Si consideramos un intervalo mayor de tiempo podemos también calcular la desviación típica y la varianza, porque todo intervalo de tiempo **t_1-t_2** puede descomponerse en N intervalos menores At, de manera que podremos sumar los incrementos **Δz** para obtener los siguientes resultados:

$$z(t_2) - z(t_1) = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i \sqrt{\Delta t}$$

$$z(t_2) = z(t_1)$$

$$\sigma^2(z(t_2)) = N\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\sigma(z(t_2)) = \sqrt{t_2 - t_1}$$

Donde σ^2 es la varianza, y σ es la **desviación** típica de **$z(t_2)$**

El resultado proviene de la propiedad de las distribuciones normales según la cual, toda variable que es a su vez la suma de N variables normales independientes Zi, es también una variable normal cuya **varianza** es la suma de las varianzas de todas las Zi y cuya media es la suma de las medias de todas las Zi.

Al tomar el límite cuando **$\Delta t \to 0$** en la ecuación de la primera condición obtenemos el proceso de Wiener.

$$dz = \varepsilon \sqrt{dt}$$

Que podemos generalizar incluyendo un término que es una función determinística del tiempo transcurrido y una **varianza** por unidad de tiempo que no sea necesariamente 1, el proceso resultante para una variable X, es entonces:

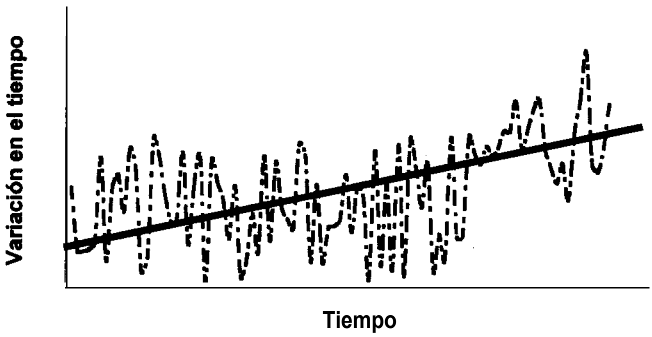
$$dx = adt + bdz \qquad \textbf{[5.1]}$$

Donde a, y b son constantes.

El término **adt,** representa la parte deteminística de la evolución de X, que corresponde a la tendencia general del movimiento de X; el otro término **bdz,** representa la parte aleatoria y por lo tanto impredecible del movimiento de X, también llamado “ruido”, la constate b es la desviación típica del término aleatorio.

FIGURA 5.1

Proceso Estocástico.



En la figura se muestra con la línea cortada la variación de una variable X con respecto al tiempo, mientras que la línea de color negro nos muestra la tendencia, ya sea esta creciente o decreciente.

5.2.4 Distribución normal y la distribución lognormal.

La función de probabilidad de un variable de Wiener es normal con media 0, y **varianza** σ^2**t**. Luego, la fórmula de su densidad es:

$$\Phi(x,\sigma\sqrt{t}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x2}{2\sigma^2 t}} \quad [5.2]$$

Y la función de distribución de probabilidades es:

$$N(x,\sigma\sqrt{t}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x2}{2\sigma^2 t}} dx \qquad [5.3]$$

Distribución Lognormal.

La distribución lognormal es una variable que se obtiene de una transformación de la distribución normal, en la que no es el valor de la variable la que tiene una distribución normal, sino el logaritmo de la variable en cuestión. El proceso mencionado anteriormente da lugar a una distribución lognormal, de hecho se tiene que:

$$dS = \mu\, Sdt + \sigma\, Sdz$$

expresa algebraicamente:

Donde

$$d \ln S = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma\, dz$$

Para esta ecuación mostramos que la variable **lnS**, sigue un proceso generalizado de Wiener, el cambio de **lnS**, entre el instante cero, y el instante t, está distribuida normalmente como se muestra:

$$\ln S_t - \ln S_0 \approx \Phi\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t, \sigma\sqrt{t}\right]$$

A partir de esto se desarrolla.

$$\ln\frac{S_t}{S_0} \approx \Phi\left[\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)t, \sigma\sqrt{t}\right] \qquad [5.4]$$

De donde se obtiene.

$$\mathrm{rns}, \approx \Phi\left[\ln S_0+\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)t, \sigma\sqrt{t}\right] \qquad [5.5]$$

Donde S_t es el precio del instrumento subyacente en un tiempo futuro t, mientras que en el tiempo cero, el precio del activo subyacente es de S_0 , y $\Phi(m,s)$, es una distribución normal, con media m, y **varianza** s. En la ecuación anterior se muestra que el $\ln S_t$ está normalmente distribuido, se concluye entonces que S_t tiene una distribución lognormal.

El valor esperado de S_t es:

$$E(S_t) = Se^{ut} \qquad [5.6]$$

Esto corresponde a la definición de μ, como la tasa de rentabilidad esperada. La **varianza** de S_t está dada en cambio dado por:

$$Var(S_t) = S^2 e^{2\mu t}(e^{\mu t}-1) \qquad [5.7]$$

5.2.5 Proceso de Ito.

Los procesos de Ito son una generalización del proceso de Wiener en que las constantes a, b pueden ser a su vez funciones determinísticas del valor de x y del tiempo transcurrido t, algebraicamente se lo puede expresar:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$$

$$dS = \mu\, Sdt + \sigma\, Sdz \qquad [5.8]$$

5.2.6 Lema de Ito.

El precio de las opciones es una función con respecto a la variación de los precios de los activos subyacentes en el tiempo; es más, el precio de algunos derivados es una función de variables estocásticas con respecto al tiempo.

Suponemos que el valor de la variable x, sigue el proceso Ito.

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \qquad [5.9]$$

El lema afirma que cualquier función **f(x,t)**, de x y t siguen a su vez el proceso.

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x}a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2\right)dt + \frac{\partial G}{\partial x}bdz \qquad [5.10]$$

Donde dz es el mismo proceso Wiener descrito en la ecuación 5.1, y de esta manera G también sigue un proceso Ito, con tasa aleatoria.

$$\frac{\partial G}{\partial x}a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial G^2}{\partial x^2}b^2$$

Y varianza:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 b^2$$

5.2.6.1 Demostración del Lema de Ito.

Se analizará como el lema de Ito puede ser considerado como una extensión de resultados simples, consideremos a continuación la función G, diferenciable con respecto a la variable x, sí Ax es una pequeña variación y AG es el resultado de una pequeña variación en G, es un resultado conocido del cálculo ordinario que:

$$\Delta G \approx \frac{dG}{dx}\Delta x \qquad [5A.1]$$

En otras palabras AG es aproximadamente igual a la razón de cambio de G con respecto a x, multiplicado por Ax, si se requiere más precisión puede usarse la expansión es serie de Taylor de AG:

$$\Delta G = \frac{dG}{\&}\Delta x + \frac{1}{2}\frac{d^2G}{dx^2}\Delta x^2 + \frac{1}{6}\frac{d^3G}{dx^3}\Delta x^3 + \ldots$$

El lema de Ito proviene de hacer una expansión cuidadosa de primer grado en serie de Taylor de la función **G(x,t)**, recordemos que la expansión de primer orden de una **función** de dos variables G(x,t) es:

$$\Delta G \approx \frac{\partial G}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial G}{\partial t}\Delta t \qquad [5A.2]$$

Tomando términos hasta segundo orden tenemos:

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial G}{\partial t}\Delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}\Delta x^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial t}\Delta x \Delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial t^2}\Delta t^2 + \ldots \qquad [5A.3]$$

Sacando el límite cuando Ax y At tienden a cero, la expresión anterior quedaría:

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial G}{\partial t}\Delta t \qquad [5A.4]$$

Extendiendo la ecuación 5A.4 para cubrir variables de los procesos Ito, asumiendo que la variable, x, sigue un proceso Ito, la ecuación 5.1 queda:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \qquad [5A.5]$$

Y como G es una función de x, y del tiempo t, por **analogia** con la ecuación 5A.3 podremos escribir:

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial G}{\partial t}\Delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}\Delta x^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial t}\Delta x \Delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial t^2}\Delta t^2 + \ldots$$

La Ecuación 5A.5 puede ser discretizada así:

$$\Delta x = a(x,t)At + b(x,t)\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

Por lo tanto un término como Δx^2, que es aparentemente de segundo orden, no lo es en realidad ya que tiene un término en At.:

$$\Delta x^2 = \left(a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}\right)^2$$

$$\Delta x^2 = a^2\Delta t^2 + b^2\varepsilon^2\Delta t + 2ab\varepsilon\,\Delta t\sqrt{\Delta t}$$

$$\Delta x^2 \approx b^2\varepsilon^2\Delta t$$

Tomando términos en At sólo hasta primer orden.

Como la **varianza** de ε es 1 y su media es cero, podemos simplificar un poco, quedando:

$$E(\varepsilon^2)-[E(\varepsilon)]^2=1 \qquad (\mathrm{Var}(\varepsilon)=1)$$
$$\bar{\varepsilon}=0$$
$$\Rightarrow E(\varepsilon^2)=1$$
$$\Rightarrow \Delta x^2 \cong b^2\Delta t$$

Si sustituimos este resultado en la expansión de G(x,t) de segundo grado anterior y tomamos únicamente términos hasta primer orden obtenemos:

$$dG=\left(\frac{\partial G}{\partial x}a+\frac{\partial G}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2\right)dt+\frac{\partial G}{\partial x}bdz \qquad [5.11]$$

Que es la expresión del lema de Ito.

5.3. Aplicación del Lema Ito en distribuciones lognormales.

Podemos utilizar el lema de Ito para obtener un proceso seguido por una función de x, por ejemplo, el logaritmo natural de x, ln(x):

$$dx=\mu\, xdt+\sigma\, xdz$$
$$f(x)=\ln(x)$$
$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{1}{x} \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=-\frac{1}{x^2} \qquad \frac{\partial f}{\partial t}=0$$
$$\Rightarrow df=(\mu-\frac{\sigma^2}{2})dt+\sigma\, dz \qquad \text{(lema de Ito.)}$$

Por tanto, f tiene una distribución normal con media **$(\mu + \sigma^2/2)t$**, y la desviación típica de **σ**. Como se mencionó antes, una variable tiene una distribución lognormal cuando, su logaritmo tiene una distribución normal, tal como la variable x anteriormente descrita.

5.4 Proceso seguido por el precio de una acción o una divisa.

Tanto las acciones como las divisas siguen procesos estocásticos, pero antes de postular un proceso cualquiera debemos recalcar algunos aspectos acerca de los precios:

- El precio de una acción o de una divisa no puede ser jamás negativo, por lo que el proceso que describe su evolución debe impedir la aparición de valores negativos.
- El movimiento en el precio de una acción es aproximadamente proporcional a su valor; es decir, que si el valor de una acción que hoy está cotizada a 200 dólares, puede variar, por ejemplo a 190 ó 210 dólares en un determinado lapso de tiempo, el valor de una acción que hoy está a 20 dólares podrá variar entre 19 y 21 dólares en el mismo lapso de tiempo.

Evidentemente un proceso sencillo como el de Wiener :

$$dx = adt + bdz$$

No sirve debido a que:

. Admiten valores negativos de x, ya que si empezamos con x ligeramente positivo con unos cuantos dz negativos pronto tendremos un x negativo.

- La **varianza** de b, es independiente de x, por lo que sigue teniendo el mismo valor cuando x es casi igual a cero que cuando x es muy grande.

Un proceso un poco más complicado es el siguiente proceso de Ito, en el que usamos S, para la variable en cuestión (precio de las acciones).

$$dS = \mu Sdt + \sigma Sdz$$

ó

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

Este último proceso de Ito satisface nuestras anteriores condiciones, al disminuir S disminuye su desviación típica σ_S por lo que la magnitud de las fluctuaciones estocásticas siempre es proporcional al valor de S, y al disminuir S disminuye sus fluctuaciones, tanto que nunca puede llegar a alcanzar valores negativos. Este proceso es el llamado movimiento Browniano, y es el proceso más habitual para describir la evolución del precio de una acción o de una divisa.

El término σ se denomina volatilidad de S, es decir, la desviación típica de sus rendimientos, mientras que el término μ corresponde al rendimiento esperado no diversificable de S si S es una acción, o al diferencial de tipos de interés si S es una divisa.

