

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra**

“Análisis del Comportamiento de Columnas de Puentes de  
Concreto Reforzado a través de Diagramas de Interacción y  
Relaciones Momento-Curvatura”

**TESIS DE GRADO**

Previa a la obtención del Título de:

**INGENIERO CIVIL**

Presentada por:

Karla Karina Morán Castillo

Guayaquil – Ecuador

Julio, 2009

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a Dios por permitirme seguir en el camino, porque sin su bendición y ayuda todo lo que he logrado no hubiera sido posible; a mis padres y sobre todo a mi madre que ha sido un apoyo constante, mi mejor amiga, que ha estado para escucharme y darme fuerzas para continuar día a día, gracias por todas sus enseñanzas; a mis hermanas por su cariño y apoyo; a mis verdaderos amigos, aquellos que estuvieron dándome fuerza y ánimo durante todo este tiempo realmente difícil, a ustedes gracias porque se quedaron cuando muchos se fueron; y por último a mis profesores, porque realizan una labor noble impartiendo sus conocimientos y han dejado y siguen dejando una huella imborrable en mí, porque son mi ejemplo a seguir.

Al Ing. Pablo Lindao un agradecimiento especial por su guía, ayuda y colaboración en la realización de este proyecto. Por su tiempo y dedicación, MUCHAS GRACIAS.

## **DEDICATORIA**

A Dios, mi madre y todas aquellas personas importantes en mi vida y para mis colegas para que luchemos día a día por el desarrollo de nuestra profesión, teniendo como bandera el progreso y no la mediocridad.

## TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



Ing. Gastón Proaño

SUBDECANO DE LA FICT

PRESIDENTE



Ing. Pablo Lindao

DIRECTOR DE TESIS



Ing. Pedro Rojas Cruz. M. Sc., Ph. D.

VOCAL



Ing. Alex Villacrés Sánchez. M. Sc.

VOCAL

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la Escuela Superior Politécnica del Litoral"

(Reglamento de Graduación de la ESPOL)

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'K. Morán C.', is written over a horizontal line.

Karla Karina Morán Castillo

## RESUMEN

Desde hace muchos años los puentes alrededor del mundo han sufrido daños y muchas veces el colapso de los mismos debido a la acción de los sismos que han azotado a diversas ciudades y países en todo el planeta. El problema de su comportamiento según estudios realizados se debe a las filosofías de diseño adoptadas en conjunto con la falta de importancia a los detalles de diseño, lo cual incrementa la discusión acerca de la filosofía de diseño sísmico.

Es por esto que el diseño de puentes ha ocupado un lugar muy importante en el trabajo de los ingenieros estructuristas, quienes cada día se esfuerzan por lograr estructuras donde el diseño haga mayor énfasis en el desplazamiento y capacidad de ductilidad adecuada y no en la resistencia.

Este proyecto de tesis tiene como objetivo analizar las secciones típicas de columnas de puentes a través de curvas momento-curvatura y diagramas de interacción. La importancia de las relaciones momento-curvatura radica en predecir los valores de sobrerresistencia en los niveles de diseño de rotación plástica; es decir que con las curvas momento-curvatura se puede hacer una aproximación bilineal que determina la curvatura de fluencia y la curvatura última obteniendo a través de su diferencia la capacidad de curvatura plástica

y con su cociente la capacidad de ductilidad del miembro, la misma que nos permite predecir el comportamiento de las columnas de la estructura ante la presencia de sismos.

Además de las relaciones Momento-Curvatura, los diagramas de interacción de dichas secciones son un aporte a los estudiantes e ingenieros que podrán consultar de manera más rápida y eficiente estas gráficas de gran importancia en el momento de diseñar columnas ya que presentan las combinaciones de carga y momento flector para determinar su falla.

Este trabajo tiene como propósito brindar una ayuda al diseñador en el conocimiento del comportamiento de la estructura mediante el comportamiento individual de los miembros para lo cual se han considerado las normas AASHTO 2002 para el diseño y refuerzo de columnas.

# ÍNDICE GENERAL

<b>RESUMEN</b>	II
<b>INDICE GENERAL</b>	IV
<b>INDICE DE TABLAS</b>	X
<b>INDICE DE FIGURAS</b>	XI
<b>CAPÍTULO 1</b>	
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Objetivos de la Investigación	9
1.3 Alcance de la Investigación	11
1.4 Organización de la Investigación	12
1.5 Notación	13
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>2. PROPIEDADES DEL CONCRETO REFORZADO PARA EL     DISEÑO SÍSMICO</b>	20
2.1 Propiedades del Concreto	20
2.1.1 Concreto No Confinado	21
2.1.1.1 Esfuerzo de Compresión	22
2.1.1.2 Modulo de Elasticidad	25



2.1.1.3	Esfuerzo de Tensión	28
2.1.2	Concreto Confinado	31
2.1.2.1	Efecto de confinamiento del acero de Refuerzo	32
2.1.2.2	Relaciones Esfuerzo-Deformación	38
2.1.2.2.1	Modelo de Mander	40
2.1.2.2.2	Otros modelos	47
2.2	Comportamiento del Acero	53
2.2.1	Características Monotónicas	54
2.2.2	Respuesta cíclica Inelástica	59
2.2.3	Relaciones Esfuerzo-Deformación	61
2.2.3.1	Modelo de Park	62

### **CAPÍTULO 3**

<b>3.</b>	<b>COLUMNAS DE PUENTES DE CONCRETO REFORZADO</b>	<b>68</b>
3.1	Introducción	68
3.2	Secciones típicas de columnas de Puentes	69
3.3	Comportamiento de columnas bajo compresión axial	72
3.3.1	Columnas cortas	73
3.3.2	Columnas esbeltas	77
3.4	Comportamiento de columnas bajo compresión mas flexión	79
3.4.1	Columnas cortas	79

3.4.2	Columnas esbeltas	80
3.5	Diagrama de Interacción	82
3.6	Falla balanceada	84
3.7	Relaciones Momento-Curvatura	85
3.7.1	Curvatura de un miembro	86
3.7.2	Determinación teórica de la relación momento-curvatura	90
3.8	Requerimientos de flexión para articulaciones plásticas	97
3.8.1	Diseño convencional basado en fuerzas	98
3.8.1.1	Flexibilidad de la viga cabezal en pórticos de varias columnas	99
3.8.1.2	Flexibilidad de los apoyos y la cimentación	101
3.8.1.3	Diseño de columnas/pilotes continuos	105
3.8.2	Diseño para la resistencia a flexión requerida de las articulaciones plásticas	108
3.8.2.1	Resistencia a la fluencia del refuerzo	111
3.8.2.2	Endurecimiento por deformación plástica del refuerzo	112
3.8.2.3	Resistencia a la compresión del concreto	112
3.8.2.4	Deformación máxima por compresión	114
3.8.2.5	Factores de reducción de la resistencia a Flexión	116

3.8.2.6	Consecuencias de ser menos conservadores en la determinación de la resistencia de diseño	118
3.8.2.7	Recomendaciones de diseño	120
3.8.2.8	Análisis Momento-Curvatura	123
3.8.2.9	Límites para el refuerzo longitudinal	124
3.9	Ductilidad de flexión y Rotación Inelástica	126
3.9.1	Ductilidad requerida	126
3.9.2	Evaluación de la rotación inelástica de los elementos estructurales y capacidad de ductilidad	128
3.9.2.1	Capacidad de rotación plástica	128
3.9.2.2	Capacidad de ductilidad de un elemento	134
3.10	Fallas de columnas	
3.10.1	Falla por flexión y Ductilidad	
3.10.1.1	Resistencia a la flexión inadecuada	136
3.10.1.2	Resistencia a la flexión independiente de la columna	139
3.10.1.3	Falta de ductilidad por flexión	141
3.10.1.4	Terminación prematura del refuerzo de las columnas	145
3.10.2	Fallas por cortante	148

3.11 Disposiciones AASHTO 2002 para el diseño y reforzamiento de columnas de puentes	155
---	-----

## **CAPÍTULO 4**

<b>4. DESCRIPCIÓN DEL SOFTWARE XTRACT V. 3.0.8 PARA ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN Y RELACIONES MOMENTO-CURVATURA</b>	170
4.1 Introducción	170
4.2 Características	171
4.3 Manejo del Software	172
4.4 Resultados	214

## **CAPÍTULO 5**

<b>5. RECOPIACIÓN DE CURVAS GENERADAS</b>	221
5.1 Diagramas de Interacción	221
5.2 Curvas Momento-Curvatura	285
5.3 Ejemplo de Aplicación	430
5.4 Análisis de los resultados	460

## **CAPÍTULO 6**

<b>6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	465
6.1. Conclusiones	465

6.2. Recomendaciones

468

**BIBLIOGRAFÍA**

470

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1:	Modelos de confinamiento para la predicción de la resistencia y la deformación máxima.	52
Tabla 5.1:	Valores para el espectro elástico para un suelo tipo IV de acuerdo con las especificaciones AASHTO LRFD 2006	438
Tabla 5.2:	Resumen de resultados para las columnas COMBINACIÓN: DEAD + SISMO LONGITUDINAL	448
Tabla 5.3:	Resumen de resultados del análisis en el sentido longitudinal	453
Tabla 5.4:	Resumen de resultados para las columnas COMBINACIÓN: DEAD + SISMO TRANSVERSAL	456
Tabla 5.5:	Resumen de resultados del análisis en el sentido Transversal	459

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1:	Distribución elástica de momentos. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	5
Figura 2.1:	Curvas esfuerzo-deformación para cilindros de concreto cargados en compresión. (Tomado de Park y Paulay 1997)	25
Figura 2.2:	Curvas esfuerzo-deformación para cilindros de concreto con carga cíclica de compresión axial repetida de alta densidad. (Tomada de Park y Paulay 1997)	28
Figura 2.3:	Prueba brasileña para la medición de la resistencia a Tensión. (Tomado de Park y Paulay, 1997)	31
Figura 2.4:	Confinamiento del concreto mediante refuerzo helicoidal. (Tomado de Park y Paulay, 1997)	34
Figura 2.5:	Efecto del espaciamiento del acero transversal en la eficiencia del confinamiento. (Tomado de Park y Paulay, 1997)	35
Figura 2.6:	Confinamiento por estribos rectangulares. (Tomado de Park y Paulay, 1997)	37
Figura 2.7:	Confinamiento de secciones de columna con refuerzo transversal y longitudinal. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	39
Figura 2.8:	Modelo de Mander para el concreto en compresión. (Tomado	

de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	41
Figura 2.9: Mejoramiento de la resistencia a compresión de secciones rectangulares confinadas relacionadas a los esfuerzos de confinamiento ortogonales. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	44
Figura 2.10: Curvas monotónicas esfuerzo-deformación para el acero de Refuerzo. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	56
Figura 2.11: Deformación última efectiva de tensión para el acero de Refuerzo. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	57
Figura 2.12: Respuesta cíclica inelástica esfuerzo-deformación del acero de refuerzo. ( $f_y = 380$ MPa) (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	60
Figura 2.13: Idealizaciones de la curva esfuerzo-deformación para el acero en tensión o compresión. (a) Aproximación elástica perfectamente plástica (b) aproximación trilineal (c) curva completa (Tomada de Park y Paulay, 1997)	63
Figura 2.14: Modelo de Park del acero	64
Figura 3.1: Secciones de columnas sólidas (Tomado de Priestley, Seible y Calvi 1996)	74
Figura 3.2: Excentricidad equivalente para la carga de una columna. (Tomado de Nilson, 1999)	81
Figura 3.3: Columna esbelta cargada excéntricamente. (Tomado de	



	Park y Paulay 1997)	82
Figura 3.4:	Diagrama de interacción para la resistencia nominal de una columna sometida a flexión y carga axial combinadas. (Tomado de Nilson, 1999)	83
Figura 3.5:	Deformación de un miembro a flexión. (Tomada de Park y Paulay 1997)	87
Figura 3.6:	Relaciones momento curvatura para secciones de viga simplemente reforzadas, (a) Sección que falla a tensión, $\rho < \rho_b$ . (b) Sección que falla a compresión, $\rho > \rho_b$ . (Tomada de Park y Paulay, 1997)	90
Figura 3.7:	Curvas idealizadas momento – curvatura para una sección simplemente reforzada que falla a tensión. (Tomado de Park y Paulay, 1997)	92
Figura 3.8:	Determinación teórica momento – curvatura. (a) Acero en tensión y compresión. (b) Concreto en compresión. (c) Sección con deformación, esfuerzo y distribución de fuerzas. (Tomada de Park y Paulay, 1997)	94
Figura 3.9:	Reducción de capacidad de ductilidad de desplazamiento. (Tomado de Priestly, Seible y Calvi, 1996)	100
Figura 3.10:	Influencia de la flexibilidad adicional en el desplazamiento cedente de un pórtico con una sola columna. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	103

Figura 3.11: Efectos de flexibilidad adicional en un pilote dúctil. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	106
Figura 3.12: Relación Momento-Deformación por compresión en la fibra extrema para una columna típica. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	116
Figura 3.13: Influencia de la baja resistencia a flexión en la demanda de ductilidad basada en una aproximación igual de desplazamiento. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	119
Figura 3.14: Aproximación bilineal de la relación momento-curvatura de una columna. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	130
Figura 3.15: Deformación inelástica de una columna de puente. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	131
Figura 3.16: Rigidez efectiva de las secciones de concreto reforzado agrietadas (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	133
Figura 3.17: Diagrama de interacción de una columna. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	139
Figura 3.18: Falla por falta de longitud de traslape en la base de la columna. Terremoto de Loma Prieta, 1989. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	141
Figura 3.19: Falla del confinamiento en la parte superior de la columna durante el sismo de San Fernando en 1971. (Tomada de	

- Priestley, Seible y Calvi, 1996) 144
- Figura 3.20: Rótulas plásticas en columnas restringidas por un muro que las conecta en el Puente sobre el Canal Bull Creek Canyon. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996) 145
- Figura 3.21: Falla por flexión y corte en la mitad de la altura de la pila del paso elevado de la ruta 43/2, debido a la terminación prematura del refuerzo longitudinal durante el Terremoto de Kobe. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996) 147
- Figura 3.22: Falla por flexión arriba de la base de las columnas de la autopista Hanshin, debido a la terminación prematura del refuerzo longitudinal y falta de confinamiento durante el sismo de Kobe. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996) 148
- Figura 3.23: Falla frágil por cortante de la columna del separador I-5/I-605, en el Terremoto de Whittier en 1987. ((Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996) 152
- Figura 3.24: Falla a cortante fuera de la región de la articulación plástica en el sismo de San Fernando. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996) 153
- Figura 3.25: Falla por cortante dentro de la región de la articulación plástica en el terremoto de San Fernando. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996) 154
- Figura 3.26: Ejemplos de fallas por cortante en el terremoto de

	Northridge. (a) Columna I-10 de la Autopista en Fairfax/Washington; (b) I-118 Mission/Gothic. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)	155
Figura 4.1:	Ventana principal del programa XTRACT.	173
Figura 4.2:	Menú <i>File</i> para comenzar un nuevo proyecto.	174
Figura 4.3:	Menú <i>Materials</i> para definir los materiales.	174
Figura 4.4:	Menú <i>View</i> presenta las propiedades de cada una de las secciones creadas dentro de un mismo proyecto.	175
Figura 4.5:	Organizador de la información <i>Project Manager</i> .	175
Figura 4.6:	Menú <i>Loading</i> que establece los análisis que se realizarán a la sección.	177
Figura 4.7:	Menú <i>Process</i> para dar paso al análisis y a la creación de los gráficos para mostrar los resultados.	177
Figura 4.8:	Asistente para comenzar un nuevo proyecto - Paso 1	178
Figura 4.9:	Asistente para comenzar un nuevo proyecto a través de la opción <i>Template</i> - Paso 2.	179
Figura 4.10:	Cuadro de diálogo para escoger el tipo de sección desde la opción <i>Templates</i> .	181
Figura 4.11:	Cuadro de diálogo para escoger el tipo de refuerzo transversal en forma de espiral o estribos y su espaciamiento.	181
Figura 4.12:	Cuadro de diálogo para la geometría de la sección.	182

Figura 4.13: Cuadro de diálogo para ingresar los modelos de los materiales correspondientes a la sección.	183
Figura 4.14: Cuadro de diálogo para ingresar los parámetros del Modelo No Confinado de Mander	184
Figura 4.15: Cuadro de diálogo para ingresar los parámetros del Concreto Confinado de Mander.	188
Figura 4.16: Cuadro de diálogo para calcular la resistencia del concreto confinado.	190
Figura 4.17: Cuadro de diálogo para calcular la deformación última del concreto.	191
Figura 4.18: Cuadro de diálogo para ingresar los parámetros que definen el modelo del acero.	193
Figura 4.19: Asistente para comenzar un nuevo proyecto a través de la opción <i>User Defined</i> - Paso 2.	195
Figura 4.20: Asistente para añadir una sección <i>Oblong</i> .	196
Figura 4.21: Sección transversal <i>Oblong</i> .	196
Figura 4.22: Cuadro de diálogo para indicar la geometría de la sección <i>Oblong</i> .	197
Figura 4.23: Cuadro de diálogo para discretizar la sección no confinada.	198
Figura 4.24: Sección <i>Oblong</i> discretizada de concreto no confinado.	199
Figura 4.25: Cuadro de diálogo para agregar el concreto confinado a la sección <i>Oblong</i> .	200

Figura 4.26: Cuadro de diálogo para discretizar la sección confinada.	200
Figura 4.27: Sección <i>Oblong</i> de Concreto Confinado.	201
Figura 4.28: Cuadro de diálogo para generar el refuerzo longitudinal.	202
Figura 4.29: Cuadro de diálogo para generar el refuerzo longitudinal en forma de arco mediante coordenadas.	203
Figura 4.30: Refuerzo longitudinal en el arco izquierdo.	204
Figura 4.31: Refuerzo longitudinal en el lado derecho.	205
Figura 4.32: Asistente para crear un nuevo proyecto en el cuadro de diálogo final - Paso 4.	206
Figura 4.33: Sección circular.	206
Figura 4.34: Sección <i>Oblong</i> .	207
Figura 4.35: Cuadro de diálogo para aplicar la carga del análisis de Interacción Carga Axial-Momento.	208
Figura 4.36: Cuadro de diálogo para aplicar la carga del análisis Momento-Curvatura.	210
Figura 4.37: Cuadro de diálogo para aplicar Flexión Biaxial	210
Figura 4.38: Cuadro de diálogo para aplicar la carga del análisis de Interacción Momento-Momento (Contornos de Carga).	212
Figura 4.39: Resultado del Análisis de Interacción.	213
Figura 4.40: Resultado del Análisis Momento Curvatura.	214
Figura 4.41: <i>Project Manager</i> con acceso al <i>Interactive Output</i>	215
Figura 4.42: <i>Interactive Output</i>	216

Figura 4.43: Gráfico del Diagrama de Interacción.	217
Figura 4.44: Ventana de los resultados de los análisis con el Project Output.	218
Figura 4.45: Reporte del Análisis Momento-Curvatura.	220
Figura 5.1: Diagrama de Interacción Columna Circular 800 mm con recubrimiento de 50 mm, $f_c = 28$ MPa y $f_y = 415$ MPa	222
Figura 5.2: Diagrama de Interacción Columna Circular 1000 mm con recubrimiento de 50 mm $f_c = 28$ MPa y $f_y = 415$ MPa	223
Figura 5.3: Diagrama de Interacción Columna Circular 1200 mm con recubrimiento de 50 mm $f_c = 28$ MPa y $f_y = 415$ MPa	224
Figura 5.4: Diagrama de Interacción Columna Circular 1500 mm con recubrimiento de 50 mm $f_c = 28$ MPa y $f_y = 415$ MPa	225
Figura 5.5: Diagrama de Interacción Columna Circular 2000 mm con recubrimiento de 50 mm $f_c = 28$ MPa y $f_y = 415$ MPa	226
Figura 5.6: Diagrama de Interacción Columna Circular 800 mm con recubrimiento de 50 mm $f_c = 32$ MPa y $f_y = 415$ MPa	227

- Figura 5.7: Diagrama de Interacción  
Columna Circular 1000 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 228
- Figura 5.8: Diagrama de Interacción  
Columna Circular 1200 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 229
- Figura 5.9: Diagrama de Interacción  
Columna Circular 1500 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 230
- Figura 5.10: Diagrama de Interacción  
Columna Circular 2000 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 231
- Figura 5.11: Diagrama de Interacción  
Columna Circular 800 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 232
- Figura 5.12: Diagrama de Interacción  
Columna Circular 1000 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 233
- Figura 5.13: Diagrama de Interacción  
Columna Circular 1200 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 234
- Figura 5.14: Diagrama de Interacción



Columna Circular 1500 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	235
Figura 5.15: Diagrama de Interacción	
Columna Circular 2000 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	236
Figura 5.16: Diagrama de Interacción alrededor de X	
Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	237
Figura 5.17: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	238
Figura 5.18: Diagrama de Interacción alrededor de X	
Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	239
Figura 5.19: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	240
Figura 5.20: Diagrama de Interacción alrededor de X	
Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	241
Figura 5.21: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm	

$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	242
Figura 5.22: Diagrama de Interacción alrededor de X Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	243
Figura 5.23: Diagrama de Interacción alrededor de Y Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	244
Figura 5.24: Diagrama de Interacción alrededor de X Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	245
Figura 5.25: Diagrama de Interacción alrededor de Y Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	246
Figura 5.26: Diagrama de Interacción alrededor de X Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	247
Figura 5.27: Diagrama de Interacción alrededor de Y Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	248
Figura 5.28: Diagrama de Interacción alrededor de X Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	249

Figura 5.29: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28$ MPa y $f_y = 415$ MPa	250
Figura 5.30: Diagrama de Interacción alrededor de X	
Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28$ MPa y $f_y = 415$ MPa	251
Figura 5.31: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 28$ MPa y $f_y = 415$ MPa	252
Figura 5.32: Diagrama de Interacción alrededor de X	
Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 32$ MPa y $f_y = 415$ MPa	253
Figura 5.33: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 32$ MPa y $f_y = 415$ MPa	254
Figura 5.34: Diagrama de Interacción alrededor de X	
Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 32$ MPa y $f_y = 415$ MPa	255
Figura 5.35: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 32$ MPa y $f_y = 415$ MPa	256
Figura 5.36: Diagrama de Interacción alrededor de X	

- Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 257
- Figura 5.37: Diagrama de Interacción alrededor de Y
- Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 258
- Figura 5.38: Diagrama de Interacción alrededor de X
- Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 259
- Figura 5.39: Diagrama de Interacción alrededor de Y
- Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 260
- Figura 5.40: Diagrama de Interacción alrededor de X
- Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 261
- Figura 5.41: Diagrama de Interacción alrededor de Y
- Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 262
- Figura 5.42: Diagrama de Interacción alrededor de X
- Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 263
- Figura 5.43: Diagrama de Interacción alrededor de Y
- Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$f_c = 32 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	264
Figura 5.44: Diagrama de Interacción alrededor de X Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 32 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	265
Figura 5.45: Diagrama de Interacción alrededor de Y Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 32 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	266
Figura 5.46: Diagrama de Interacción alrededor de X Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 32 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	267
Figura 5.47: Diagrama de Interacción alrededor de Y Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 32 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	268
Figura 5.48: Diagrama de Interacción alrededor de X Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	269
Figura 5.49: Diagrama de Interacción alrededor de Y Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	270
Figura 5.50: Diagrama de Interacción alrededor de X Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	271

- Figura 5.51: Diagrama de Interacción alrededor de Y  
Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 272
- Figura 5.52: Diagrama de Interacción alrededor de X  
Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 273
- Figura 5.53: Diagrama de Interacción alrededor de Y  
Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 274
- Figura 5.54: Diagrama de Interacción alrededor de X  
Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 275
- Figura 5.55: Diagrama de Interacción alrededor de Y  
Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 276
- Figura 5.56: Diagrama de Interacción alrededor de X  
Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 277
- Figura 5.57: Diagrama de Interacción alrededor de Y  
Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm  
 $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 278
- Figura 5.58: Diagrama de Interacción alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	279
Figura 5.59: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	280
Figura 5.60: Diagrama de Interacción alrededor de X	
Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	281
Figura 5.61: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	282
Figura 5.62: Diagrama de Interacción alrededor de X	
Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	283
Figura 5.63: Diagrama de Interacción alrededor de Y	
Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm	
$f_c = 35 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	284
Figura 5.64: Relación Momento - Curvatura	
Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm	
$\rho = 1.00\%$ $f_c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 415 \text{ MPa}$	286
Figura 5.65: Relación Momento - Curvatura	
Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm	

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 286

Figura 5.66: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 287

Figura 5.67: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.56\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 287

Figura 5.68: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.24\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 288

Figura 5.69: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.65\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 288

Figura 5.70: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 4.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 289

Figura 5.71: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.06\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 290

Figura 5.72: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm



$\rho = 1.57\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 290

Figura 5.73: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.05\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 291

Figura 5.74: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.59\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 291

Figura 5.75: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.20\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 292

Figura 5.76: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.48\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 292

Figura 5.77: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 4.10\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 293

Figura 5.78: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.04\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 294

Figura 5.79: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 294

Figura 5.80: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.98\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 295

Figura 5.81: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.52\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 295

Figura 5.82: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.99\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 296

Figura 5.83: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.60\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 296

Figura 5.84: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 4.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 297

Figura 5.85: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 298

Figura 5.86: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 298

Figura 5.87: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.99\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 299

Figura 5.88: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.55\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 299

Figura 5.89: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 300

Figura 5.90: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.56\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 300

Figura 5.91: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.98\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 301

Figura 5.92: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 302

Figura 5.93: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.52\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 302

Figura 5.94: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.01\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 303

Figura 5.95: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.56\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 303

Figura 5.96: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.04\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 304

Figura 5.97: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.52\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 304

Figura 5.98: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 305

Figura 5.99: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 305

Figura 5.100: Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 306

Figura 5.101:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.56\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 306

Figura 5.102:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.24\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 307

Figura 5.103:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.65\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 307

Figura 5.104:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 4.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 308

Figura 5.105:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.06\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 309

Figura 5.106:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.57\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 309

Figura 5.107:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 310

Figura 5.108:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.59\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 310

Figura 5.109:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.20\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 311

Figura 5.110:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.48\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 311

Figura 5.111:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 4.10\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 312

Figura 5.112:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.04\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 313

Figura 5.113:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 313

Figura 5.114:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.98\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 314

Figura 5.115:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.52\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 314

Figura 5.116:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.99\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 315

Figura 5.117:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.60\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 315

Figura 5.118:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 4.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 316

Figura 5.119:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 317

Figura 5.120:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 317

Figura 5.121:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.99\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 318

Figura 5.122:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.55\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 318

Figura 5.123:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 319

Figura 5.124:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.56\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 319

Figura 5.125:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.98\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 320

Figura 5.126:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 320

Figura 5.127:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.52\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 321

Figura 5.128:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm



$$\rho = 2.01\% \quad f_c = 32 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 321$$

Figura 5.129:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 2.56\% \quad f_c = 32 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 322$$

Figura 5.130:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 3.04\% \quad f_c = 32 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 322$$

Figura 5.131:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 3.52\% \quad f_c = 32 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 323$$

Figura 5.132:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 1.00\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 324$$

Figura 5.133:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 1.56\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 324$$

Figura 5.134:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 1.96\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 325$$

Figura 5.135:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 2.56\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 325$$

Figura 5.136:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 3.24\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 326$$

Figura 5.137:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 3.65\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 326$$

Figura 5.138:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 4.00\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 327$$

Figura 5.139:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 1.06\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 328$$

Figura 5.140:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 1.57\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 328$$

Figura 5.141:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$$\rho = 2.05\% \quad f_c = 35 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad f_y = 415 \text{ MPa} \quad 329$$

Figura 5.142:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.59\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 329

Figura 5.143:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.20\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 330

Figura 5.144:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.48\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 330

Figura 5.145:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 4.10\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 331

Figura 5.146:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.04\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 332

Figura 5.147:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 332

Figura 5.148:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.98\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 333

Figura 5.149:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.52\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 333

Figura 5.150:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.99\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 334

Figura 5.151:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.60\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 334

Figura 5.152:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 4.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 335

Figura 5.153:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 336

Figura 5.154:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 336

Figura 5.155:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.99\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 337

Figura 5.156:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.55\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 337

Figura 5.157:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 338

Figura 5.158:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.56\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 338

Figura 5.159:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.98\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 339

Figura 5.160:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 340

Figura 5.161:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.52\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 340

Figura 5.162:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.01\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 341

Figura 5.163:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.56\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 341

Figura 5.164:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.04\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 342

Figura 5.165:Relación Momento - Curvatura

Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 3.52\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 342

Figura 5.166:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.04\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 343

Figura 5.167:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.04\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 343

Figura 5.168:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 344

Figura 5.169:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 344

Figura 5.170:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 345

Figura 5.171:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 345

Figura 5.172:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.66\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 346

Figura 5.173:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.66\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 346

Figura 5.174:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 347

Figura 5.175:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 347

Figura 5.176:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 348

Figura 5.177:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 348

Figura 5.178:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.06\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 349

Figura 5.179:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.06\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 349

Figura 5.180:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.54\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 350

Figura 5.181:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.54\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 350

Figura 5.182:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.03\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 351

Figura 5.183:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.03\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 351

Figura 5.184:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm



$\rho = 1.55\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 352

Figura 5.185:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.55\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 352

Figura 5.186:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 353

Figura 5.187:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 353

Figura 5.188:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.59\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 354

Figura 5.189:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.59\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 354

Figura 5.190:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 355

Figura 5.191:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 355

Figura 5.192:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 356

Figura 5.193:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 356

Figura 5.194:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.04\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 357

Figura 5.195:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.04\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 357

Figura 5.196:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.44\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 358

Figura 5.197:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.44\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 358

Figura 5.198:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 359

Figura 5.199:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 359

Figura 5.200:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 360

Figura 5.201:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 360

Figura 5.202:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.08\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 361

Figura 5.203:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.08\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 361

Figura 5.204:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.43\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 362

Figura 5.205:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.43\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 362

Figura 5.206:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 363

Figura 5.207:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 363

Figura 5.208:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 364

Figura 5.209:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 364

Figura 5.210:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 365

Figura 5.211:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 365

Figura 5.212:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 366

Figura 5.213:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 366

Figura 5.214:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 367

Figura 5.215:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 367

Figura 5.216:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 368

Figura 5.217:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 368

Figura 5.218:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 369

Figura 5.219:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 369

Figura 5.220:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.53\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 370

