

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL  
LITORAL**

**Instituto de Ciencias Matemáticas**

**“Modelos Matemáticos para la optimización y reposición de  
maquinarias: Caso la Empresa Eléctrica de Milagro”**

**TESIS DE GRADO**

**Previa la obtención del Título:**

**INGENIERO EN ESTADÍSTICA -  
INFORMÁTICA**

**Presentada por:**

**EDWIN EVARISTO LEÓN PLÚAS**

**Guayaquil - Ecuador**

**2003**

## **AGRADECIMIENTO**

Al Mat. Fernando Guerrero, Director de la Tesis por su invaluable ayuda.

A la Empresa Eléctrica de Milagro, por las facilidades prestadas en cuanto a información, lo que me ha permitido llegar a un feliz termino con el desarrollo de esta tesis.

Al Ing. Eduardo Morales por la ayuda prestada.

## DEDICATORIA

A Dios: por permitirlo

A mis padres Rosa y Evaristo: Por el amor y esfuerzo de darme los medios para culminar mi carrera.

A mis profesores

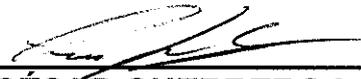
A Jéssica: Porque ha sabido comprenderme, y siente suyos mis éxitos y fracasos además porque nunca ha dejado de estar a mi lado.

A mis hermanas, amigos y amigas.

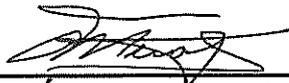
# TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



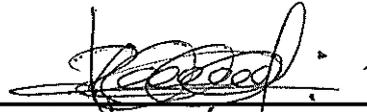
**MAT. JORGE MEDINA SANCHO**  
DIRECTOR DEL INSTITUTO DE  
CIENCIAS MATEMÁTICAS



**MAT. CÉSAR GUERRERO LOOR**  
DIRECTOR DE TESIS



**DR. CRISTÓBAL MERA GENCÓN**  
VOCAL



**MAT. JOHN RAMÍREZ FIGUEROA**  
VOCAL

## DECLARACION EXPRESA



“La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL”.

(Reglamento de Graduación de la ESPOL).



*Edwin Evaristo León Plúas*

**EDWIN EVARISTO LEÓN PLÚAS**



## ***RESUMEN***

La presente tesis es el desarrollo y aplicación de herramientas basadas en Modelación Matemática que permiten la optimización y reposición de maquinarias.

Para ello se ha comenzado con una revisión detallada de los Transformadores y de los modelos matemáticos que se van a utilizar así como El Modelo de Terborgh y el de Thompson.

A continuación, los modelos matemáticos a aplicarse en la Empresa Eléctrica de Milagro fue a criterio de cada una de las condiciones del modelo y de acuerdo con los datos existentes en la misma.

Posteriormente se presentan y discuten los resultados obtenidos, mediante la aplicación de estos modelos.

La exposición finaliza con la presentación de las conclusiones del estudio y las recomendaciones hacia la Empresa Eléctrica de Milagro.

## ***ABREVIATURAS***

EMMCA	:	Empresa Eléctrica de Milagro C.A.
Av.	:	Avenida
S. Bolívar	:	Simón Bolívar
Kw	:	Kilowatios
Opt.	:	Optimización.

## ***SIMBOLOGÍA***

KVA	:	Unidad de medida de la capacidad de los transformadores.
V	:	Voltaje de baja tensión.
$F_u$	:	Factor de utilización en un transformador.
$f_c$	:	Factor de Carga.
$\int_0^T$	:	Integral definida entre 0 y T.
$\frac{D_{prom}}{D_{max}}$	:	Relación entre carga promedio y carga pico.
$\frac{RI(t)}{RI_{max}}$	:	Relación entre Capacidad de Potencia promedio y la pico.
$F_p$	:	Factor de Perdidas.
C	:	Constante que depende del sistema
$\frac{RI^2(t)}{RI_{max}^2}$	:	Relación entre perdidas promedio y perdida pico.
$\cos \Phi = \frac{KW}{KVA}$	:	Relación entre potencia activa y potencia aparente.
$\vec{x} \in X$	:	x flecha pertenece a un conjunto de funciones
$F(\vec{x})$	:	Funcional de x flecha.
$e^{\int \rho(t) dt}$	:	Factor de actualización.
$\vec{x}(t_0)$	:	Funcional con un ciclo inicial.

$\sum_{i=0}^{\infty}$	:	Sumatoria de $i=0$ hasta el infinito.
$\dot{x}(t)$	:	Función derivada de la capacidad.
$x(t)$	:	Capacidad productiva de la máquina en $t$ .
$g(t)$	:	La tasa de gastos de mantenimiento en $t$ .
$R[x(t)]$	:	Función de ingresos netos.
$S[g(t)]$	:	Función valor residual de la máquina.
$\alpha$	:	Constante que refleja el crecimiento de la tasa de cambio.
$I$	:	Costes de la nueva máquina
$r$	:	Tasa constante de descuento.
$G$	:	Cota superior de gastos de mantenimiento.
$T$	:	Fecha de venta de la máquina ( que debe determinarse)
$S(t)$	:	Valor residual de la máquina en $t$ .
$m(t)$	:	Política de mantenimiento preventivo.
$f(t)$	:	Función de eficacia del mantenimiento.
$(t)$	:	Función de obsolescencia
$Q(t)$	:	Función de ingresos brutos
$P$	:	Tasa de producción en $t$
$r$	:	Tasa constante de descuento
$M$	:	Cota superior de los gastos de mantenimiento
$K_1, k_2$	:	Contaste dadas en el sistema.

## INDICE GENERAL

	Pág.
AGRADECIMIENTO.....	II
DEDICATORIA.....	III
DECLARACIÓN EXPRESA.....	V
RESUMEN .....	VI
SIMBOLOGIA.....	VII
INDICE GENERAL .....	VIII
INDICE CONTENIDO.....	IX
INDICE DE TABLAS .....	XI
INDICE DE ILUSTRACIONES .....	XI

## INDICE CONTENIDO

<b><i>CAPITULO I</i></b> .....	<b><i>12</i></b>
<b>INTRODUCCIÓN GENERAL</b> .....	<b>12</b>
<b>EMPRESA ELECTRICA DE MILAGRO</b> .....	<b>14</b>
<b>HISTORIA</b> .....	<b>14</b>
<b>GENERALIDADES</b> .....	<b>15</b>
<b><i>CAPITULO II</i></b> .....	<b><i>17</i></b>
<b>TIPOS Y CARACTERISTICAS DE LOS TRANSFORMADORES QUE UTILIZA     LA EMPRESA ELECTRICA DE MILAGRO</b> .....	<b>17</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>17</b>

INFORMACIÓN TÉCNICA. -----	21
INFORMACIÓN DE LA CARGA. -----	22
FACTOR DE UTILIZACIÓN. -----	22
FACTOR DE CARGA -----	24
FACTOR DE PÉRDIDAS. -----	24
FACTOR DE POTENCIA -----	25
<b>2.1 TRANSFORMADOR ELÉCTRICO MONOFÁSICO -----</b>	<b>26</b>
DEFINICIÓN -----	26
HISTORIA DE LOS TRANSFORMADORES -----	26
<b><i>CAPITULO III</i> -----</b>	<b>29</b>
<b>MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA REPOSICIÓN ÓPTIMA DE EQUIPOS</b>	<b>29</b>
<b>INTRODUCCIÓN -----</b>	<b>29</b>
<b>3.1 LA PROBLEMÁTICA DEL MANTENIMIENTO Y RENOVACIÓN DE LA MAQUINARIA -----</b>	<b>30</b>
<b>3.2 EVOLUCIÓN DEL ESTUDIO RELATIVO A LAS POLÍTICAS DE MANTENIMIENTO Y RENOVACIÓN -----</b>	<b>33</b>
<b>3.3 EL MODELO MAPI O DE TERBORGH -----</b>	<b>36</b>
HIPOTESIS -----	36
VARIABLES DEL MODELO Y SU NOTACIÓN -----	38
RELACIONES ENTRE LAS VARIABLES DEL MODELO -----	40
FORMULACIÓN DEL MODELO -----	42
SOLUCIÓN ANÁLITICA -----	42
<b>3.4 EL MODELO DE THOMPSON -----</b>	<b>45</b>
HIPOTESIS -----	45

VARIBLES DEL MODELO Y SU NOTACIÓN-----	47
RELACIONES ENTRE LAS VARIABLES DEL MODELO-----	48
FORMULACIÓN DEL MODELO -----	49
SOLUCIÓN ANALÍTICA -----	49
<b>CAPITULO IV -----</b>	<b>51</b>
<b>APLICACIÓN AL CASO DE LA REPOSICIÓN DE LOS TRANSFORMADORES EN LA CIUDAD DE MILAGRO. -----</b>	<b>52</b>
<b>4.1 INTRODUCCIÓN -----</b>	<b>52</b>
<b>4.2 EL MODELO MAPI O DE TERBORGH -----</b>	<b>52</b>
4.2.1 APLICACIÓN-----	57
4.2.2 SOLUCIÓN ANALÍTICA -----	66
4.2.3 INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS-----	68
<b>4.3 EL MODELO DE THOMPSON-----</b>	<b>68</b>
4.3.1 APLICACIÓN -----	68
4.3.3 INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS -----	73
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES-----</b>	<b>74</b>
<b>CONCLUSIONES-----</b>	<b>74</b>
<b>Conclusiones del Modelo de Terborgh -----</b>	<b>74</b>
<b>Conclusiones del Modelo de Thompson -----</b>	<b>74</b>
<b>Conclusiones de la comparación de modelos -----</b>	<b>75</b>
<b>Conclusión General -----</b>	<b>75</b>
<b>RECOMENDACIONES-----</b>	<b>76</b>

## **INDICE TABLA**

<b>TABLA I : DISTRIBUCIÓN DE ABONADOS Y ENERGÍA EN EL ÁREA DE CONCESIÓN</b>	<b>18</b>
<b>TABLA II : TOTAL DE ABONADOS DE LA CIUDAD DE MILAGRO</b>	<b>19</b>
<b>TABLA III : TRANSFORMADORES DE RED SECUNDARIA</b>	<b>20</b>
<b>TABLA IV : CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DE LOS TRANSFORMADORES.</b>	<b>21</b>
<b>TABLA V : DISTRIBUCIÓN DE CIRCUITOS RESIDENCIALES</b>	<b>53</b>
<b>TABLA VI : DETERMINACIÓN DE LA MUESTRA</b>	<b>54</b>
<b>TABLA VII : SELECCIÓN DE LOS CIRCUITOS SECUNDARIOS DE MUESTRA</b>	<b>55</b>
<b>TABLA VIII : VALORES DEL CONSUMO DE ENERGÍA</b>	<b>55</b>

## **INDICE DE ILUSTRACIONES**

<b>ILUSTRACIÓN I: PARTES DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO</b>	<b>27</b>
<b>ILUSTRACIÓN II: FUNCIÓN DE INGRESOS NETOS</b>	<b>59</b>
<b>ILUSTRACIÓN III: AJUSTE DE LA FUNCIÓN DE INGRESOS NETOS</b>	<b>66</b>
<b>ILUSTRACIÓN IV: LA EFICACIA DEL MANTENIMIENTO</b>	<b>72</b>
<b>ILUSTRACIÓN V: LA PRODUCCIÓN</b>	<b>72</b>

# CAPITULO I

## INTRODUCCIÓN GENERAL

El desarrollo de los modelos matemáticos es una aproximación ampliamente utilizada con el fin de analizar, comprender y predecir el funcionamiento de cualquier sistema de maquinarias en función de las condiciones que rigen su dinámica.

