

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la  
Producción**

"Diseño y modelado de un sistema para generación de energía eléctrica  
dentro de tuberías de agua potable"

**TRABAJO FINAL DE GRADUACIÓN**

Proyecto Integrador

Previo la obtención del Título de:

**INGENIERO MECÁNICO**

Presentado por:

Hugo Iván Játiva Cervantes

Adriana Sofía Valencia García

GUAYAQUIL - ECUADOR

Año: 2017

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar, agradezco a Dios por darme la capacidad de alcanzar todas las metas y retos que encontré durante este trabajo, a mis abuelos y padres por su apoyo y confianza durante toda la carrera. A la E.S.P.O.L y sus docentes por haberme acogido durante todo este periodo. Y en especial, agradezco a Adriana por ser mi compañera en este camino, y estar conmigo en todo momento.

Quiero dar gracias a Dios por guiarme con sabiduría en todo este camino, a mi familia por ser la fortaleza mejor construida y el refugio más cálido que El Señor me pudo dar, a Hugo por estar incondicionalmente a mi lado y ayudarme a cumplir una nueva meta juntos y finalmente, dedicar este trabajo a mi ángel que me cuida desde el cielo, mi abuelito Mumo.

Finalmente, queremos hacer llegar un profundo agradecimiento a nuestro tutor, el Ing. Livingston Castro, por todo el apoyo y guía que nos brindó en este proyecto y por siempre estar abierto a responder nuestras incontables preguntas. Apreciamos mucho su colaboración.

## DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad del contenido desarrollado en la presente propuesta de la materia integradora corresponde exclusivamente al equipo conformado por:

Hugo Játiva Cervantes

Adriana Valencia García

Livingston Castro Valladares, MSc.

Diego Siguenza Alvarado, MSc.

y el patrimonio intelectual del mismo a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Ciencias de la Producción (FIMCP) de la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”.



Hugo Játiva Cervantes  
Autor 1

Adriana Valencia García

Adriana Valencia García  
Autor 2



Livingston Castro  
Valladares, MSc.  
Tutor 1



Diego Siguenza  
Alvarado, MSc.  
Tutor 2

## RESUMEN

El trabajo realizado tuvo como objetivo general diseñar un sistema autónomo capaz de extraer energía de la red de tuberías de agua potable de la ciudad de Guayaquil, con énfasis en el diseño del rotor y los principales componentes mecánicos, basando su aplicabilidad en el concepto de cosecha de energía (*Energy Harvesting*) y su diseño en las turbinas Darrieus y Gorlov.

El estudio del desempeño del sistema se fundamentó en: el modelo de tubos de corriente, específicamente el *Double Multiple Streamtube Theory* (DMST), el modelo de turbulencia, evaluado por medio de la teoría K- $\epsilon$ , y por último el análisis y dimensionamiento estructural basado en las teorías clásicas de diseño mecánico. Los principales componentes del sistema fueron: el rotor, el eje de transmisión, el generador y la caja de engranajes. Sobre el rotor se obtuvieron las cargas de empuje, arrastre y torque, además de la generación energética a través de la implementación de códigos en MATLAB, mientras que el comportamiento hidrodinámico del fluido y el comportamiento estructural del equipo fue analizado mediante (ANSYS®,2017).

Al final, se obtuvo un diseño destinado a operar dentro de tuberías de 800 [mm], con una velocidad media del fluido de  $2.07 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y una presión de 35 [psi]. Bajo dichas condiciones, el sistema es capaz de alcanzar una generación de 3 [kW] con una eficiencia del 45.86%. Además, debido a la configuración del sistema de agua potable de la ciudad se puede instalar 325 turbinas con una generación aproximada de 683 [kW].

Con base en las simulaciones llevadas a cabo fue posible validar el dimensionamiento realizado en el diseño mecánico sobre el conjunto eje-rotor. Por otro lado, la selección del generador eléctrico se fundamentó en el torque generado y la velocidad de rotación del eje de la turbina.

**Palabras Clave:** *Double Multiple Streamtube Theory, K- $\epsilon$ , cosecha de energía, in-pipe system*

## **ABSTRACT**

*This study had as main goal the design of a micro-scale hydrokinetic turbine, capable of extracting energy from the grid's water pipelines, with emphasis on rotor design and its main mechanical components. The system bases its applicability on the concept of energy harvesting, and its design on Darrieus and Gorlov turbines.*

*The system's performance study was achieved through the implementation of the Double Multiple Stream Tube Theory (DMST), the turbulence model  $k$ - $\epsilon$  and the structural analysis based on classical mechanical design theories. The main components of the system were the rotor, the transmission shaft, the electric generator and the gearbox. Calculations included the determination of loads (such as torque and lift and drag forces) acting on the rotor, as well as energy generation through codes computed by MATLAB, while the hydrodynamic behavior of the fluid and the structural behavior of the equipment were analyzed via (ANSYS®,2017).*

*Based on the simulations carried out, it was possible to validate the dimensioning of the shaft-rotor assembly developed in the mechanical design. On the other hand, the selection of the electric generator was defined primarily by the generated torque and the rotational speed of the turbine shaft.*

*As result of the process design, a turbine destined to operate inside 800 [mm] pipelines with an average fluid velocity of  $2.07 \left[ \frac{m}{s} \right]$  and a pressure of 35 [psi] was achieved. Under these conditions, the micro-scale system can reach a generation of 3 [kW] with a 45.86% efficiency.*

*Keywords: Double Multiple Stream Tube Theory,  $k$ - $\epsilon$ , energy harvesting, in-pipe system.*

# ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	I
<i>ABSTRACT</i> .....	II
ÍNDICE GENERAL .....	III
ABREVIATURAS .....	VI
SIMBOLOGÍA .....	VII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VIII
ÍNDICE DE TABLAS.....	X
CAPÍTULO 1.....	1
1.    Introducción .....	1
1.1    Descripción del problema .....	2
1.1.1    Objetivo General .....	2
1.1.2    Objetivos Específicos.....	2
1.2    Marco teórico.....	3
1.2.1    Sistemas hidroeléctricos a pequeña escala: Energy Harvesting.....	3
1.2.2    Turbinas hidráulicas para sistema de tuberías (In-pipe) .....	4
1.2.3    Configuración del Sistema de Agua Potable (AAPP) .....	5
1.2.4    Modelización del flujo del Sistema de AAPP.....	6
1.2.5    Componentes de un microsistema hidroeléctrico .....	7
1.2.6    Modelos aerodinámicos para caracterización de turbinas hidráulicas .....	8
CAPÍTULO 2.....	10
2.    Metodología .....	10
2.1    Proceso de Diseño .....	10
2.2    Alternativas de diseño .....	11
2.1    Diseño del sistema de generación de energía eléctrica .....	13
2.1.1    Diseño de los álabes.....	14

2.1.2	Diseño determinístico del eje de transmisión.....	16
2.1.3	Selección del generador eléctrico.....	33
2.1.4	Diseño de la caja de engranes.....	33
2.1.5	Diseño de cuñas.....	37
2.1.6	Selección de rodamientos.....	39
2.1.7	Potencia generada por el sistema y eficiencia.....	40
2.2	Proceso de simulación.....	40
2.3	Simulación hidrodinámica.....	41
2.3.1	Geometría del sistema.....	41
2.3.2	Volúmenes de control y discretización.....	42
2.3.3	Parámetros de simulación.....	43
2.3.4	Simulación y resultados.....	44
2.4	Simulación estructural.....	45
2.4.1	Programación del material.....	45
2.4.2	Geometría y Discretización.....	45
2.4.3	Cargas y apoyos.....	46
CAPÍTULO 3.....		47
3.	Resultados.....	47
3.1	Cargas sobre el eje de transmisión.....	47
3.2	Potencia generada y eficiencia.....	49
3.3	Modelado 3D.....	49
3.4	Comportamiento hidrodinámico y estructural del sistema.....	49
3.5	Diseño mecánico del sistema.....	51
3.6	Análisis económico.....	52
3.6.1	Costos de materiales.....	52
3.6.2	Costo de fabricación de álabes y accesorios mecánicos.....	52

3.6.3	Mecanización del eje.....	53
3.6.4	Costo de diseño y montaje.....	53
3.6.5	Costo total del sistema.....	54
CAPÍTULO 4.....		55
4.	Discusión .....	55
4.1	Conclusiones .....	58
4.2	Recomendaciones y trabajos futuros .....	59

## BIBLIOGRAFÍA

## APÉNDICES

APÉNDICE A

APÉNDICE B

APÉNDICE C

APÉNDICE D

APÉNDICE E

APÉNDICE F

APÉNDICE G

APÉNDICE H

## **ABREVIATURAS**

ESPOL	Escuela Superior Politécnica del Litoral
ASTM	American Society for Testing and Materials
BEM	Blade Element Method
AAPP	Agua Potable
NACA	National Advisor Committee of Aeronautics
TSR	Tip Speed Ratio
AGMA	American Gear Manufacturers Association
CFD	Computational Fluid Dynamics
NTN	Niwa, Tomoe, Nishizono
SKF	Svenska Kullager Fabriken
ANSYS	Analysis of Systems

## SIMBOLOGÍA

mm	Milímetro
m	Metro
psi	Pound Square Inch
<i>mH<sub>2</sub>O</i>	Columna metro de agua
N	Newton
kW	kilo Watt
V	Voltios

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Configuración de un sistema de abastecimiento de agua potable.....	5
Figura 1.2 Mapa de presiones de Guayaquil. ....	7
Figura 1.3 Diagrama de Bloques del Microsistema Hidroeléctrico. ....	8
Figura 2.1 Esquema del proceso de diseño.. ....	10
Figura 2.2 (a) Sección transversal de una turbina esférica, (b) Sección transversal de una turbina cilíndrica (Gorlov).....	12
Figura 2.3 Diseño de forma de la turbina hidráulica. ....	13
Figura 2.4 Convención de signos para el ángulo de ataque en un perfil con curvatura.	14
Figura 2.5 Configuración del eje de transmisión y sus respectivas partes. ....	17
Figura 2.6 (a) Accesorio mecánico para acoplar la turbina hidráulica al eje, (b) Modelo CAD 3D del ensamble de la turbina mediante el accesorio. ....	18
Figura 2.7 División del rotor de la turbina, plano XY.....	20
Figura 2.8 Definición de ángulos para la determinación de las cargas totales. ....	21
Figura 2.9 Relación entre $h$ y $\Delta\beta$ .....	22
Figura 2.10 Desfase angular entre álabes.....	23
Figura 2.11 Fuerzas actuando sobre los álabes de una turbina .....	23
Figura 2.12 (a) Diagrama de cuerpo libre del eje de transmisión plano XZ,(b) Diagrama de cuerpo libre del eje de transmisión plano YZ.....	25
Figura 2.13 Diagrama de fuerza cortante plano XZ (superior) y diagrama de momento flector plano XZ (inferior). ....	27
Figura 2.14 Diagrama de fuerza cortante plano YZ (superior) y diagrama de momento flector plano YZ (inferior). ....	28
Figura 2.15 Flujograma del proceso de simulación. ....	41
Figura 2.16 (a) Modelo CAD original,(b) Modelo simplificado empleado en simulación.	42
Figura 2.17 Definición de los volúmenes de control. ....	42
Figura 2.18 Gráfica de calidad de elementos, (ANSYS®,2017) .....	42
Figura 2.19 Discretización de la geometría. ....	43

Figura 2.20 Gráfica del RMS para las ecuaciones de masa y momento. ....	44
Figura 2.21 Geometría utilizada para la simulación estructural (ANSYS®,2017) .....	45
Figura 2.22 Presión importada sobre la turbina (ANSYS®,2017).....	46
Figura 3.1 Comportamiento hidrodinámico del fluido.....	50
Figura 3.2 Resultados de la simulación estructural. ....	51
Figura 4.1 Calidad de mallado sobre singularidad.....	56
Figura A-1 Esquema de la DMST. Dos discos actuadores en tándem	
Figura A-2 Definición de la geometría del rotor.	
Figura C-1 Factores de superficie para varios acabados en acero	
Figura C-2 Curvas de sensibilidad a la muesca para varios aceros	
Figura D-1 Factores dinámicos $K_v$ y $C_v$ de la AGMA	
Figura D-2 Factor de vida $K_L$ de resistencia a la flexión de la AGMA	
Figura G-1 Volumen de control finito (fijo)	

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Clasificación de instalaciones hidroeléctricas por capacidad de producción ....	3
Tabla 1.2 Resultados de simulaciones realizadas por Interagua, extracto. ....	6
Tabla 2.1 Parámetros de diseño de los álabes.....	16
Tabla 2.2 Dimensiones del eje de transmisión. ....	18
Tabla 2.3 Propiedades mecánicas del acero inoxidable 316.....	19
Tabla 2.4 Parámetros empleados para hallar las cargas primarias.....	24
Tabla 2.5 Resumen de parámetros empleados en el dimensionamiento del eje.....	31
Tabla 2.6 Resumen de parámetros empleados en el dimensionamiento del eje.....	32
Tabla 2.7 Resumen de parámetros empleados en el dimensionamiento del eje.....	32
Tabla 2.8 Especificaciones técnicas del generador eléctrico.....	33
Tabla 2.9 Parámetros del diseño cinemático de la caja de engranes.....	34
Tabla 2.10 Parámetros empleados para el diseño por fatiga de la caja de engranes ....	36
Tabla 2.11 Dimensiones de cuña y cuñero.....	37
Tabla 2.12 Factores de seguridad de cuñas y cuñeros .....	38
Tabla 2.13 Dimensiones de los rodamientos seleccionados. ....	40
Tabla 2.14 Parámetros para la obtención de la eficiencia de la turbina.....	40
Tabla 3.1 Costos de materiales .....	52
Tabla 3.2 Costos de fabricación de los álabes y los accesorios mecánicos.....	53
Tabla 3.3 Costos de mecanización del eje .....	53
Tabla 3.4 Costos de diseño .....	53
Tabla 3.5 Costos de montaje.....	53
Tabla 3.6 Costo total del sistema.....	54

Tabla C-1 Factores de confiabilidad

Tabla D-1 Módulos métricos estándar

Tabla D-2 Números recomendados de calidad del engrane contra la velocidad en la línea de paso

Tabla D-3 Factor geométrico J para flexión de la AGMA, 20° y 25%.

Tabla D-4 Aplicación de Factores  $K_a$

Tabla D-5 Factores  $K_m$  de distribución de carga

Tabla D-6 Resistencias de fatiga por flexión  $S_{fb}''$  de la AGMA

Tabla D-7 Factor KR de la AGMA

Tabla E-1 Tabla de los cuñeros y cuñas

Tabla F-1 Aplicaciones en máquinas y vida requerida

Tabla F-2 Rodamientos axiales de bolas de simple efecto

Tabla G-1 Constantes modelo k- $\epsilon$

## ÍNDICE DE PLANOS

PLANO 1   Álabe de turbina (NACA 0018)

PLANO 2   Eje-Rodamientos

PLANO 3   Base de estrella

PLANO 4   Ensamble del rotor

PLANO 6   Ensamble del total

# CAPÍTULO 1

## 1. INTRODUCCIÓN

Dada la creciente demanda de energía eléctrica a nivel mundial, fuentes de energía alternativa o diferentes formas de generación energética están recibiendo apoyo para así poder contrarrestar las altas emisiones de  $CO_2$  y contribuir a la disminución del calentamiento global, siendo el uso de la energía hidráulica una de las vías más atractivas para el desarrollo de nuevas tecnologías.

Los inicios de la utilización de la energía hidráulica se remontan a la época de los griegos, hace ya más de 2000 años atrás, con la implementación de la rueda hidráulica para moler granos de trigo y convertirlos en harina. Luego, con el paso del tiempo y las mejoras pertinentes, esta misma invención encontró un distinto propósito en las fábricas europeas: impulsar máquinas. De esta manera se descubrió el potencial de los cabezales de agua que, a finales del siglo XIX fueron empleados para la generación de energía eléctrica gracias a la construcción de grandes represas.

En Ecuador, así como en el resto del mundo, la mayoría de los proyectos hidroeléctricos se enfocan hacia el uso de grandes cabezales de agua para extraer su energía y de esa manera generar electricidad. Por lo general, dicho cabezal es obtenido de manera natural como en una cascada, o bien puede ser inducido al recurrir a la construcción de represas en los ríos. Esta última acarrea consigo alto impacto ambiental y costos de construcción, lo que la vuelve una opción no tan atractiva.

En la búsqueda de vías de preservar el medio ambiente, se han desarrollado alternativas de generación eléctrica a menores escalas, como lo son las pequeñas hidroeléctricas. Debido a la facilidad de construcción e integración en ambientes urbanos, la implementación de este tipo de sistemas está aumentando en muchas partes del mundo, especialmente en aquellas áreas donde otro tipo de recursos energéticos no son viables ni económicamente atractivos.

Los sistemas hidroeléctricos dentro de tuberías presentan una alternativa atractiva por el potencial de integración que poseen y su versatilidad, al ser capaces de adaptarse a amplios rangos de cabezales y condiciones de flujo. Además, brindan la posibilidad de mejorar el control del exceso de presión y reducirla en los lugares que sea necesario, previniendo fugas y alargando la vida de útil del sistema de tuberías.

## **1.1 Descripción del problema**

En las ciudades de alta densidad poblacional los requerimientos de energía eléctrica incrementan cada año como consecuencia de movimientos migratorios y desarrollo de la urbe. En Ecuador, se satisface dicha demanda a través del uso de centrales eléctricas, entre las cuales destacan las termoeléctricas y las hidroeléctricas. Las primeras recurren a la combustión de combustibles fósiles, liberando a la atmósfera grandes cantidades de dióxido de carbono (considerado el principal responsable del calentamiento global). Mientras que, las últimas crean la necesidad de construir represas, acarreado un alto impacto ambiental.

Como se puede ver, la presión por encontrar fuentes de generación eléctrica amigables con el medio ambiente es cada vez mayor, y una potencial solución al problema son los micro sistemas hidroeléctricos dentro de tuberías. Por lo tanto, es de particular interés el diseñar un tipo de generador que ocupe poco espacio y genere cantidades energéticas considerables para poder ayudar a satisfacer futuras demandas de energía eléctrica. Además, se debe tener en cuenta que debe ser una fuente de energía renovable y deben minimizarse los posibles impactos ambientales.

### **1.1.1 Objetivo General**

- Diseñar un sistema capaz de cosechar energía dentro de las tuberías del sistema integrado de agua potable.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

- Diseñar el mecanismo del impulsor de una turbina para transformar la energía cinética y potencial del agua dentro de tuberías de agua potable en trabajo mecánico.

- Desarrollar un análisis de cual(es) podrían ser las posibles formas de los álabes del impulsor de la turbina para trabajar de manera óptima.
- Diseñar los componentes mecánicos y los diferentes acoples del sistema.
- Seleccionar el generador que será acoplado al sistema del impulsor de la turbina.
- Realizar el análisis de costos, implementación y factibilidad de la propuesta.

## 1.2 Marco teórico

En esta sección se presenta información esencial para la comprensión del trabajo realizado. Se provee una breve descripción del concepto de cosecha de energía, turbinas hidráulicas y modelos aerodinámicos empleados para su respectivo análisis.

### 1.2.1 Sistemas hidroeléctricos a pequeña escala: Energy Harvesting

La forma más sencilla de categorizar las hidroeléctricas es por medio de la generación energética que posea la instalación. Sin embargo, dicha clasificación no se ha unificado globalmente, por lo que varía dependiendo de cada país. En la tabla 1.1 se detalla una clasificación generalizada.

**Tabla 1.1 Clasificación de instalaciones hidroeléctricas por capacidad de producción**

<i>Tipo de Instalación</i>	<i>Capacidad de Producción</i>
Micro Hidroeléctricas	< 100 kW
Mini Hidroeléctricas	100kW a 1MW
Pequeñas Hidroeléctricas	1 MW a pocas decenas de MW
Medianas Hidroeléctricas	Más de unas pocas decenas de MW
Grandes Hidroeléctricas	Más de 1000 MW

Fuente: (Obster, 2013)

Los sistemas hidroeléctricos a menor escala (pequeña, mini y micro) son una de las mejores alternativas para generar energía en países menos desarrollados, no solo económicamente, sino también visto en términos de durabilidad, puesto que requieren poco mantenimiento para su correcto funcionamiento.

Dentro este tipo de sistemas se ha desarrollado un concepto denominado “*Energy Harvesting*” (cosecha de energía), que se enfoca en capturar pequeñas cantidades de energía, desperdiciadas diariamente en diversos procesos industriales. (Institute of Physics)

Los dispositivos cosechadores de energía han atraído gran interés por parte de algunos sectores comerciales principalmente por ser eco-amigables y habilitar la investigación de nuevas tecnologías. Una aplicación para ellos es dentro de tuberías de agua potable, en donde son capaces de reemplazar las válvulas de reducción de presión, regulando este parámetro a los valores de servicio requeridos, mientras generan energía eléctrica. Este tipo de dispositivos están diseñados para aprovechar la alimentación del agua provocada por la gravedad y las altas presiones dentro de las tuberías.

### **1.2.2 Turbinas hidráulicas para sistema de tuberías (In-pipe)**

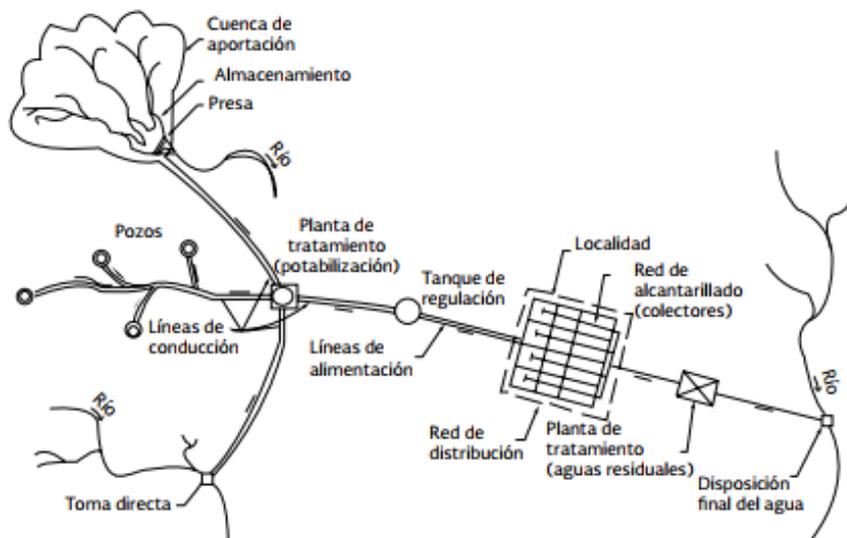
Conceptualmente, una turbina hidráulica convierte la presión del agua en trabajo mecánico de un eje rotatorio, que posteriormente es empleado para alimentar algún tipo de maquinaria. Para aplicaciones en las que se dispone de pequeños cabezales, como en la red de tubería de agua potable, las turbinas empleadas difieren mucho de las Francis, Kaplan o Pelton que son convencionalmente utilizadas en las grandes hidroeléctricas. Este tipo de turbinas son conocidas como hidro-cinéticas y son generalmente clasificadas según su forma de conversión de la fuerza del fluido en fuerza rotacional. Con esto en mente, se pueden identificar dos tipos de dispositivos: de arrastre y de empuje.

En los dispositivos de arrastre, la fuerza primaria es la presión de estancamiento del fluido que empuja a los álabes del rodete. Los álabes son normalmente diseñados de tal manera que la fuerza del fluido que actúa contra el álabe que se retira sea mayor que la que actúa sobre el álabe que avanza. Esta diferencia de fuerzas es la que ocasiona el torque y rotación.

Por otro lado, los dispositivos de empuje como lo son la mayoría de las turbinas de flujo axial, de flujo cruzado y helicoidales, hacen uso de la fuerza desarrollada por el fluido en movimiento alrededor de una superficie sustentadora en un ángulo denominado el ángulo de ataque, lo que ocasiona una diferencia de presión de un lado del álabe con respecto al otro. La selección de la turbina adecuada para cualquier aplicación se basa principalmente en las características del lugar de instalación y operación, siendo el factor determinante el cabezal y caudal disponibles.

### 1.2.3 Configuración del Sistema de Agua Potable (AAPP)

Todos los sistemas de agua potable están dotados de tuberías, accesorios y diversas estructuras destinadas a la conducción del agua desde tanques de servicio o distribución hasta tomas domiciliarias o hidrantes públicos (Comisión Nacional del Agua, 2015). La figura 1.1 ilustra la configuración básica de un sistema de abastecimiento para una localidad urbana.



**Figura 1.1 Configuración de un sistema de abastecimiento de agua potable**

(Comisión Nacional del Agua, 2015)

En Guayaquil, el sistema de AAPP se divide en: Sistema de Producción de AAPP, Acueductos y Reservas y el Sistema de Distribución de AAPP.

La disposición de tuberías en la ciudad se resume a continuación. Dentro del Sistema de Producción de AAPP, se encuentran cuatro acueductos de acero cuyos diámetros son de 1500 [mm], 1250 [mm] y dos de 1800 [mm], que conducen el agua hacia tres plantas potabilizadoras. A la salida de dichas plantas, existen a su vez, cuatro acueductos más, con diámetros de 2000 [mm], 1800 a 1500 [mm], 1250 [mm] y 1050 [mm], que alimentan diversos sectores de la ciudad y dos centros de distribución.

Por último, la red de distribución de AAPP cuenta con 4245 [km] de cañerías clasificadas en "esqueleto" (diámetro de 400 [mm] y mayores) y "red" (diámetros de 50 y 400 [mm]). Además, el sistema cuenta con diversas válvulas reguladoras encargadas de adaptar la presión de alimentación a las condiciones de la demanda. (Interagua, 2006)

### 1.2.4 Modelización del flujo del Sistema de AAPP

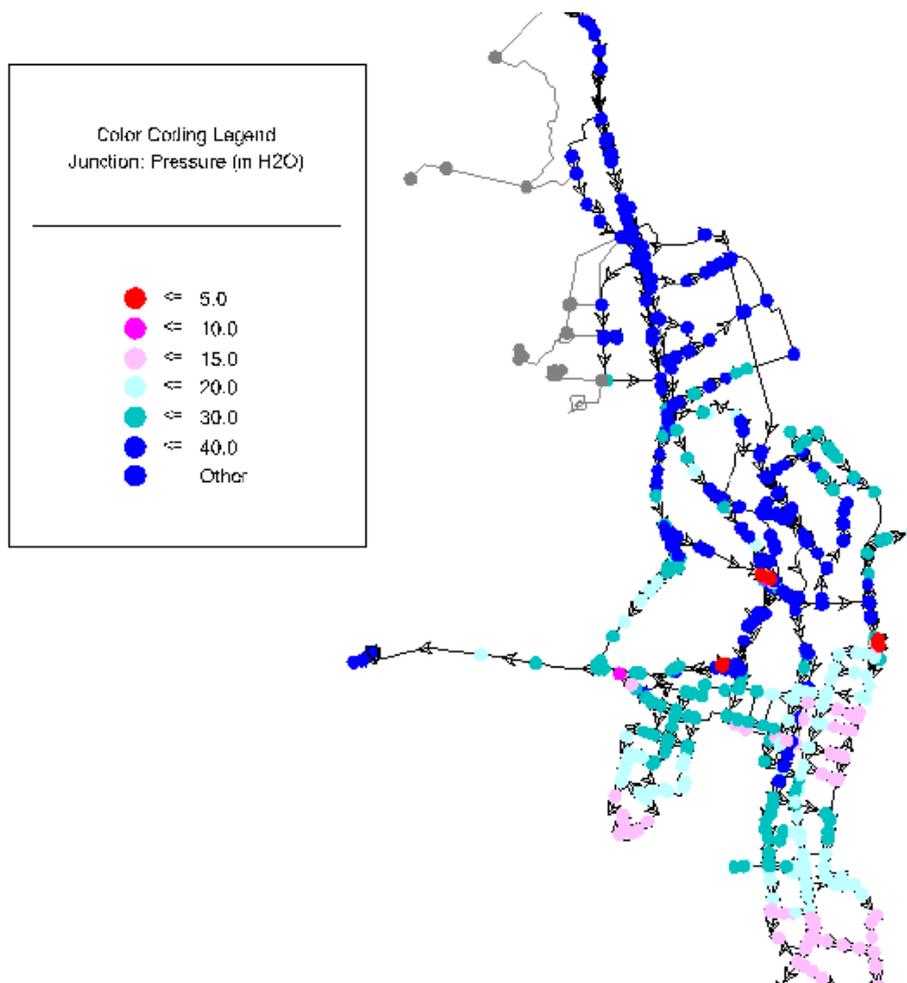
La empresa Interagua, dispone de un modelo de la red estructural del sistema de AAPP que cuenta con 689 nudos, 792 tramos de cañería, 4 reservorios, 8 tanques, 3 instalaciones de bombeo y 7 válvulas. (Interagua, 2006)

El modelo es capaz de simular el comportamiento del sistema a diversas horas del día con distinta demanda eléctrica y brinda información sobre la velocidad del fluido, el caudal de operación, las pérdidas de cabezal a lo largo de la extensión de las tuberías y el coeficiente de fricción de Darcy Weisbach que varía dependiendo del material de la tubería. Además, es capaz de mapear las presiones en las tuberías de todo el sistema como se puede ver en la figura 1.2.