Figura 5.221:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.53\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 370

Figura 5.222:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.99\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 371

Figura 5.223:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.99\%$   $f_c = 28$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 371

Figura 5.224:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.04\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 372

Figura 5.225:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.04\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 372

Figura 5.226:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 373

Figura 5.227:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 373

Figura 5.228:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 374

Figura 5.229:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 374

Figura 5.230:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.66\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 375

Figura 5.231:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.66\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 375

Figura 5.232:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 376

Figura 5.233:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 376

Figura 5.234:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 377

Figura 5.235:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 377

Figura 5.236:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.06\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 378

Figura 5.237:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.06\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 378

Figura 5.238:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.54\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 379

Figura 5.239:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.54\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 379

Figura 5.240:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm



$\rho = 1.03\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 380

Figura 5.241:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.03\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 380

Figura 5.242:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.55\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 381

Figura 5.243:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.55\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 381

Figura 5.244:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 382

Figura 5.245:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 382

Figura 5.246:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.59\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 383

Figura 5.247:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.59\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 383

Figura 5.248:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 384

Figura 5.249:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 384

Figura 5.250:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 385

Figura 5.251:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 385

Figura 5.252:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.04\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 386

Figura 5.253:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.04\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 386

Figura 5.254:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.44\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 387

Figura 5.255:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.44\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 387

Figura 5.256:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 388

Figura 5.257:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 388

Figura 5.258:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 389

Figura 5.259:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 389

Figura 5.260:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.08\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 390

Figura 5.261:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.08\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 390

Figura 5.262:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.43\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 391

Figura 5.263:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.43\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 391

Figura 5.264:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 392

Figura 5.265:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 392

Figura 5.266:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 393

Figura 5.267:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 393

Figura 5.268:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 394

Figura 5.269:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 394

Figura 5.270:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 395

Figura 5.271:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 395

Figura 5.272:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 396

Figura 5.273:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 396

Figura 5.274:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 397

Figura 5.275:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 397

Figura 5.276:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 398

Figura 5.277:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 398

Figura 5.278:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.53\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 399

Figura 5.279:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.53\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 399

Figura 5.280:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.99\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 400

Figura 5.281:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.99\%$   $f_c = 32$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 400

Figura 5.282:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.04\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 401

Figura 5.283:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.04\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 401

Figura 5.284:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 402

Figura 5.285:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 402

Figura 5.286:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 403

Figura 5.287:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 403

Figura 5.288:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.66\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 404

Figura 5.289:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.66\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 404

Figura 5.290:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 405

Figura 5.291:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.05\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 405

Figura 5.292:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 406

Figura 5.293:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 406

Figura 5.294:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.06\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 407

Figura 5.295:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.06\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 407

Figura 5.296:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm



$\rho = 2.54\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 408

Figura 5.297:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.54\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 408

Figura 5.298:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.03\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 409

Figura 5.299:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.03\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 409

Figura 5.300:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.55\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 410

Figura 5.301:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.55\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 410

Figura 5.302:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 411

Figura 5.303:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.96\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 411

Figura 5.304:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.59\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 412

Figura 5.305:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.59\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 412

Figura 5.306:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 413

Figura 5.307:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 413

Figura 5.308:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 414

Figura 5.309:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 414

Figura 5.310:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.04\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 415

Figura 5.311:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.04\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 415

Figura 5.312:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.44\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 416

Figura 5.313:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.44\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 416

Figura 5.314:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 417

Figura 5.315:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 417

Figura 5.316:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 418

Figura 5.317:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.50\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 418

Figura 5.318:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.08\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 419

Figura 5.319:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.08\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 419

Figura 5.320:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.43\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 420

Figura 5.321:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.43\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 420

Figura 5.322:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 421

Figura 5.323:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.02\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 421

Figura 5.324:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 422

Figura 5.325:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.54\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 422

Figura 5.326:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 423

Figura 5.327:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 423

Figura 5.328:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 424

Figura 5.329:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 424

Figura 5.330:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 425

Figura 5.331:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.56\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 425

Figura 5.332:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 426

Figura 5.333:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 2.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 426

Figura 5.334:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 427

Figura 5.335:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.00\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 427

Figura 5.336:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.53\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 428

Figura 5.337:Relación Momento - Curvatura alrededor de Y

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.53\%$   $f_c = 35$  MPa y  $f_y = 415$  MPa 428

Figura 5.338:Relación Momento - Curvatura alrededor de X

Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

$\rho = 1.99\%$ $f_c = 35$ MPa y $f_y = 415$ MPa	429
Figura 5.339: Relación Momento - Curvatura alrededor de Y Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm $\rho = 1.99\%$ $f_c = 35$ MPa y $f_y = 415$ MPa	429
Figura 5.340: Elevación del Puente Tipo.	433
Figura 5.341: Planta del Puente Tipo.	433
Figura 5.342: Subestructura del Puente Tipo (Pórtico 1).	434
Figura 5.343: Superestructura del Puente Tipo.	434
Figura 5.344: Sección de la Viga I postensada.	435
Figura 5.345: Sección de la columna circular.	436
Figura 5.346: Sección de la Viga Cabezal tipo T.	436
Figura 5.347: Espectro de respuesta elástico.	439
Figura 5.348: Carga de barandas uniformemente repartida en las vigas exteriores del puente.	441
Figura 5.349: Carga de asfalto uniformemente distribuida en toda el área de la losa.	441
Figura 5.350: Modelo Estructural del Puente Tipo.	442
Figura 5.351: Comportamiento elástico e inelástico de una columna.	445
Figura 5.352: Relación Cortante-Desplazamiento.	446
Figura 5.353: Diagrama de Interacción.	449
Figura 5.354: Relación Momento-Curvatura.	450
Figura 5.355: Comportamiento inelástico de las columnas en el	

sentido transversal.



# CAPÍTULO 1

## 1. Introducción

### 1.1. Generalidades

Hace casi tres décadas debido a la gran cantidad de sismos y los severos daños que éstos habían causado a diferentes tipos de estructuras se concluyó que era necesario tomar medidas urgentes para contrarrestar el riesgo sísmico que estaba aumentando. De ahí que surgió la investigación de filosofías de diseño sísmico y dentro de éstas, métodos de diseño

sismorresistente basados en desplazamientos y no solo en fuerzas como aquellos tradicionales.

Si bien es cierto que los puentes son estructuras simples, éstos causan especial atención en los ingenieros porque son obras que han sufrido gran cantidad de daño e incluso han colapsado durante eventos sísmicos como producto del bajo grado de redundancia que poseen en comparación con aquella inherente a los sistemas estructurales de los edificios. Aunque parezca una ventaja, su simplicidad en lugar de conducir a una mayor confianza en la predicción de la respuesta sísmica, resulta en una mayor sensibilidad a errores de diseño.

A lo largo de los últimos 30 años, se han podido identificar tres deficiencias básicas en el diseño que tienden a ser consecuencia directa del uso de la filosofía de diseño elástico, la misma que se mantuvo para el diseño sísmico de puentes hasta antes de 1970 y en algunos países hasta la actualidad:

1. Los desplazamientos, provocados por la acción sísmica, y basados en los niveles de fuerza lateral, fueron seriamente subestimados y agravados debido a que su cálculo se

realizó usando las rigideces de miembros de sección gruesa en lugar de rigideces de secciones agrietadas, lo cual resultó en valores inferiores a los desplazamientos esperados.

2. Debido a que las fuerzas sísmicas adoptadas eran muy bajas, la relación entre la carga de gravedad y la fuerza del sismo era también incorrecta, por lo tanto, los momentos obtenidos de la combinación de la fuerza de gravedad más la fuerza sísmica no solo eran bajos sino que tenían una forma errónea. Los puntos de inflexión podían estar mal colocados dando como resultado una prematura terminación del refuerzo. La localización y las magnitudes de los momentos en secciones críticas también podían estar incorrectos y en algunos casos, cuando la carga de gravedad y las fuerzas sísmicas provocaban momentos de signo contrario al supuesto, el momento final de diseño tenía el signo incorrecto debido al dominio de la carga de gravedad.

La figura 1.1 presenta un ejemplo, en la que se ilustran los momentos en un pórtico de dos columnas de un puente

bajo una carga muerta  $D$  (Figura 1.1a) y una fuerza sísmica transversal  $E$  (Figura 1.1b). Cuando se considera el nivel de fuerza sísmica transversal correspondiente a la hipótesis de diseño elástico es considerado, los momentos resultantes de la acción combinada de  $D+E$  se muestran en la figura 1.1c con la curva sólida. Debido a que los niveles de esfuerzo en los materiales para el diseño sísmico elástico estuvieron muy por debajo de la fluencia, se pueden soportar fuerzas laterales superiores antes de que los elementos alcancen sus resistencias. Con el incremento de los niveles de fuerza sísmica lateral  $E$ , correspondientes al desarrollo de esfuerzos de flexión en el punto  $A$  del elemento crítico, se obtiene la distribución de momentos con líneas punteadas de la figura 1.1c. Ante el aumento de la fuerza lateral, el punto de inflexión  $B$ , obtenido de la combinación elástica de la fuerza, pasó a  $C$ . Así, si el refuerzo negativo de la viga cabezal se termina, según la distribución elástica de momentos, se podría generar una falla prematura a cierta distancia del punto  $A$ .

En el otro extremo de la viga cabezal (punto  $D$ ), la distribución elástica de momentos ( $D+E$ ), basada en la

fuerza sísmica de inercia reducida, predice un pequeño momento negativo residual, por lo tanto, la región de la articulación solo podría llevar refuerzo para momento positivo nominal. Sin embargo, con niveles de fuerza lateral suficientes para desarrollar la capacidad a momento negativo en A, la curva punteada de D+E de la figura 1.1c indica que un momento positivo de magnitud considerable se desarrolla en D. Nuevamente, los detalles de refuerzo y anclaje, basados en la distribución elástica de momentos, son los posibles causantes de la falla prematura.

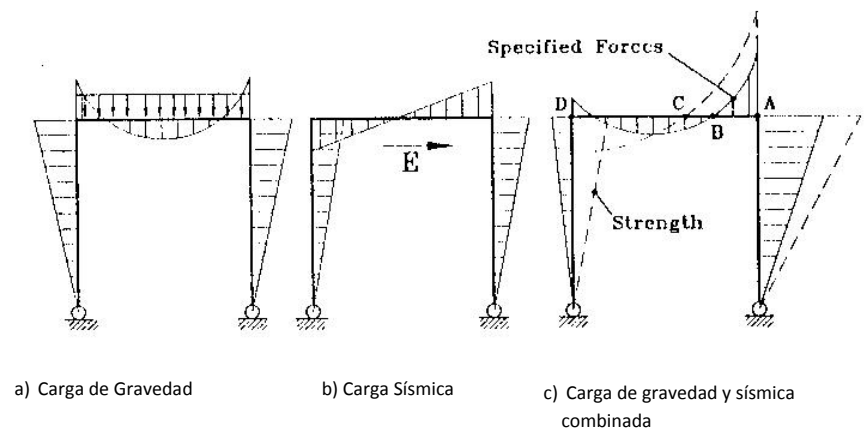


Figura 1.1: Distribución elástica de momentos (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

3. El comportamiento inelástico estructural y los conceptos asociados de ductilidad y diseño por capacidad son

cruciales para la supervivencia de sistemas inelásticos bajo respuestas sísmicas severas, pero éstas no fueron consideradas en el proceso de diseño elástico. Por lo tanto, la localización de potenciales rótulas no tenían el detallamiento necesario para soportar grandes deformaciones inelásticas sin disminución de resistencia y la resistencia a cortante de los miembros no fue superior que la resistencia a flexión para evitar la posibilidad de falla por cortante.

Una consecuencia directa de que los desplazamientos sísmicos sean subestimados fue que el movimiento relativo entre soportes resultó mayor que las longitudes que se proporcionaron a los asientos de las vigas provocando el colapso de tramos enteros en diversos puentes. Además, la separación lateral entre estructuras adyacentes fue inadecuada; provocando golpeteo.

Han existido muchos ejemplos de fallas de puentes causadas por el movimiento relativo de los tramos en la dirección longitudinal dando como resultado la pérdida de apoyo en las articulaciones de movimiento sin restricciones, éste ha sido un

problema particular en puentes de varios tramos con grandes columnas. Otro problema se genera cuando los puentes son construidos en suelos blandos o propensos a licuefacción, ya que éstos producen amplificación de la respuesta estructural dinámica, incrementando la posibilidad de colapso por falta de asiento de las vigas. Por último, los desplazamientos sísmicos subestimados podrían generar que la separación provista entre estructuras adyacentes no sea la adecuada produciéndose daños por golpeteo. Este problema se da principalmente por la diferencia de alturas en las estructuras provocándose impactos entre la superestructura de la una con la o las columnas de la otra.

Frente a la respuesta de los suelos blandos y a su insuficiente consolidación, el deslizamiento y rotación de los estribos también ha sido un problema generalizado en los terremotos recientes. El impacto del puente con el estribo puede generar presiones pasivas altas, las mismas que inducen al impacto de la superestructura o a un incremento adicional de presiones laterales a niveles debajo del punto de la losa.

Así como se producen defectos por desplazamientos sísmicos, deslizamientos de los estribos y golpeteo, existen las fallas en las vigas cabezales, juntas, zapatas y columnas. Estas últimas, son precisamente el objetivo de investigación de esta tesis debido a su vital importancia en las estructuras. En una estructura, las fallas de vigas afectarán solamente a una región de la misma, pero si falla una columna lo más probable es que ocurra el colapso de la estructura completa y eso lo corroboran los factores del ACI y AASHTO que al ser menores denotan que el diseño de columnas es más conservador que el de vigas. Además de los factores de reducción de capacidad, con el fin de compensar excentricidades accidentales, se establece una limitación adicional de 0.85 o 0.80 veces la resistencia de diseño de columnas reforzadas con espirales o estribos respectivamente.

Las columnas son elementos sometidos a compresión axial, pero en la realidad es improbable que haya elementos cargados concéntricamente debido a que aparte de compresión están sometidas a flexión simultánea. Las columnas son miembros de sistemas estructurales denominados pórticos y resisten en parte los momentos en los apoyos de las vigas,



debido a estos momentos y excentricidades imprevistas en la construcción de las estructuras es que existe la flexión.

Para un mejor diseño de las columnas existen herramientas que ayudan a los ingenieros a prevenir el comportamiento de estos elementos ante un sismo. Los Diagramas de Interacción y las relaciones Momento - Curvatura son curvas que permiten, en el primer caso, definir el momento y la carga de falla de la columna en el intervalo completo de excentricidades desde cero hasta el infinito, y en el segundo, conocer hasta qué punto la sección se comportará satisfactoriamente en el campo inelástico de acuerdo a su curvatura después del agrietamiento, lo cual depende directamente de la cuantía de acero.

## **1.2. Objetivos de la Investigación**

Este proyecto de tesis pretende establecer una continuidad en el estudio de diagramas de interacción y relaciones momento curvatura. En investigaciones pasadas, se analizaron vigas y columnas de edificios, pero en el presente trabajo se aplicará en

columnas de puentes. De ahí que, los objetivos de esta investigación comprenden los siguientes puntos:

- Incentivar la investigación en alumnos de Pregrado a través de la lectura y la búsqueda de nuevas herramientas o software que permitan realizar más estudios y proyectos que contribuyan a la Ingeniería Civil.
- Promover el uso del Software XTRACT v3.0.8 como una herramienta para el análisis de secciones transversales de diferentes formas geométricas de columnas y vigas.
- Analizar los diagramas de interacción obtenidos a través del XTRACT v3.0.8 y establecer ábacos para diferentes tipos de secciones y resistencia del concreto que permitan un diseño más rápido.
- Analizar las relaciones Momento – Curvatura obtenidas a través del XTRACT v3.0.8 y establecer ábacos para diferentes tipos de secciones y resistencia del concreto que permitan un diseño más rápido.
- Estudiar a través de las curvas generadas el posible comportamiento de las columnas de puentes a diseñar en nuestro medio.

- Evaluar el uso de las curvas mencionadas al momento de diseñar una columna de un puente por medio de un ejemplo.

### **1.3. Alcance de la Investigación**

Con el propósito de cumplir cada uno de los objetivos propuestos, la presente tesis tiene el siguiente alcance:

- Elaboración de un Manual para el uso del Programa XTRACT v3.0.8 en el diseño de columnas de puentes.
- Recopilación de los Diagramas de Interacción de columnas típicas de puentes de acuerdo al porcentaje de acero y la resistencia del hormigón.
- Recopilación de las Relaciones Momento-Curvatura de columnas típicas de puentes de acuerdo al porcentaje de acero y la resistencia del hormigón.
- Diseño de una columna de puente y análisis de su comportamiento por medio de las curvas realizadas.

#### **1.4. Organización de la Investigación**

La siguiente investigación ha sido dividida en 5 capítulos (2-6). El capítulo 2 presenta la descripción de las propiedades del concreto reforzado explicando por separado las características del concreto no confinado, concreto confinado y el comportamiento del acero con sus respectivas relaciones Esfuerzo-Deformación.

El capítulo 3 muestra un breve estudio de las columnas de puentes, sus secciones transversales típicas, su comportamiento frente a carga axial y carga axial más flexión utilizando los diagramas de interacción, su desempeño en el rango inelástico a través de las relaciones momento curvatura y los requerimientos de ductilidad y rotación plástica.

El capítulo 4 presenta un manual detallado del programa XTRACT V3.0.8, utilizado en el desarrollo de esta tesis, que sirve como herramienta para crear y definir cualquier tipo de secciones transversales de columnas, cargarlas, realizar los análisis y evaluar su comportamiento de acuerdo a los resultados y gráficos.

El capítulo 5 recopila en orden y por separado cada tipo de curva de acuerdo a su forma, porcentaje de refuerzo y resistencia de hormigón, además presenta un ejemplo de diseño de columna que será analizado y evaluado con ayuda de los ábacos antes mencionados.

Finalmente, el Capítulo 6 presenta las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

### 1.5. Notación

$A_g$  = Área bruta de la sección transversal

$A_s$  = Área de una varilla de acero

$A_{sp}$  = Área del acero de confinamiento

$A_{st}$  = Área total del acero longitudinal en la sección

$C$  = Fuerza de compresión

$c_u$  = Profundidad del eje neutro

$d$  = Diámetro del cilindro

$d_{bl}$  = Diámetro del refuerzo longitudinal

$d_s$  = Diámetro del espiral

- $e$  = Excentricidad de la carga
- $e_b$  = Excentricidad balanceada
- $E_c$  = Módulo de Elasticidad del concreto
- $EI$  = Rigidez a flexión de la sección
- $E_s$  = Módulo de elasticidad del acero
- $E_{sec}$  = Módulo de elasticidad secante del concreto
- $E_t$  = Módulo de Young
- $f'_c$  = Resistencia a la compresión del concreto
- $f'_{cc}$  = Resistencia a la compresión del concreto confinado inferior a  $f'_c$
- $f'_{ce}$  = Resistencia a la compresión de diseño para el concreto confinado en la articulación plástica
- $f'_l$  = Presión lateral efectiva del concreto provista por el acero de confinamiento.
- $f'_t$  = Resistencia a la tensión del concreto
- $f_a$  = Coeficiente de flexibilidad adicional
- $f_c$  = Esfuerzo en el concreto
- $f_l$  = Presión máxima lateral efectiva
- $f_r$  = Esfuerzo de ruptura
- $f_s$  = Esfuerzo en el acero
- $f_s$  = Esfuerzos en las varillas de acero
- $f_{su}$  = Esfuerzo último del acero

- $f_{sy}$  = Esfuerzo de fluencia del acero.
- $f_t$  = Esfuerzo de tensión en el concreto
- $F_y$  = Fuerza de fluencia
- $f_{ye}$  = Resistencia a la fluencia de diseño para el refuerzo longitudinal en la articulación plástica
- $f_{yh}$  = Esfuerzo de fluencia del acero de confinamiento
- $h$  = Altura del cilindro
- $H$  = Altura
- $h_f$  = espesor de la zapata
- $I$  = Momento de Inercia de la sección
- $I_b$  = Momento de inercia de la viga
- $I_c$  = Momento de inercia de la columna
- $I_c$  = Inercia efectiva de la sección agrietada
- $I_f$  = Segundo momento del área de contacto entre el cabezal y el suelo.
- $kd$  = Profundidad del eje neutro
- $k_e$  = Coeficiente que mide la efectividad del confinamiento
- $K_f$  = Rigidez rotacional de la zapata
- $K_f$  = Rigidez rotacional de la cimentación
- $Kl$  = Longitud real de la columna
- $k_s$  = Coeficiente de reacción del suelo
- $L$  = Longitud

$L_p$	= Longitud efectiva de la articulación plástica
$M$	= Momento flexionante
$M_0$	= Momento flector de una columna cuando $P=0$
$M_b$	= Momento balanceado
$M_f$	= Momento en la zapata
$M_n$	= Momento Nominal a flexión
$M^\circ$	= Momento de sobrerresistencia de la articulación plástica
$M_r$	= Momento flector requerido
$M_t$	= Momento de volteo
$M_u$	= Capacidad de momento último
$P$	= Carga Axial
$P_0$	= Carga axial de una columna a excentricidad 0
$P_b$	= Carga Axial balanceada
$P_c$	= Carga crítica
$P_n$	= Carga Nominal
$R$	= Radio de curvatura
$s$	= Paso de la hélice
$S$	= Fuerzas de acero
$S^\circ$	= Acción correspondiente a $M^\circ$
$S_r$	= Resistencia requerida
$S_r$	= Resistencia Nominal
$w$	= Peso unitario del hormigón



- $Z$  = Módulo de sección de la sección transversal
- $\alpha$  = Factor del esfuerzo medio
- $\Delta$  = Excentricidad adicional debida a la deflexión
- $\Delta'_y$  = Desplazamiento cedente incrementado
- $\Delta_a$  = Contribución al desplazamiento cedente de mecanismos que no sean la flexión de la columna
- $\Delta_b$  = Deflexión por cortante del neopreno
- $\Delta_c$  = Capacidad de desplazamiento en el estado límite
- $\Delta_f$  = Deformación de la zapata
- $\Delta_p$  = Desplazamiento plástico
- $\Delta_t$  = Deformación traslacional
- $\Delta_y$  = Desplazamiento cedente
- $\varepsilon_c$  = Deformación del concreto
- $\varepsilon_{cc}$  = Deformación del concreto en  $f'_{cc}$
- $\varepsilon_{cu}$  = Deformación última por compresión
- $\varepsilon_s$  = Deformación del acero
- $\varepsilon_{sh}$  = Deformación del acero en el inicio del endurecimiento por deformación
- $\varepsilon_{su}$  = Deformación última del acero
- $\varepsilon_{sy}$  = Deformación de fluencia del acero

- $\phi$  = Curvatura
- $\phi_f$  = Factor de reducción de resistencia a flexión
- $\phi^{\circ}$  = Factor de protección de capacidad
- $\phi_p$  = Curvatura plástica
- $\phi_s$  = Factor de reducción de resistencia por la acción de S o  
por cortante
- $\phi_u$  = Curvatura última
- $\phi_y$  = Curvatura de cedencia
- $\gamma$  = Factor del centroide
- $\rho_{cc}$  = Cuantía de acero principal en la columna
- $\rho_l$  = Cuantía de refuerzo longitudinal
- $\rho_s$  = Cuantía volumétrica de acero de refuerzo transversal
- $\rho_x$  = Cuantía de acero transversal en la dirección de X
- $\rho_y$  = Cuantía de acero transversal en la dirección de Y
- $\mu_{\Delta}$  = Ductilidad de desplazamiento
- $\mu_{\Delta f}$  = Ductilidad de desplazamiento para la viga cabezal  
**flexible**
- $\mu_{\Delta r}$  = Ductilidad de desplazamiento para la viga cabezal rígida
- $\mu_{\phi}$  = Factor de ductilidad de desplazamiento
- $\theta_f$  = Rotación de la zapata bajo un momento aplicado

$\theta_p$  = Rotación plástica de la articulación plástica

# **CAPÍTULO 2**

## **2. Propiedades del Concreto Reforzado para el Diseño Sísmico**

### **2.1. Propiedades del Concreto**

El concreto reforzado en la actualidad sigue siendo uno de los materiales más usados en la construcción de obras de Ingeniería Civil debido a su versatilidad y economía, es por eso que desde hace mas de tres décadas los ingenieros han desarrollado una serie de investigaciones con el objetivo de

lograr que el concreto reforzado presente un buen comportamiento ante sismos.

El hormigón armado está compuesto por el hormigón simple y el acero de refuerzo. El primero, es un material heterogéneo producto de la mezcla del cemento, agregados y agua que resiste los esfuerzos de compresión y el segundo, está conformado por varillas longitudinales y transversales que le dan a los elementos la resistencia a la tensión que el concreto simple no puede soportar. El hormigón armado posee un comportamiento complejo que ha sido analizado en gran parte por medio de la experimentación en laboratorios y para comprender mejor este comportamiento se estudiarán a continuación las propiedades mecánicas de sus componentes por separado.

### **2.1.1. Concreto No Confinado**

El concreto simple tiene como característica principal ser resistente a la compresión, esto lo hace apropiado para construir elementos sometidos principalmente a este tipo

de esfuerzos, tales como columnas o arcos; sin embargo, es un material relativamente frágil, con una baja resistencia a la tensión en comparación con la resistencia a compresión.

#### **2.1.1.1. Esfuerzo de Compresión**

La resistencia a la compresión se mide a través de especímenes cilíndricos con una relación de altura a diámetro igual a 2. Depende del contenido y tipo de cemento, de la relación agua cemento de la mezcla de diseño, gradación, resistencia y forma del agregado y por último de la edad del concreto.

Los cilindros se curan al vapor a aproximadamente 21°C, generalmente por 28 días, y posteriormente se ensayan en el laboratorio cargándolos longitudinalmente a una tasa lenta de deformación para alcanzar la deformación máxima en 2 o 3 minutos. La

resistencia a la compresión obtenida de tales ensayos se conoce como *resistencia del cilindro*  $f'_c$  y es la principal propiedad especificada para propósitos de diseño. Los esfuerzos en el rango de  $22.5 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 45 \text{ MPa}$  (de 3.25 a 6.5 ksi) son comúnmente usados en el diseño sísmico. Resistencias mayores no son comúnmente adoptadas por el incremento de la fragilidad.

La resistencia a la compresión es casi universalmente definida por la resistencia que alcanzan los cilindros ensayados en los laboratorios a los 28 días; sin embargo, la resistencia real del concreto a los 28 días, en obra, usualmente excede esa resistencia definida en un promedio de 20 a 25% y además continúa ganando resistencia con la edad, por lo tanto, la resistencia real del concreto cuando el sismo ocurre probablemente excederá de manera considerable la resistencia especificada.

Los ensayos realizados en núcleos de concreto, tomados de puentes en California y construidos en los 50's y 60's, han revelado entre 1.5 y 2.7 veces la resistencia especificada. Esto puede ser considerablemente importante en la evaluación sísmica de puentes más viejos y podría ser utilizado en el diseño de nuevos puentes.

En la figura 1.1 se presentan curvas típicas esfuerzo-deformación obtenidas de cilindros de concreto cargados en compresión uniaxial en una prueba desarrollada durante varios minutos. Las curvas son casi lineales hasta aproximadamente un medio de la resistencia a la compresión  $f'_c$ . Para los concretos de alta resistencia el pico de la curva es más agudo en tanto que, para los de baja resistencia es casi una planicie. Es importante mencionar que mientras mayor sea la resistencia a la compresión,  $f'_c$ , la deformación asociada,  $\epsilon_c$ , disminuye y en el esfuerzo máximo, es



aproximadamente 0.002. A deformaciones más elevadas, después de alcanzarse el esfuerzo máximo, todavía pueden transmitirse esfuerzos aunque se hacen visibles grietas paralelas a la dirección de la carga en el concreto.

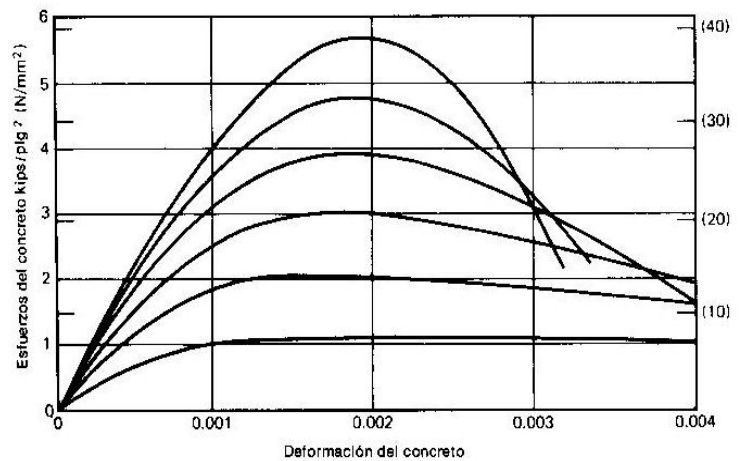


Figura 2.1: Curvas esfuerzo-deformación para cilindros de concreto cargados en compresión.  
(Tomado de Park y Paulay 1997)

#### 2.1.1.2. Módulo de Elasticidad

El módulo de elasticidad,  $E_c$ , usado para el diseño, generalmente está basado en la

medición secante bajo una carga de compresión lentamente aplicada hasta alcanzar un esfuerzo máximo de  $0.5f'_c$ . Las expresiones de diseño relacionan el módulo de elasticidad con la resistencia a la compresión por medio de la siguiente ecuación:

$$E_c = 0.043w^{1.5}\sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \quad (2.1)$$

Donde  $w$  es el peso unitario del hormigón. La ecuación 2.1 es válida para valores entre 1400 y 2500 kg/m<sup>3</sup>. Para hormigones de peso normal,  $E_c$  se define como:

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \quad (2.2)$$

Los estudios han demostrado que la curva esfuerzo-deformación depende de la resistencia del concreto; sin embargo, una aproximación muy usada antes del esfuerzo máximo es una parábola de segundo grado.

La ecuación 2.1 sobrestima los valores promedios de  $E_c$ . A partir de los ensayos realizados a escala real de estructuras, se ha observado que los cilindros dan una estimación baja del módulo de elasticidad “in situ”. De igual forma, la resistencia a compresión del hormigón, tiende a exceder el valor nominal obtenido a los 28 días.