El estudio de esta tesis esta basado en la información presentada a lo largo de una carrera profesional en lo cual estoy seguro de estar aplicando los conocimientos adquiridos en INGENIERIA ESTADÍSTICA INFORMATICA.

De acuerdo a la necesidad de aplicar un modelo para optimización de maquinarias específicamente de transformadores de la Empresa Eléctrica de Milagro, debido a que no existe un estudio que indique el intervalo de tiempo que tiene que transcurrir para que un transformador se le dé mantenimiento o se lo sustituya, basándose en una año base que fue encontrado como referencia en los libros que tratan sobre los transformadores eléctricos.

En consecuencia, uno de los objetivos del la Tesis es ayudar a entender cómo se puede aplicar los modelos matemáticos para analizar fenómenos y

problemas, y tomar decisiones sobre ellos, es decir evidenciar el papel de la optimización en los procesos de toma de decisiones.

Poner de manifiesto cómo los modelos matemáticos permiten aproximarse al análisis y evaluación del rendimiento de sistemas antes de que sean construidos, convirtiéndose así en una herramienta clave de diseño, en cualquiera de sus fases, o para estimar a priori el impacto de los cambios propuestos en sistema ya existentes.

Ayudar al lector no sólo a la comprensión de la metodología de la aplicación de modelos matemáticos de sistemas de maquinarias, sino también ayudarle a entender como trabajan, cuándo se debe utilizar los modelos matemáticos y cuándo no, qué se puede esperar de los resultados, y qué errores hay que evitar en la construcción y uso de modelos matemáticos, y cómo estos resultados pueden ayudar a mejorar el rendimiento de un sistema de maquinaria.

En las investigaciones realizadas durante la realización de la tesis encontré cuatro modelos matemáticos existentes de los cuales la selección de los modelos para aplicarlos a la EEMCA fue a criterio de cada una de las condiciones del modelo y de acuerdo con los datos existentes en la misma, por eso decidí tomar el modelo de Terborgh y Thompson.

Estos modelos fueron escogidos con las condiciones que tienen cada uno de estos, esto es que tienen que ser modelos continuos, también que los transformadores pueden ser evaluados con respecto al tiempo, la capacidad productiva de los transformadores puede ser representada en unidades monetarias, etc.

## **EMPRESA ELECTRICA DE MILAGRO**

Empresa Eléctrica Milagro C.A (EEMCA) es portadora de las innovaciones avances y propuestas para el nuevo siglo, en la actualidad esta situada en uno de los primeros lugares a nivel provincial entre las empresas proveedoras de energía eléctrica.

## **HISTORIA**

A inicios del presente siglo Milagro contó con el funcionamiento del Ingenio Valdez que poseía una planta de energía eléctrica, algunos historiadores señalan que Milagro fue la primera ciudad del Ecuador en contar con este servicio.

En 1943 el Municipio de Milagro planifica y financia la adquisición de una planta eléctrica, que entra en funcionamiento en 1948 con dos motores que producen 300 kw. A un costo de 1.2000.000 sucres, los trabajos fueron dirigidos por el Ing. Alfredo Hincapié.

El 30 de enero de 1970, se constituye mediante escritura pública la empresa Eléctrica Milagro Compañía Anónima.

El 1 de Noviembre de 1970 la EEMCA inicia sus labores en el edificio ubicado en las calles Pedro Carbo y Juan Montalvo.

## **GENERALIDADES**

La casa de máquinas se construyó en la Av. Quito que en la actualidad es la Central Térmica. Se montó dos grupos generadores marca Niigata de 1500 kw. Cada uno. El capital inicial fue de 20.000.000 de sucres; 14.000.000 de sucres en activos y bienes de la Empresa Municipal y 6.000.0000 de sucres como aporte de INECEL.

La Empresa Eléctrica Milagro mantiene la Central Térmica de generación integrada por ocho equipos, dos marcas Niigata y seis de la General Motors. La potencia nominal asciende a 22.500 kva. y la potencia efectiva a 9.600 kva.

Se encuentra en estado operativo los grupos 6 y 8 con una potencia efectiva de 4.000 kva. Lo que representa el 18% de la potencia nominal total, es decir que la empresa está en capacidad de generar con sus propios grupos cuando no exista energía eléctrica en el Sistema Nacional Interconectado.

Sin embargo, el costo de esta generación es muy superior al valor de kilovatio adquirido al Sistema Nacional.

En la actualidad la EEMCA cuenta con 252 trabajadores y empleados, mantiene 10 agencias de recaudaciones y su área de concepción abarca 6 provincias. Se han modernizado las oficinas administrativas, computarizado algunos servicios y se ha dotado de suficiente vehículos para el mantenimiento, reparación y acometidas.

Al llegar a sus treinta años la EEMCA continúa con energía, contribuyendo al servicio de la región agrícola más productiva del país.

## **CAPITULO II**

# **TIPOS Y CARACTERISTICAS DE LOS TRANSFORMADORES QUE UTILIZA LA EMPRESA ELECTRICA DE MILAGRO**

### **INTRODUCCIÓN**

La Empresa Eléctrica de Milagro (EEMCA) dentro de su área de concesión presta los servicios de energía eléctrica a la ciudad de Milagro, la cual representa la mayor parte del consumo de energía de está.

De acuerdo a un listado proporcionado por el departamento de facturación y clientes para el mes de noviembre de 1.999, la empresa eléctrica tiene en su área de concesión 81,462 abonados de los cuales la mayor cantidad de abonados se encuentran en la ciudad de Milagro. En la tabla I se presenta la distribución de abonados en el área de concesión de la empresa y el consumo total para dicho mes.

<b>TABLA I : DISTRIBUCIÓN DE ABONADOS Y ENERGÍA EN EL ÁREA DE CONCESIÓN</b>				
<b>POBLACIÓN</b>	<b>ABONADOS</b>		<b>FACTURACION TOTAL DE ENERGIA</b>	
	<b>CANTIDAD</b>	<b>%</b>	<b>KWH</b>	<b>%</b>
MILAGRO	38,503	47.26	3,724,170	46.07
LA TRONCAL	9,370	11.50	904,750	11.19
EL TRIUNFO	6,841	8.40	649,543	8.04
NARANJAL	7,792	9.57	856,469	10.60
NARANJITO	8,040	9.87	737,807	9.13
BUCAY	2,812	3.45	275,568	3.41
M. MARIDUEÑA	1,971	2.42	272,213	3.37
S. BOLIVAR	2,816	3.46	316,851	3.92
YAGUACHI	3,317	4.07	345,864	4.28
<b>TOTAL</b>	<b>81,462</b>	<b>100</b>	<b>8,083,235</b>	<b>100</b>

Fuente Tesis "Identificación y control de pérdidas de energía en el Sistema de Distribución Secundaria"

El sistema de distribución secundaria, está alimentado por los transformadores de distribución monofásicos y el voltaje en los circuitos secundarios es de 120/240 V para dar servicio a los abonados.

Esta es una de las características de los transformadores los cuales en la mayoría de los casos solo utilizan 120 V que es un consumo normal para las familias y las personas que utilizan energía con 240 son aquellas como las soldadoras, industrias, empresas que trabajan con maquinaria eléctrica, y demás sectores de la producción de la Ciudad de Milagro.

La cantidad total de abonados por tipo de tarifa que la empresa eléctrica tiene en la ciudad de Milagro al mes de Noviembre de 1,999, se muestra en la tabla II.

**TABLA II : TOTAL DE ABONADOS DE LA CIUDAD DE MILAGRO**

TARIFA	ABONADOS	
	CANTIDAD	%
Residencial	22,490	84.88
Comercial	3,799	14.33
Entidades Oficiales	28	0.106
Industriales Artesanales	67	0.253
BA	1	0.004
Asistencia Social	7	0.026
BP	95	0.359
Alumbrado Público	4	0.015
AC	6	0.023
<b>TOTAL</b>	<b>26,497</b>	<b>100</b>

Fuente Tesis "Identificación y control de pérdidas de energía en el Sistema de Distribución Secundaria"

Las empresas eléctricas son las encargadas de dar servicio eléctrico a sus clientes y lo deben hacer de tal forma que tanto ellas como sus clientes queden satisfechos, tal servicio se lo realiza a través de los sistemas de distribución secundaria los mismos que están constituidos por:

Transformador;

Circuito o red secundaria;

Alumbrado público;

Acometidas; y,

Medidores.

Normalmente los sistemas secundarios están compuestos en su totalidad por líneas aéreas por las cuales circulan las corrientes necesarias para suplir la demanda de potencia.

En la ciudad de Milagro hay 658 transformadores monofásicos que alimentan a los sistemas de distribución secundaria, los mismos que se encuentran distribuidos según se lo indica en la tabla III.

**TABLA III : TRANSFORMADORES DE RED SECUNDARIA**

KVA	CANTIDAD		TOTAL
	COMERCIAL	RESIDENCIA L	
5		18	18
10		61	61
15		84	84
25	5	170	175
37.5	2	149	151
50	28	139	167
75	2		2
<b>TOTAL</b>	<b>37</b>	<b>621</b>	<b>658</b>

Fuente Tesis "Identificación y control de pérdidas de energía en el Sistema de Distribución Secundaria"

De la tabla se tiene que existen 37 transformadores de distribución que alimentan a los circuitos secundarios comerciales, mientras que existen 621 transformadores de distribución que alimentan a los circuitos secundarios residenciales, en los cuales los transformadores de 5 KVA y 10 KVA se combinan con los transformadores de capacidad superior para obtener

mayor capacidad, alimentando así a 542 circuitos secundarios residenciales dato obtenido de la EEMCA.

Las características técnicas de los transformadores de distribución que se utilizan preferentemente en la EEMCA se presentan en la tabla IV.

