ESCUELA SUPERIOR

POLITECNICA DEL LITORAL

INSTITUTO DE MATEMATICA

# VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS, DESCRIPCION Y ANALISIS

MONOGRAFIA

PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE MAGISTER EN EDUCACION

MATEMATICA APLICADA AL NIVEL MEDIO

PRESENTADA POR:

ELIFIO VALERIO PEREZ BONOSO

GUAYAQUIL-ECUADOR
1994

M.C. GAUDENCIO ZURITA HERRERA

DIRECTOR DE MONOGRAFIA

AGRADECIMIENTO

A todas las Instituciones y personas preocupadas por el mejoramiento de la **Educación** en nuestro País que hicieron posible se realice este curso, en especial al Master Gaudencio Zurita Herrera mentalizador del mismo y a todos los profesores del curso que con sus sabias enseñanzas y ejemplos de probidad en todo momento supieron orientarme por el camino del mejoramiento constante.

DEDICATORIA

A mi esposa y a mi hija de quienes en todo momento obtuve el apoyo y motivación para seguir adelante.

## DECLARACION EXPRESA

La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta monografía, me corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.

(Reglamento de exámenes y títulos profesionales)

## INDICE

# INTRODUCCION

Históricamente los orígenes de la probabilidad se remotan al siglo XVI y, laS primeras aplicaciones se relacionaban básicamente con los juegos de azar . Actualmente, a más de las aplicaciones en los juegos de azar; los gobiernos, las companías y organizaciones adoptan la teoría de probabilidad en toma de decisiones.

El empleo de probabilidades indica que existe algún elemento aleatorio o de incertidumbre relativo a la ocurrencia o no ocurrencia de algún evento futuro . Así, en muchos casos, puede ser virtualmente imposible predecir algo pero es posible establecer lo que podría pasar . Predecir cuanta demanda tendrá un producto nuevo, estimar el costo de la producción, pronosticar las fallas en las cosechas y comprar seguros, etc., son algunos de los ejemplos en que interviene algún elemento aleatorio. Las probabilidades también pueden servirnos para desarrollar estrategias como por ejemplo, un inversionista estará más dispuesto a invertir su dinero si las probabilidades de ganar son buenas. Hasta ahora solo nos hemos referido a las probabilidades,tema que trataremos en el capítulo 1, aunque no en su verdadera dimensión, al comienzo del capítulo también incluiremos definiciones básicas de Estadística como experimento, espacio muestral y despues pasaremos al estudio de función probabilidad, definición que la consideramos fundamental para el desarrollo de nuestro tema, incluiremos también varios teoremas básicos referente a probabilidades

En el capítulo 2 entramos directamente al estudio de nuestro tema, cuya estructura básica está dada por definiciones seguida de ilustraciones de la misma para su mejor comprensión. Primeramente desarrollaremos la teoría de variables aleatorias discretas y, seguidamente pasaremos al análisis de tres distribuciones de variables aleatorias discretas , esto es, distribución Binomial, distribución Poisson y la distribución geométrica.

Al final de cada una de las distribuciones tratadas, imcluiremos varias representaciones gráficas(lo cual no es común en los libros de Estadística por lo que lo consideramos nuestro aporte)de histogramas de distribución de probabilidades y de distribución acumulada de probabilidades con el objeto de poder visualizar el comportamiento de la distribución correspondiente.

Al final de la Monografía incluiremos también las tablas estadísticas de las distribuciones Binomiales y de Poisson.

Nuestro deseo es que este trabajo resulte lo más claro posible para el lector.

# CAPITULO 1

## ESPACIO MUESTRAL Y PROBABILIDAD

En esta sección trataremos de dar una definición de una noción básica en Estadística, la de experimento. Es posible pensar que todas las personas en algún pasaje de nuestra existencia hayamos lanzado una moneda al aire para decidir alguna cuestión;lanzar un dado; de algún naipe sacar una carta mayor,medir la estatura de una persona,seleccionar en forma aleatoria de un grupo de frutas una cantidad prevista, etc,cada una de estas acciones,son algunos ejemplos de lo que en Estadística se conoce como experimento.

DEFINICION 1.0

Un proceso de medida es un experimento estocástico si y solo si su resultado depende de la casualidad.Al experimento también se lo conoce como observación.

### 1.1 ESPACIO MUESTRAL Y EXPERIMENTO

DEFINICION 1.1

Dado un experimento cualquiera,espacio muestral es el conjunto de todos los resultados posibles de tal experimento, y se lo denota con la letra S .

Nota: Conceptualmente,el conjunto S, es el mismo conjunto que en otras ramas de la matemática se lo conoce como conjunto referencial o universo.

A continuación, damos varias ilustraciones de la definición de espacio muestral.

1. Lancemos una moneda y veamos que lado sale en la cara superior. En este experimento los resultados posibles son cara o sello lo que quiere decir que S = { cara,sello } o más brevemente S={c,s} .

Veamos otros casos:

2. Láncese un dado y vea que número sale. En este experimento el espacio muestral S está constituido por las seis caras del dado, vamos a suponer que en nuestro caso representamos a cada cara del dado por el número que tiene entonces S = { 1,2,3,4,5,6}.

3. Si queremos medir por ejemplo, las estaturas de las n personas de algún salón de clase nos encontramos con personas de diferentes estaturas,además las medidas que demos de cada una será aproximada, por lo que la misma persona si es medida por varias personas cada una de las medidas resultará diferente,así si $X_{(1)}$ es la estatura de la persona más baja y $X_{(n)}$ la estatura de la persona más alta entonces el espacio muestral de este experimento toma un número infinito de elementos que en este caso una de la representaciones es el intervalo de números reales $S = \{ x/x_{(1)} < x < x_n \ , \ x \subset R \}$.

4. Si alguna persona se para en una esquina y comienza a medir la estatura de cada persona que pasa por ahí hasta

encontrar una que mida, con una precisión de cero decimales, 178 cm, es posible que esto pudiera lograrlo con la primera que pase o con la segunda o con la tercera y así quizá deba esperar a que pase miles y miles de personas hasta lograr su objetivo,no sabiendo cuantas personas deberá medir,en este ejemplo si llamamos 0 al resultado no mide 178 cm y 1 al resultado mide 178 cm, entonces S={1,01,001,0001,..} , en experimentos de este tipo, conviene tomar como espacio muestral al conjunto de los números naturales del que sabemos existe una cantidad infinita contable de elementos, entonces en estos experimentos S = N = conjunto de numeros naturales Así, de los cuatro experimentos dados los dos primeros tienen espacios muestrales finitos , el cuarto tiene espacio muestral infinito contable y el tercero un espacio muestral infinito continuo . Y así en general un espacio muestral es **discreto** si tiene un número finito o infinito contable de elementos y es **contínuo** si sus elementos(puntos) constituyen un contínuo (ejemplo,todos los puntos sobre una línea,puntos de un segmento de línea,puntos de un semiplano,etc.).

A todo subconjunto del espacio muestral S lo llamaremos **evento**,lo que como es natural implica que el conjunto vacío (Ø) es también un evento de S al que lo llamaremos **evento imposible**,además todo el espacio S muestral también es un evento al mismo que llamaremos **evento seguro** y, si dos eventos cualesquiera $E_1$, $E_2$ del espacio muestral S no tienen elementos comunes lo llamaremos **eventos mutuamente**

**excluyentes,** $E_1 n E_2 = \emptyset$.

Al conjunto de todos los subconjuntos de un espacio muestral S,lo denotaremos con la letra T. Así del ejemplo 1 S = {c,s} ,entonces T = { Ø,{c},{s},{c,s}}. Cabe anotar que si S tiene n elementos entonces T tendrá $2^n$ elementos,que no es otra cosa que el conjunto potencia de S .

## 1.2. LA FUNCION PROBABILIDAD

Históricamente la probabilidad tiene su origen en los juegos de azar, como por ejemplo lanzar una moneda o un dado ,sacar de un naipe una carta determinada,etc. Como ya vimos estas acciones son experimentos.

DEFINICION 1.2.1

Sea T el conjunto de todos los subconjuntos de un espacio muestral S y sean $E_1, E_2$ cualesquiera elementos de T, se denomina función probabilidad P a la función P:T -> R talque cumple los siguientes axiomas:

i. $\forall E_1, \in T,\ 0 \leq P(E_1) \leq 1$.

ii. $P(S) = 1$.

iii. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$, si $E_1 n E_2 = \emptyset$, donde $E_1 n E_2 = \{x/\ x \in E_1 \text{ i } x \in E_2\}$.

Definición que nos indica que: i.) Las probabilidades son números de 0 al 1, ii.) al espacio muestral se le asigna la probabilidad 1 y iii.) las funciones de probabilidad se evalúan sobre conjuntos y son aditivas.

**Teorema 1.**

Si $E_1$ y $E_2$ son dos eventos cualesquiera:

$P(E_1 U E_2) = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 n E_2)$.

Prueba:

$E_1 U E_2 = (E_1-E_2) \; U \; (E_1 n E_2) \; U \; (E_2-E_1)$

entonces: $P(E_1 U E_2) = P(E_1-E_2) + P(E_1 n E_2) + P(E_2-E_1)$

siendo $P(E_1 n E_2) - P(E_1 n E_2) = 0$

sumando esta cantidad al segundo miembro de la ecuación tenemos:

$P(E_1 U E_2) = P(E_1-E_2)+P(E_1 n E_2)+P(E_2-E_1)+P(E_1 n E_2)-P(E_1 n E_1)$

pero $P(E_1)= P(E_1-E_2) + P(E_1 n E_2)$ y $P(E_2) = P(E_2-E_1) + P(E_1 n E_2)$

entonces:

$P(E_1 U E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 n E_2)$ para todo $E_1, E_2 \in T$.

Que es lo que se quería demostrar.

**Teorema 2**

Si E es cualquier evento en S y E´ el complemento de E entonces:

$P(E') = 1 - P(E)$ para todo $E \in S$.

Prueba.

$E \; U \; E' = S \quad\quad => E' = S-E$

entonces $P(EUE') = P(E) + P(E') = 1$

como E y E´ son mutuamente excluyentes

$=> P(E) + P(E') = 1$

$=> P(E') = 1 - P(E)$.

Lo que demuestra el teorema.

Corolario

La probabilidad del evento imposible es cero.

Prueba:

$$\emptyset \cup S = S$$

$\Rightarrow \quad P(\emptyset \cup S) = P(\emptyset) + P(S) = 1$

$\Rightarrow \quad P(\emptyset) + P(S) = 1$

$\Rightarrow \quad P(\emptyset) = 1 - P(S)$

$\Rightarrow \quad P(\emptyset) = 1 - 1 = 0 \qquad \Rightarrow \underline{P(\emptyset) = 0}$

**Teorema 3**

Si $E_1, E_2, \ldots, E_n$ son eventos mutuamente excluyentes en un espacio muestral S, entonces :

$P(E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_n) = P(E_1)+P(E_2)+\ldots+P(E_n)$

Prueba.

Esta demostración es inductiva Si $n = 1$, entonces:

$P(\bigcup_{i=1}^{n}) = P(E_1)$ , que trivialmente es cierto .

Supongamos que el teorema es válido para $n=k$, es decir que:

$P(E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_k) = P(E_1)+P(E_2)+\ldots+P(E_k)$

entonces se debe demostrar que también es válido para $k+1$, es decir:

$P(E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_k \cup E_{k+1}) = P(E_1)+\ldots+P(E_k)+P(E_{k+1})$

pero

$P[(E_1 \cup \ldots \cup E_k) \cup (E_{k+1})] = P[(E_1)+\ldots+ P(E_k)]+P(E_{k+1})$

haciendo la unión de conjuntos y la suma de probabilidades en los miembros respectivos de la ecuación tenemos:

$P(E_1 \cup \ldots \cup E_k \cup E_{k+1}) = P(E_1)+\ldots+P(E_k)+P(E_{k+1})$

con lo que queda demostrado el teorema.

## 1.3 PROBABILIDAD CONDICIONAL

DEFINICION 1.3.1

Sean $E_1$ y $E_2$ eventos es S y $P(E_2)$ diferente de 0, la probabilidad condicional de $E_1$ dado que ocurrió $E_2$ está dada por:

$P(E_1/E_2) = P(E_1 n E_2)/P(E_2)$ y de la misma forma

$P(E_2/E_1) = P(E_2 n_1)/P(E_1)$ .

**Ejemplo 1.3.1**

Supongamos los sucesos $E_1$ y $E_2$ de algún experimento, además que, la $P(E_1)=0.30$ y la $P(E_1 \; n \; E_2) = 0.15$ .Cuál es la probabilidad de que ocurra $E_2$ ?.

Solución

$P(E_1) = 0.30$ y $P(E_1 n E_2) = 0.15$

Aplicando la definición tenemos:

$P(E_2) = 0.15/0.30 = 0.5$

**Ejemplo 1.3.2**

Consideremos un experimento aleatorio en el que se pueden distinguir n casos igualmente probables. Supóngase que $E_1$ y $E_2$ son eventos que suceden k y q veces de estos casos respectivamente y $E_1 n E_2$ suceden m casos, entonces:

$P(E_1) = k/n$ , $P(E_2) = q/n$, $P(E_1 n E_2) = m/n$

Si queremos encontrar la probabilidad $P(E_2/E_1)$, es decir la probabilidad de $E_2$ dado que ocurrió $E_1$, aplicando la definición de probabilidad condicional tenemos que:

$$P(E_2/E_1) = \frac{s/n}{k/n} = m/k$$

**Teorema 5**

Sean $E_1$ y $E_2$ eventos en S, entonces :

$P(E_1 n E_2) = P(E_1).P(E_2/E_1) = P(E_2).P(E_1/E_2)$ si $p(E_1)$ y $P(E_2)$ son diferentes de cero.

**Ejemplo 1.3.3**

En una aula de clase de 40 estudiantes 22 son hombres y el resto mujeres. Si se eligen dos alumnos aleatoriamente para que presidan una sesión .Cuál es la probabilidad de que ambos sean hombres?

Solución:

Como la elección fue hecha aleatoriamente, entonces todos tienen la misma probabilidad de ser elegidos,lo que implica que la probabilidad de que el primer alumno sea hombre es 22/40, entonces la probabilidad de que el segundo elegido sea hombre será 21/39 de ahí que, si $E_1$ es el evento primer alumno elegido y $E_2/E_1$ el evento segundo alumno elegido dado que el primero fué hombre, entonces:

$$P(E_1 n E_2) = (22/40)(21/39) = 0.29$$

En caso de que $E_1$ y $E_2$ sean eventos independientes esto es $P(E_1/E_2) = P(E_1)$ y $P(E_2/E_1) = P(E_2)$

el teorema 5 se el teorema 5 se transforma en la siguiente expresión:

**Teorema 6**

Si $E_1$ y $E_2$ son eventos independientes entonces :

$P(E_1 n E_2) = P(E_1).P(E_2)$.

Teorema que lo enunciamos, pero que no demostraremos.

**Ejemplo 1.3.4**

Cuál es la probabilidad de extraer dos reyes rojos de un naipe,suponiendo que las extraciones son con reemplazo.

Solución.

Sea $E_1$ el evento primera carta es un rey rojo

y $E_2$ el evento segunda carta es un rey rojo

como en el problema todas las cartas tienen igual probabilidad de ser elegidas y, por ser con reemplazo tenemos:

$P(E_1) = P(E_2) = 2/52$

$\Rightarrow P(E_1 n E_2) = (2/52)(2/52) = 0.0015$

entonces la probabilidad de que las dos cartas sean reyes rojo es 0.0015.

Para el mismo caso, si el experimento fuera sin reemplazo tendríamos:

$P(E_1) = 2/52$ , $P(E_2) = P(E_2/E_1) = 1/51$

$\Rightarrow P(E_1 \text{ n } E_2) = (2/52).(1/51) = .000754$

# CAPITULO 2

## VARIABLES ALEATORIAS

En una gran cantidad de problemas de Estadística nos interesan una o varias cantidades, las mismas que están asociadas a resultados de experimentos . Así por ejemplo de una canasta llena de manzanas al inspeccionarlas solo nos puede interesar la cantidad de manzana de color verde; al lanzar dos dados juntos una cierta cantidad de veces solo nos interese el número de veces que caen números iguales en su cara superior. Podemos darnos cuenta que estos números(cantidad de manzanas color verde, número de veces que caen caras de igual número) dependen del azar, estos números o valores son los que toma una variable aleatoria.