Si σ =0 obtenemos:

$$\frac{dS}{S} = \mu \, dt$$

e integrando obtenemos:

$$\int \frac{dS}{S} = \int \mu \, dt \qquad \Rightarrow \qquad S \alpha \, e^{\mu t}$$

Que recordemos, es la fórmula del precio forward de una divisa con un diferencial de tipos de interés $\mu = r_2 - r_1$:

$$F = Se^{(r_2 - r_1)t} \qquad [5.12]$$

5.5 Hipótesis lognormaL.

En un modelo de valoración de acciones se pueden mencionar diferentes hipótesis sobre la evolución de los precios de estas a lo largo del tiempo, la principal inquietud es conocer una distribución de probabilidad para el precio del activo subyacente dentro de un periodo de tiempo.

La suposición clave del modelo de Black-Scholes es que el precio de las acciones sigue una caminata aleatoria, lo que significa que los cambios proporcionales en el precio de las acciones en un corto período de tiempo se distribuyen normalmente, por lo que el precio de las acciones en un tiempo futuro sigue una distribución lognormal según describimos anteriormente.

Mientras una variable normal puede tomar valores positivos y negativos, una variable lognormal sólo puede tomar valores positivos, una distribución normal es simétrica con respecto a la media, mientras que la distribución lognormal es asimétrica con respecto a la media, y por tanto mediana, y moda todas son diferentes.

Existen dos parámetros fundamentales para considerar el comportamiento del precio de las acciones cuando se hace una hipótesis lognormal.

1. El rendimiento esperado de las acciones.
2. La volatilidad del precio de las acciones.

La rentabilidad esperada es la media anual obtenida por los inversores en un lapso de tiempo corto, denotemos el parámetro de la rentabilidad por μ; en cambio, la volatilidad σ es la medida de nuestra incertidumbre sobre los movimientos futuros de los precios de las acciones.

Como se explicó una variable lognormal tiene la propiedad de que su logaritmo natural está distribuido normalmente, lo que nos indica que $\ln S_t$ es normal, donde S_t es el precio de las acciones en un tiempo futuro t.

Consideremos el caso en que el precio actual de un activo subyacente es de 40 dólares con un retorno anual del 16%, y una volatilidad anual del 20%. Entonces con una función de distribución de probabilidades para el precio S_t del activo subyacente en los próximos seis meses está dada por:

$$\ln S_t \approx \Phi\left[\ln 40 + \left(0.16 - \frac{0.2^2}{2}\right) * 0.5, 0.2\sqrt{0.5}\right]$$

$$\ln S_t \approx \Phi(3.759, 0.141)$$

Luego, un intervalo de confianza de 95% para S_t es:

$$3.759 - 1.96 * 0.141 < \ln St < 3.759 + 1.96 * 0.141$$

Y luego:

$$e^{(3.759-1.96*0.141)} < St < e^{(3.759+1.96*0.141)}$$

$$32.55 < S_t < 56.56$$

Lo que nos indica que con el 95% de confianza podremos afirmar que el precio de los activos subyacentes estará en el intervalo entre 32.55 y 56.56 dólares.

5.6 Rentabilidad esperada.

Expresada por μ, depende del riesgo de invertir en acciones, si el riesgo es alto se tendrá una alta rentabilidad esperada. Algo influyente para la rentabilidad es el tipo de interés, a un tipo de interés libre de riesgo alto, se necesitará mayor rentabilidad esperada sobre cualquier acción.

5.7 Volatilidad.

La volatilidad de las acciones está medida por la desviación típica, σ, que es una medida de la incertidumbre sobre las rentabilidades proporcionadas por lo diferentes títulos negociables.

A menudo se la expresa de manera porcentual, es decir una volatilidad del 25% lo que indica que **σ=0,25.**

5.7.1 Estimación de la volatilidad por medio de datos históricos.

Un método para el cálculo de la volatilidad es usar un registro donde se establezcan los movimientos del precio de las acciones durante cierto lapso de tiempo, normalmente los precios de las acciones se observan a intervalos de tiempos fijos, que pueden ser diario, semanales, o mensuales. Definamos las siguientes parámetros:

n: número de observaciones.

si: precio de la acción al final del período i, (i=0,1,2...,n).

T: duración del intervalo de tiempo en años.

Representamos con:

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

A una estimación de **s(σ),** de la desviación estándar de μ se expresa:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - u)^2} \qquad [5.13]$$

Donde u es la media de u.

A partir de la ecuación 5.10, la desviación estándar de μ_i es:

$$\sigma\sqrt{T}$$

La variable s, es una estimación de la desviación estándar, por lo que σ puede ser estimado por **s***, que algebraicamente de

$$s^* = \frac{s}{\sqrt{T}}$$

expresa:

El error estándar de esta estimación puede aproximarse con la siguiente expresión:

$$s^* / \sqrt{2n}$$

La determinación del valor n, no es fácil, muchos datos generalmente proporcionan más exactitud, debemos tener en cuenta que los datos muy antiguos no nos proporcionan buena información.

Para el cálculo de la volatilidad utilizaremos datos de la Bolsa de Valores, de los precios de una acción determinada como las cotizaciones diarias del precio de las acciones en el año 1995 del Banco Bolivariano

En la siguiente tabla se muestran los datos de los movimientos de las cotizaciones de los precios de las acciones de la institución particular, durante los primeros 21 días, el tamaño total de datos es de 63 (n=63).

TABLA XIX.

Secuencia del precios de las acciones durante los 21 días consecutivos desde el 5 enero 1995.

Día	Precio de ejercicio al cierre (dólares)	Precio Relativo S_i / S_{i-1}	Rentabilidad Diaria $\mu_i = \ln (Si / S_{i-1})$
0	360,00		
1	363,00	1,008333333	0,0082988
2	363,00	1	0
3	375,00	1,033057851	0,03252319
4	405,00	1,08	0,07696104
5	405,OO	1	0

6	421,00	1,039506173	0,03874577
7	422,00	1,002375297	0,00237248
8	425,00	1,007109005	0,00708385
9	400,00	0,941176471	-0,06062462
10	360,00	0,9	-0,10536052
11	250,00	0,694444444	-0,36464311
12	250,00	1	0
13	249,00	0,996	-0,00400802
14	255,00	1,024096386	0,02381065
15	212,oo	0,831372549	-0,18467727
16	225,00	1,061320755	0,05951413
17	225,00	1	0
18	230,00	1,022222222	0,02197891
19	230,00	1	0
20	235,00	1,02173913	0,02150621

Tenemos los siguientes resultados:

$\sum \mu_i = -0{,}287682072$ Y $\sum \mu_i^2 = 0{,}082760975$

La estimación de la desviación estándar de la rentabilidad diaria es:

$$\sqrt{\frac{0{,}082760}{62} \quad \frac{(-0{,}287682)^2}{3906}} = 0{,}036244$$

En la siguiente tabla mostramos la desviación estándar de acciones negociadas en la Bolsa de Valores de Guayaquil, de diferentes instituciones.

Tabla XX

Valores de desviaciones estándar de los dividendos, de diferentes instituciones, en las primeras 20 variaciones en su precio.

Institución	Desviación estándar de la rentabilidad.
Banco Bolivariano	0,09868207
Banco de Guayaquil	0,051141
Banco del Pacifico	0,03378613
Banco Popular	0,0114468
Banco de la Previsora	0,02976628
Banco del Pichincha	0,06755649
Cerveceria Nacional	OJO250532
Cridesa	0,03441855
Banco del Agro	0,02936349
La Cemento Nacional	0,01602708
Banco Occidente	0,04989641

5.7.2 Causas de la Volatilidad.

La volatilidad del precio de las acciones está causada solamente por la llegada aleatoria de nueva información sobre las rentabilidades futuras de las acciones, pero también está causada en gran medida por las operaciones de negociación, una pregunta interesante es si la volatilidad es la misma cuando el mercado se abre que cuando se cierra.

5.8. **Análisis del modelo de Black-Scholes.**

La determinación de la fórmula de Black-Scholes fue un descubrimiento que ayudó a desarrollar en gran medida la teoría de la valoración de opciones, considera un cambio aleatorio en el precio del activo, el cual se protege con lo que se llama una "opción equivalente", compuesta por títulos y acciones, y que en un mercado eficiente y formal posibilitan un ajuste continuo de esa protección.

Se establece una cartera libre de riesgo en la que el precio de las acciones y el precio de la opción están afectados. por la misma fuente de incertidumbre. En cualquier lapso corto de tiempo el precio de una opción de compra está correlacionada positivamente con el precio de la acción, mientras que el precio de una opción de venta está correlacionada negativamente con el precio de las acciones. En ambos casos se debe establecer una cartera correcta con las acciones y las opciones, pues la pérdida o beneficio de la posición de las acciones siempre compensa a la pérdida o beneficio de la posición de las opciones, por lo tanto el valor total de la cartera al final de un período corto de tiempo se conoce con seguridad.

5.8.1 Hipótesis que asume el modelo de Black-Scholes .

Las siguientes condiciones son necesarias para la aplicación del modelo de Black-Scholes .

1. El precio de un activo subyacente sigue un proceso Ito, de tipo $dS=\mu Sdt+\sigma Sdz$, donde μ y σ son constantes.
2. La venta a corto de activos está permitida, sin restricciones sobre el uso del dinero así generado.
3. No existe coste de transacción, ni impuestos.
4. Todos los activos son infinitamente divisibles.
5. El activo no paga dividendos durante la duración del instrumento derivado.
6. No existen oportunidades de arbitraje.

7. El mercado es contínuo.

8. El tipo de interés sin riesgo, r, es constante y es el mismo para todos los plazos.

5.8.2 Obtención de la ecuación diferencial de Black-Scholes.

La forma como varía el precio de una acción S, sigue un proceso Ito, expresado por la ecuación 5.1, donde μ y σ, son constantes.

$$dS = \mu Sdt + \sigma Sdz \qquad [5A.1]$$

Si tenemos un instrumento derivado de S, su precio sigue la función, f que está representada por la siguiente expresión.

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S}\mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)dt + \frac{\partial f}{\partial S}\sigma Sdz \qquad [5A.2]$$

Obviamente la versión discretizada de las ecuaciones anteriores 5A.1 y 5A.2 es:

$$\Delta S = \mu S\Delta t + \sigma S\Delta z \qquad [5A.3]$$

Y

$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial S}\mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t + \frac{\partial f}{\partial S}\sigma S\Delta z \qquad [5A.4]$$

Luego, por el lema de Ito debemos formar una cartera Ω de valores que contengan lo siguiente:

1. Instrumento derivado f.

- $\frac{\partial f}{\partial S}$ Activo financiero de S.

EL valor de la cartera es entonces:

$$\Omega = f - \frac{\partial f}{\partial S} S$$

Supongamos que en un pequeño intervalo de tiempo Δt el precio de S, se mueve por una pequeña cantidad ΔS.

La sensibilidad del valor de una cartera que contenga únicamente un activo S a movimientos en precio de S es 1:

$$\frac{\partial S}{\partial S} = 1$$

En el caso la cartera Ω, donde además tenemos un instrumento f, la variación $\Delta\Omega$ en el valor será:

$$\Delta\Omega = \Delta f - \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S$$

$$\Delta\Omega = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z - \frac{\partial f}{\partial S} \left(\mu S \Delta t + \sigma S \Delta z \right)$$

Tanto los términos de Az, como los términos de μ At se cancelan mutuamente, porque nuestra posición corta en acciones ha neutralizado la variación en el valor de f al cambiar S de precio, con lo que nos queda:

$$\Delta\Omega = \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t$$

Esta ecuación no contiene ningún término de Az, por lo que el valor de la cartera Ω es independiente del riesgo de movimientos aleatorios en el valor de S, durante este pequeño período At, la cartera Ω no tiene el menor riesgo, por lo que su rendimiento a de ser r, el tipo de interés sin riesgo del mercado. Una vez que este período ha pasado o cambia el valor de S, necesariamente tendremos que recalcular f, y sus derivadas para obtener una cartera en equilibrio sin riesgo.

$$\Delta\Omega = r\Omega\,\Delta t$$

Por tanto tenemos:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t = r\left(f - \frac{\partial f}{\partial S}S\right)\Delta t$$

Realizando las simplificaciones obtenemos la ecuación diferencial de Black-Scholes :

$$\frac{\partial f}{\partial t}+rS\frac{\partial f}{\partial S}+\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}-rf=0 \qquad [5.14]$$

La ecuación de Black-Scholes tiene muchas soluciones, que corresponden entre otras a la multitud de posibles instrumentos derivados. La solución que usaremos dependerá de las condiciones límite que establezcamos, las cuales pueden ser definidas por una opción europea, un contrato forward, o un swap, o cualquier instrumento derivado que queramos definir.