Cuando la carga se aplica con una tasa rápida de deformación aumentan tanto el módulo de elasticidad como la resistencia del concreto. Las cargas repetidas de compresión con elevada intensidad producen un efecto pronunciado de histéresis en la curva esfuerzo-deformación. La figura 2.2 muestra los datos de pruebas obtenidos por Sinha, Gerstle, y Tulin para tasas lentas de deformación.

En las pruebas de carga a largo plazo en concreto no confinado, se encontró que la resistencia a compresión bajo una carga

sostenida equivale aproximadamente al 80% de la resistencia a corto plazo.

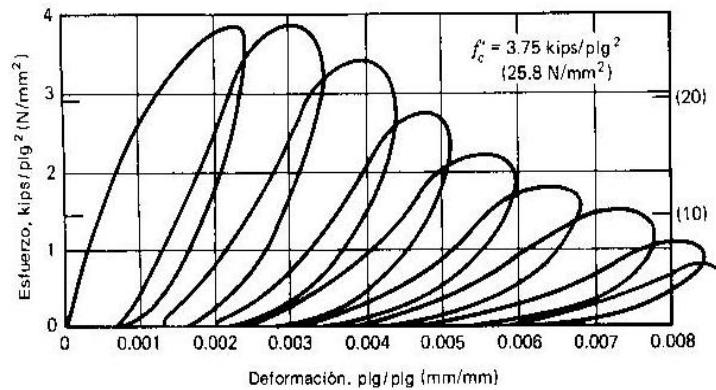


Figura 2.2: Curvas esfuerzo-deformación para cilindros de concreto con carga cíclica de compresión axial repetida de alta densidad. (Tomada de Park y Paulay 1997)

### 2.1.1.3. Esfuerzo de Tensión

La contribución de la resistencia a tensión del concreto a la resistencia confiable de los miembros bajo acción sísmica es ignorada por su naturaleza variable y la posible influencia de la contracción o movimiento inducido por el

agrietamiento. Sin embargo; es necesario estimar la tensión del miembro o su comportamiento a flexión en el comienzo del agrietamiento para asegurar en ciertos casos que la capacidad de la sección reforzada no sea excedida. Para este propósito, pueden asumirse valores altamente conservadores para la resistencia a la tensión de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$f'_t = \begin{cases} 0.5\sqrt{f'_c} \text{ MPa} = 6\sqrt{f'_c} \text{ psi} & \text{concreto en tensión directa (2.3 a)} \\ 0.75\sqrt{f'_c} \text{ MPa} = 9\sqrt{f'_c} \text{ psi} & \text{concreto en tensión por flexión (2.3 b)} \end{cases}$$

Debido a la complejidad para lograr la tensión axial, que por lo general es 20% de la resistencia a la compresión o menos; en lugar de la prueba de tensión directa, los especímenes se someten a la prueba brasileña. En la figura 2.3 se muestra esta prueba que mide de manera indirecta la resistencia a tensión del concreto en términos del esfuerzo calculado de tensión a que se rompe un espécimen colocado horizontalmente en una

máquina de prueba y cargado a lo largo de un diámetro. El esfuerzo de ruptura de tensión a través del diámetro se encuentra de la relación  $2P/(\pi hd)$ , en que  $P$  es la carga aplicada durante la ruptura,  $h$  la longitud del cilindro, y  $d$  el diámetro del mismo.

La resistencia a la tensión también puede calcularse a través de pruebas de flexión realizadas en vigas de concreto simple. El módulo de rotura es el esfuerzo de tensión por flexión y se calcula de la fórmula  $M/Z$ , donde  $M$  es el momento flexionante cuando ocurre la falla del espécimen y  $Z$  es el módulo de sección de la sección transversal. Por lo general, la resistencia a tensión de cilindro obtenida en la prueba brasileña es de 50 a 75% del módulo de rotura. La diferencia entre estos dos métodos se debe primordialmente a que la distribución de esfuerzos en el concreto del miembro a flexión no es lineal cuando la falla es inminente.

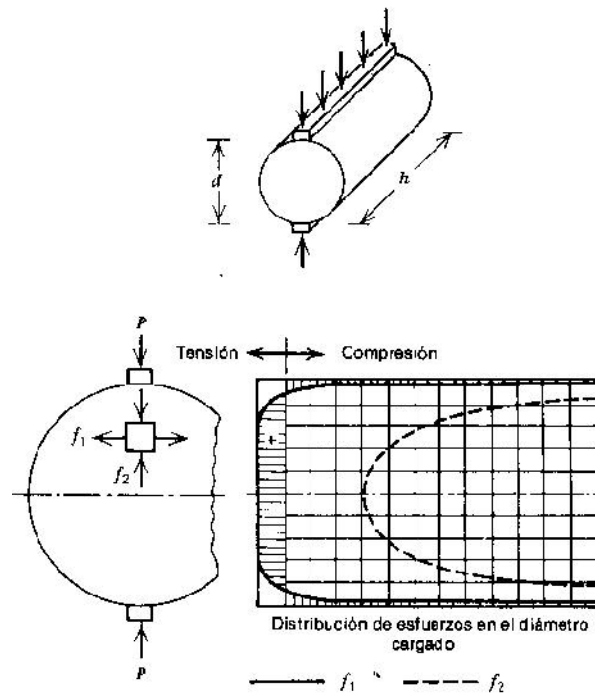


Figura 2.3: Prueba brasileña para la medición de la resistencia a tensión. (Tomado de Park y Paulay, 1997)

### 2.1.2. Concreto Confinado

Como se ha explicado en las secciones anteriores, el concreto es un material muy resistente a la compresión y muy poco resistente a la tensión. De hecho, generalmente se desprecia el concreto a tensión en los

cálculos de resistencia de los miembros de una estructura. Por esta razón es que en la práctica se puede confinar el concreto mediante el uso de refuerzo transversal en forma de hélices o aros de acero espaciados a una cierta distancia.

#### **2.1.2.1. Efecto del confinamiento del acero de refuerzo**

En el diseño de puentes, la ductilidad es normalmente provista por las rótulas plásticas de las columnas. El efecto de la compresión axial en estos miembros es iniciar el desprendimiento del recubrimiento en lugar de pequeños desplazamientos plásticos. A menos que se proporcione un correcto y apropiado refuerzo transversal para confinar el concreto comprimido dentro del núcleo y para prevenir el pandeo del refuerzo longitudinal, la falla probablemente ocurrirá. En conjunto con el refuerzo longitudinal el refuerzo transversal



poco espaciado, que restringe la expansión lateral del concreto que acompaña al comienzo del aplastamiento, mantiene la integridad del núcleo, permite esfuerzos de compresión más altos y lo más importante, la zona a compresión soportará mayores deformaciones por compresión antes de que ocurra la falla.

### ***Confinamiento por espirales o aros***

Debido a su forma, los espirales o aros son sometidos a tensión axial cuando el concreto se expande, por lo tanto, proveen una presión de confinamiento radial y uniforme alrededor de la circunferencia, lo cual se puede apreciar en la Figura 2.4(a). La presión máxima lateral efectiva  $f_l$  que puede ser inducida por el concreto se produce cuando los espirales o aros alcanzan su esfuerzo de fluencia  $f_{yh}$ . De acuerdo con el diagrama de cuerpo libre de la figura 2.4 (b), el equilibrio se logra con la ecuación:

$$f_l = \frac{2f_{yh}A_{sp}}{d_s s} \quad (2.4)$$

Donde  $d_s$  es el diámetro del aro o espiral,  $A_{sp}$  el área de la varilla y  $s$  el paso de la hélice.

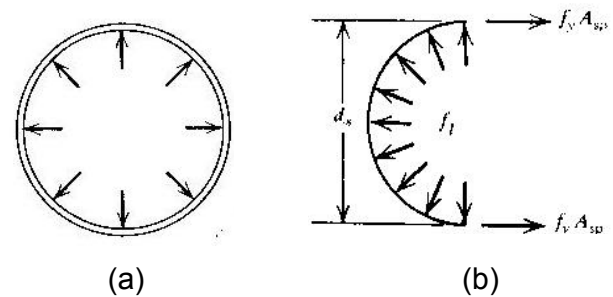


Figura 2.4: Confinamiento del concreto mediante refuerzo helicoidal. (Tomado de Park y Paulay, 1997)

El espaciamiento del acero transversal es un punto que se debe tomar en cuenta, ya que mientras menor sea este habrá un confinamiento más efectivo, como se presenta en la figura 2.5. El confinamiento está definido por el arqueado del concreto entre las varillas transversales y si el espaciado es grande no puede confinarse un gran volumen de concreto,

por lo que éste podría desprenderse. La cuantía y tamaño del refuerzo longitudinal también tienen influencia en el confinamiento ya que las varillas longitudinales generalmente tienen diámetro grande, por lo tanto también pueden confinar el concreto.

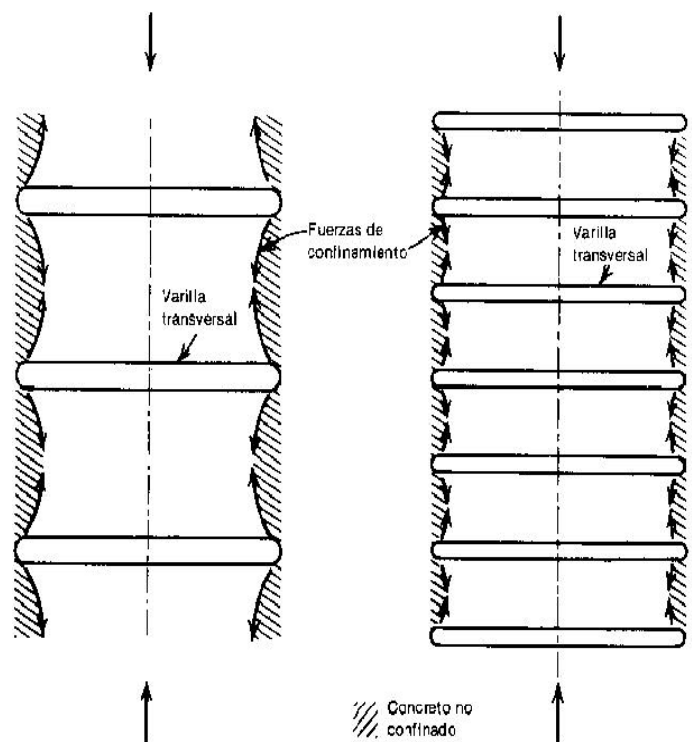


Figura 2.5: Efecto del espaciamiento del acero transversal en la eficiencia del confinamiento. (Tomado de Park y Paulay, 1997)

### ***Confinamiento por estribos rectangulares***

Los estribos rectangulares solo pueden aplicar reacciones de confinamiento cerca de las esquinas, debido a que la presión del concreto contra sus lados tiende a flexionarlos hacia afuera como muestra la figura 2.6 con líneas punteadas. Como consecuencia, una parte considerable de la sección transversal del concreto puede no estar confinada. Debido al arqueado interno, el concreto está confinado efectivamente solo en las esquinas y en la región central de la sección. Se puede concluir que los aros o espirales son más eficientes en el confinamiento del concreto; sin embargo, los estribos cuadrados producen un aumento significativo en la ductilidad y muchos investigadores han observado cierto aumento en la resistencia.

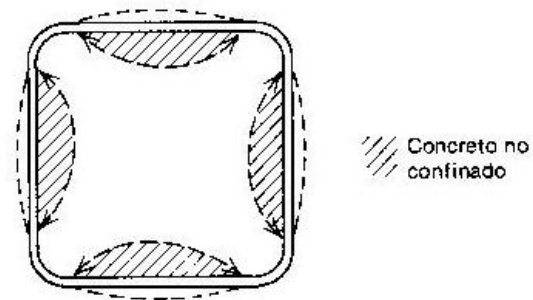


Figura 2.6: Confinamiento por estribos rectangulares. (Tomado de Park y Paulay, 1997)

El confinamiento provisto por los estribos cuadrados o rectangulares puede aumentarse significativamente por medio del uso de vinchas, estribos superpuestos y estribos interiores como se muestra en la Figura 2.7 (b), (c) y (d). La presencia de varillas longitudinales bien distribuidas alrededor del perímetro de la sección, amarradas mediante alambres al refuerzo transversal, también ayuda al confinamiento. El concreto ejerce la fuerza contra la varilla longitudinal y el refuerzo transversal proporciona las reacciones de equilibrio en las varillas longitudinales. Figura 2.7 (e) y (f).

Cuando la sección posee un gran número de varillas longitudinales se requiere una disposición compleja del refuerzo transversal y de las vinchas para evitar el pandeo de las mismas. Debido a que las columnas de puentes son normalmente grandes, necesitan de muchas varillas longitudinales, por lo que las columnas circulares son preferidas antes que las rectangulares, a menos que el refuerzo en las rectangulares este conformado por círculos intersecados.

#### **2.1.2.2. Relaciones Esfuerzo – Deformación**

El objetivo del confinamiento es incrementar la resistencia a la compresión y la deformación última del concreto. Se han desarrollado muchas relaciones esfuerzo-deformación para el concreto confinado y la mayoría de ellas son aplicables a un rango restringido de condiciones, por ejemplo para secciones

circulares o rectangulares. El modelo de Mander se publicó en 1988 y es aplicable para todas las formas de secciones y todos los niveles de confinamiento.

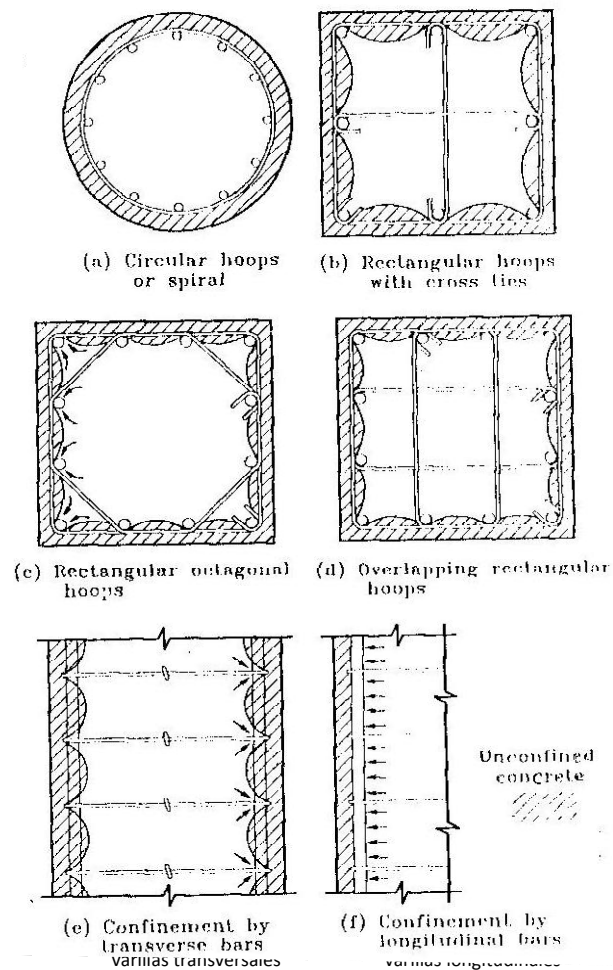


Figura 2.7: Confinamiento de secciones de columna con refuerzo transversal y longitudinal. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

### 2.1.2.2.1. Modelo de Mander

Inicialmente, el Modelo de Mander fue desarrollado para estudiar miembros de hormigón con refuerzo transversal en espiral. Este modelo se basa en el desarrollo de un nivel de confinamiento constante debido a la fluencia en el acero de refuerzo.

El modelo de Mander está definido por la curva de la figura 2.8 y las siguientes ecuaciones:

$$f_c = \frac{f'_{cc} x^r}{r-1+x^r} \quad (2.5)$$

Donde:

$$f'_{cc} = f'_c \left( 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_c}} - \frac{2 f'_l}{f'_c} - 1.254 \right) \quad (2.6)$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.7)$$



$$\varepsilon_{cc} = 0.002 \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right] \quad (2.8)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (2.9)$$

$$E_c = 5000 \sqrt{f'_c} \quad (MPa) \quad (2.10a)$$

$$E_c = 60000 \sqrt{f'_c} \quad (psi) \quad (2.10b)$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.11)$$

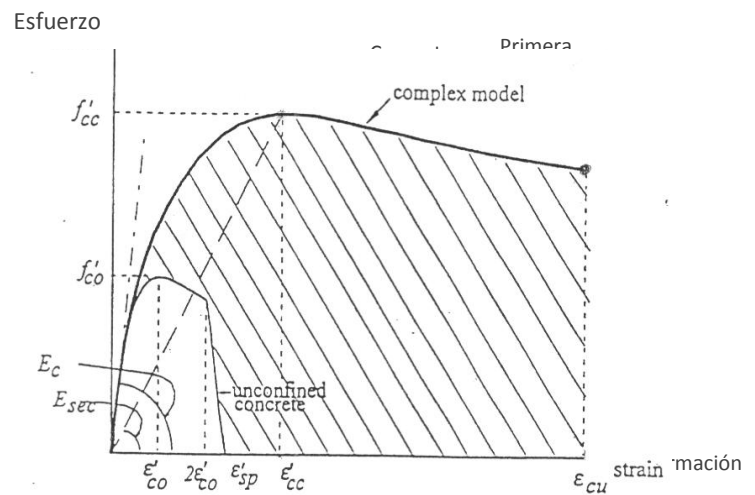


Figura 2.8: Modelo de Mander para el concreto en compresión. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

En las ecuaciones (2.5) a (2.11),  $f'_{cc}$ ,  $\varepsilon_{cc}$  y  $f'_c$  son el esfuerzo del concreto,

la deformación en el esfuerzo pico y el esfuerzo efectivo lateral de confinamiento, respectivamente. Con  $f_l = 0$ , las expresiones (2.5) a (2.11) producen un conjunto de ecuaciones apropiadas para el concreto no confinado.

El esfuerzo lateral efectivo de confinamiento,  $f'_l$ , está relacionado al esfuerzo de confinamiento promedio de las secciones circulares  $f_l$  por medio de la expresión:

$$f'_l = K_e f_l \quad (2.12)$$

Para las secciones rectangulares, con diferentes cuantías de refuerzo transversal  $\rho_x$  y  $\rho_y$  en las direcciones principales, se han desarrollado esfuerzos de confinamiento de

acuerdo con las siguientes relaciones:

$$f'_{lx} = K_e \rho_x f_y \quad (2.13a)$$

$$f'_{ly} = K_e \rho_y f_x \quad (2.13b)$$

En las ecuaciones (2.12) y (2.13),  $K_e$  es un coeficiente de efectividad de confinamiento, que relaciona el área mínima del núcleo efectivamente confinado para el área nominal del núcleo, delimitada por la línea central del aro de confinamiento. Los valores típicos de  $K_e$  son de 0.95 para las secciones circulares, 0.75 para las rectangulares y de 0.60 para las secciones rectangulares de muros.

Para una sección rectangular con esfuerzos efectivos de confinamiento desiguales,  $f'_{lx}$  y  $f'_{ly}$ , el esfuerzo de confinamiento  $f'_{cc}$  puede ser

calculado a través de la relación  $f'_{cc}/f'_c$  que se muestra en la figura 2.9 donde  $f'_{lx} > f'_{ly}$ .

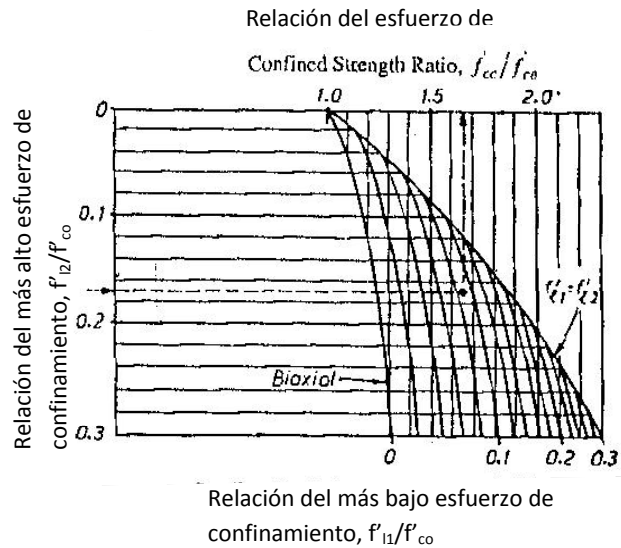


Figura 2.9: Mejoramiento de la resistencia a compresión de secciones rectangulares confinadas relacionadas a los esfuerzos de confinamiento ortogonales. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

El límite que se usa para la deformación por compresión se toma cuando se inicia la fractura del acero

transversal de confinamiento (figura 2.8). Éste podría ser estimado igualando la capacidad de energía por deformación del acero transversal, cuando se está deformando hasta el esfuerzo pico, al incremento en la energía absorbida por el concreto como resultado del confinamiento. Este aumento de energía absorbida se presenta sombreado en la figura 2.8.

Un valor estimado y conservador para la deformación última por compresión está dado por la ecuación:

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4\rho_s f_y \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} \quad (2.14)$$

Donde  $\varepsilon_{su}$  es la deformación del acero en el esfuerzo máximo de tensión y  $\rho_s = 4A_{sp}/d_s s$  es la relación

volumétrica del acero de confinamiento. Para las secciones rectangulares  $\rho_s = \rho_x + \rho_y$ . Los valores típicos para  $\varepsilon_{cu}$  van desde 0.012 a 0.05, un incremento de 4 a 6 veces sobre el valor normalmente asumido para el concreto no confinado. La ecuación (2.14) ha sido formulada a partir de secciones confinadas bajo carga axial. Cuando se trata de estimar la deformación última por compresión en secciones sujetas a flexión o a compresión combinada con flexión, la ecuación (2.14) tiende a ser conservadora en al menos el 50%.

Además, la ecuación (2.14) ha sido desarrollada basándose en el comportamiento de los elementos a compresión axial en la región central. En algunos casos, la sección crítica

se produce inmediatamente adyacente al miembro de apoyo (zapatas o viga cabezal). La rigidez del miembro de apoyo proporciona confinamiento adicional a la región crítica. Bajo tasas de deformación sísmica, el concreto presenta una pequeña, pero significativa mejora en la resistencia a compresión, a la tensión y en el módulo de elasticidad. Estos efectos pueden generalmente ser ignorados en el diseño y en el análisis, conforme disminuyen bajo cargas repetidas.

#### **2.1.2.2.2. Otros Modelos**

Varios de los modelos disponibles en la actualidad incluyen el efecto de un mecanismo variable de confinamiento y estos pueden clasificarse en dos

grupos principalmente: los modelos orientados al diseño que utilizan formulaciones empíricas expresadas en forma de ecuaciones y los modelos orientados al análisis que usan procedimientos numéricos iterativos para obtener las curvas de esfuerzo-deformación (Lam-Teng, 2001).

El rápido deterioro de las estructuras de hormigón es un problema latente que ha impulsado el desarrollo de nuevos materiales de construcción. Los métodos de refuerzo tradicional que han sido utilizados durante los últimos 20 años tienen una serie de desventajas debido a la corrosión del acero y su elevado costo de manipulación y construcción.



Los avances en la tecnología han permitido desarrollar nuevos materiales, como los compuestos de polímero reforzado con fibra, que superan las propiedades de resistencia y fatiga del acero. Estos materiales han sido usados por las industrias aeroespacial, automotriz, construcción naval, entre otras, pero recientemente ha sido aceptada por la ingeniería civil, que ha comenzado a reconocer sus ventajas debido al gran número de publicaciones y conferencias sobre este tema. En la actualidad varios tipos de materiales FRP son considerados para reparar y reajustar estructuras de hormigón, entre los cuales figuran los polímeros reforzados con fibra de vidrio (GFRP), polímeros reforzados con fibras de carbono (CFRP) y

polímeros reforzados con fibra de aramida (AFRP).

De acuerdo a la clasificación anterior, como modelos orientados al diseño pueden incluirse los propuestos por Saadatmanesh (1994), Parent y Labossiere (1997), Karbharie y Gao (1997), Miyauchi (1997), Becque (2000), Saaman (1998), Saafi (1999), Toutanji (1999), Xiau y Wu (2000), Theriault (2001), Fam (2000), Lang y Teng (2001), De Lorenzis y Tepfers (2003). Por otro lado Spoelstra y Monti (1999), Fam y Rizcalla (2001), Moran y Pantelides (2002), Moran y Pantelides (2005), desarrollaron modelos que pueden ser considerados como modelos orientados al análisis.

La tabla 2.1 incluye las principales ecuaciones para los modelos que pueden ser usados en la predicción del comportamiento del hormigón confinado por tubos de FRP específicamente. A excepción del Modelo de Spoelstra y Monti, los demás son modelos empíricos que usan curvas de ajuste a los datos experimentales para correlacionar el comportamiento esfuerzo versus la deformación con parámetros que son definidos como relevantes.

Tabla 2.1: Modelos de confinamiento para la predicción de la resistencia y la deformación máxima

Referencia	Tipo de Confinamiento	Resistencia Ultima $f_{cc}$	Deformación Axial Ultima $\epsilon_{cc}$
Saaman et al. (1998) *	Tubo de GFRP	$f_{co} + 6.0 \cdot f_l^{0.7}$	$\frac{f_{cc} - 0.872 \cdot f_{co} - 0.371 \cdot f_l - 6.258}{245.61 \cdot f_{co}^{0.2} + 1.3456 \cdot \frac{E_f \cdot t_f}{D}}$
Saafi et al. (1999)**	Tubo de CFRP o GFRP	$f_{co} \left[ 1 + 2.2 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{0.84} \right]$	$\epsilon_{co} \times \left[ 1 + (537 \cdot \epsilon_f + 2.6) \cdot \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right]$
Spoelstra et al. (1999)**	Tubo o Telas de CFRP o GFRP	$f_{co} \left[ 0.2 + 3 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{0.5} \right]$	$\epsilon_{co} \times \left[ 2 + 1.25 \cdot \frac{E_c}{f_{co}} \cdot \epsilon_f \cdot \sqrt{\frac{f_l}{f_{co}}} \right]$
Fam (2000)**	Tubo de GFRP	$\frac{f_{co} \left[ 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f_l}{f_{co}}} - 2 \frac{f_l}{f_{co}} - 1.254 \right] x r}{r - 1 + x'}$	$\epsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right] x$

Notas: \* Unidades SI (presión en MPa). \*\* Unidades Inglesas (presión en psi).

CFRP = Compuesto polimérico con fibras de carbón, de sus siglas en ingles "Carbon fiber reinforced polymer".

GFRP = Compuesto polimérico con fibras de vidrio, de sus siglas en ingles "Glass fiber reinforced polymer".

$f_{co}$  = Resistencia ultima en compresión del hormigón no confinado.

$\epsilon_{co}$  = Deformación ultima del hormigón no confinado.

$E_f$  = Modulo de elasticidad circunferencial del tubo de FRP.

$f_f$  = Resistencia en tensión circunferencial del tubo de FRP.

$f_l$  = Esfuerzo de confinamiento lateral,  $t_f$  = Espesor del tubo FRP,

$D$  = Diámetro del núcleo de hormigón,  $\epsilon_f$  = Deformación ultima en el tubo de FRP.

$x$  = Relación entre la deformación axial ultima y la deformación asociada a la resistencia máxima del hormigón confinado.

$r$  = Relación entre el modulo elástico tangente y el modulo elástico secante en el hormigón no confinado.

## 2.2. Comportamiento del Acero

La resistencia útil tanto a tensión como a compresión de los aceros comunes; es decir la resistencia a la fluencia, es aproximadamente quince veces la resistencia a la compresión del concreto estructural común y más de 100 veces su resistencia a la tensión. El acero es un material mucho más caro que el concreto, por lo cual se los utiliza en combinación para que el acero resista los esfuerzos de tensión y el concreto los de compresión. El refuerzo también se utiliza para resistir esfuerzos de compresión, especialmente cuando se desea reducir la sección transversal de elementos a compresión. Aunque no fuera necesario reducir las secciones, es esencial colocar una cuantía mínima de acero para prevenir y soportar esfuerzos de tensión inesperados y producidos por pequeños momentos flectores accidentales que pueden agrietar y producir inclusive la falla del elemento no reforzado.

Para lograr una acción efectiva del acero de refuerzo es necesaria una adherencia fuerte entre los elementos para que éstos se deformen de forma conjunta y evitar movimientos relativos entre las varillas y el concreto circundante.

### 2.2.1. Características Monotónicas

La ductilidad de los elementos estructurales de concreto reforzado depende de la capacidad del acero de refuerzo para soportar repetidos ciclos de carga a elevados niveles de deformación plástica sin reducción significativa de los esfuerzos. En la figura 2.10 para los aceros de refuerzo típicos, el comportamiento de la relación esfuerzo – deformación es caracterizado por una porción inicial elástica lineal con un módulo de aproximadamente 200 GPa (29000 ksi), hasta alcanzar el esfuerzo de fluencia  $f_y$ , seguido por una plataforma de cedencia de longitud variable y una subsecuente región de endurecimiento por deformación. El esfuerzo máximo y último es alcanzado a  $f_{su} = 1.5f_y$  para los refuerzos típicos de Norte América, aunque la relación disminuye para aceros de alta resistencia.

Después de que el esfuerzo máximo es alcanzado, se presenta un debilitamiento con una deformación concentrada en un punto frágil. En términos de la respuesta estructural, la porción de debilitamiento de la

curva debería ser ignorada, ya que proporciona una pequeña ductilidad adicional a los miembros donde longitudes considerables están sujetas a un esfuerzo constante y efectivo del refuerzo. En el diseño y el análisis, se debe adoptar una deformación última de tensión reducida y efectiva, ya que es evidente que bajo ciclos de carga que involucran una secuencia de deformaciones por tensión y compresión, la deformación última de tensión es menor que aquella bajo pruebas monotónicas. Una regla simple es que la deformación por tensión última efectiva debería ser la deformación monotónica de tensión en el esfuerzo pico reducido en la máxima deformación por compresión esperada debajo de la dirección opuesta de la respuesta sísmica, lo cual está ilustrado en la figura 2.11. Como alternativa, existe un requerimiento más simple y es que  $\varepsilon_s \leq 0.75 \varepsilon_{su}$ , este valor es adecuado y conservador excepto para los miembros con fuerzas de compresión muy grandes.