**Tabla 1.2 Resultados de simulaciones realizadas por Interagua, extracto.**

Link ID	Label	Caudal	Velocidad	Pérdida de Carga Unitaria	Longitud	Diámetro	Coef. Darcy Weisbach
		LPS	m/s	m/km	m	mm	mm
1152	TC-TUB-26	2666	4.19	17.402	167.1	900	0.53
1638	ZROJA27	1612	2.53	5.084	135.46	900	0.161
1195	ZROJA53	1577	2.48	8.054	274.47	900	1.375
1639	ZROJA28	1577	2.48	4.869	246.08	900	0.161
1254	ZROJA48	1346	2.12	5.576	453.07	900	1.375
1405	TC-TUB-43	1039	2.07	6.417	55.17	800	0.53
2216	P-3	725	2.57	19.224	17.68	600	4.44

Fuente: (Interagua, 2006)

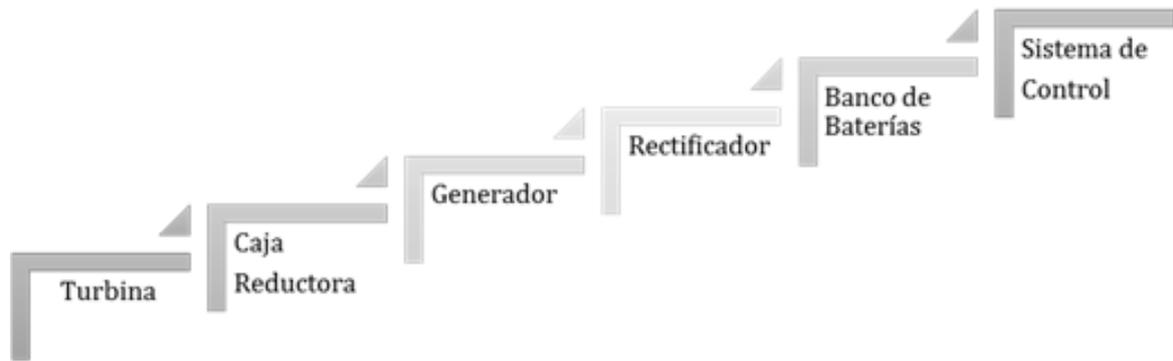


**Figura 1.2 Mapa de presiones de Guayaquil.**  
**Fuente: Interagua**

Para la elaboración de este trabajo, se ha decidido enfocar el diseño hacia tuberías de 800 [mm] de diámetro puesto que se conoce con precisión la existencia de válvulas reductoras de presión dentro de estas cañerías. La presión máxima asumida en base al mapa de presiones en una de estas tuberías se definió en 35 *psi* o 25 *mH<sub>2</sub>O*. Los datos empleados en este trabajo están delineados en la tabla previa.

### 1.2.5 Componentes de un microsistema hidroeléctrico

Este tipo de sistemas generalmente consiste en una turbina hidráulica, una caja de engranajes, un generador eléctrico, un rectificador de voltaje, un banco de baterías y un sistema de control, como se esquematiza a continuación:



**Figura 1.3 Diagrama de Bloques del Microsistema Hidroeléctrico.**

De estos elementos, el presente trabajo se enfoca en el diseño de los componentes mecánicos y la selección del generador eléctrico.

### **1.2.6 Modelos aerodinámicos para caracterización de turbinas hidráulicas**

Entre la gran variedad de modelos analíticos disponibles para el análisis del comportamiento de las turbinas hidráulicas, este trabajo se basó en dos de los más comunes, **los modelos de tubos de corriente** y los **modelos viscosos o CFD (Computational Fluid Dynamics)**.

Los modelos de tubos de corriente están basados en la teoría del elemento pala, conocido como BEM por sus siglas en inglés, y en la teoría de momento. Estos modelos constituyen un método relativamente sencillo, para predecir las fuerzas ejercidas sobre los álabes de la turbina.

Todos los modelos de tubos de corriente consisten en aplicar cada ecuación gobernante en su forma integral a cada uno de los dominios definidos por los tubos de corriente. Cada uno de estos tubos conectan las fronteras de entrada y salida y son paralelos a la velocidad del flujo en cada punto. Por lo tanto, no existe intercambio de masa, momento o energía (pues se desprecian los efectos térmicos) entre tubos de corriente adyacentes. Esto implica que todas las componentes de la velocidad perpendiculares al tubo de corriente son despreciadas, y por lo tanto se trata a la turbina como un problema de flujo unidireccional únicamente.

La aplicación de ecuaciones gobernantes en su forma integral requiere del empleo de datos empíricos como input para resolver el problema. Específicamente, los modelos de tubos de corriente necesitan de curvas características de empuje y arrastre a cualquier ángulo de ataque. Además, este método no considera los efectos de la interacción de la estela justo después del álabe, la cual es de vital importancia a elevados TSR<sup>1</sup>, o la influencia de la estela dinámica, dominante cuando se trabaja a bajos TSR.

Los softwares que basan su funcionamiento en *Computational Fluid Dynamics* (CFD) implementan ecuaciones de mecánica de fluidos sobre volúmenes de control que son discretizados en volúmenes finitos. Dentro de cada uno de los elementos discretizados el cálculo se realiza por medio de métodos numéricos lo que conlleva a la aparición de errores asociados. Por tal motivo los resultados son aproximaciones del comportamiento real. Debido a dichos errores, en una simulación es necesario realizar consideraciones especiales en el tamaño de los elementos y estructura de la malla, todo esto con el fin de que la solución obtenida se acerque en la medida de lo posible al resultado de la ecuación original. Todos los modelos CFD tienen como ecuaciones base las siguientes:

- Ecuación de conservación de masa (continuidad).
- Ecuación de momento lineal.
- Ecuación de conservación de la energía.

La resolución de modelos CFD se enfoca en obtener variables desconocidas de flujos de fluidos, entre las cuales están: velocidad, densidad, temperatura, etc. Además, el modelado mediante esta herramienta permite predecir el comportamiento de un equipo ante diferentes consideraciones de funcionamiento y hace posible la optimización y mejora del diseño del sistema antes de llegar a la etapa construcción del equipo y posteriores pruebas.

En los Apéndices A y G se puede encontrar más información de estos modelos aerodinámicos esenciales para la comprensión de este trabajo.

---

<sup>1</sup> La razón de velocidad específica o *tip speed ratio* (TSR), indica que la periferia del álabe circula a una velocidad TSR veces mayor que la velocidad del fluido.

# CAPÍTULO 2

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1 Proceso de Diseño

Las etapas que conformaron el proceso de diseño fueron esquematizadas en la figura 2.1. Por otro lado, se creyó conveniente detallar dos de las etapas principales en forma de algoritmo, de manera que describan específicamente la metodología de diseño seguida en este trabajo.

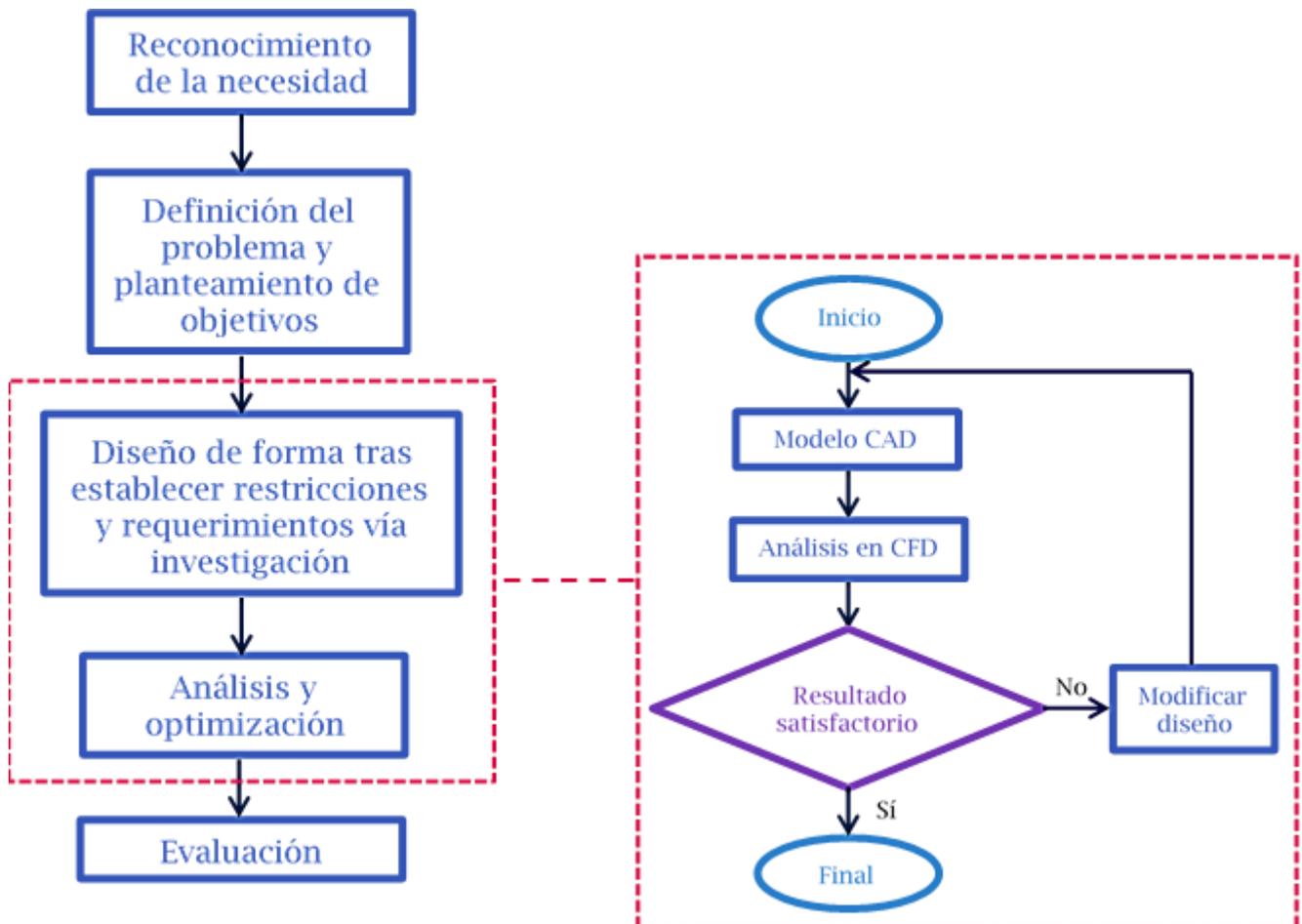


Figura 2.1 Esquema del proceso de diseño. A la izquierda se ilustran las etapas principales del diseño. A la derecha, un algoritmo muestra el proceso de diseño mecánico enfocado a este trabajo.

## 2.2 Alternativas de diseño

La selección del tipo de turbina a diseñar se basó en cuatro criterios principales descritos a continuación:

- Facilidad de acople de la turbina a un generador eléctrico.
- Eficiencia general del sistema.
- Tamaño de la turbina.
- Mantenibilidad.

Se conoce que, a pequeña escala los dos tipos de turbinas hidráulicas más comunes son las de flujo axial, que poseen un eje de rotación paralelo al flujo entrante, y las de flujo cruzado cuyos ejes de rotación son paralelos a la superficie del fluido. Siendo las turbinas de flujo cruzado las más eficientes por ser capaces de rotar unidireccionalmente aún bajo la presencia de flujos bidimensionales.

A su vez, se puede dividir las turbinas hidráulicas entre dispositivos de arrastre y de empuje. Los dispositivos de arrastre normalmente operan a un TSR menor a la unidad, puesto que no pueden rotar más rápido que el fluido en corriente libre, volviéndose menos eficientes. Además, la baja velocidad de rotación hace que se dificulte la integración de un generador sin la necesidad de una caja de engranajes con una elevada relación de transmisión. En cambio, los dispositivos de empuje operan a una TSR mayor a la unidad, lo que facilita el uso de cajas de engranajes con relaciones de transmisión bajas.

Cabe mencionar también que los álabes de un dispositivo de empuje emplean mucho menos material que los álabes de una turbina de arrastre, puesto que por lo general su diseño se basa en un rodete con paletas empujadas por el flujo del agua, lo que las vuelve menos eficientes.

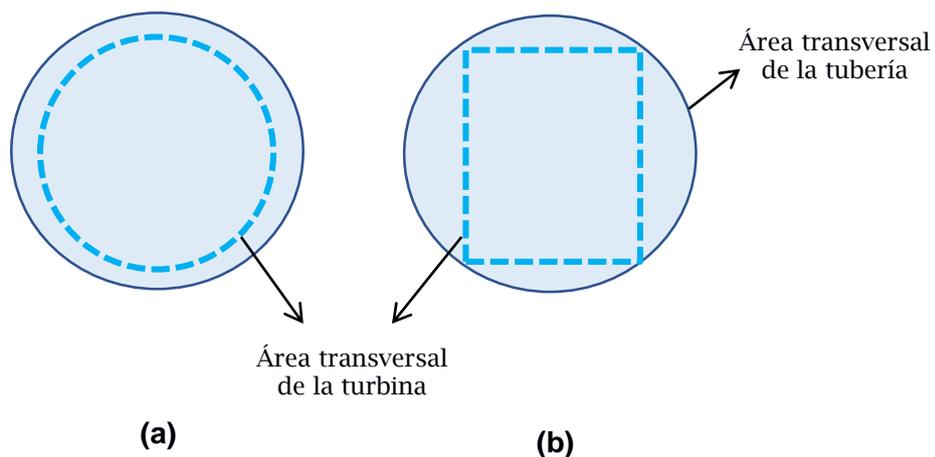
Adicionalmente, un sistema de generación eléctrica dentro de tuberías puede ser de dos tipos:

- Sistemas internos, donde el rotor se encuentra completamente dentro de la tubería y únicamente el generador sobresale del conducto.

- Sistemas externos, donde el rotor está contenido en un conducto secundario que desvía el flujo del conducto principal.

Los sistemas internos son dependientes del espacio disponible dentro de la tubería para su instalación, por lo que deben ser más compactos. Mientras que, los sistemas externos, por su necesidad de un baipás, poseen mayor flexibilidad y minimizan las restricciones del diseño, sin embargo, necesitan de carcazas capaces de alojar a la turbina y al generador, convirtiéndose en un obstáculo al momento de llevar a cabo tareas de mantenimiento en la red de distribución de agua.

Teniendo en cuenta todo lo expuesto anteriormente se escogió como base del diseño un sistema interno con una turbina de empuje. Finalmente, para delimitar el diseño de forma de la turbina, fue necesario encontrar una alternativa capaz de maximizar la cantidad de energía eléctrica producida. Esto se logró analizando el área transversal de las dos principales opciones ilustradas en la figura 2.2 para reconocer cuál aprovechaba la mayor cantidad de área transversal de la tubería. De esta manera se convino en diseñar una turbina esférica.



**Figura 2.2 (a) Sección transversal de una turbina esférica, (b) Sección transversal de una turbina cilíndrica (Gorlov).**

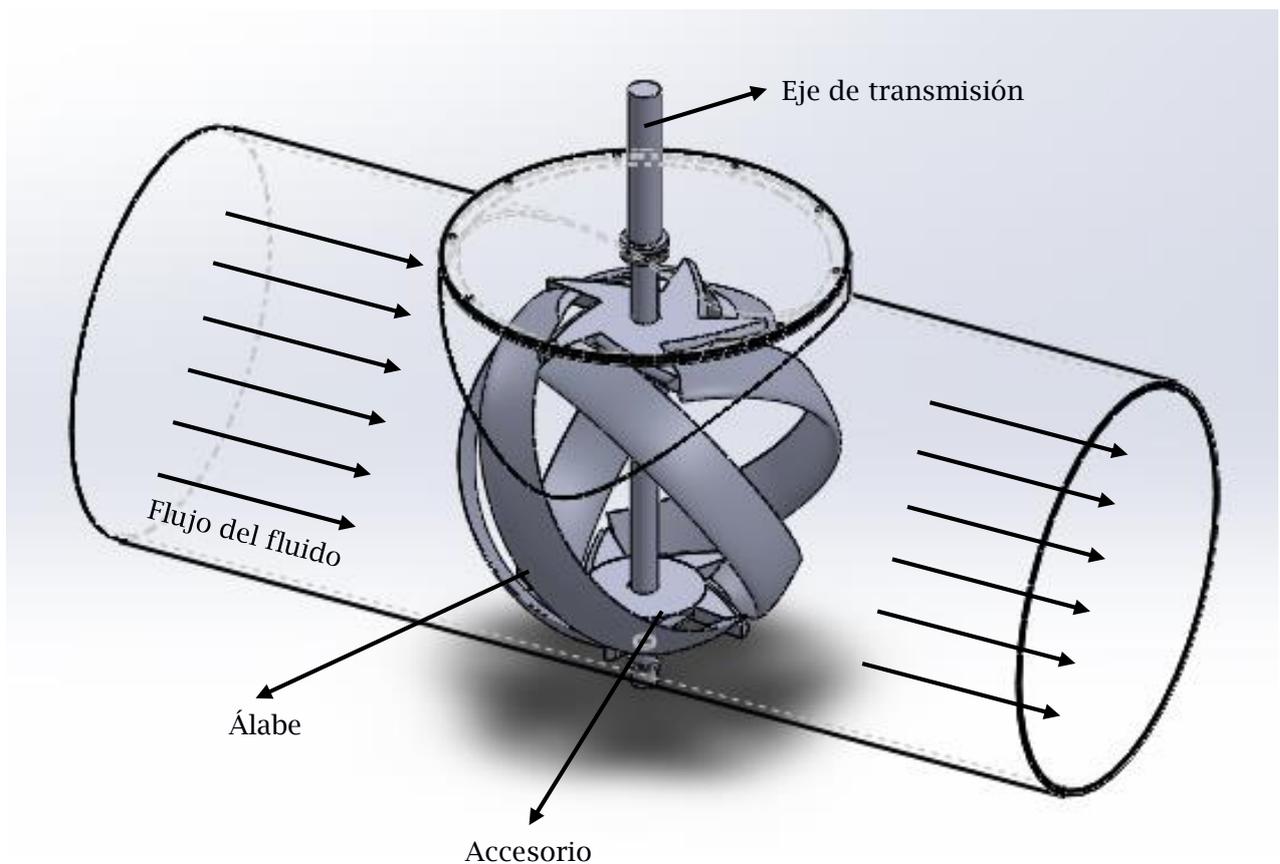
## 2.1 Diseño del sistema de generación de energía eléctrica

El diseño del sistema está conformado por el diseño mecánico de la turbina, el diseño de los elementos de transmisión de potencia y la selección del generador eléctrico.

A su vez, el diseño de la turbina está compuesto por:

- a) Diseño de los álabes.
- b) Diseño del eje de transmisión.
- c) Diseño de la caja de rodamientos.
- d) Diseño de chaveteros.
- e) Selección de rodamientos.

La figura 2.3 muestra a breves rasgos el diseño de forma de la turbina hidráulica, y la configuración de sus principales partes.



**Figura 2.3** Diseño de forma de la turbina hidráulica.

## 2.1.1 Diseño de los álabes

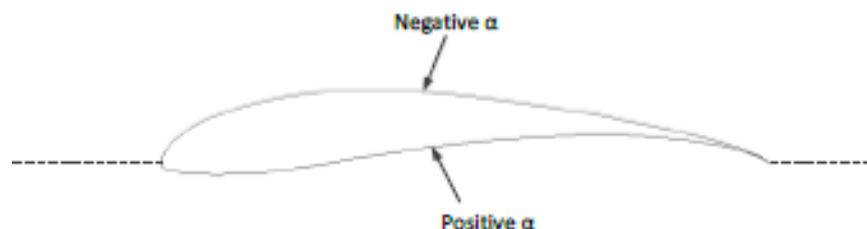
### 2.1.1.1 Establecimiento de parámetros de diseño de los álabes de la turbina hidráulica

#### 2.1.1.1.1 Perfil del álabe

Tradicionalmente, los álabes de una turbina vertical han sido diseñados con la serie de cuatro dígitos para perfiles de NACA, principalmente por la disponibilidad de información sobre el empuje y arrastre para un amplio rango de números de Reynolds. Sin embargo, se ha encontrado que otro tipo de perfiles son capaces de desempeñarse de mejor manera. A pesar de esto, dichos perfiles no fueron considerados en este trabajo, por la dificultad de la adquisición de datos.

Según (Islam, Ting, & Fartaj, 2007), para obtener un desempeño óptimo, existen varias características deseables en un perfil alar, entre las cuales se tiene: amplios rangos de ángulos de ataque correspondientes a bajo coeficiente de arrastre, elevada razón de empuje versus ataque y elevado coeficiente máximo de empuje.

Por otro lado, en términos de empuje generado, los perfiles simétricos son capaces de producir mayor torque en comparación a los perfiles asimétricos cuando el ángulo de ataque es negativo (dirigido hacia el lado convexo de la curvatura del perfil del álabe, como se muestra en la figura 2.4) (Niblick, 2012). En adición, los perfiles asimétricos son generalmente difíciles de fabricar y por su geometría delgada en la superficie de salida pueden fragilizar el álabe. Tomando en consideración toda la información expuesta anteriormente, para el presente trabajo se decidió analizar el perfil simétrico NACA 0018.



**Figura 2.4 Convención de signos para el ángulo de ataque en un perfil con curvatura.**

Fuente: (Niblick, 2012)

#### 2.1.1.1.2 Razón de solidez ( $\sigma$ ), número de álabes ( $B$ ) y longitud de cuerda del perfil ( $c$ )

El término razón de solidez hace referencia a la porción de área barrida de la turbina que es sólida, versus aquella que corresponde al espacio vacío.

Estudios realizados por (Shiono, Suzuki, & Kiho , 2002) han determinado que el valor óptimo de la razón de solidez se debe encontrar entre 0.3 y 0.4. Para el diseño del álabe se empleó el valor de 0.3. Mediante la ecuación 1, se derivó el valor de la longitud de cuerda<sup>2</sup> tras fijar el número de álabes en 5, en base a la información bibliográfica consultada. (Niblick, 2012), (Zamora, 2012)

$$\sigma = \frac{Bc}{\pi D} \quad (1)$$

Donde,  $\sigma$  es la razón de solidez,  $B$  es el número de álabes,  $c$  es la longitud de la cuerda y  $D$  es el diámetro de la turbina. Es imperativo mencionar que desde esta sección en adelante, este trabajo fue desarrollado en base a las unidades del sistema internacional (SI), a menos que se especifique lo contrario.

#### 2.1.1.1.3 Ángulo de inclinación del álabe

Partiendo de la ecuación 2, se encontró el ángulo de inclinación, teniendo en cuenta que, al tratarse de una turbina esférica, tanto su altura como su diámetro responden al mismo valor.

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{Bh}{\pi D}\right) \quad (2)$$

Donde  $h$  es la altura de la turbina y es igual a  $D$ , por tratarse de una turbina esférica.

Finalmente, la tabla 2.1 especifica los valores de todos los parámetros previamente analizados y empleados para la construcción del posterior modelo CAD.

---

<sup>2</sup> Cuerda: línea que une el borde de ataque con el borde de salida.

**Tabla 2.1 Parámetros de diseño de los álabes**

<b>Perfil del álabe</b>	NACA 0018
<b>Número de álabes</b>	5
<b>Diámetro de tubería</b>	0.8 [m]
<b>Diámetro de turbina</b>	0.7 [m]
<b>Razón de solidez (<math>\sigma</math>)</b>	0.3
<b>Ángulo de la helicoidal</b>	51.85°
<b>Longitud de cuerda</b>	0.132 [m]
<b>Velocidad máxima del fluido</b>	2.07 [m/s]
<b>Viscosidad cinemática del fluido</b>	$9.79 \times 10^{-7}$ [m <sup>2</sup> /s]

### **2.1.2 Diseño determinístico del eje de transmisión**

En este diseño mecánico tradicional, no se tomó en cuenta la incertidumbre de las variables involucradas. Es decir, las cargas se consideraron sin cambio, a pesar de no ser éste el caso en la vida real. La lista a continuación esboza el procedimiento de diseño seguido:

- a) Escoger la configuración preliminar del eje
- b) Seleccionar el material del eje.
- c) Determinar las cargas externas actuando sobre el eje.
- d) Realizar los diagramas de fuerza cortante y momento flector.
- e) Especificar el diámetro del eje.

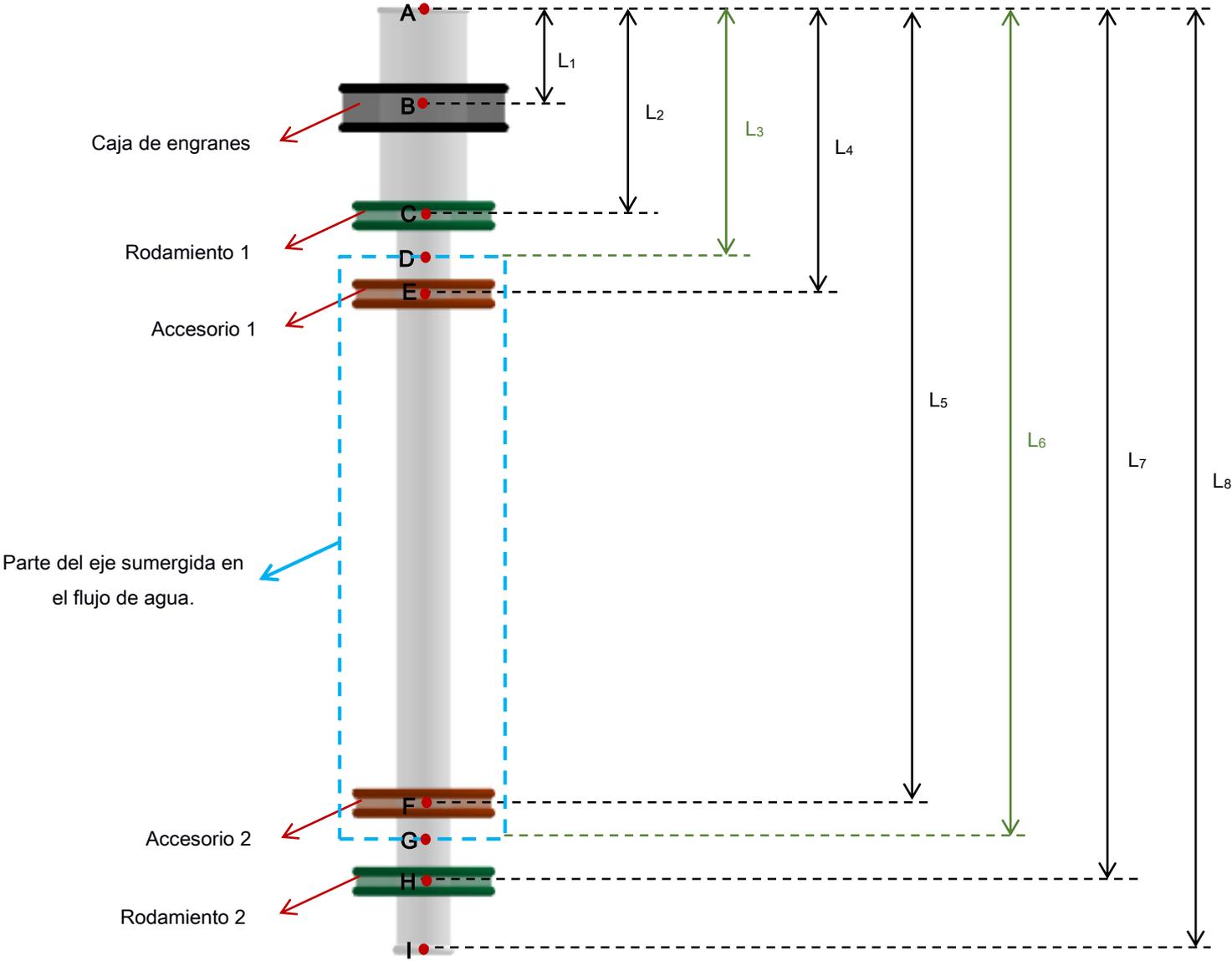
#### **2.1.2.1 Configuración preliminar del eje**

En base a la configuración mostrada en la figura 2.5 se puede notar que sobre el eje de transmisión se han montado dos rodamientos, dos accesorios idénticos (ver figura 2.6) para hacer posible el acople del cuerpo de la turbina y una caja de engranajes para la transmisión de potencia hacia el generador eléctrico.

Tanto los accesorios como la caja de engranajes fueron diseñados para ser montados mediante cuñas cónicas, debido a su capacidad de mantener la maza acoplada bloqueada axialmente en una posición determinada.

Además, ambos rodamientos destinados a la disminución de la fricción del sistema fueron localizados al exterior de la tubería de manera que se evite su contacto con el flujo de agua y el posterior deterioro.

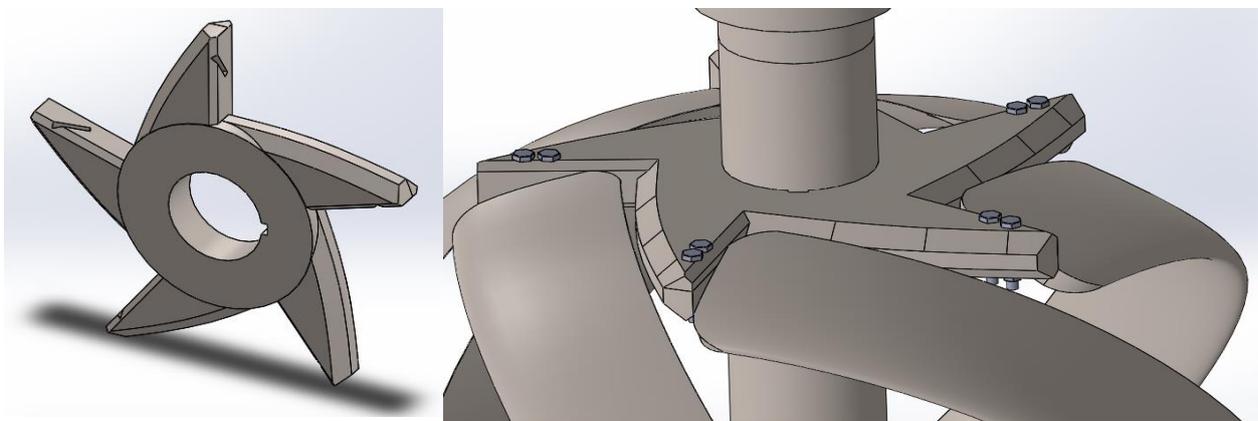
Finalmente, las dimensiones que definen al eje de la figura 2.5 están expuestas en la tabla 2.2 y fueron determinadas en base a las restricciones de espacio impuestas por la localización del sistema de generación.



**Figura 2.5 Configuración del eje de transmisión y sus respectivas partes.**

**Tabla 2.2 Dimensiones del eje de transmisión.**

$L_1 = 162 [mm]$
$L_2 = 350 [mm]$
$L_3 = 400 [mm]$
$L_4 = 504 [mm]$
$L_5 = 1116 [mm]$
$L_6 = 1200 [mm]$
$L_7 = 1220 [mm]$
$L_8 = 1300 [mm]$



(a)

(b)

**Figura 2.6 (a) Accesorio mecánico para acoplar la turbina hidráulica al eje, (b) Modelo CAD 3D del ensamble de la turbina mediante el accesorio.**

### **2.1.2.2 Selección del material del eje**

Algunas características claves que debe poseer el eje son delineadas a continuación:

- a) Resistencia a la corrosión.
- b) Resistencia a la oxidación.
- c) Facilidad de fabricación.
- d) Alta resistencia mecánica y baja densidad.