En el caso de una opción **call** europea, tiene un precio límite al vencimiento dado por:

$$f=max[S-K,0] \qquad [5.15]$$

Donde K, es el precio de ejercicio.

En el caso de una opción put europea, esta tiene un precio límite al vencimiento dado por:

$$f=max[K-S,0] \qquad [5.16]$$

Definamos la siguiente función de pago:

$$f=\frac{1}{S}$$

Utilizando la ecuación diferencial de Black-Scholes para calcular su valor, la función de pago queda expresada de la siguiente manera:

$$\frac{1}{S} - K \qquad\qquad \frac{dS}{S} = \mu\, dt + \sigma\, dz \qquad\qquad \textit{definamos} \quad U = \frac{1}{S}$$

Definamos el siguiente proceso estocástico.

$$dU = d\left(\frac{1}{S}\right)$$

$$dU = -\frac{1}{S^2}dS + \frac{1}{S^3}(dS)^2$$

$$dU = -U\left[\frac{dS}{S} - \frac{(dS)^2}{S^2}\right] \qquad \textit{(lema de Ito)}$$

$$dU = -U\left[\mu\, dt + \sigma\, dz - (\mu^2 dt^2 + 2\mu\sigma\, dzdt + \sigma^2 (dz)^2)\right]$$

$$dU = -U\left[\mu\, dt + \sigma\, dz - \sigma^2 dt\right] \qquad \textit{(ignoramos el orden > 1)}$$

$$dU = U\left[(-\mu + \sigma^2)dt - \sigma\, dz\right] \qquad \textit{queda.}$$

$$Fwd = \frac{1}{S_0} e^{(\sigma^2 - \mu)t}$$

58.3 El Término μ en el Modelo.

Entendemos por μ al rendimiento esperado de un activo. En el caso que el activo sea una divisa, en el país de origen el mercado puede manejar dos tasa de interés r_1 y r_2 , por lo tanto μ representa la diferencia entre estas dos tasas de interés :

$$\mu = r_1 - r_2$$

En el caso de una acción podríamos pensar que μ es la diferencia entre el tipo de interés del mercado y el tipo de dividendo de la acción en cuestión; pero esta suposición es errónea, pues el rendimiento de una cartera de acciones a largo plazo, si reinvertirnos los dividendos en más acciones, es en general superior al rendimiento obtenible en el mercado; muchos estudios sobre esta estrategia han demostrado que el rendimiento histórico de las acciones ha sido superior al rendimiento del mercado del dinero, en los Estados Unidos se ha observado que este valor está aproximadamente dentro de un intervalo entre el 2% y el 14%, con una media del 8% lo importante es que existe este valor y es positivo, lo cual garantiza una utilidad esperada.

La inversión en acciones presenta un riesgo que no se presenta en la inversión de dinero al tipo sin riesgo, porque además de subir la cotización del precio de las acciones también puede perfectamente bajar, cosa que no sucede con la inversión de dinero a corto plazo, un inversor que tenga aversión al riesgo exigirá, por lo tanto, un rendimiento superior antes de invertir en acciones o en otros activos cuyo precio pueda bajar antes que subir. El 8% anteriormente expresado es conocido como "prima al riesgo" (risk premium), la diferencia fundamental entre una acción y un forward sobre divisas es que una divisa es un activo sin riesgo, mientras que una acción es un activo con un cierto riesgo.

5.8.4 Principales fórmulas de Black-Scholes.

Las fórmulas utilizadas por las opciones europeas de compra y venta sobre acciones que no pagan dividendos son:

$$c = S_0 N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2) \qquad [5.17]$$

$$p = Xe^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \qquad [5.18]$$

Donde:

$$d_1 = \frac{ln(S_0 / X) + (r + \sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad [5.19]$$

$$d_2 = \frac{ln(S_0 / X) + (r + \sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \qquad [5.20]$$

Y N(x) es la función de probabilidad acumulada de la variable normal estándar, las variables c y p son los precios de las opciones europeas de compra y venta, **S** es el precio de las acciones, X es el precio del ejercicio, r el tipo de interés libre de riesgo, T es el tiempo hasta el vencimiento y σ es la volatilidad del precio de las acciones.

Para el cálculo de la función de distribución normal acumulada, N, existen tablas donde se encuentran los diferentes valores de ésta, pero también puede evaluarse utilizando una aproximación polinomial cúbica, que viene dada por la siguiente expresión.

$$N(x) = \begin{cases} 1 - N`(x)(a_1k + a_2k^2 + a_3k^3 + a_4k^4 + a_5k^5) & \text{cuando} \quad x \geq 0 \\ 1 - N(-x) & \text{cuando} \quad x < 0 \end{cases}$$

$$k = \frac{1}{1 + \gamma x}$$

donde: γ = 0,2316419

a_1= 0,319381530

a_2= -0,356563782

a_3= 1,781477937

a_4= -1,821255978

a_5= 1,330274429

y donde:

$$N`(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

Para la aplicación de estas fórmulas consideremos el caso en el que el precio de las acciones es de 42 dólares, el precio del ejercicio de la opción es de 40 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es el 20% anual, para un período de seis meses, lo cual significa:

S=42; $X=40;$ r=0,1;σ=0,2;T=0,5:

$$d_1 = \frac{\ln(1{,}05) + 0{,}12 * 0{,}5}{0{,}2\sqrt{0{,}5}} = 0{,}7693$$

$$d_2 = \frac{\ln(1{,}05) + 0{,}08 * 0{,}5}{0{,}2\sqrt{0{,}5}} = 0{,}6278$$

Y

$$Xe^{-rT} = 40e^{-0{,}05} = 38{,}049$$

Si la opción es europea de compra, su valor, c, esta dado por:

$$c = 42N(0{,}7693) - 38{,}049N(0{,}6278)$$

Si la opción fuese de venta europea, p, viene dada por:

$$p = 38{,}049N(-0{,}6278) - 42N(-0{,}6278)$$

Utilizando la aproximación polinomial a la función de distribución acumulada de una normal:

N(0,7693)=0,7791 N(-0,7693)=0,2209

N(0,6278)=0,7349 N(-0,6278)=0,2651

Con lo cual obtenemos:

c= 4,76 p=0,81.

5.9 Valoración de opciones Europeas.

Las ecuaciones 5.15 y 5.16 señalan la función de pago de una opción. tanto de compra como de venta, por ejemplo, una opción **call**, tiene un precio límite al vencimiento dado por:

$$Max[S-K,0] \qquad [5.B.1]$$

Luego, para obtener el valor presente de la opción, tenemos que tomar el valor esperado de la ecuación anterior y descontarlo al tipo de interés libre de riesgo, r.

$$C=e^{-rT}E\{Max[S-K,0]\}$$

Donde E es el operador de valor esperado, la distribución que suponemos para el precio del subyacente S es la distribución lognormal establecida en la ecuación 5.10. reemplazando ($r=\mu$), queda:

$$\ln S_t = \Phi\left[\ln S+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)t,\sigma\sqrt{t}\right] \qquad [5.B.2]$$

Con lo que la fórmula para el valor esperado, con la densidad de probabilidades(5.B.2), queda:

$$C=e^{-rT}\int Max[S-K,0]\bar{\phi}(S_t)dS_t$$

$$C=e^{-rT}\int_{K}^{\infty}(St-K)\bar{\phi}(S_t)dS_t$$

La integral se simplifica si hacemos la sustitución $S_t=e^w$, donde evidentemente $w=\ln(S_t)$, con lo cual podemos usar la forma explícita para la distribución $\phi(\ln(S_t)$ que es normal:

$$\phi(\ln S_t) = \phi(w)$$
$$\phi(\ln S_t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{w-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right)^2\right]$$
$$\left(\mu = r - \frac{\sigma^2}{2}\right)$$

Con lo que el valor de la opción queda igual a:

$$C = e^{-rT}\int_{\ln K}^{\infty}(e^w - K)\phi(w)dw = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \qquad [5.21]$$

donde :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \qquad [5.21]$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \qquad [5.22]$$

Este es otro resultado para la valoración de opciones **call** europeas, sobre un activo S que no paga dividendos, el valor de las opciones de venta se lo puede obtener mediante la utilización de la paridad **put/call** . Si un activo paga dividendos continuos d, se puede demostrar que con un cambio de variables:

$$\mu = r - \frac{\sigma^2}{2} \qquad por \qquad \mu = r - d - \frac{\sigma^2}{2}$$

La Ecuación de Black-Scholes queda:

$$\frac{\partial C}{\partial t}+rS\frac{\partial C}{\partial S}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial S^2}\sigma^2 S^2-rC=0 \qquad [5.23]$$

59.1 Las derivadas del precio de la opción. (Delta, Gamma, Vega, Theta).

Dado que tenemos una fórmula explícita para el precio, podemos tomar sus derivadas con respecto a los parámetros que determinan su valor, para calcular como cubrir su riesgo, para la cual se define:

- **Delta:** la primera derivada del precio de la opción con respecto al subyacente que no pagan dividendos.

$$\Delta c=\frac{dC}{dS}=N(d_1)e^{-dt} \qquad \textit{call.}$$

$$\Delta p=\frac{dP}{dS}=[N(d_1)-1]e^{-dt} \qquad \textit{put.}$$

Cuando los dividendos son continuos en el tiempo los representaremos con d:

- **Gamma:** La derivada del delta con respecto al activo subyacente.

$$\Gamma=\frac{d\Delta}{dS}=\frac{N'(d_1)e^{-dt}}{S\sigma\sqrt{t}}$$

- **Vega:** La derivada del precio de la opción con respecto a la volatilidad.

$$\Lambda = \frac{dC}{d\sigma} = S\sqrt{t}N'(d_1)e^{-dt}$$

- **Theta:** La derivada del precio de una opción con respecto al tiempo.

$$\Theta - \frac{dC}{dt} = \frac{SN'(d_1)\sigma\, e^{-dt}}{2\sqrt{t}} - dS\, N(-d_1)e^{-dt} + rKe^{-rt}N(-d_2)$$

Recordemos por último que **N(d1)** es la probabilidad acumulada sobre la normal estándar, por tanto **0<N(d1)<1**. Y que una derivada positiva indica que la función es creciente respecto a la variable de derivación, en cambio que una derivada negativa implica una función decreciente.

5.9.1.1 Factores que Afectan el Delta de una Opción.

- **Tipo de opción:** El delta en una opción de venta (put) en unidades forward es igual al delta de una call equivalente menos 1, las opciones de compra (call) suben de precio al subir el precio del activo subyacente, por lo que tienen delta positivo, mientras que las opciones de venta (put) suben de precio cuando el precio del activo subyacente baja, es decir tiene delta negativa, además conviene observar que algebraicamente el **delta** representa la pendiente de una recta.

- **Nivel del subyacente:** se relaciona con el precio del activo subyacente, si este está por encima del precio del ejercicio, es casi 100% seguro ejercer la opción, mientras que si el precio de los activos subyacentes están por debajo del precio del ejercicio es casi nulo el hecho de ejercer la opción.

- **Volatilidad y tiempo de vencimiento:** al aumentar la volatilidad o el tiempo hasta el vencimiento aumenta la incertidumbre sobre si la opción va ser ejercida, por lo que el delta de las opciones suelen disminuir o aumentar hasta 50%.

5.9.1.2 Gamma.

Es un parámetro que mide la sensibilidad del delta a cambios en el activo subyacente, e indica, la frecuencia con la que deberemos ajustar la posición en el activo subyacente cuando el mercado se mueve, si el valor de gamma es bajo experimentamos pequeños cambios en nuestro delta, por lo que tendremos que ajustar nuestra posición del activo subyacente esporádicamente, mientras que cuando tenemos un gamma alto cada pequeño movimiento en el activo subyacente afectará nuestro delta de gran manera, y nos obligará a reajustar nuestra posición del activo subyacente si queremos seguir cubiertos.