**TABLA IV : CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DE LOS TRANSFORMADORES.**

KVA	FASES	REL/TRANSF.	Po (KW)	Pcu (KW)
3	1	7620/120-240	0.015	0.045
5	1	7620/120-240	0.03	0.098
10	1	7620/120-240	0.058	0.199
15	1	7620/120-240	0.075	0.272
25	1	7620/120-240	0.091	0.412
37.5	1	7620/120-240	0.129	0.609
50	1	7620/120-240	0.133	0.656
75	1	7620/120-240	0.310	0.915

Fuente Tesis "Identificación y control de pérdidas de energía en el Sistema de Distribución Secundaria"

### Información técnica.

La información técnica que se presenta en la Tabla IV del sistema de distribución secundaria corresponde a la de los transformadores: La capacidad que se puede medir en KVA, pérdidas de cobre nominal y de vacío la misma que son factores que detallaremos a continuación:

### **Información de la carga.**

La información que se requiere acerca de la carga en estudio y su comportamiento se la obtiene de la curva de carga, ya sea de alimentadores o transformador de distribución, a fin de obtener los factores tales como: factor de utilización, factor de pérdidas, factor de carga y factor de potencia; estos factores son indispensables determinarlos puesto que son utilizados en el cálculo de las pérdidas técnicas las mismas que determinaran la productividad real de los transformadores. A continuación procederemos a explicar la forma como se calculan tales factores.

### **Factor de utilización.**

Los transformadores de distribución en realidad no trabajan a su capacidad nominal, puesto que todos los usuarios no tienen las mismas costumbres. Para determinar que porcentaje de la capacidad se ha usado en el caso de máxima demanda se emplea el factor de utilización.

El factor de utilización ( $F_u$ ) en un transformador es la relación entre la demanda pico del transformador y la potencia nominal del mismo. El factor de utilización se determina con la siguiente expresión:

$$F_u = \frac{\text{Demanda pico del transformador}}{\text{Potencia nominal del transformador}} = \frac{\text{Corriente pico}}{\text{Corriente nominal}}$$

Se asume para el cálculo del factor de utilización el voltaje nominal como voltaje de operación.

En caso de que no se puedan realizar mediciones en los transformadores se puede utilizar el factor de utilización de cada alimentador para calcular las pérdidas de potencia, en este caso la empresa distribuidora del servicio eléctrico debe de disponer de un registro acerca las demandas diarias de cada alimentador así como de un registro detallado sobre la cantidad de transformadores instalados tanto propios como privados en cada alimentador; y en base a dicha información obtener la capacidad promedio de transformador utilizado.

De los datos de demanda pico de cada alimentador primario así como de la capacidad instalada de

transformadores, se obtiene el factor de utilización global equivalente de transformadores de distribución. Se entiende que todos los transformadores del alimentador al que pertenecen tienen el mismo factor de utilización, este factor considera tanto los que alimentan a los circuitos secundarios como los de uso privado.

El factor de utilización para el alimentador se determina de la siguiente manera:

$$F_u = \frac{\text{Demanda máxima del alimentador}}{\text{Capacidad total instalada en el alimentador}}$$

### **Factor de carga**

El factor de carga es la relación entre la carga promedio y la carga pico. Este factor se determina usando la siguiente expresión:

$$f_c = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{Rl(t)}{Rl_{\max}} dt = \frac{D_{\text{prom}}}{D_{\text{max}}}$$

### **Factor de pérdidas.**

El factor de pérdidas es la relación entre las pérdidas promedio y las pérdidas máximas durante el periodo de tiempo considerado. El factor de pérdidas se determina con la siguiente expresión:

$$F_p = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{R I^2(t)}{R I_{\max}^2} dt$$

Otra forma para el cálculo del factor de pérdidas es:

$$F_p = C \times (\text{Factor de carga}) + (1 - C) \times (\text{Factor de carga})^2$$

Donde C es una constante que depende del sistema que para el caso de la EEMCA es 0.15

### **Factor de potencia**

El factor de potencia es el término usado para describir la relación entre potencia activa y potencia aparente consumida es decir:

$$f_p = \cos \Phi = \frac{KW}{KVA}$$

## **2.1 TRANSFORMADOR ELÉCTRICO MONOFÁSICO**

### **DEFINICIÓN**

El transformador eléctrico es una máquina estática, el mismo que por medio de inducción electromagnética transfiere energía eléctrica de uno a más circuitos (primario) hacia otro y otros circuitos (secundario, terciario), manteniendo la misma frecuencia pero, generalmente, con tensiones e intensidades de corrientes diferentes.

### **HISTORIA DE LOS TRANSFORMADORES**

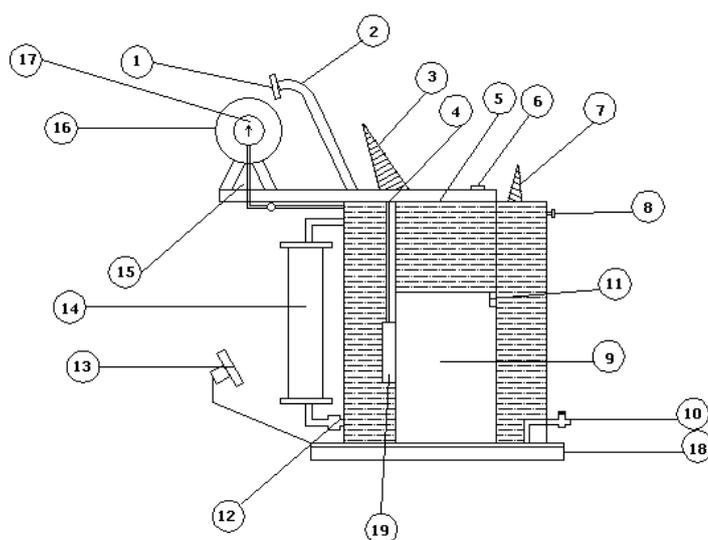
En el año de 1882 Goulard y Gibbs construyeron, en forma comercial, el primer transformador de corriente alterna, marcando en la historia de la humanidad uno de los pasos más firmes en su desarrollo, que permitió llevar a los rincones más apartados de los países, los beneficios de la electricidad en forma de iluminación para los hogares y fuerza para mover las máquinas que liberaron los esfuerzos de hombres y bestias. La transmisión y distribución de energía eléctrica encontró su base en el transformador y hoy en día se le considera como el corazón de la industria moderna, pues gracias a su empleo, muchos millones de caballos de energía eléctrica son aprovechados debido a la facilidad de transformar y transmitir el fluido misterioso de la electricidad por medio de los transformadores a grandes distancias,

y con un costo de instalación muy bajo, lo que no sucedería en el caso de disponer solamente de corriente continua.

Es a Michael Faraday a quien se debe la construcción del primer transformador elemental, en forma de una bobina llamada inducción, la cual tenía la forma de un anillo y se encontraba dispuesta en un aro de hierro, siendo alimentada por una corriente continua que era interrumpida periódicamente.

Más tarde, se empleó esta misma bobina en los circuitos telefónicos para elevar el voltaje pulsante, siendo en la actualidad el principio en que se basan los diseños de los transformadores modernos.

### ILUSTRACIÓN I: PARTES DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO



**En el Grafico I están enumeradas las Partes del Transformador**

- 1.- Diagrama de alivio
- 2.- Tubo de descarga
- 3.- Bushing de alta Tensión
- 4.- Manivela de control del conmutador
- 5.- Tapa de revisión y apertura
- 6.- Relé detector de gas
- 7.- Bushing de baja tensión
- 8.- Termómetro
- 9.- Núcleo y bobinas del transformador
- 10.- Válvula de drenaje del aceite
- 11.- Conmutador de derivación
- 12.- Bomba de Aceite
- 13.- Ventilador
- 14.- Radiador
- 15.- Respirador
- 16.- Tanque conservador del nivel de aceite
- 17.- Indicador del nivel de aceite
- 18.- Placa terminal
- 19.- Fosa

## **CAPITULO III**

# **MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA REPOSICIÓN ÓPTIMA DE EQUIPOS**

### **INTRODUCCIÓN**

Un modelo matemático es una representación simplificada de una realidad o de un sistema, es decir los modelos matemáticos sirven para dirigir la evolución del sistema y además para indicar el conjunto de parámetros controlables del sistema.

Es conveniente definir la relación entre el modelador que es el encargado de la especificación y desarrollo del modelo; y el experto sobre la realidad o conocedor del problema real. La mayoría de las veces, el desarrollo de un modelo matemático puede involucrar a un equipo multidisciplinar compuesto por matemáticos, estadísticos, ingenieros, economistas, psicólogos, etc. que aportan diferentes perspectivas y conocimiento en la representación de la realidad. Un modelo matemático es en definitiva, una herramienta de ayuda a la toma de decisiones.

### **3.1 LA PROBLEMÁTICA DEL MANTENIMIENTO Y RENOVACIÓN DE LA MAQUINARIA**

Específicamente las políticas de producción se hallan en estrecha relación con las políticas de mantenimiento. Adoptar una política de mantenimiento es el principio de la gestión de mantenimiento en una empresa. Una buena base de partida es definir que es el mantenimiento, con el concepto que se deriva de su definición podemos empezar a desarrollar la política de mantenimiento que más se adapte a los trabajos que se desarrollan.

Una primera definición de mantenimiento puede ser " Conjunto de operaciones que permiten mantener o restablecer un equipo en un estado específico y asegurar un servicio determinado todo ello a un coste global optimo"

Ahora bien cualquier análisis relativo a un programa de mantenimiento y de renovación o sustitución de una máquina por otra más competitiva implica la consideración de multitud de factores, y sobre todo, de una fuerte incertidumbre con respecto a la vida productiva de la máquina, de posible obsolescencia técnica, averías, siniestro total, etc. Es por ello que la evaluación económica de la maquinaria resulta extremadamente difícil y los modelos matemáticos que sirven para establecer políticas adecuadas han de entrar en el campo no determinista, es decir no permite la formulación de una regla para determinar el resultado preciso o aproximado del sistema.

Generalmente, las máquinas que integran un sistema ven decrecer su eficiencia a medida que aumenta su edad, hasta alcanzar una cota, cuando se convierten en productivamente obsoletas. En consecuencia hay dos factores que se contraponen:

El primero es el aumento de edad, con el correspondiente descenso de eficiencia, y el segundo que es el incremento de eficiencia y, el último extremo, también de vida útil a través de una política de mantenimiento.

Por lo tanto, la gestión del equipo puede influir sobre la “velocidad” a la que la máquina determinada se convierte en obsoleta. Dicho de otro modo, esta velocidad es una variable controlable dentro de ciertos límites.

No obstante, la máquina aún estando lejos de su obsolescencia productiva puede convertirse en no utilizable a causa del fenómeno de la obsolescencia técnica, que al producirse enfrenta la máquina a otras más competitivas, dando lugar a unos costes de oportunidad acumulativos. En general, este fenómeno no es controlable, tiene el carácter de variable exógena es decir que cuya evolución es independiente del sistema, pero es evidente que ha de influir también en las decisiones de mantenimiento y o renovación.

La consideración simultánea de los tipos de obsolescencia mencionados conlleva la determinación cuantificada de un conjunto de factores decisivos

para la elaboración de políticas, cuales son, fundamentalmente podemos mencionar algunas:

- Los beneficios futuros derivados de la utilización de la máquina;
- Los costes de mantenimiento y reparación de averías;
- Los costes de oportunidad derivados de la decisión de no comprar una nueva máquina tecnológicamente más perfeccionada y económicamente mejor.
- Los costes de oportunidad, si proceden derivados de no utilizar la máquina en otros procesos productivos
- Procesos probabilísticos que describan la aparición de averías en el tiempo;
- Funciones que describan la capacidad productiva de la máquina en relación con su edad.