Se puede notar que la porción de endurecimiento por deformación de la curva es una característica importante que extiende la plasticidad sobre una longitud razonable

del miembro, asegurando que las deformaciones por tensión no sean excesivas en el límite de ductilidad de diseño. Sin embargo, incrementos excesivamente rápidos en los esfuerzos después del desarrollo de la deformación de cedencia pueden resultar en sobrerresistencia efectiva de las articulaciones plásticas.

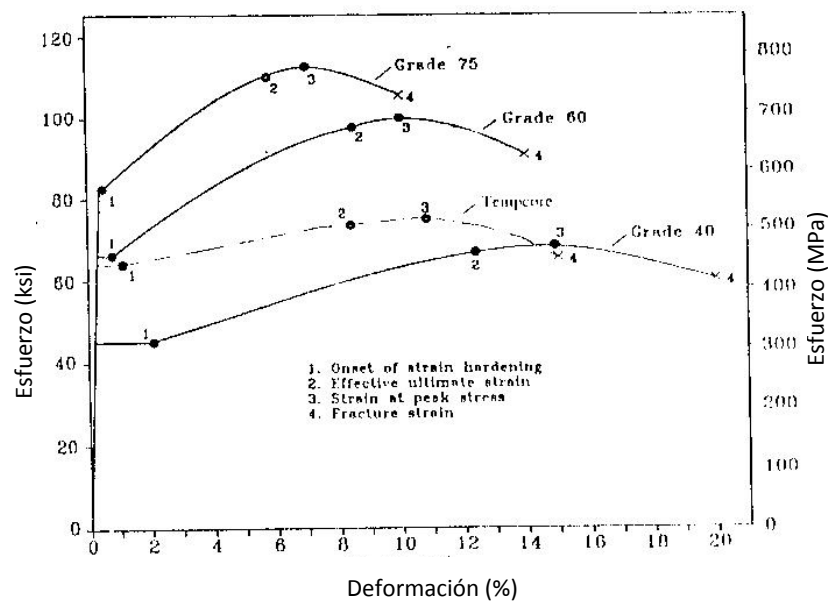


Figura 2.10: curvas monotónicas esfuerzo-deformación para el acero de refuerzo. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)



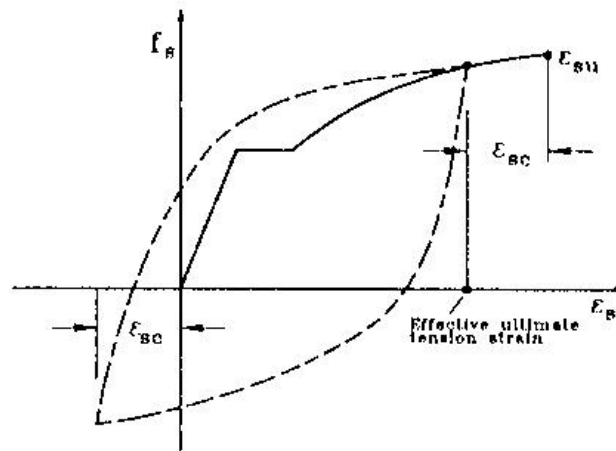


Figura 2.11: Deformación última efectiva de tensión para el acero de refuerzo. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Una preocupación en el diseño sísmico de los elementos de concreto reforzado es la variabilidad del esfuerzo de fluencia con respecto al esfuerzo especificado o al nominal. En los Estados Unidos, el acero A706 grado 60, el cual tiene la restricción más ajustada en el rango del esfuerzo de fluencia, tiene una cedencia permitida de  $414\text{MPa} \leq f_y \leq 538\text{MPa}$ . Por lo tanto es factible y muy común para los elementos que el acero de refuerzo tenga un esfuerzo de fluencia 30% mayor al valor especificado. Con aceros de otros grados, particularmente con el de grado 40 ( $f_y = 275\text{MPa}$

nominal), el cual es normalmente mal llamado grado 60 y cuya fluencia está en el rango de 380 a 410 MPa, el exceso sobre la resistencia especificada puede ser aún mayor. Todo esto puede generar una excesiva flexión en las articulaciones plásticas y la necesidad de diseñar miembros protegidos por capacidad excesivamente fuertes para evitar modos de deformación inelástica anticipada.

Se pueden adoptar dos opciones para reducir la severidad del problema. Primero, el refuerzo grado 40 podría no ser especificado para miembros dúctiles a menos que un estricto control en la resistencia a la fluencia sea asegurado. Segundo, pueden citarse en los documentos contractuales de construcción cláusulas especificando un restringido rango de resistencia a la fluencia del refuerzo.

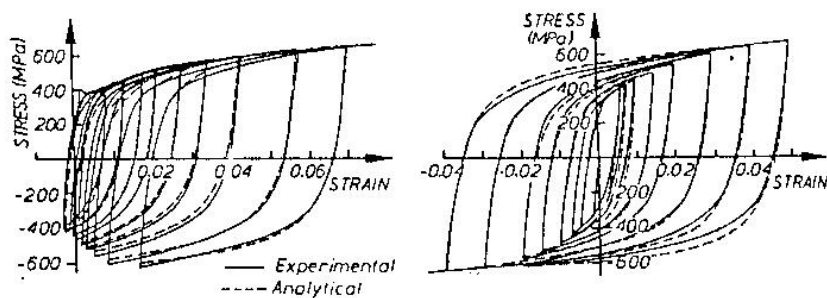
Las propiedades especificadas del acero de refuerzo para el diseño sísmico de puentes en Europa requieren una deformación última de  $\epsilon_{su} \geq 0.09$ , una relación mínima de esfuerzo último al esfuerzo de fluencia  $f_u/f_y >$

1.2 y una resistencia a la fluencia no mayor al 20% por arriba de la resistencia nominal.

### **2.2.2. Respuesta Cíclica Inelástica**

Bajo cargas cíclicas las curvas esfuerzo-deformación de la figura 2.10 no pueden formar una envolvente precisa para la respuesta inelástica. El efecto Bauschinger muestra el desarrollo de un comportamiento no lineal a un esfuerzo mucho menor que el esfuerzo de fluencia en la descarga. Este efecto consiste en que las curvas esfuerzo-deformación exhiben una forma redondeada durante la cedencia. La figura 2.12 muestra los resultados de dos tipos de ensayos cíclicos diferentes del acero de refuerzo. En la figura 2.12a, las curvas cíclicas inelásticas están predominantemente en el rango de deformaciones por tensión, el cual es típico de vigas o columnas con poca compresión axial. Por tal motivo una respuesta de la curva esfuerzo-deformación monotónica provee una envolvente razonable a la respuesta cíclica en el rango de tensión pero no en el de compresión.

Para columnas con altos niveles de esfuerzo de compresión y altas relaciones de refuerzo, las varillas podrían estar sujetas a deformaciones inversas de casi igual magnitud, lo cual implica la posición de un eje neutral cerca del centroide de la sección. Como está ilustrado en la figura 2.12b, bajo la respuesta cíclica, el nivel de esfuerzo para una deformación dada se incrementa y puede exceder sustancialmente el esfuerzo indicado por la curva monotónica esfuerzo-deformación.



a) Con ciclos de deformación asimétricos      b) con ciclos de deformación simétricos

Figura 2.12: Respuesta cíclica inelástica esfuerzo-deformación del acero de refuerzo. ( $f_y = 380$  MPa)  
(Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Las columnas de los puentes dúctiles normalmente tienen baja o moderada carga axial de compresión y son mejor representados por el comportamiento de la figura 2.12a. Por lo tanto, la relación esfuerzo – deformación monotónica puede ser usada razonablemente para determinar la respuesta pico. La descripción completa de la respuesta esfuerzo-deformación bajo una arbitraria en lugar de una respuesta cíclica es complicada y es tratada con un número especializado de trabajos de investigación.

### **2.2.3. Relaciones Esfuerzo – Deformación**

Para el diseño es muy importante definir la curva esfuerzo deformación del acero, por lo cual el ACI ha idealizado esta curva como dos líneas rectas, como se muestra en la figura 2.13a, sin tomar en cuenta la resistencia superior de cedencia del acero ni la zona de endurecimiento por deformación donde aumenta el esfuerzo. Esta simplificación es casi exacta para el acero que tiene baja resistencia de fluencia. En algunos casos

es necesario analizar los esfuerzos a deformaciones mayores que la de fluencia, esto se da especialmente para el diseño sísmico donde los requerimientos de ductilidad implican la posibilidad de alcanzar deformaciones mucho más grandes que la de cedencia. En las figuras 2.13b y 2.13c se observan idealizaciones más exactas para las curvas esfuerzo – deformación cuyos valores más relevantes de esfuerzo y deformación al inicio de la fluencia, del endurecimiento por deformación y de la ruptura pueden ser determinados a partir de las curvas obtenidas de pruebas y ensayos.

#### **2.2.3.1. Modelo de Park**

El modelo de Park, ilustrado en la figura 2.14, define los valores más importantes de la curva esfuerzo-deformación del acero a través de ecuaciones sencillas que se describen a continuación.

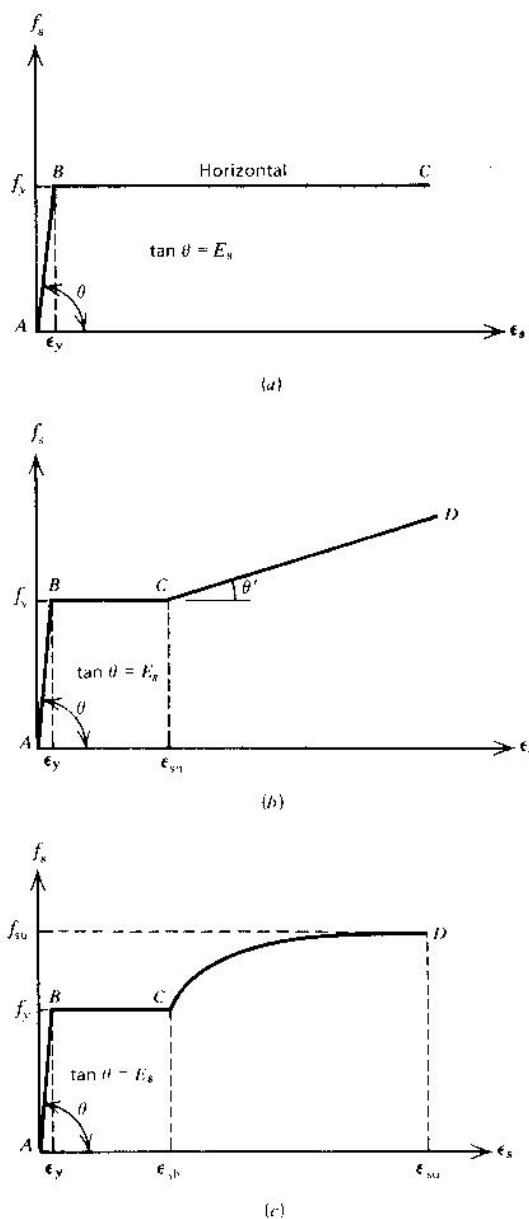


Figura 2.13: Idealizaciones de la curva esfuerzo-deformación para el acero en tensión o compresión. (a) Aproximación elástica perfectamente plástica (b) aproximación trilineal (c) curva completa. (Tomada de Park y Paulay, 1997)

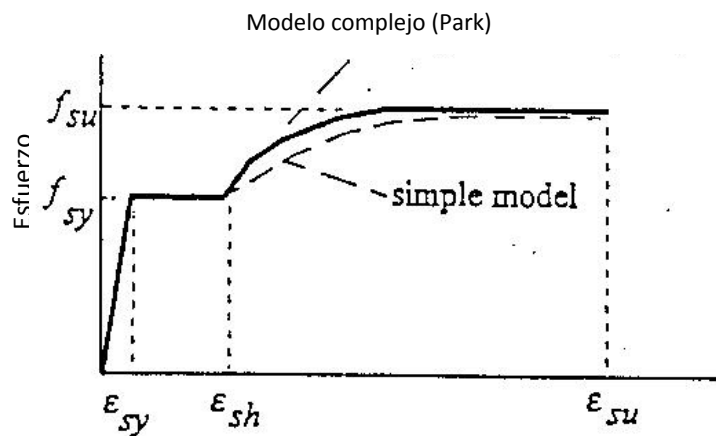


Figura 2.14: Modelo de Park del acero.

Donde:

$\varepsilon_s$  = Deformación del acero

$f_s$  = esfuerzo en el acero (ksi).

$\varepsilon_{sy}$  = deformación de fluencia del acero.

$f_{sy}$  = esfuerzo de fluencia del acero (ksi).

$E_s$  = Módulo de elasticidad del acero (ksi).

$\varepsilon_{sh}$  = deformación del acero en el inicio del endurecimiento por deformación.

$\varepsilon_{su}$  = deformación última del acero.

$f_{su}$  = esfuerzo último del acero (ksi).



Dados  $f_{sy}$  y  $E_s$ , la deformación de fluencia es definida por:

$$\varepsilon_{sy} = f_{sy} / E_s \quad (2.15)$$

El valor de  $\varepsilon_{sh}$  depende directamente de  $\varepsilon_{sy}$  y está basado en el esfuerzo de fluencia. En general la siguiente idealización está hecha para los aceros de grado 40, grado 60 y aceros de alta resistencia.

$$\varepsilon_{sh} = 14 \varepsilon_{sy} \quad \text{para } f_{sy} \leq 40 \quad (2.16)$$

$$\varepsilon_{sh} = 5 \varepsilon_{sy} \quad \text{para } f_{sy} = 60 \quad (2.17)$$

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{sy} \quad \text{para } f_{sy} = 120 \quad (2.18)$$

El valor de  $\varepsilon_{su}$  también está basado en el esfuerzo de fluencia

$$\varepsilon_{su} = 0.16 \quad \text{para } f_{sy} \leq 40 \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_{su} = 0.12 \quad \text{para } f_{sy} = 60 \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_{su} = 0.04 \quad \text{para } f_{sy} \geq 120 \quad (2.21)$$

Un límite práctico igual al 75% de los valores de las ecuaciones anteriores es usualmente usado para las varillas longitudinales de la sección transversal para reducir la posibilidad de fallas de estas barras, mientras que el 100% de estos valores pueden ser usados para el acero de confinamiento.

El esfuerzo último  $f_{su}$  está definido por:

$$f_{su} = 1.5f_{sy} \quad \text{para } f_{sy} \leq 60 \quad (2.22)$$

$$f_{su} = 1.33f_{sy} \quad \text{para } f_{sy} \geq 120 \quad (2.23)$$

Una vez que los puntos de la curva esfuerzo-deformación son establecidos, la variación del esfuerzo para el modelo simple está definida por las ecuaciones:

$$\text{a. } f_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \quad (2.24)$$

$$\text{b. } f_s = f_{sy} \quad \text{para } \varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \quad (2.25)$$

$$c. \quad f_s = f_{sy} + (f_{su} - f_{sy}) \left( \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^2 \quad \text{para} \\ \varepsilon_{sh} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \quad (2.26)$$

Las ecuaciones a y b son validas para el modelo complejo; sin embargo; la ecuación c puede ser modificada.

$$f_s = f_{sy} \left[ \frac{m(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2}{60(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right] \\ \text{para } \varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \quad (2.27)$$

Donde:

$$r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh} \quad (2.28)$$

$$m = \frac{\left( \frac{f_{su}}{f_{sy}} \right) (30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \quad (2.29)$$

# CAPÍTULO 3

## 3. Columnas de Puentes de Concreto Reforzado

### 3.1. Introducción

Las columnas se definen como elementos que sostienen principalmente cargas a compresión. En general, las columnas también soportan momentos flectores con respecto a uno o a los dos ejes de la sección transversal y en esta acción de flexión pueden producirse fuerzas de tensión sobre una parte de la sección transversal. Las columnas pueden dividirse en: *columnas cortas*, en las cuales la carga última para una

excentricidad dada está solamente gobernada por la resistencia de los materiales y las dimensiones de la sección transversal, y *las columnas esbeltas* en las cuales la carga última también está influida por la esbeltez, lo que produce flexión adicional debido a las deformaciones transversales.

### **3.2. Secciones típicas de columnas de Puentes**

La figura 3.1 muestra una serie de alternativas para secciones de columnas sólidas apropiadas para la resistencia sísmica.

Las secciones A-A y B-B representan las opciones más comunes en columnas con una distribución circular del refuerzo longitudinal contenido dentro de los estribos o espirales transversales. La superficie externa puede ser circular, octogonal o de cualquier otra forma. Este tipo de secciones son eficientes, económicas y simples para construir. La curva continua del refuerzo transversal provee una presión de confinamiento continua al concreto y una restricción interna a cada varilla longitudinal para evitar el pandeo. La resistencia a la flexión, al corte y la capacidad de ductilidad son

independientes de la dirección de la respuesta sísmica. Aquellas secciones, donde las demandas de momentos son iguales en las direcciones ortogonales, serán las mejores opciones para soportar la respuesta sísmica. La sección circular será la preferida para estos casos.

Por razones arquitectónicas y para dar un mejor soporte a la viga cabezal bajo carga viva excéntrica, es común extender la forma de la sección en la región superior como la sección C-C, donde las columnas se han extendido sólo en la dirección transversal. En esta sección, el refuerzo longitudinal se mantiene en la configuración circular original, con varillas adicionales de menor diámetro colocadas en la región extendida y confinada por aros transversales.

Las secciones desde D-D a F-F muestran alternativas de secciones rectangulares sólidas. La opción D-D tiene solo un estribo de refuerzo periférico. Este no provee un confinamiento efectivo al núcleo de concreto o una restricción lateral efectiva a las varillas longitudinales excepto a aquellas que están en o inmediatamente adyacentes a las esquinas. Como consecuencia de este comportamiento, este tipo de secciones

no pueden ser utilizadas donde se requiera de una respuesta dúctil.

En columnas de edificios es común usar columnas rectangulares para la resistencia sísmica. Por lo tanto, para dar el confinamiento adecuado al concreto y restringir el pandeo de las varillas longitudinales, se colocan estribos traslapados rectangulares y octogonales. Esto es posible porque no es muy común usar más de 16 varillas longitudinales en la sección, a diferencia de las columnas de puentes que generalmente requieren una gran cantidad de varillas. Para dar una adecuada restricción, en estos casos, se pueden requerir combinaciones de estribos transversales no prácticas, como se ilustra en la sección E-E, ésta sección tiene 20 varillas longitudinales, el cual es probablemente el número máximo de varillas que un estribo rectangular puede confinar.

Para columnas rectangulares grandes, que se usan típicamente en puentes, el uso de refuerzo longitudinal dentro de espirales intersecadas es muy común, como se muestra en la sección F-F. Se consideran grandes chaflanes en las esquinas para evitar el excesivo recubrimiento con problemas de desprendimiento.

Las espirales se deben traslapar en una cantidad suficiente para asegurar una acción compuesta total por cortante bajo respuesta transversal.

Cuando la respuesta sísmica longitudinal es resistida totalmente por los estribos o cuando las variaciones en las alturas de pórticos son muy grandes y se hace antieconómica su construcción con una significativa resistencia longitudinal, puede adoptarse una sección rectangular alargada como la G-G. Esta tiene una gran resistencia y rigidez en la dirección transversal, actuando esencialmente como un muro estructural, pero tiene baja rigidez en la dirección longitudinal, por lo tanto atrae poco cortante longitudinal. Las regiones extremas del muro necesitan refuerzo especial de confinamiento si se requiere ductilidad bajo respuesta transversal.

### **3.3. Comportamiento de columnas bajo compresión axial**

En elementos que soportan principal o exclusivamente cargas axiales de compresión, resulta económico hacer que el concreto lleve la mayor parte de la carga. Aún así es



recomendable incluir acero de refuerzo por varias razones. En primer lugar, muy pocos elementos estarán realmente sometidos a cargas axiales puras; el acero es esencial para resistir cualquier flexión que pueda presentarse. Por otro lado, si el acero con mucho más resistencia que el concreto toma parte de la carga total, las dimensiones de la sección transversal del elemento podrán reducirse en mayor grado cuanto mayor sea la cantidad de refuerzo incluido en la sección.

### **3.3.1. Columnas cortas**

Cuando se aplica carga axial a un elemento, la deformación unitaria a compresión es igual sobre toda la sección transversal y es la misma para el concreto y el acero gracias a la adherencia entre los dos materiales.

En una columna que tiene una cuantía elevada de acero y elevada carga inicial, la que posteriormente se elimina en su mayor parte, se puede llegar a tener tensión en el concreto y compresión en el acero; por lo tanto es difícil evaluar la seguridad de las columnas de concreto

reforzado utilizando la teoría elástica y los esfuerzos permisibles.

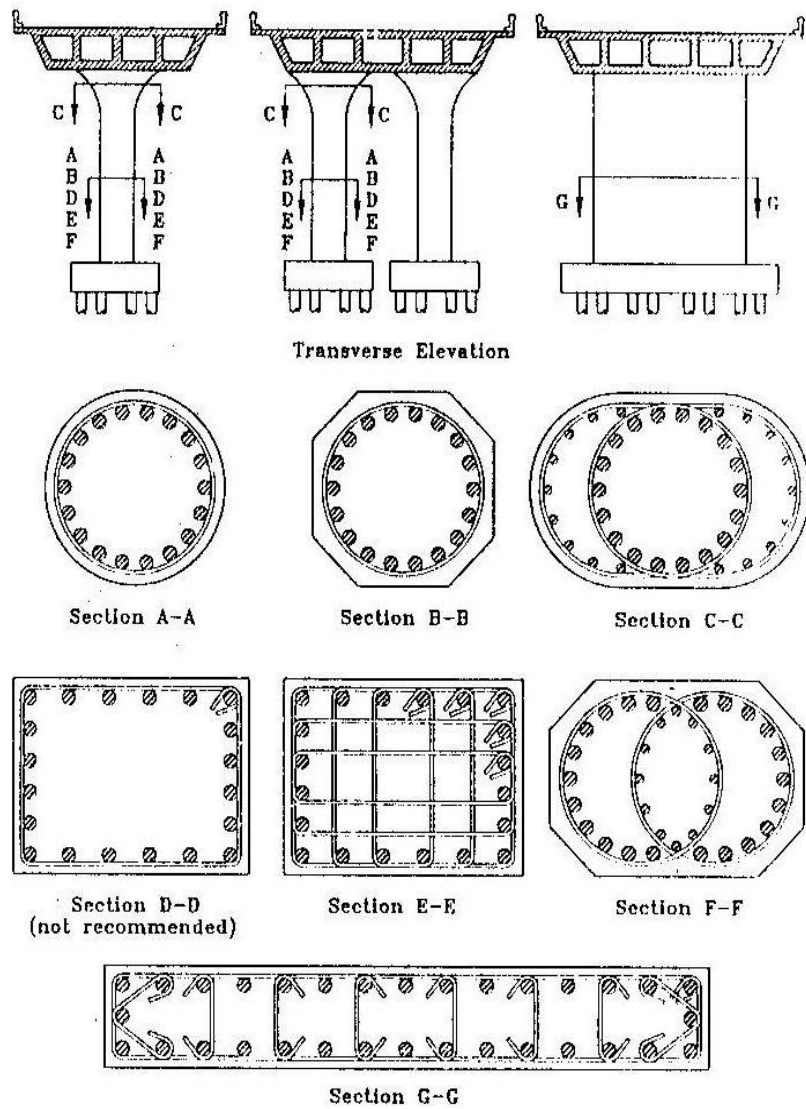


Figura 3.1: Secciones de columnas sólidas. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi 1996)

Por otra parte, la carga última de una columna no varía apreciablemente con la historia de la carga. Al aumentar la carga, el acero normalmente alcanza su resistencia a la fluencia antes de que el concreto alcance su resistencia total. Sin embargo, en esta etapa la columna no ha alcanzado su carga última y puede transmitir más carga hasta alcanzar su resistencia total debido a que el acero se encuentra en su etapa de fluencia. Si el concreto alcanza su resistencia antes de que el acero ceda, como sucede con los aceros de alta resistencia, la alta deformación del concreto cuando está próximo a su resistencia total, permite al acero alcanzar la fluencia.

Entonces la carga última de la columna de concreto reforzado es la suma de la resistencia del concreto más la resistencia de fluencia del acero.

Se ha establecido que la resistencia del concreto en una columna cargada axialmente es aproximadamente  $0.85f'_c$ , debido a que la forma y tamaño del cilindro que se ensaya es diferente a la de la columna que se funde en el sitio, cuyo colado es vertical induciendo la sedimentación y ganancia de agua en la parte superior.

Por lo tanto, la carga última de una columna se puede definir como:

$$P_o = 0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \quad (3.1)$$

Donde  $A_g$  es el área bruta de la sección transversal,  $A_{st}$  es el área total del acero longitudinal en la sección y  $f_y$  es la resistencia de fluencia del acero.

El refuerzo transversal definido por estribos o espirales no proporciona mayor resistencia a la columna mientras no se alcance la carga  $P_o$ . Después de alcanzar dicha carga las columnas con hélices se agrietan provocando el desprendimiento del recubrimiento y por ende la reducción de la capacidad de carga debido a la pérdida de área de concreto, pero generalmente el paso de la hélice es suficientemente pequeño para impedir el pandeo de las varillas longitudinales entre las espirales, dando como resultado que el refuerzo longitudinal continúe transmitiendo carga, mientras se llega a una elevada deformación donde el concreto del núcleo aumenta su volumen y oprime la hélice que a su vez

ejerce una reacción de confinamiento en el núcleo. El esfuerzo de compresión radial resultante aumenta la capacidad de transmisión de carga del concreto del núcleo y a pesar de la pérdida del recubrimiento, la carga del concreto de una columna con una fuerte hélice puede llegar a ser mayor que  $P_0$ .

### **3.3.2. Columnas esbeltas**

Gracias al incremento en la utilización de materiales de alta resistencia y el desarrollo de métodos para el cálculo de las dimensiones de los elementos, ahora es posible diseñar secciones transversales mucho más pequeñas que las acostumbradas, para determinado valor de carga con o sin flexión simultánea. Se dice que una columna es esbelta si las dimensiones de su sección transversal son pequeñas en comparación con su longitud.

Un elemento con gran esbeltez colapsará ante una carga de compresión menor que la correspondiente para un elemento más corto con las mismas dimensiones de la

sección transversal. En la práctica, la mayoría de las columnas están sometidas a momentos flectores al igual que a cargas axiales, estos momentos producen deflexión lateral entre los extremos del elemento y también pueden generar desplazamiento lateral relativo entre las uniones. Asociados a estos desplazamientos se producen *momentos de segundo orden* que se suman a los momentos primarios y que pueden ser bastante grandes para el caso de columnas esbeltas, generando en ciertos casos la falla de la columna.

La información básica relacionada con el comportamiento de columnas rectas y esbeltas, cargadas concéntricamente, fue desarrollada por Euler hace más de 200 años. En forma generalizada, ésta establece que este tipo de elemento fallará por pandeo para una carga crítica igual a:

$$P_c = \frac{\pi^2 E_t I}{(kl)^2} \quad (3.2)$$

Se puede observar que la carga de pandeo disminuye cuando aumenta la relación de esbeltez  $kl/r$ . Para el caso

más simple de una columna articulada en los dos extremos y construida de material elástico,  $E$ , simplemente es el módulo de Young y  $kl$  es igual a la longitud real  $l$  de la columna.

### **3.4. Comportamiento de columnas bajo compresión mas flexión**

En las diferentes estructuras resulta muy raro encontrar elementos cargados axialmente, es decir concéntricamente a compresión. Algunos componentes, como las columnas y los arcos, sostienen ante todo cargas a compresión pero casi siempre está presente una flexión simultánea. Los momentos flectores se producen por continuidad, es decir, por el hecho de que las columnas son partes de pórticos monolíticos en los cuales los momentos en los apoyos de las vigas son resistidos en parte por las columnas de soporte.

#### **3.4.1. Columnas cortas**

Cuando un elemento está sometido a una compresión axial  $P$  combinada con un momento flector  $M$ , como se

muestra en la figura 3.2a, por lo general es conveniente reemplazar la carga axial y el momento flector por una carga equivalente de igual magnitud  $P$  aplicada con una excentricidad  $e=M/P$ , como en la figura 3.2b. Las dos situaciones de carga son estáticamente equivalentes. Todas las columnas pueden entonces clasificarse en términos de la excentricidad equivalente. Aquellas con un valor de  $e$  relativamente pequeño se caracterizan en general por una compresión a lo largo de toda la sección de concreto y, si se sobrecargan, fallarán por aplastamiento del concreto junto con una fluencia del acero a compresión en el lado más cargado. Las columnas con excentricidades más grandes se someten a tensión sobre, al menos, una parte de la sección y, cuando se sobrecargan, pueden fallar por fluencia del acero a tensión en el lado más alejado de la carga.

#### **3.4.2. Columnas esbeltas**

La esbeltez de una columna puede hacer que la carga última se reduzca por deflexiones laterales de la columna



provocadas por flexión. En la figura 3.3 se muestra este efecto para el caso de una columna inicialmente recta con flexión en curvatura simple provocada por la carga  $P$  aplicada a una excentricidad  $e$  en cada extremo. La deformación por flexión de la columna hace que la excentricidad de la carga en la sección crítica sea  $e+\Delta$ , en que  $\Delta$  es la excentricidad adicional debida a la deflexión en esa sección.

En consecuencia, el momento flexionante máximo aumenta hasta  $P(e+\Delta)$  a esto comúnmente se le conoce como el efecto  $P\Delta$ , al cual también se lo denomina momento de segundo orden como se mencionó en la sección 3.3.2.