5.9.1.3 Vega.

Es la sensibilidad del precio de la opción a variaciones en la volatilidad del activo subyacente, y sirve para determinar que opciones se ven afectadas, tanto por errores en la estimación de la volatilidad del activo subyacente, como por variaciones en la volatilidad real del mercado, tiene mucha importancia en el cálculo de la valoración de opciones a largo plazo donde el componente de riesgo más importante es la volatilidad, y dado que las opciones a largo plazo suelen tener gammas de bajo valor no son afectadas en su delta por el movimiento de valor en activo subyacente, pero se ven afectadas por movimientos en la volatilidad del activo subyacente.

5.9.1.4 Theta.

Las opciones tienen dos valores importantes: el valor intrínseco que tendrían si fuesen ejercida hoy, y el valor tiempo, debido a la posibilidad de beneficios contingentes que confieren a su dueño.

Al llegar al vencimiento el valor tiempo es evidentemente cero, y el parámetro theta mide la velocidad de declive del valor tiempo desde su valor actual hasta cero.

El precio de estas opciones se puede considerar como la suma de dos componentes, el primer componente sin riesgo que será utilizado para pagar los dividendos conocidos durante la vida útil de la opción, mientras que el segundo si lleva riesgo en cualquier instante, el componente sin riesgo se convierte al valor actual de todos los dividendos a percibir durante la vida útil de la opción descontados desde la fecha ex- dividendos al tipo de interés libre de riesgo, por lo que es correcta la aplicación de la fórmula de Black-Scholes si, S, es igual al componente arriesgado.

Consideremos una opción de compra de tipo europeo sobre una acción cuando se dan fechas de ex – dividendos, a dos y cinco meses, los dividendos esperados en cada fecha son de 0,50 dólares, el precio actual por la acción es de 40 dólares, el precio del ejercicio es de 40 dólares, la volatilidad del precio de las acciones es del 30% anual, el tipo de interés libre de riesgo es de 9% anual, y el tiempo que falta para el vencimiento de la opción es de seis meses.

El valor actual de los dividendos es entonces:

$$0{,}5^{-0{,}1667*0{,}009} + 0{,}5^{-0{,}4167*0{,}009} = 0{,}9741$$

El valor de la opción, por lo tanto, puede calcularse a partir de la fórmula Black-Scholes con S=39,0259; X=40; r=0,009; σ=0,3 y T=0,5

$$d_1 = \frac{\ln(0{,}9756) + 0{,}135 * 0{,}5}{0{,}3\sqrt{0{,}5}} = 0{,}2017$$

$$d_2 = \frac{\ln(0{,}9756) + 0{,}045 * 0{,}5}{0{,}3\sqrt{0{,}5}} = -0{,}0104$$

Utilizando la aproximación polinomial:

$$N(d_1) = 0{,}5800 \qquad N(d_2) = 0{,}4959$$

A partir de la ecuación 5.20 el precio de la opción de compra es :

$$39{,}0259 * 0{,}5800 - 40^{e-0{,}09*0{,}5} * 0{,}4959 = 3{,}67$$

5.10 Suavización a la Fórmula Original de Black-Scholes.

Consideremos una suavización a la fórmula original de Black-Scholes, realizando un cambio en la condición de frontera.

La variable que consideremos para el cambio de frontera es r,(tasa de interés libre de riesgo), ya que esta se la puede establecer como una serie de tiempo en el transcurso de la vida útil de la opción, por la variación de la tasa de interés.

Lo que se busca es encontrar una función f = f(s,t), si $t<t^*$ que satisface la ecuación diferencial, donde se establece $(r_0\text{-}r_1)$.

$$\frac{\partial f}{\partial t}=r_0 f-(r_0-r_1)\frac{\partial f}{\partial s}-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial s^2}\sigma^2 s^2 \qquad [5.R.1]$$

Sujeta a la condición :

$$f(s,t)=\begin{cases}(s-c)^p & si\ s\geq c\\ 0 & si\ s<c\end{cases}$$

Donde ro, c, t^*, σ, P son constantes.

El método de separación de variables nos lleva a considerar a la función f(s,t), como el producto de dos funciones, una en la variable t, y otra con la variable s, de la siguiente manera:

$$f(s,t)=T(t)S(s) \qquad [5.R.2]$$

Con la distribución Φ queda:

$$\Phi(\ln s_t) = \Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}} exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right]^2\right)$$

$$\mu = r_0 - r_1 - \frac{\sigma^2}{2}$$

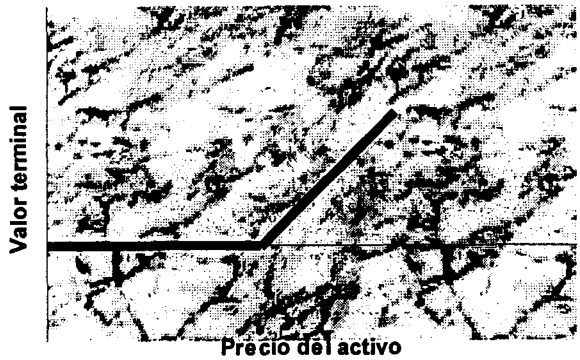
La función **f(s,t)** queda:

$$f(s,t) = e^{-r_0 t} \int_{ln(c)}^{+\infty} (e^x - c)^P \Phi(x)dx$$

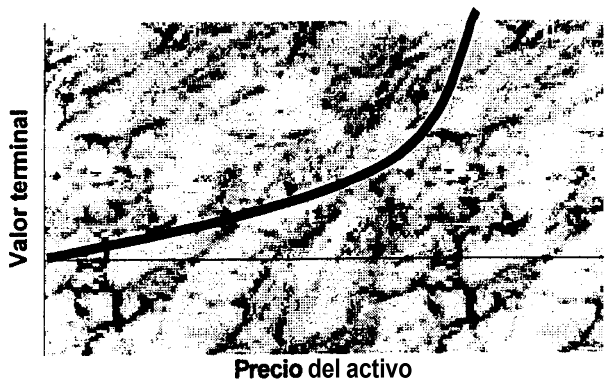
El propósito de esto es lograr una suavización en la curva que representa el beneficio de una opción de **compra(call)**, como se ve en la siguiente figura.

FIGURA 5.2

<u>Tendencia de una opción de compra(call), para cualquier tipo de inversión.</u>



(a)



(a)

En la figura (a) muestra las condiciones de frontera originales.

En la figura (b) muestra el cambio en las condiciones de frontera.

5.11 Modelo Binomial.

Otro método para la evaluación de las opciones, además de la fórmula de Black – Sholes es el método binomial, éste método recorre los posibles cambios que puede experimentar el precio de una acción, dando forma a un árbol binomial .

Para describir el proceso de valoración usando el método binomial se deben tomar en cuenta las siguientes suposiciones:

1. El mercado es altamente competitivo, y cada interventor actúa como un **fijador** de precio, además no se consideran costos o tasas de transacción, y son permitidas ventas sin restricciones.
2. El activo subyacente no paga dividendos en el tiempo restante hasta el vencimiento.
3. La tasa de interés libre de riesgo es constante.
4. El precio del activo subyacente sigue un proceso discreto binomial multiplicativo en el tiempo, para cada periodo existe una probabilidad **p**, de que el precio del activo subyacente pueda subir una cantidad u por ciento, y una probabilidad (l-p) que el precio disminuya una cantidad d por ciento, donde u y d representan las tasas de retorno sobre el activo en el caso de un movimiento hacia delante o hacia atrás, respectivamente.

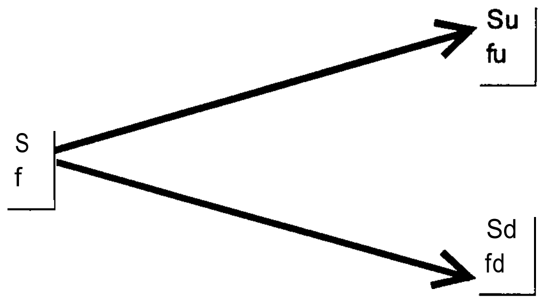
El incremento del precio del activo en u por ciento, o una disminución en d por ciento, tienen probabilidades p, y (l-p) respectivamente, y estas probabilidades tienen independencia de las acciones previas como son el número de períodos previos, lo cual implica que siempre son las mismas, y además, el valor relativo del activo S_t/S_0, $S_2/S_1,\ldots,S_n/S_{n-1}$ tiene estacionalidad y una distribución idéntica, es decir es independiente del nivel del precio del activo.

5.11.1 Modelo Binomial de un paso.

El incremento proporcional en el precio de las acciones cuando hay un movimiento hacia arriba es u-l, en cambio el decrecimiento proporcional en el precio de las acciones es l-d. Si el precio de las acciones sube hasta Su, el resultado de la opción es **fu,** en cambio si el precio baja hasta **Sd,** el resultado de la opción es **fd.**

FIGURA 5.3

Precios de la acción v de la opción en un árbol binomial de un sólo paso



Consideremos una cartera que consiste en una posición larga en A acciones y una posición corta en una opción, calculemos el valor de A que hace que la cartera sea libre de riesgo. Si existe un movimiento de subida en el precio de las acciones, el valor al final de la vida de la opción es:

$$Su\Delta - f_u$$

Si en cambio hay un movimiento de bajada en el precio de las acciones:

$$Sd\Delta - f_d$$

Los dos términos son iguales cuando:

$$Su\Delta - f_u = Sd\Delta - f_d$$

ó

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{su - Sd}$$

Y la cartera será libre de riesgo por tanto debe ganar el tipo de interés, Δ es el ratio del cambio en el precio de la opción dividido por la variación en el precio de las acciones cuando nos movemos entre los puntos de convergencia.

Si asignamos **r**, al tipo de interés libre de riesgo, por consiguiendo el valor actual de la cartera es:

$$\left[Su\Delta - f_u\right]e^{-rT}$$

y el costo de la cartera será:

$$S\Delta - f$$

Por lo que se deduce que:

$$S\Delta - f = \left[Su\Delta - f_u\right]e^{-rT}$$

El precio de la opción esta expresada como:

$$f = e^{-rT}\left[pf_u + (1-p)f_d\right]$$

donde :

$$p = \frac{e^{-rT} - d}{u - d}$$

Consideremos la situación en la que el precio de las acciones en la actualidad es 20 dólares, y que al transcurrir un determinado período de tiempo el precio de estas será 22 dólares ó 18 dólares es decir que tendrá un incremento o un decrecimiento del 10%.

Estamos interesados en valorar una opción europea de compra para comprar las acciones en 21 **dólares** al final del período, si el precio de las acciones resulta ser 22 dólares al final del período el precio de la opción será de un dólar. En el otro caso el precio de la acción esta en 18 dólares al finalizar el período el precio de la opción será cero.

Por lo que tenemos u=1+0,10=1,1 ; d=1-0,1=0,9 : r=0,12 ; T(3 meses)=0,25 ; f_u=1 ; f_d=0:

$$p = \frac{e^{0,03} - 0,9}{1,1 - 0,9} = 0,6523$$

$$f = e^{-0,03}[0,6523 * 1 + 0,3477 * 0]$$

El precio de la opción es entonces de 0,6523 dólares,

5.11.2 Valoración Neutral del Riesgo.

Como p es la probabilidad de una subida en el precio de las acciones, y la variable(l-p) es la probabilidad de una bajada en el precio de las acciones, por lo que la siguiente expresión es el resultado esperado de la opción:

$$pf_u + (1-p)f_d$$

El rendimiento esperado de las acciones cuando la probabilidad de una subida se considera que es **p**, el precio esperado de las acciones en el momento T, $E(S_T)$ está expresado por:

$$E(S_T) = pSu + (1-p)Sd$$

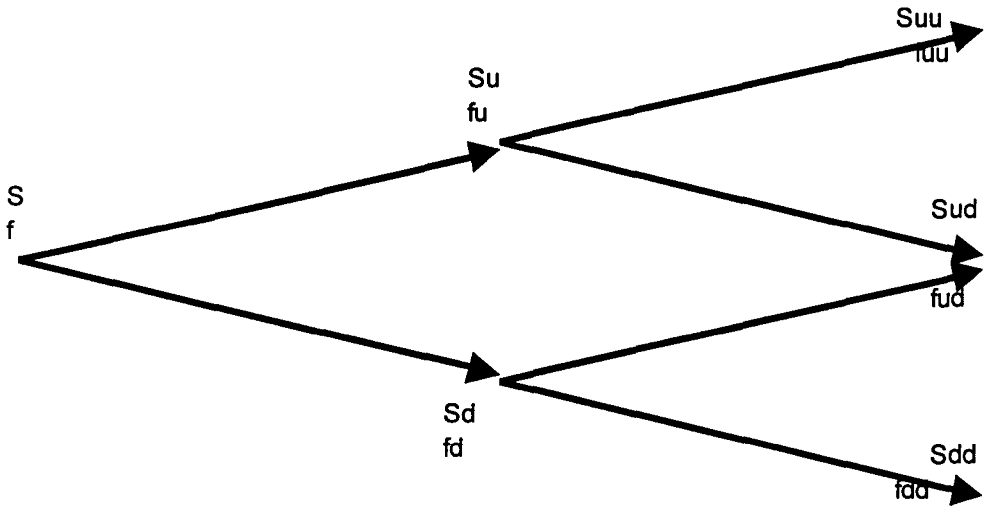
5.11.3 Arboles Binomiales de dos pasos.