DEFINICION 2.0

Sea S el espacio muestral de un experimento cualquiera,una variable aleatoria X es una función $X:S\to R$ si y solo si a cada elemento $s_1 \in S$ le asigna un número real.
El conjunto de valores que X puede tomar se llama espacio muestral de X.

Ilustremos esta definición.

Un profesor organiza un juego con sus alumnos, el mismo que consiste en lanzar un dado. Como sabemos $S = \{1,2,3,4,5,6\}$. El profesor llamó x al número que tiene el dado en su cara superior despues de ser lanazado y, acordaron,que si x es número par el profesor les paga a sus alumnos tres veces el número que sale y, si x es impar sus alumnos le pagan 100 veces el número, es decir que:

$X(1) = 100$ $\qquad$ $X(4) = -12$

$X(2) = -6$ $\qquad$ $X(5) = 500$

$X(3) = 300$ $\qquad$ $X(6) = -18$

Entonces, en este caso la variable aleatoria X puede tomar únicamente los valores 100,-6,300,-12,500 y -18 .

## 2.1 VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS

Las variables aleatorias pueden ser discretas o contínuas,en esta sección nos limitaremos al estudio de las variables aleartorias discretas.

DEFINICION 2.1

Sea X una variable aleatoria,X es una variable aleatoria discreta si y solo si toma un número de valores finitos o infinitos contable .

Si un intervalo (a,b) no contiene valor alguno de los que puede tomar X, entonces diremos que $P(a<x<b) = 0$.

Presentamos a continuación un ejemplo

Lancemos un dado hasta que salga el número 1. Si damos el valor 0 al evento no sale el número 1 y 1 al evento sale el número 1,entonces: $S = \{ 1,01,001,0001,\ldots\}$. Si definimos a X como número de veces que no sale el 1, tenemos:.

$X(1) = 0$

X(01) = 1

X(001) = 2

X(0001) = 3

.
.
.

En este experimento X es una variable aleatoria discreta cuyo espacio muesral es el conjunto de los números enteros positivos.

## 2.2 DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DE LAS VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS.

DEFINICION 2.2.1

Sea P(x=a) la probabilidad que la variable aleatoria discreta X pueda tomar el valor a, una función f(x) = P(x=x) es una distribución de probabilidades para X si y solo si cumple lo siguiente:.

$$0 \leq f(x) \leq 1 \quad y \quad \sum_{\text{toda } x} f(x) = 1$$

A continuación presentamos una ilustración de esta definición.

Sea X el número de la caras superior que se obtiene despues de lanzar un dado .Determinaremos de este ejemplo su distribución de probabilidades .

Es facil darse cuenta que cualquiera de las seis caras del dado después de lanzarlo puede quedar en la parte superior, lo que quiere decir que la variable aleatoria X puede tomar cualquiera de los seis números y , además sabemos que la probabilidad de que cualquiera de las caras quede en la parte superior es 1/6, por lo que nuestra distribución de probabiidades es:

$$P(X=x) = \begin{cases} 1/6 & x = 1,2,..,6 \\ 0 & \text{resto de } X \end{cases}$$

La fig.1 nos muestra en forma gráfica la distribución de probabilidades de la variable aleatoria X del ejemplo (conocida como histograma de probabilidades de la variable X).

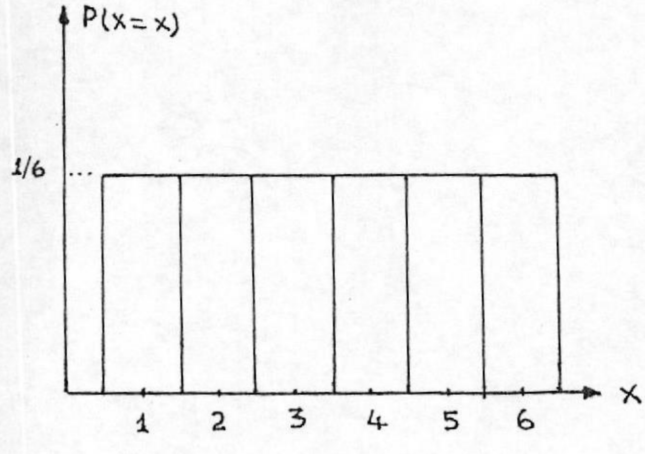



fig. 1

2.3 DISTRIBUCION ACUMULADA DE PROBABILIDADES

Si X es una variable aleatoria discreta su distribución acumulada de probabilidades se define como:

$$P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x_i} P(x_i)$$

y se denota por $F(x)$, esto es $F(x) = P(x \leq x_1)$ .

A F(x) también se la conoce como función distribución.

Asi, la distribución acumulada o función distribución de la ilustracion de la sección anterior esta dada por:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x < 1 \\ 1/6 & 1\leq x<2 \\ 2/6 & 2\leq x<3 \\ 3/6 & 3\leq x<4 \\ 4/6 & 4\leq x<5 \\ 5/6 & 5\leq x<6 \\ 1 & x \geq 6 \end{cases}$$

La fig. 2 es la representación gráfica de F(x)

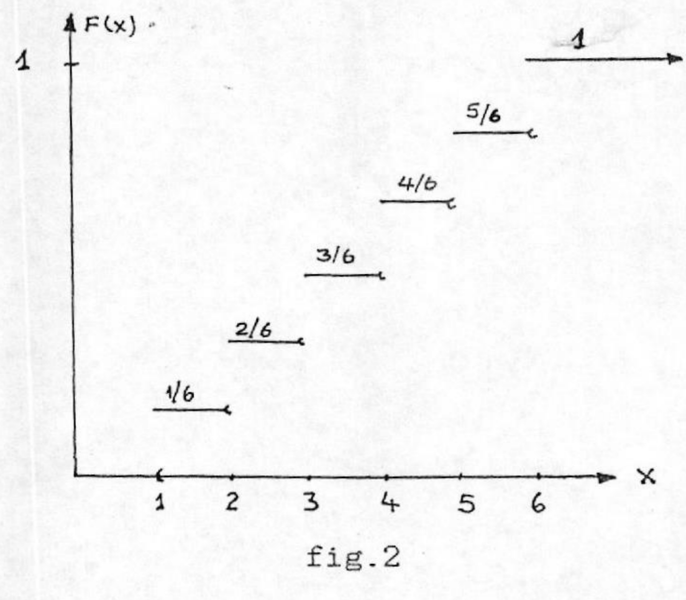



fig.2

Otra forma de representar una distribución de probabilidades , es la dada en el ejemplo que sigue donde k es una constante.

Ejemplo 2.3.1

Sea $P(X=x) = \begin{cases} kx^2, & x = 1,2,3,4 \\ 0 & \text{resto de } x \end{cases}$

la función de probabilidades de la variable aleatoria X , determine:

a) El valor de k. b) P(X=x), F(x) y sus representaciones gráficas correspondientes. c) $P(\geq 3)$ y $P(x<3)$.

Solución

a) Por definición sabemos que:

$$\sum_{x=1}^{4} kx^2 = 1$$

desarrollando la sumatoria tenemos:

$$k1^2 + k2^2 + k3^2 + k4^2 = 1$$

$$\Rightarrow \quad k(1 + 4 + 9 + 16) = 1$$

$$\Rightarrow \quad k = 1/30.$$

b)

$$f(x) = P(X=x) = \begin{cases} 1/30\ x^2, & x = 1,2,3,4 \\ 0 \quad , & \text{resto de } x \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 1/30 & 1 \leq x < 2 \\ 5/30 & 2 \leq x < 3 \\ 14/30 & 3 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

Los gráficos de f y F son los que aparecen a continuación:

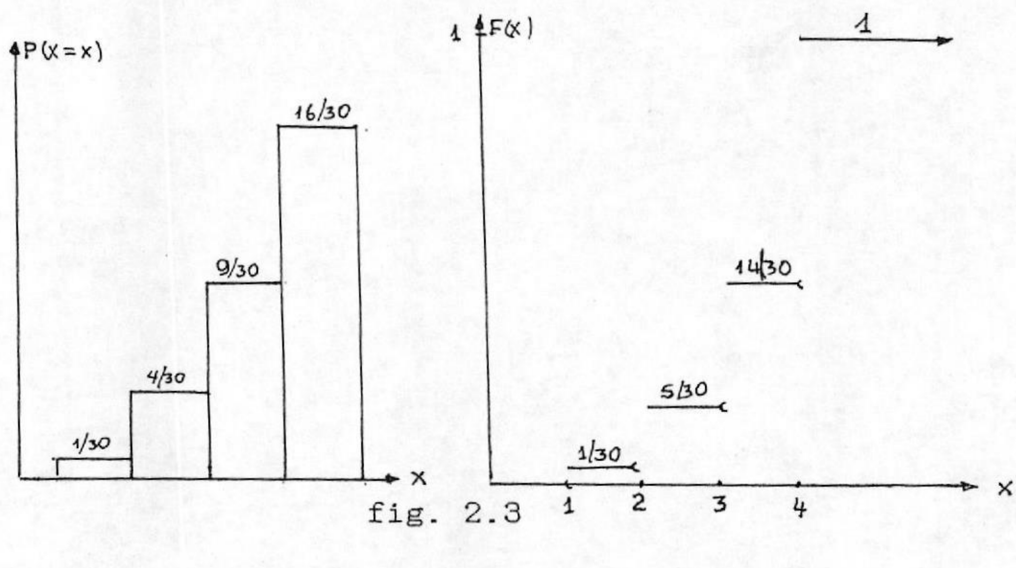



fig. 2.3

c) $P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4)$ $\qquad$ $P(X<3) = P(X=1) + P(X=2)$

$= 9/30 + 16/30$ $\qquad$ $= 1/30 + 4/30$

$= 25/30$ $\qquad$ $= 5/30$

## 2.4 VALORES ESPERADOS O ESPERANZA MATEMATICA DE UNA VARIABLE ALEATORIA

DEFINICION 2.4

Sea X una variable aleatoria discreta con distribución de probabilidades $P(X=x)$ y sea g una función de X, $E[g(x)]$ es el valor esperado o esperanaza de g si y solo si:

$$E[g(x)] = \sum_{\text{toda } x} g(x)\, P(X=x)$$

Si $g(x) = x$, entonces:

$$E[g(x)] = \mu = \sum_{\text{toda } x} x\, P(X=x)$$

donde $\mu$ **es la media de la variable aleatoria X y es una** medida de tendencia central.

Si $g(x) = (x-\mu)^2$ entonces

$$E[X-\mu]^2 = \sigma^2 = \sum_{\text{toda } x} (x-\mu)^2\, P(X=x)$$

donde $\sigma^2$ **es denominada la varianza de la Variable aleatoria** X , que es una medida de dispersión de los valores que puede tomar la variable aleatoria X.

A la raiz cuadrada positiva de $\sigma^2$, es decir a $\sigma$ la llamaremos **desviación estandar** de la variable aleatoria X respecto a $\mu$.

Ejemplo 2.3.1

De la ilustración de la sección 2.2 encontrar $\mu$, $\sigma^2$ y $\sigma$.

Solución

$\mu = \sum_{todax} x\, P(X=x)$ reemplazando los valores respectivos obtenemos:

$$\mu = \sum_{x=1}^{4} x(1/30)x^2 = (1/30)\ (1^3+2^3+3^3+4^3)$$

$$\mu = 3.33$$

$\sigma^2 = \sum_{toda\ x} (x-\mu)^2\ P(X=x)$ reemplazando los valores obtebemos

$$\sigma^2 = \sum_{toda\ x} (x-3.33)^2(1/30)\ x^2$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = (1/30)((1-3.33)^2 1+(2-3.33)^2 4+(3-3.33)^2 9+(4-3.33)^2 16$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = 0.68$$

y por lo tanto $\sigma = 0.83$

## 2.5 FUNCION GENERADORA DE MOMENTO

DEFINICION 2.7.1

Sea X una variable aleatoria discreta y sea $f(t) = e^{tx}$ una función de t, M(t) es la función generadora de momentos de la variable aleatoria X si y solo si :

$$M(t) = E[e^{tx}] = \sum_{\text{toda } x} e^{tx} P(X=x)$$

Supongamos que se puede derivar dentro del signo suma, entonces obtendremos:

$$M'(t) = \frac{dM}{dt} = \sum_{\text{toda } x} x\, e^{tx} P(X=x)$$

y si derivamos n veces obtenemos:

$$M^n(t) = \frac{d^nM}{dt^n} = \sum_{\text{toda } x} x^n e^{tx} P(X=x)$$

Si t=0, entonces la función exponencial vale 1, y la expresión del miembro derecho es igual al n-ésimo momento, decir:

$M^n(0) = E[x^n]$.

Si $n = 1$

$\Rightarrow \quad M'(0) = \mu = E[x]$

Si $n = 2$

$\Rightarrow \quad E[X^2] = M''(0) = \mu^2$

como $\quad \sigma^2 = E[x-\mu]^2 = E[x^2-2\mu x+\mu^2]$

$$= E[X^2]-2\mu E[x]+ \mu^2$$

$$= E[x^2]-2\mu^2+\mu^2$$

$$= E[x^2] - \mu^2$$

$\Rightarrow \quad \sigma^2 = E[x^2] - (E[x])^2$, esto es

$\sigma^2 \equiv \underline{M''(0) - (M''[0])^2}$ .

## 2.6 DISTRIBUCION BINOMIAL

DEFINICION 2.8.1

Dado un experimento cualquiera , este experimento es binomial si y solo si consiste de un conjunto de n repeticiones tales que:

i) En cada repetición solo existen dos posibles resultados(suceso y fallo).

ii) La probabilidad de un suceso p , se mantiene constante durante todo el experimento.

iii) Cada una de las repeticiones es independiente de las demás.

iv) El número de repeticiones n se fija antes de realizar el experimento.

Dado un experimento binomial y si la variable aleatoria X es igual al número de sucesos en las n repeticiones, entonces a X se la conoce como variable aleatoria binomial.

Como X en un experimento binomial toma valores iguales al número de sucesos, entonces en el experimento podrá tomar valores de 0,1,...,n ; siendo n el número de repeticiones.

Sea un experimento binomial de cuatro repeticiones, supongamos que p es la probabilidad de un suceso y, 1-p la probabilidad de cada falla, entonces , podrán darse los siguientes casos:

si $x = 0$, es decir no ocurre sucesos tendremos:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1-p | 1-p | 1-p | 1-p |
| sucesos ---> | ------ | ------ | ------ | ------ |

$\Rightarrow \; P(X=0) = P^0 \, (1-p)^{4-0}$

si x = 1, un suceso tendremos:

| | p | 1-p | 1-p | 1-p |
|---|---|---|---|---|
| repeticiones ---> | x | | | |
| | | x | | |
| | | | x | |
| | | | | x |

$\Rightarrow P(X=1) = 4 \, P^1(1-p)^{4-1}$

Si x = 2, tenemos:

| | p | p | 1-p | 1-p |
|---|---|---|---|---|
| repeticiones ---> | x | x | | |
| | x | | x | |
| | x | | | x |
| | | x | x | |
| | | x | | x |
| | | | x | x |

$\Longrightarrow P(X=x) = 6 \, P^2 \, (1-p)^{4-2}$

y así podemos continuar sucesivamente, es dedir:

$P(X=3) = 4P^3 \, (1-p)^{4-3}$

$P(X=4) = 1P^4 \, (1-p)^{4-4}$

y asi en general si x = x, tenemos:

$P(X=x) = \binom{n}{x} \, p^x \, (1-p)^{n-x}.$

Además, en vista de que esta probabilidad se aplica a cualquier punto del espacio muestral que representa x-éxitos y n-x fallos(en cualquier orden específico), solo debemos contar cuantos puntos de esta clase existen y multiplicar $p^x(1-p)^{n-x}$ por este número. Es fácil darse cuenta que el número de sucesos en n repeticiones, es el número de combinaciones de x objetos seleccionados de n objetos, es decir:

$\binom{n}{x}$ de ahí que se llega a la siguiente expresión:

$$P(X=x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \; p^x \; (1-p)^{n-x} & x = 0,1,\ldots,n \\ 0 & \text{resto de } x \end{cases}$$

que no es otra cosa que la denomidada distribución de probabilidades de la variable aleatoria binomial, y que se la denota como b(x,n,p), es decir que:

$P(X=x) = b(x,n,p)$.

por lo tanto, de ahora en adelante cuando nos refiramos a P(X=x), lo haremos con su equivalente b(x,n,p). Donde b nos recuerde que nos estamos refiriendo a una variable aleatoria binomial; x es el número de sucesos en el experimento, n el número de repeticiones previamente fijada y p la probabilidad de que ocurra un suceso en cada repetición.