De ahí surge un abanico de cuestiones básicas de planeamiento o las que total o parcialmente deberán ayudar a responder los modelos utilizados.

Estas cuestiones son:

- 1) Conocida la vida de una máquina en términos probabilísticos es decir conociendo la función de probabilidad de falla y también sus corrientes de gastos e ingresos conviene la adquisición de la máquina.

- 2) Conocidos el costo de la máquina, sus funciones de eficiencia, deterioro y mantenimiento y la evolución de su valor residual en función del tiempo, ¿Cuál es la política óptima de mantenimiento?
- 3) Dado un conjunto de máquina de distintas características operativas pero funciones esencialmente idénticas ¿conviene reemplazar la máquina que tenemos por otra del conjunto?, y si es así ¿por cual?
- 4) Cuando una máquina alcanza el nivel de obsolescencia productiva ¿hay algún proceso productivo alternativo que pueda ser preferible?, y si es así ¿cuál es el mejor?

### **3.2 EVOLUCIÓN DEL ESTUDIO RELATIVO A LAS POLÍTICAS DE MANTENIMIENTO Y RENOVACIÓN**

Según consta en el libro de Teoría del Control Optimo el primer análisis sobre la política óptima de reemplazamiento se encuentra en un artículo de Taylor del año 1923 en el que se determina la vida útil de una máquina bajo el criterio de minimización del coste unitario de producción. Poco después, Hotelling, en su clásico e importante trabajo sobre la teoría de la

depreciación, cambio este criterio por el de optimización el valor actual de los beneficios netos producidos por la máquina, debiendo para ello terminar  $T$  a fin de maximizar mediante el cálculo variacional.

Donde el calculo variacional es la maximización de funcionales.

Entonces cualquier regla que permita hacer corresponder a cada función de un conjunto  $X$  de funciones, un valor numérico  $v$  perteneciente a un conjunto  $V$  recibe el nombre de funcional. Por tanto, siendo  $\bar{x} \in X$  y  $v \in V$  tendremos:

$$\begin{aligned} F : X &\rightarrow V \\ x &\rightarrow v = F(\bar{x}) \end{aligned}$$

Donde  $F$  simboliza el funcional. Entonces un funcional es un tipo de función cuyo dominio es un conjunto de funciones.

Ahora si podemos definir  $F$  del problema como el siguiente funcional:

$$F = F(T) = \int_0^T R(t) \cdot e^{-\int_0^t \rho(\tau) d\tau} \cdot dt + S(T) \cdot e^{-\int_0^T \rho(\tau) d\tau}$$

Donde  $F$  es un funcional que es una particularización del problema de Lagrange donde el funcional contiene el factor de actualización  $e^{-\int_0^t \rho(\tau) d\tau}$ , en efecto este es un factor de descuento.

Entonces el problema fundamental del cálculo de variaciones se plantea del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \text{OPT. } F = F[\bar{x}(t)] &= \int_0^T f(t, \bar{x}, \dot{\bar{x}}) \cdot dt \\ \text{sujeto a : } \bar{x}(t_0) &= \bar{x}_0 \\ \bar{x}(T) &= \bar{x}_T \end{aligned}$$

a las igualdades  $\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0$  y  $\bar{x}(T) = \bar{x}_T$  se las denomina condiciones de contorno del problema.

Es decir, se trata de hallar un función admisible, la extremal óptima función  $\bar{x}^*(t)$ , que haga máximo o mínimo el funcional estando obligada, dicha función a satisfacer las condiciones de contorno establecidas.

Cuando los cuatro parámetros  $\bar{x}_0, \bar{x}_T, t_0, T$  son valores numéricos podemos decir que estamos con un problema de fronteras fijas; caso contrario un con problema con fronteras móviles si alguno de los mencionados parámetros es variable.

Entonces a este problema se le denomina Problema de Lagrange e históricamente fue el primero que se estudio.

Ahora si podemos hablar de  $F$  donde  $T$  es la vida útil;  $R(t)$ , los ingresos netos en  $t$ ;  $S(T)$ , el valor residual de la máquina en  $T$ , y el exponencial del factor de actualización.

$F$  es un funcional que representa a los ingresos netos con su factor de actualización con respecto al tiempo más su valor residual multiplicado por su factor de actualización.

Entonces la integral definida nos es más que un caso extendido del Problema de Lagrange como después de unos años se amplió el problema estudiando no una sola máquina sino el de la cadena de máquinas que forman los sucesivos reemplazamientos de aquella.

El funcional que de este modo debe maximizarse es:

$$F = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\int_0^T \rho(\tau) d\tau} \cdot \left[ \int_0^{\infty} R(t) \cdot e^{-\int_0^t \rho(\tau) d\tau} \cdot dt + S(T) \cdot e^{-\int_0^T \rho(\tau) d\tau} \right] C$$

En este caso F es el funcional que representa el sistema de varias máquinas con sus correspondientes factores de actualización.

Donde C es el coste de reposición de cada máquina.

### 3.3 EL MODELO MAPI O DE TERBORGH

Se trata de un modelo continuo en el que interviene la capacidad productiva de la maquinas en un tiempo t, tasa de gastos de mantenimiento en un tiempo t, función de ingresos netos. Donde el objetivo de este modelo es el determinar una política de mantenimiento la cual estará dada en función de su capacidad productiva y eficiencia de las máquinas que componen un sistema.

#### HIPOTESIS

Las hipótesis que tienen que cumplir las maquinarias para aplicarse este modelos son las siguientes:

##### 1. Modelo Continuo

Es continuo porque se trabaja con respecto al tiempo.

2. La capacidad productiva de una máquina (cada una de las de la cadena secuencial de máquinas) se puede medir en unidades monetarias.

Es fácil determinar que esta hipótesis se cumpla por cuanto las capacidades productivas de las máquinas se pueden medir en unidades monetarias.

3. La tasa de cambio de la capacidad productiva de la máquina depende de la diferencia entre la tasa de gastos de mantenimiento y un término que representa la reducción de capacidad si no existieran gastos de mantenimiento.

En esa hipótesis indica que la producción de las máquinas dependen del mantenimiento que se le aplique a estas y si no existieran estos gastos, se debe asignar una constante que representativa.

4. La función de ingresos netos es cóncava y creciente.

Esta es una propiedad financiera que es aplicable con la máquina que cumplen un ciclo de vida.

5. El valor residual de la máquina es función únicamente de su capacidad productiva.

6. La función valor residual es cóncava y creciente.

Esta es una propiedad financiera que es aplicable con la máquina que cumplen un ciclo de vida.

7. Los gastos de mantenimiento en cada instante no pueden exceder de un cierto valor preestablecido y constante.

8. No existe cambio tecnológico.

El cambio tecnológico es fundamental para la aplicación de este modelo, no se puede aplicar con las computadoras porque el cambio tecnológico se da en intervalos de tiempo muy pequeños.

9. La tasa de descuento es constante

Las maquinas poseen una tasa de descuento que en su gran mayoría es constante y se da cada año un porcentaje de descuento.

10. Existe estabilidad monetaria

Dentro de las hipótesis que se tienen que cumplir esta se aplica actualmente en el país porque existe estabilidad monetaria con la Dolarización.

11. Se desea maximizar el valor actual de los beneficios netos.

12. Se cumplen todas cuantas hipótesis adicionales requiera la aplicación del principio continuo del máximo.

## **VARIABLES DEL MODELO Y SU NOTACIÓN**

Las variables del modelo son las siguientes con su respectiva notación:

$x(t)$  = Capacidad productiva de la máquina en  $t$

Esta es una variable que representa lo que produce las maquinarias en un tiempo  $t$ .

$g(t)$  = La tasa de gastos de mantenimiento en  $t$

La tasa de gastos es un variable que se la puede obtener como consecuencia de encontrar información de los gastos de manteniendo de la maquinaria a tratar, es decir con un ajuste de estos datos se puede determinar esta función con respecto al tiempo.

$R[x(t)]$  = Función de ingresos netos

Esta función se la obtiene de la capacidad productiva de los de la maquinaria multiplicada por el costo de lo que produce esta maquinaria.

$S[g(t)]$  = Función valor residual de la máquina.

Esta función se la determina en base a la función de la tasa de mantenimiento en el tiempo.

Esta es una función variable porque depende la tasa de mantenimiento  $g(t)$ .

$\alpha$  = Constante que refleja el crecimiento de la tasa de cambio en la capacidad productiva de la máquina si no existieran gastos de mantenimiento.

$I$  = Costes de la nueva máquina

Este coste se lo determina con el hecho de que se requiera adquirir un nuevo equipo para reemplazar después de haber cumplido con su ciclo de vida.

$r$  = Tasa constante de descuento.

Conocido en nuestro medio como el porcentaje de depreciación de la máquina es decir la tasa que se va aplicar para devaluar la maquinaria después de haber cumplido con un año de funcionamiento.

$G$  = Cota superior de gastos de mantenimiento.

Esta es determinada después de conocer todos los valores que se poseen de los gastos de mantenimientos y se escoge el máximo valor que tengan estos.

### **RELACIONES ENTRE LAS VARIABLES DEL MODELO**

Una variable de estado es la que esta representada con ecuaciones que rigen un sistema. Y la variable de control son aquellas que pueden depender de las condiciones del sistema. Entonces representamos la siguiente ecuación dinámica. Como resulta evidente, la variable de estado es  $x(t)$  y la de control  $g(t)$ .

$$\dot{x}(t) + \alpha \cdot x(t) = g(t)$$

Esta ecuación dinámica representa a la función de la tasa de mantenimiento en el tiempo en función de la variación de la capacidad productiva más la capacidad productiva afectada por la constante que representa la variación del incremento de la capacidad productiva si no existieran gastos de mantenimiento.

con la condición de contorno  $x(0) = x_0$

La restricción que define el conjunto de controles admisibles es:

$$0 \leq g(t) \leq G$$

La restricción esta definida de valores desde 0 hasta G donde G es la cota superior de mantenimiento, entonces podemos decir que la función de gastos de mantenimiento con respecto a t tiene que cumplir este intervalo.

El funcional a optimizar se obtendrá restando a la suma de ingresos netos y del valor residual el coste de reposición I:

$$\int_0^T (R [x(t)] - g(t)) \cdot e^{-r \cdot t} \cdot dt + S [x(T)] \cdot e^{-r \cdot T}$$

Ahora bien aunque la función g(t) esté en principio definida entre 0 y  $e^{\infty}$ , se comprueba fácilmente que resulta suficiente considerar un control periódico de periodicidad T; porque con ello, el funcional que deberá maximizarse será:

$$F = \frac{1}{1 - e^{-r \cdot T}} \int_0^T e^{-r \cdot t} \cdot (R [x(t)] - g(t)) \cdot dt + S[x(T)] \cdot e^{-r \cdot T}$$

Donde T habrá de calcularse.