Basado en la lista previa, el material más apto para esta aplicación es el acero inoxidable, de preferencia del tipo austenítico por contener níquel, brindando al material una mayor resistencia a la corrosión. Los aceros inoxidables austeníticos son identificados por su designación de la serie 300.

Entre este tipo de aceros se destacan el de grado 316 y el 304, siendo el 316 el que posee mejores propiedades anticorrosión y mayor resistencia al *pitting*<sup>3</sup> en ambientes con cloro. Además, tiene características de conformabilidad y soldadura excelentes (Goutham , 2013). Por lo tanto, se escogió como material del eje el acero inoxidable de grado 316, con las siguientes propiedades:

**Tabla 2.3 Propiedades mecánicas del acero inoxidable 316**

Resistencia última del material ( $S_{ut}$ )	673 [MPa]
Esfuerzo de fluencia ( $S_y$ )	332 [MPa]
Módulo de elasticidad ( $E$ )	165 [MPa]

Fuente: (Khairul, Zainudin, Aidy, & Sapuan, 2013)

Asimismo, se decidió emplear el mismo material del eje de transmisión para los álabes de la turbina por las características ya mencionadas.

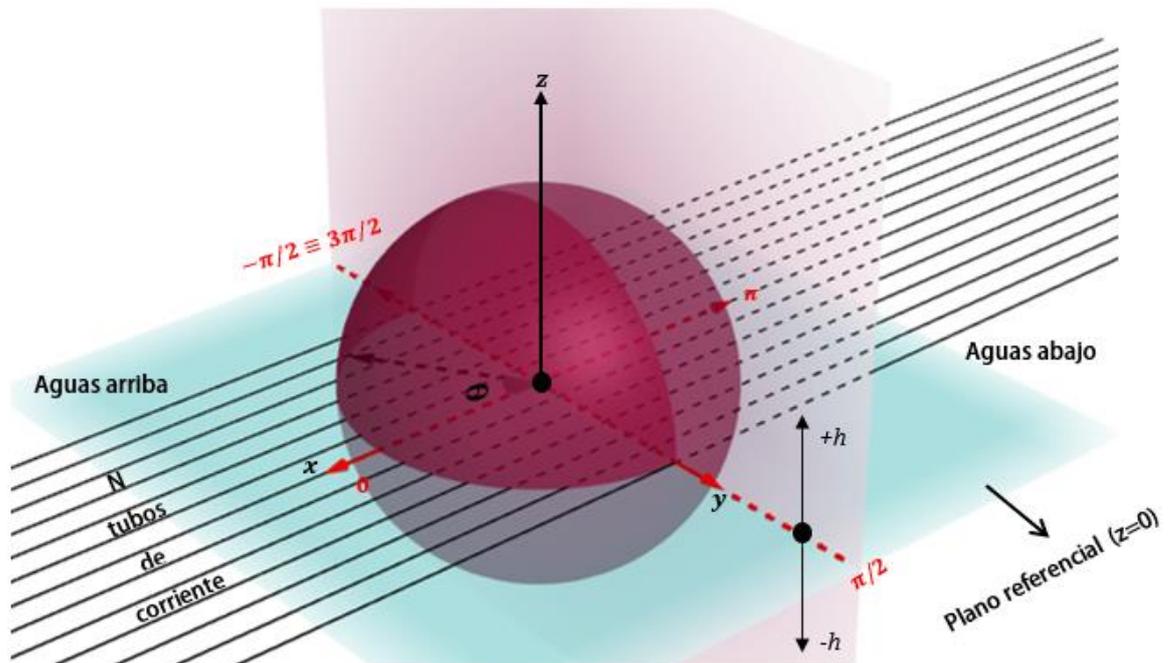
### **2.1.2.3 Determinación de las cargas externas actuando sobre el eje**

Tanto el torque, el empuje y el arrastre en los álabes son las principales cargas externas ejercidas sobre el sistema, y por lo tanto fueron consideradas como cargas primarias. Por otro lado, los engranes y los rodamientos montados sobre el eje de transmisión constituyeron las cargas secundarias.

#### **2.1.2.3.1 Aplicación del DMST para hallar las cargas primarias**

El análisis a profundidad del modelo, así como también las ecuaciones a emplear se detallan en el Apéndice A. La implementación del modelo se realizó a través de códigos de Matlab adjuntados en el Apéndice B. Para el empleo del DMST se inició dividiendo el rotor en dos partes: medio ciclo aguas arriba ( $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ ), y medio ciclo aguas abajo ( $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ), como se muestra en la figura 2.7. Luego, se seccionó la turbina por medio de planos XY a lo largo del eje z, en intervalos  $\Delta h$  y, finalmente, cada uno de estos planos se dividió en  $N$  tubos de corriente.

<sup>3</sup> El *pitting* es una forma localizada de corrosión extrema que provoca pequeños agujeros en el metal.



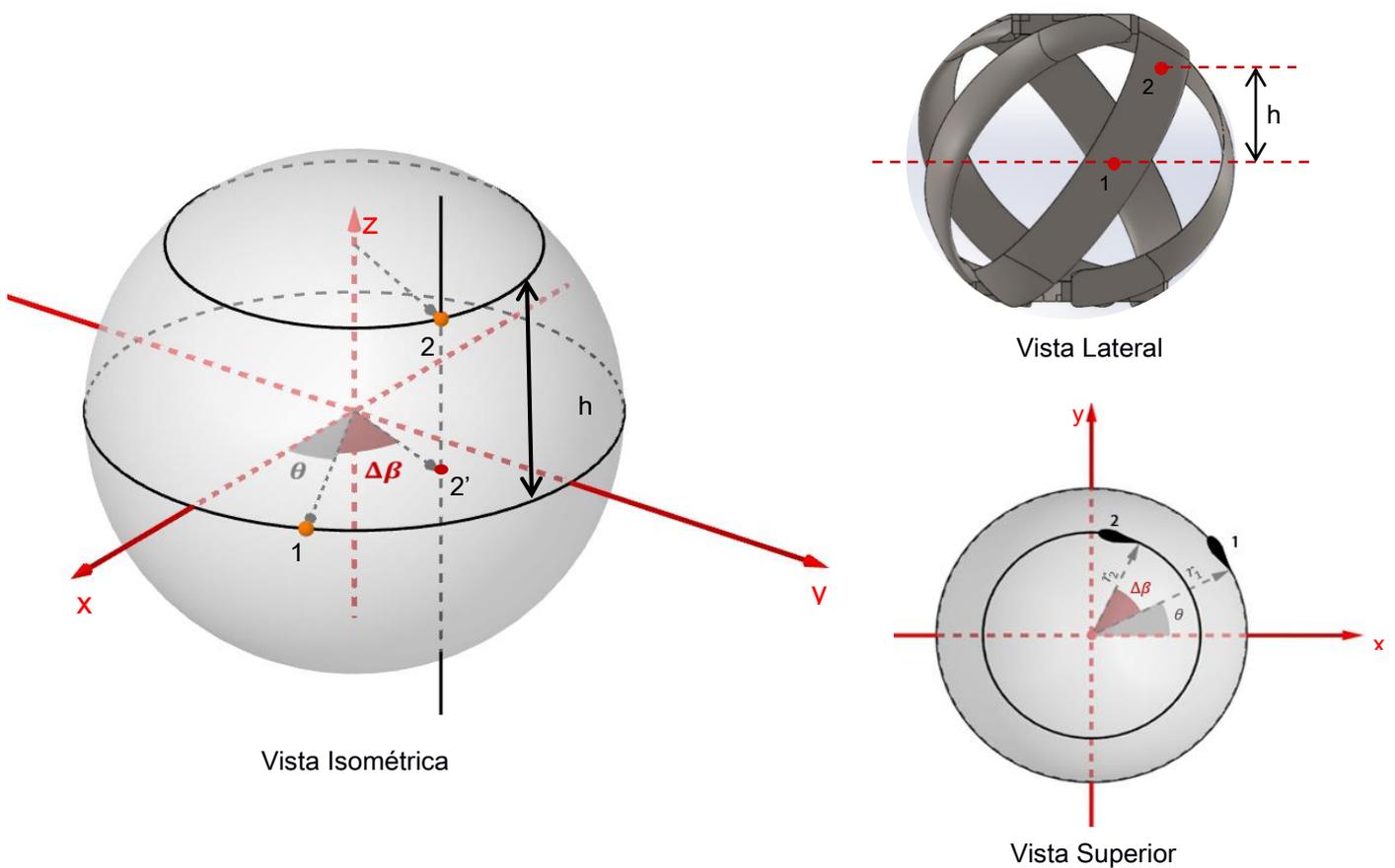
**Figura 2.7 División del rotor de la turbina, plano XY.**

La metodología empleada para hallar las cargas instantáneas sobre los álabes y posteriormente el eje se detalla a continuación:

- Para una determinada geometría del rotor, una velocidad rotacional  $\omega$  y una altura  $h$ , se procedió a encontrar la respectiva velocidad de corriente libre a partir del perfil de velocidades para una tubería a partir de la ecuación (38).
- Luego, se toma el factor de inducción como  $a = 1$ , y con éste se obtuvo el valor del TSR. Posteriormente, se evaluaron  $\alpha$  y  $Re_b$  como una primera aproximación, para encontrar los valores de  $C_D$  y  $C_L$ .
- Con las ecuaciones (47) y (48), los coeficientes normales y tangenciales fueron estimados.
- La ecuación (46) permitió evaluar la función  $F$ . Con el primer valor obtenido se calculó un nuevo valor del factor de interferencia empleando la ecuación (45) y se repitió el proceso iterativo hasta lograr la convergencia de  $a$ .
- Una vez obtenido el valor real del factor de inducción, se halló la velocidad relativa local con la ecuación (42) y el ángulo de ataque efectivo  $\alpha$  con la ecuación (43). Las fuerzas normales y tangenciales instantáneas, así como el torque instantáneo se evaluaron acorde a las ecuaciones (50), (51) y (52), respectivamente.

- Se repitieron los pasos descritos previamente para los N tubos de corriente y para todas las alturas que se creyeron convenientes. De esta manera, se obtuvieron las cargas instantáneas para cualquier localización de un elemento de los álabes.

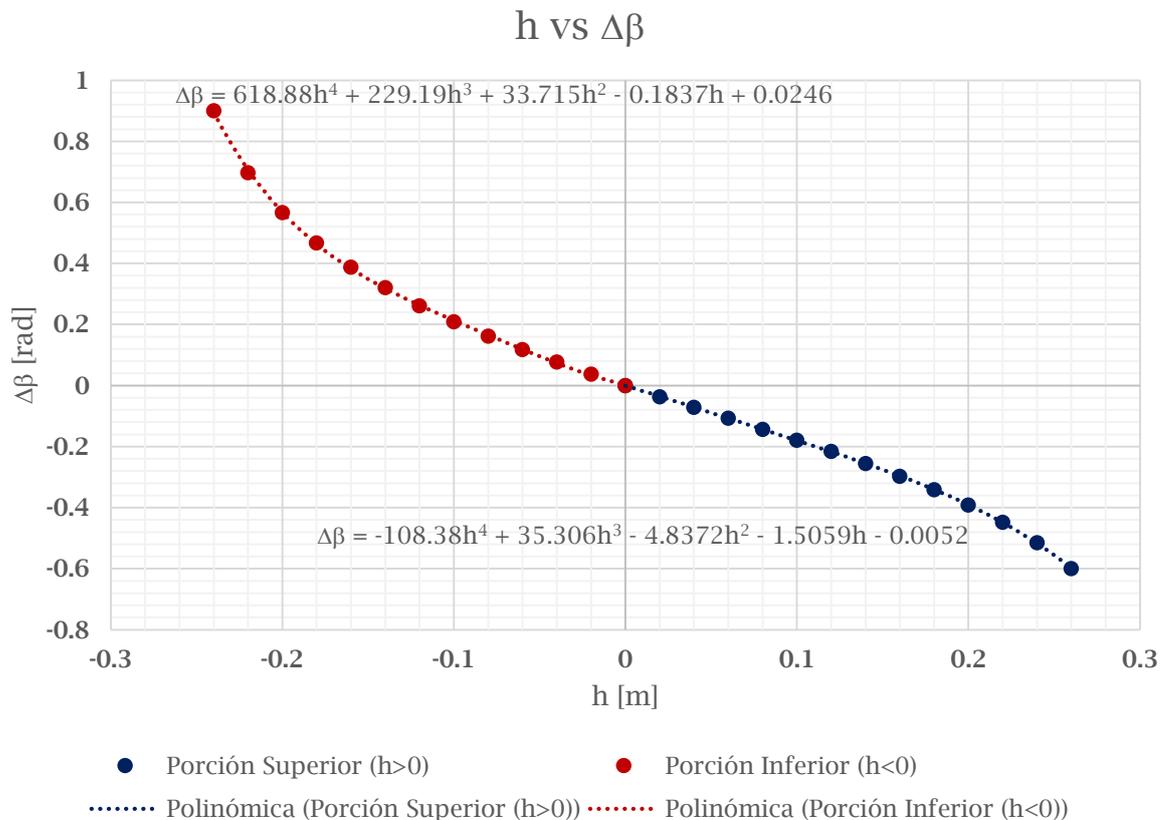
Para hallar las cargas totales fue necesario comprender claramente la geometría del rotor. La figura 2.8 muestra los puntos 1 y 2 pertenecientes a un mismo álabe con una determinada inclinación. El punto 1 hace alusión a la posición angular  $\theta$  de una sección del álabe en el plano  $z=0$ . Asimismo, el punto 2 hace referencia a la posición angular de una sección del álabe a una altura  $h$  del plano  $z=0$ . Por otro lado, el punto 2' corresponde a la proyección del punto 2 sobre el plano  $z=0$  y finalmente, el ángulo  $\Delta\beta$  ilustra la diferencia angular entre 2' y 1.



**Figura 2.8** Definición de ángulos para la determinación de las cargas totales.

El procedimiento para obtener las curvas de cargas con respecto a  $\theta$  se detalla a continuación:

- Primero se determinó la relación existente entre la variación de la altura  $h$  y la variación angular  $\Delta\beta$ , es decir  $\Delta\beta(h)$ . Para esto se realizó varios cortes a lo largo del eje  $z$  y se midió  $\Delta\beta$  a cada altura respectiva. Luego, se graficaron los datos recolectados y se obtuvo la función que determinaba su comportamiento, como lo muestra la figura 2.9.
- Luego, se procedió a sumar las contribuciones de las cargas a lo largo de la extensión de un solo álabe para todas las posiciones angulares  $\theta$  definidas sobre el plano  $z=0$ . De esta manera se obtienen las gráficas de carga con respecto a  $\theta$  para un único álabe.
- Tras esto, se superpusieron las curvas de carga obtenidas para un único álabe de acuerdo con el desfase  $\psi$  existente entre álaves como lo ilustra la figura 2.10 y así se hallaron las curvas de carga totales.



**Figura 2.9 Relación entre  $h$  y  $\Delta\beta$ .**

Elaboración de los autores, 2018.

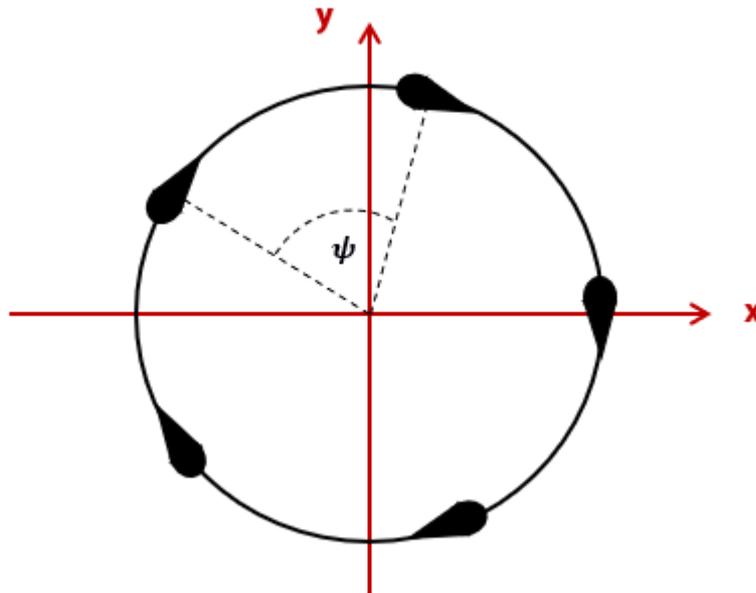


Figura 2.10 Desfase angular entre álabes.

- Finalmente, tras integrar las curvas de carga resultantes, se obtuvieron los valores medios de carga para el torque, la fuerza normal y la fuerza tangencial. Estas dos últimas fueron descompuestas en "x" y en "y" en base a la figura 2.11, para facilitar el posterior cálculo de reacciones en los rodamientos.

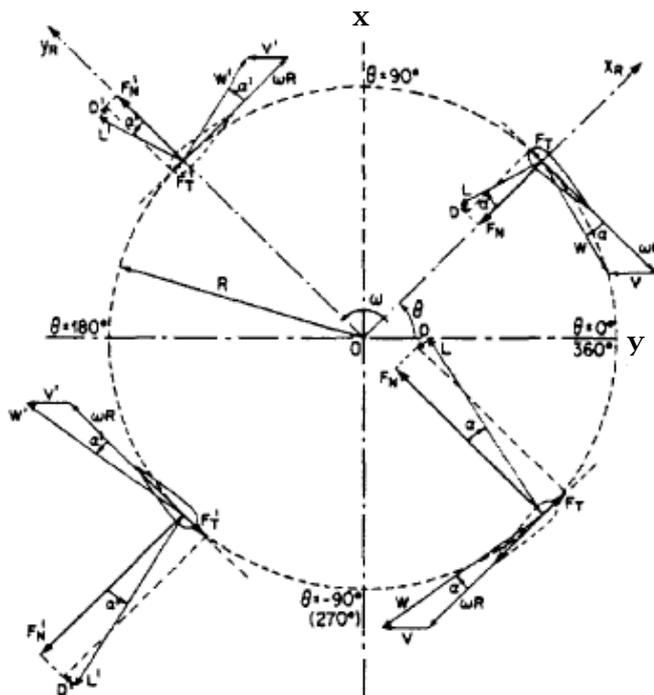


Figura 2.11 Fuerzas actuando sobre los álabes de una turbina  
Fuente: ( Paraschivoiu )

Los valores de los parámetros utilizados en los códigos de Matlab se resumen a continuación:

**Tabla 2.4 Parámetros empleados para hallar las cargas primarias**

Velocidad máxima del flujo en corriente libre ( $U$ )	2.07 [m/s]
Número de tubos de corriente ( $NT$ )	35
Velocidad de rotación ( $\omega$ )	100 [rpm]
Ángulo de inclinación inicial ( $\alpha_o$ )	6.75 [°]
Radio de la turbina ( $R$ )	0.3165 [m]
Viscosidad cinemática del agua ( $\nu$ )	$9.7937 * 10^{-7}$ [m <sup>2</sup> /s]
Número de álabes ( $n$ )	5

#### 2.1.2.3.2 Determinación de cargas secundarias

Las cargas secundarias que se identificaron en el sistema son las fuerzas actuando sobre los engranes y las reacciones ejercidas sobre los rodamientos.

Como mecanismo de transmisión de potencia se decidió emplear engranes estándar de dientes rectos definidos por la AGMA por su capacidad de lograr grandes reducciones y ampliaciones de velocidad. Además, al tener dientes rectos no se produce empuje axial, de manera que se pueden montar fácilmente con rodamientos de bolas. Los engranes empleados en este trabajo poseen un ángulo de presión ( $\phi$ ) de 20°.

Para determinar las fuerzas involucradas con la aplicación de engranes, primero se calculó la fuerza tangencial transmitida, localizada en el punto medio del diente.

Se conoce que la fuerza transmitida  $W_t$  es:

$$W_t = \frac{2T}{d_p} \quad (3)$$

Donde  $T$  es el torque transmitido y  $d_p$  es el diámetro de paso del piñón montado sobre el eje de la turbina que, por lo general, obedece a una relación:

$$d_p = 3 * \phi_{turb} \quad (4)$$

Donde  $\phi_{turb}$  es el diámetro del eje de la turbina.

La fuerza transmitida de un diente a otro posee también una componente radial, definida como:

$$W_r = W_t * \tan(\phi) \quad (5)$$

Por otro lado, las fuerzas actuando sobre los rodamientos fueron calculadas en base a un diagrama de cuerpo libre y a la primera Ley de Newton, como se verá en la sección siguiente.

#### 2.1.2.4 Diagramas de cuerpo libre, fuerza cortante y momento flector

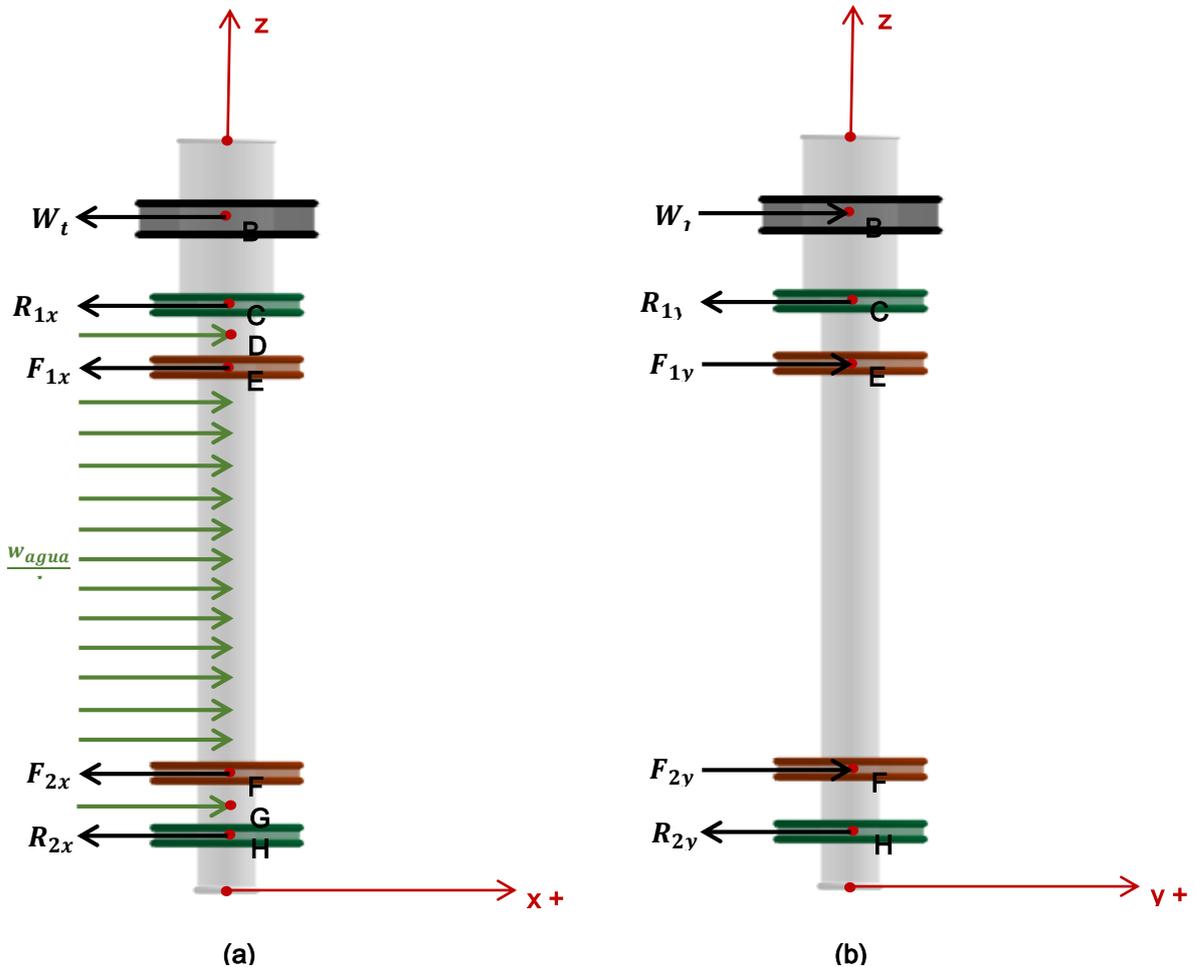


Figura 2.12 (a) Diagrama de cuerpo libre del eje de transmisión plano XZ,(b)Diagrama de cuerpo libre del eje de transmisión plano YZ.

Las fuerzas denominadas  $F_{1x}$ ,  $F_{1y}$ ,  $F_{2x}$  y  $F_{2y}$  son las resultantes de la suma de los máximos de las fuerzas normales y tangenciales en los ejes “x” e “y” de las gráficas 3.3 y 3.4, divididas para dos, al estar aplicadas en los dos accesorios necesarios para acoplar la turbina al eje.  $\frac{w_{agua}}{l}$  es la carga por unidad de longitud producida por una determinada presión del fluido y actúa unidireccionalmente en la sección del eje sumergida en agua. Se tiene entonces que:

$$\frac{w_{agua}}{l} = \frac{P_{agua} * A_{proy}}{L_6 - L_3} \quad (6)$$

Donde  $P_{agua}$  es la presión máxima del fluido que puede existir dentro del sistema y  $A_{proy}$  es el área proyectada del eje sobre la cual impacta el fluido.

Las reacciones en los rodamientos  $R_{1x}$ ,  $R_{1y}$ ,  $R_{2x}$  y  $R_{2y}$  fueron obtenidas tras ser despejadas de las siguientes ecuaciones:

$$\sum \vec{M}_y|_C = 0 \quad (\curvearrowright +)$$

$$W_t(L_2 - L_1) - F_{1x}(L_4 - L_2) - F_{2x}(L_5 - L_2) - R_{2x}(L_7 - L_2) + w_{agua} \left( \frac{L_6 - L_3}{2} - L_2 \right) = 0 \quad (7)$$

$$\sum \vec{M}_y|_F = 0 \quad (\curvearrowright +)$$

$$F_{1x}(L_7 - L_5) + F_{2x}(L_7 - L_4) + R_{1x}(L_7 - L_2) + W_t(L_7 - L_1) - w_{agua} \left( L_7 - \frac{L_6 - L_3}{2} \right) = 0 \quad (8)$$

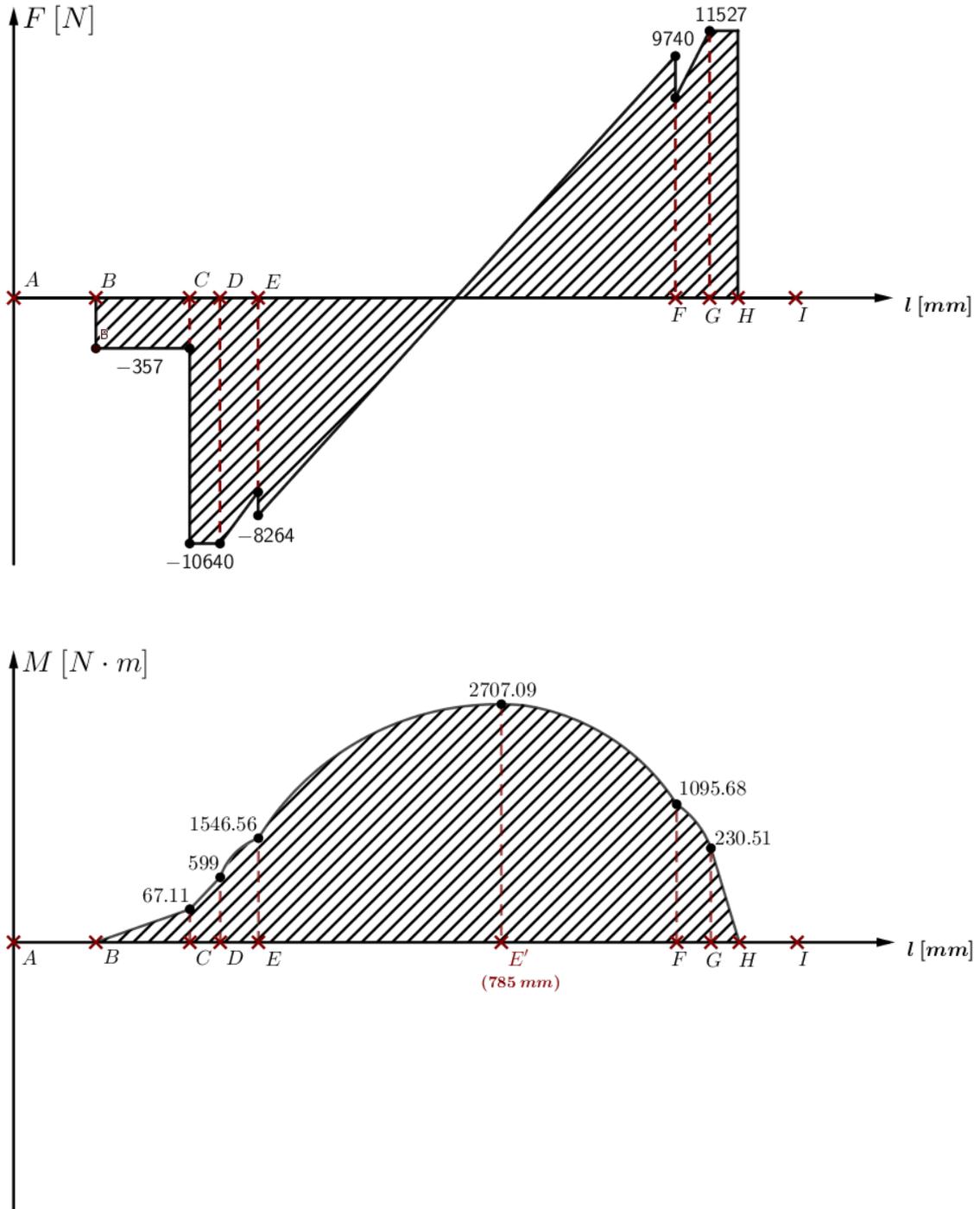
$$\sum \vec{M}_x|_C = 0 \quad (\curvearrowright +)$$

$$-W_r(L_2 - L_1) + F_{1y}(L_4 - L_2) + F_{2y}(L_5 - L_2) + R_{2y}(L_7 - L_2) = 0 \quad (9)$$

$$\sum \vec{M}_x|_F = 0 \quad (\curvearrowright +)$$

$$-F_{2y}(L_7 - L_5) - F_{1y}(L_7 - L_4) + R_{1y}(L_7 - L_2) - W_r(L_7 - L_1) = 0 \quad (10)$$