Supongamos que el precio de las acciones inicialmente es S, y que durante cada período de tiempo, este puede moverse hacia arriba u veces su valor inicial o hacia abajo d veces su valor inicial

Entonces, el siguiente árbol binario nos muestra los posibles pasos que puede seguir el precio de una acción.

FIGURA 5.4

Precios de la opción y de la acción en un árbol general de dos pasos.



Supongamos que el tipo de interés libre de riesgo es r, y que el periodo de tiempo es AT años.

Por lo que la expresión utilizada para el cálculo del precio de la opción para un paso queda de la siguiente manera:

$$f_u = e^{-r\Delta T}\left[pf_{uu} + (1-p)f_{ud}\right]$$
$$f_d = e^{-r\Delta T}\left[pf_{ud} + (1-p)f_{dd}\right]$$
$$f = e^{-r\Delta T}\left[pf_u + (1-p)f_d\right]$$

obtenemos

$$f = e^{-2r\Delta T}\left[p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}\right]$$

5.12 Estimación de la Volatilidad.

Se define σ_n como la volatilidad de una variable de mercado en un día n, como el estimado al final del día n-l. El cuadrado de la volatilidad en el mercado en el día n, σ^2_n es la tasa de variación.

La aproximación estándar para estimar σ_n de datos históricos es la siguiente:

$$\mu_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

Donde S_i es el valor de la variable de mercado al final del día i.

Para calcular σ^2_n usando las m, más recientes observaciones de μ_i se usa la fórmula:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(\mu_{n-i}-\bar{\mu})^2 \qquad [5.24]$$

Donde μ es la media de los μ'_i**s** :

$$\bar{\mu} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\mu_{n-i}$$

Para el propósito de calcular la **varianza** debe sufrir los siguientes cambios:

1. μ_i es definida como el cambio porcentual en la variable de mercado entre el final del día I-I y el final del día i.

$$\mu_i = \frac{S_i - S_{i-1}}{S_{i-1}} \qquad [5.25]$$

2. μ se asume como 0, (cero).

3. m-l es reemplazada por m.

Estos cambios alteran la ecuación 5.24 dando como resultado una nueva fórmula para calcular las tasas de variación:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(\mu_{n-i})^2 \qquad [5.26]$$

5.12.1 Esquema de pesos.

La ecuación 5.26 de igual ponderaciones para todos los μ^2_i's, dado que el objeto es monitorear el nivel el nivel de volatilidad común, es apropiado dar un mayor peso a los datos recientes, un modelo que cumple este objetivo es:

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{m}\alpha_i\mu_{n-1}^2 \qquad [5.27]$$

La variable α_i es el peso dado a la observación registrada hace **i** días, los α**'s** son positivos y dado que mayor peso tendrá la observación más reciente es decir; $\alpha_i < \alpha_j$ cuando i>j. La suma de los pesos debe ser 1.

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1$$

Una extensión de la idea en la ecuación 5.27 es asumir un promedio de volatilidad en una corrida larga, y asignar un peso a este promedio.

$$\sigma_n^2 = \gamma V + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \mu_{n-1}^2 \qquad [5.28]$$

Donde V es la volatilidad de un largo período, y γ es el peso asignado a V. Dado que los pesos deben sumar 1:

$$\gamma + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1$$

Esto es conocido como un modelo **ARCH(m)**, definiendo a $\omega = \gamma V$ el modelo en la ecuación 5.28 puede escribirse:

$$\sigma_n^2 = \omega + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \mu_{n-1}^2$$

512.2 El Modelo GARCH(1,1).

Está claro que σ_n es la volatilidad del precio de la acción en un período de n días. El modelo GARCH, presenta una manera de modelar el comportamiento de la volatilidad en los cambios de los precios de las acciones, donde σ^2_n es estimado mediante una combinación lineal:

$$\sigma_n^2 = \gamma v + \alpha\,\mu_{n-1}^2 + \beta\,\sigma_{n-1}^2$$

Donde v que representa la tasa de **varianza** a largo período, y la suma de σ_{n-1} que representa la **varianza** del periodo n-l, y μ_{n-1} que representa el cambio porcentual del precio de la acción del periodo anterior. El término γ es una tasa asignada para v, α es una tasa asignada para μ^2_{n-1}, mientras β es la tasa asignada para σ^2_{n-1}, se debe cumplir la siguiente condición:

$\gamma + \alpha + \beta = 1$.

Realizando un cambio de variables de la manera que:

$\omega = \gamma\, \nu$

El modelo de GARCH queda modificado de la siguiente manera:

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha\,\mu_{n-1}^2 + \beta\,\sigma_{n-1}^2$$

Analicemos el caso donde los coeficientes del modelo de GARCH son:

$$\sigma_n^2 = 0,000002 + 0,13\mu_{n-1}^2 + 0,86\sigma_{n-1}^2$$

Donde α =0,13; β = 0,86 y ω = 0,000002 porque γ=1-α-β,por lo tanto tenemos que γ = 0,01 y ν= 0,0002 , lo cual corresponde que la volatilidad en ese día corresponde el valor de:

$$\sqrt{0,0002} = 0,014 \quad ó \quad 1,4\% \text{ por día}$$

Supongamos que la volatilidad en día n-l es de 1,6% por día, σ^2_{n-1}= $0,016^2$ =0,000256 y la proporción del cambio en el precio del activo subyacente en el día n-l es 1% y su μ^2_{n-1} =$0,01^2$ =0,001 por lo tanro tenemos:

$$\sigma_n^2 = 0,000002 + 0,13 * 0,0001 + 0,86 * 0,000256 = 0,00023516$$

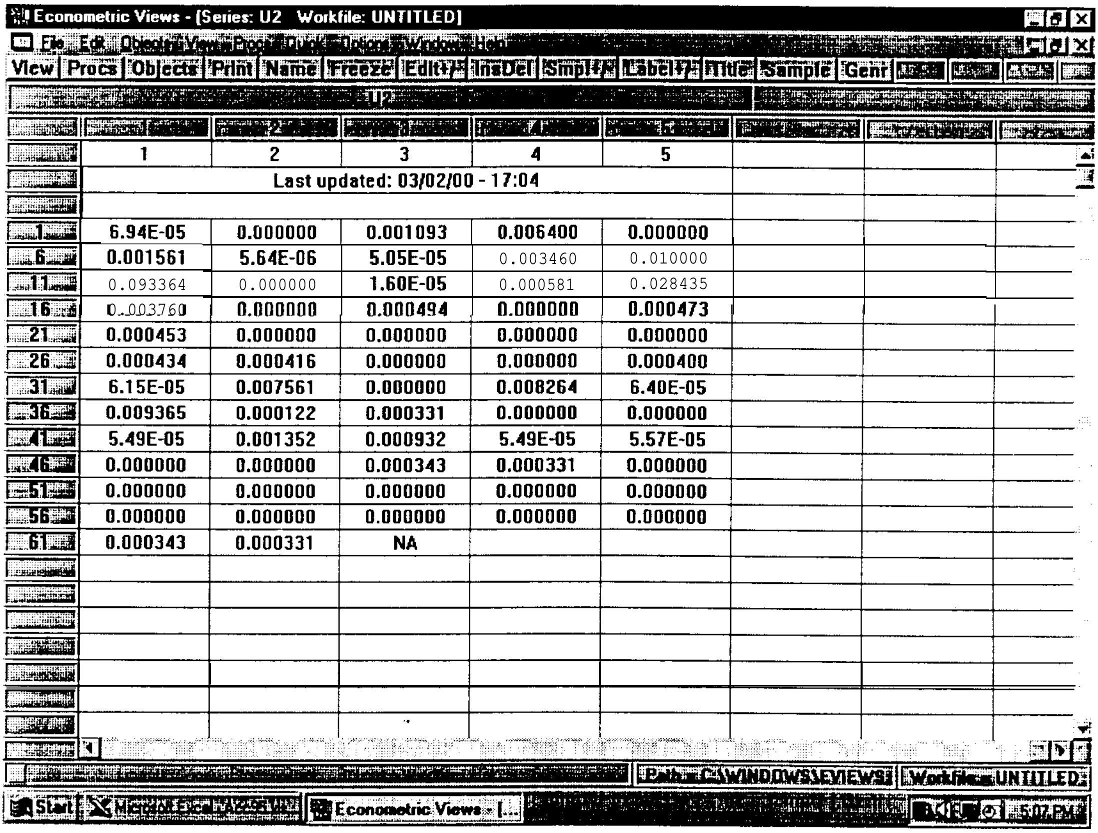
La nueva estimación de la volatilidad es :

$$\sqrt{0,00023516} = 0,0153 \quad ó \quad 1,53\% \text{ por día}$$

La utilización de este método tiene sus ventajas, pero lo complejo es estimar los parámetros adecuados, para lo cual se utilizó un software que ayuda a modelar el comportamiento de las volatilidades del cambio porcentual de los precios de las acciones, este software es el Econometric Views, para un caso particular utilizaremos los datos de la Bolsa de Valores de Guayaquil del año 1995 correspondientes a las acciones del Banco Bolivariano, presentados en la siguiente figura.

FIGURA 5.5

<u>Pantallas donde están los datos del cambio porcentual de los precios de las acciones del banco Bolivariano (u^2)</u>



	1	2	3	4	5
	Last updated: 03/02/00 - 17:04				
1	6.94E-05	0.000000	0.001093	0.006400	0.000000
6	0.001561	5.64E-06	5.05E-05	0.003460	0.010000
11	0.093364	0.000000	1.60E-05	0.000581	0.028435
16	0.003760	0.000000	0.000494	0.000000	0.000473
21	0.000453	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
26	0.000434	0.000416	0.000000	0.000000	0.000400
31	6.15E-05	0.007561	0.000000	0.008264	6.40E-05
36	0.009365	0.000122	0.000331	0.000000	0.000000
41	5.49E-05	0.001352	0.000932	5.49E-05	5.57E-05
46	0.000000	0.000000	0.000343	0.000331	0.000000
51	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
56	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
61	0.000343	0.000331	NA		