### 2.6.1 MEDIA Y VARIANZA DE LA VARIABLE ALEATORIA BINOMIAL

La media $\mu$ y la varianza $\sigma^2$ de la distribución binomial se las puede obtener a partir de la función generadora de momentos o en forma directa, para obtener la media $\mu$ hemos escogido M(t):

$$M(t) = \sum_{x=0}^{n} e^{tx}\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

lo que podemos escribir como

$$M(t) = \sum_{x=0}^{n} \binom{n}{x} (pe^t)^x (1-p)^{n-x}$$

pero $\quad (b+c)^a = \sum_{k} \binom{a}{k} b^{a-k} c^k$

haciendo $b = 1-p$, $c = pe^t$, $a = n$ y $k = x$. obtenemos:

$M(t) = (pe^t + (1-p))^n$ , derivando esta expresión nos queda:

$$M'(t) = n(pe^t + (1-p))^{n-1} pe^t$$

$$\Rightarrow M'(0) = n(p + (1-p))^{n-1} p$$

como $p + (1-p) = 1$ y $(1)^{n-1} = 1$, obtenemos:

$M'(0)\ np = \mu$ .

con lo que se demuestra que $\mu = np$

De la misma forma se puede demostrar que : $\sigma^2 = np\ (1-p)$.

Ejemplo 2.6.1

En cierta ciudad se da por hecho que los gastos medicos son la causa del 75 % de todas las quiebras personales.

Encuentre la probabilidad de que los gastos medicos sean la causa para dos de las cuatro próximas quiebras personales registradas en tal ciudad?. encontrar además $\mu$ , $\sigma^2$, $\sigma$ y dibújese el histograma y representación gráfica de la distribución acumulada F.

Solución

El problema nos dice que el 75% de la quiebras es por gastos médicos lo que equivale a decir que,cada quiebra que ocurre tiene una probabilidad de 0.75, de ser por gastos médicos es decir, que p=0.75;se nos pide la probabilidad de que de cuatro quiebras que ocurran dos sean por esta causa,es decir n = número de quiebras y x = número de quiebras por gastos médicos;podemos darnos cuenta que nuestro problema se comporta igual que un experimento binomial por lo tanto:

$n = 4$ , $x = 2$ y $p = 0.75$ ,entonces:

* $b(x,n,p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

reemplazando los valores respectivos tenemos:

$$b(2,4,\ 0.75) = \binom{4}{2} (0.75)^2 (1 - 0.75)^{4-2}$$

haciendo los cálculos respectivos obtenemos:

$b(2,4,\ 0.75) = 0.21$

* $\mu = np = 4\ (0.75) = 3$

* $\sigma^2 = np(1-p) = 3(1 - 0.75) = 0.75$

* $\sigma = 0.86.$

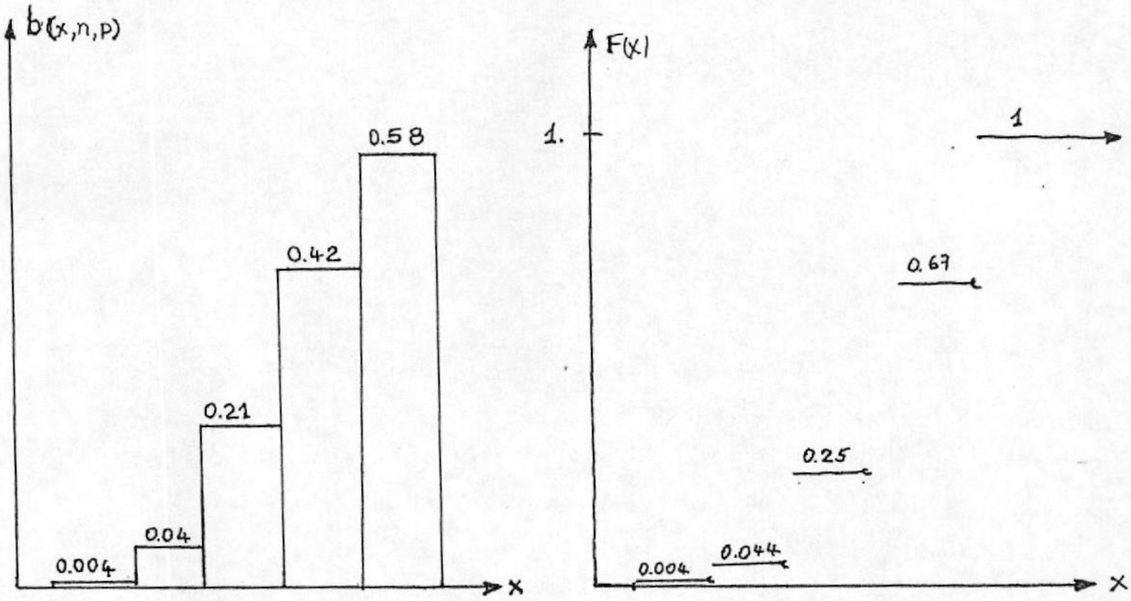



fig. 2.8.1

Cuando n es grande el cálculo de la probabilidades de las binomiales resulta tedioso . Por esta razón adjuntamos la tabla 1 al final del texto, la misma que contiene los valores de la distribución binomial y la correspondiente función de distribución acumulada(B(x,n,p) entre n = 2 y n = 20.

La tabla 1 proporciona los valores de $B(x,n,p) = \sum_{x=0}^{n} b(x,n,p)$

para x = 0,1,...,n en forma directa.

Los valores de b(x,n,p), se pueden obtener restándole a B(x,n,p) B(x-1,n,p) que es el número que se encuentra en la misma columna de B(x,n,p) en su parte anterior,todo esto en la tabla 1. Más claro $b(x,n,p) = B(x,n,p) - B(x,n,p)$ .

Ejemplo 2.6.2

Empléese la tabla 1 para calcular:

a) $B(8,16,0.40)$ ; b) $b(9,12,0.40)$ ; c) $\sum_{x=4}^{n} b(x,20,40)$

Solución

a) Este valor la tabla 1 como ya dijimos lo da en forma directa, para esto en la tabla 1 buscamos los valores de n y x los mismos que se encuentran en las dos primeras columnas, primero bajamos por la columna de n hasta encontrar el número 16 y a su lado derecho seguidamente se encuentra el 0, por esta columna bajamos hasta encontrar el número 8, y por esta fila seguimos hacia la derecha hasta la columna numerada con 0.40 y nos encontraremos con el número 0.8577 que es el resultado que buscamos, entonces:

$B(8,16,0.40) = 0.8577$

b) Como ya dijimos $b(9,16,0.40) = B(9,16,0.40)-B(8,16,0.40)$, buscamos los valores del segundo miembro de la ecuación en la tabla 1 igual que como hicimos en a) y obtendremos que:

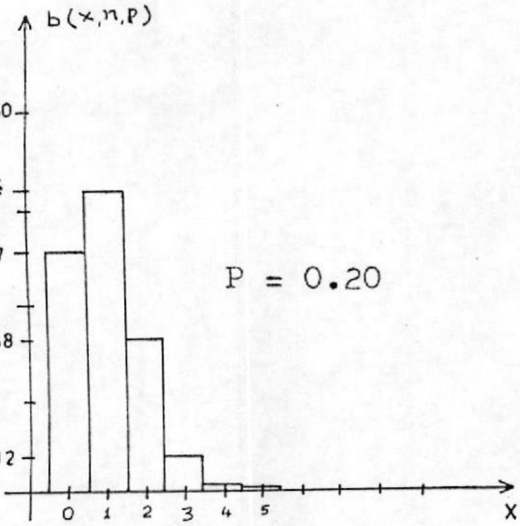
$b(9,16,0.40) = 0.9417 - 0.8577 = 0.0840.$

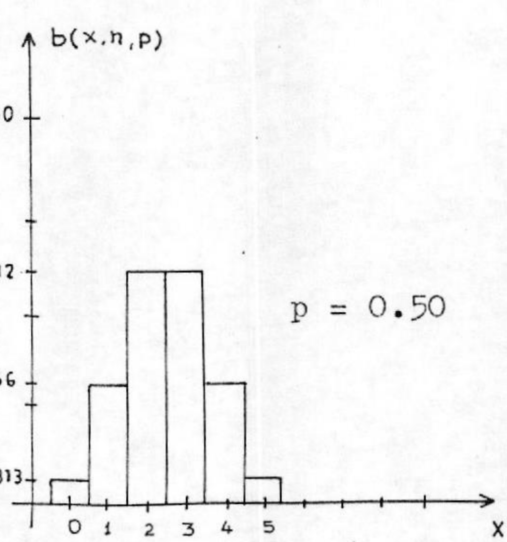
$$
\begin{aligned}
\text{c)} \quad \sum_{x=9}^{16} b(x,16,0.40) &= 1 - B(8,16,0.40) \\
&= 1 - 0.8577 \\
&= 0.1423.
\end{aligned}
$$

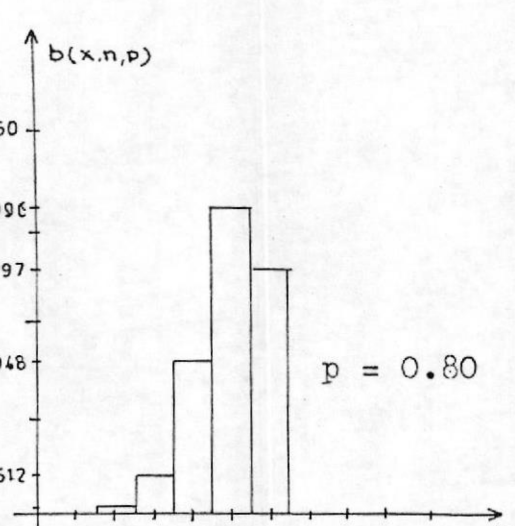
En las próximas páginas presentamos varios histogramas de distribución de probabilidades y de distribución acumulada de probabilidades de la variable aleatoria binomial con el objeto de visualizar el comportamiento de la misma , para esto hemos tomado parámetros que hemos considerado estratégicos para nuestro objetivo, esto es: para $n = 5$ y probabilidades $p = 0.2$ , $p = 0.5$, y $p = 0.8$; para $n = 2$ y probabilidades $p = 0.3$, $p = 0.5$ y $p = 0.7$ y para $n = 20$ con probabilidades $p = 0.1$ , $p = 0.5$ y $p = 0.9$ . De los que podemos concluir que: para cualquier n la distribución binomial será simétrica para la probabilidad $p = 0.5$; sesgada hacia la derecha para probabilidades $p < 0.5$ y sesgada hacia la izquierda para probabilidades $p > 0.5$ . Lo que el lector pudede comprobar remitiendose a los gráficos indicados anteriormente.

# VARIABLE ALEATORIA BINOMIAL

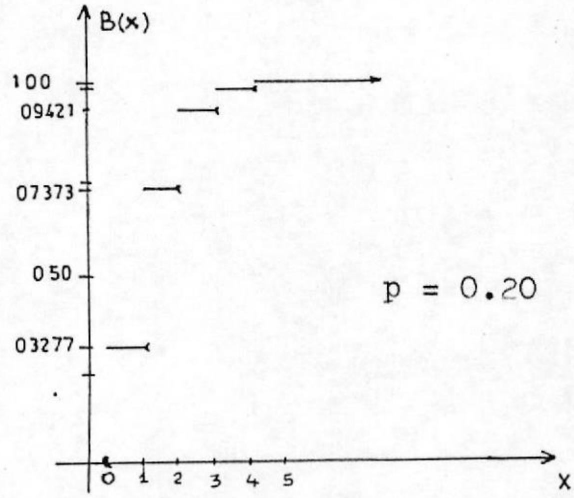
## Histogramas de distribución de probabilidades para n = 5