Finalmente se grafican los diagramas de fuerza cortante y momento flector para los planos XZ e YZ, los cuales se muestran en las figuras 2.13 y 2.14 a continuación:



**Figura 2.13 Diagrama de fuerza cortante plano XZ (superior) y diagrama de momento flector plano XZ (inferior).**

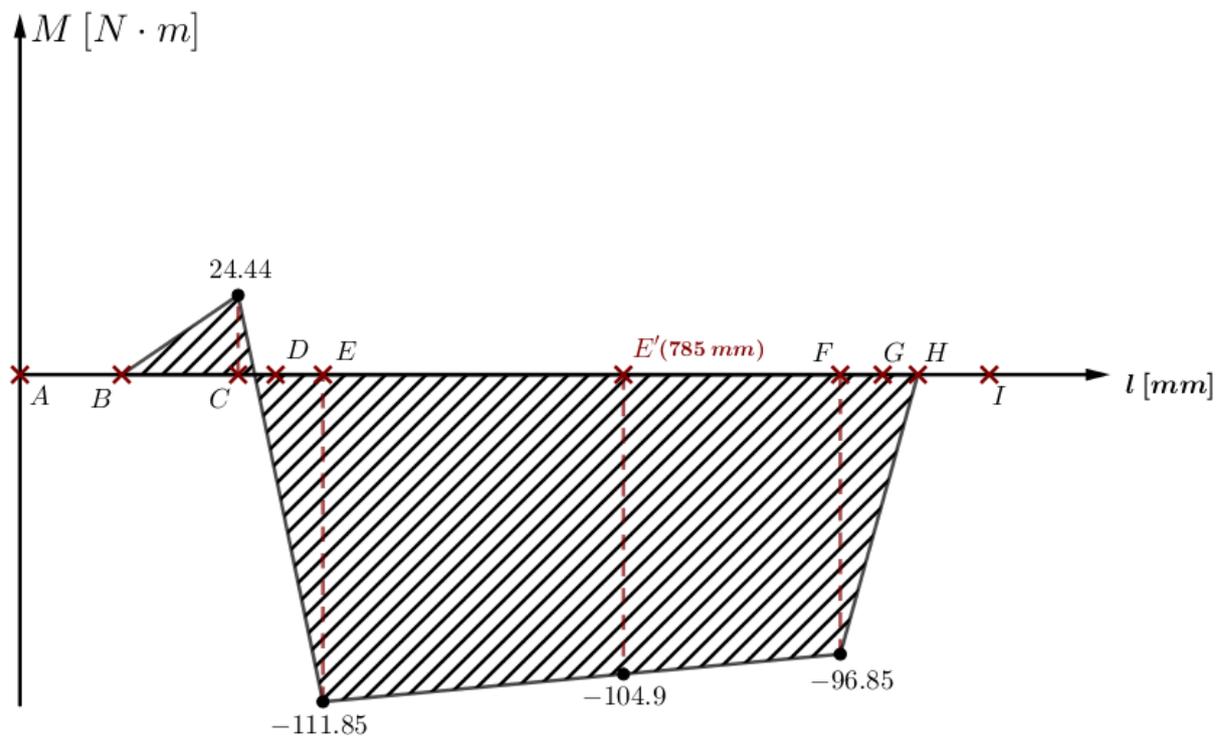
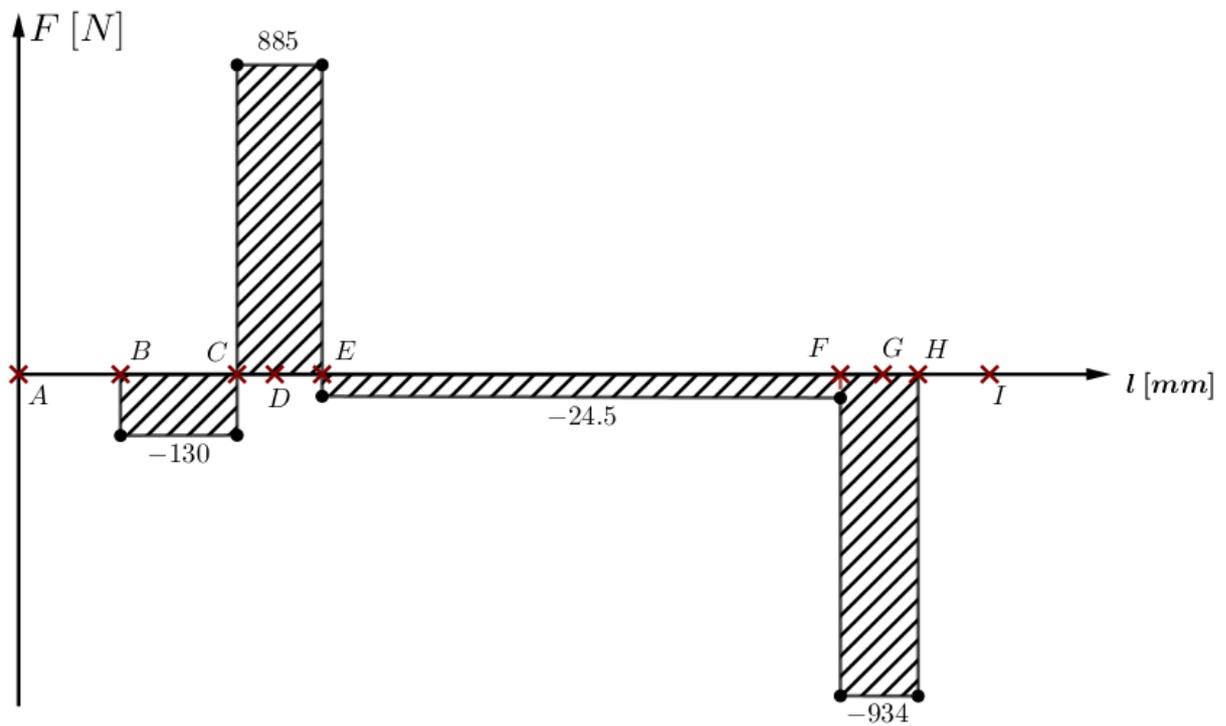


Figura 2.14 Diagrama de fuerza cortante plano YZ (superior) y diagrama de momento flector plano YZ (inferior).

### 2.1.2.5 Dimensionamiento del eje

A lo largo de la extensión del eje se creyó conveniente analizar los puntos B, E y F donde existe concentración de esfuerzos debido a la existencia de cuñeros y en C donde existe concentración de esfuerzos por encontrarse un escalón. La magnitud del momento flector en estos puntos fue calculada combinando las componentes de la función del momento en los planos XZ y YZ (con el teorema de Pitágoras).

Como se puede notar en los diagramas de momento flector de las figuras 2.13 y 2.14, en el punto B la magnitud del momento en ambos planos es cero, por lo que no es una sección crítica y se vuelve innecesario su análisis. Por otro lado, en el punto C, evaluando las componentes del momento flector, se pudo notar que el momento resultante es significativamente menor que los experimentados en los puntos E y F, por lo que tampoco fue considerado en el análisis. Finalmente, se pudo notar claramente que existe un último punto de interés denotado en los diagramas como E', puesto que exhibe un elevado momento flector en ambas componentes, haciéndose imperativo su estudio.

Para iniciar el dimensionamiento se calculó la resistencia física sin corregir  $S_e'$ , mediante:

$$S_e' \cong 0.5S_{ut} \quad \text{para } S_{ut} < 1400 \text{ [MPa]} \quad (11)$$

Luego se corrigió la resistencia física teórica mediante los siguientes factores:

$$S_e = C_{carga} * C_{tamaño} * C_{superf} * C_{temp} * C_{conf} * S_e' \quad (12)$$

Al ser la carga de flexión y torsión, se tiene que  $C_{carga} = 1$ . Como primera iteración se desconoce el tamaño de la pieza, por lo que se asumió  $C_{tamaño} = 1$ , valor que fue ajustado más adelante mediante  $C_{tamaño} = 1.189d^{-0.097}$  como lo recomienda (NORTON, 2011).  $C_{superf}$  fue seleccionado para un acabado de maquinado, en base a la figura 1 del apéndice C. Por otro lado, la temperatura fue considerada como baja, de modo que  $C_{temp} = 1$  y finalmente, al escogerse un 99.9% de confiabilidad se determinó el valor de  $C_{conf}$  en base a la tabla 1 del apéndice C.

Como el torque generado por los álabes no es constante, su componente alternante crea un estado de esfuerzo multiaxial en el eje. (NORTON, PAG 421 PDF) Bajo estas condiciones, el cálculo del diámetro del eje se lo realizó bajo la siguiente ecuación:

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[ \frac{\sqrt{((k_f M_a)^2 + \frac{3}{4}(k_{fs} T_a)^2)}}{S_e} + \frac{\sqrt{(k_{fm} M_m)^2 + \frac{3}{4}(k_{fsm} T_m)^2}}{S_{ut}} \right] \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (13)$$

Donde,  $M_a$  es la componente alternante del momento de flexión a lo largo del eje, mientras que  $M_m$  es su componente media. La misma analogía rige para  $T_a$  y  $T_m$ , componentes alternante y media del torque.

Para hallar los factores de concentración de esfuerzos por fatiga  $K_f$  y por torsión  $K_{fs}$  de la componente alternante, se obtuvo primero la sensibilidad a la muesca  $q$  a partir de la figura 2 del apéndice C, tanto para flexión y torsión, suponiendo un radio de la muesca igual a 0.25 [mm].

Usando la concentración de esfuerzo geométrico  $K_t$  para flexión para cuñeros según (NORTON, 2011) se determinó  $K_f$  según:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (14)$$

La concentración de esfuerzos para el cuñero cargado por torsión  $K_{fs}$  basada en la concentración de esfuerzo geométrico para torsión  $K_{ts}$  se halló según:

$$K_{fs} = 1 + q(K_{ts} - 1) \quad (15)$$

Posteriormente, se obtuvieron los factores de concentración de esfuerzos para las componentes medias tanto para flexión y torsión:  $K_{fm}$  y  $K_{fsm}$ , en base a las siguientes ecuaciones:

$$\text{Si } K_f * |\sigma_{\text{máx}_{nom}}| < S_y, \quad \text{entonces } k_{fm} = k_f \quad (16)$$

$$\text{Si } k_f * |\sigma_{\text{máx}_{nom}}| > S_y, \quad \text{entonces } k_{fm} = \frac{(S_y - k_f * \sigma_{\text{máx}_{nom}})}{|\sigma_{m_{nom}}|} \quad (17)$$

En las que se sustituyó  $K_f$  por  $K_{fs}$  y  $K_{fm}$  por  $K_{fsm}$ , para hallar la concentración de esfuerzos para torsión.

Una vez obtenidos todos los valores necesarios para evaluar la ecuación 13, se prosiguió con el cálculo de los diámetros en los tres puntos de interés. Las tres siguientes tablas recogen los valores empleados para la obtención de dichos diámetros:

**Tabla 2.5 Resumen de parámetros empleados en el dimensionamiento del eje (punto E)**

Factores de corrección	$C_{carga}$	1.00
	$C_{tamaño}$	0.95
	$C_{superf}$	0.78
	$C_{temp}$	1.00
	$C_{conf}$	0.75
Resistencia a la fatiga corregida	$S_e$	198 [MPa]
Factor de seguridad	$N_f$	4
Sensibilidad a la muesca flexión	$q$	0.62
Sensibilidad a la muesca torsión	$q$	0.54
Concentración de esfuerzo geométrico flexión	$K_t$	4
Concentración de esfuerzo geométrico torsión	$K_{ts}$	4
Concentración de esfuerzo por fatiga flexión alternante	$K_f$	2.86
Concentración de esfuerzo por fatiga torsión alternante	$K_{fs}$	2.62
Concentración de esfuerzo por fatiga flexión media	$K_{fm}$	2.86
Concentración de esfuerzo por fatiga torsión media	$K_{fsm}$	2.62
Momento plano XZ	$M_1$	1546.56 [Nm]
Momento plano YZ	$M_2$	111.85 [Nm]
Momento alternante	$M_a$	1550.60 [Nm]
Momento medio	$M_m$	1550.60 [Nm]
Torque alternante	$T_a$	-7.11 [Nm]
Torque medio	$T_m$	-40.90 [Nm]
Diámetro	$d$	0.107 [m]

**Tabla 2.6 Resumen de parámetros empleados en el dimensionamiento del eje (punto E')**

Factores de corrección	$C_{carga}$	1.00
	$C_{tamaño}$	0.95
	$C_{superf}$	0.78
	$C_{temp}$	1.00
	$C_{conf}$	0.75
Resistencia a la fatiga corregida	$S_e$	188 [MPa]
Factor de seguridad	$N_f$	4
Sensibilidad a la muesca flexión	$q$	0.62
Sensibilidad a la muesca torsión	$q$	0.54
Concentración de esfuerzo geométrico flexión	$K_t$	1
Concentración de esfuerzo geométrico torsión	$K_{ts}$	1
Concentración de esfuerzo por fatiga flexión alternante	$K_f$	1
Concentración de esfuerzo por fatiga torsión alternante	$K_{fs}$	1
Concentración de esfuerzo por fatiga flexión media	$K_{fm}$	1
Concentración de esfuerzo por fatiga torsión media	$K_{fsm}$	1
Momento plano XZ	$M_1$	2707.09 [Nm]
Momento plano YZ	$M_2$	104.9 [Nm]
Momento alternante	$M_a$	2709.12 [Nm]
Momento medio	$M_m$	2709.12 [Nm]
Torque alternante	$T_a$	-7.11 [Nm]
Torque medio	$T_m$	-40.90 [Nm]
Diámetro	$d$	0.091 [m]

**Tabla 2.7 Resumen de parámetros empleados en el dimensionamiento del eje (punto F)**

Factores de corrección	$C_{carga}$	1.00
	$C_{tamaño}$	0.95
	$C_{superf}$	0.78
	$C_{temp}$	1.00
	$C_{conf}$	0.75
Resistencia a la fatiga corregida	$S_e$	188 [MPa]
Factor de seguridad	$N_f$	4
Sensibilidad a la muesca flexión	$q$	0.62
Sensibilidad a la muesca torsión	$q$	0.54
Concentración de esfuerzo geométrico flexión	$K_t$	4
Concentración de esfuerzo geométrico torsión	$K_{ts}$	4
Concentración de esfuerzo por fatiga flexión alternante	$K_f$	2.86
Concentración de esfuerzo por fatiga torsión alternante	$K_{fs}$	2.62
Concentración de esfuerzo por fatiga flexión media	$K_{fm}$	2.86
Concentración de esfuerzo por fatiga torsión media	$K_{fsm}$	2.62
Momento plano XZ	$M_1$	1095.68 [Nm]
Momento plano YZ	$M_2$	96.85 [Nm]
Momento alternante	$M_a$	1099.95 [Nm]
Momento medio	$M_m$	1099.95 [Nm]
Torque alternante	$T_a$	-7.1 [Nm]
Torque medio	$T_m$	-40.90 [Nm]
Diámetro	$d$	0.096 [m]

### 2.1.3 Selección del generador eléctrico

Para la selección del generador se buscó un equipo capaz de adaptarse a los requerimientos de operación de la turbina. El fabricante escogido fue **Meccalte**, con el modelo EOGEN, generalmente empleado para pequeñas turbinas de viento. Sin embargo, se considera que, debido a los rangos de operación del equipo, éste funcionaría correctamente en una turbina hidráulica. Las especificaciones técnicas se resumen a continuación:

**Tabla 2.8 Especificaciones técnicas del generador eléctrico**

Modelo	<i>Eogen 150/16</i>
Potencia (Velocidad nominal)	3[kw]
Voltaje (Velocidad y peso nominal)	400 [V]
Velocidad Nominal	400 – 4200 [rpm]
Masa	43.3[kg]
Máxima carga radial (Dinámica)	6080[kg]
Máxima carga radial (Estática)	3711[kg]
Maxima carga axial	1855[kg]

### 2.1.4 Diseño de la caja de engranes

Para el diseño de la caja de engranes se comenzó por el diseño cinemático. Conociendo de antemano la velocidad de rotación del eje de la turbina ( $\omega_{turb}$ ) y la del generador ( $\omega_{gen}$ ), se procedió a encontrar la relación de velocidades  $RV$  para determinar el número de etapas a emplear.

$$RV = \frac{\omega_{gen}}{\omega_{turb}} = \frac{\omega_G}{\omega_P} \quad (18)$$

Donde  $\omega_G$  es la velocidad de rotación del engrane que reposa sobre el eje del generador y  $\omega_P$  es la velocidad del piñón sobre el eje de la turbina.

Con el diámetro del eje sobre el cual reposa el piñón de la caja de engranes, se empleó la ecuación 4 y se halló el diámetro de paso del piñón, para luego establecer un valor para el número de dientes del piñón ( $N_p$ ) y hallar el módulo ( $m$ ) empleando la ecuación:

$$m = \frac{d_P}{N_P} \quad (19)$$

Una vez obtenido  $m$  se verificó su existencia entre los módulos métricos estándares de la tabla 1 del Apéndice D. En caso de no existir, se debe modificar  $N_P$  hasta obtener un módulo estándar.

Partiendo de la relación:

$$RV = \frac{d_P}{d_G} = \frac{N_P}{N_G} \quad (20)$$

Se obtuvo el diámetro de paso ( $d_G$ ) y el número de dientes ( $N_G$ ) del engrane.

La siguiente tabla reúne las magnitudes de los parámetros del diseño cinemático de la caja de engranes:

**Tabla 2.9 Parámetros del diseño cinemático de la caja de engranes**

$N_P = 55$	$N_G = 17$
$d_P = 450 [mm]$	$d_G = 100 [mm]$
$\omega_P = 100 [rpm]$	$\omega_G = 450 [rpm]$

En los engranes rectos se conoce que existen dos modos de falla: fractura por fatiga y fatiga superficial, que constituyen el diseño por resistencia de la caja de engranes.

En la fractura por fatiga se presentan esfuerzos de flexión tanto en el piñón como en el engrane que fueron calculados como sigue:

$$\sigma_b|_{(P \text{ ó } G)} = \frac{W_t}{F * m * J|_{P \text{ ó } G}} * \frac{K_a K_m K_s K_I K_B}{K_v} \quad (21)$$

Donde  $W_t$  es la fuerza tangencial sobre el piñón o el engrane,  $F$  es el ancho de la cara del diente que normalmente se encuentra entre los rangos:

$$8 * m \leq F \leq 16 * m \quad ( 22 )$$

Y que para el presente trabajo se empleó como  $F = 12 * m$ .

Para determinar el factor geométrico de la AGMA  $J$ , primero se encontró la velocidad tangencial en la línea de paso  $V_t$  y a partir de ésta se estableció la calidad del engrane  $Q_v$  en base a la tabla 2 del apéndice D.

$$V_t = \frac{\omega_p d_p}{2} \quad ( 23 )$$

Una vez hallada  $Q_v$ , se determinó si el piñón y el engrane estaban sujetos a Tip Loading o a carga HPSTC y luego se procedió a encontrar los valores de  $J$  para ambos con ayuda de la tabla 3 del apéndice D.

La selección de los factores de aplicación ( $K_a$ ) y de distribución de carga ( $K_m$ ) se realizó en base a las tablas 4 y 5 del apéndice D. El factor de tamaño ( $K_s$ ) fue considerado igual a 1 por recomendación de la AGMA, el factor de engrane loco ( $K_l$ ) también se tomó como 1 al no existir este componente en el sistema y tras decidir emplear engranes de disco sólido el factor de aro  $K_B$  tomó el valor de 1. Finalmente, el factor dinámico  $K_v$  fue definido en base a la velocidad tangencial en la línea de paso y la calidad del engrane, mediante la figura 1 del apéndice D.

Sustituyendo todos estos parámetros en la ecuación 21, se calcularon los esfuerzos de fatiga por flexión tanto en el piñón ( $\sigma_{bp}$ ) como en el engrane ( $\sigma_{bg}$ ), para posteriormente obtener el factor de seguridad para fatiga por flexión ( $\eta_b$ ) en base a:

$$\eta_b = \frac{S_{fb}}{\sigma_b} \quad ( 24 )$$

Donde  $S_{fb}$  es la resistencia a la fatiga por flexión corregida, y fue calculada como:

$$S_{fb} = S'_{fb} \frac{K_L}{K_T K_R} \quad (25)$$

La resistencia a la fatiga por flexión teórica  $S'_{fb}$  se determinó a partir de la tabla 6 del apéndice D, tras escoger un acero AGMA grado A1-A5 endurecido totalmente como el material del piñón y el engrane.

Para obtener el factor de vida ( $K_L$ ) se estableció una vida útil de la caja de engranes de 10 años, trabajando los 365 días de la semana, las 24 horas. Luego, se hallaron los números de ciclos ( $N$ ) a los cuales estarían sometidos tanto el piñón y el engrane y con la figura 2 del apéndice D, se encontraron ambos factores de vida.

Por último, el factor de temperatura ( $K_T$ ) se consideró igual a 1 por suponer que no se producirían temperaturas elevadas dentro de la caja de engranes ( $T < 250^\circ\text{C}$ ), y el factor de confiabilidad se lo tomó de la tabla 7 del apéndice D. La siguiente tabla recopila las magnitudes de los parámetros empleados para el diseño por fatiga:

**Tabla 2.10 Parámetros empleados para el diseño por fatiga de la caja de engranes**

Piñón		Engrane	
Diámetro de paso $d_p$	450 [mm]	Diámetro de paso $d_p$	100 [mm]
Número de dientes $N_p$	55	Número de dientes $N_p$	17
Módulo $m$	8 [mm]	Módulo $m$	8 [mm]
Ancho de cara $F$	96 [mm]	Ancho de cara $F$	96 [mm]
Velocidad en la línea de paso $V_t$	463.82 [fpm]	Velocidad en la línea de paso $V_t$	463.82 [fpm]
Calidad del engrane $Q_v$	7 (Tip Loading)	Calidad del engrane $Q_v$	7 (Tip Loading)
Factor geométrico $J$	0.27	Factor geométrico $J$	0.26
Factor de aplicación $K_a$	1.25	Factor de aplicación $K_a$	1.25
Factor de distribución de carga $K_m$	1.7	Factor de distribución de carga $K_m$	1.7
Factor dinámico $K_v$	0.8	Factor dinámico $K_v$	0.8
Factor de tamaño $K_s$	1	Factor de tamaño $K_s$	1
Factor de aro $K_B$	1	Factor de aro $K_B$	1
Factor de engrane loco $K_I$	1	Factor de engrane loco $K_I$	1
Esfuerzo de flexión $\sigma_b$	4.48 [MPa]	Esfuerzo de flexión $\sigma_b$	4.65 [MPa]
Resistencia a la fatiga por flexión teórica $S'_{fb}$	200 [MPa]	Resistencia a la fatiga por flexión teórica $S'_{fb}$	200 [MPa]
Número de ciclos $N$	525600000	Número de ciclos $N$	2365200000
Factor de vida $K_L$	0.95	Factor de vida $K_L$	0.94
Factor de confiabilidad $K_R$	1.25	Factor de confiabilidad $K_R$	1.25
Factor de temperatura $K_T$	1	Factor de temperatura $K_T$	1
Resistencia a la fatiga por flexión corregida $S_{fb}$	152 [MPa]	Resistencia a la fatiga por flexión corregida $S_{fb}$	150.4 [MPa]
Factor de seguridad $\eta_b$	33.96	Factor de seguridad $\eta_b$	32.36

### 2.1.5 Diseño de cuñas

Para el estudio estructural de cuñas, (NORTON, 2011) menciona dos tipos de análisis que involucran falla por fatiga al cortante y falla por presión de contacto. El material de las cuñas fue escogido como el mismo material del eje, con las propiedades mecánicas de la tabla 2.3. Además, se emplearon las tablas de Intermec adjuntadas en el Apéndice E para realizar el respectivo dimensionamiento de las cuñas en base al tamaño de la porción del eje sobre la cual van montadas, el mismo que se encuentra resumido en la tabla 2.11. A lo largo de todo el eje existen tres cuñeros, el primero se encuentra en el engranaje que acopla la turbina con el generador y los dos restantes están ubicados en el lugar de acople de los accesorios mecánicos.

**Tabla 2.11 Dimensiones de cuña y cuñero**

Elemento		Ancho	Profundidad	Largo
Accesorios	Cuñero	28 [mm]	8.6 [mm]	45 [mm]
	Cuña	28 [mm]	16 [mm]	45 [mm]
Engranaje	Cuñero	36 [mm]	11.6 [mm]	96 [mm]
	Cuña	36 [mm]	20 [mm]	96 [mm]

Para iniciar el estudio de falla por cortante, se procedieron a calcular las componentes media y alternante de las fuerzas sobre cada cuña a partir de:

$$F_a = \frac{T_a}{r}$$

$$F_m = \frac{T_m}{r} \quad (26)$$

Siendo  $r$  el radio del eje en el punto de interés.

Asumiendo un valor de longitud de cuña igual a la longitud del elemento mecánico a montar sobre el eje, se calcularon las componentes de los esfuerzos alternante y medio como sigue:

$$\tau_a = \frac{F_a}{A_{cortante}}$$

$$\tau_m = \frac{F_m}{A_{cortante}} \quad (27)$$

Donde  $A_{cortante}$  es el producto del ancho por la longitud de la cuña.

Para obtener el factor de seguridad a la fatiga por cortante, fue necesario obtener los esfuerzos equivalentes de Von Mises, mediante:

$$\begin{aligned}\sigma'_a &= \sqrt{3\tau_a^2} \\ \sigma'_m &= \sqrt{3\tau_m^2}\end{aligned}\quad (28)$$

Y finalmente se determinó el factor de seguridad contra la fatiga de la siguiente manera:

$$N_f = \frac{1}{\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}}\quad (29)$$

Ahora bien, el esfuerzo por contacto sobre las cuñas es de compresión, y fue calculado como:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{F_m + F_a}{A_{contacto}}\quad (30)$$

Con  $A_{contacto}$  igual a la mitad de la altura multiplicada por su longitud, para luego obtener el esfuerzo de falla por contacto según:

$$N_s = \frac{S_y}{\sigma_{m\acute{a}x}}\quad (31)$$

La tabla a continuación recopila los resultados obtenidos de los análisis.

**Tabla 2.12 Factores de seguridad de cuñas y cuñeros**

Accesorios Mecánicos		Engrane	
Fuerza alternante $F_a$	64.54 [N]	Fuerza alternante $F_a$	64.54 [N]
Fuerza media $F_m$	371.82[N]	Fuerza media $F_m$	371.82[N]
Esfuerzo cortante alternante $\tau_a$	51.22 [kPa]	Esfuerzo cortante alternante $\tau_a$	18.67 [kPa]
Esfuerzo cortante alternante $\tau_m$	294.44 [kPa]	Esfuerzo cortante alternante $\tau_m$	107.58 [kPa]
Von Mises alternante $\sigma_a$	88.72[kPa]	Von Mises alternante $\sigma_a$	32.34[kPa]
Von Mises alternante $\sigma_m$	509.99[kPa]	Von Mises alternante $\sigma_m$	186.33[kPa]
Factor de seguridad $N_f$	817.66	Factor de seguridad $N_f$	3858
Fuerza máxima sobre la cuña	692.62[kPa]	Fuerza máxima sobre la cuña	252.52[kPa]
Factor de seguridad $N_s$	479.34	Factor de seguridad $N_s$	1314.76

### 2.1.6 Selección de rodamientos

Todo eje de transmisión debe poseer al menos dos rodamientos para su funcionamiento, uno de éstos debe ser fijo y el otro móvil, con el fin de permitir la dilatación térmica y reducir el riesgo del pandeo en las secciones sometidas a compresión. En este trabajo se decidió colocar el rodamiento fijo en el punto C, de tal manera que existan un mayor número de elementos en tensión, mientras que en H se ubicó el rodamiento libre.

Para la selección de rodamientos se siguió el procedimiento descrito en el catálogo de rodamientos de bolas y rodillos de NTN. Primero, se identificó la vida requerida del rodamiento según su aplicación en base a la tabla 1 del Apéndice F, para un servicio no interrumpible de 24 horas.

$$L_{10h} = 60000[\mathbf{h}] = 7 [\mathbf{años}]$$

Luego, se determinó el tipo de rodamiento a emplear ya sea axial o radial dependiendo de las magnitudes de las reacciones en los puntos C y H, resultando de este análisis que era necesario emplear rodamientos de bolas axiales para ambas localizaciones. Tras esto, se calculó la carga axial equivalente actuando sobre cada rodamiento mediante:

$$P_r = F_a + 2.7F_r \quad (32)$$

Donde  $F_a$  y  $F_r$  son las fuerzas axial y radial, respectivamente, que soportan los rodamientos. Con el propósito de escoger el mismo rodamiento para ambos puntos, se decidió trabajar con la carga axial equivalente máxima entre ambos elementos. Siendo ésta igual a  $P_r = 2553[\mathbf{N}]$

Debido a la gran versatilidad de los rodamientos de bolas, se decidió escogerlos para esta aplicación. Y se calculó la carga dinámica  $C_r$  como sigue:

$$C_r = \left[ \frac{60 * \omega_{turb} * L_{10h}}{10^6} \right]^{\frac{1}{p}} * P_r \quad (33)$$

Donde el valor del exponente  $p$  es igual a 3, y se obtiene que  $C_r = 18161[N]$

Según la tabla 2 del Apéndice F, para un diámetro de eje de 110 [mm] existen tres tipos de rodamientos que pueden ser seleccionados. Por esto se comparó el valor de la carga dinámica obtenida con el valor de la tabla y se seleccionó el rodamiento 51122.