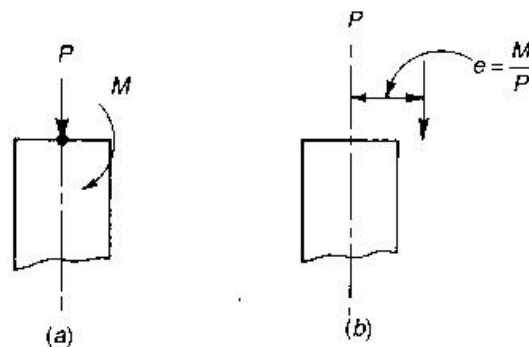


Figura 3.2: Excentricidad equivalente para la carga de una columna. (Tomado de Nilson, 1999)

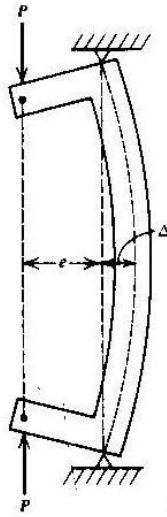


Figura 3.3: Columna esbelta cargada excéntricamente. (Tomado de Park y Paulay 1997)

### 3.5. Diagramas de Interacción

Los diagramas de interacción son la mejor forma de ilustrar el comportamiento de las columnas de acuerdo a las combinaciones de  $P_n$  y  $M_n$  en el intervalo completo de excentricidades desde cero hasta el infinito, definiendo de esta manera la carga y el momento de falla para determinada columna. Para cualquier excentricidad existe un solo par de  $P_n$  y  $M_n$  que producirán un estado inminente de falla y este par de valores puede dibujarse como un punto del diagrama, los demás puntos de la curva pueden ser calculados como el anterior partiendo de una serie de fórmulas que siguen un

proceso y que se encuentran el cualquier texto de diseño de estructuras de hormigón.

En este diagrama, cualquier línea radial representa una excentricidad particular  $e=M/P$ , como se muestra en la figura 3.4 el eje vertical corresponde a  $e = 0$  y  $P_0$  es la capacidad de la columna para carga concéntrica. El eje horizontal corresponde a un valor infinito de  $e$ , es decir, flexión pura con una capacidad a momento de  $M_0$ . Las excentricidades pequeñas producirán falla regida por compresión de concreto, mientras que las grandes llevarán a una falla iniciada por la fluencia del acero a tensión.

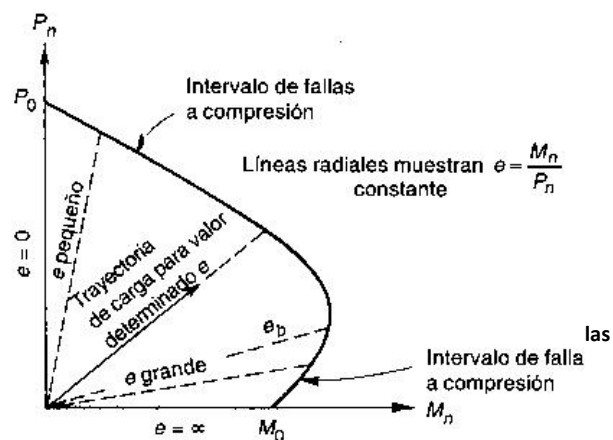


Figura 3.4: Diagrama de interacción para la resistencia nominal de una columna sometida a flexión y carga axial combinadas. (Tomado de Nilson, 1999).

### 3.6. Falla Balanceada

En la figura 3.4 se ilustra el intervalo de fallas, cualquier combinación de carga y excentricidad que esté entre AB provoca una falla a compresión y cualquier combinación en BC provoca una falla a tensión, donde la fluencia del acero de tensión precede al aplastamiento del concreto comprimido. En B ocurre lo que se conoce como falla balanceada, cuya excentricidad  $e_b$ , carga  $P_b$  y momento  $M_b$  actúan en combinación para producir una falla, en la cual el concreto alcanza su deformación límite en el mismo instante en que el acero a tensión logra su deformación de fluencia. Este punto divide la zona de la falla a compresión (excentricidades pequeñas) de la zona de falla a tensión (excentricidades grandes).

A diferencia de las vigas, no es posible establecer si las columnas fallarán por la fluencia del acero en lugar de una falla por aplastamiento del concreto. La falla de las columnas depende de la excentricidad que se define por el análisis de carga de la estructura.

Es importante tener en cuenta de acuerdo a la figura 3.4 que, para la zona de falla a compresión, en cuanto mayor sea la carga axial, menor será el momento que la sección es capaz de resistir antes de la falla. Sin embargo, en la zona de falla a tensión ocurre lo contrario, cuanto mayor sea la carga axial, mayor será la capacidad simultánea a momento.

### **3.7. Relaciones Momento-Curvatura**

El comportamiento de elementos de concreto reforzado sometidos a flexión puede comprenderse de manera más clara mediante el uso de las gráficas que relacionan el momento flexionante resistente en una sección con la curvatura correspondiente. La relación momento-curvatura depende principalmente del momento último, en el cual aparte de en la fluencia, se analizan las características de carga y deformación de los miembros a flexión.

La relación momento-curvatura de una sección de hormigón armado se obtiene a partir de los modelos del hormigón y del acero, además depende de la geometría y refuerzo longitudinal

y transversal. Este diagrama es la base para definir un modelo histerético para el análisis no lineal.

### 3.7.1. Curvatura de un miembro

La curvatura de un elemento se define como la rotación por longitud unitaria del miembro y está dada por el símbolo  $\varphi$ . La figura 3.5 muestra un pequeño fragmento de un elemento con momentos de extremos y fuerzas axiales iguales. Su radio de curvatura  $R$  se mide hasta el eje neutro y junto a la profundidad del eje neutro  $kd$ , la deformación del concreto en la fibra extrema a compresión  $\varepsilon_c$  y la deformación del acero a tensión  $\varepsilon_s$ , varían a lo largo del miembro debido a que entre las grietas el concreto toma cierta tensión. Considerando la longitud del miembro  $dx$ , las siguientes relaciones proporcionan la rotación entre los extremos del elemento

$$\frac{dx}{R} = \frac{\varepsilon_c dx}{kd} = \frac{\varepsilon_s dx}{d(1-k)}$$

$$\therefore \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)}$$

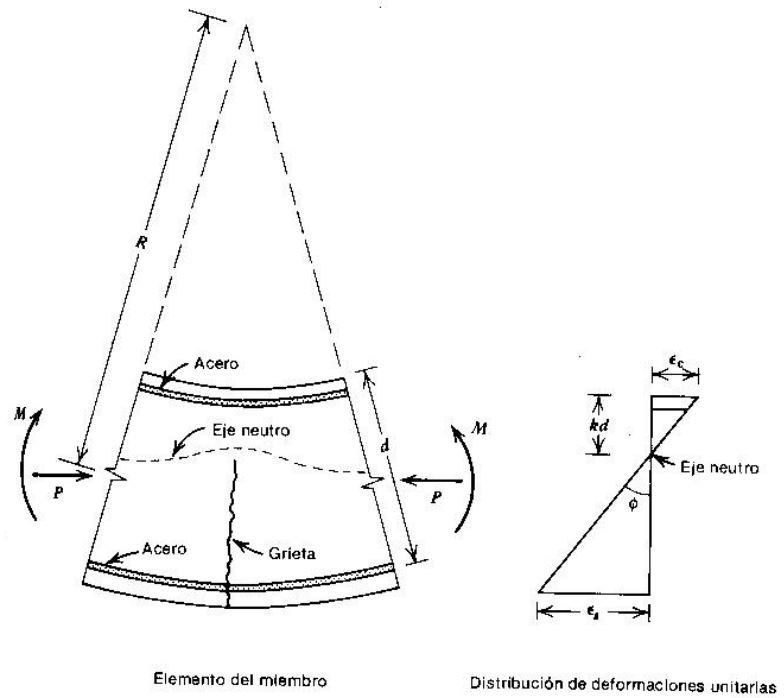


Figura 3.5: Deformación de un miembro a flexión.  
(Tomada de Park y Paulay 1997)

Entonces  $1/R$  es la curvatura del elemento y se define por la ecuación:

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{kd} = \frac{\epsilon_c}{d(1-k)} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d} \quad (3.3)$$

Se puede decir que  $\phi$  es el gradiente del perfil de deformaciones en el elemento.

En la figura 3.6 se muestran dos relaciones momento-curvatura de vigas simplemente reforzadas que fallan en tensión y compresión y cuya ecuación de la elástica es:

$$EI = MR = \frac{M}{\varphi} \quad (3.4)$$

Donde  $EI$  es la rigidez a flexión de la sección. Al aumentar el momento, el agrietamiento del concreto reduce la rigidez a flexión de las secciones, en que la reducción de rigidez es mayor para la sección reforzada ligeramente que para la que posee mayor cantidad de refuerzo. Las secciones ligeramente reforzadas producen una curva  $M-\varphi$  como la de la figura 3.6a, prácticamente lineal hasta el punto de fluencia del acero y cuando éste fluye ocurre un aumento casi constante en la curvatura. Por otro lado, en las secciones fuertemente reforzadas (3.6b) la curva  $M-\varphi$  deja de ser lineal cuando el concreto entra a la parte inelástica de la relación esfuerzo-deformación y la falla puede ser bastante frágil sino se confina bien el hormigón con estribos o espirales estrechamente espaciados. Si no se confina el concreto, éste se aplasta a una curvatura relativamente pequeña



antes de que fluya el acero, ocasionando una disminución inmediata en la capacidad de tomar momentos. Para asegurar un comportamiento dúctil en la práctica, siempre se utilizan cuantías de acero inferiores al valor de la cuantía balanceada.

Las relaciones momento-curvatura pueden idealizarse como se observa en la figura 3.7. La primera opción es la relación trilineal de 3.7a donde la primera etapa representa al agrietamiento, la segunda a la fluencia del acero y la tercera al límite de deformación útil en el concreto.

La bilinearización también es una buena opción para idealizar la relación momento-curvatura como se ilustra en las figuras 3.7b y 3.7c. La primera curva representa el comportamiento a la primera carga, una vez que se desarrollan las grietas, como es el caso de la mayoría de las vigas, la relación  $M-\varphi$  es casi lineal desde la carga cero hasta el inicio de la fluencia. Por lo tanto, las curvas bilineales son buenas aproximaciones para elementos inicialmente agrietados.

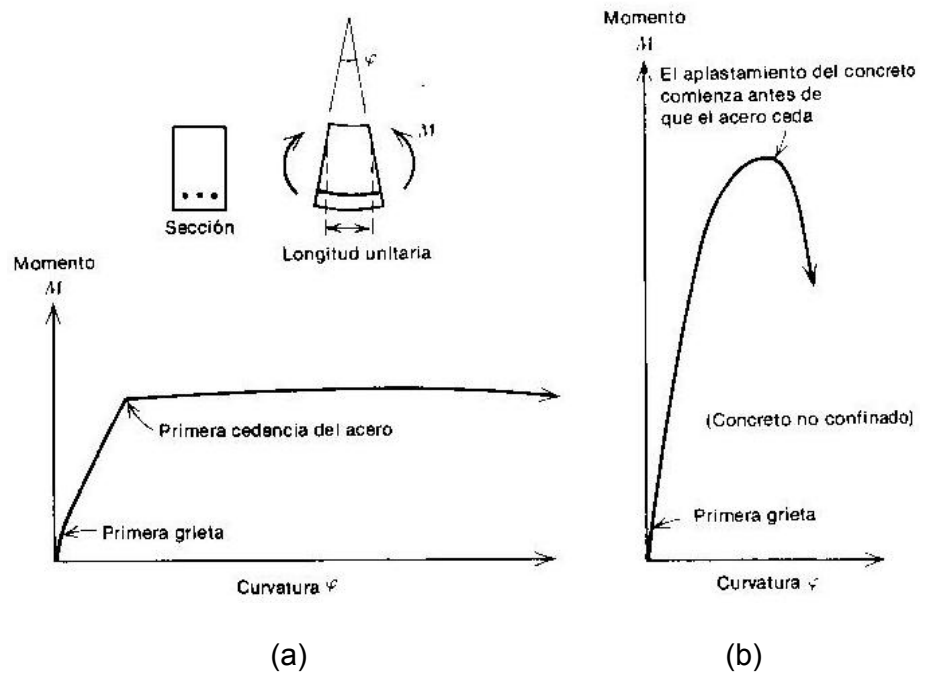


Figura 3.6: Relaciones momento curvatura para secciones de viga simplemente reforzadas, (a) Sección que falla a tensión,  $\rho < \rho_b$ . (b) Sección que falla a compresión,  $\rho > \rho_b$ . (Tomada de Park y Paulay, 1997)

### 3.7.2. Determinación teórica de la relación momento-curvatura

En base a suposiciones semejantes a las utilizadas para el cálculo de la resistencia a flexión de los elementos, se puede determinar las curvas momento-curvatura. Se

supone que las secciones planas permanecen planas después de la flexión y además se conocen las curvas esfuerzo-deformación del concreto y el acero, entonces las curvaturas pueden determinarse utilizando estas suposiciones y los criterios de deformación y equilibrio de fuerzas.

Las figuras 3.8a y 3.8b muestran las curvas esfuerzo-deformación, en donde  $f'_c$  que es la resistencia del concreto de un miembro puede ser menor que la resistencia del cilindro  $f_c$ . La figura 3.8c presenta una sección con carga axial y flexión, donde para determinada deformación del concreto en la fibra extrema de compresión  $\varepsilon_{cm}$  a una profundidad  $kd$  del eje neutro, se pueden calcular las deformaciones del acero  $\varepsilon_{s1}$ ,  $\varepsilon_{s2}$ ,  $\varepsilon_{s3}, \dots$ , por triángulos semejantes del diagrama de deformaciones. Por ejemplo, para la varilla  $i$  a la profundidad  $d_i$ :

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{cm} \frac{kd - d_i}{kd} \quad (3.5)$$

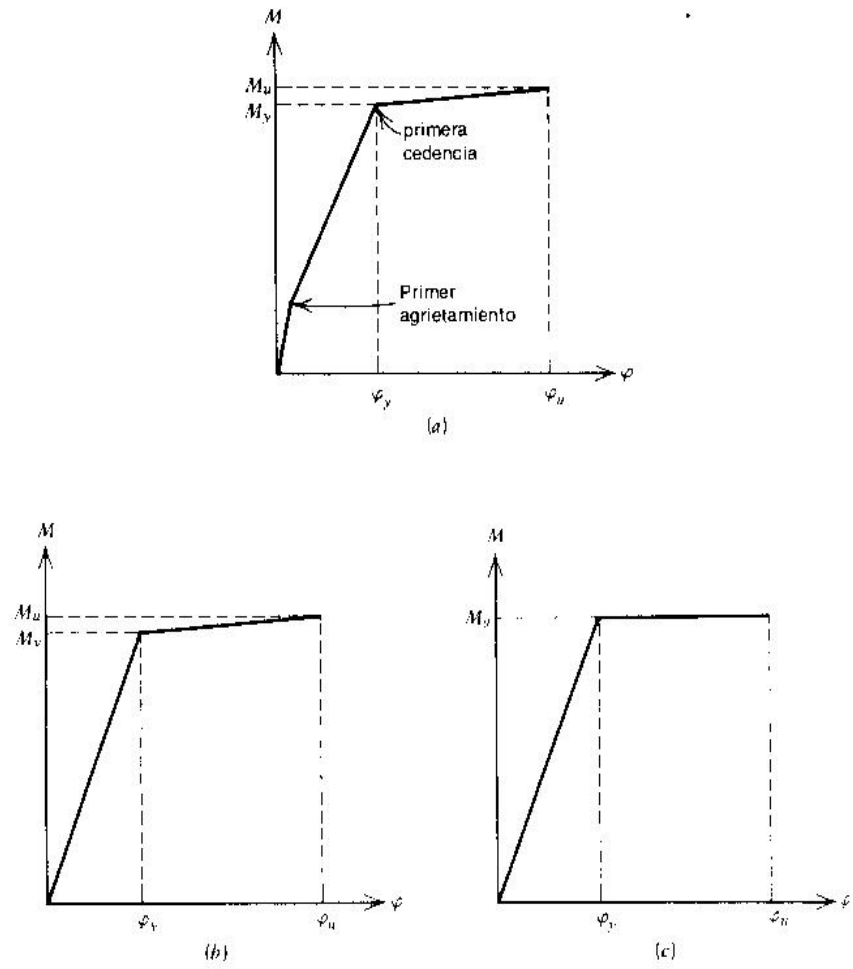


Figura 3.7: Curvas idealizadas momento – curvatura para una sección simplemente reforzada que falla a tensión. (Tomado de Park y Paulay, 1997)

A partir de las deformaciones, se pueden encontrar los esfuerzos  $f_{s1}$ ,  $f_{s2}$ ,  $f_{s3}, \dots$ , correspondientes. Luego se

pueden encontrar las fuerzas del acero  $S_1, S_2, S_3, \dots$ , a través de la siguiente ecuación:

$$S_i = f_{si}A_{si} \quad (3.6)$$

Se puede encontrar la distribución del esfuerzo del concreto en la parte comprimida de la sección de la figura 3.8c a partir del diagrama de deformaciones y la curva esfuerzo-deformación para el concreto. Para cualquier deformación dada del concreto  $\varepsilon_{cm}$  en la fibra extrema a compresión, se puede definir la fuerza de compresión del concreto  $C_c$  y su posición en términos de los parámetros  $\alpha$  y  $\gamma$ , en que:

$$C_c = \alpha f''_c b k d \quad (3.7)$$

actúa a la distancia  $\gamma k d$  de la fibra extrema a compresión.

Se puede determinar el factor  $\alpha$  del esfuerzo medio y el factor  $\gamma$  del centroide para cualquier deformación  $\varepsilon_{cm}$  en

la fibra extrema a compresión para secciones rectangulares a partir de la relación esfuerzo-deformación como sigue:

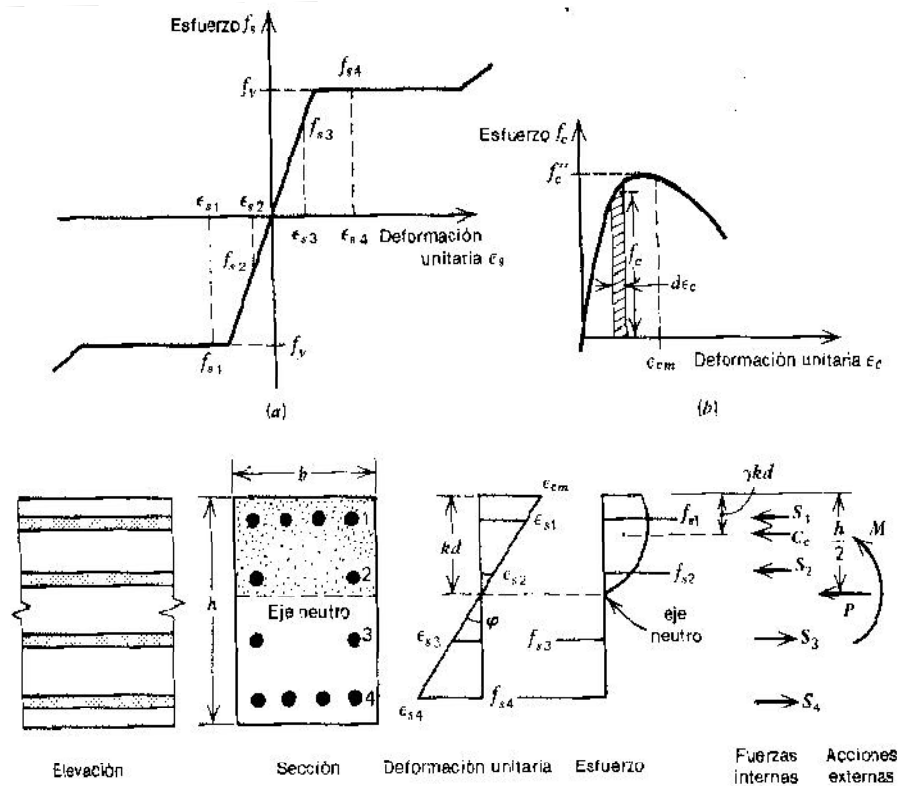


Figura 3.8: Determinación teórica momento – curvatura. (a) Acero en tensión y compresión. (b) Concreto en compresión. (c) Sección con deformación, esfuerzo y distribución de fuerzas. (Tomada de Park y Paulay, 1997)

Área bajo la curva esfuerzo – deformación (fig 3.8b) =

$$\int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c = \alpha f''_c \varepsilon_{cm}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c}{f''_c \varepsilon_{cm}} \quad (3.8)$$

El primer momento alrededor del origen del área bajo la curva esfuerzo-deformación

$$= \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c \varepsilon_c d\varepsilon_c = (1 - \gamma) \varepsilon_{cm} \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c$$

$$\therefore \gamma = 1 - \frac{\int_0^{\varepsilon_{cm}} \varepsilon_c f_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm} \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c} \quad (3.9)$$

En consecuencia, si se puede escribir el esfuerzo  $f_c$  en el concreto en términos de la deformación  $\varepsilon_c$ , usando las ecuaciones 3.5 a 3.7 se puede determinar la fuerza del concreto y su línea de acción.

Se pueden escribir las ecuaciones de equilibrio de fuerzas como:

$$P = \alpha f''_c b k d + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \quad (3.10)$$

$$M = \alpha f''_c b k d \left( \frac{h}{2} - \gamma k d \right) + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \left( \frac{h}{2} - d_i \right) \quad (3.11)$$

La curvatura está dada por la ecuación:

$$\varphi = \frac{\varepsilon_{cm}}{k d} \quad (3.12)$$

Se puede determinar la relación teórica momento-curvatura para un nivel dado de carga axial, incrementando la deformación del concreto en la fibra  $\varepsilon_{cm}$  extrema a compresión. Para cada valor de  $\varepsilon_{cm}$  se encuentra la profundidad  $k d$  hasta que las fuerzas internas calculadas utilizando las ecuaciones 3.3 a 3.6 satisfagan la ecuación 3.8. Nótese que en el caso de flexión solamente,  $P=0$ . Entonces se utilizan las fuerzas internas y la profundidad del eje neutro encontrados de esa manera para determinar el momento  $M$  y curvatura  $\varphi$  a partir de las ecuaciones (3.7), (3.9) y (3.10) que correspondan a ese valor de  $\varepsilon_{cm}$ . Desarrollando el cálculo para una diversidad de valores de  $\varepsilon_{cm}$  se puede



graficar la curva momento-curvatura. El cálculo es extenso y de ser necesario se realiza mejor utilizando una computadora digital.

### **3.8. Requerimientos de flexión para articulaciones plásticas**

La resistencia a la flexión requerida y la ductilidad en las regiones de las articulaciones plásticas están interrelacionadas. La mayoría de los códigos del diseño sísmico tratan esta interacción implícitamente, a través de los factores de reducción de fuerzas que se aplican a los niveles de fuerza elástica calculados a partir del espectro de respuesta de aceleración con el 5% de amortiguamiento. El diseño por resistencia a estos niveles de fuerza está acompañado de los requerimientos para refuerzo transversal en las regiones de articulaciones plásticas, las mismas que aseguran que el nivel de ductilidad producido por los factores de reducción de fuerzas esté disponible. Este método es muy simple y es el apropiado para estructuras regulares de rutina, tales como puentes uniformes apoyados en pórticos empotrados en las bases.

Básicamente, este es un diseño basado en fuerzas, ya que los desplazamientos no se calculan en la etapa inicial de diseño.

### **3.8.1. Diseño convencional basado en fuerzas**

Este es un procedimiento estándar y de gran aceptación, donde la resistencia se determina en base a los factores de reducción de fuerzas y detalles de confinamiento provistos para asegurar una adecuada ductilidad, y probablemente seguirá siendo una práctica estándar por algunos años más, particularmente para estructuras simples y regulares. En consecuencia, la interacción entre la ductilidad de los miembros y la de la estructura sirve para obtener los factores de reducción de fuerzas apropiados para diferentes sistemas estructurales característicos, típicos de las subestructuras de puentes. En la mayoría de los códigos de diseño está implícito que la ductilidad de las estructuras y la de los miembros es diferente. Es decir que, la ductilidad rotacional de una articulación plástica es considerada igual a la ductilidad de desplazamiento de la estructura. En las siguientes

secciones se analizaran tres situaciones que demuestran lo contrario.

#### **3.8.1.1. Flexibilidad de la viga cabezal en pórticos de varias columnas**

En los pórticos de varias columnas, la flexibilidad elástica de la viga cabezal contribuye al desplazamiento de cedencia, mientras que todos los desplazamientos plásticos se originan en las regiones de articulaciones plásticas de las columnas si el pórtico es diseñado de acuerdo a la filosofía real de diseño. En la figura 3.9 se ilustra un pórtico de dos columnas iguales y articuladas a las zapatas para reducir las fuerzas de la cimentación. Si la viga cabezal es rígida, el desplazamiento cedente  $\Delta_y = \Delta_c$  es el resultado exclusivamente de la flexibilidad de la columna. Con un desplazamiento plástico de  $\Delta_p$ , correspondiente a la capacidad rotacional de las

articulaciones de la columna, la ductilidad de la estructura es:

$$\mu_{\Delta r} = \frac{\Delta_y + \Delta_p}{\Delta_y} = 1 + \frac{\Delta_p}{\Delta_c} \quad (3.13)$$

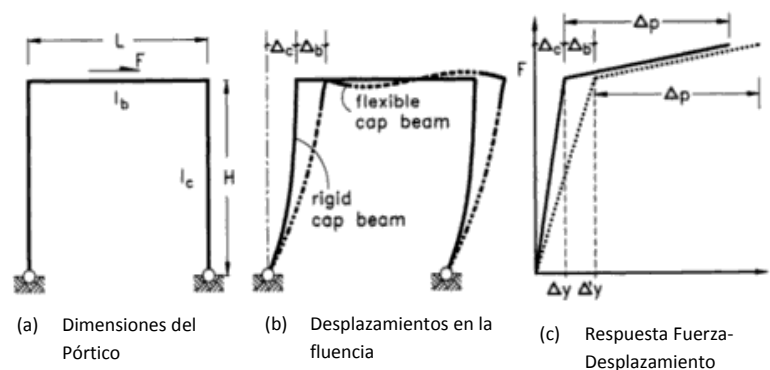


Figura 3.9: Reducción de capacidad de ductilidad de desplazamiento. (Tomado de Priestly, Seible y Calvi, 1996)

La flexibilidad de la viga cabezal puede incrementar el desplazamiento cedente en una cantidad  $\Delta_b$ , pero no producirá desplazamientos plásticos adicionales, ya que éstos son únicamente provistos por la capacidad rotacional de la columna. Para las dimensiones del pórtico  $H \times L$ , como se muestra en la figura

3.9 y los momentos de inercia agrietados de la viga y columnas  $I_b$  e  $I_c$ , respectivamente, el desplazamiento cedente se incrementa en:

$$\Delta'_y = \Delta_c + \Delta_b = \Delta_c \left( 1 + \frac{0.5I_c L}{I_b H} \right) \quad (3.14)$$

Y la capacidad de ductilidad de desplazamiento de la estructura se reduce a:

$$\mu_{\Delta f} = 1 + \frac{\Delta_p}{\Delta_c + \Delta_b} = 1 + \frac{\Delta_p}{\Delta_c \left( 1 + 0.5I_c L / I_b H \right)}$$

Esto es,

$$\mu_{\Delta f} = 1 + \frac{\mu_{\Delta r} - 1}{1 + 0.5I_c L / I_b H} \quad (3.15)$$

### 3.8.1.2. Flexibilidad de los apoyos y la cimentación

Así como ocurren desplazamientos adicionales por la flexibilidad de la viga cabezal, se producen efectos similares con pórticos

sencillos o aquellos de varias columnas debido a la flexibilidad de la cimentación o de los apoyos. En la figura 3.10 se ilustra este efecto para una viga cajón con apoyos elastoméricos sobre una sola columna con cabezal de pilotes y pilotes. Bajo la fuerza lateral  $F_y$  en la fluencia, el momento de volteo es  $M_f = F_y(H+h_f)$  y causa la rotación  $\theta_f$  en el cabezal de los pilotes.

Para un cimiento aproximadamente cuadrado esta rotación está dada por:

$$\theta_f = \frac{M_f}{K_f} \quad (3.15)$$

Donde  $K_f = k_s I_f$  es la rigidez rotacional de la cimentación,  $k_s$  el coeficiente de reacción del suelo en  $\text{N/m}^3$  e  $I_f$  es el segundo momento del área de contacto entre el cabezal y el suelo. Para uno de los pilotes, una rigidez rotacional equivalente  $K_f$  puede ser fácilmente derivada de

la rigidez axial y de la distribución espacial del sistema de la pila como:

$$K_f = \sum x_i^2 k_i \quad (3.16)$$

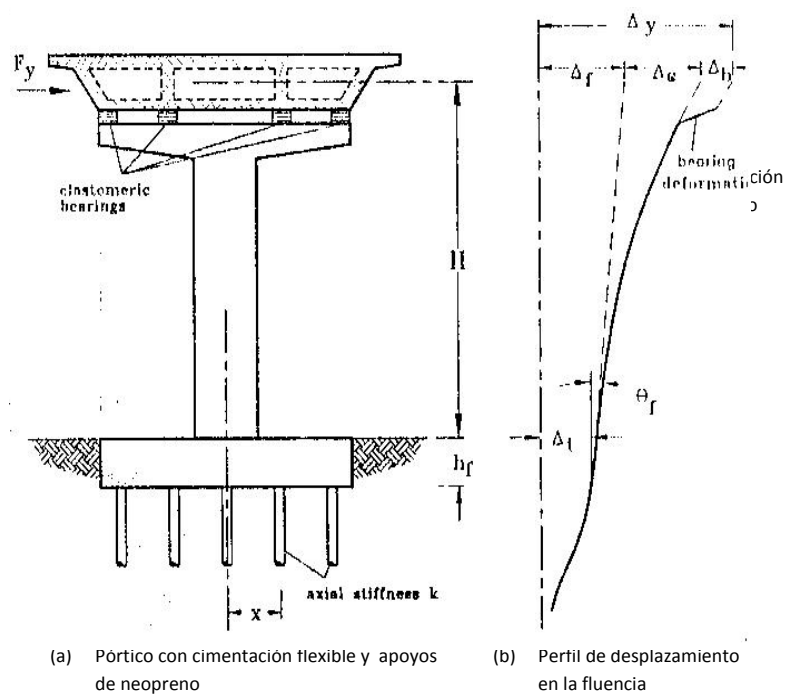


Figura 3.10: Influencia de la flexibilidad adicional en el desplazamiento cedente de un pórtico con una sola columna. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Donde  $k_i$  es la rigidez axial (N/m) de la pila  $i$  a una distancia  $x_i$  desde el eje transversal de rotación que pasa por el centroide del grupo de pilotes.

Con una zapata apoyada en pilotes podría haber una deformación traslacional importante  $\Delta_t$  del cabezal que resulta de la deformación por flexión de los pilotes bajo la fuerza cortante sísmica, como muestra la figura 3.10b. Esta deformación contribuirá al incremento de  $\Delta_f$  debido al aumento de flexibilidad.