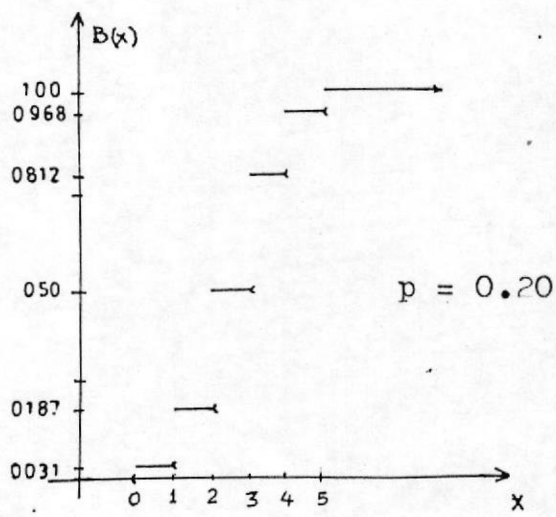


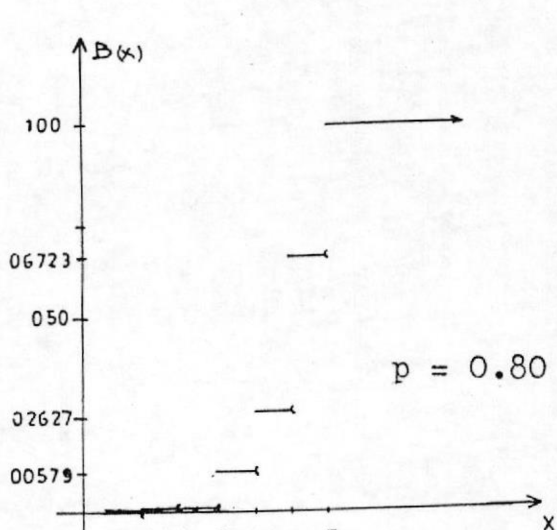




## Distribución acumulada de probabilidades para n = 5

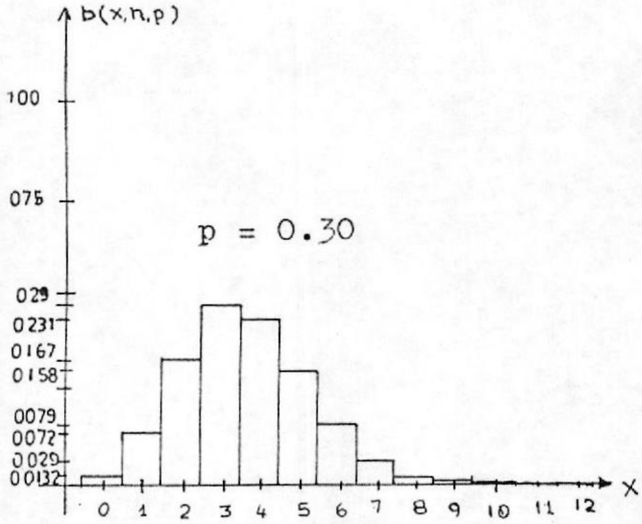


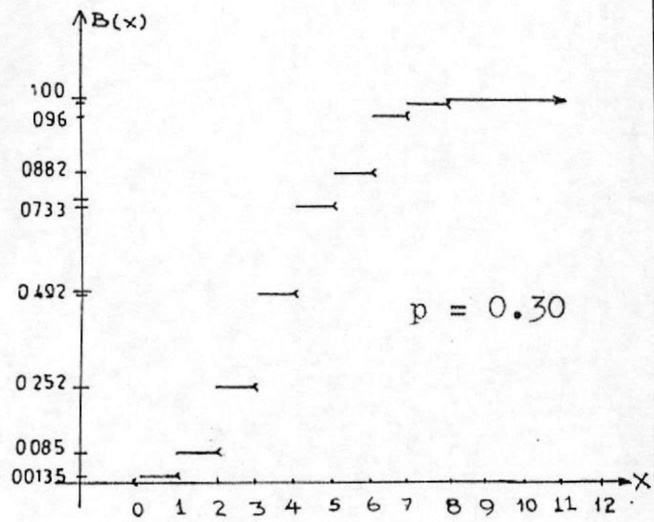



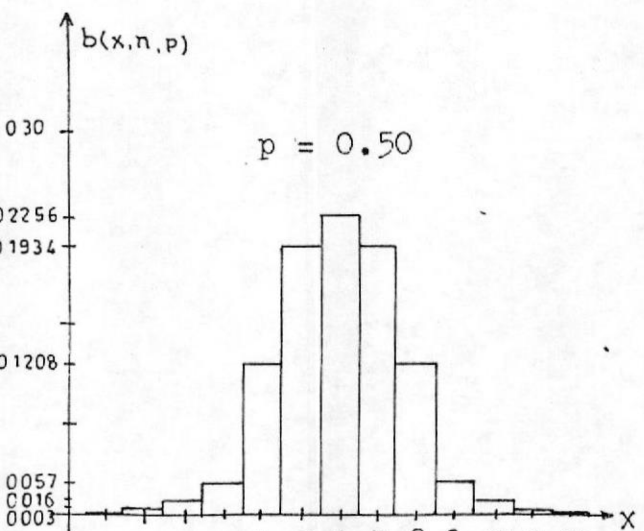



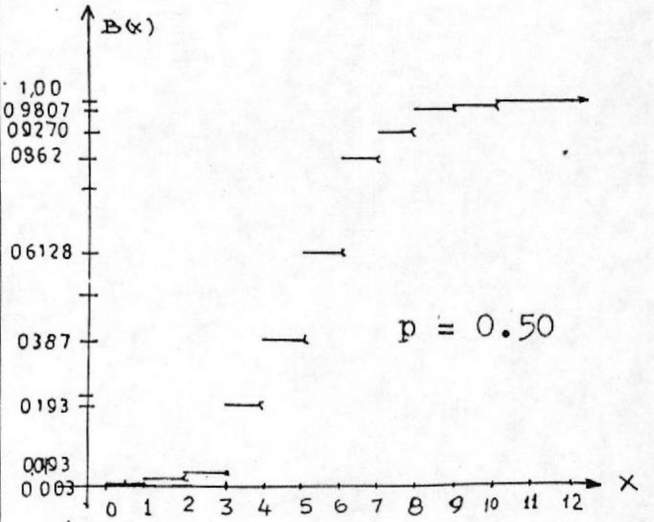
## VARIABLE ALEATORIA BINOMIAL

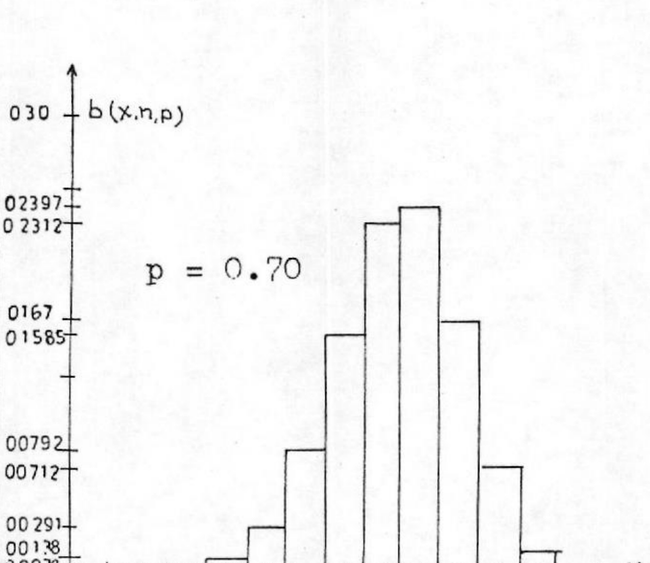
| Histogramas de distribución de probabilidades para n = 12 | Distribución acumulada de probabilidades para n 12 |
|---|---|

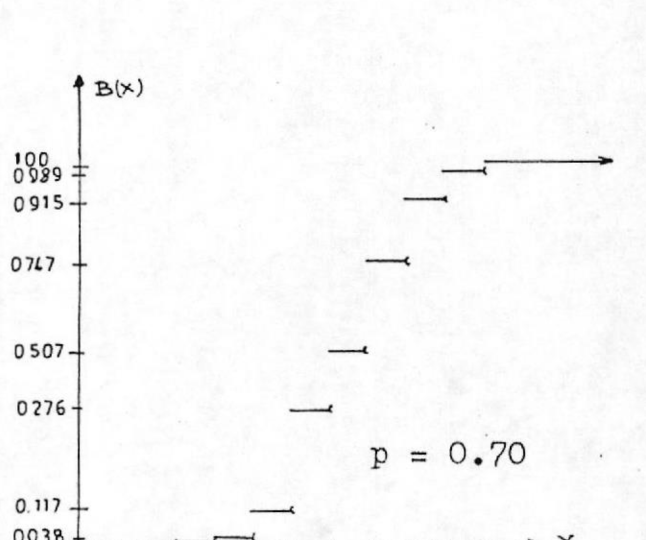


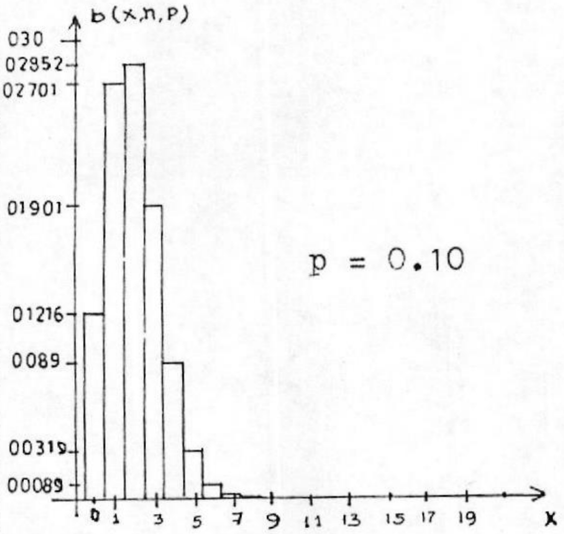



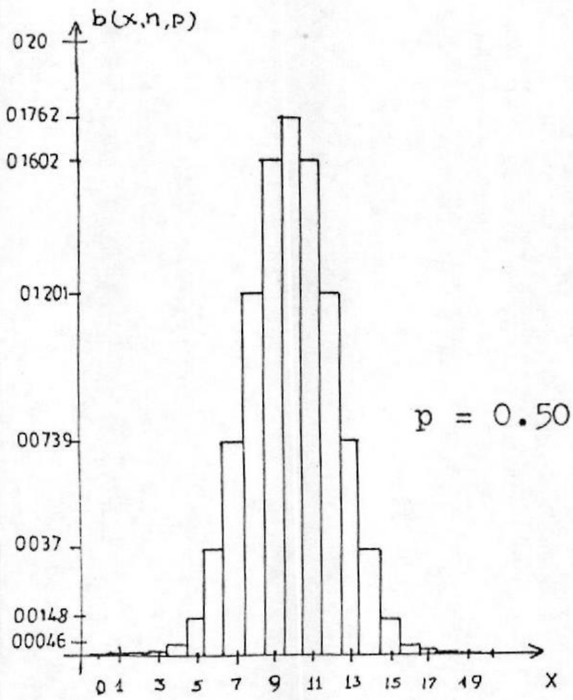



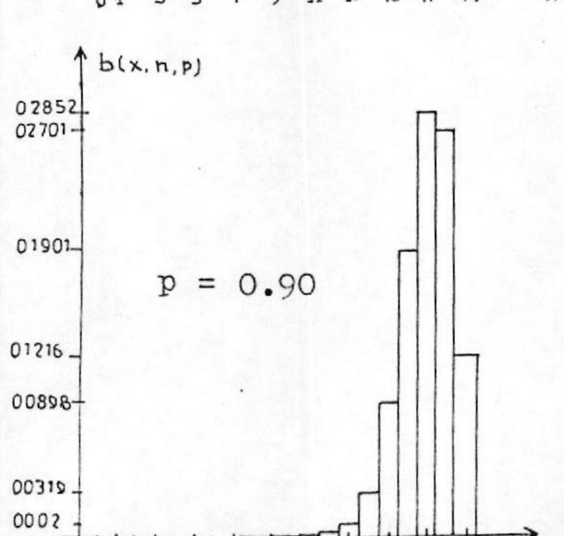



# VARIABLE ALEATORIA BINOMIAL

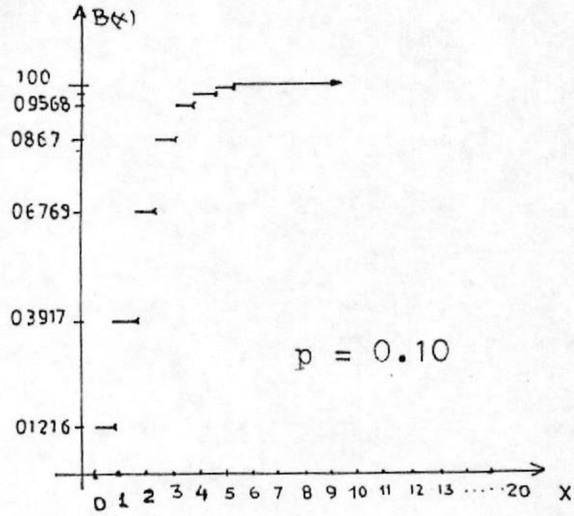
Histogramas de distribución de probabilidades para n =20

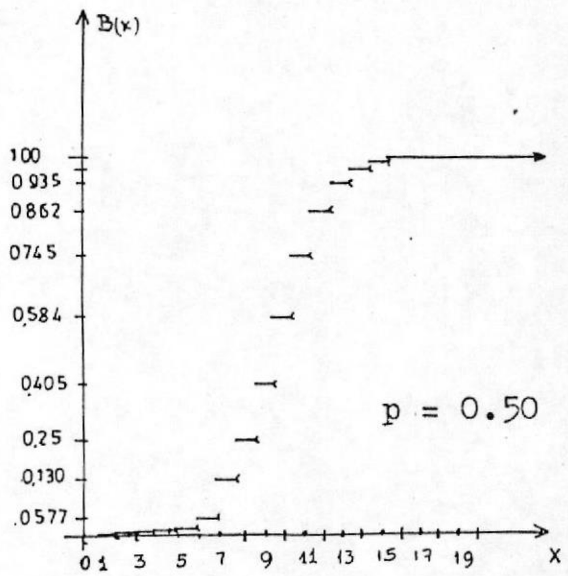


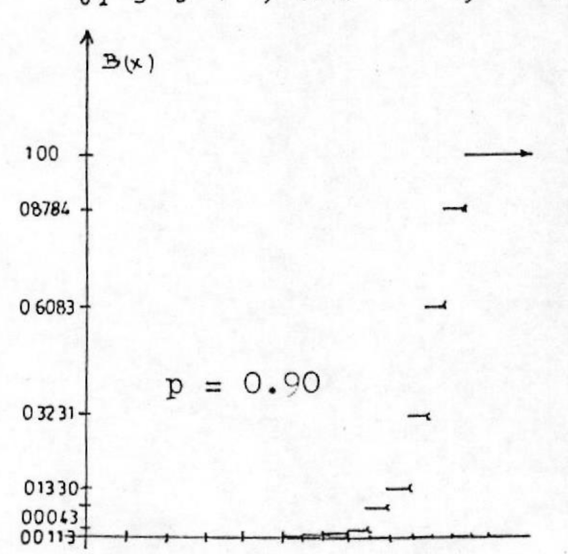




Distribución acumulada de probabilidades para n = 20



## 2.7 DISTRIBUCION POISSON

DEFICION 2.7.1

Sea X una variable aleatoria discreta, X es una variable aleatoria Poisson si y solo si tiene la siguiente distribución de probabilidades:

$$f(x, \lambda) = \frac{\lambda^{x} e^{-\lambda}}{x!} \quad \text{para } x = 0,1,2,...$$

donde $\lambda$ es una constante real mayor que cero. y $\lambda$ = np.

su media $\mu$ , esta dada por :

$$\mu = E[x] = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x}}{x!} = \lambda \quad y$$

$$\sigma^{2} = E[x-\mu]^{2} = \sum_{x=0}^{\infty} (x-\mu)^{2} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x}}{x!} =$$

Nóteses que la media de la variable aleatoria Poisson es igual a su varianza.

Algunos ejemplos característicos de los que se analizan a traves de la variable Poisson son: accidentes por día, llamadas telefónicas por minurtos,cantidad de ganado por has., etc, en los ejemplos indicados podemos darnos cuenta que la unidad de medición (tiempo-área) es contínua pero que la variable aleatoria número de sucesos es discreta.

El uso de la variable Poisson supone lo siguiente:

i) La probabilidad de un éxito es la misma a traves de todo el campo de observación

ii) La probabilidad de más de un éxito durante cada uno de los pequeños intervalos del campo de observación es aproximadamente cero.

iii) La probabilidad de un exito en cualquier intervalo es independiente de lo que sucedió antes.

La variable aleatoria Poisson puede tomar valores que van desde 0,1,2,... dependiendo de la cantidad de éxitos por intervalos contínuos.
Otra de las características de esta variable es que podemos describir su distribución en forma total por medio de un solo parámetro, la media **u**. De esta manera sabiendo que una variable aleatoria tiene resultados que son distribuidos mediante el método Poisson,y , conociendo el número de exitos por unidad se puede determinar la probabilidad para cualquiera o todos los resultados posibles. A más de las aplicaciones que tiene esta variable como en los ejemplos descritos anteriormente,la distribución Poisson puede utilizarse para aproximar probabilidades binomiales, lo que es más conveniente cuando **n** es grande y la probabilidad **p** en cada ensayo tiende a cero, para utilizarla en la aproximación indicada, es necesario determinar solo la media **u** de la distribución binomial.

De la expresión que determina la distribución de probabilidades de la variable binomial,cuando **n**$\to\infty$ y $p\to 0$ mientras que **np** = $\lambda$ permanece constante, la expresión límite de la distribución binomial es igual a la expresión:

$$\frac{\lambda^{x}e^{-\lambda}}{x!} \qquad x = 0,1,2,...$$

expresión que no es otra cosa que la distribución Poisson con la que se aproxima probabilidades binomiales.

En vista de la múltiples aplicaciones importantes que tiene la distribución Poisson ha sido ampliamente tabulada.

El texto en la tabla 2 en su final, proporciona los valores de la distribución acumulada en forma directa, es decir:

$F(x, \lambda) = \sum_{x_i \leq x} f(x, \lambda)$ para valores de con incrementos que varían de 0.02 y 25, y su uso es muy similar al de la tabla 1.

Ejemplo 2.7.1

Utilícese la tabla 2 para determinar:

a) $F(9,12)$ ; b) $f(9,12)$ ; c) $\sum_{x=3}^{12} f(x, 12)$.

Solución

a) Este valor como dijimos antes lo proporciona la tabla en forma directa. Para lo cual en la parte superior encontramos los valores de $x$ y en la primera columna los valores de $\lambda$ .

Así: $F(9,12) = 0.242$ .

b) Al igual que en la binomial

$$f(x, \lambda) = F(x, \lambda) - F(x-1, \lambda)$$

$$\Rightarrow \quad f(9,12) = F(9,12) - F(8,12)$$

buscando los valores del segundo miembro de la ecuación en la tabla 2 sabremos que:

$$f(9,12) = 0.242 - 0.155$$

$$f(9,12) = 0.087.$$

c)
$$\sum_{x=3}^{9} f(x,12) = 1 - F(2,12)$$
$$= 1 - 0.576$$
$$= 0.424$$

Ejemplo 2.7.2

Si el 8 % de lo fusibles depositados en un lote están defectuosos, úsese la aproximación de Poisson para determinar la probabilidad de que 4 fusibles esten defectuosos en una muestra aleatoria de 400.