**Tabla 2.13 Dimensiones de los rodamientos seleccionados.**

<i>Rodamiento de carga axial SKF modelo 51122</i>
$D = 145 [mm]$ (diámetro exterior)
$H = 25 [mm]$ (espesor del rodamiento)

### 2.1.7 Potencia generada por el sistema y eficiencia

Al integrar la curva de torque promedio obtenida de la figura 3.2 y multiplicarla por la velocidad de rotación del eje de transmisión, fue posible obtener la potencia generada por el sistema. Finalmente, para determinar la eficiencia de la turbina hidráulica se halló la relación entre la potencia disponible del fluido y la potencia extraída como sigue:

$$\eta = \frac{P_{generada}}{P_{agua}} = \frac{T_{avg} * \omega_{turb}}{\rho g Q H} \quad (34)$$

Donde  $\rho$  es la densidad del agua,  $g$  es la gravedad,  $Q$  es el caudal y finalmente  $H$  es el cabezal perdido por el flujo al pasar por la turbina.

**Tabla 2.14 Parámetros para la obtención de la eficiencia de la turbina**

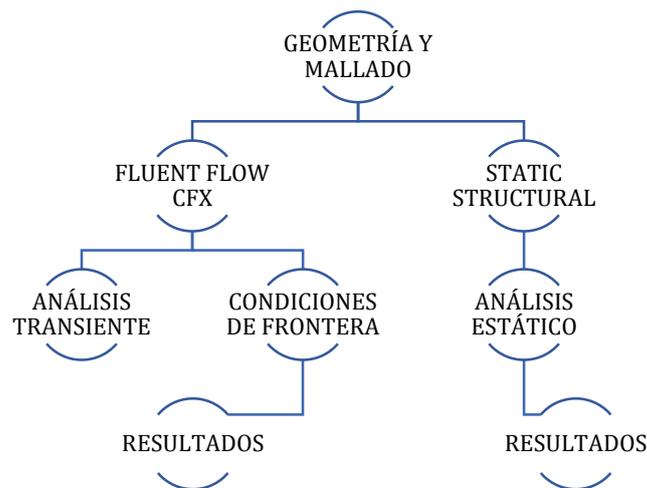
Densidad ( $\rho$ )	Gravedad ( $g$ )	Caudal ( $Q$ )	Cabezal ( $H$ )	Torque ( $T_{avg}$ )	$\omega_{turb}$
1000 $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	9.81 $\left[\frac{m}{s}\right]$	0.8428 $\left[\frac{m^3}{s}\right]$	0.8 [m]	286.53 [Nm]	100 [rpm]

## 2.2 Proceso de simulación

Para la simulación del comportamiento de la turbina hidráulica se utilizó el software (ANSYS®,2017). Como se puede observar en la figura 2.15, el proceso de simulación estuvo constituido por un análisis en dos módulos: CFX y Static Structural. Ambos análisis comenzaron definiendo la geometría del sistema, para luego proceder a realizar la respectiva discretización y posteriormente importar el mallado obtenido al módulo CFX.

En dicho módulo se realizó un análisis transiente con el fin de observar la interacción entre la turbina y el fluido. Tras esto, se exportaron los resultados de presión obtenidos hacia el módulo Static Structural donde se llevó a cabo el análisis estructural correspondiente.

**Figura 2.15** Flujograma del proceso de simulación.



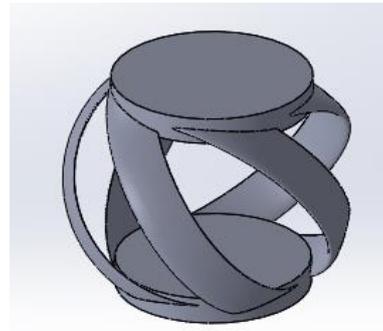
## 2.3 Simulación hidrodinámica

### 2.3.1 Geometría del sistema

Con la finalidad de facilitar la posterior discretización del volumen de control, fue necesario simplificar la geometría obtenida a través del proceso de diseño como se puede observar en la figura 2.16. De esta manera fue posible obtener una malla con mejor calidad y disminuir el número de elementos finitos y los tiempos de uso del recurso computacional.



(a)



(b)

Figura 2.16 (a) Modelo CAD original,(b) Modelo simplificado empleado en simulación.

### 2.3.2 Volúmenes de control y discretización

Se definieron dos volúmenes de control para el sistema. El primero simuló el flujo del fluido por la tubería (volumen de control externo) mientras el segundo abarcaba la geometría de la turbina (volumen de control interno), como se observa a continuación:

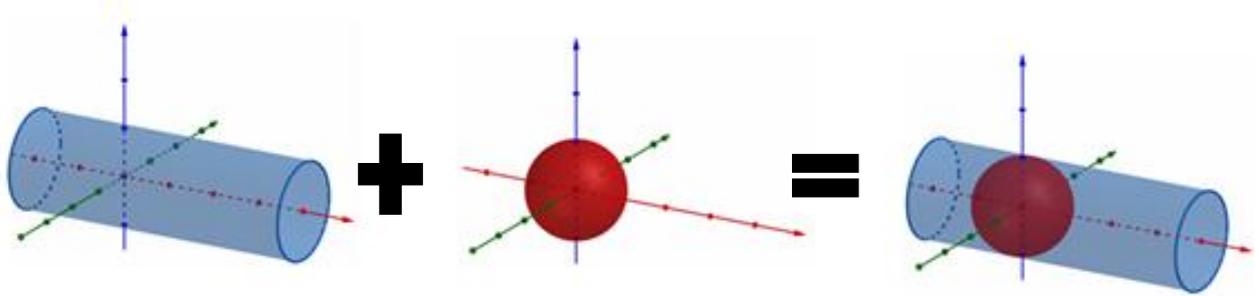


Figura 2.17 Definición de los volúmenes de control.

Teniendo en cuenta la restricción impuesta por la capacidad de procesamiento y tiempo de simulación, se decidió utilizar elementos de tipo tetraédricos. La cantidad de elementos empleados en el mallado se obtuvo tras asegurar que éstos se adaptan correctamente a la geometría de la turbina.

Con el fin de comprobar que la discretización del sistema sea correcta, se verificó que la calidad de elementos<sup>4</sup> se encuentre por encima del 70%, como se muestra a continuación:

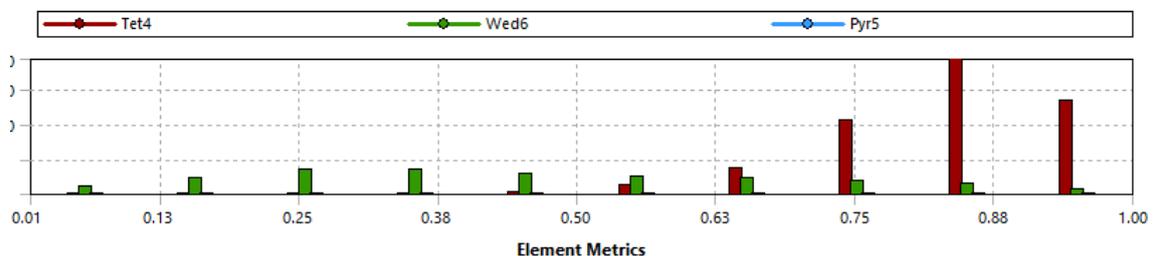
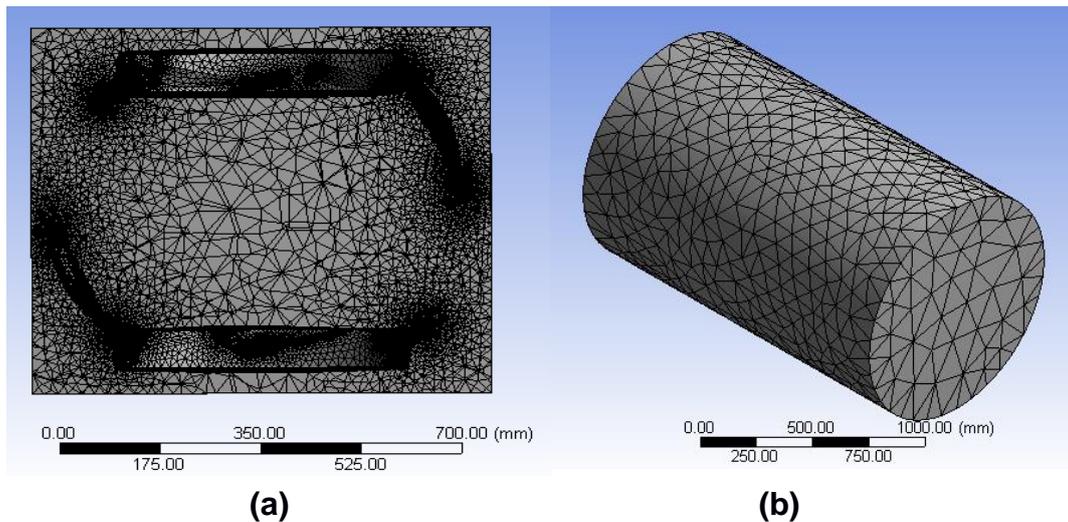


Figura 2.18 Gráfica de calidad de elementos, (ANSYS®,2017)

<sup>4</sup> La calidad de los elementos describe principalmente la adaptabilidad de los volúmenes finitos entre ellos y frente a la geometría a analizar.



**Figura 2.19 (a) Vista en corte de la discretización sobre el rotor (volumen de control interno). Se puede observar que sobre el rodete existe una mayor cantidad de volúmenes finitos en comparación con el resto del dominio. Esto asegura la correcta adaptación del mallado sobre la superficie. (b) Discretización del dominio de la tubería (volumen de control externo).**

### 2.3.3 Parámetros de simulación

El análisis del sistema estuvo regido por las siguientes suposiciones:

- El flujo posee presión y velocidad constante aguas arriba del rotor.
- El fluido presenta turbulencia.
- El flujo se encuentra en un solo estado (líquido).
- Las propiedades del fluido se mantienen constantes.
- No hay intercambio de energía en la frontera del sistema.

Conociendo esta información se procedió a escoger el análisis a realizar, siendo éste de tipo “*Transient Blade Row*”, específico para el trabajo. Para finalmente, determinar los parámetros que describen el sistema: velocidad de entrada del fluido, presión a la salida del fluido y las características de la superficie interna de la tubería.

### 2.3.4 Simulación y resultados

Para analizar la convergencia de los resultados de la simulación se graficaron los residuos<sup>5</sup> a través del *Root Mean Square* (RMS) para cada ecuación empleada al final de cada iteración. Se sabe que se puede considerar aceptable la convergencia de una solución siempre y cuando el nivel máximo residual no sea mayor a  $5 \times 10^{-4}$ . Como se puede ver en la figura 2.20, el criterio anteriormente mencionado fue satisfecho en la simulación. Además, se puede notar también que el comportamiento del RMS está caracterizado por un incremento en ciertas iteraciones. Esto no implica que la solución esté divergiendo, más bien ilustra un comportamiento típico de la mayoría de las simulaciones al inicio de la ejecución del análisis.

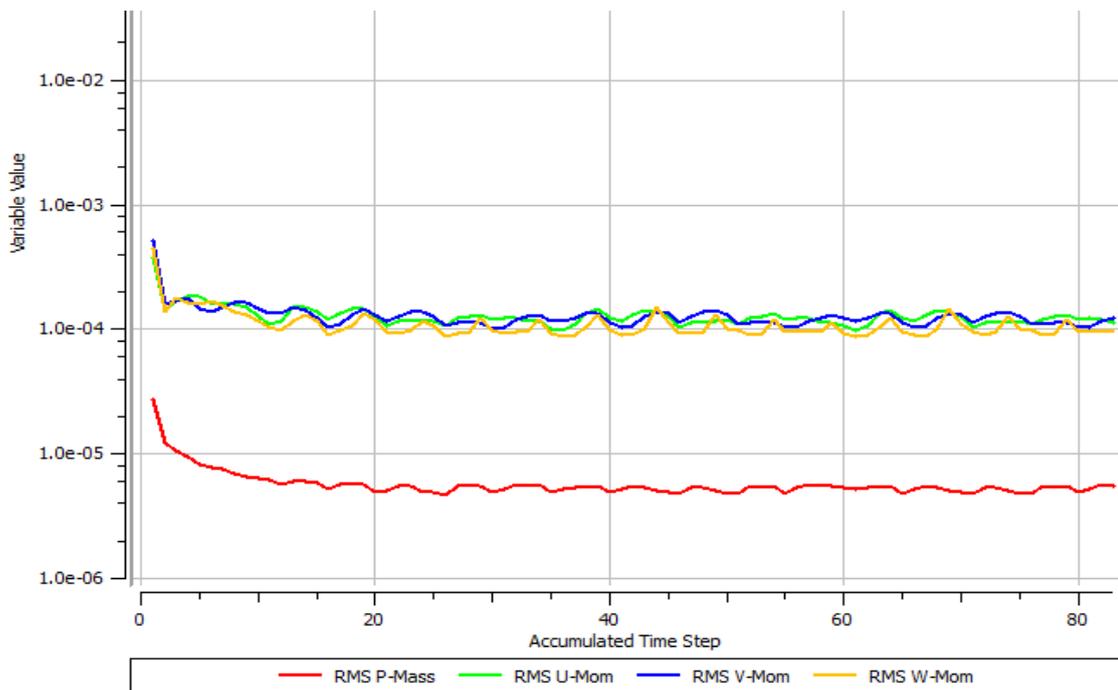


Figura 2.20 Gráfica del RMS para las ecuaciones de masa y momento.

Finalmente, se cree necesario acotar que el tiempo de simulación empleado hasta la convergencia de la solución fue de 48 horas.

<sup>5</sup> Este término se refiere al error entre las soluciones obtenidas en cada iteración de la simulación.

## 2.4 Simulación estructural

Una vez completado el análisis del fluido, se ejecutó un análisis estructural sobre la turbina hidráulica con el fin de verificar que las cargas ejercidas por el fluido no afecten la integridad estructural del rotor. De este análisis se obtuvieron resultados de:

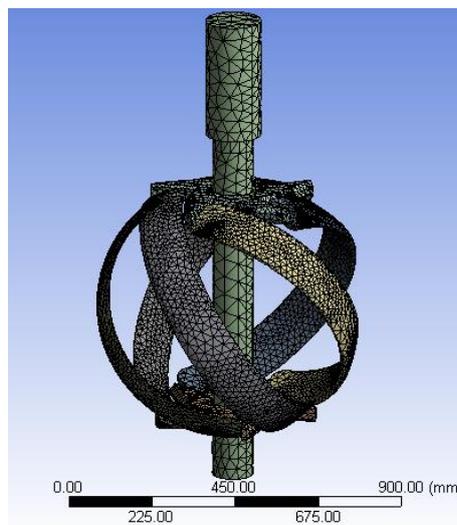
- Esfuerzo equivalente
- Deformación total del equipo.
- Ciclos de funcionamiento
- Factor de seguridad

### 2.4.1 Programación del material

Previo al inicio de la simulación estructural y debido a la inexistencia de las propiedades mecánicas y gráficas de fatiga del acero 316 en (ANSYS®,2017) fue necesario programar el material en base a los datos técnicos de (Khairul, Zainudin, Aidy, & Sapuan, 2013).

### 2.4.2 Geometría y Discretización

La geometría utilizada para el análisis estuvo compuesta por el eje de transmisión, los álabes de la turbina y los accesorios mecánicos. La discretización del conjunto fue realizada siguiendo los mismos lineamientos de la sección 2.2.2, obteniendo como resultado el mallado que se puede observar en la figura 2.21.



**Figura 2.21 Geometría utilizada para la simulación estructural (ANSYS®,2017)**

### 2.4.3 Cargas y apoyos

La carga aplicada sobre los elementos fue la presión importada de la solución del análisis en CFX. Se consideró que dicha presión actuaba a lo largo del eje únicamente en las secciones sumergidas bajo el fluido, excluyendo de esta manera tanto a los rodamientos como a la caja de engranajes (Ver figura 2.5). Posteriormente, se definió la velocidad angular del sistema con el fin de considerar los efectos de las fuerzas centrífugas. Finalmente, se seleccionaron apoyos de tipo deslizante en las secciones donde van montados los rodamientos. Las cargas fueron consideradas totalmente reversibles y se empleó la teoría de falla por fatiga de Goodman.

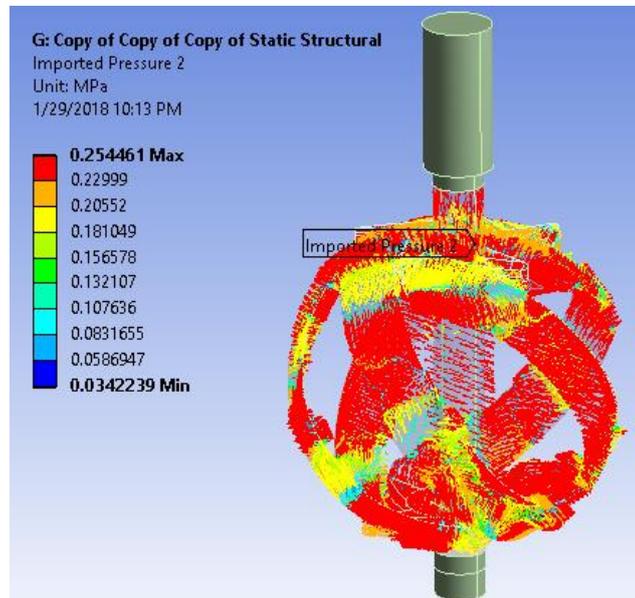


Figura 2.22 Presión importada sobre la turbina (ANSYS®,2017)

# CAPÍTULO 3

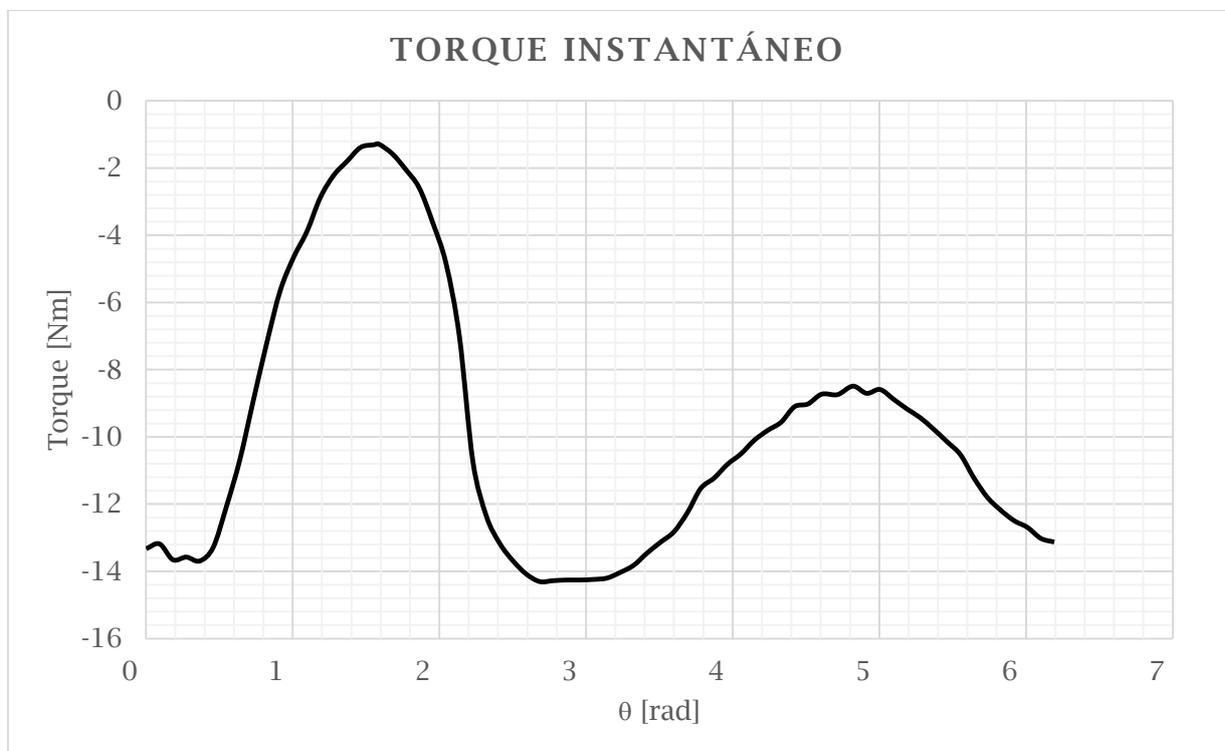
## 3. RESULTADOS

### 3.1 Cargas sobre el eje de transmisión

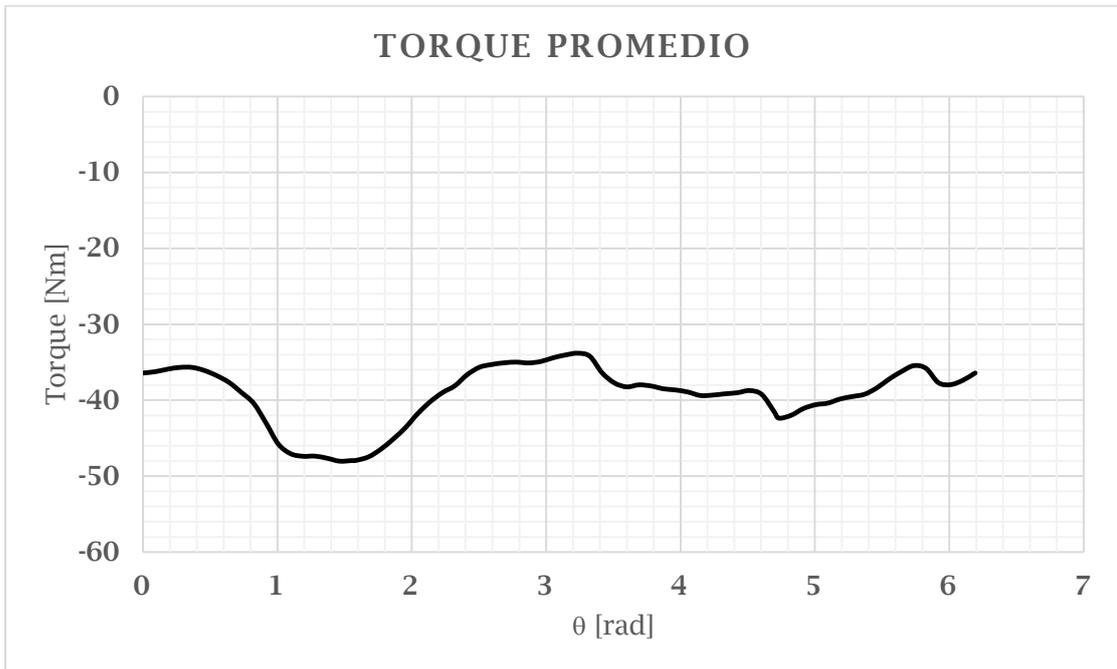
Como resultado de la ejecución de los códigos en Matlab, fue posible obtener las curvas de:

- Torque instantáneo de un único álabe vs  $\theta$ .
- Torque promedio vs  $\theta$ .
- Fuerza normal descompuesta en "x" vs  $\theta$ .
- Fuerza normal descompuesta en "y" vs  $\theta$ .
- Fuerza tangencial descompuesta en "x" vs  $\theta$ .
- Fuerza tangencial descompuesta en "y" vs  $\theta$ .

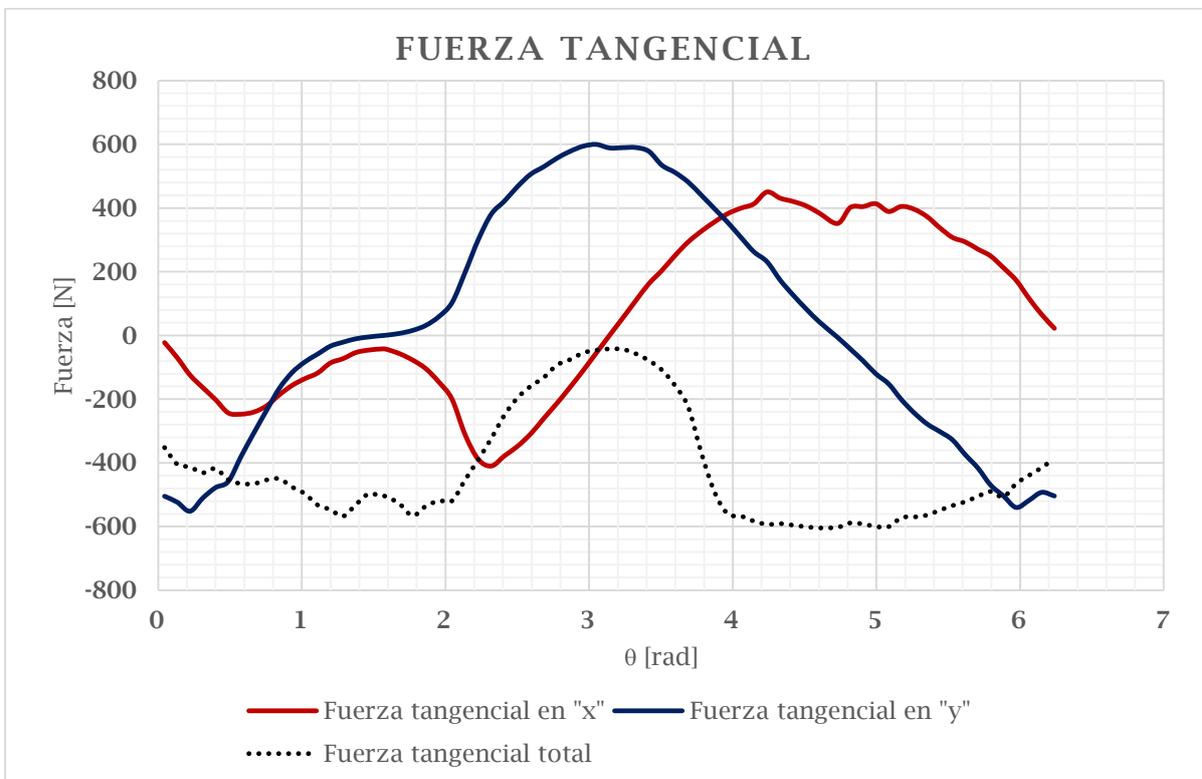
Las gráficas se presentan a continuación:



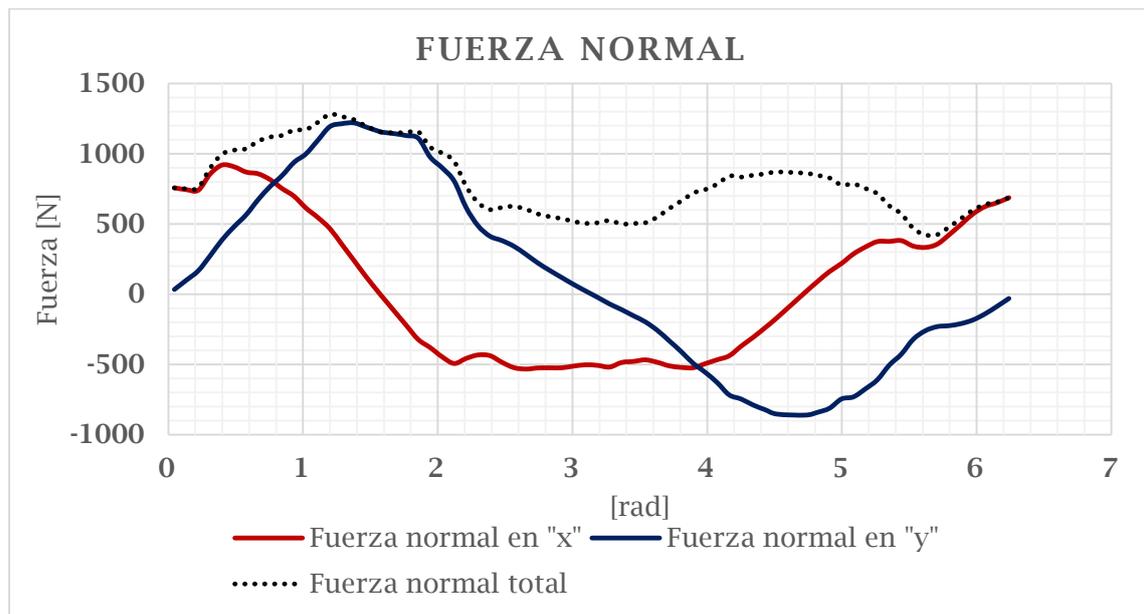
**Gráfica 3.1 Torque instantáneo generado por un único álabe al realizar una revolución completa  $2\pi$  (6.28 [rad])**



Gráfica 3.2 Torque promedio generado por los 5 álabes de la turbina al realizar una revolución completa  $2\pi$  ( $6.28$  [rad])



Gráfica 3.3 Fuerza tangencial total y descompuesta en sus componentes "x" e "y" en base a su posición angular  $\theta$



**Gráfica 3.4 Fuerza normal total y descompuesta en sus componentes “x” e “y” en base a su posición angular  $\theta$**

Las figuras 3.2, 3.3 y 3.4 fueron cruciales para el dimensionamiento del eje de transmisión, puesto que de éstas se obtuvieron los valores máximos de las fuerzas normal y tangencial y el valor medio del torque. Es necesario recordar que la descomposición de fuerzas fue realizada según la convención de la figura 2.11.