Luego se procede al cálculo de los parámetro con los siguientes resultados, para el caso del Banco Bolivariano :

$$\sigma_n^2 = 0{,}000135 + 0{,}291\,\mu_{n-1}^2 + 0{,}68\sigma_{n-1}^2$$

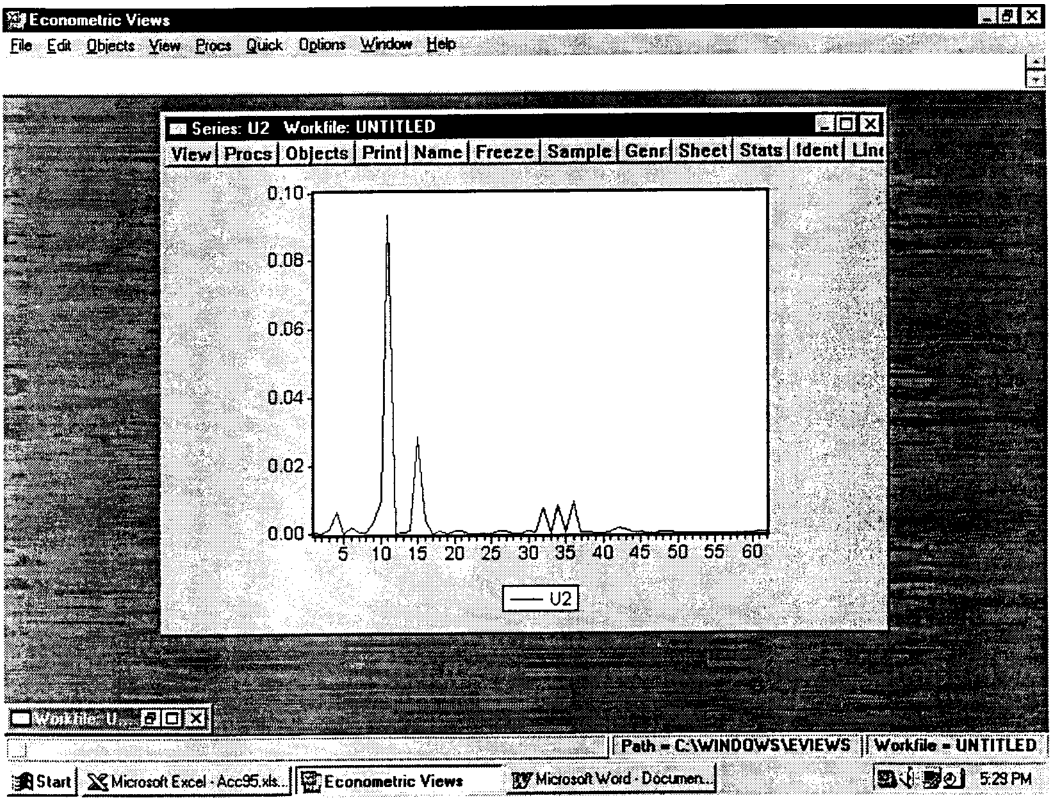
Para realizar las predicciones referentes al próximo período reemplazamos los valores correspondientes al período anterior, para el caso del Banco Bolivariano, el siguiente período sería en n=68, por lo tanto los parámetros a reemplazar en la ecuación anterior corresponden al término n1=67.

$$\sigma_n^2 = 0{,}000135 + 0{,}291(0{,}000336691) + 0{,}68(0{,}098682)$$
$$\sigma_n^2 = 0{,}0679$$

Este software nos muestra la secuencia gráfica del comportamiento de las volatilidades, como se muestra más adelante, con este resultado es fácil predecir simplemente reemplazando valores en las variables en la ecuación anterior.

Figura 5.6

Secuencia gráfica del comportamiento de la volatilidad



5.13 **Determinación de la política óptima de ejercicio de las opciones mediante un estudio de simulación.**

En las opciones de tipo americanas que pagan dividendos durante el período de duración del contrato, existe una gran incertidumbre sobre si esperar hasta la finalización del contrato o ejercerla durante el transcurso del contrato antes de la fecha de expedición del mismo, la decisión depende del valor de los rendimientos (la diferencia entre el precio del mercado con el precio del ejercicio establecido en el contrato del activo subyacente), por lo cual se necesita un modelo matemático que maneje los precios de los activos subyacentes como una variable aleatorizada, y que obtenga los rendimientos en cada día para encontrar una máximo local por lo menos, pues la búsqueda de un máximo global es muchas veces imposible.

Este modelo ayudaría a establecer una política óptima para el caso de una opción de tipo americano, y en casos especiales para opciones europeas.

La incertidumbre en las opciones americanas nace de la variabilidad de las cotizaciones de los activos subyacentes en el mercado, la cual es medida por la desviación estándar de su rendimiento.

5.13.1 Construcción del modelo.

Sea S_n, el precio de una acción al finalizar el día n, donde el $n \geq 0$, el modelo supone.

$$S_n = S_0 \exp\{ X_1 + X_2 + \ldots + X_n \}, \qquad n \geq 0.$$

donde XI ,X2,... es una sucesión de variables aleatorias normales e independientes con media μ y varianza σ^2 , esto significa que el incremento diario del precio con respecto al día anterior tiene una distribución común, llamada modelo de caminatas aleatorias lognormal, que se describió anteriormente en este capítulo.

Consideremos el parámetro:

$\alpha = \mu + \sigma^2 /2$.

Suponemos que se tiene la opción de comprar una unidad de esta acción a un precio fijo K al final de cualquier de los siguientes N días.

S es el precio de acción, si este es mayor que K, se ejerce la opción, obteniendo una ganancia de S-K, en cambio si S no excede a K, la opción no se la ejerce y la ganancia es cero. La ganancia esperada al dueño de la opción depende de la política para ejercer las opciones.

La política óptima depende del valor de alfa, por lo que se asegura que si $\alpha \geq 0$, la política óptima es esperar hasta el último momento posible y luego ejercer la opción si el precio es mayor K y no ejercerla en caso contrario.

Sin embargo no es tan fácil obtener una política óptima, ni acercarse a la óptima, cuando el valor de α es negativo.

Esta política podemos enunciarla de la siguiente manera: la opción se debe ejercer cuando faltan m días por transcurrir si para cada **i**=1,2,...,m-l esa acción conduce a un rédito esperado mayor que el obtenido al dejar que transcurra exactamente **i** días y luego ejercerla, siempre y cuando el precio de las acciones sea mayor que K, o en caso contrario nunca ejercerla.

Sea $P_m = S_{N-m}$ el precio de la acción cuando faltan m días por transcurrir antes de que expire la opción es decir si:

$P_m > K$

y, si para cada **i** = 1,2,..., m

$$P_m > K + Pme^{i\alpha}\Phi(\sigma\sqrt{i} + b_i) - K\Phi(b_i)$$

donde

$$b_i = \frac{i\mu - log(K / P_m)}{\sigma\sqrt{i}}$$

y donde Φ(x) es la función de distribución normal estándar, la cual puede aproximarse mediante la fórmula enunciada antes 'en 5.8.4.

Sea SP el precio de la acción al ejercer la opción, si esta se ejerce, y sea SP igual a K, si la opción nunca se ejerce, para determinar el valor esperado de la utilidad de esta política se debe determinar E[SP] – K, por lo que el modelo recurre a la simulación de los precios de las acciones en días separados generando X, una variable aleatoria normal como media μ y desviación estándar σ, donde N, es el número de días o períodos que dura la opción, SO es el valor inicial de la acción en día 1, K es el valor del ejercicio establecido en el contrato de opciones, y luego utilizamos la relación:

$$P_{m-1} = P_m e^X$$

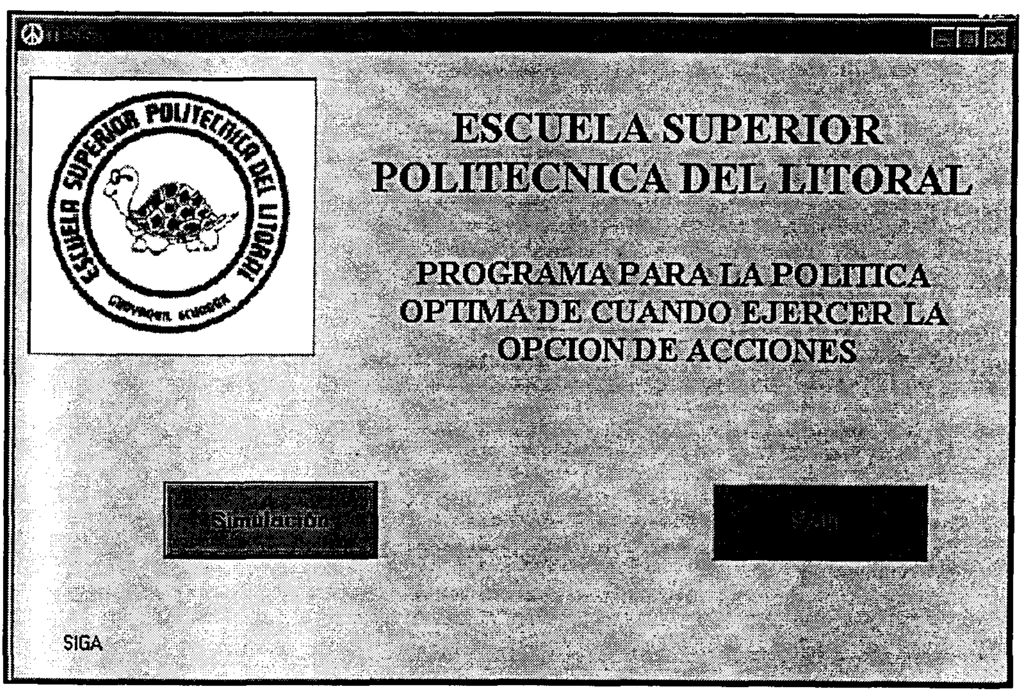
Así P_m es el precio con m días faltantes y si la política no pide ejercer la opción en ese momento, generaríamos X y determinamos el nuevo valor de P_{m-1}, lo que el modelo verifica es si en este momento debe ejercerce la opción, por lo que en la simulación se ejecuta $SP=P_{m-1}$, en caso contrario, determinaríamos el precio al final del día siguiente y así sucesivamente.

Se realizo la rutina donde simula el comportamiento de las acciones, mediante algoritmos matemáticos que incluyen la generación de variables aleatorias, para el proceso del comportamiento de los precios de las acciones, para esta implementación se trabajo bajo una plataforma Visual Basic.

A continuación utilizaremos datos de media y volatilidad de los precios de las diferentes instituciones que negocian sus acciones en los diferentes mercados financieros.

FIGURA 5.7

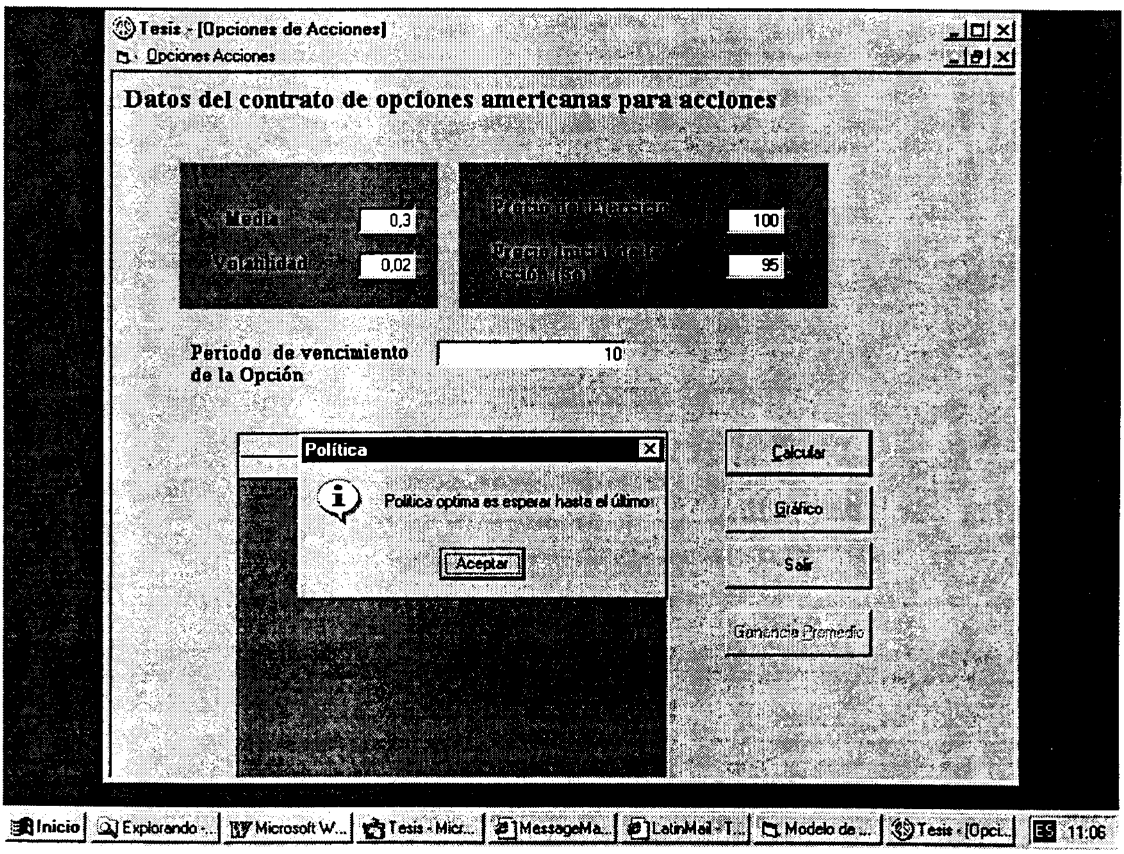
Presentación Inicial del modelo para optimizar una política de decisión.