Solución

$p = 0.008$ ; $n = 400$ ; $x = 4$ .

$$\Rightarrow \quad \lambda = np = (0.008)(400) = 3.2$$

como $$f(x, \lambda) = \frac{\lambda^{n} e^{-\lambda}}{x!}$$

reeplazando los valores respectivos obtendremos:

$$f(4,3.2) = \frac{(3.2)^4 e^{-3.2}}{4!} = 0.178$$

o calculando este valor en a tabla 2 otenemos:

$$f(4,3.2) = F(4, 3.2) - F(3, 3.2)$$

$$\Rightarrow f(4,3.2) = 0.781 - 0.603$$

$$\Rightarrow f(4,3.2) = 0.178$$

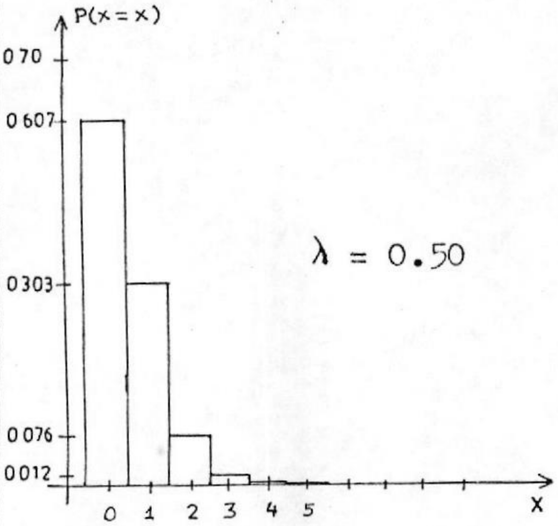
entonces la probabilidad de que 4 fusibles esten defectuosos en la muestra es 0.178.

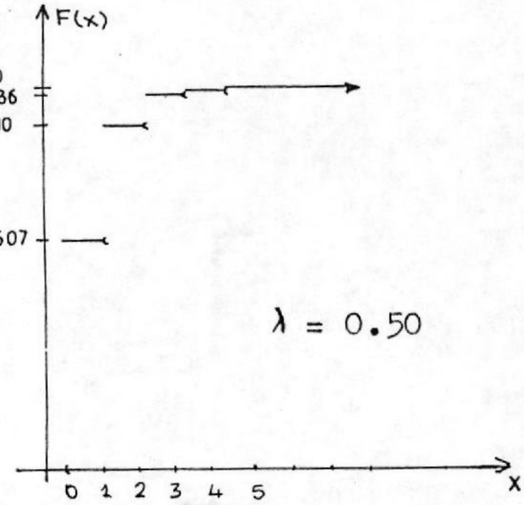
El lector podrá darse cuenta que el ejemplo que se terminó de dar, se analiza una situación que se comporta de manera similar que un experimento binomial por lo que pudo resolverse como tal, pero, si regresamos a el nos daremos cuenta que **n** = 400(sumamente grande) y p = 0.008 , es decir es sumamente pequeno, por lo que las características del experimento se prestan para que se lo resuelva por la aproximación Poisson,como así lo pidió el problema, tratar de resolverlo como binomial es bastante engorroso.

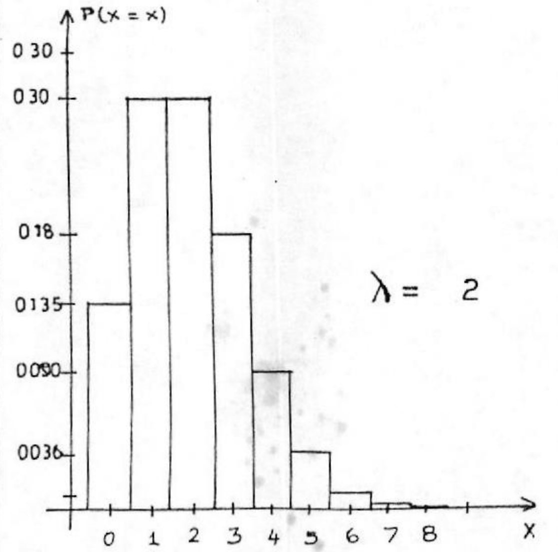
Al igual que como lo hicimos con la variable aleatoria binomial,en la página siguiente presentamos representaciones gráficas del histograma de distribución de probabilidades y de su correspondiente distribución acumulada de probabilidades de la variable aleatoria Poisson, de las que podemos concluir que casi toda la probabilidad se concentran alrededor de la media y que la probabilidad de observar grandes valores de la variable aleatoria es muy pequeña.

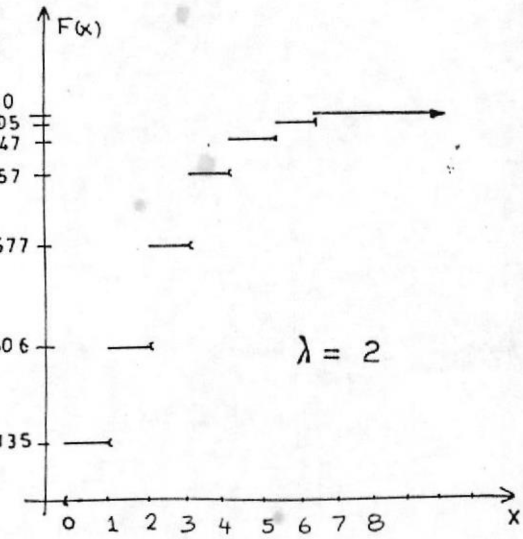
## VARIABLE ALEATORIA POISSON

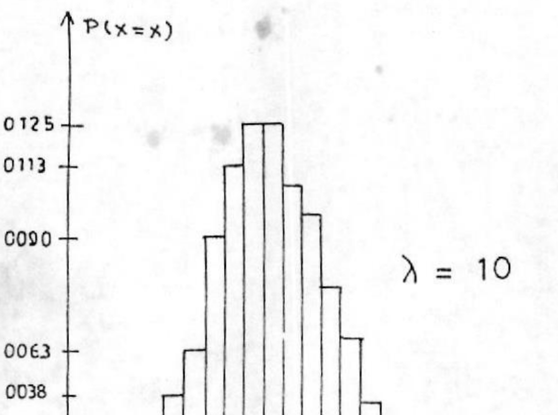
| Histogramas de distribución de probabilidades | Distribución acumulada de probabilidades. |
|---|---|

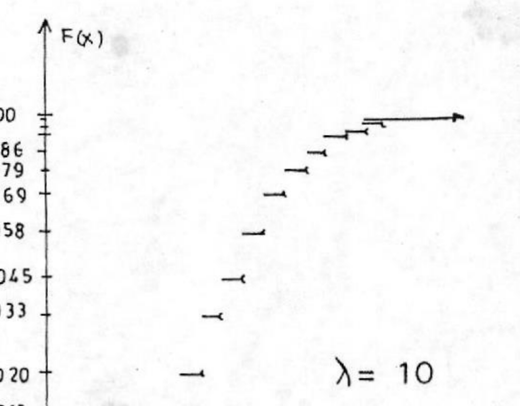


## 2.8 DISTRIBUCION GEOMETRICA

En el ejemplo 1.4 del primer capítulo, vimos que para encontrar a la primera persona que midiera 178 cm de estatura, se debía medir antes una cantidad indeterminada de personas, en este experimento cada persona a la que se le medía su estatura es un ensayo o repetición, es fácil darse cuenta que en experimentos como este **n** no puede ser fijada antes, como sí, se la fija en el experimento binomial característica única que lo diferencia del experimento binomial.

Si en problemas como el del experimento indicado deseamos conocer la probabilidad de que en una repetición determinada ocurra el primer suceso, es de esta clase de problemas que trataremos en esta sección.

DEFINICION 2.11.1

Sea X una variable aleatoria discreta, X es variable aleatoria geometrica si y solo si es igual al número de repeticiones necesarias para que ocurra el primer suceso. Y, se la denota por $g(x,p)$ .

Si el primer suceso ocurre en la x-esima repetición,este estuvo precedido por x-1 fracasos y, si la probabilidad de un suceso es p, entonces la probabilidad de de x-1 fracasos en x-1 repeticiones es $(1-p)^{x-1}$. Si multiplicamos la probabilidad p de un suceso en la x-1 repetición por la probabilidad $(1-p)^{x-1}$ de x-1 fracasos, tendremos la probabilidad de obtener el primer suceso en la x-esima repetición, la misma que esta dada por:

$g(x,p) = p\,(1-p)^{x-1}$ para $x = 1,2,3,...$

expresión que representa la distribución de probabilidades de la variable aletoria geométrica.

La media **u** de la variable geometrica está dada por:

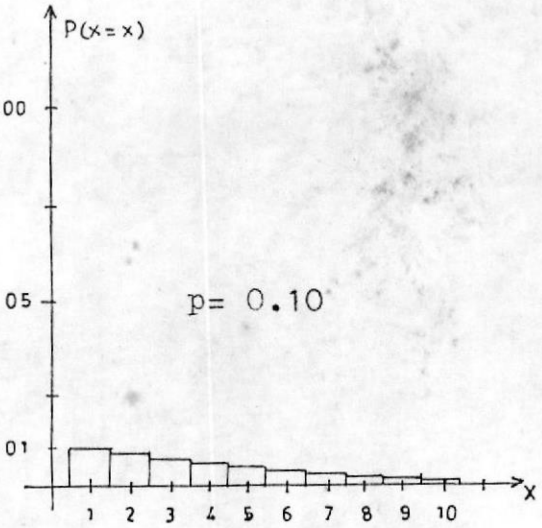
$$u = 1/p.$$

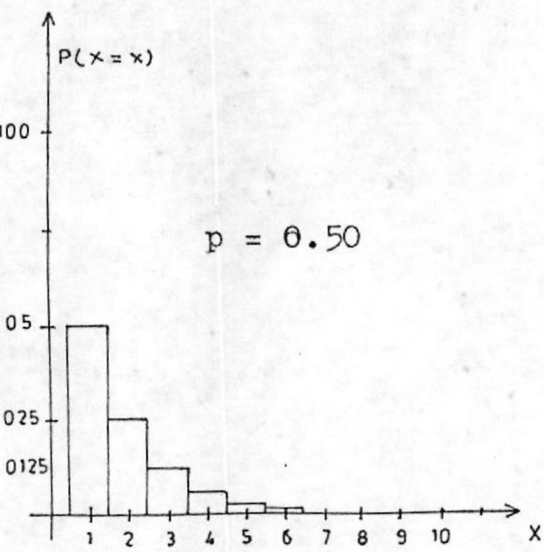
La siguiente página nos muestra tres histogramas con su correspondiente distribución acumulada con el objeto de ver el comportamiento de la variable aleatoria geometrica.

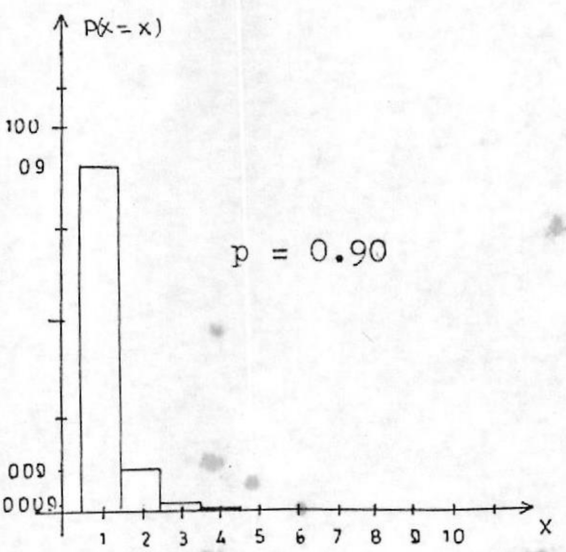
Al observar las gráficas nos daremos cuenta que: la probabilidad de que ocurra el primer suceso es mayor cuando el número de repeticiones es es menor y, esta probabilidad va disminuyendo a medida que el número de repeticiones va aumentando.

## VARIABLE ALEATORIA GEOMETRICA

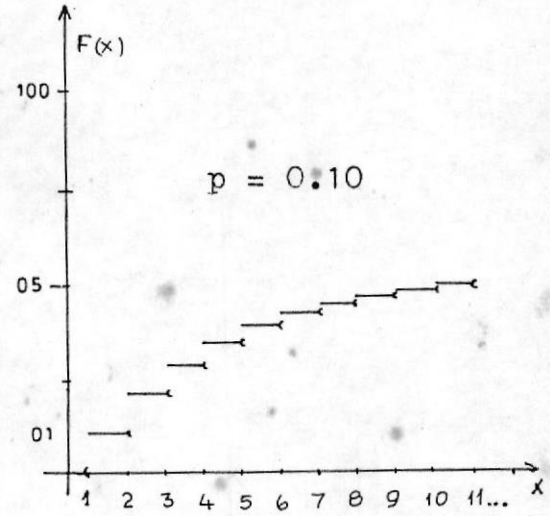
### Histogramas de distribución de probabilidades

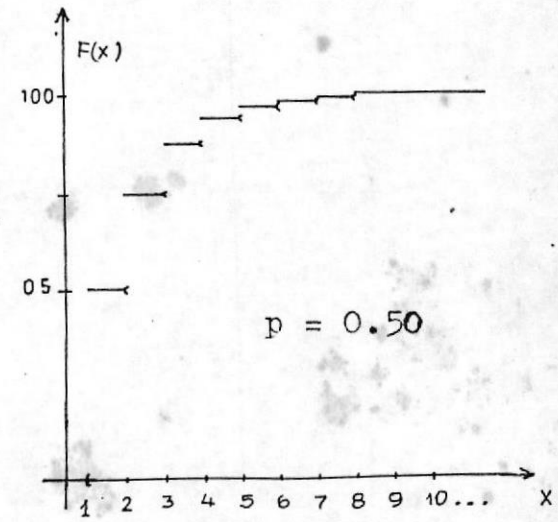


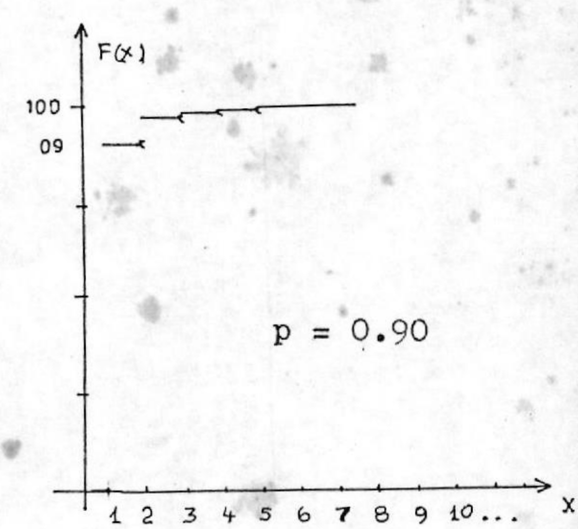




### Distribución acumulada de probabilidades.



## Tabla I

## FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL

$$B(x; n, p) = \sum_{k=0}^{x} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