### 3.2 Potencia generada y eficiencia

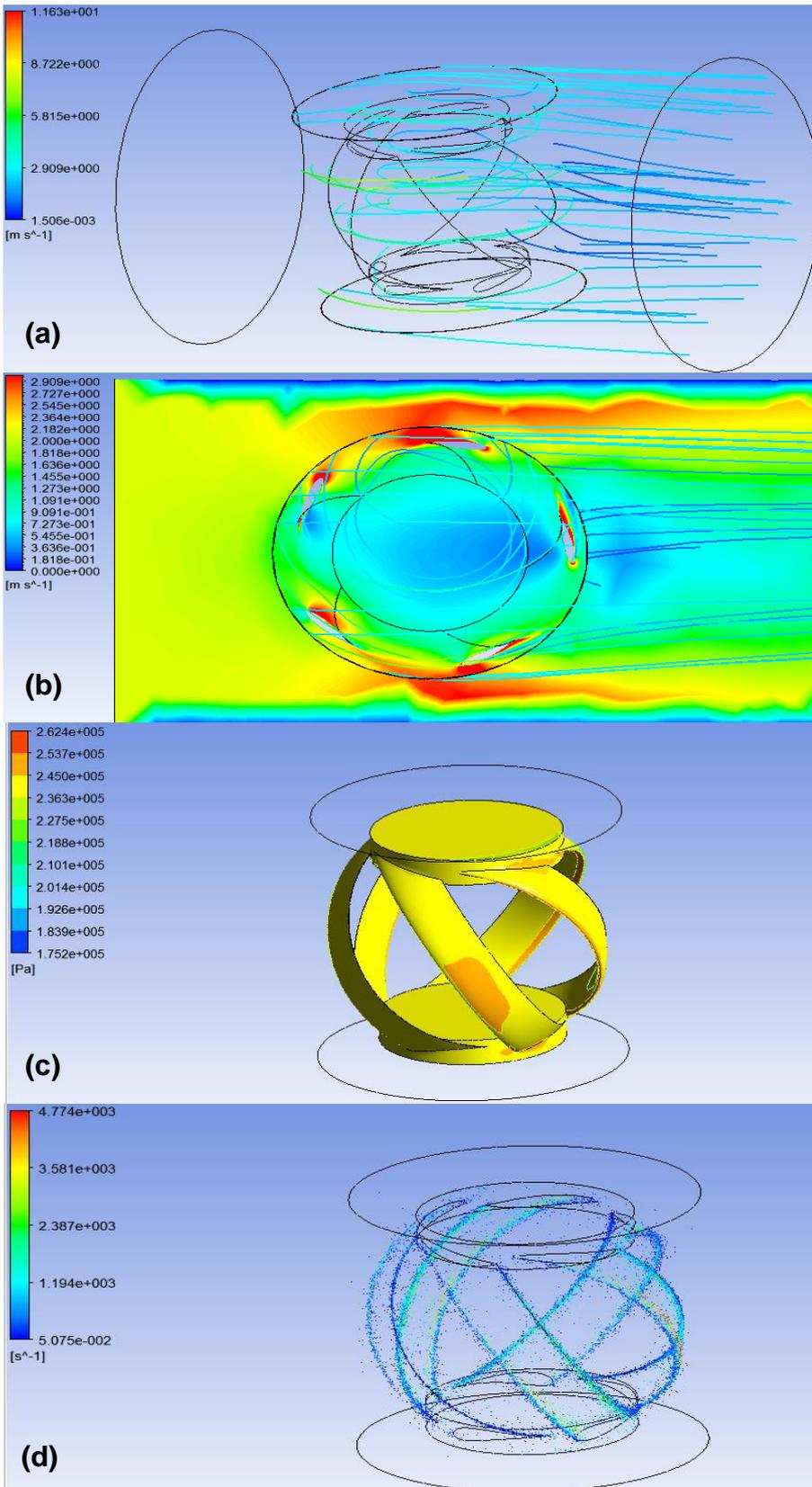
Según los datos de la tabla 2.14, se obtuvo que la potencia generada por el sistema fue de  $3[kW]$ , con una eficiencia del 45.86%

### 3.3 Modelado 3D

Los respectivos planos técnicos de cada uno de los elementos mecánicos diseñados en este trabajo pueden ser consultados en el Apéndice H, así como también el ensamble completo del sistema de generación de energía.

### 3.4 Comportamiento hidrodinámico y estructural del sistema

A continuación, se muestran los resultados obtenidos por medio de las simulaciones ejecutadas en (ANSYS®, 2017)



El dominio principal del sistema (representado por el cuerpo de la tubería) y el dominio secundario (representado por el cuerpo de la turbina) simulan el comportamiento rotatorio del sistema. De esta manera, la figura (a) ilustra la trayectoria y dirección de las partículas de agua al atravesar el sistema.

En la figura (b), la interferencia real entre el fluido y los álabes de la turbina es fácilmente identificable por medio de la aparición de zonas rojizas, en las cuales el fluido impacta con mayor velocidad. Tras esto, se produce una notable disminución de energía cinética a medida que el fluido avanza por el rotor hacia la derecha. Además, se puede verificar la condición de no deslizamiento en las paredes de la tubería al corroborar que la velocidad del fluido en esas zonas es muy cercana a cero.

La figura (c) ilustra la distribución de presiones sobre el sistema ocasionada por el flujo de agua a una presión de 35 [psi] que luego fue empleada para el análisis estructural del sistema.

La incidencia de las partículas de agua sobre los álabes de la turbina se puede observar en la figura (d).

**Figura 3.1 Comportamiento hidrodinámico del fluido: (a) Líneas de corriente a través del sistema, (b) Contorno de velocidades sobre un plano medio, (c) Contorno de presiones sobre el rotor, (d) Incidencia de las partículas de agua sobre el rotor.**

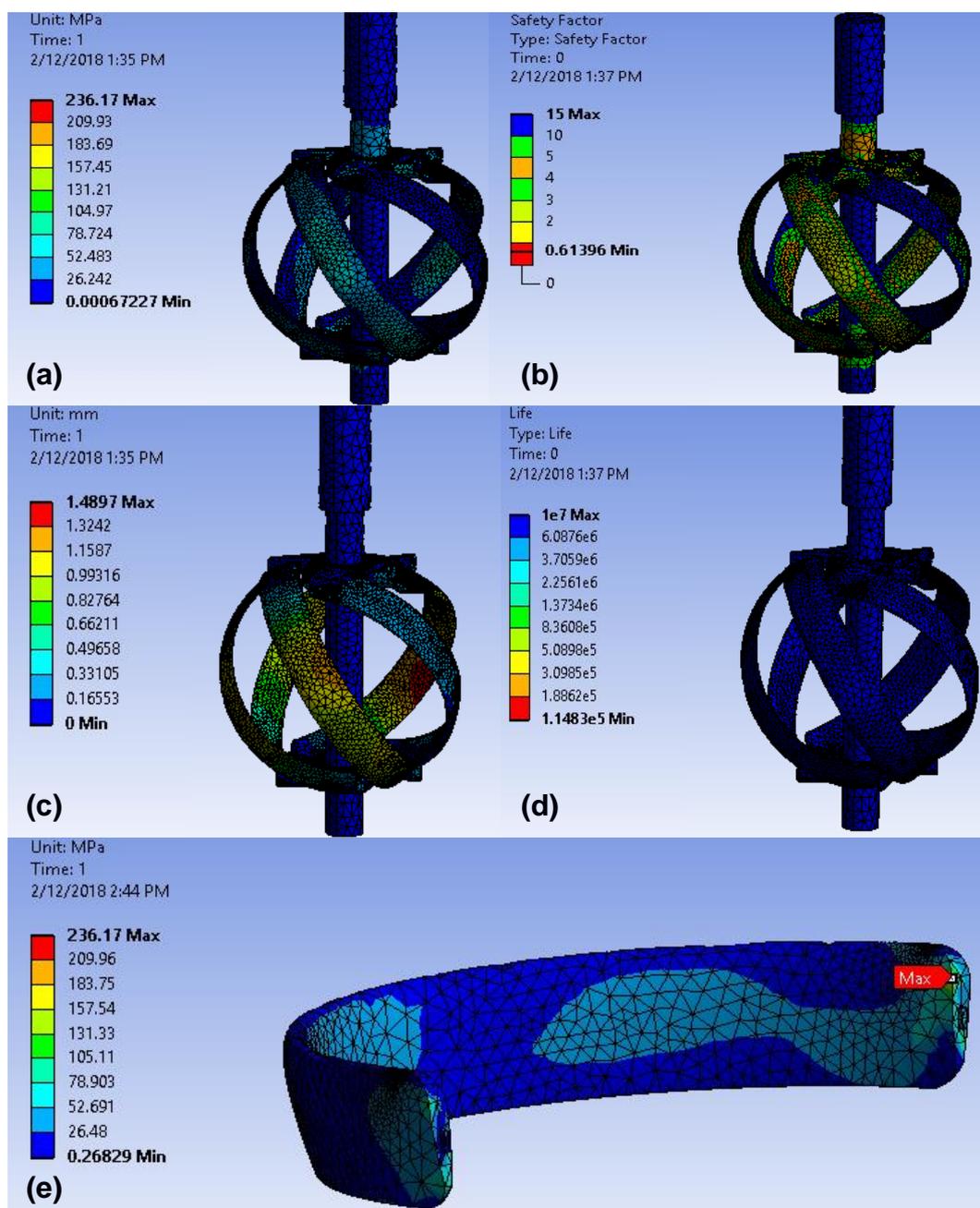


Figura 3.2 Resultados de la simulación estructural. (a) La figura ilustra el esfuerzo equivalente de Von Mises provocados por la presión del fluido sobre el rotor. Se pueden observar zonas de diferente coloración representando los esfuerzos máximos y mínimos. A su vez, es fácil identificar que los esfuerzos sobre la estructura completa son de baja magnitud. (b) Factor de seguridad en el equipo, donde se puede apreciar que las zonas con menor magnitud son los álabes y los apoyos de los rodamientos. (c) La figura indica la deformación total que sufren los componentes mecánicos del sistema, siendo los álabes a la altura del radio máximo de la turbina los que experimentan la mayor deformación. (d) Esta ilustración muestra los ciclos de funcionamiento a los cuales puede ser sometido el equipo, siendo casi el mismo en todas las zonas del equipo. (e) La figura ilustra los esfuerzos de Von Mises que actúan únicamente en un álabe.

### 3.6 Análisis económico

En esta sección se investigaron los costos aproximados de los materiales para la fabricación de los componentes de equipo, además se consideraron los costos de diseño, accesorios del sistema y mano de obra. El objetivo de este análisis es simplemente dar una idea del costo aproximado de equipo.

*Nota:* El proceso de fabricación de los alabes fue considerado por medio de fundición. La norma (ASTM -A351 CF3M) y (Blair & Stevens, 1995) describen el proceso a seguir.

#### 3.6.1 Costos de materiales

En la siguiente tabla se muestran los costos locales de los materiales necesarios para la fabricación:

**Tabla 3.1 Costos de materiales**

Material	Proveedor	Cantidad	Costo unitario [\$]	Costo Total [\$]
Chatarra de Acero inoxidable 316L	N/A	220 [kg]	0.45 [\$/kg]	100
Aditivos de fundición	N/A	10 [kg]	4 [\$/kg]	40
Tubo de acero inoxidable (150x1500)	Ivan Bohman	1	3000	3000
Pernos M8	Ivan Bohman	20	13	260
Cuñas	Intermec	3	5	15
Engranaje	N/A	1	300	300
Generador	Meccalte	1	1500	1500
Rodamientos	SKF	2	157	314
	<b>Total</b>			\$ 5529

#### 3.6.2 Costo de fabricación de álabes y accesorios mecánicos

El proceso de fabricación de estos dos componentes involucra una serie de etapas para llegar a su condición final, entre las cuales se tiene: modelo del molde, molde, fundición, tratamiento término, mecanizado y pulido. La siguiente tabla recopila los costos de mecanización estimados:

**Tabla 3.2 Costos de fabricación de los álabes y los accesorios mecánicos**

<b>Servicio</b>	<b>Tiempo [h]</b>	<b>Costo por hora [\$]</b>	<b>Subtotal [\$]</b>
Molde-Fundición-Tratamiento térmico	40	600	36000
Centro de mecanizado	15	480	7200
Pulido	12	15	180
<b>Total</b>			<b>\$ 43380</b>

### 3.6.3 Mecanización del eje

**Tabla 3.3 Costos de mecanización del eje**

<b>Servicio</b>	<b>Tiempo [h]</b>	<b>Costo por hora [\$]</b>	<b>Subtotal [\$]</b>
Servicio de Torno	3	30	90
<b>Total</b>			<b>90</b>

### 3.6.4 Costo de diseño y montaje

El costo total del diseño fue calculado tomando como base un salario de \$1500 para el personal de diseño, siendo el costo por hora aproximado de \$7,8 por lo que:

**Tabla 3.4 Costos de diseño**

<b>Tema</b>	<b>Horas de trabajo [h]</b>	<b>Costo Total [\$]</b>
Investigación Teórica y pre diseños	70	546
Análisis de tubos de corriente	80	624
Análisis hidrodinámico	90	702
Cálculo de elementos mecánicos	130	1014
Análisis estructural	24	187
Modelado de piezas en 3D y elaboración de planos	80	624
<b>Total</b>		<b>\$3697</b>

**Tabla 3.5 Costos de montaje**

<b>Servicios</b>	<b>Tiempo [h]</b>	<b>Costo por hora [\$]</b>	<b>Subtotal [\$]</b>
Transporte	4	80	320
Servicio de montaje	8	150	1200
<b>Total</b>			<b>1520</b>

### 3.6.5 Costo total del sistema

Una vez sumados todos los costos involucrados en la fabricación del sistema de generación se obtuvo el costo total resumido en la siguiente tabla:

**Tabla 3.6 Costo total del sistema**

<b>Costo</b>	<b>Subtotal [\$]</b>
Costo de materiales	5529
Costo de álabes, base y eje	43470
Costo de diseño	3697
Costos adicionales	1520
<b><i>Costo total</i></b>	<b>54216</b>

# CAPÍTULO 4

## 4. DISCUSIÓN

Este trabajo ha delineado los componentes requeridos para un sistema de generación de energía eléctrica dentro de tuberías de agua potable con una generación aproximada de 3 [kW] por turbina. El sistema está destinado para tuberías de diámetro de 800 [mm] con una velocidad de fluido aproximada de  $2.07 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y una presión admisible de 35 [psi] o 25 [mH<sub>2</sub>O]. En esta sección se analizarán detalladamente los resultados obtenidos a lo largo del trabajo.

- *Cargas sobre el sistema y análisis estructural*

El torque instantáneo de un único álabe (Ver figura 3.1) mantiene siempre valores negativos a pesar de las variaciones en su magnitud, lo que indica que existirán cambios en la velocidad angular de la turbina, ya sean aceleraciones o desaceleraciones, pero el sentido de giro será siempre el mismo. Estas variaciones podrían llegar a considerarse bruscas en el rango entre  $\frac{\pi}{2}$  (1.57 rad) y  $\frac{3\pi}{2}$  (4.71 rad) y son producto de la rápida disminución del factor de inducción  $a'$  en el medio ciclo aguas abajo. A causa de esto, la velocidad del fluido en esta parte del rotor es considerablemente menor que la del intervalo entre  $\frac{\pi}{2}$  y  $-\frac{\pi}{2}$ , ocasionando una disminución en la magnitud del torque instantáneo. No obstante, al analizar el torque promedio de todos los álabes (Ver figura 3.2), es claro que los surcos ya no son tan pronunciados puesto que el desfase angular entre los álabes mitiga estas variaciones al superponer las curvas de torque instantáneo para obtener el torque promedio. Como consecuencia, al lograr mantener la oscilación del torque generado en niveles mínimos se evitan cambios en la potencia generada, protegiendo principalmente a los elementos mecánicos de fallas por fatiga, y facilitando la integración del generador eléctrico al sistema.

Esta última observación es crucial para salvaguardar la eficiencia del equipo puesto que se debe mantener la similitud entre las velocidades de rotación de la turbina y del generador eléctrico, de manera que la transmisión de potencia pueda ser alcanzada en una única fase sin la necesidad de una mayor cantidad de engranajes.

Si se analizan los esfuerzos de Von Mises obtenidos mediante la simulación estructural (Ver figura 3.2 (a)), se podrá observar que sobre el eje se presentan valores dentro de un rango de 0 a 78 [MPa], los mismos que al ser comparados con el esfuerzo de fluencia del material (316 [MPa]), pueden ser considerados bajos. Sin embargo, las secciones ocupadas por los accesorios mecánicos llegan a presentar esfuerzos de hasta 164 [MPa], pues es a estas zonas donde se transmiten directamente las fuerzas de empuje y arrastre ejercidas por el fluido sobre los álabes. No obstante, existe un único esfuerzo puntual de 236 [MPa] (Ver figura 4.1) que se considera una singularidad puesto que existe una discontinuidad geométrica ocasionada por el contacto de dos elementos finitos, lo que ocasiona que la calidad del elemento sea baja (alrededor del 38%) y que los resultados obtenidos para dichos elementos no sean confiables.



**Figura 4.1 Calidad de mallado sobre singularidad**

A su vez, al obtener los resultados de deformación del equipo, se encuentra que la zona que experimenta mayor deflexión es el álabe expuesto a mayor presión y su valor corresponde a 1.48 [mm]. Si se analiza el esfuerzo equivalente de Von Mises en dicha zona, se obtiene un valor de 98 [MPa], magnitud que se encuentra por debajo del límite de fluencia del material empleado (314 [MPa]), pudiéndose concluir que no existirá deformación plástica.

Finalmente, con respecto al estudio del factor de seguridad, los rangos para diferentes ubicaciones del equipo varían entre 15 a 0.68. Este último valor, indicaría que el diseño no sería capaz de soportar las cargas a las cuales está sometido. Sin embargo, éste se presenta únicamente en la singularidad mencionada anteriormente, por lo que se descarta su validez. De esta manera, se tiene que el factor de seguridad está dentro de un rango de 15 a 2.

Es de particular interés contrastar los resultados obtenidos teóricamente en el diseño del eje de transmisión contra los de la simulación estructural. Refiriéndose a la figura 3.2 (b), el factor de seguridad varía entre 15 y 3, estando el valor mínimo ubicado en la base de los álabes acoplados mediante los accesorios mecánicos, los mismos que corresponden a los puntos E y F de la figura 2.12. Teóricamente, estos puntos fueron diseñados con un factor de seguridad igual a 4, valor que no dista tanto del hallado mediante la simulación. Por otro lado, si se observa la sección de mayor diámetro del eje, es notorio que el factor de seguridad es considerablemente elevado (15), y podría considerarse innecesario. Sin embargo, este dimensionamiento no fue realizado en base a las cargas ahí actuantes, sino más bien en base a la necesidad de tener una base sobre la cual se apoye la estructura del equipo.

- *Análisis hidrodinámico*

Al observar las líneas de corriente de la figura 3.1 (a), en los bordes de los álabes y en el interior del rotor surgen vórtices que podrían ocasionar vibración en el sistema. Según (International Association for Hydro-Environment Engineering and Research) la vibración resultante de un sistema dependerá principalmente de la geometría utilizada. En el caso de tratar con objetos elípticos con el plano del eje mayor paralelo a la dirección del flujo, la vibración disminuye. Mientras que, para un elemento elíptico cuyo plano del eje menor es paralelo a la dirección flujo, la vibración aumenta. Si se analiza detalladamente la geometría de la turbina, se podrá notar que, debido a los accesorios mecánicos necesarios para el acople de los álabes al eje de transmisión, el cuerpo de la turbina se achata en los polos, volviéndose semejante a un objeto elíptico con su eje mayor paralelo al flujo. Por lo que, geométricamente, se ve disminuida la vibración.

Analizando la figura 3.1 (b), en el borde de ataque de los álabes, se puede ver el punto de estancamiento donde la velocidad del fluido es casi cero. El fluido acelera en la superficie exterior del álabe, mientras la velocidad del fluido decrece a lo largo de la superficie interna. El mismo comportamiento puede ser observado en el análisis efectuado por (Dash, 2016) que describe el cambio de las condiciones de velocidad con respecto al ángulo de ataque. Si se estudian las zonas interior y posterior de la turbina, se podrá reconocer que están caracterizadas por bajas velocidades, puesto que la mayor parte de la energía cinética del fluido ha sido extraída ya por la mitad del ciclo aguas arriba.

#### **4.1 Conclusiones**

Con el fin de lograr un diseño óptimo es indispensable analizar las variables que rigen el funcionamiento del equipo. En general, para las turbinas de sistema interno, la variable más significativa es la velocidad que posee el agua, debido a que con ésta es posible dimensionar y encontrar la capacidad de generación aproximada del sistema. A su vez, el diámetro de la tubería es una de las variables que restringe el diseño debido a que, tanto en sistemas de generación interno como externo se tiene un diámetro óptimo de generación. Otro de los factores a considerar es el tipo de álabe a utilizar y el área de barrido que posee la turbina, ya que con un correcto diseño del álabe se podrá extraer la mayor cantidad de energía.

Por medio del análisis estructural se pudo obtener los resultados que describen el comportamiento del equipo bajo las cargas ingresadas. Las magnitudes de los resultados están dentro de los límites permitidos, por lo que se pudo inferir que el diseño mecánico realizado satisface las condiciones de operación. Sin embargo, es posible optimizar el diseño enfocándose en las zonas que presentan los mayores esfuerzos.

La principal desventaja que posee el diseño realizado es la falta de un modelo construido y testeado, ya que no es posible corroborar o descartar algunas de las hipótesis que se plantearon para el trabajo. En la actualidad todos los fabricantes de equipos de generación ponen a prueba sus diseños y de esta manera se logra corregir o mejorar el diseño establecido en una fase netamente teórica.

Por último, se debe destacar que la principal ventaja del diseño es su capacidad de extraer un cabezal de presión tan bajo, (0.8 [m] por turbina), lo que le permite al sistema ser instalado en serie para aprovechar al máximo el cabezal disponible en la tubería, mientras a su vez se permite el flujo no interrumpido de agua potable.

#### **4.2 Recomendaciones y trabajos futuros**

El diseño correcto de una turbina hidráulica envuelve el análisis de una gran cantidad de parámetros que afectan directamente el desempeño de ésta. Comenzando desde el número de álabes, a la inclinación del ángulo del álabe, hasta la razón de solidez de la turbina, se determinaron valores para estos parámetros teniendo como objetivo facilitar la fabricación del equipo, disminuir los esfuerzos en los elementos mecánicos y aumentar la eficiencia del sistema. Sin embargo, la principal desventaja que posee el diseño final es la falta de un prototipo construido y testeado en un banco de pruebas que sea capaz de aseverar o refutar la validez y aplicabilidad del modelo aerodinámico empleado para el análisis del sistema. Actualmente, los fabricantes de turbo-maquinarias ponen a prueba sus diseños y posteriormente los optimizan en base a los resultados obtenidos de una fase netamente teórica, por lo que se espera que continúe un trabajo futuro que refine el diseño aquí presentado. Entre las posibles modificaciones, se sugiere explorar la posibilidad de diseñar un sistema de accionamiento directo que no necesite de una caja de engranajes, de manera que se mejore la confiabilidad del equipo. O bien, se podría estudiar las ventajas de una turbina sin eje central, a pesar de ser más propensas a la deflexión y a vibrar durante la rotación.

Asimismo, se incita a que no se deje de lado la implementación de un sistema de control, considerando la viabilidad de que éste sea alimentado por el Sistema Nacional Interconectado, o bien por el mismo sistema de generación mediante la rectificación de la salida del generador a corriente directa y la posterior carga de baterías para alimentar algún tipo de equipo de monitoreo.

Para trabajos futuros se debe considerar llevar a cabo un análisis de sensibilidad de las variables que influyen directamente sobre la capacidad de generación del equipo, como lo son el ángulo de ataque inicial, la cantidad de álabes, la geometría de los álabes en la

turbina, etc. Además, tras realizar las simulaciones es recomendable que se busque la manera de agilizar el proceso por medio de la optimización y ampliación de capacidad de procesamiento

# BIBLIOGRAFÍA

- Islam, M., Ting, D.-K., & Fartaj, A. (2007). Desirable Airfoil Features for Smaller-Capacity Straight-Bladed VAWT. Department of Mechanical, Automotive and Materials Engineering, Ontario. Recuperado el Noviembre de 2017
- Paraschivoiu, I. (s.f.). *double-multiple stream tube model for darrieus wind turbines*. NASA, Institut de Recherche d'Hydro-Québec, Québec.
- ANSYS®. (2017). Academic Research Mechanical, Release 17.
- Blair, M., & Stevens, T. (1995). *Steel Casting Handbook*. ASM.
- Blazek, J. (2001). *Computational Fluid Dynamics Principles And Applications*. Oxford: Elsevier. Recuperado el Noviembre de 2017
- Chettiar, N., & Narayan, S. (2015). *Design of a Gorlov Turbine for Marine Current Energy Extraction*. Fiji. Recuperado el Enero de 2018
- Comisión Nacional del Agua. (2015). *Manual de Agua Potable, Alcantarillado y Saneamiento*. Datos Básicos Para Proyectos de Agua Potable y Alcantarillado, Tlalpan (MÉXICO). Recuperado el Octubre de 2017, de <http://aneas.com.mx/wp-content/uploads/2016/04/SGAPDS-1-15-Libro4.pdf>
- Dash, A. (2016). *CFD Analysis of Wind Turbine Airfoil at Various Angles of Attack*. India: IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering.
- Goutham, P. (2013). *Transmission Shaft Design For Hydrokinetic Turbine With Reliability Consideration*. Missouri University of Science and Technology, Missouri.
- Institute of Physics. (s.f.). Energy Harvesting. England. Recuperado el Septiembre de 2017, de [iop.org/resources/energy/](http://iop.org/resources/energy/)
- Interagua. (2006). *Ajuste y revision del plan maestro agua potable; alcantarillado sanitario y alcantarillado pluvial*. Guayaquil: TOMO I. Recuperado el Octubre de 2017
- Intermec. (s.f.). *Tabla de los cuñeros y cuñas estándar milimétricos*.
- International Association for Hydro-Environment Engineering and Research. (s.f.). *Flow-induced vibrations*. Iowa: University of Iowa.
- IVAN BOHMAN C.A. (s.f.). *IBCA*. Obtenido de <http://www.ivanbohman.com.ec/product-showcase/tuercas-hexagonales/>
- Juvinall, R. (1967). *Stress, Strain, and Strength*. McGraw-Hill.

- Khairul, A., Zainudin, E., Aidy, A., & Sapuan, S. (2013). *Fatigue Life for Type 316L Stainless Steel under Cyclic Loading*. Universiti Putra Malaysia, Department of Mechanical and Manufacturing Engineering. Recuperado el Enero de 2018
- Niblick, A. (2012). *Experimental and Analytical Study of Helical Cross-Flow Turbines for a Tidal Micropower Generation System*. University of Washington, Department of Mechanical Engineering, Washington. Recuperado el Octubre de 2017
- NORTON, R. (2011). *Diseño de máquinas* (vol. cuarta edición). Mexico: Pearson.
- NTN. (2004). *Rodamientos de bolas y rodillos*. NTN CORPORATION.
- Obster, A. (2013). *Hydro turbines by power*.
- Sharcnet. (s.f.). *Software ANSYS CFX*. Obtenido de Introduction to the ANSYS CFX Tutorials:[https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/cfx\\_tutr/i1300492.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/cfx_tutr/i1300492.html)
- Sheldahl, R., & Klimas |, P. (1981). *Aero dynamics Characteristics of Seven Symmetrical Airfoil Sections Through 180 Degree Angle of Attack for use Aerodynamic Analysis of a Vertical Axis Wind Turbines*. Albuquerque: Sandia National Laboratories.
- Shiono, M., Suzuki, K., & Kiho , S. (2002). *Output Characteristics of Darrieus Water Turbine with Helical Blades for Tidal Current Generations*. Nihon University, Department of Electrical Engineering, College of Science & Technology, Tokyo. Recuperado el Noviembre de 2017
- Sines, G., & Walsman, J. (1959|). *Metal Fatigue*. New York: McGraw-Hill.
- SKF. (2015). *Catálogos de Rodamientos*. Recuperado el Octubre de 2017
- Twidell, J., & Weir, T. (2006). *Renewable Energy Resources*. New York: Taylor & Francis Group. Recuperado el Noviembre de 2017
- Zamora, M. (2012). *Análisis fluidodinámico en una turbina helicoidal ght para generación de energía mareo-motriz*. Universidad de Chile, Departamento de ingeniería mecánica, Santiago de Chile. Recuperado el Septiembre de 2017

# APÉNDICES

# A. APÉNDICE A

## Modelo de momento: DMST

Este modelo se fundamenta tanto en la teoría del elemento del álabe como en la teoría de momento. Se considera al rotor como un par de discos actuadores en tándem, igual al de la figura a continuación:

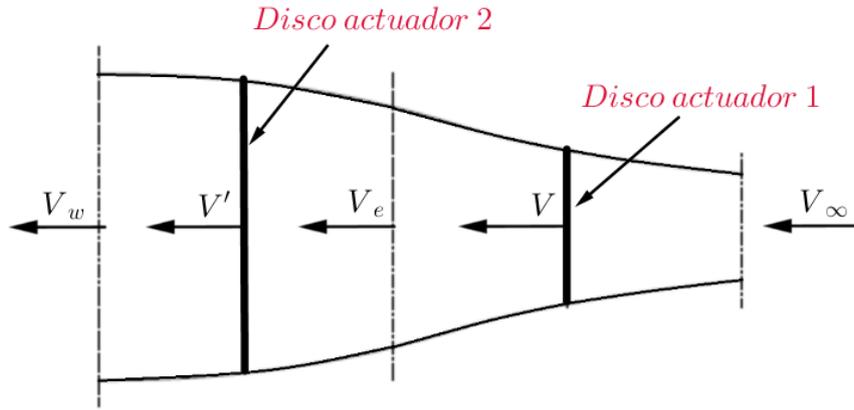


Figura A-1 Esquema de la DMST. Dos discos actuadores en tándem.

- **Ecuaciones gobernantes:**

Para iniciar, las tres ecuaciones que se aplicarán a todos los tubos de corriente deben estar en su forma integral. Dichas ecuaciones son conservación de masa, momento y energía, respectivamente.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho dV + \oint_{\partial\Omega} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (35)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho \mathbf{u} dV + \oint_{\partial\Omega} \rho \mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS = \sum \mathbf{F}_{ext} \quad (36)$$

y

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho u^2 dV + \oint_{\partial\Omega} \frac{1}{2} \rho u^2 (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS = -P \quad (37)$$

Donde,  $\Omega$  es el dominio donde estas ecuaciones son aplicadas,  $n$  es un vector unitario normal a  $\partial\Omega$  direccionado hacia afuera.  $\sum F_{ext}$  es la suma de las fuerzas ejercidas sobre el flujo y  $P$  es la potencia de salida de la porción de la turbina dentro del dominio. Por lo tanto, cuando  $P > 0$ , la turbina está extrayendo energía del flujo. Los símbolos en negrita son vectores. Caso contrario, son escalares. BEMT trata al problema como estable, por lo que todas las componentes dependientes de tiempo de las ecuaciones de momento y energía fueron eliminadas.