El desplazamiento elástico adicional es:

$$\Delta_f = \theta_f(H + h_f) + \Delta_t = \frac{M_f(H+h_f)^2}{K_f} = \Delta_t \quad (3.18)$$

Si la superestructura está soportada por apoyos elastoméricos de rigidez total  $K_b$  con libertad de deformación horizontal, la deformación por cortante en los apoyos es:



$$\Delta_b = \frac{F_y}{K_b} \quad (3.19)$$

Los componentes de desplazamiento debidos a la flexibilidad de los apoyos elastoméricos y del cabezal tienen un efecto idéntico en la capacidad de ductilidad de desplazamiento de la estructura a aquellos resultantes de la flexibilidad de la viga cabezal. Los efectos pueden así estar relacionados a la ductilidad de base rígida  $\mu_{\Delta r}$  por medio de la ecuación:

$$\mu_{\Delta f} = 1 + \frac{\mu_{\Delta r} - 1}{1 + \frac{(\Delta_f + \Delta_b)}{\Delta_c}} \quad (3.20)$$

Donde  $\Delta_c$  es otra vez el desplazamiento cedente resultante del desplazamiento de la columna por sí sola.

### 3.8.1.3. Diseño de columnas/pilotes continuos

Una forma de construcción que ha ganado una popularidad considerable en California y en

otros lugares involucra el uso de diseños de columnas/pilotes donde el único pilote prebarrenado tiene la misma sección y refuerzo de la columna en la superficie. Como se muestra en la figura 3.11, la profundidad equivalente para fijar el elemento ante desplazamientos es usualmente de 3 a 5 diámetros por debajo del nivel del suelo, mientras que el momento máximo se produce cerca de la superficie, por debajo de uno a dos diámetros de pilote.

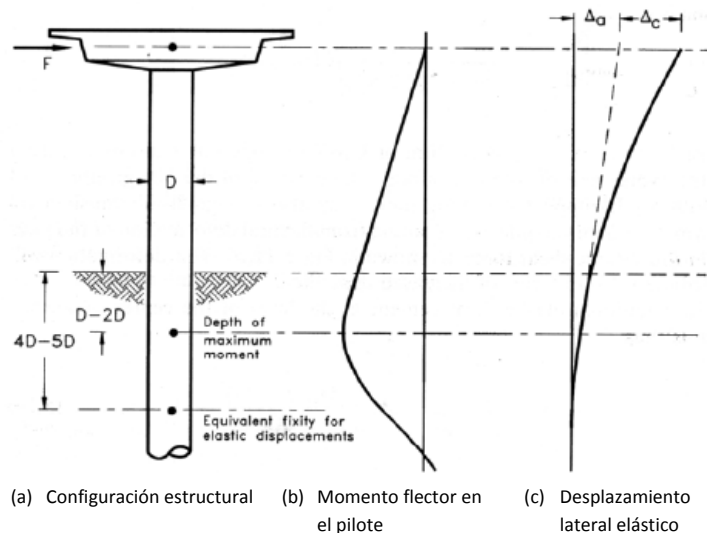


Figura 3.11: Efectos de flexibilidad adicional en un pilote dúctil. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Para la columna en voladizo mostrada, el desplazamiento cedente  $\Delta_y$  en el centro de masas puede ser mucho mayor que la cantidad  $\Delta_c$  contribuida por la deformación estructural de la columna por encima del nivel en el cual se forma la articulación plástica. Debido a que la rotación plástica está concentrada en donde se produce el máximo momento, la capacidad de ductilidad de desplazamiento es más baja que la que podría existir en un voladizo vertical rígidamente fijado para evitar la rotación elástica y el desplazamiento en la posición de momento máximo. Nuevamente una relación entre la capacidad de ductilidad de la columna y una columna equivalente rígidamente apoyada en la posición de máximo momento se puede expresar como:

$$\mu_{\Delta f} = 1 + \frac{\mu_{\Delta r} - 1}{1 + \Delta_a / \Delta_c} = 1 + \frac{\mu_{\Delta r} - 1}{1 + f_a} \quad (3.21)$$

Donde  $\Delta_a$  es el desplazamiento elástico adicional en la fluencia, causado por los componentes de la deflexión originados bajo la localización de momento máximo, y  $f_a = \Delta_a / \Delta_c$  se puede considerar como un coeficiente de flexibilidad adicional.

### **3.8.2. Diseño para la resistencia a flexión requerida de las articulaciones plásticas**

Aunque sea posible concebir diseños sísmicos de puentes donde la ductilidad sea provista por las articulaciones de las vigas, es normal que las columnas sean las que desarrollen la capacidad inelástica rotacional. La resistencia a flexión requerida en las articulaciones plásticas puede ser calculada a partir de cualquiera de los métodos de diseño, ya sea el método basado en desplazamientos o aquel basado en fuerzas.

La filosofía actual de diseño en la mayoría de los códigos o recomendaciones de diseño coincide en una

estimación conservadora de la resistencia a la flexión  $M_n$ , reducida aún más por un factor de reducción de resistencia a la flexión  $\phi_f$  para obtener la resistencia requerida  $M_r$  mediante la expresión:

$$\phi_f M_n \geq M_r \quad (3.22)$$

Debido a que el método de diseño por capacidad requiere que los elementos no dúctiles o modos de deformación estén protegidos, diseñándolos para niveles de fuerzas correspondientes a las estimaciones máximas de resistencia a la flexión desarrolladas donde se producen las articulaciones plásticas (por ejemplo  $M^o = \phi^o M_n$ ), la resistencia requerida  $S_r$  en los elementos, para protegerlos, debe ser mucho mayor que la que se requiere en las articulaciones plásticas. La resistencia de diseño para proteger los elementos está dada por la expresión:

$$\phi_s S_n \geq S_r = S^o \quad (3.23)$$

Donde  $S^\circ$  es la acción correspondiente al momento flector de sobrerresistencia  $M^\circ$  de las articulaciones plásticas y  $\phi_s$  es el factor de reducción de resistencia apropiado para la acción  $S$ . Puede recalcarse que en algunos códigos no se especifican factores de protección de capacidad suficientemente altos para asegurar que modos de deformación indeseables, tales como fallas por cortante, sean evitados. Si se especifican factores de protección de capacidad con valores suficientemente altos en conjunto con estimaciones reales de la resistencia de diseño, las fuerzas sísmicas de diseño para todas las partes de la estructura, excepto para las regiones de articulaciones plásticas, serán mucho más grandes que aquellas correspondientes al nivel de diseño de la fuerza sísmica. En términos económicos esto resulta importante, especialmente para el diseño de la cimentación.

En los Estados Unidos, la resistencia nominal a la flexión es usualmente calculada por el método ACI, usando la resistencia mínima especificada y las deformaciones del

material correspondientes a una deformación por compresión en la fibra extrema de 0.003.

### **3.8.2.1. Resistencia a la fluencia del refuerzo**

Debido a la amplia variación en las propiedades del acero de refuerzo grado 40 ( $f_y=276$  MPa), el acero grado 60 ( $f_y=414$  MPa) es normalmente usado para el diseño sísmico. El rango permisible para la resistencia a la fluencia del acero A706, el cual es preferido antes que el A615 por su estricto control en el contenido de carbón y sus propiedades mejoradas de soldabilidad, es

$$414 \leq f_y \leq 534 \text{ MPa}$$

Así, el límite superior es 30% más alto que el valor de diseño especificado.

### **3.8.2.2. Endurecimiento por deformación plástica del refuerzo**

Para niveles de ductilidad de curvatura correspondientes a la respuesta máxima, pueden presentarse deformaciones del acero tan grandes como del 7%. A este nivel, el esfuerzo del acero es usualmente de 30 a 40% más grande que el esfuerzo de fluencia real. Las altas deformaciones por tensión se dan particularmente con columnas sujetas a cargas axiales bajas y con relaciones bajas de refuerzo longitudinal. En combinación con el alto esfuerzo de fluencia inicial, es posible que los esfuerzos en algunas varillas de refuerzo excedan el nominal de 414 MPa (60 ksi) en un 70% o más.

### **3.8.2.3. Resistencia a la compresión del concreto**

La resistencia a la compresión especificada a los 28 días es una baja estimación de la



resistencia esperada en obra. Diseños conservadores de mezclas y los requerimientos para los proveedores del concreto, garantizan el resultado de la resistencia media a los 28 días en un promedio de 20 a 25% más que la resistencia especificada. El concreto continúa ganando resistencia en el primer año alcanzando un 20% más que tenía a los 28 días. Después de 30 años, la resistencia a compresión a menudo excede la especificada en un 100% o más. Como se señaló anteriormente, los núcleos tomados de los puentes de California construidos en los 50s y 60s han sido ensayados y tienen resistencias a compresión en el rango de 38 a 62 MPa para una resistencia nominal de 22.5 MPa. Debido a que la probabilidad de ocurrencia del sismo de diseño en un período de 28 días, en el cual el puente probablemente aún estará bajo construcción, es extremadamente baja, se necesita una resistencia a la compresión más

alta en la evaluación del potencial de sobrerresistencia del puente.

La resistencia a la compresión del concreto es aún mayor por el confinamiento pasivo provisto en las regiones de articulaciones plásticas por el refuerzo transversal. En los diseños de puentes modernos es común que existan altos niveles de confinamiento, por lo tanto, se produce un aumento de la resistencia a la compresión en 50% más que la resistencia no confinada.

#### **3.8.2.4. Deformación máxima por compresión**

El uso de una deformación unitaria de 0.003 en la fibra extrema a compresión para los cálculos de resistencia a flexión no refleja las condiciones últimas, que sí se desarrollan cuando las deformaciones en la fibra extrema son tan grandes como 0.02. Éste también es un

valor conservador de la deformación en la cual el desprendimiento y aplastamiento se desarrollan primero. Cuando la sección crítica es confinada por un miembro adyacente (zapata o viga cabezal), se observan señales de desprendimiento en el rango de deformaciones de 0.006 a 0.010 en la fibra extrema. En la figura 3.12 se ilustra la relación típica entre la deformación en la fibra extrema a compresión y el momento para una columna circular de puente.

El uso de  $\varepsilon_c=0.003$  y las resistencias nominales del material resultan en una estimación conservadora de la resistencia máxima, aún cuando las resistencias nominales del material son usadas para predecir la curva momento-deformación. Cuando se considera que las resistencias a la fluencia pueden exceder en gran cantidad al mínimo especificado, el conservadorismo resultaría severo.

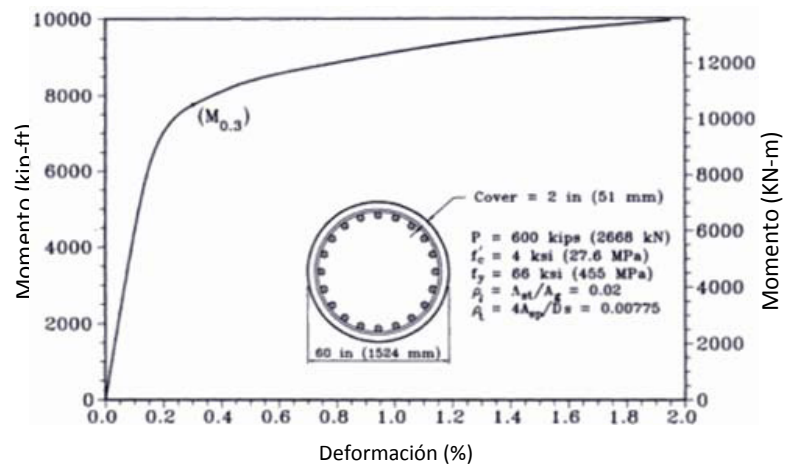


Figura 3.12: Relación Momento-Deformación por compresión en la fibra extrema para una columna típica. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

### 3.8.2.5. Factores de reducción de la resistencia a la flexión

La mayor parte de los códigos de diseño especifican el uso de factores de reducción de la resistencia a flexión para obtener un valor de resistencia confiable, el cual es igualado a la resistencia requerida de acuerdo a la ecuación

(3.22). Por ejemplo, los requerimientos de la AASHTO especifican un factor de reducción de resistencia a la flexión  $\Phi_f$  de:

$$0.9 \geq \left( \phi_f = 0.9 - \frac{2P}{f'_c A_g} \right) \geq 0.5 \quad (3.24)$$

En conjunto con los factores de sobrerresistencia de la figura 3.12, es posible que la resistencia a flexión extrema exceda al valor requerido de 200 a 250%, aún cuando no se provee una mayor resistencia confiable.

Los factores de reducción especificados en el ACI son similares a los de la AASHTO, pero tienen un límite inferior de 0.7. Caltrans ha usado por muchos años un método en donde  $\Phi_f = 1$  es el límite inferior. En Nueva Zelanda se adopta un valor de  $\Phi_f = 0.9$ , a pesar de los niveles de fuerza axial. Japón adopta  $\Phi_f = 1$  y en Europa la resistencia confiable es determinada por el uso de bajas estimaciones

de  $f'_c$  y  $f_y$  en lugar de especificar un factor de reducción de resistencia a flexión.

#### **3.8.2.6. Consecuencias de ser menos conservadores en la determinación de la resistencia de diseño**

Está claro que los métodos actuales de diseño a flexión son deliberadamente conservadores y más bien inconsistentes y que la consecuencia es el uso de altos factores de sobrerresistencia para cumplir los objetivos del diseño por capacidad. Parecería que las consecuencias del uso de un diseño de resistencia a la flexión menos conservador serían beneficiosas, ya que los factores de sobrerresistencia se pueden reducir y la posibilidad de que la resistencia a flexión real sea menor que la requerida no tiene la misma importancia en el diseño dúctil a flexión como lo tiene en el diseño por cargas de gravedad. La figura 3.13 muestra que si la

resistencia real a la flexión es 10% menor a la resistencia requerida, la cedencia a la flexión va a ocurrir un poco antes de lo esperado, lo cual da lugar a un incremento en 11% en la demanda de ductilidad de curvatura de la sección.

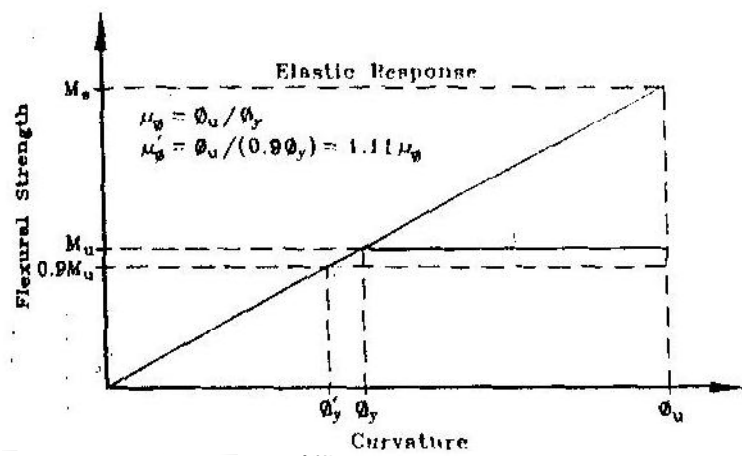


Figura 3.13: Influencia de la baja resistencia a flexión en la demanda de ductilidad basada en una aproximación igual de desplazamiento. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Considerando el conservadurismo y la falta de precisión inherente al diseño por ductilidad, esa variación no es significativa, a diferencia del

diseño por cargas de gravedad donde es esencial que se mantenga un adecuado margen entre la resistencia y las cargas aplicadas para evitar la falla. Para el diseño sísmico se espera que la resistencia se desarrolle en una fracción de la respuesta de diseño, por lo tanto, el concepto de mantener un excedente en la resistencia es insensato. Esto conlleva a que en el diseño sísmico, las consecuencias de la sobreestimación de la resistencia a flexión de diseño de una articulación plástica sean menos importantes que aquellas que se ocurren cuando se subestima la capacidad de sobrerresistencia.

#### **3.8.2.7. Recomendaciones de Diseño**

En base a los argumentos anteriores, es conveniente usar metodologías de diseño menos conservadoras para las regiones de articulaciones plásticas. A continuación, se



presentan algunas recomendaciones de diseño propuestas por investigadores de la Universidad de California:

1. La resistencia a flexión de diseño de las articulaciones plásticas debe calcularse en base a las resistencias características de los materiales, correspondientes al 5% inferior de los valores de resistencia a una edad definida para la ocurrencia del evento sísmico de diseño. Para el diseño en Estados Unidos, se recomiendan los siguientes valores:

Resistencia característica de fluencia:  $f_{ye}=1.1f_y$

Resistencia característica a la compresión:  $f'_{ce}=1.3f'_c$

2. Deformación unitaria en la fibra extrema a compresión:  $\varepsilon_c=0.004$

3. Se asume un bloque rectangular equivalente de esfuerzos (u otra forma apropiada justificada por resultados

experimentales) para representar la relación esfuerzo-deformación del concreto en compresión.

4. El factor de reducción de resistencia a flexión debe ser  $\Phi_f = 1.0$ , para asegurar una resistencia a la flexión confiable.

#### **3.8.2.8. Análisis Momento-Curvatura**

Como una alternativa al diseño usando un bloque equivalente de esfuerzos, la resistencia a flexión de diseño puede basarse en un análisis momento-curvatura de la sección. La relación momento-curvatura será usada para predecir los valores de sobrerresistencia a niveles de rotación plástica de diseño. Cuando se utiliza este análisis, la resistencia a flexión de diseño corresponde a las condiciones en las cuales la deformación en la fibra extrema a compresión alcanza el valor de 0.004 o cuando la deformación por tensión en el refuerzo a

máxima tensión alcanza el valor de 0.015, cualquiera que ocurra primero. La relación esfuerzo-deformación del acero debe incluir la fase de endurecimiento por deformación.

Es importante que la relación esfuerzo-deformación del concreto se distinga entre el concreto confinado y el no confinado, con la tolerancia para las diferentes resistencias a compresión y las capacidades de deformación de los dos componentes.

#### **3.8.2.9. Límites para el refuerzo longitudinal**

Es común que para códigos de diseño se especifiquen límites superiores e inferiores para las relaciones de refuerzo longitudinal permitidas en secciones de columnas. Hay, sin embargo, variaciones importantes en ambos límites codificados y en la práctica del diseño común entre diferentes países. En los Estado

Unidos, se permiten cuantías de refuerzo longitudinal para columnas entre 1 y 8%. En Nueva Zelanda, el rango permitido está entre 0.8 y 8%. En Japón en cambio se permiten cuantías de refuerzo mucho menores con valores tan bajos como el 0.5%.

*Límite inferior.* Es importante que la resistencia a flexión de la columna deba exceder la resistencia de agrietamiento en un margen adecuado. Un pequeño margen de resistencia a flexión por encima del momento de agrietamiento puede resultar en solo una o dos grietas formadas en las rótulas plásticas de las columnas dúctiles. Si la resistencia a tensión del concreto es más alta que la especificada, lo cual es probable para tasas de carga sísmica, solo una grieta se puede formar en la base de la columna. El resultado será una longitud de rótula plástica efectiva reducida y un incremento en la demanda de ductilidad de curvatura. Si el porcentaje de refuerzo vertical es bajo, la

profundidad del bloque de compresión será pequeña y el resultado será que las deformaciones en las varillas a tensión serán excesivas produciéndose, posiblemente, su fractura. Esta situación se agrava cuando las varillas verticales son de diámetro pequeño, donde la penetración de la deformación unitaria desde la sección crítica será pequeña, o cuando el acero tenga una deformación unitaria última a tensión muy baja.

Para asegurar un desempeño satisfactorio de las columnas o pilas bajo acción sísmica, se recomienda que la resistencia a flexión exceda a la de agrietamiento en un 100%.

*Límite superior.* No es común usar cuantías de acero que alcancen el límite permisible del 8% debido a las dificultades de colocar el acero y confinarlo. Otra razón para contar con un límite superior es la sensibilidad a los efectos  $P-\Delta$ , la dificultad para restringir grandes áreas de

varillas a compresión contra el pandeo y esfuerzos excesivos de corte en el nudo entre la columna y la viga cabezal y entre la columna y la cimentación o cabezal de pilote. Todo esto sugiere que no se debe usar valores mayores al 4% en el porcentaje de acero vertical si los esfuerzos de corte en el nudo se limitan a  $0.25 f'_c$ . Por lo tanto los límites recomendados son:

$$0.005 \leq \rho_1 \leq 0.04 \text{ (columnas circulares)} \quad (3.25a)$$

$$0.008 \leq \rho_1 \leq 0.04 \text{ (columnas rectangulares)} \quad (3.25b)$$

En la práctica el rango de cuantía varía entre el 1 y el 3% para ambos tipos de columnas.

### **3.9. Ductilidad de flexión y Rotación Inelástica**

#### **3.9.1. Ductilidad requerida**

Cuando se diseña usando el método de diseño basado en fuerzas, la capacidad de ductilidad de la estructura

debería ser conocida para determinar el factor apropiado de reducción de fuerzas. Las consideraciones geométricas, incluyendo los efectos de la flexibilidad de la cimentación, influyen en la relación entre el factor de ductilidad de desplazamiento de la estructura y el factor de ductilidad de un elemento de la estructura, el cual puede ser expresado en unidades de curvatura, rotación o desplazamiento. La ecuación (3.21) está formulada como una ecuación básica que relaciona la capacidad de ductilidad de desplazamiento del elemento con la de la estructura total. Usando el diseño basado en desplazamientos, es la rotación plástica de las potenciales articulaciones plásticas la que tiene gran importancia en el diseño. A partir de las rotaciones plásticas se calculan los desplazamientos permitidos y por ende, se establecen los requerimientos de fuerza. Nótese que en ambos enfoques de diseño, es necesario que seamos capaces de determinar la rotación inelástica y la capacidad de ductilidad de los elementos en forma individual, ya que estas características están interrelacionadas.

### **3.9.2. Evaluación de la rotación inelástica de los elementos estructurales y capacidad de ductilidad**

La capacidad de rotación plástica disponible y por lo tanto, la capacidad de ductilidad de un elemento dependen de la geometría de la sección y de la cantidad y distribución del refuerzo transversal dentro de la región de articulación plástica. El refuerzo transversal tiene la función doble de confinar el núcleo de concreto, así como aumentar su resistencia a compresión para soportar altas deformaciones unitarias de compresión y restringir el pandeo del refuerzo longitudinal. Estas dos acciones interactúan en una forma compleja que aún no se entiende totalmente.

#### **3.9.2.1. Capacidad de Rotación Plástica**

Para mayor facilidad, se considera una aproximación bilineal para la relación momento curvatura para una sección crítica como se muestra en la figura 3.14. La curvatura de



cedencia equivalente  $\Phi_y$  se encuentra extrapolando las secantes a las dos líneas que representan a la parte elástica y plástica de la relación Momento-Curvatura. En el punto de cruce de las secantes se tiene la capacidad nominal de momento y la primera cedencia y al final de la curva se tiene el momento último y la curvatura última. La capacidad de curvatura plástica  $\Phi_p$  es la diferencia entre la curvatura última  $\Phi_u$ , correspondiente a la deformación límite por compresión  $\varepsilon_{cu}$  y la curvatura de fluencia. Así:

$$\Phi_p = \Phi_u - \Phi_y \quad (3.26)$$

Se asume que la curvatura plástica es constante por encima de la longitud equivalente de la articulación plástica  $L_p$ , la cual es calibrada para proporcionar la misma rotación plástica  $\Phi_p$  que ocurre en la estructura real.

Del análisis y los resultados de ensayos, se ha podido determinar una estimación razonable de la longitud de la articulación plástica cuando ésta se forma cerca de un elemento de apoyo, como la zapata de la figura 3.15. Esta longitud está dada por la ecuación:

$$L_p = \begin{cases} 0.08L + 0.022f_{ye}d_{bl} \geq 0.044f_{ye}d_{bl} & (f_{ye} \text{ en MPa}) \\ 0.08L + 0.15f_{ye}d_{bl} \geq 0.3f_{ye}d_{bl} & (f_{ye} \text{ en MPa}) \end{cases} \quad (3.27)$$

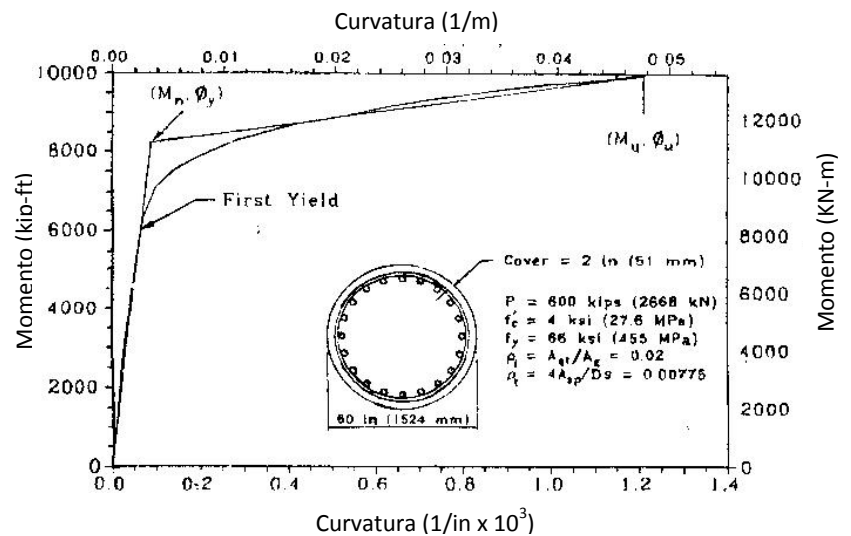


Figura 3.14: Aproximación bilineal de la relación momento-curvatura de una columna. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

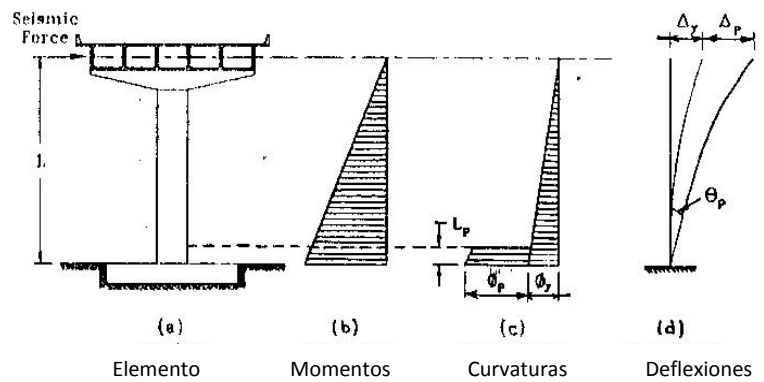


Figura 3.15: Deformación inelástica de una columna de puente. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

En la ecuación (3.27),  $L$  es la distancia desde la sección crítica de la articulación plástica al punto de inflexión y  $d_{bl}$  es el diámetro del refuerzo longitudinal. El segundo término en la ecuación (3.27) permite una rotación adicional en la sección crítica que resulta de la penetración de la deformación del refuerzo longitudinal en el elemento de apoyo, en este caso la zapata. La rotación plástica es entonces:

$$\theta_p = L_p \phi_p = L_p (\phi_u - \phi_y) \quad (3.28)$$

Las curvaturas límites  $\phi_y$  y  $\phi_u$  pueden ser calcularse sin recurrir a un análisis momento-curvatura completo. Usando los gráficos de diseño de la figura 3.16 para una rigidez efectiva  $I_c$  de la sección agrietada, la curvatura de cedencia sería aproximadamente:

$$\phi_y = \frac{M_n}{E_c I_c} \quad (3.29)$$

Para el análisis de una sección crítica en la fibra extrema a compresión, donde se presenta la deformación última  $\varepsilon_{cu}$ , la curvatura última es:

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{c_u} \quad (3.30)$$

Donde  $c_u$  es la profundidad del eje neutro y  $\varepsilon_{cu}$  está dado por la ecuación (2.14).

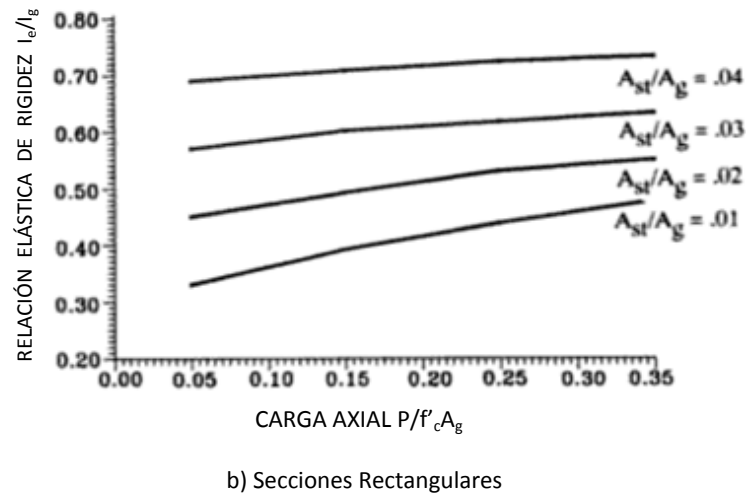
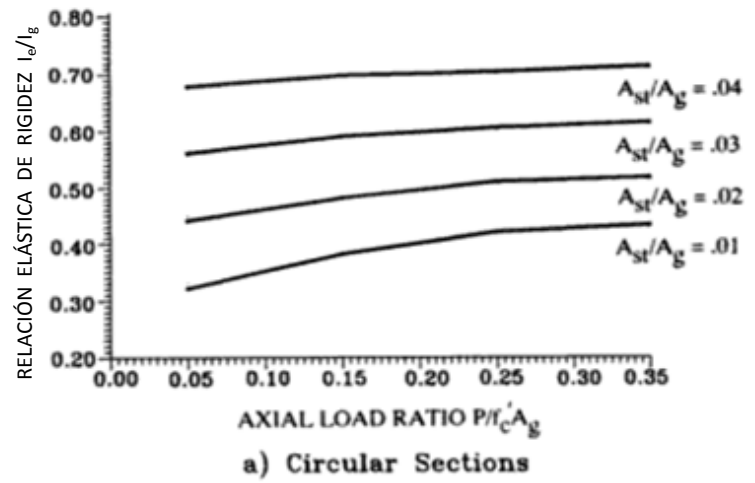


Figura 3.16: Rigidez efectiva de las secciones de concreto reforzado agrietadas. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

### 3.9.2.2. Capacidad de ductilidad de un elemento

La capacidad de ductilidad de curvatura de una sección está definida por:

$$\mu_{\phi} = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (3.31)$$

Excluyendo todos los efectos de flexibilidad adicional, el desplazamiento de cedencia del elemento, refiriéndonos a la figura 3.15, es aproximadamente:

$$\Delta_y = \frac{\phi_y L^2}{3} \quad (3.32)$$

El desplazamiento plástico  $\Delta_p$  incluye el componente debido a la rotación plástica  $\theta_p$  y el desplazamiento elástico adicional que resulta del incremento en el momento desde  $M_n$  hasta  $M_u$  (figura 3.14). Así:

$$\Delta_p = \left( \frac{M_u}{M_n} - 1 \right) \Delta_y + L_p (\phi_u - \phi_y) (L - 0.5L_p) \quad (3.33)$$

Y el desplazamiento último es la suma del desplazamiento cedente y el desplazamiento plástico, así:

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p \quad (3.34)$$

Por lo tanto el factor de ductilidad de desplazamiento del elemento,  $\mu_\Delta$ , está dado por:

$$\begin{aligned} \mu_\Delta &= \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = 1 + \frac{\Delta_p}{\Delta_y} \\ &= \frac{M_u}{M_n} + 3(\mu_\phi - 1) \frac{L_p}{L} \left(1 - 0.5 \frac{L_p}{L}\right) \quad (3.35) \end{aligned}$$

### 3.10. Fallas de columnas

Las fallas de las columnas de los pórticos de puentes son producto de una serie de ineficiencias relacionadas a las consecuencias del uso de la filosofía de diseño elástico. Las más comunes se explican a continuación.