La pantalla presentada anteriormente es la portada de inicio, donde muestra dos botones, el primero que se llama **SIMULACIÓN,** si activamos el mismo nos lleva a una pantalla donde se introducen los datos necesarios para iniciar la simulación para la toma de una política óptima de decisión, el otro botón se llama SALIR , el cual nos regresa a la aplicación anterior.

FIGURA 5.8

Muestra los datos inaresados.



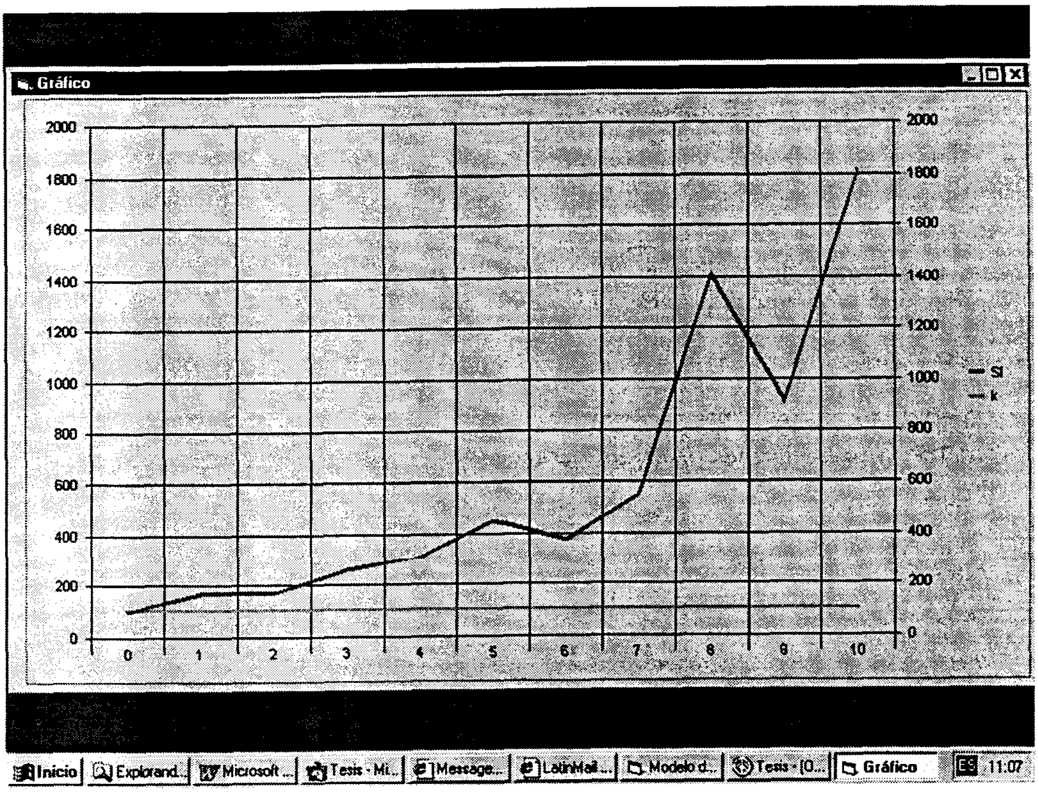
En esta pantalla muestra los datos de la rentabilidad obtenida de valores de acciones del Banco Bolivariano, su volatilidad que es equivalente a la desviación estándar, el precio de la acción en el inicio de la simulación S_0, el precio del ejercicio establecido en el contrato de opciones K y el período de duración del contrato de la opción.

Esta pantalla contiene cuatro botones, los cuales tienen un fin determinado, el primero llamado Calcular, permite iniciar la simulación, después de comprobar si los valores ingresados son los adecuados y si cumplen los requisitos necesarios en el diseño del software, el siguiente botón llamado graficar es aquel que activa las funciones diseñadas para que represente gráficamente los diferentes cambios experimentado por el precio de las acciones, existe un botón que se activa siempre y cuando exista por lo menos un máximo local, y así se calcula la ganancia esperada, esta activa una simulación de 30 corridas, sacando un promedio en el rendimiento global en todas las simulaciones.

Y como resultado muestra un cuadro de texto señalando el tipo de política óptima a seguir, en el caso del ejemplo de la figura se nos señala que se debe esperar hasta el final del período para poder ejercer la opción, esta política se debe por el valor de alfa que es mayor a cero.

FIGURA 5.9

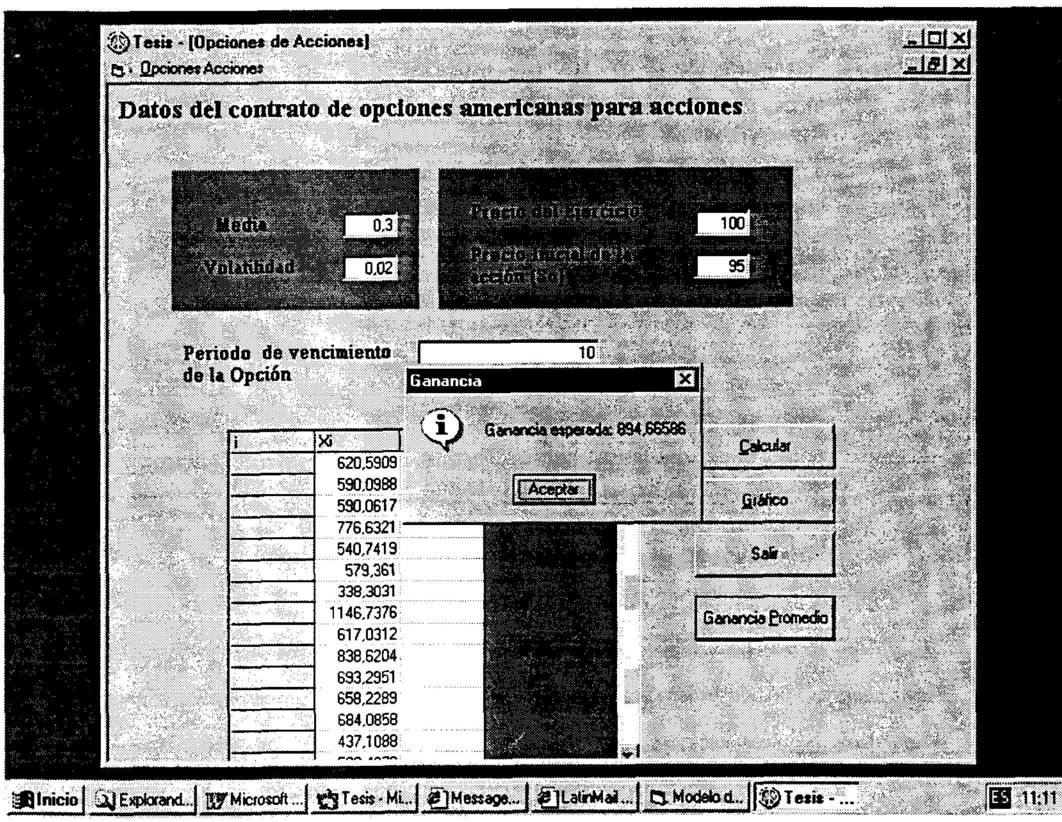
Comportamiento dinámico.



En este gráfico esta conformado en el eje horizontal muestra cada período que va desde el momento cero hasta n períodos ingresados en la etapa anterior, en el eje Y, nos muestra el valor de las acciones, en el gráfico se encuentran dos líneas de las cuales la línea clara representa el nivel del precio del ejercicio establecido en el contrato de opciones, mientras que la línea más obscura nos muestra la evolución del precio de las acciones, en este caso podemos ver como el precio de estas al final del período tienden a subir, lo cual nos da una idea de cuando ejercer la opción.

Figura 5.10

Muestra el cuadro de la ganancia esperada.



EL programa tiene una sub-rutina interna de 30 veces repetir el mismo procedimiento para determinar una ganancia esperada promedio, con los resultados de cada simulación.

CONCLUSIONES.

3 El modelo construido para la política óptima, de cuando ejercer una opción de compra sobre acciones, solo se aplica para opciones de tipo americano, por la razón que el modelo puede indicar la ejecución de la opción antes de que termine la vida útil de la opción.

➢ Después de concluida esta investigación se puede afirmar las siguientes proposiciones:

- El precio de los futuros tiende al precio al precio de contado a medida que el tiempo transcurre, y se aproxima a la fecha de vencimiento del contrato.

- El número optimo de contrato de futuros es una estrategia de cobertura, depende directamente de la variación mínima del ratio de cobertura.

- En las estrategias de opciones de tipo americano, como las opciones tipo europeo pueden ser ejercidas por las mismas posiciones existentes para un operador de bolsa.

- En los contratos de futuros, la venta “A corto” es más segura en estrategias de cobertura corta la cual supone un corto plazo, que en estrategias de cobertura larga.

- El comportamiento del precio de las opciones de compra y de venta con respecto al precio de las acciones es contrario, es decir están correlacionadas negativamente, mientras la una se cotiza a mayor precio la otra tiende a disminuir su cotización.

3 Debido que la volatilidad es una medida de incertidumbre, el incremento de éste índice de medida, se refleja en el aumento del precio de opciones tanto de compra como de venta.

3 La pendiente de la curva que representa al precio de la opción de compra con relación a la tasa de interés libre de riesgo es positiva, mientras que para una opción de venta es negativa.

- Por la variación de la tasa de interés en el mercado, la variable que se considera para el cambio de frontera es "r" (tasa de interés libre de riesgo), en la suavización de la fórmula original de Black-Scholes, se la puede establecer como una serie de tiempo en el transcurso de la vida útil de la opción.

- Al manejar instrumentos financieros donde el activo subyacente es un portafolios de negocios, y en esto se incluyen opciones y futuros el método de disminución de varianza que ser ajusta a las condiciones exigidas por estos es la diversificación.

- El modelo GARCH(1 ,1), si nos da predicciones confiables con respecto a las volatilidades del cambio porcentual de los precios de las acciones, para períodos continuos.

- La suavización realizada a la fórmula original de Black-Scholes mediante el cambio de fronteras con respecto a la tasa de interés libre de riesgo, favorece a las grandes inversiones por la razón, que a corto plazo se obtiene beneficios pequeños que a consideración de grandes inversiones, son significativas mientras que con pequeñas inversiones estas utilidades son insignificantes.

3 En los contratos de opciones los tipos de activos son variados, más del 50% de las operaciones con opciones pertenecen a los referentes a compra o venta de un activo, como acciones, bono, oro, edificios, materias primas, e incluso en los últimos tiempos se ha desarrollado sobre las mismas opciones y futuros.

RECOMENDACIONES.

Creación de un centro de capacitación, en las entidades llamadas a realizar las transacciones con opciones y futuros, como las Bolsas de Valores, Bolsa de Productos Agrícolas, que orienten a los protagonistas que intervienen en las actividades financieras indicándoles sus ventajas y desventajas.

La utilización de la variación a la fórmula original de Black-Scholes, que se analizó en este trabajo puede ser utilizado en nuestro medio porque la tasa de interés libre de riesgo esta variando constantemente. (Pero con el nuevo plan económico, la dolarización, esto quedaría a una nueva reflexión de pendiendo las tasa de interés).

La cámara de comercio, la pequeña cámara de la producción, y los gremios agrícolas deben crear de un proyecto de leyes para la creación de un mercados formales, para establecer un mercado financiero que maneje el 100% de la producción por medio de contratos de futuros, de esta manera se protege tanto al productor como al consumidor, eliminando los intermediarios que encarecen la llegada de los productos a los consumidores finales.

Paralelamente a la creación de los mercados formales, es necesario que a estos se los diversifique o se los especialice para un mejor control de la oferta y la demanda, por tipos de productos, como ejemplo pondremos, la bolsa de lácteos, éste mercado no solo controla la leche sino además sus derivados como queso, mantequilla, etc.

Realización de un estudio sobre la suavización con respecto a la otra variable, la volatilidad del precio de los diferente activos subyacentes, como complemento a esta investigación, para el control total de la valoración de las opciones, y sus posibles estrategias, para obtener utilidades deseadas por los inversionistas.