- **Aplicación del DMST:**

En la figura A-0.1 se pueden distinguir 5 estados diferentes del fluido:

- \* Estado  $\infty$ : corresponde al estado de flujo en corriente libre. Este flujo no es perturbado por la turbina y corresponde al input para el disco 1.
- \* Estado **1**: corresponde al estado en el que el flujo interactúa con el disco actuador frontal.
- \* Estado **e**: este es el estado de equilibrio. En él, se considera que el flujo está lo suficientemente alejado de ambos discos, es decir, es estable. Esto claramente no es posible, pero es considerado de esta manera puesto que se logra una rápida convergencia a través de un modelo simple.
- \* Estado **2**: corresponde al estado en el que el flujo interactúa con el disco actuador posterior.
- \* Estado **w**: en este estado el flujo es perturbado por ambos discos.

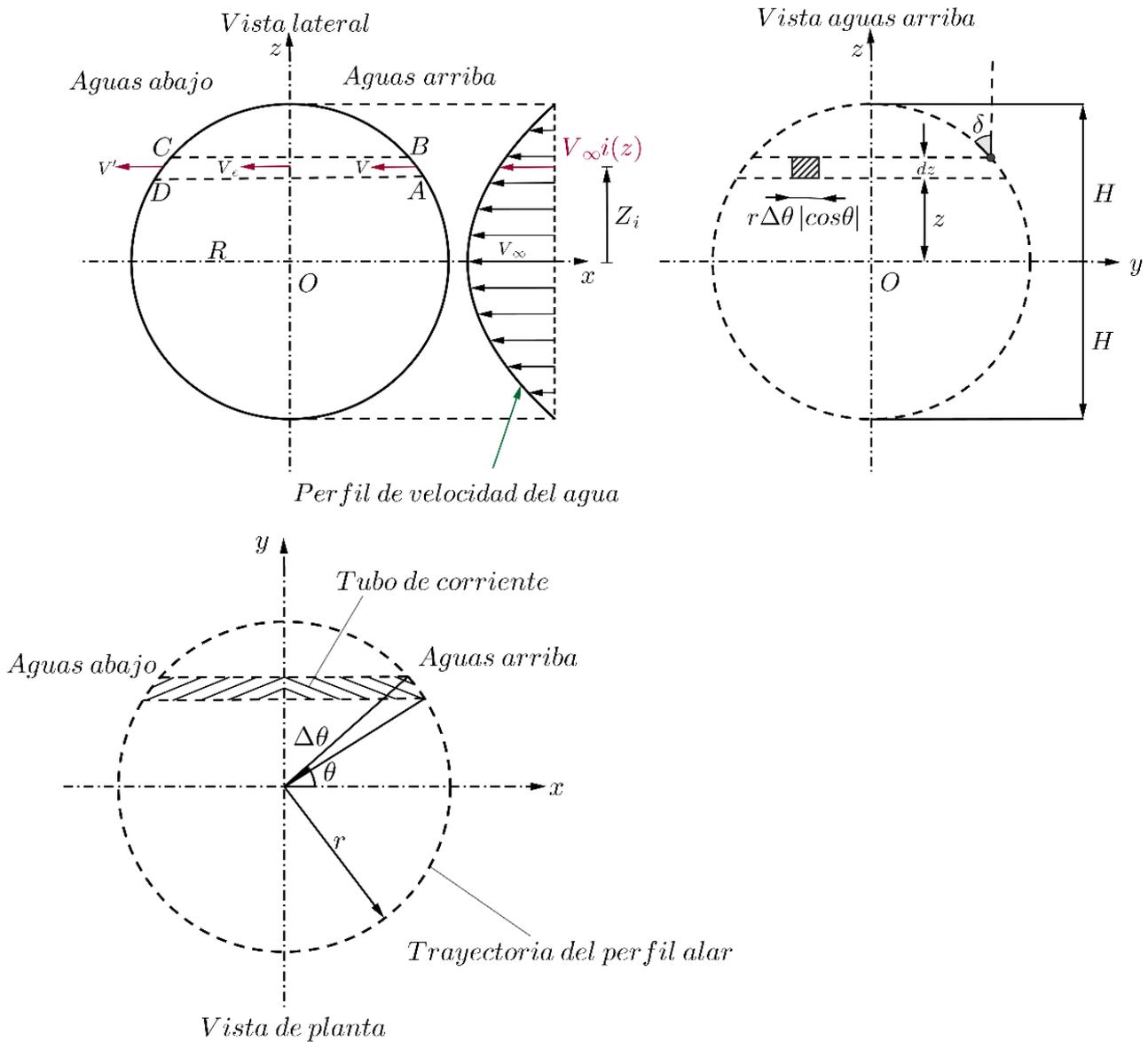
- **Desarrollo teórico:**

El método analítico divide el rotor en dos partes, la primera corresponde al medio ciclo aguas arriba y la segunda al medio ciclo aguas abajo.

Se considerará que el perfil de velocidades dentro de la tubería varía según:

$$v_{\infty}(r) = v_m \left[ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right] \quad (38)$$

Donde,  $v(r)$  equivale al valor de la velocidad en función al radio,  $v_m$  es la velocidad de flujo máxima, y  $R$  es el radio de la tubería.



**Figura A-2 Definición de la geometría del rotor. Dos discos actuadores en tándem.**

La velocidad aguas arriba será menor que la de corriente libre,  $V < V_{\infty}(r)$ , y en el plano medio existirá una velocidad de equilibrio inducida,  $V_e < V$ ; por lo que la velocidad decrece en la dirección axial del tubo de corriente de manera que la velocidad del flujo aguas abajo sea menor que la de equilibrio,  $V' < V_e$ . La figura A-0.2 muestra las velocidades inducidas por el par de discos actuadores en tándem. Para el medio ciclo

aguas arriba del rotor, la velocidad local del flujo decrece en un factor de interferencia  $a < 1$ , por lo que:

$$V = aV_{\infty}(r) \quad (39)$$

Finalmente, la velocidad inducida en el equilibrio es:

$$V_e = (2a - 1)V_{\infty}(r) \quad (40)$$

Para el medio ciclo agua debajo del rotor, la velocidad inducida puede ser escrita como:

$$V' = a'(2a - 1)V_{\infty}(r) \quad (41)$$

Donde  $a' = \frac{V'}{V_e}$  es el segundo factor de interferencia para esta parte del rotor,  $a' < a$ .

Bajo estas condiciones, la velocidad inducida en cada tubo de corriente es calculada mediante doble iteración, una para cada parte del rotor.

Medio ciclo aguas arriba:

La velocidad relativa para esta parte del rotor,  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ , se encuentra mediante la siguiente expresión:

$$W^2 = V^2[(TSR - \text{sen}\theta)^2 + \cos^2 \theta \cos^2 \delta] \quad (42)$$

Donde  $TSR = \frac{\omega r}{V}$ . Las definiciones de los ángulos y las fuerzas se pueden encontrar en las figuras 1 y 2. La expresión general para el ángulo de ataque es:

$$\alpha = \arcsen \left[ \frac{\cos\theta \cos\delta \cos\alpha_o - (TSR - \text{sen}\theta) \text{sen}\alpha_o}{\sqrt{(TSR - \text{sen}\theta)^2 + \cos^2 \theta \cos^2 \delta}} \right] \quad (43)$$

La ecuación sugiere la posibilidad de una sección simétrica donde la cuerda no es tangente al círculo de rotación,  $\alpha_o \neq 0$ .

Empleando la teoría del elemento pala y la teoría de momento en cada tubo de corriente, se obtiene:

$$F_{up} \left( \frac{V}{V_\infty} \right)^2 = \pi \eta \left[ \frac{V_\infty(r)}{V_\infty} - \frac{V}{V_\infty} \right] \quad (44)$$

O en términos del factor de interferencia,

$$F_{up} a = \pi \eta (1 - a), \quad \eta = \frac{r}{R} \quad (45)$$

Donde  $F_{up}$  es la función que caracteriza las condiciones aguas arriba:

$$F_{up} = \frac{Nc}{8\pi R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left( C_N \frac{\cos\theta}{|\cos\theta|} - C_T \frac{\sin\theta}{|\cos\theta|\cos\delta} \right) \left( \frac{W}{V} \right)^2 d\theta \quad (46)$$

$$C_N = C_L \cos\alpha + C_D \sin\alpha \quad (47)$$

$$C_T = C_L \sin\alpha - C_D \cos\alpha \quad (48)$$

Los coeficientes de empuje y arrastre  $C_L$  y  $C_D$  respectivamente, se obtienen en base a resultados experimentales llevados a cabo por Sandia Laboratories. (Sheldahl & Klimas |, 1981)

Se define ahora el número de Reynolds con respecto al álabe como  $Re_b = \frac{Wc}{V_\infty}$ , que se puede escribir como:

$$Re_b = \left( \frac{Vc}{V_\infty} \right) \sqrt{(TSR - \sin\theta)^2 + \cos^2\theta \cos^2\delta} \quad (49)$$

Donde  $c$  es la cuerda del perfil del álabe y  $\nu_\infty$  es la viscosidad cinemática.

La fuerza sobre el álabe aguas arriba, con sus componentes normales y tangenciales pueden ser evaluadas para cada tubo de corriente como funciones de la posición del álabe. El torque del medio ciclo del rotor, potencia y arrastre son resueltos al promediar las contribuciones de cada tubo de corriente para el medio ciclo respectivo.

Para cada álabe agua arriba, los coeficientes no-dimensionales de la fuerza como función del ángulo azimutal  $\theta$  están dados por:

$$F_N(\theta) = \frac{cH}{S} \int_{-l}^l C_N \left( \frac{W}{V_\infty} \right)^2 \frac{\eta}{\cos\delta} d\zeta \quad (50)$$

Para la fuerza normal, y por:

$$F_T(\theta) = \frac{cH}{S} \int_{-l}^l C_T \left( \frac{W}{V_\infty} \right)^2 \frac{\eta}{\cos\delta} d\zeta \quad (51)$$

Para la fuerza tangencial, donde  $\zeta = z/H$  y  $S$  es el área de barrido del rotor.

El torque producido por un elemento del álabe es calculado en el centro de cada elemento. Al integrar a lo largo de todo el álabe se obtiene el torque total en función de  $\theta$ :

$$T_{up}(\theta) = \frac{1}{2} \rho_\infty cRH \int_{-l}^l C_T W^2 \left( \frac{\eta}{\cos\delta} \right) d\zeta \quad (52)$$

El torque promedio producido por  $N/2$  álaves del medio ciclo aguas arriba del rotor, será:

$$\overline{T}_{up} = \frac{N}{2\pi i} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} T_{up}(\theta) d\theta \quad (53)$$

Medio ciclo aguas abajo:

Para la segunda mitad del rotor en dirección del flujo, la velocidad relativa local será:

$$W'^2 = V'^2[(TSR' - \text{sen}\theta)^2 + \cos^2 \theta \cos^2 \delta] \quad (54)$$

Donde,  $TSR' = \frac{\omega r}{V'}$ .

El ángulo de ataque está dado por la ecuación 6, donde  $TSR$  es reemplazado por  $TSR'$  con  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$ .

La velocidad inducida en esta parte del rotor  $V'$  es función de ambos factores de interferencia: aguas arriba  $a$  y aguas abajo  $a'$ .

Siguiendo la misma lógica empleada para la mitad del ciclo aguas arriba, se considera que la velocidad de equilibrio dada por la ecuación 3 es la condición de entrada del flujo en cada uno de los tubos de corriente aguas abajo. Por lo tanto, el proceso iterativo se inicializa al hacer  $a' = a$ , donde  $a$  es el valor real obtenido en la primera parte del rotor en cada nivel.

La ecuación trascendental que contiene el factor de interferencia aguas abajo  $a'$  se convierte en:

$$F_{dw} a' = \pi\eta(1 - a') \quad (55)$$

Donde la función  $F_{dw}$  es:

$$F_{dw} = \frac{Nc}{8\pi R} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \left( C'_N \frac{\cos\theta}{|\cos\theta|} - C'_T \frac{\text{sen}\theta}{|\cos\theta|\cos\delta} \right) \left( \frac{W'}{V'} \right)^2 d\theta \quad (56)$$

El coeficiente de la fuerza normal es función del ángulo  $\theta$ , y es:

$$F'_N(\theta) = \frac{cH}{S} \int_{-l}^l C'_N \left( \frac{W'}{V_\infty} \right)^2 \frac{\eta}{\cos\delta} d\zeta \quad (57)$$

Y el coeficiente de la fuerza tangencial del álabe como función de  $\theta$  está dada por:

$$F'_T(\theta) = \frac{cH}{S} \int_{-l}^l C'_T \left( \frac{W'}{V_\infty} \right)^2 \frac{\eta}{\cos\delta} d\zeta \quad (58)$$

El torque en un álabe, en el medio ciclo aguas abajo como función de  $\theta$  es:

$$T_{dw}(\theta) = \frac{1}{2} \rho_\infty cRH \int_{-l}^l C'_T W'^2 \frac{\eta}{\cos\delta} d\zeta \quad (59)$$

El torque promedio en el medio ciclo aguas abajo será entonces:

$$\overline{T}_{dw} = \frac{N}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} T_{dw}(\theta) d\theta \quad (60)$$

# B. APÉNDICE B

## Códigos desarrollados en MATLAB

### 1. Obtención de fuerzas normales y tangenciales instantáneas en cualquier posición de los álabes

```
function [T1,T2,Fn,Ft,Fnd,Ftd] = F(U,omega,R,n,c,NT)
%U: valor máximo de la velocidad de corriente libre [m/s]
%omega: velocidad de rotación de la turbina [rad/s]
%R: radio máximo del rotor de la turbina [m]
%n: número de álabes
%c: longitud de cuerda [m]
%Ao: ángulo de ataque inicial [rad]
%NT: número de tubos de corriente

%Definición de nomenclatura
%V: velocidad inducida aguas arriba [m/s]
%V': velocidad inducida aguas abajo [m/s]
%a: factor de inducción aguas arriba
%a': factor de inducción aguas abajo
%omega: ángulo de rotación de la turbina en el plano superior
%delta: ángulo de inclinación de la tangente a la esfera en un punto a una
%altura dada, cos(delta)=h./R
%alfa: ángulo de ataque
%alpha_o= ángulo formado entre la tangente al blade flight path y la cuerda
%del álabes

%Constantes y otras propiedades
rho=998.29; %densidad del agua @ 20°C [kg/m^3]
nu=9.7937e-7; %viscosidad cinemática del agua @ 20°C [m^2/s]
D=800./1000; %diámetro de la tubería [m]
alfa_o=6.75.*pi./180; %Chequear valor!!
S=4.*pi.*(R.^2); %Área de una esfera
Remin=10000; Remax=5000000; %Valores máximos y mínimos para los datos del número
de Reynolds

% División del rotor
thetau=linspace(-89.*pi./180, 89.*pi./180, NT);
thetad=linspace(91.*pi./180, 269.*pi./180, NT);
deltah=10./1000; %NO OLVIDAR DEFINIR

% Variación de alturas
h=[-R+0.01:0.01:R-0.01]; h=h';%Vector de alturas h
r=sqrt((R.^2)-(h.^2)); %Vector de radio a una altura h
uinf=@(h)U.*(1-((h.^2)/(D.^2))); %Perfil de velocidad en corriente libre
u=uinf(h); %Vector de velocidades de corriente a una altura h
delta=acos(h./R); %Ángulo en [rad], revisar signos

% Creación matriz torques instantáneos con respecto a theta y h
m=length(h);
T1=zeros(NT+1,m+1); %Preallocating for speed (MAPEOS TORQUES UPSTREAM)
T1(1,2:end)=h;
T1(2:end,1)=thetau';
```

```

T2=zeros(NT,m+1); %Preallocating for speed (MAPEOS TORQUES DOWNSTREAM)
T2(1:end,1)=thetad';

% Creación matriz factores de inducción
FIU=zeros(NT+1,m+1); %Preallocating for speed (F. Ind. UPSTREAM)
FIU(1,2:end)=h;
FIU(2:end,1)=thetau';

%Preallocating for speed (izq UPSTREAM, der DOWNSTREAM)
V=zeros(NT,1); Vd=zeros(NT,1);
TSR=zeros(NT,1); TSRd=zeros(NT,1);
W=zeros(NT,1); Wd=zeros(NT,1);
alfa=zeros(NT,1); alfad=zeros(NT,1);
Reb=zeros(NT,1); Rebd=zeros(NT,1);
CD=zeros(NT,1); CDd=zeros(NT,1);
CL=zeros(NT,1); CLd=zeros(NT,1);
CN=zeros(NT,1); CNd=zeros(NT,1);
CT=zeros(NT,1); CTd=zeros(NT,1);
d=zeros(NT,1); dd=zeros(NT,1);

%-----UPSTREAM-----%
j=0;
while (j~=m)
    j=j+1;
    i=0; %Contador de los streamtubes
    while (i~=NT)
        i=i+1;
        a=1; %Inicio del factor de inducción
        anew=0.9; %Nuevo valor del factor de inducción

        while((abs((anew-a)./anew).*100)>10)
            V(i)=a.*u(j); %Velocidad aguas arriba
            TSR(i)=(omega.*r(j))./V(i); %OJO CON NAN O INF
            W(i)=sqrt((V(i).^2).*(TSR(i)-
sin(thetau(i)).^2+((cos(thetau(i)).^2).*(cos(delta(j))).^2))); %Velocidad
relativa
            alfa(i)=asin(((cos(thetau(i)).*cos(delta(j)).*cos(alfa_o))-
((TSR(i)-sin(thetau(i))).*sin(alfa_o))./(sqrt((TSR(i)-
sin(thetau(i)).^2+((cos(thetau(i)).^2).*(cos(delta(j))).^2)))); %Ángulo de
ataque
            Reb(i)=(V(i).*c./nu).*sqrt(TSR(i)-
sin(thetau(i)).^2+((cos(thetau(i))).^2).*(cos(delta(j))).^2)); %Número de
Reynolds

            if Reb(i)<Remin
                Reb(i)=Remin;
            end
            if Reb(i)>Remax
                Reb(i)=Remax;
            end

            %Importar archivo (SOLUCIONAR ABRIR ARCHIVO A CADA RATO)
            filename='NACA-18.xlsx'; %Recordar que este archivo es solo ejemplo
            if (10000<=Reb(i)) && (Reb(i)<15000)
                sheet='Re 10000';
            end
            if (15000<=Reb(i)) && (Reb(i)<30000)
                sheet='Re 20000';
            end
        end
    end
end

```

```

end
if (30000<=Reb(i)) && (Reb(i)<60000)
    sheet='Re 40000';
end
if (60000<=Reb(i)) && (Reb(i)<120000)
    sheet='Re 80000';
end
if (120000<=Reb(i)) && (Reb(i)<260000)
    sheet='Re 160000';
end
if (260000<=Reb(i)) && (Reb(i)<530000)
    sheet='Re 360000';
end
if (530000<=Reb(i)) && (Reb(i)<850000)
    sheet='Re 700000';
end
if (850000<=Reb(i)) && (Reb(i)<1500000)
    sheet='Re 1000000';
end
if (1500000<=Reb(i)) && (Reb(i)<3500000)
    sheet='Re 2000000';
end
if (3500000<=Reb(i)) && (Reb(i)<=5000000)
    sheet='Re 5000000';
end

A=xlsread(filename,sheet);
AoAdeg=A(:,1); %Ángulo de ataque en grados
Cl=A(:,2); %Coeficiente de empuje
Cd=A(:,3); %Coeficiente de arrastre

%Dominio de -180° a 180°
AoAdeg=[-AoAdeg(end:-1:2);AoAdeg];
Cl=[Cl(end:-1:2);Cl];
Cd=[Cd(end:-1:2);Cd];

AoArad=(pi./180).*AoAdeg; %Ángulo de ataque en radianes

%Interpolación de valores de tabla NACA para el Reb y alpha
encontrado:
CD(i)=interp1(AoArad,Cd,alfa(i));
CL(i)=interp1(AoArad,Cl,alfa(i));
CN(i)=(CL(i).*cos(alfa(i)))+(CD(i).*sin(alfa(i)));
CT(i)=(CL(i).*sin(alfa(i)))-(CD(i).*cos(alfa(i)));

%Definición de Fup y búsqueda de anew:
%theta=[-89.*pi./180:89.*pi./180];
%f=@(theta) (((CN(i).*cos(theta))./abs(cos(theta))))-
(CT(i).*sin(theta))./(abs(cos(theta)).*cos(delta(j))))).*(W(i)./V(i)).^2;
f=@(theta) (((CN(i).*cos(theta))./abs(cos(theta))))-
((CT(i).*sin(theta))./(cos(delta(j)).*abs(cos(theta))))).*(W(i)./V(i)).^2;
d(i)=integral(f, -89.*pi./180, 89.*pi./180);
Fup=((n.*c)./(8.*pi.*r(j)).*abs(d(i)));
%Fup=((n.*c)./(8.*pi.*r(j)).*integral(f,-
89.*pi./180,89.*pi./180);
eta(j)=r(j)./R; b(j)=pi.*(eta(j));
acalc=b./(Fup+b); %a calculado
a=new; anew=acalc; %reemplazo de valores

```

```

        end
        %Guardar datos en matrices
        T1(i+1,j+1)=0.5.*rho.*r(j).*CT(i).*c.*0.01.*(V(i).^2);           %Torque
instantáneo para cada delta theta (c/streamtube)
        %FIU(i+1,j+1)=acalc; %OJO DEBUGGING
        Fn(i+1,j+1)=2.*CN(i).*rho.*c.*0.01.*(V(i).^2);           %Fuerza normal
instantánea
        Ft(i+1,j+1)=2.*CT(i).*rho.*c.*0.01.*(V(i).^2);           %Fuerza tangencial
instantánea
    end
end
%Chequeando valores Inf y NaN
T1(isnan(T1))=0;
T1(isinf(T1))=0;
Ft(isnan(Ft))=0;
Ft(isinf(Ft))=0;
Fn(isnan(Fn))=0;
Fn(isinf(Fn))=0;
end

Vd=zeros(NT,1);
TSRd=zeros(NT,1);
Wd=zeros(NT,1);
alfad=zeros(NT,1);
Rebd=zeros(NT,1);
CDd=zeros(NT,1);
CLd=zeros(NT,1);
CNd=zeros(NT,1);
CTd=zeros(NT,1);
dd=zeros(NT,1);

%-----DOWNSTREAM-----%
j=0;
while (j~=m)
    j=j+1;
    i=0; %Contador de los streamtubes
    while (i~=NT)
        i=i+1;
        %ad=FIU(i+1,j+1); %Inicio del factor de inducción
        ad=1;
        adnew=ad-0.1; %Nuevo valor del factor de inducción

        while ((abs((adnew-ad)./adnew).*100)>10)
            Vd(i)=ad.*u(j); %Velocidad aguas arriba
            TSRd(i)=(omega.*r(j))./Vd(i); %OJO CON NAN O INF
            Wd(i)=sqrt((Vd(i).^2).*((TSRd(i)-
sin(thetad(i))).^2+((cos(thetad(i))).^2.*(cos(delta(j))).^2)));           %Velocidad
relativa
            alfad(i)=asin(((cos(thetad(i)).*cos(delta(j)).*cos(alfa_o))-
((TSRd(i)-sin(thetad(i))).*sin(alfa_o)))./sqrt((TSRd(i)-
sin(thetad(i))).^2+((cos(thetad(i))).^2.*(cos(delta(j))).^2)));           %Ángulo de
ataque
            Rebd(i)=(Vd(i).*c./nu).*sqrt(TSRd(i)-
sin(thetad(i))).^2+((cos(thetad(i))).^2.*(cos(delta(j))).^2)));           %Número de
Reynolds
        end
    end
end

```

```

if Rebd(i)<Remin
    Rebd(i)=Remin;
end
if Rebd(i)>Remax
    Rebd(i)=Remax;
end

%Importar archivo (SOLUCIONAR ABRIR ARCHIVO A CADA RATO)
filename='NACA-18.xlsx'; %Recordar que este archivo es solo ejemplo
if (10000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<15000)
    sheet='Re 10000';
end
if (15000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<30000)
    sheet='Re 20000';
end
if (30000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<60000)
    sheet='Re 40000';
end
if (60000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<120000)
    sheet='Re 80000';
end
if (120000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<260000)
    sheet='Re 160000';
end
if (260000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<530000)
    sheet='Re 360000';
end
if (530000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<850000)
    sheet='Re 700000';
end
if (850000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<1500000)
    sheet='Re 1000000';
end
if (1500000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<3500000)
    sheet='Re 2000000';
end
if (3500000<=Rebd(i)) && (Rebd(i)<=5000000)
    sheet='Re 5000000';
end

Ad=xlsread(filename, sheet);
AoAdegd=Ad(:,1); %Ángulo de ataque en grados
Cld=Ad(:,2); %Coeficiente de empuje
Cdd=Ad(:,3); %Coeficiente de arrastre

%Dominio de -180° a 180°
AoAdegd=[-AoAdegd(end:-1:2);AoAdegd];
Cld=[Cld(end:-1:2);Cld];
Cdd=[Cdd(end:-1:2);Cdd];

AoAradd=(pi./180).*AoAdegd; %Ángulo de ataque en radianes

%Interpolación de valores de tabla NACA para el Reb y alpha
encontrado:
CDd(i)=interp1(AoAradd,Cdd,alfad(i));
CLd(i)=interp1(AoAradd,Cld,alfad(i));
CNd(i)=(CLd(i).*cos(alfad(i)))+(CDd(i).*sin(alfad(i)));
CTd(i)=(CLd(i).*sin(alfad(i)))-(CDd(i).*cos(alfad(i)));

```

```

        %Definición de Fup y búsqueda de anew:
        f=@(theta)          (((CNd(i).*cos(theta))./(abs(cos(theta))))-
((CTd(i).*sin(theta))./(cos(delta(j)).*abs(cos(theta))))).*(Wd(i)./Vd(i)).^2;
        dd(i)=integral(f, 91.*pi./180, 269.*pi./180);
        Fup=((n.*c)./(8.*pi.*r(j)).*abs(dd(i)));
        eta(j)=r(j)./R; b(j)=pi.*(eta(j));
        adcalc=b./(Fup+b); %a calculado
        ad=adnew; adnew=adcalc; %reemplazo de valores

    end
        Fnd(i,j+1)=2.*CNd(i).*rho.*c.*0.01.*(Vd(i).^2);      %Fuerza normal
instantánea,para un solo álabe
        Ftd(i,j+1)=2.*CTd(i).*rho.*c.*0.01.*(Vd(i).^2);      %Fuerza tangencial
instantánea,para un solo álabe
        %Guardar datos en matrices
        T2(i,j+1)=0.5.*rho.*r(j).*CTd(i).*c.*0.01.*(Vd(i).^2);      %Torque
instantáneo para cada delta theta,para un solo álabe (c/streamtube)
    end
end
%Chequeando valores Inf y NaN
T2(isnan(T2))=0;
T2(isinf(T2))=0;
Ftd(isnan(Ft))=0;
Ftd(isinf(Ft))=0;
Fnd(isnan(Fn))=0;
Fnd(isinf(Fn))=0;

end

```

## C. APÉNDICE C

### Gráficas empleadas para dimensionamiento del eje

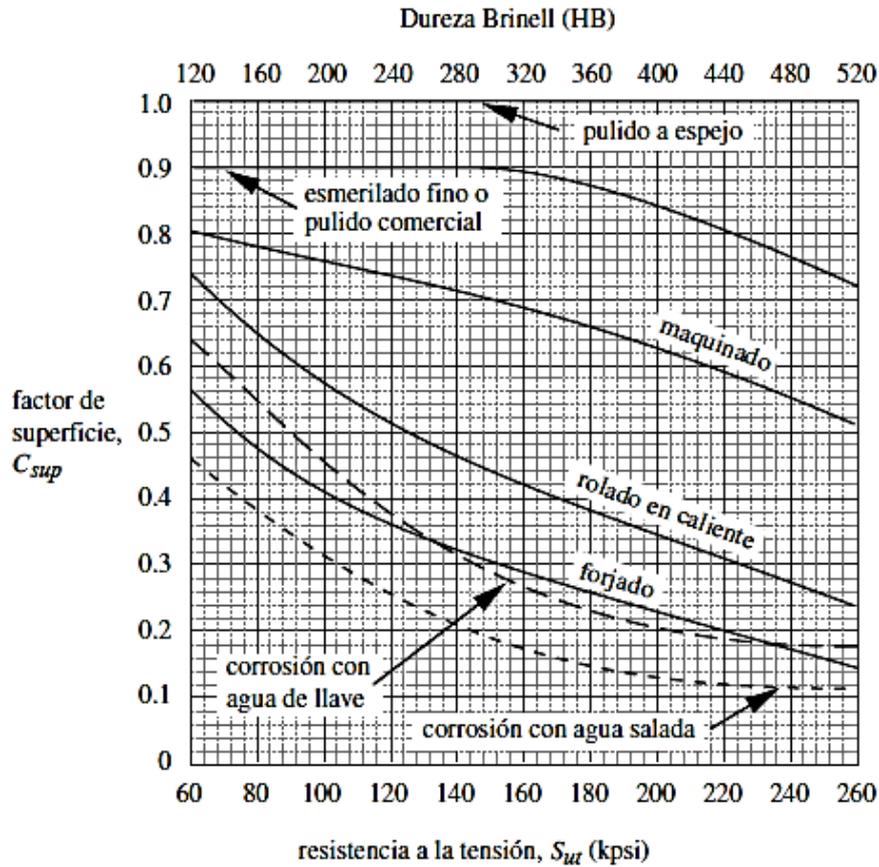


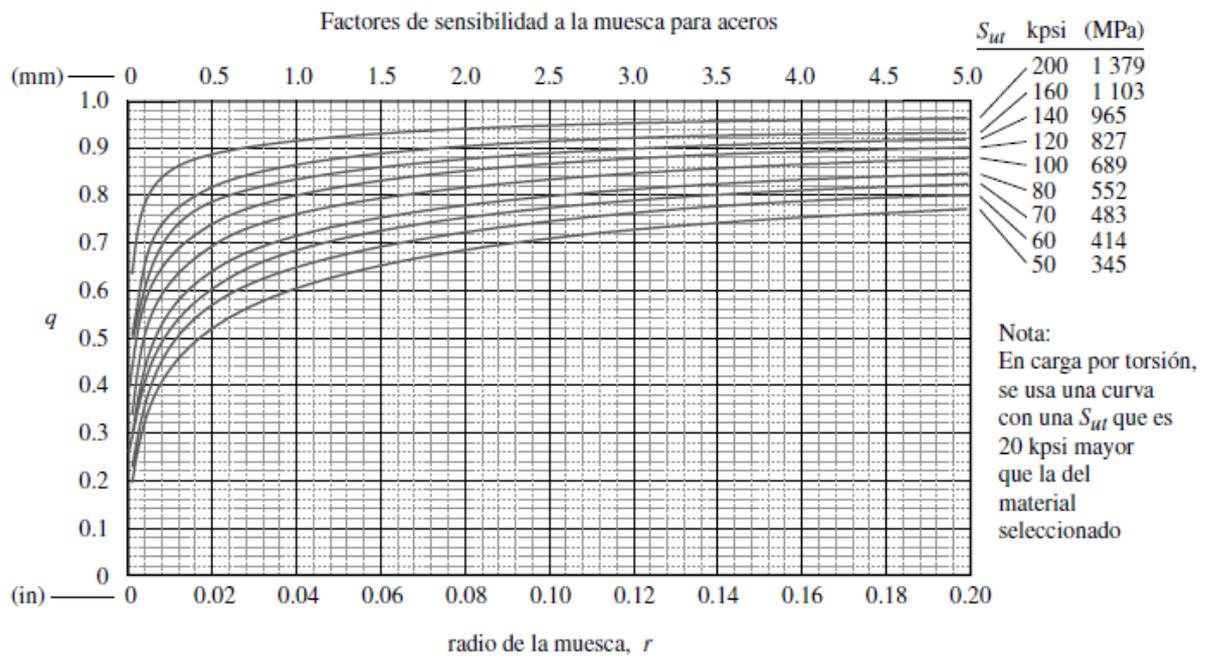
Figura C-1 Factores de superficie para varios acabados en acero.