### FORMULACIÓN DEL MODELO

$$\text{MAX } F = \frac{1}{1-e^{-rT}} \int_0^T e^{-r \cdot t} \cdot (R[x(t)] - g(t)) \cdot dt + S[x(T)] \cdot e^{-rT}$$

Sujeto a:

$$\dot{x} + \alpha x = g$$

$$x(0) = x_0$$

$$0 \leq g(t) \leq G$$

### SOLUCIÓN ANÁLITICA

Por ser  $I$  una constante, si operamos primeramente suponiendo que  $T = T_0$  esta fijado, bastará maximizar el funcional de acuerdo con las condiciones del problema de Lagrange.

$$F = \int_0^{T_0} e^{-r \cdot t} [R(x) - g(t)] \cdot dt + S[x(t)] \cdot e^{-rT_0}$$



1 alternativamente. Puede ser realizado, por ejemplo, mediante un conmutador eléctrico que solamente admite dos posiciones. Un control de conmutación se llama también política bang-bang. El principio de bang-bang afirma que cualquier efecto realizable mediante un control medible puede ser realizado también mediante uno de conmutación en el mismo tiempo. Por tanto, si existe un control de tiempo óptimo, existe un control de conmutación óptimo. Y también, si un control de conmutación es de tiempo óptimo con respecto a los otros controles de conmutación, entonces es óptimo.

La política bang-bang es de gran importancia práctica, pues un control de conmutación es mucho más sencillo de realizar efectivamente que un control de cambio continuo.

$$R(x) = k_1 \cdot x \qquad S(x) = k_2 \cdot x \qquad k_1, k_2 = \text{ctes dadas}$$

para el que se demuestra que la política óptima de mantenimiento es:

$$g^*(t) = \begin{cases} G & \text{si } t \in (n \cdot T_0, \theta + n \cdot T_0) \\ 0 & \text{si } t \in (\theta + n \cdot T_0, (n+1) \cdot T_0) \end{cases}$$

donde

$$n \geq 0 \text{ y } T^* = \theta = T_0 - \tau, \text{ con } \tau \in [0, T_0], \tau = \text{cte.}$$

Donde  $n$  es un valor mayor o igual a cero,  $T^*$  es un tiempo optimo que igual a  $\theta$  que este valor es igual a  $T_0 - \tau$ , entonces llegamos a los resultados en el siguiente capítulo veremos la aplicación de este modelo y el análisis de los resultados en la aplicación de los mismos en la Empresa Eléctrica de Milagro.

### **3.4 EL MODELO DE THOMPSON**

Se trata de un modelo también continuo en el que interviene la capacidad productiva de la maquinas en un tiempo  $t$ , tasa de gastos de mantenimiento en un tiempo  $t$ , función de ingresos netos. Donde el objetivo de este modelo es el determinar una política de mantenimiento la cual estará dada en función de su valor residual de la maquina en el tiempo, función de obsolescencia, función de ingresos brutos, tasa de producción en el tiempo, y la tasa constante de descuento.

#### **HIPOTESIS**

##### 1. Modelo Continuo

Es un modelo continuo porque trabaja con relación al tiempo.

##### 2. La capacidad productiva de la máquina se puede medir en unidades monetarias.

Es fácil determinar que esta hipótesis se cumpla por cuanto las capacidades productivas de las máquinas se pueden medir en unidades monetarias.

3. La tasa de cambio de cambio del valor residual depende de la tasa de obsolescencia y del producto de la tasa de mantenimiento.

En esta hipótesis las máquinas miden su tasa de cambio con respecto a su función de obsolescencia y de su tasa de mantenimiento.

4. La tasa de obsolescencia es no decreciente.

A medida que pasa el tiempo la tasa de obsolescencia es no decreciente por propiedades financieras.

5. La tasa de mantenimiento efectivo es no creciente.

Se puede garantizar que la tasa de mantenimiento es no creciente como consecuencia de la estabilidad monetaria.

6. La función valor residual es no creciente.

Para la aplicación de este modelos se puede considerar que las máquinas puedan tener un valor residual no creciente.

7. Se considera una sola máquina.

Se puede aplicar a un sola máquina y generalizar para una cadena de máquinas.

8. La tasa de producción de la máquina de la máquina es constante.

La producción de las máquinas pueden ser constantes para intervalos de tiempo, por ello si es aplicable esta hipótesis.

9. La tasa de descuento es constante

La tasa de descuento en este caso es el valor de depreciación de la máquina en un año, y este valor es fijo, es decir constante.

10. La capacidad productiva se mide a través del valor residual.

Se puede considerar que la capacidad productiva de la máquina se puede medir de acuerdo al valor residual y este a su vez de la producción de la máquina.

11. Los gastos de mantenimiento no pueden exceder de un cierto valor constante prefijado.

Este valor se lo establece después de haber obtenido la cota superior de gastos de mantenimiento.

12. La tasa de beneficio por unidad monetaria de valor residual es independiente de éste.

13. Se desea maximizar el valor actual de los beneficios netos.

14. Se cumplen todas cuantas hipótesis adicionales requiere la aplicación del principio continuo del máximo.

### **VARIBLES DEL MODELO Y SU NOTACIÓN**

$T$  = Fecha de venta de la máquina ( que debe determinarse)

Esta es una variable..

$S(t)$  = Valor residual de la máquina en  $t$

$m(t)$	=	Política de mantenimiento preventivo.
$f(t)$	=	Función de eficacia del mantenimiento
$d(t)$	=	Función de obsolescencia
$Q(t)$	=	Función de ingresos brutos
$P$	=	tasa de producción en $t$
$r$	=	tasa constante de descuento
$M$	=	cota superior de los gastos de mantenimiento

### RELACIONES ENTRE LAS VARIABLES DEL MODELO

Podemos considerar el flujo de ingresos y el valor residual como las variables de estado mientras que los costes de mantenimiento constituyen las variables de control.

$$Q(t) = p \cdot S(t) - m(t)$$

Esta ecuación trata de indicar que la función de ingresos brutos depende de la diferencia entre la tasa de producción multiplicada por el valor residual de la máquina en el tiempo y la política de mantenimiento preventivo.

$$\dot{S}(t) = -d(t) + f(t) \cdot m(t)$$

Esta ecuación indica que la diferencial del valor residual es igual a la diferencia entre la función de eficiencia del mantenimiento multiplicada por la política de mantenimiento preventiva y la función de obsolescencia.

$S(0) = S_0 =$  precio de coste de la máquina.

Esta ecuación indica que cuando la máquina recién empieza a trabajar su valor residual es igual al coste de la maquina en ese instante.

La variable de control ha de pertenecer al conjunto,

$$m(t) \in [0, M]$$

El funcional adoptará la forma

$$F = S(T) \cdot e^{-\tau \cdot T} + \int_0^T e^{-\tau \cdot t} [p \cdot S(t) - m(t)] \cdot dt$$

### FORMULACIÓN DEL MODELO

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{MAX, } F = S(T) \cdot e^{-\tau \cdot T} + \int_0^T e^{-\tau \cdot t} [p \cdot S(t) - m(t)] \cdot dt \\ \text{sujeto a: } S = -d + f \cdot m \\ S(0) = S_0 \\ 0 \leq m(t) \leq M \end{array} \right.$$

### SOLUCIÓN ANÁLITICA

Para la resolución de consideremos un tiempo final prefijado,  $T_0$ , y transformemos el funcional del siguiente modo:

$$F = S(0) \cdot e^{-\tau \cdot 0} + \int_0^T e^{-\tau \cdot t} \cdot [(p \cdot S - m) + S - r \cdot S] \cdot dt \Rightarrow$$

$$F = S_0 + \int_0^{T_0} e^{-\tau t} \cdot [(p - r) \cdot S + S - m] \cdot dt$$

A partir de aquí, se demuestra que la política de mantenimiento óptimo del tipo bang-bang, es decir, para el  $T_0$  dado existe un  $\tau \in [0, T_0]$  tal que se aplica el gasto de mantenimiento máximo hasta  $\tau$  para luego cesar los gastos de esta naturaleza. Se demuestra asimismo que

$$\tau = \text{MIN} . [ \text{MAX} . (0, \mu) ]$$

donde  $\mu$  es solución de la ecuación

$$f(t) = \frac{\tau}{p - (p - r) \cdot e^{-r(T_0 - t)}}$$

Para la obtención de la vida óptima, Thompson utiliza el control óptimo:

$$u^*(t) = u^*(t, T_0)$$

y diferencia con respecto a  $T_0$  e iguala a cero.

Supongamos ahora que en lugar de una única máquina hubiera una cadena de máquinas adquiridas secuencialmente, la primera de  $t_0$  y sustituida en  $t_1$  y así sucesivamente, y que cada máquina tuviera como precio de coste  $S_{oi}$ , asociándosele una tasa de descuento  $r_i$  para el

intervalo  $(t_{i-1}, t_i)$ . El problema consistirá en la obtención del conjunto de políticas de mantenimiento  $m(t)$  que maximizará los beneficios netos descontados, y su formalización sería

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{MAX. } F = \int_{t_0=0}^{t^*=T} e^{-r_i \cdot t} \cdot k_i(t, t_i) \cdot \left( \sum_1^{n+1} [Q_i + \dot{S}_i - r_i \cdot S] \cdot dt \right) \\ \text{sujeto a : } \dot{S}_i = [d_i(t - t_{i-1}) + f_i(t - t_{i-1}) \cdot m_i(t - t_{i-1}) \cdot k_i(t - t_i)] \\ m_i(t - t_{i-1}) \in [0, M_i] \\ Q_i = p_i \cdot S_i - m_i(t - t_{i-1}) \end{array} \right.$$

donde  $k_i(t, t_i)$  es una variable definida por

$$k_i(t, t_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [t_{i-1}, t_i[ \\ 0 & \text{si } t \notin [t_{i-1}, t_i[ \end{cases}$$

La resolución, en tal caso, exige el uso de técnicas numéricas de cálculo.

Además de la extensión anterior, el modelo de Thompson ha sido objeto de muchísimas ampliaciones más, la primera por el propio Thompson, en el trabajo que venimos citando, en el que considera tasa variable de producción  $p=p(t)$ .

## CAPITULO IV

## **APLICACIÓN AL CASO DE LA REPOSICIÓN DE LOS TRANSFORMADORES EN LA CIUDAD DE MILAGRO.**

### **4.1 INTRODUCCIÓN**

Los Modelos Matemáticos presentados en el capítulo anterior, de los cuales solo se considerarán los dos primeros debido a los requerimientos de cada uno de estos modelos para aplicarlos en la EMPRESA ELECTRICA DE MILAGRO.

### **4.2 EL MODELO MAPI O DE TERBORGH**

En la determinación de los requerimientos para este modelo se utilizó la Tesis “Identificación y control de pérdidas de energía en el Sistema de Distribución Secundaria”, ya que en esta se evaluó una muestra de los transformadores eléctricos en la ciudad de Milagro.