La utilización de la política óptima de cuando ejercer una opción de compra para acciones desarrollada anteriormente es más eficaz para períodos largos, es decir $n > 8$, donde n es el número de períodos de vida útil de la opción.

La creación de una cámara de compensación, para garantizar el cumplimiento y finalización de los contratos de futuros.

Los contratos de futuros se debe realizar mediante un corredor con experiencia y a través de una cámara de compensación.

La utilización de futuros en las compañías exportadoras de los diferentes productos ecuatorianos, para asegurar la venta a futuro, a un precio justo, tratando de cubrirse de las crisis internacionales y las caídas de los precios en el mercado exterior.

ANEXOS

SIMULACIÓN DE LOS PRECIOS Y SUS CAMBIOS PORCENTUALES
MEDIANTE EL SIGUIENTE ALGORITMO:

Precio(Xi)=Precio(inicial)*variación del mercado
donde la variación del mercado es una variable
que se le aplica el método del rechazo para poder utilizar como variación porcentual.

S= precio **efectivio** del activo subyacente, en el instante **i** .
F=precio establecido del activo subyacente, en el contrato de futuro.

S		F	
So=1500		**Fo=1**700	
1500		1700	
0.021	1531.5	0.029	1749.3
0.035	1552.5	0.02	1734
-0.046	1431	-0.044	1625.2
0.001	1501.5	0.008	1713.6
0.004	1506	0.026	1744.2
-0.029	1456.5	-0.019	1667.7
-0.026	1461	-0.01	1683
-0.029	1456.5	-0.007	1688.1
0.048	1572	0.043	1773.1
-0.006	1491	0.011	1718.7
-0.036	1446	-0.036	1638.8
-0.011	1483.5	-0.018	1669.4
0.019	1528.5	0.009	1715.3
-0.027	1459.5	-0.032	1645.6
0.029	1543.5	0.023	1739.1

BANCO BOLIVARIANO

	MES	VALOREFECTIVO EN SUCRES	VALOR NOMINAL EN SUCRES	PRECIOS EN PORCENTAJES MENOR	MAYOR	APERTURA	ULTIMO	VALOR NOMI UNITARIO	#DE TRANSAC	#Acciones Negociadas	Precio rel	Rentabilidad	
1	05/01/95	119,128,320	33,091,200	360.00	360.W	380.00	360.00	lW.W	1	330,912			
2	06/01/95	34,627,659	9,539,300	383.00	363.00	363.00	363.00	100.00	1	95,393	1.008333	0.008299	6.89E-05
3	09/01/95	61,138,275	16,842,500	363.00	363.w	363.00	363.00	100.00	1	168,425		0	0
4	11/01/95	51,071,250	13,619,000	375.00	375.w	375.00	375.00	lw.w	3	136,190	1.033058	0.032523	0.001058
5	12/01/95	123,393,484	31,825,400	376.00	405.00	376.00	405.00	lw.w	2	318,254	1.08	0.076961	0.005923
6	13/01/95	22,531,770	5,563,400	405.00	405.00	405.00	405.00	lw.w	1	55,634		0	0
7	20/01/95	5,975,253	1,419,300	421.W	421.00	421.00	421.W	100.00	1	14,193	1.039506	0.038746	0.001501
6	23/01/95	48,285,662	11,442,100	422.00	422.00	422.w	422.00	lw.w	1	114,421	1.002375	0.002372	5.63E-06
9	24/01/95	92,084,810	21,805,000	422.w	425.00	422.w	425.00	100.00	3	218,050	1.007109	0.007064	5.02E-05
10	27/01/95	23,924,400	5,981,100	400.00	4w.w	400.W	400.00	100.w	1	59,811	0.941176	-0.06062	0.003675
11	01/02/95	80,935,200	22,482,000	360.00	3w.w	360.00	360.00	lw.w	1	224,820	0.9	-0.10536	0.011101
12	06/02/95	55,986,750	22,394,700	250.w	250.W	250.00	250.00	100.00	2	223,947	0.694444	-0.36464	0.132965
13	15/02/95	23,061,500	9,224,600	250.00	250.00	250.w	250.00	lw.w	1	92,246		0	0
14	16/02/95	107,692,323	43,442,700	245.00	249.w	245.W	249.00	lw.w	4	434,427	0.996	-0.00401	1.61E-05
15	20/02/95	123,532,750	49,213,100	250.00	255.W	250.00	255.00	100.00	6	492,131	1.024096	0.023811	0.000567
16	27/02/95	14,762,408	6,963,400	212.00	212.w	212.00	212.00	100.w	1	69,634	0.831373	-0.18468	0.034106
17	09/03/95	60,091,425	26,707,300	225.00	225.00	225.00	225.00	100.00	1	267,073	1.061321	0.059514	0.003542
18	10/03/95	25,416,450	11,296,200	225.00	z25.w	225.00	225.00	lw.w	2	112,962		0	0
19	15/03/95	10,904,760	4,741,200	230.w	230.w	230.00	230.w	lw.w	1	47,412	1.022222	0.021979	0.000483
20	16/03/95	5,794,160	2,519,200	230.00	230.00	230.w	230.00	lw.w	1	25.192		0	0
21	04/04/95	50,064,165	21,303,900	235.00	235.w	235.00	235.00	100.00	1	213,039	1.021739	0.021506	0.000463
22	27/04/95	115,878,720	48,282,800	240.00	240.00	240.00	240.W	100.w	5	482,828	1.021277	0.021053	0.000443
23	02/05/95	12,443,520	5,184,800	240.00	240.00	240.W	240.00	lw.w	2	51.848		0	0
24	03/05/95	3,477,840	1,449,100	240.00	240.00	240.00	240.00	100.00	1	14,491		0	0
25	04/05/95	72,848,075	30,373,400	235.w	240.00	235.W	240.00	100.00	2	303,734		0	0
26	05/05/95	28,139,760	11,724,900	240.00	240.W	240.00	240.00	lw.w	2	117.249		0	0
27	10/05/95	103,425,080	43,041,700	240.00	245.00	240.00	245.00	lw.w	4	430,417	1.020833	0.020619	0.000425
28	15/05/95	2,404,250	961,700	250.w	250.00	250.00	250.00	lw.w	1	9,617	1.020406	0.020203	0.000408
29	16/05/95	41,633,493	16,730,700	241.00	250.w	241.W	250.00	lw.w	2	167,307		0	0
30	18/05/95	7,931,000	3,172,400	250.00	250.w	250.00	250.w	lW.w	1	31,724	1	0	0
31	19/05/95	467,658,919	183,897,700	251.00	255.00	251.00	255.00	100.w	6	1,838,977	1.02	0.019803	0.000392
32	22/05/95	25,801,952	10,198,400	253.00	253.00	253.w	253.00	100.w	1	101.984	0.992157	-0.00787	6.2E-05
33	23/05/95	3,624,848,150	1,319,268,600	250.00	275.W	250.00	275.00	100.00	14	13,192,686	1.086957	0.083382	0.006952
34	26/05/95	7,081,250	2.575.000	275.W	275.00	275.W	275.00	100.00	1	25,750	1	0	0
35	29/05/95	188,250	75,300	250.00	250.00	250.w	250.00	lw.w	1	753	0.909091	-0.09531	0.009084
36	31/05/95	7,310,792	2,947,900	248.w	248.00	248.00	248.00	100.00	1	29,479	0.992	-0.00803	6.45E-05
37	05/06/95	3,951,072	1,452,600	272.00	272.00	272.00	272.00	lw.w	2	14,526	1.096774	0.092373	0.008533
36	06/06/95	19,413,075	7,059,300	275.00	275.W	275.W	275.00	lw.w	2	70,593	1.011029	0.010969	0.00012
39	07/06/95	31,932,260	11,734,500	270.W	275.00	275.00	270.00	lw.w	3	117,345	0.981818	-0.01835	0.000337
40	12/06/95	331,374,246	122,751,900	269.W	270.W	270.00	270.00	100.00	8	1.227.519	1	0	0
41	21/06/95	34,804,890	12,890,700	270.00	270.00	270.00	270.00	lw.w	1	128.907	1	0	0
42	22/06/95	373,018,400	138,076,200	270.00	272.00	270.00	272.00	lw.w	6	1,380,762	1.007407	0.00736	5.45E-05
43	27/06/95	195,252,372	72,321,400	262.W	270.00	270.00	262.00	lw.w	2	723,214	0.963235	-0.03746	0.001403
44	28/06/95	108,670,680	40,248,400	270.W	270.00	270.W	270.W	lw.w	2	402,484	1.030534	0.030077	0.000905
45	30/06/95	70,206,162	26,047,400	268.00	270.00	270.00	268.W	lw.w	2	260,474	0.992593	-0.00743	5.53E-05
46	03/07/95	46,598,220	17,258,600	270.00	270.00	270.W	270.00	lw.w	1	172,586	1.007463	0.007435	5.53E-05
47	04/07/95	42,713,460	15,819,800	270.00	270.00	270.00	270.00	lw.w	1	158,198	1	0	0
46	05/07/95	9,298,530	3.443900	270.00	270.W	270.00	270.W	lw.w	1	34,439	1	0	0
49	10/07/95	804,364,225	292,620,800	270 00	275.00	270.00	275.00	lw.w	3	2,926,208	1.018519	0.018349	0.000337
50	12/07/95	97,200	36,000	270.00	270.00	270.00	270.00	100.w	1	360	0.981818	-0.01835	0.000337
51	18/07/95	1,398,870	518,100	270.00	270.W	270.W	270.W	lw.w	1	5.181	1	0	0
52	21/07/95	5,344,380	1,979,400	270.W	270.00	270.00	270.00	100.00	1	19,794	1	0	0
53	26/07/95	21,905,370	8,113,100	270.00	270.W	270.00	270.00	100.00	1	81.131	1	0	0
54	04/08/95	77,363,370	28,653,100	270.W	270.W	270.W	270.W	lw.w	1	286,531	1	0	0
55	07/08/95	413,837,910	153,273,300	270.00	270.00	270.W	270.00	lw.w	1	1,532,733	1	0	0
56	14/08/95	50,086,350	18,550,500	270.00	270 00	270.00	270.W	lw.w	2	185.505	1	0	0
57	16/08/95	14,144,220	5,238,600	270.00	270.00	270.00	270.00	lw.w	1	52,386	1	0	0
58	01/09/95	292.913.550	108,486,500	270.00	270.00	270.00	270.00	lw.w	1	1,084,865	1	0	0
59	24/10/95	11,024,370	4,083,100	270.00	270.00	270.W	270.00	100.00	1	40,831	1	0	0
60	07/11/95	30,811,860	11,411,800	270.00	270.00	270.00	270.00	lw.w	1	114,118	1	0	0
61	08/11/95	124,504,560	46,112,800	270.00	270.W	270.00	270.00	lw.w	1	461.128	1	0	0
62	22/11/95	27,289,075	9,923,300	275.00	275.00	275.00	275.00	lw.w	1	99,233	1.018519	0.018349	0.000337
63	28/11/95	4,322,700	1,601,000	270.00	270.00	270.W	270.00	lw.w	1	16,010	0.981818	-0.01835	0.000337

BIBLIOGRAFIA

1. JAMES RODRIGUEZ de CASTRO, “El Riesgo Flexible”. Teoría y práctica de los instrumentos derivados, Ciencias de CDN La Dirección.
2. BERGES/ONTIVEROS, “Mercados de Futuros en Instrumentos Financieros”. Ediciones Pirámide, S.A Madrid, 1984.
3. JOHN C. HULL, “Options, Futures, and other Derivatives”, cuarta edición, Prentice – Hall International Londres 1999
4. RICHARD A. BREALEY, “ Manual de Finanzas Corporativas ”, McGraw-Hill Interamericana, Buenos Aires. Tomo 2, 1990.
5. E. PARZEN, “Procesos Estocásticos”, Editorial Paraninfo Madrid 1972.
6. WILLIAM SHARPE, “Futuros y Opciones”, McGraw-Hill Interamericana, México, 1995.
7. Dr. Moisés Tacle G, “Futuros Opciones y Swaps”, ESPOL, Guayaquil Ecuador, 1998.
8. Mat. Fernando Sandoya, “Evolución de la formula de Black-Scholes con cambios de frontera”, Banco Popular, Guayaquil, 1996.