Fuente: (Juvinal, 1967)

Tabla C-1 Factores de confiabilidad

% de confiabilidad	$C_{conf}$
50	1.000
90	0.897
95	0.868
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659
99.9999	0.620

Fuente: (NORTON, 2011)



**Figura C-2 Curvas de sensibilidad a la muesca para varios aceros.**

Fuente: (Sines & Walsman, 1959).

## D. APÉNDICE D

### Gráficas empleadas para el diseño de la caja de engranajes

Tabla D-1 Módulos métricos estándar

Módulo métrico (mm)	Equivalente $p_d$ (in <sup>-1</sup> )
0.3	84.67
0.4	63.50
0.5	50.80
0.8	31.75
1	25.40
1.25	20.32
1.5	16.93
2	12.70
3	8.47
4	6.35
5	5.08
6	4.23
8	3.18
10	2.54
12	2.12
16	1.59
20	1.27
25	1.02

Fuente: (NORTON, 2011)

Tabla D-2 Números recomendados de calidad del engrane contra la velocidad en la línea de paso

Velocidad de paso	$Q_v$
0–800 fpm	6–8
800–2000 fpm	8–10
2000–4000 fpm	10–12
Más de 4000 fpm	12–14

Fuente: (NORTON, 2011)

**Tabla D-3 Factor geométrico J para flexión de la AGMA, 20° y 25%. Dientes con adendum largo con carga en la punta**

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón																
	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	U	U															
14	U	U	U	U													
17	U	U	U	U	0.27	0.19											
21	U	U	U	U	0.27	0.21	0.27	0.21									
26	U	U	U	U	0.27	0.22	0.27	0.22	0.28	0.22							
35	U	U	U	U	0.27	0.24	0.27	0.24	0.28	0.24	0.28	0.24					
55	U	U	U	U	0.27	0.26	0.27	0.26	0.28	0.26	0.28	0.26	0.29	0.26			
135	U	U	U	U	0.27	0.28	0.27	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.29	0.28	0.30	0.28	

Fuente: (NORTON, 2011)

**Tabla D-4 Aplicación de Factores  $K_a$**

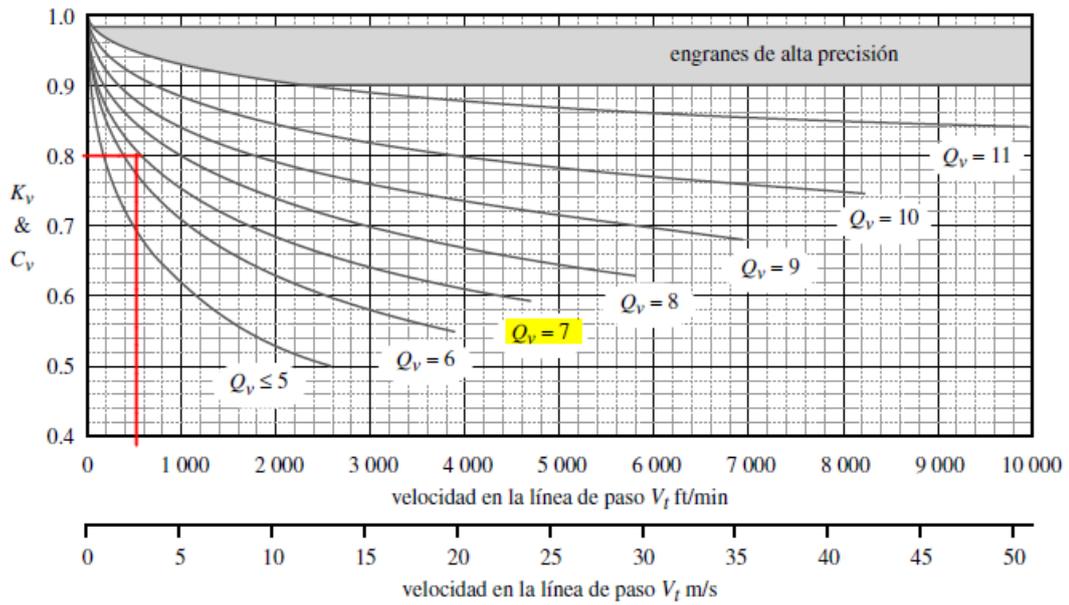
Máquina Impulsora	Máquina Impulsada		
	Uniforme	Impacto moderado	Impacto fuerte
Uniforme (motor eléctrico, turbina)	1.00	1.25	1.75 o mayor
Impacto suave (motor de varios cilindros)	1.25	1.50	2.00 o mayor
Impacto medio (motor de un solo cilindro)	1.50	1.75	2.25 o mayor

Fuente: (NORTON, 2011)

**Tabla D-5 Factores  $K_m$  de distribución de carga**

Ancho de cara In (mm)	$K_m$
<2 (50)	1.6
6 (150)	1.7
9 (250)	1.8
≥20 (500)	2.0

Fuente: (NORTON, 2011)



**Figura D-1 Factores dinámicos  $K_v$  y  $C_v$  de la AGMA**  
Fuente: (NORTON, 2011)

**Tabla D-6 Resistencias de fatiga por flexión  $S_{fb}'$ , de la AGMA**

Material	Clase AGMA	Designación del material	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima	Resistencia a la fatiga por tensión		
					psi x 10 <sup>3</sup>	MPa	
Acero	A1-A5		Endurecido totalmente	≤ 180 HB	25-33	170-230	
			Endurecido totalmente	240 HB	31-41	210-280	
			Endurecido totalmente	300 HB	36-47	250-325	
			Endurecido totalmente	360 HB	40-52	280-360	
			Endurecido totalmente	400 HB	42-56	290-390	
			Endurecido por llama o por inducción	Patrón tipo A 50-54 HRC	45-55	310-380	
			Endurecido por llama o por inducción	Patrón tipo B	22	150	
			Carburado y recubrimiento endurecido	55-64 HRC	55-75	380-520	
			AISI 4140	Nitrurado	84.6 HR15N <sup>†</sup>	34-45	230-310
			AISI 4340	Nitrurado	83.5 HR15N	36-47	250-325
	Nitroaleación 135M	Nitrurado	90.0 HR15N	38-48	260-330		
	Nitroaleación N	Nitrurado	90.0 HR15N	40-50	280-345		
	Cromo al 2.5%	Nitrurado	87.5-90.0 15N	55-65	380-450		
Hierro colado	20	Clase 20	Como está fundido		5	35	
	30	Clase 30	Como está fundido	175 HB	8	69	
	40	Clase 40	Como está fundido	200 HB	13	90	
Hierro nodular (dúctil)	A-7-a	60-40-18	Recocido	140 HB	22-33	150-230	
	A-7-c	80-55-06	Templado y revenido	180 HB	22-33	150-230	
	A-7-d	100-70-03	Templado y revenido	230 HB	27-40	180-280	
	A-7-e	120-90-02	Templado y revenido	230 HB	27-40	180-280	
Hierro maleable (perlítico)	A-8-c	45007		165 HB	10	70	
	A-8-e	50005		180 HB	13	90	
	A-8-f	53007		195 HB	16	110	
	A-8-l	80002		240 HB	21	145	
Bronce	Bronce 2	AGMA 2C	Fundido en arena	40 ksi resistencia a la tensión mín.	5.7	40	
	Al/Br 3	ASTM B-148 78 aleación 954	Tratado térmicamente	90 ksi resistencia a la tensión mín.	23.6	160	

<sup>†</sup> Escala de Rockwell 15N usada para materiales con recubrimiento endurecido; véase la sección B.4

Fuente: (NORTON, 2011)

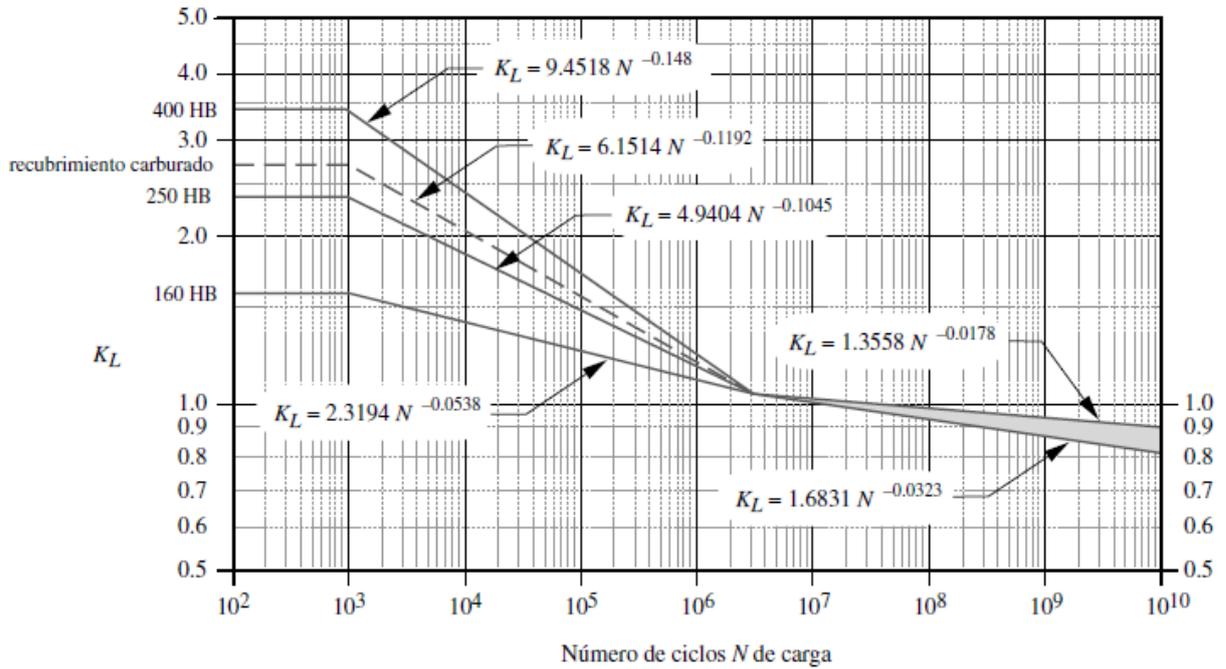


Figura D-2 Factor de vida  $K_L$  de resistencia a la flexión de la AGMA

Fuente: (NORTON, 2011)

Tabla D-7 Factor  $K_R$  de la AGMA

% de confiabilidad	$K_R$
90	0.85
99	1.00
99.9	1.25
99.99	1.50

Fuente: (NORTON, 2011)

# E. APÉNDICE E

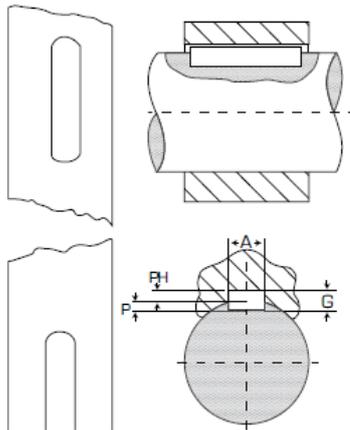
## Gráficas empleadas para diseño de cuñas

Tabla E-1 Tabla de los cuñeros y cuñas



www.intermec.com.co

TABLA DE LOS CUÑEROS Y CUÑAS ESTÁNDAR MILIMÉTRICOS



Díámetro del eje (mm)	Anchura y profundidad del cuñero en el eje (mm)	Dimensiones de la cuña (mm)	Díámetro del prisionero (mm)
6 a 8	2 x 1	2 x 2	3
8+ a 10	3 x 1.6	3 x 3	3
10+ a 12	4 x 2.2	4 x 4	4
12+ a 17	5 x 2.7	5 x 5	5
17+ a 22	6 x 3.2	6 x 6	6
22+ a 30	8 x 3.7	8 x 7	8
30+ a 38	10 x 4.7	10 x 8	10
38+ a 44	12 x 4.7	12 x 8	10
44+ a 50	14 x 5.2	14 x 9	14
50+ a 58	16 x 5.7	16 x 10	14
58+ a 65	18 x 6.6	18 x 11	18
65+ a 75	20 x 7.1	20 x 12	18
75+ a 85	22 x 8.6	22 x 14	22
85+ a 95	25 x 8.6	25 x 14	22
95+ a 110	28 x 8.6	28 x 16	22
110+ a 130	32 x 10.6	32 x 18	30
130+ a 150	36 x 11.6	36 x 20	30
150+ a 170	40 x 12.6	40 x 22	30
170+ a 200	45 x 14.6	45 x 25	30
200+ a 230	50 x 16.6	50 x 28	30

Fuente: (Intermec)

# F. APÉNDICE F

## Gráficas empleadas para la selección de rodamientos

Tabla F-1 Aplicaciones en máquinas y vida requerida

Clasificación del servicio	Aplicaciones en maquinarias y vida requerida (referencia) $L_{10h}$ × 10 <sup>3</sup> h				
	~ 4	4 ~ 12	12 ~ 30	30 ~ 60	60 ~
Máquinas usadas por periodos cortos q utilizadas sólo ocasionalmente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicaciones domésticas</li> <li>• Herramientas de mano eléctricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Maquinaria agrícola</li> <li>• Equipos de oficina</li> </ul>			
Utilización durante periodos cortos e intermitentemente, pero con requerimientos de alta confiabilidad.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Equipos médicos</li> <li>• Instrumentos de medición</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Motores de acondicionadores de aire residenciales</li> <li>• Equipos de construcc.</li> <li>• Elevadores</li> <li>• Grúas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grúas (Poleas)</li> </ul>		
Máquinas que no se usan constantemente, pero se utilizan por periodos largos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Automóviles</li> <li>• Vehículos de dos ruedas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Motores pequeños</li> <li>• Buses/camiones</li> <li>• Transmisiones de engranes en general</li> <li>• Máquinas madereras</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Husillos de máquinas</li> <li>• Motores industriales</li> <li>• Trituradores</li> <li>• Cribas vibratorias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transmisiones de engranes principales</li> <li>• Máquinas de caucho/plástico</li> <li>• Rodillos de calandrias</li> <li>• Máquinas de impresión</li> </ul>	
Máquinas en constante uso durante las 8 horas del día.		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Laminadores</li> <li>• Escaleras eléctricas</li> <li>• Transportadores</li> <li>• Centrifugas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ejes de vehículos ferroviarios</li> <li>• Acondicionadores de aire</li> <li>• Motores grandes</li> <li>• Centrifugas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ejes de locomotoras</li> <li>• Motores de tracción</li> <li>• Elevadores mineros</li> <li>• Volantes a presión</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Máquinas de fabricación de papel</li> <li>• Equipos de propulsión para barcos</li> </ul>
24 horas de operación continua, no interrumpible.					<ul style="list-style-type: none"> <li>• Equipos de abastecimiento de agua</li> <li>• Bombas de drenaje/ventiladores para minería</li> <li>• Equipos para generación de potencia</li> </ul>

Fuente: (NTN, 2004)

Tabla F-2 Rodamientos axiales de bolas de simple efecto

Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga	Factor de carga mínima	Velocidades nominales		Masa	Designación
d	D	H	dinámica C	estática C <sub>0</sub>	P <sub>0</sub>	A	Velocidad de referencia	Velocidad límite		
mm			kN		kN	-	r. p. m.		kg	-
75	100	19	44,2	134	4,9	0,11	3 200	4 300	0,4	51115
	110	27	63,7	170	6,2	0,17	2 400	3 400	0,83	51215
	135	44	163	390	14	0,79	1 700	2 400	2,6	51315
	160	65	251	610	20,8	1,9	1 300	1 800	6,75	51415 M
80	105	19	44,9	140	5,1	0,12	3 000	4 300	0,42	51116
	115	28	76,1	208	7,65	0,22	2 400	3 400	0,91	51216
	140	44	159	390	13,7	0,79	1 700	2 400	2,7	51316
	170	68	302	750	25	2,3	1 200	1 700	7,95	51416 M
85	110	19	44,9	146	5,4	0,14	3 000	4 300	0,44	51117
	125	31	97,5	275	9,8	0,39	2 200	3 000	1,2	51217
	150	49	174	405	14	1,1	1 600	2 200	3,55	51317
	180	72	286	750	24	2,9	1 200	1 600	9,45	51417 M
90	120	22	59,2	208	7,5	0,22	2 600	3 800	0,67	51118
	135	35	112	290	10,4	0,55	2 000	2 800	1,7	51218
	155	50	182	440	14,6	1,3	1 500	2 200	3,8	51318
	190	77	307	815	25,5	3,5	1 100	1 500	11	51418 M
100	135	25	80,6	265	9,15	0,44	2 400	3 200	0,97	51120
	150	38	119	325	10,8	0,62	1 800	2 400	2,2	51220
	170	55	225	570	18,3	1,9	1 400	1 900	4,95	51320
	210	85	371	1 060	31,5	5,8	950	1 400	15	51420 M
110	145	25	83,2	285	9,5	0,52	2 200	3 200	1,05	51122
	160	38	125	365	11,6	0,79	1 700	2 400	2,4	51222
	190	63,5	281	815	24,5	3,2	1 200	1 700	7,85	51322 M
	230	95	410	1 220	34,5	7,7	900	1 300	20	51422 M
120	155	25	85,2	305	9,65	0,58	2 200	3 000	1,15	51124
	170	39	127	390	11,8	1	1 600	2 200	2,65	51224
	210	70	325	980	28,5	5	1 100	1 500	11	51324 M
	250	102	432	1 320	36	16	800	1 100	25,5	51424 M
130	170	30	119	440	13,4	0,94	1 900	2 600	1,85	51126
	190	45	186	585	17	1,8	1 400	2 000	4	51226
	225	75	358	1 140	32	6,8	1 000	1 400	13	51326 M
	270	110	520	1 730	45	16	750	1 000	32	51426 M

Dimensiones				Dimensiones de resaltes y radios de acuerdo		
d	d <sub>1</sub>	D <sub>1</sub>	r <sub>1,2</sub> mín.	d <sub>a</sub> mín.	D <sub>a</sub> mín.	r <sub>a</sub> mín.
mm				mm		
75	100	77	1	90	85	1
	110	77	1	96	89	1
	135	77	1,5	111	99	1,5
	160	78	2	126	109	2
80	105	82	1	95	90	1
	115	82	1	101	94	1
	140	82	1,5	116	104	1,5
	170	83	2,1	133	117	2
85	110	87	1	100	95	1
	125	88	1	109	101	1
	150	88	1,5	124	111	1,5
	177	88	2,1	141	124	2
90	120	92	1	108	102	1
	135	93	1,1	117	108	1
	155	93	1,5	129	116	1,5
	187	93	2,1	149	131	2
100	135	102	1	121	114	1
	150	103	1,1	130	120	1
	170	103	1,5	142	128	1,5
	205	103	3	165	145	2,5
110	145	112	1	131	124	1
	160	113	1,1	140	130	1
	187	113	2	158	142	2
	225	113	3	181	159	2,5
120	155	122	1	141	134	1
	170	123	1,1	150	140	1
	205	123	2,1	173	157	2
	245	123	4	197	173	3
130	170	132	1	154	146	1
	187	133	1,5	166	154	1,5
	220	134	2,1	186	169	2
	265	134	4	213	187	3

Fuente: (SKF, 2015)

# G. APÉNDICE G

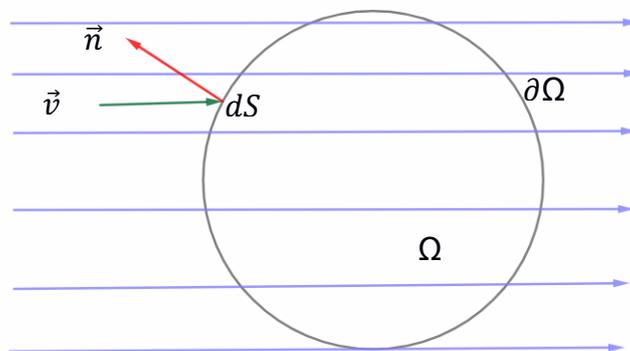
## CFX

- **Ecuaciones base**

Los dominios establecidos en el sistema están dados para modelar el movimiento, energía y demás características que posee el fluido. Las ecuaciones de Navier-Stokes modelan el comportamiento de un fluido en movimiento dentro de un dominio definido, mientras que la ley de conservación de masa (continuidad), momento lineal y energía son usadas para describir el flujo. Sin embargo, para el análisis por CFD no se utilizará la ecuación de energía.

- **Ecuación de continuidad**

Si se restringe la atención a fluidos que se encuentran en una sola fase, la ley de continuidad expresa que la masa no puede ser creada ni destruida para un sistema, además que a través de la frontera no puede existir intercambio de materia.



**Figura G-1 Volumen de control finito (fijo).**

Para derivar la ecuación de continuidad se parte de la Figura F-1 que describe el modelo para un volumen de control finito. En un punto cualquiera de la superficie de control, la velocidad del fluido es  $\vec{v}$ , la normal a la superficie de control se la denota como  $\vec{n}$ , y  $dS$  representa el diferencial de la superficie. Se considera que la densidad del fluido  $\rho$  se mantiene constante. El cambio total de la masa por unidad de tiempo dentro del volumen finito  $\Omega$  es expresado de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \, d\Omega \quad (61)$$

El flujo másico de un fluido sobre una superficie es igual al producto de la densidad por el área superficial y la velocidad perpendicular a la superficie. Así, el paso de fluido por un elemento  $dS$  será

$$\rho(\vec{v} * \vec{n}) \, dS \quad (62)$$

Según la convención  $\vec{n}$  siempre tiene el sentido hacia fuera del volumen de control, por tal motivo el ingreso de fluido se cumple cuando  $(\vec{v} * \vec{n})$  posee un valor negativo, mientras que para valores positivos se considera salida de fluido. Con las expresiones mencionadas anteriormente la ecuación general de continuidad es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \, d\Omega + \oint_{d\Omega} \rho(\vec{v} * \vec{n}) \, dS = 0 \quad (63)$$

### Ecuación de momento lineal

Para derivar la ecuación de momento se parte de la segunda ley de Newton, que describe la variación del momento causada por las fuerzas actuando sobre un elemento. El momento para una poción infinitesimal sobre el volumen de control  $\Omega$  se describe así:

$$\rho \vec{v} \, d\Omega \quad (64)$$

La variación de momento en el tiempo se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{v} \, d\Omega \quad (65)$$

El tensor de flujo convectivo describe la transferencia de momento a través de la frontera del volumen de control, tiene las siguientes componentes en coordenadas cartesianas:

$$x: \rho u \vec{v}$$

$$y: \rho v \vec{v}$$

$$z: \rho w \vec{v}$$

La influencia del tensor de flujo convectivo a la ecuación de conservación de momento está dada por:

$$-\oint_{d\Omega} \rho \vec{v} (\vec{v} * \vec{n}) dS = 0 \quad (66)$$

Se puede categorizar dos tipos de fuerza que actúan sobre el volumen de control.

1. De volumen externo o fuerzas sobre el cuerpo: Este tipo de fuerzas actúan directamente sobre la masa existente en el volumen de control, algunos ejemplos de estas fuerzas son: gravitacional, Coriolis, centrífugas y en algunos casos electromagnéticas.
2. Fuerzas de superficie: Actúan directamente sobre la superficie del volumen de control. Este tipo de fuerzas son provocadas únicamente por dos tipos de fuentes:
  - a. Distribución de presiones ocasionada por el fluido que se encuentra a los alrededores del volumen de control. (Blazek, 2001)
  - b. Los esfuerzos normales y cortantes causados por la fricción entre el fluido y la superficie del volumen de control.

La fuerza por unidad de volumen se denota por  $\rho \vec{f}_e$ . Debido a la contribución a la ecuación de momento de las fuerzas externas es:

$$\oint_{\Omega} \rho \vec{f}_e d\Omega = 0 \quad (67)$$

También se define un tensor de esfuerzo viscoso  $\bar{\tau}$  y un tensor unitario  $\bar{I}$ . El tensor de esfuerzo relaciona el esfuerzo normal y cortante con el flujo. Con todo lo visto anteriormente se tiene que la ecuación general de conservación de momento es expresada así:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \oint_{\Omega} \rho \vec{v} d\Omega + \oint_{d\Omega} \rho \vec{v} (\vec{v} * \vec{n}) dS = \oint_{\Omega} \rho \vec{f}_e d\Omega - \oint_{d\Omega} \rho \vec{n} dS + \oint_{d\Omega} (\vec{\tau} * \vec{n}) dS \quad (68)$$

### Navier-Stokes

Las ecuaciones expuestas describen por separado la ley de conservación de masa y momento. Ahora, es necesario juntarlas dentro de un mismo sistema de ecuaciones, como se la describe a continuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_{\Omega} \vec{W} d\Omega + \oint_{d\Omega} (\vec{F}_c * \vec{F}_v) dS = \oint_{\Omega} \vec{Q} d\Omega \quad (69)$$

Donde  $\vec{W}$  es el vector de variables conservativas y posee 5 componentes en tres dimensiones:

$$\vec{W} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix}$$

$\vec{F}_c$  : Vector de flujos convectivos:

$$\vec{F}_c = \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + n_x p \\ \rho u V + n_y p \\ \rho u V + n_z p \\ \rho H V \end{bmatrix}$$

V: Velocidad normal con respecto a la superficie del elemento  $dS$ :

$$V = (\vec{v} * \vec{n}) = n_x u + n_y v + n_z w$$

$\vec{F}_v$  : Vector de flujos viscosos :

$$\vec{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

Par

Para fluidos newtonianos es posible describir los esfuerzos cortantes tomando en cuenta las tasas de cambio de velocidad.

### Modelos turbulentos

Los volúmenes de control con flujo turbulento se caracterizan por albergar partículas con movimiento caótico. Para describir este tipo de comportamiento existen varios modelos y se clasifican en: aproximaciones de primer orden, aproximaciones de segundo orden y Large-Eddy simulation.

- *Modelo K-εpsilon*

Para la simulación realizada se utilizó el modelo de dos ecuaciones K-εpsilon que está basada en la hipótesis de viscosidad de Eddy, entre los modelos para describir el comportamiento de flujo turbulento es el más utilizado. Fue escogido debido a su buena capacidad de manejar flujos turbulentos y capas límite.

El modelo de turbulencia posee dos variables que definen su nombre que son: K la energía cinética turbulenta, mientras que ε es la tasa de disipación turbulenta (tasa a la cual las fluctuaciones de velocidad se disipan). (Sharcnet, s.f.)

El modelo turbulento k-ε introduce dos nuevas variables al sistema de ecuaciones. La ecuación de continuidad queda representada como:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j) = 0 \quad (70)$$

Mientras que la ecuación de momento:

$$\frac{\partial p U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + S_M \quad (71)$$

Donde

- $S_M$  es la suma de las fuerzas en el cuerpo

- $p'$  es la presión modificada y se define como:

$$p' = p + \frac{2}{3}\rho k + \frac{2}{3}\mu_{eff} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \quad (72)$$

- $\mu_{eff}$  es la viscosidad efectiva con flujo turbulento y se define como:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (73)$$

Donde  $\mu_t$  es la viscosidad turbulenta. El modelo k- $\varepsilon$  asume que la viscosidad turbulenta está relacionada con la energía cinética turbulenta y la disipación.

$$\mu_t = C_u \rho \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (74)$$

Para la simulación el modelo define las siguientes constantes:

**Tabla G-1 Constantes modelo k- $\varepsilon$**

Símbolo	Constante
$C_u$	0.09
$C_{\varepsilon 1}$	1.44
$C_{\varepsilon 2}$	1.92
$\sigma_k$	1.0
$\sigma_\varepsilon$	1.3

Los valores de K y  $\varepsilon$  se los obtiene directamente de la ecuación diferencial de transporte para la energía cinética turbulenta y para la tasa de disipación de turbulencia, se las enuncia a continuación:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial(k)}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho + P_{kb} \quad (75)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial(\varepsilon)}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon + C_{\varepsilon 1} P_{\varepsilon b}) \quad (76)$$

Donde

- $P_{kb}$  y  $P_{\varepsilon b}$  representan la influencia de las fuerzas de empuje y se definen como:

$$P_{kb} = -\frac{\mu_t}{\rho\sigma_p} \rho\beta g_i \frac{\partial(T)}{\partial x_i} \quad (77)$$
$$P_{\varepsilon b} = C_3 * \max(0, P_{kb})$$

- $P_k$  es la turbulencia producida debido a las fuerzas viscosas:

$$P_k = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \left( 3\mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \rho k \right) \quad (78)$$

Para flujos incompresibles el término  $(\partial U_k / \partial x_k)$  es muy pequeño, por tal motivo el segundo término al lado derecho de la ecuación no contribuye significativamente.

# **H. APÉNDICE H**

## **PLANOS TÉCNICOS**