La ciudad de Milagro tiene 579 circuitos secundarios los mismos que dan servicio a 24,008 abonados masivos de los cuales 22,490 son abonados residenciales, 1,451 son abonados comerciales (sin demanda) y 67 son abonados industriales artesanales. Los abonados industriales artesanales están ubicados dentro de los circuitos comerciales, por lo que se tienen en la ciudad solo circuitos residenciales y circuitos comerciales-industriales siendo estos últimos predominantemente comerciales. Los circuitos residenciales ocupan aproximadamente el 93.67% del total de circuitos secundarios, es

decir se tienen 542 circuitos secundarios tipo residencial; mientras que los circuitos secundarios tipo comercial ocupan el 6.33% del total, es decir se tienen 37 circuitos secundarios tipo comercial.

Los circuitos residenciales se los a clasificado en tres tipos dependiendo del nivel de consumo considerado por la EEMCA, así tenemos circuitos residenciales de bajo consumo (RB), circuitos residenciales de consumo medio (RM) y circuitos residenciales de consumo alto (RA). La incidencia de abonados considerados en cada tipo de circuito se la aplicado al total de circuitos secundarios residenciales para así obtener un estimado de circuitos secundarios por estos tipos de estratos y el resultado de ello se lo presenta en la tabla V.

**TABLA V : DISTRIBUCIÓN DE CIRCUITOS RESIDENCIALES**

NIVEL DE CONSUMO (KWH)	ESTRATO	# ABONADOS	INCIDENCIA %	CIRCUITOS ESTIMADOS
0-100	RB	9,005	40.04	217
101-400	RM	12,833	57.06	309
MAYOR A 400	RA	652	2.9	16
<b>TOTAL</b>		<b>22,490</b>	<b>100</b>	<b>542</b>

Fuente Tesis "Identificación y control de pérdidas de energía en el Sistema de Distribución Secundaria"

Como el universo es de 579 circuitos secundarios se procede aplicar la ecuación de mercado para determinar la muestra, así para un error máximo del 10% (que no es aconsejable) se obtiene una muestra de 85 circuitos secundarios, y para un error del 5% (aceptable) se obtiene una muestra de

231 circuitos secundarios con lo cual se tendría que manejar una información muy voluminosa. Lo recomendable en estos casos es trabajar con el total de metros de la red secundaria y de ella obtener los metros de red que deben ser de muestra y por ende los circuitos secundarios que deben ser de muestra.

La longitud promedio de los circuitos secundarios es 430 mt, con lo que en la ciudad se tendrían 248,970 mt de red secundaria que sería el nuevo universo, para fines de estudio se ha tomado una muestra del 10% que corresponden a 24,897 mt y al aplicar la ecuación de mercado se obtiene un error inferior al 1%, lo cual se lo presenta en la tabla IX.

**TABLA VI : DETERMINACIÓN DE LA MUESTRA**

<b>UNIVERSO (mt)</b>	<b>MUESTRA (mt)</b>	<b>MUESTRA % ERROR</b>
248,970	24,897	0.586

Fuente Tesis "Identificación y control de pérdidas de energía en el Sistema de Distribución Secundaria"

Considerando la longitud promedio del circuito secundario estos 24,897 mt, representan 58 circuitos secundarios, y esta muestra total se la distribuyo entre los circuitos secundarios de los diferentes tipos de estratos que existen en la ciudad, tomando en cuenta la cantidad total de circuitos secundarios y la incidencia de circuitos secundarios en cada estrato, para así determinar cuantos circuitos secundarios de cada tipo de estrato deberían ser de

muestra. En la selección de la muestra se ha realizado una reconstrucción lo más fidedigna posible de la discriminación analítica, la cual es imposible establecer en el terreno.

En la tabla X se presenta esta selección de muestra por cada tipo de estrato.

**TABLA VII : SELECCIÓN DE LOS CIRCUITOS SECUNDARIOS DE MUESTRA**

<b>ESTRATO</b>	<b>TOTAL ABONADOS</b>	<b>C. SECUNDARIOS TOTALES</b>	<b>INCIDENCIA %</b>	<b>DISTRIBUCION SEC. MUESTRA</b>
RB	9,005	217	37.5	22
RM	12,833	309	53.4	30
RA	652	16	2.7	2
COM-I.ART	1,518	37	6.4	4
<b>TOTAL</b>	<b>24,008</b>	<b>579</b>	<b>100</b>	<b>58</b>

Fuente Tesis "Identificación y control de pérdidas de energía en el Sistema de Distribución Secundaria"

Y con esto se obtuvo la medición de los transformadores para medir su capacidad productiva y a su vez los ingresos netos, en la tabla siguiente muestra los resultados de la medición de la cantidad de energía que transfieren los transformadores para los respectivos abonados o circuitos fue medida y esta tabla también especifica la cantidad de pérdida de energía que se producen por algunos factores que se trataron en esta tesis:

**TABLA VIII : VALORES DEL CONSUMO DE ENERGÍA**

KVA	# ABONADOS	CONSUMO (KWH/MES)	LONG. (Mt)	PERDIDA POTENCIA (W)
50	82	9,383.93	412	324.461
25	36	3,949.06	299	40.414
37.5	46	5,782.09	945	173.474
50	77	10,064.6	686	400.731
15	21	2,090.17	249	15.930
15	32	3,200.36	309	39.806
50	79	8,460.82	683	214.557
25	25	3,361.41	686	84.235
50	47	5,369.51	1,335	233.173
37.5	72	6,395.57	1,456	242.499
15	76	6,672.06	1,542	163.695
25	53	5,383.81	382	195.986
37.5	34	4,207.32	256	65.426
50	52	5,641.49	754	130.423
25	61	7,997.27	745	227.002
15	49	3,957.26	437	95.676
25	27	2,905.59	317	35.684
50	33	4,795.1	312	62.868
50	72	9,003.72	556	588.298
25	30	2,710	530	26.177
50	43	4,450.18	428	87.053
37.5	59	6,249.3	650	939.487
15	32	5,395.76	261	237.087
25	33	5,591.81	323	142.708
25	35	6,318.46	304	154.588
37.5	23	3,318.42	240	42.078
50	83	15,004	802	927.205
37.5	42	12,506.3	442	168.851
50	29	5,411.2	350	141.149
50	42	9,472.33	362	252.850
50	53	9,214.55	252	305.085
25	23	3,877.61	69	19.965
37.5	52	8,690.13	329	203.049
50	32	8,750.32	155	199.592
50	61	8,903	502	337.169
50	53	7,513.15	562	368.808
50	21	6,008.34	201	86.408
37.5	45	6,924.33	384	396.610
37.5	65	7,967.59	274	239.226
50	35	6,312.37	183	138.805
25	32	5,510.23	273	84.407
50	88	13,762	432	644.859
37.5	28	4860.84	169	77.420
50	100	13,688.6	528	809.971
50	91	16,712.7	286	2242.979
25	26	4,174.25	357	95.771

25	38	7,828.74	224	346.008
50	105	15,677.5	473	679.383
37.5	44	6,633.5	237	223.654
25	61	8,572.41	527	530.986
37.5	69	9,304.01	442	367.519
37.5	56	9,455.82	309	187.748
50	22	7,625.57	272	390.600
15	9	4,939.98	214	672.813
50	38	9,854	212	398.042
50	94	15,813.5	120	404.854
37.5	18	4,757	78	16.234
50	100	14,079.8	91	96.922

<b>TOTAL</b>	<b>17,018.461</b>
--------------	-------------------

Fuente Tesis "Identificación y control de pérdidas de energía en el Sistema de Distribución Secundaria"

#### 4.2.1 APLICACIÓN

En este modelo se ha tomado en consideración las siguientes hipótesis:

#### HIPOTESIS

Las hipótesis que se tienen que cumplir en este modelo son las siguientes, donde se trata de dar una explicación del uso de estas hipótesis:

##### **Modelo Continuo**

Es un modelo continuo porque se trata de la reposición de transformadores con respecto al tiempo.

**La capacidad productiva de una máquina (cada una de las de la cadena secuencial de máquinas) se puede medir en unidades monetarias.**

Considerando que el transformador eléctrico es una máquina estática, el mismo que por medio de inducción electromagnética transfiere energía eléctrica de uno a más circuitos (primario) hacia

otro y otros circuitos (secundario, terciario) esta transferencia de energía se la puede considerar como lo que produce el transformador y esto a su vez como su capacidad productiva. Si multiplicamos esta producción por el precio del Kwh. podemos obtener la capacidad productiva del transformador en unidades monetarias.

**La tasa de cambio de la capacidad productiva de la máquina depende de la diferencia entre la tasa de gastos de mantenimiento y un término que representa la reducción de capacidad si no existieran gastos de mantenimiento.**

Si no existieran gastos de mantenimiento la capacidad productiva de la maquina disminuiría en el tiempo. La hipótesis anteriormente planteada indica que la variación de la capacidad productiva de la maquina con respecto al tiempo esta en función de la tasa de gastos de mantenimiento y de otro factor que representa la reducción de la capacidad productiva de los transformadores si no se le proporcionara el adecuado mantenimiento.

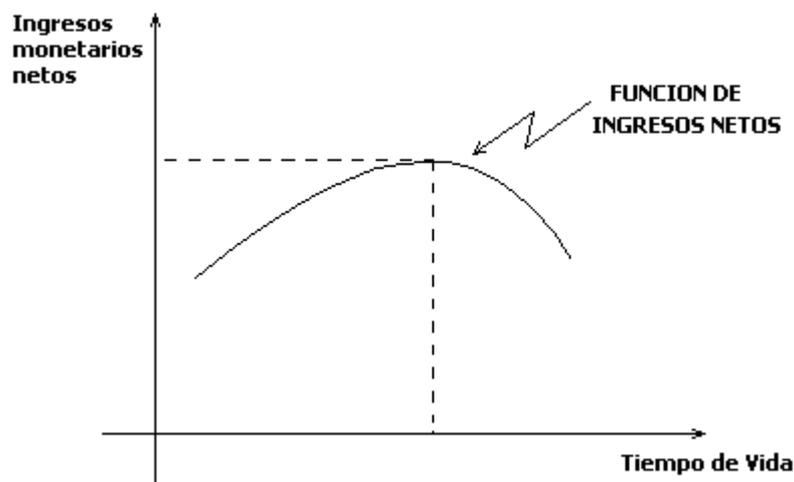
Al no existir gastos de mantenimiento (y por ende mantenimiento) los transformadores bajarían su producción (y su capacidad productiva). Esto haría reducir su eficiencia en términos de su productividad. Por lo tanto la tasa de cambio de la capacidad

productiva si depende de la diferencia planteada y satisface la hipótesis.