### **3.10.1. Falla por flexión y ductilidad**

Hasta los años 70s, los diseñadores tuvieron desconocimiento de la necesidad de construir columnas con capacidad de ductilidad en las regiones potenciales de rótulas plásticas.

#### **3.10.1.1. Resistencia a la flexión inadecuada**

Para el método elástico que se utilizó en el diseño de muchos puentes y q hasta la actualidad se usa en algunos países, la acción sísmica está representada por bajos niveles de fuerzas laterales sísmica. Por ejemplo, en California, fue muy común el diseño para fuerzas laterales equivalentes a 6% del peso de la gravedad, aunque ahora se considera que los niveles de respuesta elástica pueden exceder el 100% del peso de la gravedad. Aunque las diferencias entre el diseño y los niveles reales de respuesta elástica son



grandes, la diferencia entre la resistencia real y el nivel de respuesta elástica es usualmente mucho menor debido a la naturaleza conservadora del análisis elástico, adoptado para el diseño a flexión de las columnas. La figura 3.17 compara el diagrama de interacción de una columna para el diseño elástico y el de resistencia.

El diseño elástico estuvo basado en una interacción lineal entre el momento  $M$  y la carga axial  $P$ , desde el 45 % de la resistencia bajo flexión pura hasta alrededor del 30% de la carga axial de compresión. Como se ve en la figura 3.17, esto implica una reducción en la capacidad a momento conforme la compresión axial se incrementa, mientras que para bajos niveles de carga axial, típicos en las columnas de puentes, la capacidad a momento crece a medida que la compresión axial aumenta. Como consecuencia, la resistencia a flexión real frecuentemente es más grande que tres o

cuatro veces los niveles del diseño elástico, como sugiere la figura 3.17. Puede existir un gran incremento de la resistencia de los materiales, particularmente de la resistencia de cedencia del acero, excediendo los valores especificados y desde la zona de endurecimiento por deformación. Como resultado de este comportamiento, es muy común que en los puentes existentes en California las resistencias a flexión lateral correspondan al 25% del peso de la gravedad. Es decir, de magnitud similar a la requerida en la práctica de diseño dúctil actual, pero mucho menor que la posible respuesta elástica, lo cual es inadecuado para el enfoque de diseño elástico, donde el detallamiento especial para proveer ductilidad no es implementado.

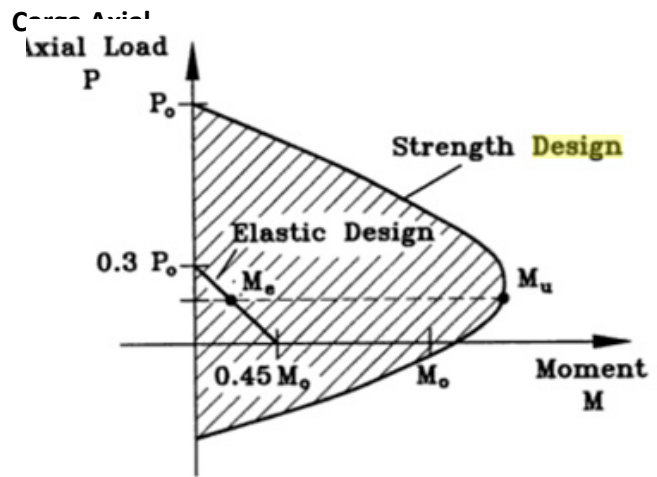


Figura 3.17: Diagrama de interacción de una columna. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

### 3.10.1.2. Resistencia a la flexión independiente de la columna

Generalmente, el refuerzo longitudinal de la columna es traslapado inmediatamente encima de la cimentación con una longitud de empalme insuficiente para desarrollar la resistencia de las varillas. En la base de las columnas de los puentes de California

diseñados hasta antes de 1971, era muy común que la longitud de traslape fuera tan pequeña como 20 veces el diámetro de la varilla. Los ensayos indican que no es suficiente permitir que la resistencia a la flexión de la columna se desarrolle. Debe acotarse que aún cuando los empalmes sean más grandes, satisfacer los requerimientos de los códigos no es tan fácil si la columna está sujeta a niveles de ductilidad moderada. La figura 3.18 muestra el daño en la base de una columna, debido a la falta de longitud de traslape, el cual ocurrió en 1989 en el sismo de Loma Prieta. La insuficiente resistencia a la flexión también es ocasionada por la falla de las soldaduras a tope del refuerzo longitudinal cerca de donde se localizan los momentos máximos. Parece difícil asegurar la resistencia y ductilidad de la soldadura y definitivamente, éstas no estarían en estado crítico si se utilizara un método de diseño elástico.



Figura 3.18: Falla por falta de longitud de traslape en la base de la columna. Terremoto de Loma Prieta, 1989. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Los efectos del período de tensión provocan deformaciones máximas en los refuerzos siendo casi constantes para una altura por encima de la base de la columna igual a la mitad del diámetro de la misma.

### **3.10.1.3. Falta de Ductilidad por flexión**

A pesar de la existencia de una resistencia a la flexión superior a la prevista en el concreto

reforzado de las columnas de los puentes, esta resistencia con frecuencia sigue siendo mucho menor que la requerida para la respuesta elástica a las intensidades sísmicas esperadas. La consecuencia es que para soportar la intensidad del ataque sísmico, las estructuras deben poseer ductilidad. La ductilidad, algunas veces llamada *tenacidad*, es la propiedad de los materiales o elementos estructurales para deformarse a través de varios ciclos de carga, hasta alcanzar desplazamientos mucho más grandes que los de cedencia, sin que ocurra una degradación significativa de la resistencia. En algunos casos, los factores de ductilidad de desplazamiento (múltiplos del desplazamiento de fluencia) que se requieren son tan grandes como  $\mu_{\Delta} = 6$  u  $8$ .

A niveles de ductilidad de desplazamiento de 2 a 3, la deformación unitaria de compresión del concreto en las regiones de articulaciones

plásticas excede la capacidad de deformación del concreto no confinado, por lo tanto, se puede producir el desprendimiento del concreto de recubrimiento. A menos que el núcleo de concreto esté bien confinado por espirales o estribos transversales poco espaciados, el aplastamiento se extiende rápidamente dentro del núcleo, las varillas longitudinales se pandean y se produce la disminución de la resistencia, todo esto provoca el inhabilitamiento de la columna para soportar cargas de gravedad. Este comportamiento puede ser acelerado cuando el refuerzo transversal esta traslapado en el concreto de recubrimiento, como es común en los puentes antiguos. Cuando el concreto se desprende, los aros pierden efectividad en las zonas de traslape.

Las figuras 3.19 y 3.20 muestran las fallas en las rótulas plásticas por flexión. Los bajos

niveles de refuerzo transversal presente en estas articulaciones son notorios.



Figura 3.19: Falla del confinamiento en la parte superior de la columna durante el sismo de San Fernando en 1971. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Por ejemplo, en la figura 3.20 del Terremoto de Northridge en 1994, el refuerzo transversal poco espaciado había sido colocado sobre una distancia igual al diámetro de la columna desde su base, pero se construyó un muro que conectaba las columnas. Debido a este muro, durante el sismo, las rótulas plásticas se



formaron inmediatamente encima del muro, donde el espacio vertical del refuerzo transversal era mayor, produciéndose así la falla.



Figura 3.20: Rótulas plásticas en columnas restringidas por un muro que las conecta en el Puente sobre el Canal Bull Creek Canyon. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

#### **3.10.1.4. Terminación prematura del refuerzo de las columnas**

En Japón, durante los terremotos de Urahawa-ohi en 1982 y el de Kobe en 1995,

las columnas desarrollaron la falla por flexión y cortante a la mitad de sus alturas, como consecuencia de la terminación prematura del refuerzo longitudinal de la columna. En la figura 3.21, la falla por flexión y cortante aparentemente ocurrió a la mitad de la altura de la columna donde se cortó el refuerzo longitudinal. La terminación de la varilla estaba basada en la envolvente de momento de diseño, sin contar con los efectos del cambio de tensión debidos al agrietamiento diagonal por corte. Esta deficiencia fue exacerbada por la insuficiente longitud de desarrollo de las varillas de empalme en este sitio. También son muy importantes para este caso los efectos de la inercia rotacional que incrementan el momento en la mitad de la columna.



Figura 3.21: Falla por flexión y corte en la mitad de la altura de la pila del paso elevado de la ruta 43/2, debido a la terminación prematura del refuerzo longitudinal durante el Terremoto de Kobe. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

La falla de 18 columnas de la sección que colapsó en la autopista Hanshin en el terremoto de Kobe también se inició por la terminación del 33% del refuerzo longitudinal en el 20% de la altura de la columna. Esto forzó a que la rótula plástica se formara arriba de la base, donde no fue suficiente el refuerzo proporcionado a la zapata, lo cual es esencial

para la supervivencia de las columnas. Esta falla dramática se ilustra en la figura 3.22.



Figura 3.22: Falla por flexión arriba de la base de las columnas de la autopista Hanshin, debido a la terminación prematura del refuerzo longitudinal y falta de confinamiento durante el sismo de Kobe. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

### 3.10.2. Fallas por cortante

La resistencia al corte de las secciones de concreto de las columnas proviene de la combinación de varios factores que involucran: la transferencia del cortante del concreto a compresión, el intertrabado del agregado a lo largo de las grietas inclinadas por flexión y cortante, la acción de arco sostenido por las fuerzas axiales y los mecanismos de armaduras que utilizan amarres horizontales provistos por el refuerzo transversal.

Los mecanismos de cortante interactúan en una forma compleja. Si el refuerzo transversal que forma el mecanismo de armadura fluye, el ancho de las grietas de flexión y cortante se incrementa rápidamente, reduciendo los mecanismos de resistencia al corte que utiliza el trabado del agregado. Como consecuencia, la falla a cortante será frágil e implica una degradación rápida de resistencia. La deformación inelástica por corte es inadecuada para la respuesta sísmica dúctil.

Las columnas cortas son particularmente susceptibles a la falla por corte producto de la alta relación cortante-momento y de la forma conservadora del diseño por resistencia de las columnas antiguas. La resistencia a flexión real de las columnas existentes es en algunas ocasiones la resistencia de diseño si se utiliza la teoría elástica. Las ecuaciones para el diseño por corte eran generalmente menos conservadoras que las ecuaciones del diseño a flexión de los puentes antiguos. En California, es común encontrar que el refuerzo transversal de columnas de puentes antiguos consiste en varillas No. 4 (12.7 mm de diámetro) espaciadas verticalmente a 12 pulgadas (305 mm) a pesar del tamaño de la columna o la fuerza de cortante, por lo cual se sospecha que el diseño a cortante no fue considerado como esencial. Antes de 1970, había una falta de conocimiento de la necesidad de asegurar que la resistencia real a cortante excede la resistencia real a flexión y una consecuencia común es encontrar columnas de puentes donde la resistencia a flexión puede ser de 2 a 3 veces la resistencia a cortante.

El análisis de las columnas que fallaron por cortante indicó que las resistencias al corte eran alrededor del 30% de la resistencia a flexión. Es importante darse cuenta que es la resistencia real la que se desarrollará bajo el ataque sísmico a menos que la resistencia real exceda el nivel de respuesta elástico. La figura 3.23 muestra el daño de una de las columnas en el separador I-5/I-605 de una importante autopista de un puente afectado en 1987 en el terremoto Whittier. Algunos de los estribos transversales se fracturaron, el ancho de las grietas de cortante excedió los 25 mm y prácticamente no se mantuvo la resistencia a cortante después del terremoto. La curvatura del refuerzo longitudinal de la columna como las duelas de un barril demuestra que la columna se ha acortado y que el colapso es inminente.

Las fallas por cortante también ocurrieron en los terremotos de San Fernando, Northridge y el de Kobe. En la figura 3.24 del sismo de San Fernando, la falla frágil por cortante se da donde la resistencia a flexión excede la resistencia a cortante. No hay indicios que las

articulaciones plásticas se desarrollaron al final de los miembros. Al contrario de esto, la columna de la figura 3.25, no tuvo daños en la zona central, pero la rótula plástica se formó claramente en la parte superior de la columna, con la subsecuente falla por cortante dentro de la región de la articulación.

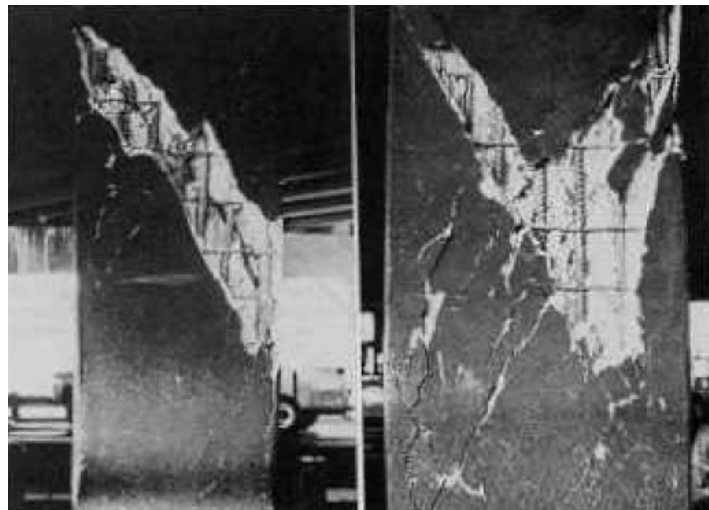


Figura 3.23: Falla frágil por cortante de la columna del separador I-5/I-605, en el Terremoto de Whittier en 1987. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Esto conduce a una observación importante: la resistencia a cortante en las articulaciones plásticas es menor que en las regiones donde no existen rótulas



plásticas. Esto es consecuencia de una reducción en la transferencia por cortante del intertrabado de los agregados en las articulaciones plásticas a medida que las grietas por flexión y cortante aumentan su ancho bajo la acción de la ductilidad a flexión.



Figura 3.24: Falla a cortante fuera de la región de la articulación plástica en el sismo de San Fernando. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

La causa de la falla de 6 de las 7 estructuras de puentes que colapsaron en el terremoto de Northridge ha sido el resultado de fallas de columnas por cortante.

Debido a la falla del refuerzo transversal, la falla por cortante de la columna a menudo provoca una pérdida de la integridad estructural de la columna, con el inmediato colapso bajo cargas de gravedad. Producto de la naturaleza repentina y frágil de la falla por cortante, se deben tomar esfuerzos especiales en los diseños nuevos y en la rehabilitación de los antiguos para contrarrestarla.

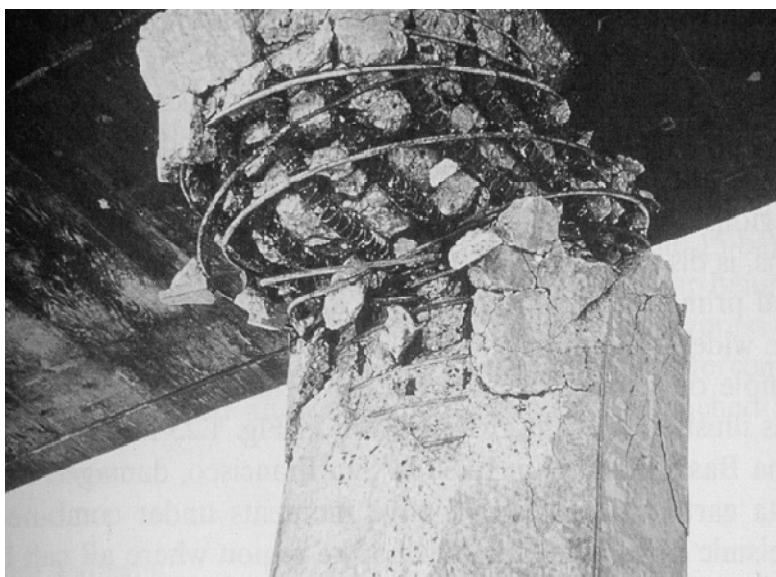


Figura 3.25: Falla por cortante dentro de la región de la articulación plástica en el terremoto de San Fernando. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

En la figura 3.26 se muestran ejemplos de columnas que colapsaron debido a las fallas por cortante.

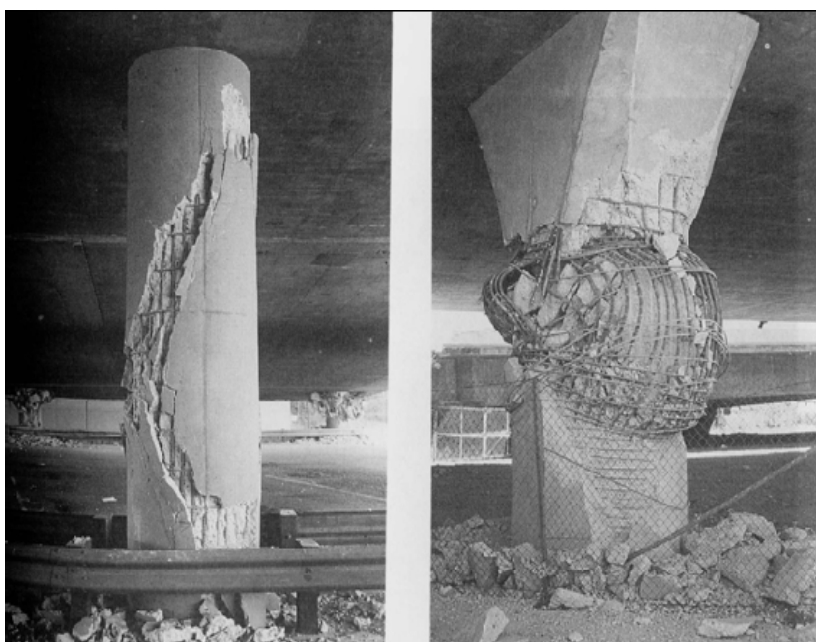


Figura 3.26: Ejemplos de fallas por cortante en el terremoto de Northridge. (a) Columna I-10 de la Autopista en Fairfax/Washington; (b) I-118 Mission/Gothic. (Tomada de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

### **3.11. Disposiciones AASHTO 2002 para el diseño y reforzamiento de Columnas de Puentes**

#### **8.15 MÉTODO DE DISEÑO POR RESISTENCIA (DISEÑO POR FACTORES DE CARGA)**

##### **8.15.1 Requerimientos de Resistencia**

###### **8.15.1.1 Resistencia Requerida**

La resistencia requerida de una sección es la resistencia necesaria para soportar las cargas factoradas y las fuerzas aplicadas a la estructura en las combinaciones estipuladas en el Artículo 3.22. Todas las secciones de las estructuras y de sus miembros deben tener resistencias de diseño al menos iguales a la resistencia requerida.

###### **8.15.1.2 Resistencia de Diseño**

**8.15.1.2.1** La resistencia de diseño que proporciona un elemento o una sección transversal en términos de carga,

momento, cortante o esfuerzo podría ser la resistencia nominal calculada de acuerdo con los requerimientos y suposiciones del método de diseño por resistencia, multiplicada por el factor de reducción de resistencia  $\phi$ .

**8.15.1.2.2** Los factores de reducción de resistencia,  $\phi$ , son los siguientes:

- (a) Flexión..... $\phi=0.90$
- (b) Cortante..... $\phi=0.85$
- (c) Compresión axial con
  - Espirales..... $\phi=0.75$
  - Estribos..... $\phi=0.70$

El valor de  $\phi$  puede incrementarse linealmente desde el valor para los elementos a compresión hasta el valor para flexión conforme la resistencia de diseño de carga axial,  $\phi P_n$ , decrece desde  $0.10f_cA_g$  o  $\phi P_b$ , la que sea menor, hasta cero.

**8.15.1.2.3** El desarrollo y las longitudes de traslape del refuerzo, especificados en los artículos 8.24 hasta 8.32 no requieren un factor de reducción de resistencia.

## **8.15.2 Consideraciones de diseño**

**8.15.2.1** El diseño por resistencia de los elementos para cargas axiales y de flexión deben basarse en las consideraciones dadas en este artículo para satisfacer las condiciones de equilibrio de los esfuerzos internos y la compatibilidad de las deformaciones.

**8.15.2.2** La deformación del acero y el concreto es directamente proporcional a la distancia desde el eje neutro.

**8.15.2.3** La deformación máxima en la fibra extrema a compresión es igual a 0.003.

**8.15.2.4** El esfuerzo en el acero bajo su resistencia de fluencia especificada,  $f_y$ , debe ser  $E_s$  veces la deformación del acero. Para deformaciones mayores que las

correspondientes a  $f_y$ , el esfuerzo en el refuerzo debe ser considerado independiente de la deformación e igual a  $f_y$ .

**8.15.2.5** La resistencia a tensión del concreto es despreciada en los cálculos de flexión.

**8.15.2.6** La distribución esfuerzo/deformación del concreto a compresión debe ser asumida como un rectángulo, trapezoide, parábola o de cualquier forma que resulte en la predicción de la resistencia en sustancial acuerdo con los resultados de los ensayos.

**8.15.2.7** Para satisfacer los requerimientos del artículo 8.16.2.6 se puede considerar una distribución esfuerzo/deformación, la cual asume un esfuerzo del concreto de  $0.85f_c$  uniformemente distribuido sobre una zona de compresión equivalente delimitada por los bordes de la sección transversal y una línea paralela al eje neutro en una distancia  $a=\beta_1c$  desde la fibra de máxima deformación por compresión. La distancia  $c$  desde la fibra de máxima deformación hasta el eje neutro debe ser medida en una dirección perpendicular a este eje. El factor

$\beta_1$  debe ser tomado como 0.85 para las resistencias de concreto,  $f_c$ , mayores e iguales a 4000 psi. Para resistencias mayores a 4000 psi,  $\beta_1$  debe reducirse continuamente en una tasa de 0.05 por cada 1000 psi de resistencia en exceso, pero  $\beta_1$  no debe ser menor que 0.65.

### **8.15.3 Flexión**

#### **8.15.3.1 Máximo refuerzo de elementos a flexión**

**8.15.3.1.1** La cuantía de refuerzo  $\rho$  no debe exceder 0.75 de la relación  $\rho_b$  que proporciona las condiciones balanceadas de deformación para la sección. El valor de  $\rho_b$  para el refuerzo a compresión no necesita ser reducida por el factor de 0.75.

**8.15.3.1.2** Las condiciones balanceadas de deformación se dan en la sección transversal cuando el refuerzo a tensión alcanza la deformación correspondiente a su esfuerzo de fluencia especificado,  $f_y$ , justo cuando el concreto en



compresión alcanza su deformación última asumida de 0.003.

## **8.15.4 Elementos a Compresión**

### **8.15.4.1 Requerimientos Generales**

**8.15.4.1.1** El diseño de elementos sujetos a carga axial o a carga axial combinada con flexión deben basarse en la compatibilidad del esfuerzo y deformación usando las consideraciones dadas en el artículo 8.16.2. los efectos de esbeltez pueden ser incluidos de acuerdo a los requerimientos del artículo 8.16.5.

**8.15.4.1.2** Los elementos sujetos a compresión axial combinada con flexión deben ser diseñados por el momento máximo que acompañe la carga axial. La carga axial factorada,  $P_u$ , a una excentricidad dada no debe exceder la resistencia de diseño de carga axial  $\phi P_{n(max)}$  donde:

(a) Para elementos con espirales conforme al artículo 8.18.2.2

$$P_{n(max)} = 0.85[0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (8-29)$$

$$\Phi = 0.75$$

(b) Para miembros con estribos de acuerdo al artículo

#### 8.18.2.3

$$P_{n(max)} = 0.80[0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (8-30)$$

$$\Phi = 0.70$$

El momento máximo factorado,  $M_u$ , debe ser modificado por los efectos de esbeltez de acuerdo con el artículo 8.16.5.

### 8.15.4.2 Resistencia de los elementos a compresión

Las siguientes consideraciones deben ser usadas como una guía para definir el rango de la relación de interacción carga-momento para elementos sujetos a carga axial combinada con flexión.

#### 8.15.4.2.1 Compresión Pura

**8.15.4.2.2** La resistencia de diseño de carga axial a una excentricidad igual a cero,  $\phi P_0$ , puede calcularse con la ecuación:

$$\phi P_0 = \phi [0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (8-31)$$

Para el diseño, la resistencia de compresión pura es una condición hipotética ya que el artículo 8.16.4.1.2 limita la resistencia de los elementos a compresión al 85 y 80% de la carga axial a excentricidad cero.

## **8.18 REFUERZO PARA LOS ELEMENTOSA COMPRESIÓN**

### **8.18.1 Máximo y mínimo refuerzo longitudinal**

**8.18.1.1.1** El área del refuerzo longitudinal para los elementos a compresión no debe exceder a 0.08 veces el área bruta,  $A_g$ , de la sección.

**8.18.1.1.2** El área mínima de refuerzo longitudinal no debe ser menor que 0.01 veces el área gruesa,  $A_g$ , de la sección.

Cuando la sección transversal es más grande que la requerida por las consideraciones de carga, se puede usar un área efectiva reducida. El área efectiva reducida no debe ser menor que aquella que requiera el 1% del refuerzo longitudinal para soportar la carga. El número mínimo de varillas para el refuerzo longitudinal debe ser de 6 para columnas circulares y de 4 para secciones rectangulares. El área mínima de las varillas es No. 5 (16mm).

## **8.18.2 Refuerzo lateral**

### **8.18.2.2 Espirales**

**8.18.2.2.1** Los espirales para los elementos a compresión deberán ajustarse a las siguientes consideraciones:

**8.18.2.2.2** Las espirales deben estar uniformemente espaciadas y la varilla debe tener un diámetro mínimo de 3/8 de pulgada (9.5 mm).

**8.18.2.2.3** La cuantía del refuerzo espiral a el volumen total del núcleo,  $\rho_s$ , no debe ser menor que el valor dado por la fórmula:

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \quad (8-63)$$

Donde  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia especificado del refuerzo espiral pero no debe ser mayor que 60000 psi.

**8.18.2.2.4** El espacio libre entre espirales no debe exceder 3 pulgadas o debe ser menor que 1 pulgada o 1 1/3 veces el tamaño máximo del agregado.

**8.18.2.2.5** El anclaje de la espiral debe ser proporcionado por 1½ vueltas extra de la varilla en cada final por cada unidad de espiral.

**8.18.2.2.6** Las espirales se deben extender desde la zapata u otro soporte provisto hasta el nivel del refuerzo horizontal más bajo en elementos apoyados arriba

**8.18.2.2.7** Los empalmes en las espirales deben traslaparse con 48 diámetros de varilla, pero que no sea menor a 12 pulgadas o debería ser soldado.

### **8.18.2.3 Estribos**

Los estribos para los elementos a compresión deberán ajustarse a las siguientes consideraciones:

**8.18.2.3.1** Todas las barras deben estar encerradas por estribos laterales, los cuales deben ser al menos No. 3 para las varillas longitudinales que son No. 10 o menores y al menos No. 4 para varillas longitudinales No. 11, No. 14, No. 18. Se pueden usar cables deformados o alambres soldados fabricados con un área equivalente, en lugar de las varillas.

**8.18.2.3.2** El espacio de los estribos no debe exceder la menor dimensión de los elementos en compresión o 12 pulgadas. Cuando dos o más varillas mayores que las No. 10 se agrupan juntas, el espaciado de los estribos debe ser un medio del especificado anteriormente.

**8.18.2.3.3** Los estribos deben ser colocados a menos de la mitad del espaciado desde la cara de la zapata o desde el refuerzo longitudinal más cercano de un elemento.

**8.18.2.3.4** Ninguna varilla longitudinal debe ser de más de 2 pies. Una varilla restringida es aquella que tiene soporte lateral provisto por la esquina de un estribo con un ángulo menor a  $135^\circ$ . En las secciones con varillas distribuidas alrededor del perímetro de un círculo se puede usar un estribo circular.

#### **8.18.2.4 Requerimientos Sísmicos**

En áreas sísmicas, donde un terremoto que puede causar mayor daño a la construcción tiene una alta probabilidad de ocurrencia, el refuerzo lateral para las columnas debe ser diseñado y detallado para proveer la resistencia y ductilidad adecuada para resistir los movimientos sísmicos esperados.

### **8.21 Espacios límites para el refuerzo**

**8.21.2.2.1** Para el concreto fundido en sitio la distancia libre entre varillas paralelas en una capa no debe ser menor que

1.5 diámetros de varillas, 1.5 veces el tamaño máximo del agregado o 1 ½ pulgadas (4 cm).

**8.21.2.2.2** Para concreto prefabricado (manufacturado bajo condiciones de control en plantas) la distancia libre entre las varillas paralelas en una capa no debe ser menor que un diámetro de varilla, 1 1/3 veces el tamaño máximo del agregado o 1 pulgada.

**8.21.2.2.3** Cuando el refuerzo positivo o negativo es colocado en 2 o más capas, las varillas en las capas superiores se colocaran directamente arriba de aquellas en la capa del fondo con una distancia libre entre capas no menor que una pulgada.