| | | p | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | $x$ | 0.05 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.35 | 0.40 | 0.45 | 0.50 |
| 2 | 0 | 0.9025 | 0.8100 | 0.7225 | 0.6400 | 0.5625 | 0.4900 | 0.4225 | 0.3600 | 0.3025 | 0.2500 |
| | 1 | 0.9975 | 0.9900 | 0.9775 | 0.9600 | 0.9375 | 0.9100 | 0.8775 | 0.8400 | 0.7975 | 0.7500 |
| 3 | 0 | 0.8574 | 0.7290 | 0.6141 | 0.5120 | 0.4219 | 0.3430 | 0.2746 | 0.2160 | 0.1664 | 0.1250 |
| | 1 | 0.9928 | 0.9720 | 0.9392 | 0.8960 | 0.8438 | 0.7840 | 0.7182 | 0.6480 | 0.5748 | 0.5000 |
| | 2 | 0.9999 | 0.9990 | 0.9966 | 0.9920 | 0.9844 | 0.9730 | 0.9571 | 0.9360 | 0.9089 | 0.8750 |
| 4 | 0 | 0.8145 | 0.6561 | 0.5220 | 0.4096 | 0.3164 | 0.2401 | 0.1785 | 0.1296 | 0.0915 | 0.0625 |
| | 1 | 0.9860 | 0.9477 | 0.8905 | 0.8192 | 0.7383 | 0.6517 | 0.5630 | 0.4752 | 0.3910 | 0.3125 |
| | 2 | 0.9995 | 0.9963 | 0.9880 | 0.9728 | 0.9492 | 0.9163 | 0.8735 | 0.8208 | 0.7585 | 0.6875 |
| | 3 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9995 | 0.9984 | 0.9961 | 0.9919 | 0.9850 | 0.9744 | 0.9590 | 0.9375 |
| 5 | 0 | 0.7738 | 0.5905 | 0.4437 | 0.3277 | 0.2373 | 0.1681 | 0.1160 | 0.0778 | 0.0503 | 0.0312 |
| | 1 | 0.9774 | 0.9185 | 0.8352 | 0.7373 | 0.6328 | 0.5282 | 0.4284 | 0.3370 | 0.2562 | 0.1875 |
| | 2 | 0.9988 | 0.9914 | 0.9734 | 0.9421 | 0.8965 | 0.8369 | 0.7648 | 0.6826 | 0.5931 | 0.5000 |
| | 3 | 1.0000 | 0.9995 | 0.9978 | 0.9933 | 0.9844 | 0.9692 | 0.9460 | 0.9130 | 0.8688 | 0.8125 |
| | 4 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9997 | 0.9990 | 0.9976 | 0.9947 | 0.9898 | 0.9815 | 0.9688 |
| 6 | 0 | 0.7351 | 0.5314 | 0.3771 | 0.2621 | 0.1780 | 0.1176 | 0.0754 | 0.0467 | 0.0277 | 0.0156 |
| | 1 | 0.9672 | 0.8857 | 0.7765 | 0.6554 | 0.5339 | 0.4202 | 0.3191 | 0.2333 | 0.1636 | 0.1094 |
| | 2 | 0.9978 | 0.9842 | 0.9527 | 0.9011 | 0.8306 | 0.7443 | 0.6471 | 0.5443 | 0.4415 | 0.3438 |
| | 3 | 0.9999 | 0.9987 | 0.9941 | 0.9830 | 0.9624 | 0.9295 | 0.8826 | 0.8208 | 0.7447 | 0.6562 |
| | 4 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9996 | 0.9984 | 0.9954 | 0.9891 | 0.9777 | 0.9590 | 0.9308 | 0.8906 |
| | 5 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9998 | 0.9993 | 0.9982 | 0.9959 | 0.9917 | 0.9844 |
| 7 | 0 | 0.6983 | 0.4783 | 0.3206 | 0.2097 | 0.1335 | 0.0824 | 0.0490 | 0.0280 | 0.0152 | 0.0078 |
| | 1 | 0.9556 | 0.8503 | 0.7166 | 0.5767 | 0.4449 | 0.3294 | 0.2338 | 0.1586 | 0.1024 | 0.0625 |
| | 2 | 0.9962 | 0.9743 | 0.9262 | 0.8520 | 0.7564 | 0.6471 | 0.5323 | 0.4199 | 0.3164 | 0.2266 |
| | 3 | 0.9998 | 0.9973 | 0.9879 | 0.9667 | 0.9294 | 0.8740 | 0.8002 | 0.7102 | 0.6083 | 0.5000 |
| | 4 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9988 | 0.9953 | 0.9871 | 0.9712 | 0.9444 | 0.9037 | 0.8471 | 0.7734 |
| | 5 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9996 | 0.9987 | 0.9962 | 0.9910 | 0.9812 | 0.9643 | 0.9375 |
| | 6 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9998 | 0.9994 | 0.9984 | 0.9963 | 0.9922 |
| 8 | 0 | 0.6634 | 0.4305 | 0.2725 | 0.1678 | 0.1001 | 0.0576 | 0.0319 | 0.0168 | 0.0084 | 0.0039 |
| | 1 | 0.9428 | 0.8131 | 0.6572 | 0.5033 | 0.3671 | 0.2553 | 0.1691 | 0.1064 | 0.0632 | 0.0352 |
| | 2 | 0.9942 | 0.9619 | 0.8948 | 0.7969 | 0.6785 | 0.5518 | 0.4278 | 0.3154 | 0.2201 | 0.1445 |
| | 3 | 0.9996 | 0.9950 | 0.9786 | 0.9437 | 0.8862 | 0.8059 | 0.7064 | 0.5941 | 0.4770 | 0.3633 |
| | 4 | 1.0000 | 0.9996 | 0.9971 | 0.9896 | 0.9727 | 0.9420 | 0.8939 | 0.8263 | 0.7396 | 0.6367 |
| | 5 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9988 | 0.9958 | 0.9887 | 0.9747 | 0.9502 | 0.9115 | 0.8555 |
| | 6 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9996 | 0.9987 | 0.9964 | 0.9915 | 0.9819 | 0.9648 |
| | 7 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9998 | 0.9993 | 0.9983 | 0.9961 |
| 9 | 0 | 0.6302 | 0.3874 | 0.2316 | 0.1342 | 0.0751 | 0.0404 | 0.0207 | 0.0101 | 0.0046 | 0.0020 |
| | 1 | 0.9288 | 0.7748 | 0.5995 | 0.4362 | 0.3003 | 0.1960 | 0.1211 | 0.0705 | 0.0385 | 0.0195 |
| | 2 | 0.9916 | 0.9470 | 0.8591 | 0.7382 | 0.6007 | 0.4628 | 0.3373 | 0.2318 | 0.1495 | 0.0898 |
| | 3 | 0.9994 | 0.9917 | 0.9661 | 0.9144 | 0.8343 | 0.7297 | 0.6089 | 0.4826 | 0.3614 | 0.2539 |
| | 4 | 1.0000 | 0.9991 | 0.9944 | 0.9804 | 0.9511 | 0.9012 | 0.8283 | 0.7334 | 0.6214 | 0.5000 |
| | 5 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9994 | 0.9969 | 0.9900 | 0.9747 | 0.9464 | 0.9006 | 0.8342 | 0.7461 |
| | 6 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9987 | 0.9957 | 0.9888 | 0.9750 | 0.9502 | 0.9102 |
| | 7 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9996 | 0.9986 | 0.9962 | 0.9909 | 0.9805 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9997 | 0.9992 | 0.9980 |

Tabla I

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL *(Continúa)*

| | | $p$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | $x$ | 0.05 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.35 | 0.40 | 0.45 | 0.50 |
| 10 | 0 | 0.5987 | 0.3487 | 0.1969 | 0.1074 | 0.0563 | 0.0282 | 0.0135 | 0.0060 | 0.0025 | 0.0010 |
| | 1 | 0.9139 | 0.7361 | 0.5443 | 0.3758 | 0.2440 | 0.1493 | 0.0860 | 0.0464 | 0.0232 | 0.0107 |
| | 2 | 0.9885 | 0.9298 | 0.8202 | 0.6778 | 0.5256 | 0.3828 | 0.2616 | 0.1673 | 0.0996 | 0.0547 |
| | 3 | 0.9990 | 0.9872 | 0.9500 | 0.8791 | 0.7759 | 0.6496 | 0.5138 | 0.3823 | 0.2660 | 0.1719 |
| | 4 | 0.9999 | 0.9984 | 0.9901 | 0.9672 | 0.9219 | 0.8497 | 0.7515 | 0.6331 | 0.5044 | 0.3770 |
| | 5 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9986 | 0.9936 | 0.9803 | 0.9527 | 0.9051 | 0.8338 | 0.7384 | 0.6230 |
| | 6 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9991 | 0.9965 | 0.9894 | 0.9740 | 0.9452 | 0.8980 | 0.8281 |
| | 7 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9996 | 0.9984 | 0.9952 | 0.9877 | 0.9726 | 0.9453 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9995 | 0.9983 | 0.9955 | 0.9893 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9997 | 0.9990 |
| 11 | 0 | 0.5688 | 0.3138 | 0.1673 | 0.0859 | 0.0422 | 0.0198 | 0.0088 | 0.0036 | 0.0014 | 0.0005 |
| | 1 | 0.8981 | 0.6974 | 0.4922 | 0.3221 | 0.1971 | 0.1130 | 0.0606 | 0.0302 | 0.0139 | 0.0059 |
| | 2 | 0.9848 | 0.9104 | 0.7788 | 0.6174 | 0.4552 | 0.3127 | 0.2001 | 0.1189 | 0.0652 | 0.0327 |
| | 3 | 0.9984 | 0.9815 | 0.9306 | 0.8389 | 0.7133 | 0.5696 | 0.4256 | 0.2963 | 0.1911 | 0.1133 |
| | 4 | 0.9999 | 0.9972 | 0.9841 | 0.9496 | 0.8854 | 0.7897 | 0.6683 | 0.5328 | 0.3971 | 0.2744 |
| | 5 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9973 | 0.9883 | 0.9657 | 0.9218 | 0.8513 | 0.7535 | 0.6331 | 0.5000 |
| | 6 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9980 | 0.9924 | 0.9784 | 0.9499 | 0.9006 | 0.8262 | 0.7256 |
| | 7 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9988 | 0.9957 | 0.9878 | 0.9707 | 0.9390 | 0.8867 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9994 | 0.9980 | 0.9941 | 0.9852 | 0.9673 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9993 | 0.9978 | 0.9941 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9995 |
| 12 | 0 | 0.5404 | 0.2824 | 0.1422 | 0.0687 | 0.0317 | 0.0138 | 0.0057 | 0.0022 | 0.0008 | 0.0002 |
| | 1 | 0.8816 | 0.6590 | 0.4435 | 0.2749 | 0.1584 | 0.0850 | 0.0424 | 0.0196 | 0.0083 | 0,0032 |
| | 2 | 0.9804 | 0.8891 | 0.7358 | 0.5583 | 0.3907 | 0.2528 | 0.1513 | 0.0834 | 0.0421 | 0.0193 |
| | 3 | 0.9978 | 0.9744 | 0.9078 | 0.7946 | 0.6488 | 0.4925 | 0.3467 | 0.2253 | 0.1345 | 0.0730 |
| | 4 | 0.9998 | 0.9957 | 0.9761 | 0.9274 | 0.8424 | 0.7237 | 0.5833 | 0.4382 | 0.3044 | 0.1938 |
| | 5 | 1.0000 | 0.9995 | 0.9954 | 0.9806 | 0.9456 | 0.8822 | 0.7873 | 0.6652 | 0.5269 | 0.3872 |
| | 6 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9993 | 0.9961 | 0.9857 | 0.9614 | 0.9154 | 0.8418 | 0.7393 | 0.6128 |
| | 7 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9994 | 0.9972 | 0.9905 | 0.9745 | 0.9427 | 0.8883 | 0.8062 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9996 | 0.9983 | 0.9944 | 0.9847 | 0.9644 | 0.9270 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9992 | 0.9972 | 0.9921 | 0.9807 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9997 | 0.9989 | 0.9968 |
| | 11 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9998 |
| 13 | 0 | 0.5133 | 0.2542 | 0.1209 | 0.0550 | 0.0238 | 0.0097 | 0.0037 | 0.0013 | 0.0004 | 0.0001 |
| | 1 | 0.8646 | 0.6213 | 0.3983 | 0.2336 | 0.1267 | 0.0637 | 0.0296 | 0.0126 | 0.0049 | 0.0017 |
| | 2 | 0.9755 | 0.8661 | 0.6920 | 0.5017 | 0.3326 | 0.2025 | 0.1132 | 0.0579 | 0.0269 | 0.0112 |
| | 3 | 0.9969 | 0.9658 | 0.8820 | 0.7473 | 0.5843 | 0.4206 | 0.2783 | 0.1686 | 0.0929 | 0.0461 |
| | 4 | 0.9997 | 0.9935 | 0.9658 | 0.9009 | 0.7940 | 0.6543 | 0.5005 | 0.3530 | 0.2279 | 0.1334 |
| | 5 | 1.0000 | 0.9991 | 0.9925 | 0,9700 | 0.9198 | 0.8346 | 0.7159 | 0.5744 | 0.4268 | 0.2905 |
| | 6 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9987 | 0.9930 | 0.9757 | 0,9376 | 0.8705 | 0.7712 | 0.6437 | 0.5000 |
| | 7 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9988 | 0.9944 | 0.9818 | 0,9538 | 0.9023 | 0.8212 | 0.7095 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9990 | 0.9960 | 0.9874 | 0.9679 | 0.9302 | 0.8666 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9993 | 0.9975 | 0.9922 | 0.9797 | 0.9539 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9997 | 0.9987 | 0.9959 | 0.9888 |
| | 11 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9995 | 0.9983 |
| | 12 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 |
| 14 | 0 | 0.4877 | 0.2288 | 0.1028 | 0.0440 | 0.0178 | 0.0068 | 0.0024 | 0.0008 | 0.0002 | 0.0001 |
| | 1 | 0.8470 | 0.5846 | 0.3567 | 0.1979 | 0.1010 | 0.0475 | 0.0205 | 0.0081 | 0.0029 | 0.0009 |

Tabla I

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL *(Continúa)*

| $n$ | $x$ | $p$ 0.05 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.35 | 0.40 | 0.45 | 0.50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 2 | 0.9699 | 0.8416 | 0.6479 | 0.4481 | 0.2811 | 0.1608 | 0.0839 | 0.0398 | 0.0170 | 0.0065 |
| | 3 | 0.9958 | 0.9559 | 0.8535 | 0.6982 | 0.5213 | 0.3552 | 0.2205 | 0.1243 | 0.0632 | 0.0287 |
| | 4 | 0.9996 | 0.9908 | 0.9533 | 0.8702 | 0.7415 | 0.5842 | 0.4227 | 0.2793 | 0.1672 | 0.0898 |
| | 5 | 1.0000 | 0.9985 | 0.9885 | 0.9561 | 0.8883 | 0.7805 | 0.6405 | 0.4859 | 0.3373 | 0.2120 |
| | 6 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9978 | 0.9884 | 0.9617 | 0.9067 | 0.8164 | 0.6925 | 0.5461 | 0.3953 |
| | 7 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9976 | 0.9897 | 0.9685 | 0.9247 | 0.8499 | 0.7414 | 0.6047 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9996 | 0.9978 | 0.9917 | 0.9757 | 0.9417 | 0.8811 | 0.7880 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9983 | 0.9940 | 0.9825 | 0.9574 | 0.9102 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9989 | 0.9961 | 0.9886 | 0.9713 |
| | 11 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9994 | 0.9978 | 0.9935 |
| | 12 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9997 | 0.9991 |
| | 13 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 |
| 15 | 0 | 0.4633 | 0.2059 | 0.0874 | 0.0352 | 0.0134 | 0.0047 | 0.0016 | 0.0005 | 0.0001 | 0.0000 |
| | 1 | 0.8290 | 0.5490 | 0.3186 | 0.1671 | 0.0802 | 0.0353 | 0.0142 | 0.0052 | 0.0017 | 0.0005 |
| | 2 | 0.9638 | 0.8159 | 0.6042 | 0.3980 | 0.2361 | 0.1268 | 0.0617 | 0.0271 | 0.0107 | 0.0037 |
| | 3 | 0.9945 | 0.9444 | 0.8227 | 0.6482 | 0.4613 | 0.2969 | 0.1727 | 0.0905 | 0.0424 | 0.0176 |
| | 4 | 0.9994 | 0.9873 | 0.9383 | 0.8358 | 0.6865 | 0.5155 | 0.3519 | 0.2173 | 0.1204 | 0.0592 |
| | 5 | 0.9999 | 0.9978 | 0.9832 | 0.9389 | 0.8516 | 0.7216 | 0.5643 | 0.4032 | 0.2608 | 0.1509 |
| | 6 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9964 | 0.9819 | 0.9434 | 0.8689 | 0.7548 | 0.6098 | 0.4522 | 0.3036 |
| | 7 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9996 | 0.9958 | 0.9827 | 0.9500 | 0.8868 | 0.7869 | 0.6535 | 0.5000 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9992 | 0.9958 | 0.9848 | 0.9578 | 0.9050 | 0.8182 | 0.6964 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9992 | 0.9963 | 0.9876 | 0.9662 | 0.9231 | 0.8491 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9993 | 0.9972 | 0.9907 | 0.9745 | 0.9408 |
| | 11 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9995 | 0.9981 | 0.9937 | 0.9824 |
| | 12 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9997 | 0.9989 | 0.9963 |
| | 13 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9995 |
| | 14 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 16 | 0 | 0.4401 | 0.1853 | 0.0743 | 0.0281 | 0.0100 | 0.0033 | 0.0010 | 0.0003 | 0.0001 | 0.0000 |
| | 1 | 0.8108 | 0.5147 | 0.2839 | 0.1407 | 0.0635 | 0.0261 | 0.0098 | 0.0033 | 0.0010 | 0.0003 |
| | 2 | 0.9571 | 0.7892 | 0.5614 | 0.3518 | 0.1971 | 0.0994 | 0.0451 | 0.0183 | 0.0066 | 0.0021 |
| | 3 | 0.9930 | 0.9316 | 0.7899 | 0.5981 | 0.4050 | 0.2459 | 0.1339 | 0.0651 | 0.0281 | 0.0106 |
| | 4 | 0.9991 | 0.9830 | 0.9209 | 0.7982 | 0.6302 | 0.4499 | 0.2892 | 0.1666 | 0.0853 | 0.0384 |
| | 5 | 0.9999 | 0.9967 | 0.9765 | 0.9183 | 0.8103 | 0.6598 | 0.4900 | 0.3288 | 0.1976 | 0.1051 |
| | 6 | 1.0000 | 0.9995 | 0.9944 | 0.9733 | 0.9204 | 0.8247 | 0.6881 | 0.5272 | 0.3660 | 0.2272 |
| | 7 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9989 | 0.9930 | 0.9729 | 0.9256 | 0.8406 | 0.7161 | 0.5629 | 0.4018 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9985 | 0.9925 | 0.9743 | 0.9329 | 0.8577 | 0.7441 | 0.5982 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9984 | 0.9929 | 0.9771 | 0.9417 | 0.8759 | 0.7728 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9984 | 0.9938 | 0.9809 | 0.9514 | 0.8949 |
| | 11 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9987 | 0.9951 | 0.9851 | 0.9616 |
| | 12 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9991 | 0.9965 | 0.9894 |
| | 13 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9994 | 0.9979 |
| | 14 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 |
| | 15 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 17 | 0 | 0.4181 | 0.1668 | 0.0631 | 0.0225 | 0.0075 | 0.0023 | 0.0007 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 |
| | 1 | 0.7922 | 0.4818 | 0.2525 | 0.1182 | 0.0501 | 0.0193 | 0.0067 | 0.0021 | 0.0006 | 0.0001 |
| | 2 | 0.9497 | 0.7618 | 0.5198 | 0.3096 | 0.1637 | 0.0774 | 0.0327 | 0.0123 | 0.0041 | 0.0012 |
| | 3 | 0.9912 | 0.9174 | 0.7556 | 0.5489 | 0.3530 | 0.2019 | 0.1028 | 0.0464 | 0.0184 | 0.0064 |
| | 4 | 0.9988 | 0.9779 | 0.9013 | 0.7582 | 0.5739 | 0.3887 | 0.2348 | 0.1260 | 0.0596 | 0.0245 |