**La función de ingresos netos es cóncava y creciente.**

La función de ingresos depende de la capacidad productiva de los transformadores (si los transformadores aumentan su capacidad productiva también aumentan los ingresos en términos monetarios). La función de ingresos netos es cóncava y creciente debido a que los transformadores empiezan con una productividad creciente (la capacidad productiva de un transformador llega a su máximo valor aproximadamente a la mitad de su ciclo de vida útil). Si relacionamos la función de ingresos con la capacidad productiva de los transformadores (cosa que si ocurre en la realidad) notamos que después de la mitad de su ciclo de vida útil la capacidad productiva empieza a disminuir y por lo tanto los ingresos monetarios también disminuyen (ver figura).

**ILUSTRACIÓN II: FUNCIÓN DE INGRESOS NETOS.**



*Gráfica que representa la función de ingresos netos. Nótese que el valor máximo de dicha función ocurre aproximadamente a la mitad del ciclo de vida útil del transformador y como se nota es creciente hasta alcanzar su valor máximo.*

**El valor residual de la máquina es función únicamente de su capacidad productiva.**

Definiremos como valor residual a el valor (en términos monetarios) con el que el transformador queda al finalizar su ciclo de vida o su vida útil. O también como el valor que queda el transformador al final de aplicar las políticas de mantenimiento donde la empresa decide si seguir con el transformador o adquirir uno nuevo.

El valor residual de los transformadores lo determinará la capacidad productiva o las políticas de mantenimiento de la empresa. Si nos ponemos a analizar lo que produce un transformador que le falta 3

años para alcanzar su vida útil y otro que le falta 2 entonces el primero tendrá un valor residual mucho mas alto pues su capacidad productiva es mayor que el segundo debido a que tiene mas tiempo para finalizar su ciclo de vida útil.

Un transformador no necesariamente tiene que cumplir su ciclo de vida útil para llegar a un cierto valor residual sino que puede aplicarse alguna política de mantenimiento donde la empresa decidirá si cambia o continua con el transformador. Por ejemplo, si comparamos dos transformadores uno que le faltan 3 años para cumplir con su ciclo de vida útil y otro que la empresa decidió cambiarlo después de 12 años de funcionamiento (faltándole 13 años para culminar con su ciclo de vida útil), entonces el segundo tendrá un valor residual mucho más alto que el primero. Aun cuando los dos transformadores ya no estén prestando servicio.

**La función valor residual es cóncava y creciente.**

Si relacionamos el valor residual de los transformadores con su capacidad productiva, notaremos que el máximo de su productividad se hará a la mitad de su ciclo de vida y después de esto su capacidad empezara a disminuir y por ende su valor residual.

El termino valor residual aparece cuando el transformador ha empezado a trabajar. Por ejemplo, un transformador nuevo no tiene valor residual pues como es nuevo no ha estado en funcionamiento (capacidad productiva cero). Es debido a esto que el valor residual de un transformador depende únicamente de su capacidad productiva, tal y como se lo enuncio en la hipótesis anterior.

Si el valor residual depende de la capacidad productiva de los transformadores, entonces la función que representa al valor residual deberá ser cóncava y también creciente, similar a la función de ingresos netos que ya se describió anteriormente.

**Los gastos de mantenimiento en cada instante no pueden exceder de un cierto valor preestablecido y constante.**

En los análisis hechos de los gastos de mantenimiento se logro encontrar una cota superior para los mismos. Si deseamos aplicar este modelo, no debemos sobrepasar el valor ya estipulado como cota superior (valor constante).

**No existe cambio tecnológico.**

La tecnología empleada en el desarrollo de los transformadores no ha sufrido cambios sustanciales con el transcurso de los años. Es por esto que en los transformadores actuales no existe cambio

tecnológico y desde aproximadamente 30 años no ha habido mejoras notables.

Únicamente se han presentado nuevos cambios con respecto a el empleo del aceite, termómetros, etc. Por lo tanto y debido a esto los transformadores no tienen cambios tecnológicos tan radicales como ocurre por ejemplo con las computadoras.

### **La tasa de descuento es constante**

Definiremos como descuento al valor de depreciación que tiene el transformador con respecto al tiempo. En nuestro caso la tasa de descuento es constante porque el valor en que se deprecian estos equipos es del 7% anual.

### **Existe estabilidad monetaria**

Para aplicar este modelo tiene que existir estabilidad monetaria y en nuestro medio si de da con la dolarización.

Debe existir estabilidad monetaria ya que la capacidad productiva de los transformadores puede ser representada en unidades de dinero. Si deseamos manejar estos valores según el desarrollo de las hipótesis planteadas y del modelo expuesto, necesitamos que no haya variaciones notables en cuanto a los factores económicos tales como inflación, etc, que hacen que el valor monetario se deprecie y por ende no haya una estabilidad del mismo.

Se desea maximizar el valor actual de los beneficios netos.

Se cumplen todas cuantas hipótesis adicionales requiera la aplicación del principio continuo del máximo.

**Se desea maximizar el valor actual de los beneficios netos.**

**Se cumplen todas cuantas hipótesis adicionales requiera la aplicación del principio continuo del máximo.**

**Variables del Modelo y su notación:**

$x(t)$  = Capacidad productiva de la máquina en  $t$

Esta es una variable que representa lo que produce los transformadores en un tiempo  $t$ .

$g(t)$  = La tasa de gastos de mantenimiento en  $t$

La tasa de gastos es un variable que se la obtiene de acuerdo con los datos proporcionados por la Empresa Eléctrica de Milagro de los gastos realizados en el mantenimiento de los transformadores en el año 1999 y 2000.

$R[x(t)]$  = Función de ingresos netos

Esta función se la obtiene de la capacidad productiva de los transformadores multiplicada por el costo del kw hora donde estos valores son determinados por la Empresa Eléctrica de Milagro. Es una función creciente.

$S[g(t)]$  = Función valor residual de la máquina.

Esta función se la determina en base a la función de la tasa de mantenimiento en el tiempo. Como se explico en el capitulo anterior esta es una función variable que depende del valor residual.

$\alpha$  = Constante que refleja el crecimiento de la tasa de cambio en la capacidad productiva de la máquina si no existieran gastos de mantenimiento.

Esta constante se la determina en el caso de que los transformadores no tengan gastos de mantenimiento.

$I$  = Costes de la nueva máquina

Este coste se lo determina con el hecho de que se requiera adquirir un nuevo equipo para reemplazar después de haber cumplido con su ciclo de vida.

$r$  = Tasa constante de descuento.

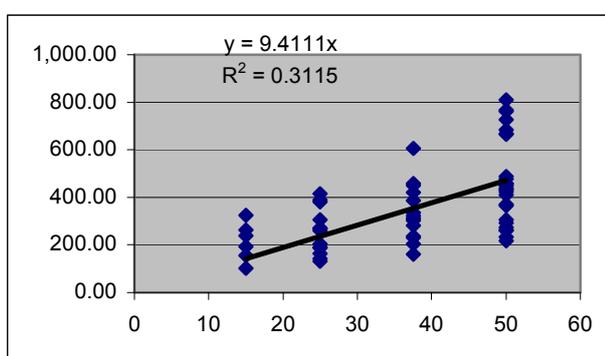
Es el valor de depreciación de la máquina en el caso de los transformadores estos se deprecian en un valor constante anual del 7%.

$G$  = Cota superior de gastos de mantenimiento.

Esta es determinada después de conocer todos lo valores que se poseen de los gastos de mantenimientos y se escoge el máximo valor que tengan estos.

Con la enumeración de las hipótesis y sus variables y su notación procedemos a resolver con los datos proporcionados por la EEMCA y con los datos de la tesis mencionada obtenemos las siguientes funciones que nos ayudarán a plantear el modelo:

### ILUSTRACIÓN III: AJUSTE DE LA FUNCIÓN DE INGRESOS NETOS



Este grafico representa a la función de ingresos ajustada.

Los datos se adjuntan como anexos.

Con los ajuste tenemos el planteamiento del siguiente modelo

$$\int_0^T (9.411 x \quad g(t)) \cdot e^{-0.07 \cdot t} \cdot dt + (1 - 0.07)^{25} \cdot e^{-T \cdot T} \quad 1621.19$$

Donde F será:

#### 4.2.2 SOLUCIÓN ANALÍTICA

Por ser I el valor de la máquina una constante, si operamos suponiendo que

$T=T_0$  está fijado, bastará maximizar el funcional.

$$F = \int_0^T (9.411 x \quad g(t)) \cdot e^{-0.07 \cdot t} \cdot dt + (1 - 0.07)^{25} \cdot e^{-T \cdot T}$$

Para el que se llega a las condiciones necesarias y suficientes de optimalidad que se dan a continuación:

$$\lambda + (\alpha + r)\lambda - k_1 = 0$$

La solución a esta ecuación diferencial donde  $P = -(\alpha + r)$  y  $Q = -k_1$  esta expresada de la siguiente manera

$$\lambda(T) = e^{-\int^T dT} \left( \int^T Q \cdot e^{\int^T dT} dT + C \right)$$

entonces quedando la solución :

$$\begin{aligned} \lambda(T) &= e^{T(\alpha+r)} \left( \int^T k_1 e^{-(\alpha+r)T} dT + C \right) \\ &= e^{T(\alpha+r)} \left[ \frac{k_1}{(\alpha+r)} e^{-(\alpha+r)T} + C \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{k_1}{\alpha+r} + C e^{T(\alpha+r)}$$

la segunda condición es que  $\lambda(T) = k_2$  y tenemos que :

$$k_2 = \frac{k_1}{\alpha+r} + C e^{T(\alpha+r)}$$

$$C = \left( k_2 - \frac{k_1}{\alpha+r} \right) e^{-T(\alpha+r)}$$

De donde podemos llegar a que la solución es :

$$\lambda(T) = T - \frac{\ln\left(\frac{\alpha+r-k_1}{(\alpha+r)k_2 - k_1}\right)}{\alpha+r}$$

Donde  $K_1 = 9.411$

$r = 7\%$       $\alpha = 1/25$  y entonces  $k_2 = 0.1629$

Con lo que resolviendo esta ecuación diferencial da como resultado que el mantenimiento es una política bang-bang con un mantenimiento continuo de aproximadamente 4 años 10 meses y cesando este mantenimiento durante 2 meses para continuar con su ciclo de mantenimiento

### **4.2.3 INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS**

Los resultados que se obtuvieron con este modelo muestran que la política de mantenimiento se da constantemente durante 4 años y 10 meses y cesando este mantenimiento 2 meses.

Con esto la Empresa Eléctrica de Milagro puede definir una política de mantenimiento en base a este resultado, es decir con este resultado garantizarían un funcionamiento estable de los transformadores.

## **4.3 EL MODELO DE THOMPSON**

### **4.3.1 APLICACIÓN**

En este modelo se ha tomado en consideración las siguientes hipótesis:

#### **Modelo Continuo**

Es un modelo continuo porque los Transformadores tienen variables de estado que pueden cambiar con respecto al tiempo.

**La capacidad productiva de una máquina se puede medir en unidades monetarias**

Considerando que el transformador eléctrico es una máquina estática, el mismo que por medio de inducción electromagnética transfiere energía eléctrica de uno a más circuitos (primario) hacia otro y otros circuitos (secundario, terciario) esta transferencia de energía se la puede considerar como lo que produce el transformador y esta a su vez su capacidad productiva, y multiplicando esta producción por el precio del Kwh. podemos obtener su capacidad productiva en unidades monetarias.

| **La tasa de cambio del valor residual depende de la tasa de obsolescencia y del producto de la tasa de mantenimiento, es decir, es una función del deterioro de la máquina y de la política de mantenimiento.**

Esta hipótesis es aplicable a los transformadores debido a que el valor residual es el valor con el transformador termina una vez cumplido su ciclo de vida útil o de acuerdo a su política de reemplazo, esto es que depende de su tasa de obsolescencia involucra la función de deterioro y la política de mantenimiento que tenga la empresa por lo tanto si es aplicable esta hipótesis a los transformadores eléctricos.

#### **La tasa de obsolescencia es no decreciente**

La tasa de obsolescencia depende del tiempo de funcionamiento

de los transformadores y esta es no decreciente con respecto al tiempo en circunstancias normales.

**La tasa de mantenimiento efectivo es no creciente**

La tasa de mantenimiento efectivo es un valor que se mantiene en circunstancias en que este mantenimiento es periódico es decir esto lo que involucra es que este no sea creciente.

**La función valor residual es no creciente**

$S(t)$  es una función que depende de la función de obsolescencia y esta a su vez es una función no creciente, entonces  $S(t)$  es no creciente.

**Se considera una sola máquina**

Los sistemas que estamos trabajando se puede emplear como que es un solo transformador para el sistema.

**La tasa de producción de la máquina es constante**

La producción de los transformadores es constante con respecto a las mismas condiciones que se este trabajando.

**La tasa de descuento es constante**

El valor de depreciación anual es del 7% y es este valor es constante.

Con la enumeración de las hipótesis procedemos a resolver las siguientes variables del modelo en consideración con los datos proporcionados por la

EEMCA y con los datos de la tesis mencionada obtenemos las siguiente funciones que nos ayudarán a plantear el modelo:

### FORMULACION DEL MODELO

Podemos considerar el flujo de ingresos y el valor residual como las variables de estado mientras que los costes de mantenimiento constituyen la variable de control.

El funcional adoptará la forma:

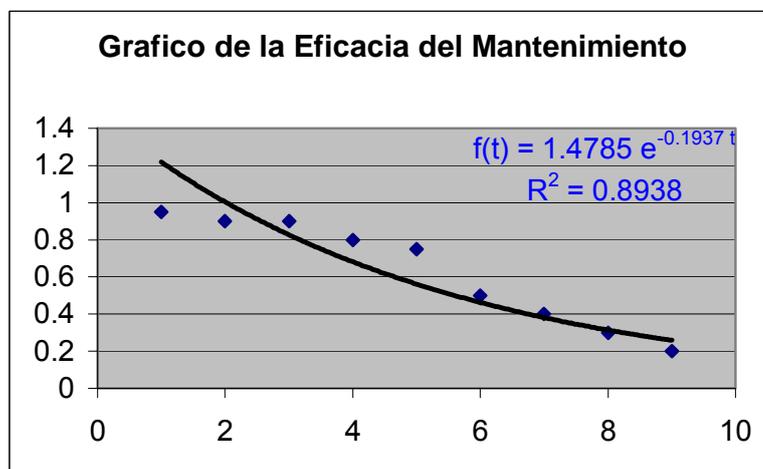
$$F = S(T) e^{-r \cdot T} + \int_0^T e^{-r \cdot t} [p \cdot S(t) - m(t)] dt$$

lo que maximizando  $F$ , se demuestra que la política de mantenimiento óptima es del tipo bang-bang, es decir,  $T_0$  dado existe  $\tau \in [0, T_0]$ , tal que se aplica el gasto de mantenimiento máximo hasta  $\tau$  para luego cesar los gastos de esta naturaleza, la solución de se da resolviendo la siguiente ecuación:

$$f(t) = \frac{r}{p - (p - r) \cdot e^{-r(T_0 - t)}}$$

Donde  $f(t)$  se la obtiene ajustando los valores que se obtuvieron de preguntar a personas que trabajan con el mantenimiento de los transformadores llegamos a la siguiente función de ajuste:

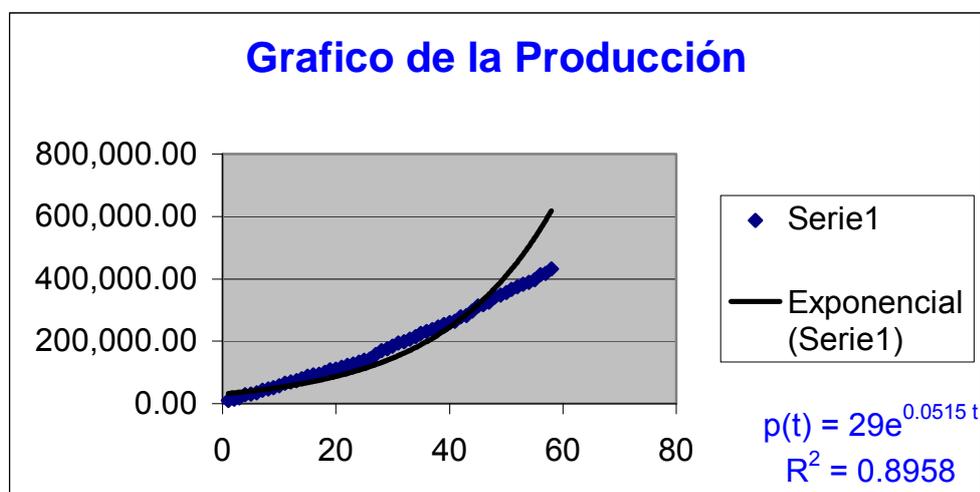
### ILUSTRACIÓN IV: LA EFICACIA DEL MANTENIMIENTO



$$f(t) = 1.3889 e^{-0.1733 t}$$

Entonces como  $p$  = la tasa de producción en  $t$ , entonces haciendo un ajuste con los datos de la producción de los transformadores se llega a:

### ILUSTRACIÓN V: LA PRODUCCIÓN



$$p(t) = 29 e^{0.0515 t}$$

Y el único valor que nos falta es  $r = 7\%$  que es un valor constante.

Aplicando Métodos Numéricos para obtener una solución de la ecuación nos da como resultado: 7,87 años.

### 4.3.3 INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

El resultado que obtuvimos de la aplicación del modelo de Thompson en la Empresa Eléctrica de Milagro es de 7,87 años lo que nos da una política de mantenimiento continuo durante este tiempo y después la Empresa decidirá si continua con el transformador o lo sustituye utilizando el valor residual de este para la nueva adquisición.

Este tipo de mantenimiento tiene similitud al de los Estándares Internacionales en el que los transformadores se sustituyen a la partir de los 6 años de funcionamiento y de mantenimiento, por eso que normalmente estos transformadores llegan a los países tercer mundistas como el nuestro y llegan cumpliendo su vida útil por lo que esto no es considerado en este estudio.

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **CONCLUSIONES**

#### **Conclusiones del Modelo de Terborgh**

Este modelo presenta limitaciones en el sentido que solo muestra una política de mantenimiento simple que se tiene que dar en ciclos de aproximadamente 5 años, con esto el transformador no podrá optar por ser reemplazado al fin de estos ciclos porque tiene que cumplir todo su ciclo de vida, y con esto alcanzara un valor residual de cero.

#### **Conclusiones del Modelo de Thompson**

El modelo de Thompson es mas completo porque la política de mantenimiento que llega se le da al transformador durante aproximadamente 7 años un mantenimiento continuo y después de este periodo la empresa puede optar por cambiarlo o seguir con el mantenimiento, con esto el transformador puede ser reemplazado en la tercera etapa de su vida útil y esto garantizara el reemplazamiento optimo de los transformadores.

## **Conclusiones de la comparación de modelos**

El modelo de Thompson es diferente al de Terborgh porque este utiliza la tasa de eficacia del mantenimiento sobre la base de mantenimientos anteriores, y con ello obteniendo un resultado mas aproximado a las Estándares Internacionales. Dicho en otras palabras, el modelo de Thompson da una mejor política de mantenimiento que la de Terborgh porque sus resultados dan una mejor aproximación a los Estándares Internacionales, es decir que un transformador solo este funcionando por el lapso de 7 años y de ahí tiene que ser reemplazado.

## **Conclusión General**

El problema de optimización y reposición radica en la elección de los modelos que permitan obtener la más adecuada política de mantenimiento para la optimización de reposición de transformadores, la lista de estos modelos puede ser variada pero el proceso de incorporar uno de ellos a un caso particular es muy complejo dado que al llegar a las conclusiones en la mayoría de los casos no se logran buenos resultados.

Este trabajo se ha basado en acoplar los dos modelos para que la Empresa Eléctrica tenga un informe adicional en la toma de decisiones.

## RECOMENDACIONES

1. Las empresas eléctricas deben ejecutar permanentemente planes para la evaluación, de los transformadores, para lo cual se deben cumplir con metas a corto, mediano y largo plazo.
2. Es importante resaltar la necesidad de motivar y concienciar al personal sobre el mantenimiento, a fin de que estos conozcan los beneficios de implantar una política de optimización de maquinarias.
3. Preferentemente el plan deberá realizárselo con personal capacitado de la empresa, pero si por asunto de costos le representa más beneficioso contratar los servicios de una empresa que puede hacerlo siempre y cuando éstos tengan la experiencia en este tipo de trabajo con una seriedad y responsabilidad comprobados.
4. Crear la Unidad de Estadísticas en cada empresa con los equipos necesarios así como de software y hardware para que puedan cumplir eficazmente sus funciones.

## BIBLIOGRAFIA

1. Teoría del Control Óptimo, Máximo Borrell Vidal, Hispano Europea, S.A.1985
2. Folleto del Instituto Ecuatoriano de Electrificación – INECEL- “Transformadores de Fuerza y de Distribución”. Subdirección de Desarrollo de Recursos Humanos 1993.  
Direcciones de internet:
3. <http://www.google.com/Transformadores> (Pagina sobre transformadores)
4. <http://www.estadisticas.com>
5. <http://www.transformadores.com>
6. <http://www.codelectra.org/site/paglistnorm10.htm> (Pagina sobre transformadores)
7. <http://zeus.dci.ubiobio.cl/electricidad/transformadores/tipos.htm> (Tipos de Transformadores)
8. [www.ree.es/cap07/pdf/estadistico/bol\\_200006.pdf](http://www.ree.es/cap07/pdf/estadistico/bol_200006.pdf) (Precios del Kilo vatio hora)
9. <http://www.cib.espol.edu.ec/bivir/index.htm> (Biblioteca de ESPOL)
10. <http://www.uv.es/~carrasc/enlacesESTA.htm> (Enlaces de Estadísticas)
11. Estadística Matemática con Aplicaciones. Mendenhall William, Wackerly Dennis D, Scheffer Richard L. Grupo Editorial Iberoamérica S.A., Segunda Edición 1984..