**Tabla I**

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL *(Continúa)*

| | | p | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n | x | 0.05 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.35 | 0.40 | 0.45 | 0.50 |
| 17 | 5 | 0.9999 | 0.9953 | 0.9681 | 0.8913 | 0.7653 | 0.5968 | 0.4197 | 0.2639 | 0.1471 | 0.0717 |
| | 6 | 1.0000 | 0.9992 | 0.9917 | 0.9623 | 0.8929 | 0.7752 | 0.6188 | 0.4478 | 0.2902 | 0.1662 |
| | 7 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9983 | 0.9891 | 0.9598 | 0.8954 | 0.7872 | 0.6405 | 0.4743 | 0.3145 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9974 | 0.9876 | 0.9597 | 0.9006 | 0.8011 | 0.6626 | 0.5000 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9995 | 0.9969 | 0.9873 | 0.9617 | 0.9081 | 0.8166 | 0.6855 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9994 | 0.9968 | 0.9880 | 0.9652 | 0.9174 | 0.8338 |
| | 11 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9993 | 0.9970 | 0.9894 | 0.9699 | 0.9283 |
| | 12 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9994 | 0.9975 | 0.9914 | 0.9755 |
| | 13 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9995 | 0.9981 | 0.9936 |
| | 14 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9997 | 0.9988 |
| | 15 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 |
| | 16 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 18 | 0 | 0.3972 | 0.1501 | 0.0536 | 0.0180 | 0.0056 | 0.0016 | 0.0004 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 |
| | 1 | 0.7735 | 0.4503 | 0.2241 | 0.0991 | 0.0395 | 0.0142 | 0.0046 | 0.0013 | 0.0003 | 0.0001 |
| | 2 | 0.9419 | 0.7338 | 0.4797 | 0.2713 | 0.1353 | 0.0600 | 0.0236 | 0.0082 | 0.0025 | 0.0007 |
| | 3 | 0.9891 | 0.9018 | 0.7202 | 0.5010 | 0.3057 | 0.1646 | 0.0783 | 0.0328 | 0.0120 | 0.0038 |
| | 4 | 0.9985 | 0.9718 | 0.8794 | 0.7164 | 0.5187 | 0.3327 | 0.1886 | 0.0942 | 0.0411 | 0.0154 |
| | 5 | 0.9998 | 0.9936 | 0.9581 | 0.8671 | 0.7175 | 0.5344 | 0.3550 | 0.2088 | 0.1077 | 0.0481 |
| | 6 | 1.0000 | 0.9988 | 0.9882 | 0.9487 | 0.8610 | 0.7217 | 0.5491 | 0.3743 | 0.2258 | 0.1189 |
| | 7 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9973 | 0.9837 | 0.9431 | 0.8593 | 0.7283 | 0.5634 | 0.3915 | 0.2403 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9995 | 0.9957 | 0.9807 | 0.9404 | 0.8609 | 0.7368 | 0.5778 | 0.4073 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9991 | 0.9946 | 0.9790 | 0.9403 | 0.8653 | 0.7473 | 0.5927 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9988 | 0.9939 | 0.9788 | 0.9424 | 0.8720 | 0.7597 |
| | 11 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9986 | 0.9938 | 0.9797 | 0.9463 | 0.8811 |
| | 12 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9986 | 0.9942 | 0.9817 | 0.9519 |
| | 13 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9987 | 0.9951 | 0.9846 |
| | 14 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9990 | 0.9962 |
| | 15 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9993 |
| | 16 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 |
| 19 | 0 | 0.3774 | 0.1351 | 0.0456 | 0.0144 | 0.0042 | 0.0011 | 0.0003 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 |
| | 1 | 0.7547 | 0.4203 | 0.1985 | 0.0829 | 0.0310 | 0.0104 | 0.0031 | 0.0008 | 0.0002 | 0.0000 |
| | 2 | 0.9335 | 0.7054 | 0.4413 | 0.2369 | 0.1113 | 0.0462 | 0.0170 | 0.0055 | 0.0015 | 0.0004 |
| | 3 | 0.9868 | 0.8850 | 0.6841 | 0.4551 | 0.2630 | 0.1332 | 0.0591 | 0.0230 | 0.0077 | 0.0022 |
| | 4 | 0.9980 | 0.9648 | 0.8556 | 0.6733 | 0.4654 | 0.2822 | 0.1500 | 0.0696 | 0.0280 | 0.0096 |
| | 5 | 0.9998 | 0.9914 | 0.9463 | 0.8369 | 0.6678 | 0.4739 | 0.2968 | 0.1629 | 0.0777 | 0.0318 |
| | 6 | 1.0000 | 0.9983 | 0.9837 | 0.9324 | 0.8251 | 0.6655 | 0.4812 | 0.3081 | 0.1727 | 0.0835 |
| | 7 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9959 | 0.9767 | 0.9225 | 0.8180 | 0.6656 | 0.4878 | 0.3169 | 0.1796 |
| | 8 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9992 | 0.9933 | 0.9713 | 0.9161 | 0.8145 | 0.6675 | 0.4940 | 0.3238 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9984 | 0.9911 | 0.9674 | 0.9125 | 0.8139 | 0.6710 | 0.5000 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9977 | 0.9895 | 0.9653 | 0.9115 | 0.8159 | 0.6762 |
| | 11 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9995 | 0.9972 | 0.9886 | 0.9648 | 0.9129 | 0.8204 |
| | 12 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9994 | 0.9969 | 0.9884 | 0.9658 | 0.9165 |
| | 13 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9993 | 0.9969 | 0.9891 | 0.9682 |
| | 14 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9994 | 0.9972 | 0.9904 |
| | 15 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9995 | 0.9978 |
| | 16 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9996 |
| | 17 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |

## Tabla I

### FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL *(Continúa)*

| n | x | 0.05 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.35 | 0.40 | 0.45 | 0.50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 0 | 0.3585 | 0.1216 | 0.0388 | 0.0115 | 0.0032 | 0.0008 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| | 1 | 0.7358 | 0.3917 | 0.1756 | 0.0692 | 0.0243 | 0.0076 | 0.0021 | 0.0005 | 0.0001 | 0.0000 |
| | 2 | 0.9245 | 0.6769 | 0.4049 | 0.2061 | 0.0913 | 0.0355 | 0.0121 | 0.0036 | 0.0009 | 0.0002 |
| | 3 | 0.9841 | 0.8670 | 0.6477 | 0.4114 | 0.2252 | 0.1071 | 0.0444 | 0.0160 | 0.0049 | 0.0013 |
| | 4 | 0.9974 | 0.9568 | 0.8298 | 0.6296 | 0.4148 | 0.2375 | 0.1182 | 0.0510 | 0.0189 | 0.0059 |
| | 5 | 0.9997 | 0.9887 | 0.9327 | 0.8042 | 0.6172 | 0.4164 | 0.2454 | 0.1256 | 0.0553 | 0.0207 |
| | 6 | 1.0000 | 0.9976 | 0.9781 | 0.9133 | 0.7858 | 0.6080 | 0.4166 | 0.2500 | 0.1299 | 0.0577 |
| | 7 | 1.0000 | 0.9996 | 0.9941 | 0.9679 | 0.8982 | 0.7723 | 0.6010 | 0.4159 | 0.2520 | 0.1316 |
| | 8 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9987 | 0.9900 | 0.9591 | 0.8867 | 0.7624 | 0.5956 | 0.4143 | 0.2517 |
| | 9 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9974 | 0.9861 | 0.9520 | 0.8782 | 0.7553 | 0.5914 | 0.4119 |
| | 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9994 | 0.9961 | 0.9829 | 0.9468 | 0.8725 | 0.7507 | 0.5881 |
| | 11 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9991 | 0.9949 | 0.9804 | 0.9435 | 0.8692 | 0.7483 |
| | 12 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 | 0.9987 | 0.9940 | 0.9790 | 0.9420 | 0.8684 |
| | 13 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9985 | 0.9935 | 0.9786 | 0.9423 |
| | 14 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9984 | 0.9936 | 0.9793 |
| | 15 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9985 | 0.9941 |
| | 16 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9997 | 0.9987 |
| | 17 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9998 |
| | 18 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |

**Tabla II**

FUNCION DE LA DISTRIBUCION DE POISSON*

$$F(x;\lambda) = \sum_{k=0}^{x} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

| $\lambda$ \ $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.02 | 0.980 | 1.000 | | | | | | | | |
| 0.04 | 0.961 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |
| 0.06 | 0.942 | 0.998 | 1.000 | | | | | | | |
| 0.08 | 0.923 | 0.997 | 1.000 | | | | | | | |
| 0.10 | 0.905 | 0.995 | 1.000 | | | | | | | |
| 0.15 | 0.861 | 0.990 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 0.20 | 0.819 | 0.982 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 0.25 | 0.779 | 0.974 | 0.998 | 1.000 | | | | | | |
| 0.30 | 0.741 | 0.963 | 0.996 | 1.000 | | | | | | |
| 0.35 | 0.705 | 0.951 | 0.994 | 1.000 | | | | | | |
| 0.40 | 0.670 | 0.938 | 0.992 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 0.45 | 0.638 | 0.925 | 0.989 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 0.50 | 0.607 | 0.910 | 0.986 | 0.998 | 1.000 | | | | | |
| 0.55 | 0.577 | 0.894 | 0.982 | 0.998 | 1.000 | | | | | |
| 0.60 | 0.549 | 0.878 | 0.977 | 0.997 | 1.000 | | | | | |
| 0.65 | 0.522 | 0.861 | 0.972 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 0.70 | 0.497 | 0.844 | 0.966 | 0.994 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 0.75 | 0.472 | 0.827 | 0.959 | 0.993 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 0.80 | 0.449 | 0.809 | 0.953 | 0.991 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 0.85 | 0.427 | 0.791 | 0.945 | 0.989 | 0.998 | 1.000 | | | | |
| 0.90 | 0.407 | 0.772 | 0.937 | 0.987 | 0.998 | 1.000 | | | | |
| 0.95 | 0.387 | 0.754 | 0.929 | 0.984 | 0.997 | 1.000 | | | | |
| 1.00 | 0.368 | 0.736 | 0.920 | 0.981 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 1.1 | 0.333 | 0.699 | 0.900 | 0.974 | 0.995 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 1.2 | 0.301 | 0.663 | 0.879 | 0.966 | 0.992 | 0.998 | 1.000 | | | |
| 1.3 | 0.273 | 0.627 | 0.857 | 0.957 | 0.989 | 0.998 | 1.000 | | | |
| 1.4 | 0.247 | 0.592 | 0.833 | 0.946 | 0.986 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | |
| 1.5 | 0.223 | 0.558 | 0.809 | 0.934 | 0.981 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | |
| 1.6 | 0.202 | 0.525 | 0.783 | 0.921 | 0.976 | 0.994 | 0.999 | 1.000 | | |
| 1.7 | 0.183 | 0.493 | 0.757 | 0.907 | 0.970 | 0.992 | 0.998 | 1.000 | | |
| 1.8 | 0.165 | 0.463 | 0.731 | 0.891 | 0.964 | 0.990 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | |
| 1.9 | 0.150 | 0.434 | 0.704 | 0.875 | 0.956 | 0.987 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | |
| 2.0 | 0.135 | 0.406 | 0.677 | 0.857 | 0.947 | 0.983 | 0.995 | 0.999 | 1.000 | |

* Con autorización de E.C. Molina, *Poisson's Exponential Binomial* Limit, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N.J., 1947.

**Tabla II**

FUNCION DE LA DISTRIBUCION DE POISSON *(Continúa)*

| λ \ $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.2 | 0.111 | 0.355 | 0.623 | 0.819 | 0.928 | 0.975 | 0.993 | 0.998 | 1.000 | |
| 2.4 | 0.091 | 0.308 | 0.570 | 0.779 | 0.904 | 0.964 | 0.988 | 0.997 | 0.999 | 1.000 |
| 2.6 | 0.074 | 0.267 | 0.518 | 0.736 | 0.877 | 0.951 | 0.983 | 0.995 | 0.999 | 1.000 |
| 2.8 | 0.061 | 0.231 | 0.469 | 0.692 | 0.848 | 0.935 | 0.976 | 0.992 | 0.998 | 0.999 |
| 3.0 | 0.050 | 0.199 | 0.423 | 0.647 | 0.815 | 0.916 | 0.966 | 0.988 | 0.996 | 0.999 |
| 3.2 | 0.041 | 0.171 | 0.380 | 0.603 | 0.781 | 0.895 | 0.955 | 0.983 | 0.994 | 0.998 |
| 3.4 | 0.033 | 0.147 | 0.340 | 0.558 | 0.744 | 0.871 | 0.942 | 0.977 | 0.992 | 0.997 |
| 3.6 | 0.027 | 0.126 | 0.303 | 0.515 | 0.706 | 0.844 | 0.927 | 0.969 | 0.988 | 0.996 |
| 3.8 | 0.022 | 0.107 | 0.269 | 0.473 | 0.668 | 0.816 | 0.909 | 0.960 | 0.984 | 0.994 |
| 4.0 | 0.018 | 0.092 | 0.238 | 0.433 | 0.629 | 0.785 | 0.889 | 0.949 | 0.979 | 0.992 |
| 4.2 | 0.015 | 0.078 | 0.210 | 0.395 | 0.590 | 0.753 | 0.867 | 0.936 | 0.972 | 0.989 |
| 4.4 | 0.012 | 0.066 | 0.185 | 0.359 | 0.551 | 0.720 | 0.844 | 0.921 | 0.964 | 0.985 |
| 4.6 | 0.010 | 0.056 | 0.163 | 0.326 | 0.513 | 0.686 | 0.818 | 0.905 | 0.955 | 0.980 |
| 4.8 | 0.008 | 0.048 | 0.143 | 0.294 | 0.476 | 0.651 | 0.791 | 0.887 | 0.944 | 0.975 |
| 5.0 | 0.007 | 0.040 | 0.125 | 0.265 | 0.440 | 0.616 | 0.762 | 0.867 | 0.932 | 0.968 |
| 5.2 | 0.006 | 0.034 | 0.109 | 0.238 | 0.406 | 0.581 | 0.732 | 0.845 | 0.918 | 0.960 |
| 5.4 | 0.005 | 0.029 | 0.095 | 0.213 | 0.373 | 0.546 | 0.702 | 0.822 | 0.903 | 0.951 |
| 5.6 | 0.004 | 0.024 | 0.082 | 0.191 | 0.342 | 0.512 | 0.670 | 0.797 | 0.886 | 0.941 |
| 5.8 | 0.003 | 0.021 | 0.072 | 0.170 | 0.313 | 0.478 | 0.638 | 0.771 | 0.867 | 0.929 |
| 6.0 | 0.002 | 0.017 | 0.062 | 0.151 | 0.285 | 0.446 | 0.606 | 0.744 | 0.847 | 0.916 |
| | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | | | |
| 2.8 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3.0 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3.2 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3.4 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | | |
| 3.6 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | | |
| 3.8 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |
| 4.0 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |
| 4.2 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |
| 4.4 | 0.994 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 4.6 | 0.992 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 4.8 | 0.990 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 5.0 | 0.986 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 5.2 | 0.982 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 5.4 | 0.977 | 0.990 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 5.6 | 0.972 | 0.988 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 5.8 | 0.965 | 0.984 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 6.0 | 0.957 | 0.980 | 0.991 | 0.996 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | | |

**Tabla II**

FUNCION DE LA DISTRIBUCION DE POISSON *(Continúa)*

| $\lambda$ \ $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6.2 | 0.002 | 0.015 | 0.054 | 0.134 | 0.259 | 0.414 | 0.574 | 0.716 | 0.826 | 0.902 |
| 6.4 | 0.002 | 0.012 | 0.046 | 0.119 | 0.235 | 0.384 | 0.542 | 0.687 | 0.803 | 0.886 |
| 6.6 | 0.001 | 0.010 | 0.040 | 0.105 | 0.213 | 0.355 | 0.511 | 0.658 | 0.780 | 0.869 |
| 6.8 | 0.001 | 0.009 | 0.034 | 0.093 | 0.192 | 0.327 | 0.480 | 0.628 | 0.755 | 0.850 |
| 7.0 | 0.001 | 0.007 | 0.030 | 0.082 | 0.173 | 0.301 | 0.450 | 0.599 | 0.729 | 0.830 |
| 7.2 | 0.001 | 0.006 | 0.025 | 0.072 | 0.156 | 0.276 | 0.420 | 0.569 | 0.703 | 0.810 |
| 7.4 | 0.001 | 0.005 | 0.022 | 0.063 | 0.140 | 0.253 | 0.392 | 0.539 | 0.676 | 0.788 |
| 7.6 | 0.001 | 0.004 | 0.019 | 0.055 | 0.125 | 0.231 | 0.365 | 0.510 | 0.648 | 0.765 |
| 7.8 | 0.000 | 0.004 | 0.016 | 0.048 | 0.112 | 0.210 | 0.338 | 0.481 | 0.620 | 0.741 |
| 8.0 | 0.000 | 0.003 | 0.014 | 0.042 | 0.100 | 0.191 | 0.313 | 0.453 | 0.593 | 0.717 |
| 8.5 | 0.000 | 0.002 | 0.009 | 0.030 | 0.074 | 0.150 | 0.256 | 0.386 | 0.523 | 0.653 |
| 9.0 | 0.000 | 0.001 | 0.006 | 0.021 | 0.055 | 0.116 | 0.207 | 0.324 | 0.456 | 0.587 |
| 9.5 | 0.000 | 0.001 | 0.004 | 0.015 | 0.040 | 0.089 | 0.165 | 0.269 | 0.392 | 0.522 |
| 10.0 | 0.000 | 0.000 | 0.003 | 0.010 | 0.029 | 0.067 | 0.130 | 0.220 | 0.333 | 0.458 |
| | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 6.2 | 0.949 | 0.975 | 0.989 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 6.4 | 0.939 | 0.969 | 0.986 | 0.994 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 6.6 | 0.927 | 0.963 | 0.982 | 0.992 | 0.997 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | |
| 6.8 | 0.915 | 0.955 | 0.978 | 0.990 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | |
| 7.0 | 0.901 | 0.947 | 0.973 | 0.987 | 0.994 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | |
| 7.2 | 0.887 | 0.937 | 0.967 | 0.984 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | |
| 7.4 | 0.871 | 0.926 | 0.961 | 0.980 | 0.991 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | |
| 7.6 | 0.854 | 0.915 | 0.954 | 0.976 | 0.989 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | |
| 7.8 | 0.835 | 0.902 | 0.945 | 0.971 | 0.986 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | |
| 8.0 | 0.816 | 0.888 | 0.936 | 0.966 | 0.983 | 0.992 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 1.000 |
| 8.5 | 0.763 | 0.849 | 0.909 | 0.949 | 0.973 | 0.986 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 0.999 |
| 9.0 | 0.706 | 0.803 | 0.876 | 0.926 | 0.959 | 0.978 | 0.989 | 0.995 | 0.998 | 0.999 |
| 9.5 | 0.645 | 0.752 | 0.836 | 0.898 | 0.940 | 0.967 | 0.982 | 0.991 | 0.996 | 0.998 |
| 10.0 | 0.583 | 0.697 | 0.792 | 0.864 | 0.917 | 0.951 | 0.973 | 0.986 | 0.993 | 0.997 |
| | 20 | 21 | 22 | | | | | | | |
| 8.5 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 9.0 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 9.5 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | | |
| 10.0 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |

**Tabla II**

FUNCION DE LA DISTRIBUCION DE POISSON *(Continúa)*

| λ \ x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10.5 | 0.000 | 0.000 | 0.002 | 0.007 | 0.021 | 0.050 | 0.102 | 0.179 | 0.279 | 0.397 |
| 11.0 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.005 | 0.015 | 0.038 | 0.079 | 0.143 | 0.232 | 0.341 |
| 11.5 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.003 | 0.011 | 0.028 | 0.060 | 0.114 | 0.191 | 0.289 |
| 12.0 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.008 | 0.020 | 0.046 | 0.090 | 0.155 | 0.242 |
| 12.5 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.002 | 0.005 | 0.015 | 0.035 | 0.070 | 0.125 | 0.201 |
| 13.0 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.004 | 0.011 | 0.026 | 0.054 | 0.100 | 0.166 |
| 13.5 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.003 | 0.008 | 0.019 | 0.041 | 0.079 | 0.135 |
| 14.0 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.002 | 0.006 | 0.014 | 0.032 | 0.062 | 0.109 |
| 14.5 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.004 | 0.010 | 0.024 | 0.048 | 0.088 |
| 15.0 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.003 | 0.008 | 0.018 | 0.037 | 0.070 |

| | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10.5 | 0.521 | 0.639 | 0.742 | 0.825 | 0.888 | 0.932 | 0.960 | 0.978 | 0.988 | 0.994 |
| 11.0 | 0.460 | 0.579 | 0.689 | 0.781 | 0.854 | 0.907 | 0.944 | 0.968 | 0.982 | 0.991 |
| 11.5 | 0.402 | 0.520 | 0.633 | 0.733 | 0.815 | 0.878 | 0.924 | 0.954 | 0.974 | 0.986 |
| 12.0 | 0.347 | 0.462 | 0.576 | 0.682 | 0.772 | 0.844 | 0.899 | 0.937 | 0.963 | 0.979 |
| 12.5 | 0.297 | 0.406 | 0.519 | 0.628 | 0.725 | 0.806 | 0.869 | 0.916 | 0.948 | 0.969 |
| 13.0 | 0.252 | 0.353 | 0.463 | 0.573 | 0.675 | 0.764 | 0.835 | 0.890 | 0.930 | 0.957 |
| 13.5 | 0.211 | 0.304 | 0.409 | 0.518 | 0.623 | 0.718 | 0.798 | 0.861 | 0.908 | 0.942 |
| 14.0 | 0.176 | 0.260 | 0.358 | 0.464 | 0.570 | 0.669 | 0.756 | 0.827 | 0.883 | 0.923 |
| 14.5 | 0.145 | 0.220 | 0.311 | 0.413 | 0.518 | 0.619 | 0.711 | 0.790 | 0.853 | 0.901 |
| 15.0 | 0.118 | 0.185 | 0.268 | 0.363 | 0.466 | 0.568 | 0.664 | 0.749 | 0.819 | 0.875 |

| | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10.5 | 0.997 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 11.0 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 11.5 | 0.992 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 12.0 | 0.988 | 0.994 | 0.997 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 12.5 | 0.983 | 0.991 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 13.0 | 0.975 | 0.986 | 0.992 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 13.5 | 0.965 | 0.980 | 0.989 | 0.994 | 0.997 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | |
| 14.0 | 0.952 | 0.971 | 0.983 | 0.991 | 0.995 | 0.997 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | |
| 14.5 | 0.936 | 0.960 | 0.976 | 0.986 | 0.992 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 0.999 | 1.000 |
| 15.0 | 0.917 | 0.947 | 0.967 | 0.981 | 0.989 | 0.994 | 0.997 | 0.998 | 0.999 | 1.000 |

**Tabla II**

FUNCION DE LA DISTRIBUCION DE POISSON *(Continúa)*

| λ \ $x$ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 0.000 | 0.001 | 0.004 | 0.010 | 0.022 | 0.043 | 0.077 | 0.127 | 0.193 | 0.275 |
| 17 | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.005 | 0.013 | 0.026 | 0.049 | 0.085 | 0.135 | 0.201 |
| 18 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.003 | 0.007 | 0.015 | 0.030 | 0.055 | 0.092 | 0.143 |
| 19 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.004 | 0.009 | 0.018 | 0.035 | 0.061 | 0.098 |
| 20 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.005 | 0.011 | 0.021 | 0.039 | 0.066 |
| 21 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.003 | 0.006 | 0.013 | 0.025 | 0.043 |
| 22 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.004 | 0.008 | 0.015 | 0.028 |
| 23 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.004 | 0.009 | 0.017 |
| 24 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.003 | 0.005 | 0.011 |
| 25 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.001 | 0.003 | 0.006 |
| | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 16 | 0.368 | 0.467 | 0.566 | 0.659 | 0.742 | 0.812 | 0.868 | 0.911 | 0.942 | 0.963 |
| 17 | 0.281 | 0.371 | 0.468 | 0.564 | 0.655 | 0.736 | 0.805 | 0.861 | 0.905 | 0.937 |
| 18 | 0.208 | 0.287 | 0.375 | 0.469 | 0.562 | 0.651 | 0.731 | 0.799 | 0.855 | 0.899 |
| 19 | 0.150 | 0.215 | 0.292 | 0.378 | 0.469 | 0.561 | 0.647 | 0.725 | 0.793 | 0.849 |
| 20 | 0.105 | 0.157 | 0.221 | 0.297 | 0.381 | 0.470 | 0.559 | 0.644 | 0.721 | 0.787 |
| 21 | 0.072 | 0.111 | 0.163 | 0.227 | 0.302 | 0.384 | 0.471 | 0.558 | 0.640 | 0.716 |
| 22 | 0.048 | 0.077 | 0.117 | 0.169 | 0.232 | 0.306 | 0.387 | 0.472 | 0.556 | 0.637 |
| 23 | 0.031 | 0.052 | 0.082 | 0.123 | 0.175 | 0.238 | 0.310 | 0.389 | 0.472 | 0.555 |
| 24 | 0.020 | 0.034 | 0.056 | 0.087 | 0.128 | 0.180 | 0.243 | 0.314 | 0.392 | 0.473 |
| 25 | 0.012 | 0.022 | 0.038 | 0.060 | 0.092 | 0.134 | 0.185 | 0.247 | 0.318 | 0.394 |
| | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |
| 16 | 0.978 | 0.987 | 0.993 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | |
| 17 | 0.959 | 0.975 | 0.985 | 0.991 | 0.995 | 0.997 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | |
| 18 | 0.932 | 0.955 | 0.972 | 0.983 | 0.990 | 0.994 | 0.997 | 0.998 | 0.999 | 1.000 |
| 19 | 0.893 | 0.927 | 0.951 | 0.969 | 0.980 | 0.988 | 0.993 | 0.996 | 0.998 | 0.999 |
| 20 | 0.843 | 0.888 | 0.922 | 0.948 | 0.966 | 0.978 | 0.987 | 0.992 | 0.995 | 0.997 |
| 21 | 0.782 | 0.838 | 0.883 | 0.917 | 0.944 | 0.963 | 0.976 | 0.985 | 0.991 | 0.994 |
| 22 | 0.712 | 0.777 | 0.832 | 0.877 | 0.913 | 0.940 | 0.959 | 0.973 | 0.983 | 0.989 |
| 23 | 0.635 | 0.708 | 0.772 | 0.827 | 0.873 | 0.908 | 0.936 | 0.956 | 0.971 | 0.981 |
| 24 | 0.554 | 0.632 | 0.704 | 0.768 | 0.823 | 0.868 | 0.904 | 0.932 | 0.953 | 0.969 |
| 25 | 0.473 | 0.553 | 0.629 | 0.700 | 0.763 | 0.818 | 0.863 | 0.900 | 0.929 | 0.950 |
| | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 |
| 19 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | | |
| 20 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |
| 21 | 0.997 | 0.998 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 22 | 0.994 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 23 | 0.988 | 0.993 | 0.996 | 0.997 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 24 | 0.979 | 0.987 | 0.992 | 0.995 | 0.997 | 0.998 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | |
| 25 | 0.966 | 0.978 | 0.985 | 0.991 | 0.994 | 0.997 | 0.998 | 0.999 | 0.999 | 1.000 |

## CONCLUSIONES

Al haber terminado el presente trabajo concluimos que:

- El conocimiento de la teoría de probabilidades,actualmente es imprescindible ya que a través de ella se pueden desarrollar estrategias a seguir para el progreso de los pueblos.

- La distribución de probabilidades de la variable aleatoria binomial se comporta en forma similar para cualquier n, esto es, para $p = 0.5$ el histograma tendrá una forma simetrica, para $p<0.5$ sesgada hacia la derecha y para $p > 0.5$ sesgada hacia la izquierda.

- En la distribución de probabilidades de la variable aleatoria Poisson ,casi toda la probabilidad se concentra alrededor de su media y que la probabilidad de observar grandes valores es muy pequeña.

- Resulta inconveniente los coeficientes binomiales cuando n es grande, puesto que en estos casos la distribución Poisson se comporta en forma semejante a la distribución binomial y por lo tanto es preferible aprovechar la facilidad de cálculo que presta la distribución Poisson para encontrar cualquier probabilidad.

## BIBLIOGRAFIA


- MILLER I.- FREUND J.- JOHNSON R., 1992 Probabilidad y Estadística para ingenieros, 4º edición, Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana , México.

- KREYSZIG E.,1976, Introducción a la Estadística, Ed. Limusa, Mexico, .

- STEVENSON W.,1981, Estadística para administración y economía, Ed. Harla s.a., Mexico.

- CHUNG K., 1983 Teoría elemental de la probabilidad y de los procesos estocásticos , 3º edición, Ed. Reverte, Barcelona-España.

- SANTALO L., 1980, Probabilidad e inferencia Estadística, 3º edición, Colección de monografías (O.E.A), Washinton-E.E.U.U.