## **8.22 PROTECCIÓN CONTRA LA CORROSIÓN**

**8.22.2** El concreto de recubrimiento mínimo que debe ser provisto para el refuerzo es:



	Recubrimiento
	Mínimo
	(pulg)
	<hr/>
Concreto fundidos cerca y permanentemente expuestos a la tierra.....	3
Concreto expuesto a la tierra o al ambiente:	
Refuerzo principal.....	2
Estribos y espirales.....	1 ½
Concreto de Losas de cubierta en climas templados:	
Refuerzo superior.....	2
Refuerzo inferior.....	1
Concreto de Losas de cubierta que no tienen protección positiva a la corrosión y están frecuentemente expuestas a sales de deshielo:	
Refuerzo superior.....	2 ½
Refuerzo inferior.....	1
Concreto no expuesto al clima o en contacto con el suelo:	
Refuerzo principal.....	1 ½
Estribos y espirales.....	1
Pilotes de concreto fundidos cerca y /o permanentemente expuestos a la tierra.....	2

# **CAPÍTULO 4**

## **4. Descripción del Software XTRACT v. 3.0.8 para elaboración de Diagramas de Interacción y Relaciones Momento-Curvatura.**

### **4.1. Introducción**

El programa UCFyber fue creado originalmente en la Universidad de California en Berkeley por el Dr. Charles Chadwell. En el 2001 Imbsen Software Systems adquirió el UCFyber y este fue renombrado como XTRACT. Desde el inicio

del XTRACT, Imbsen Software Systems ha estado y sigue trabajando actualmente con la colaboración con el Dr. Charles Chadwell.

#### **4.2. Características**

El XTRACT es en general un programa de análisis de secciones transversales de cualquier forma geométrica y material sujetas a cualquier tipo de carga. Las funciones de análisis disponibles que posee son:

- Análisis Momento – Curvatura
- Análisis de Interacción Fuerza Axial – Momento
- Análisis de Interacción Momento – Momento

El XTRACT permite la entrada de Modelos de Materiales No Lineales, generación de las Secciones Transversales y ubicación del acero con un solo click del mouse. Las secciones transversales típicas pueden ser ingresadas manualmente usando el *Input file* a través del editor de texto o gráficamente dentro del programa siguiendo una serie de pasos que se

explicarán más adelante. Con el modelo de sección transversal creado, el análisis puede correrse, modificarse y ser visto en la interfase. La clave que facilita el manejo del software es el *Project Manager* que permite la organización de toda la información producida por el programa. Cada análisis ofrece al usuario un resumen de una página, denominado *Analysis Report*. Además, se puede revisar un archivo de salida detallado desde el *Interactive Output* y por último el XTRACT también posee una serie de características para la impresión de resultados.

El XTRACT es gratis para todos los estudiantes y las facultades alrededor del mundo y es usado actualmente como una herramienta de enseñanza en algunas universidades en los Estados Unidos y fuera de ese país.

### **4.3. Manejo del Software**

El programa XTRACT v 3.0.8 presenta una interfase sencilla y de fácil manejo para el usuario (ver figura 4.1), posee la barra

de menús y una barra de herramientas que permiten desarrollar cada una de sus funciones a cabalidad.

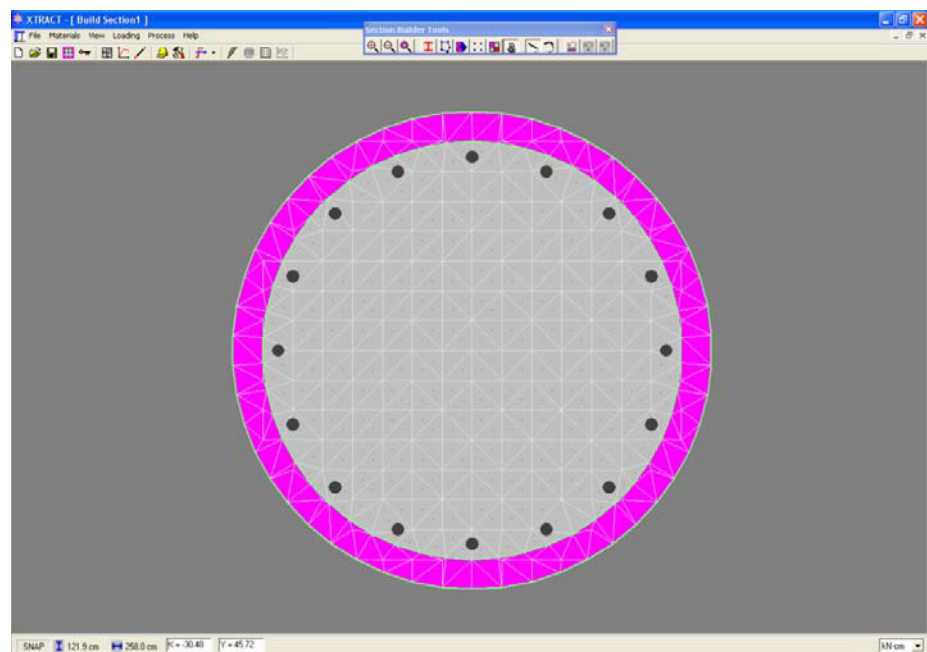


Figura 4.1: Ventana principal del programa XTRACT.

En general como todos los programas la barra principal está organizada de izquierda a derecha y posee los siguientes menús:

- Menú *File*: Permite crear un nuevo proyecto o abrir alguno que ya se haya realizado y guardado (ver figura 4.2).

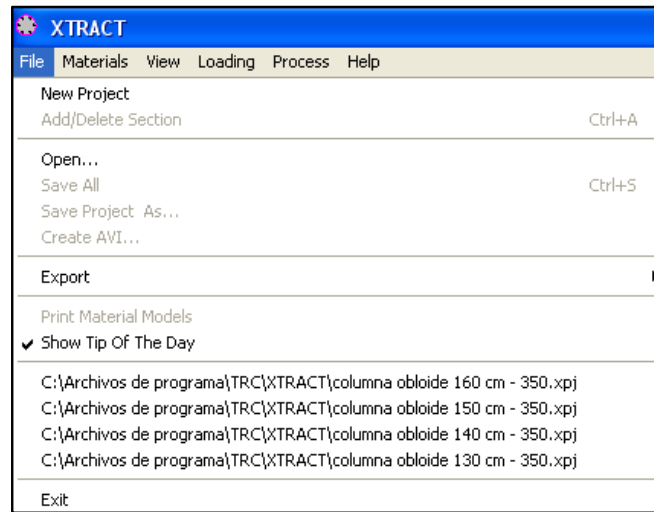


Figura 4.2: Menú *File* para comenzar un nuevo proyecto.

- Menú *Materials*: Para definir las propiedades de los materiales que conformarán la sección este menú presenta los diferentes modelos del concreto y acero o en su defecto el programa también permite ingresar un modelo definido por el usuario (ver figura 4.3).

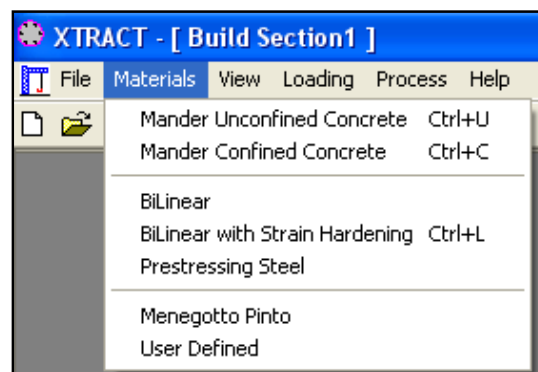


Figura 4.3: Menú *Materials* para definir los materiales.

- Menú *View*: Permite ver las propiedades de la sección o las múltiples secciones que se hayan creado y además las diferentes opciones para modificarlas (ver figura 4.4). Dentro de este menú se encuentra el *Project Manager*, el mismo que es una parte importante del XTRACT que organiza toda la información que el programa produce.

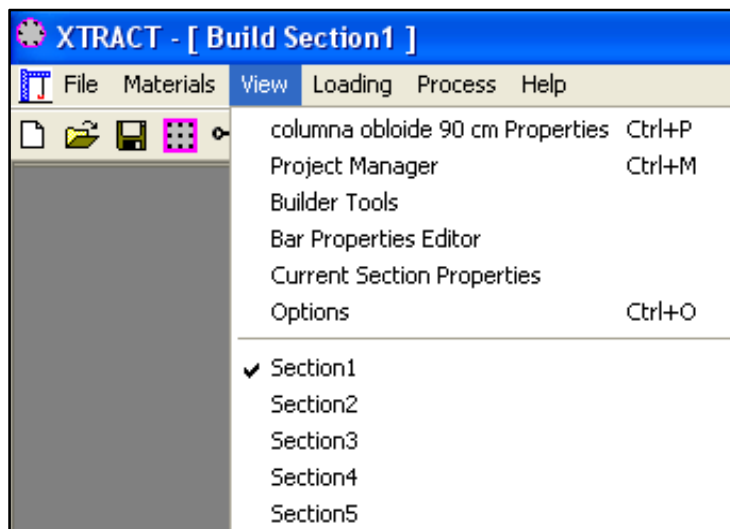



Figura 4.4: Menú *View* presenta las propiedades de cada una de las secciones creadas dentro de un mismo proyecto.

El *Project Manager* es la herramienta principal que permite el acceso a las especificaciones del proyecto que

se está trabajando, sean las secciones, cargas, materiales, gráficos, reportes, todos pueden ser vistos dando doble click en el ítem deseado. Otra manera de entrar al *Project Manager* es haciendo click en la barra de herramientas al ícono  y éste aparecerá en la esquina superior derecha (ver figura 4.5).

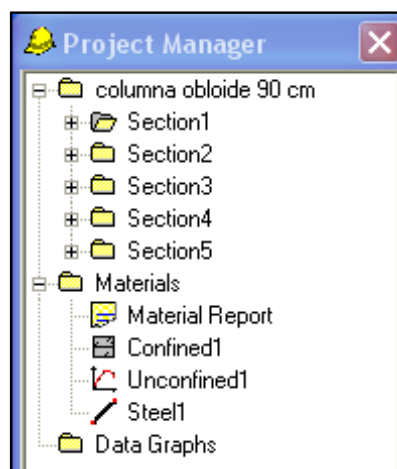


Figura 4.5: Organizador de la información *Project Manager*.

- Menú *Loading*: Una vez que la sección ha sido creada, es necesario que sea cargada. El XTRACT ofrece tres diferentes tipos de carga que pueden ser aplicadas: *Moment Curvature* (Momento Curvatura), *PM Interaction* (Interacción Carga Axial - Momento) y *Capacity Orbit*



(Interacción Momento – Momento o Contornos de Carga)  
(ver figura 4.6)

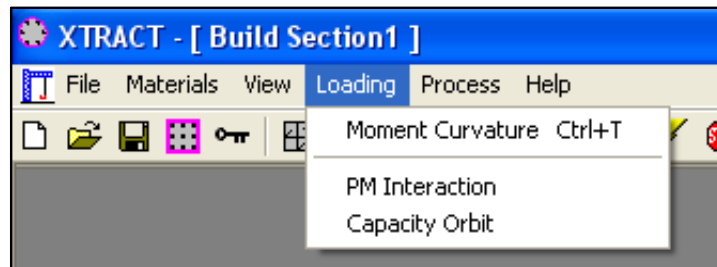


Figura 4.6: Menú *Loading* que establece los análisis que se realizarán a la sección.

- Menú *Process*: El último paso, luego de que la sección haya sido creada y se defina su carga, es correr el análisis y ver los resultados que se hayan generado. (ver figura 4.7)

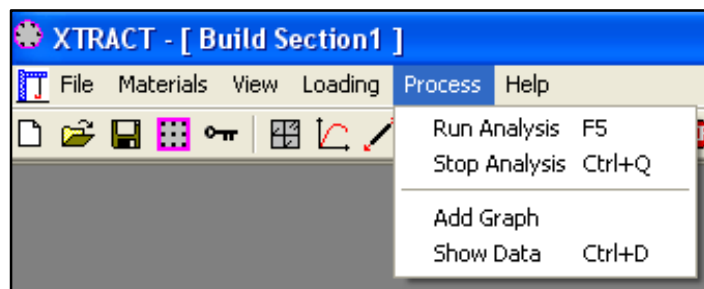

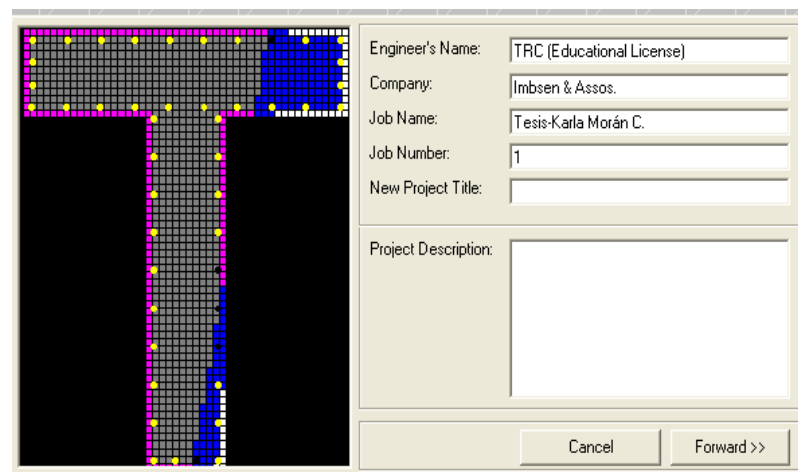


Figura 4.7: Menú *Process* para dar paso al análisis y a la creación de los gráficos para mostrar los resultados.

Para iniciar el análisis de una nueva sección en el XTRACT se presentará paso a paso el procedimiento mediante un ejemplo:

1. Se selecciona *New Project* en el Menú *File* o dando click al ícono  de la barra de herramientas (ver figura 4.8). Al abrir el asistente, se requiere como única información el nombre del nuevo proyecto. Las propiedades que se ingresan al comenzar pueden ser modificadas desde el *Project Properties Viewer* que se encuentra dentro del *Project Manager*.

Para el ejemplo, el nombre de la sección será: Circular 80



Engineer's Name:	TRC (Educational License)
Company:	Imbsen & Assos.
Job Name:	Tesis-Karla Morán C.
Job Number:	1
New Project Title:	
Project Description:	

Buttons: Cancel, Forward >>

Figura 4.8: Asistente para comenzar un nuevo proyecto - Paso 1.

2. Una vez que se haya ingresado el nombre del nuevo proyecto se da click en el botón forward para continuar. En el recuadro que aparece a continuación se selecciona la forma como iniciar el proyecto, las unidades en la que se va a trabajar y el material si la aplicación está disponible. (ver figura 4.9)

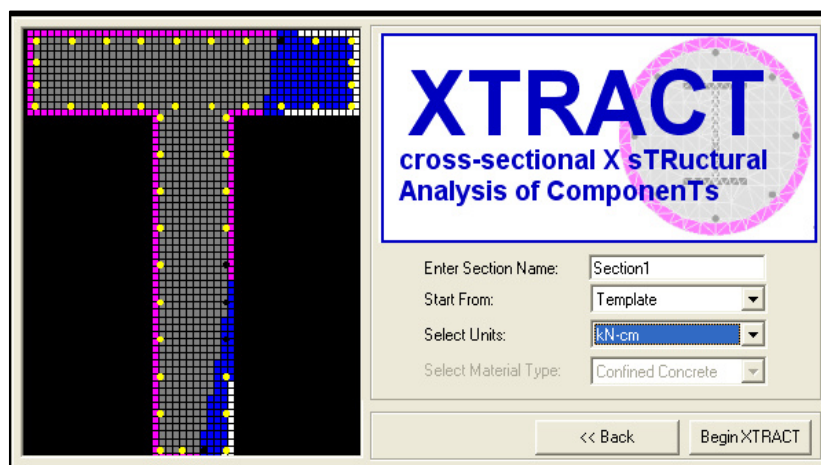


Figura 4.9: Asistente para comenzar un nuevo proyecto a través de la opción *Template* - Paso 2.

3. Los tipos disponibles de *Start from* son: *Template*, *User Defined* y *Add new section from files*.

3.1 Para el ejemplo se seleccionará la opción *Template* y las unidades del sistema internacional (KN-cm). El

siguiente paso será seleccionar uno de los tipos de secciones básicas que suelen ser usados comúnmente en el diseño. El asistente ayuda al usuario a definir, a través de varias ventanas subsiguientes el tipo de sección, su refuerzo y los modelos de los materiales de concreto y acero.

En las figuras 4.10 y 4.11 se muestran la primera ventana para determinar las características de la sección transversal, se elige el tipo, entre los cuales están: columnas circulares, rectangulares, vigas rectangulares, Te, etc. y si es aplicable, los detalles del refuerzo transversal, la separación y el diámetro de las varillas de los estribos o espirales.

Para este caso se trabajará una sección circular con refuerzo transversal tipo espiral de 16 mm espaciado cada 10 cm.

Luego dando click en *Next*, la siguiente ventana permitirá el ingreso de los datos referentes a la geometría.

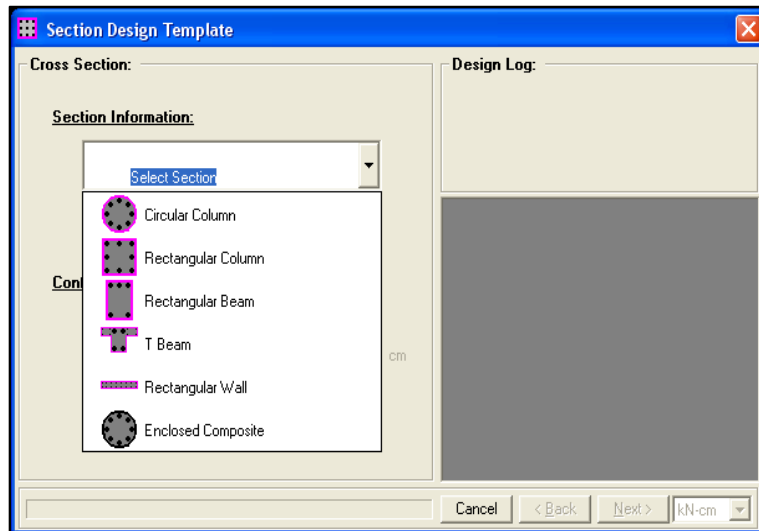


Figura 4.10: Cuadro de diálogo para escoger el tipo de sección desde la opción *Template*.

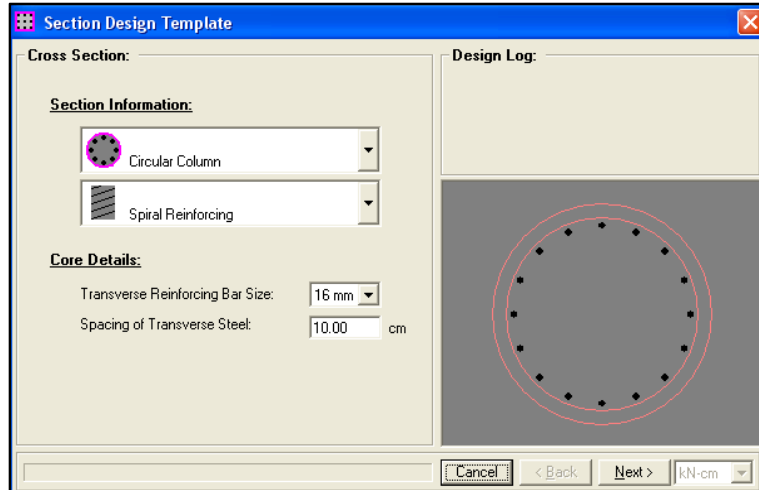


Figura 4.11: Cuadro de diálogo para escoger el tipo de refuerzo transversal en forma de espiral o estribos y su espaciamiento.

El diámetro será de 80 cm, el recubrimiento de 5 cm y el refuerzo longitudinal conformado por 16 varillas de 20 mm de diámetro. En la parte inferior se muestran otras propiedades calculadas automáticamente por el programa, estas son: el área bruta, el área del núcleo confinado, área del refuerzo longitudinal y la relación en porcentaje del refuerzo respecto al área del concreto. (Ver figura 4.12)

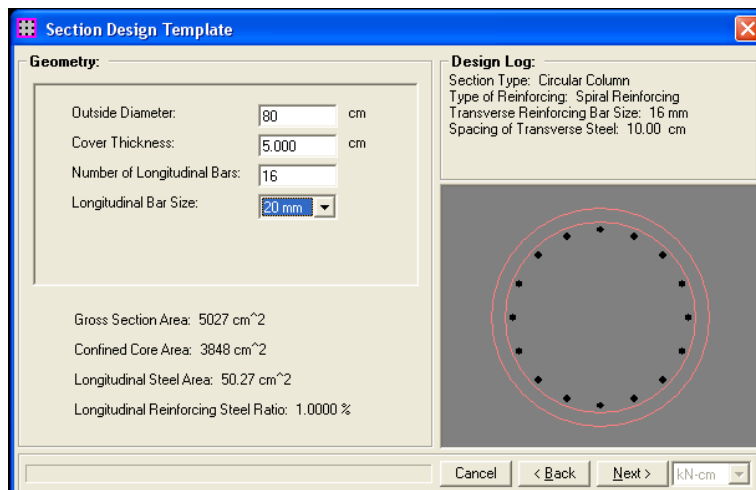


Figura 4.12: Cuadro de diálogo para la geometría de la sección.

El siguiente paso es definir los materiales, el primero es el *Cover Concrete* (Concreto No Confinado), el

siguiente el *Column Core Concrete* (Concreto Confinado) y el último el *Longitudinal Steel* (Acero Longitudinal) (ver figura 4.13). Al hacer click en *Add New* se abre una ventana extra que permite ingresar manualmente o calcular automáticamente la información correspondiente al modelo.

El modelo para el concreto que se utilizará en esta tesis es el Modelo de Mander.

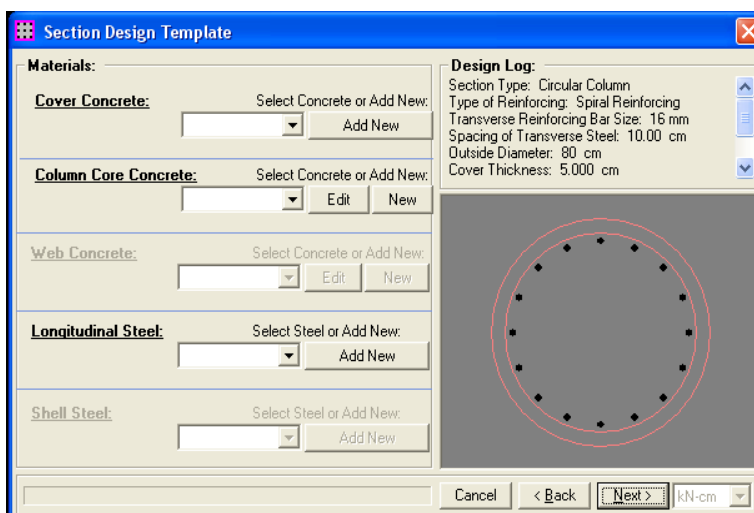


Figura 4.13: Cuadro de diálogo para ingresar los modelos de los materiales correspondientes a la sección.

## Modelo de Mander No Confinado

El Modelo de Mander No Confinado está basado en la ecuación y los parámetros dados por Mander para valores desde cero hasta la deformación última, después de que la deformación última es alcanzada, el modelo asume una disminución lineal de la resistencia hasta llegar a cero donde se produce el desprendimiento. (Ver figura 4.14)

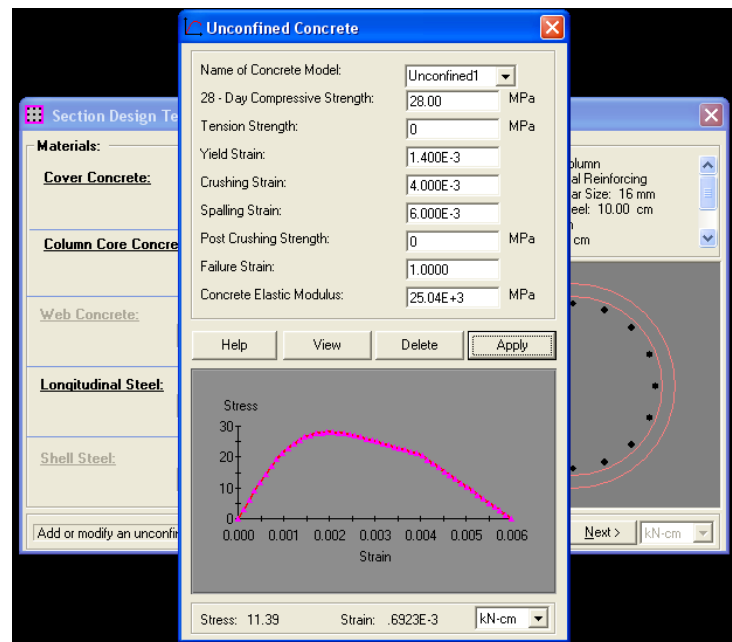


Figura 4.14: Cuadro de diálogo para ingresar los parámetros del Modelo No Confinado de Mander.



Los parámetros del Modelo son:

*28 – Day Compressive Strength ( $f'_c$ ):* Resistencia de un cilindro de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura sometido a compresión de acuerdo a las normas ASTM.

*Tension strength ( $f_t$ ):* el valor preestablecido es cero. El usuario puede establecer cualquier valor.

*Yield Strain ( $e_{cy}$ ):* la deformación de fluencia usualmente no es usada en el diseño; sin embargo, debido a que el estado límite del “Momento de Fluencia” es controlado por la primera fluencia de cualquier material, el XTRACT requiere este parámetro. Un valor razonable es el 70% de la deformación en el esfuerzo máximo en pico de la curva. Debido a que la deformación en el esfuerzo máximo para el concreto no confinado es tomada como 0.002, el valor predeterminado para este parámetro es 0.0014.

*Crushing Strain ( $e_{cu}$ ):* la deformación última predeterminada es 0.004. Este valor se correlaciona

bien para las fallas por flexión siendo conservadores. El valor que toma el ACI es de 0.003.

*Spalling Strain ( $e_{sp}$ )*: deformación que se produce al desprenderse completamente el recubrimiento del núcleo de concreto. El valor predeterminado es 0.006.

*Post Crushing Strength ( $f_{cp}$ )*: resistencia del concreto no confinado después del desprendimiento. El valor predeterminado es el cero.

*Failure Strain*: debido a que en el análisis del comportamiento no lineal de una sección confinada de concreto el núcleo tendrá una capacidad de deformación por compresión mucho mayor que la del concreto del recubrimiento, este valor puede ser diferente que el de la deformación última.

Este parámetro es el que da por terminado el análisis Momento Curvatura; por lo tanto, para una sección no confinada el valor correspondiente será de 0.004 que es igual al *crushing strain*, pero si la sección es confinada

obviamente no se querrá que el análisis termine por la falla del concreto no confinado (que es mucho menor), así que se adoptará un valor mayor a la deformación última, que bien puede ser 1.

*Concrete Elastic Modulus ( $E_c$ )*: luego de que el usuario ingrese la resistencia a los 28 días, el módulo elástico será calculado automáticamente.

Para agregar el modelo al proyecto se da click al botón *Apply*.

### **Modelo Confinado de Mander**

Al igual que el Modelo No Confinado de Mander, éste está basado en la ecuación y parámetros dados por Mander con valores desde cero hasta la deformación última (*crushing strain*), la diferencia es que cuando se alcanza la deformación última se asume que la sección falla y el análisis se detiene. (Ver figura 4.15).

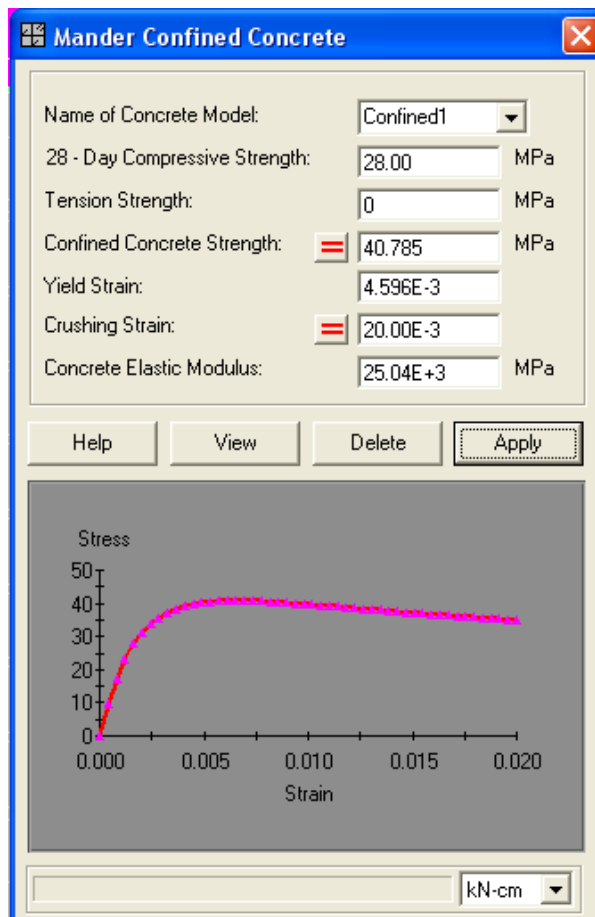



Figura 4.15: Cuadro de diálogo para ingresar los parámetros del Concreto Confinado de Mander.

Para calcular la resistencia del concreto confinado y la deformación última el usuario también puede optar por el calculador automático de estos parámetros y para acceder a ellos solo se da click en el símbolo igual 

que dará paso a otra ventana donde se especificarán algunas propiedades de los materiales.

Los parámetros del Modelo son:

*28 – Day Compression Strength ( $f'_c$ ):* Resistencia de un cilindro de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura sometido a compresión de acuerdo a las normas ASTM.

*Tension strength ( $f_t$ ):* el valor preestablecido es cero. El usuario puede establecer cualquier valor.

*Confined Concrete Core Strength ( $f'_{cc}$ ):* este valor está determinado por el confinamiento efectivo de la sección. Si la sección fue creada para satisfacer los requerimientos del Capítulo 21 del ACI 318-95, una buena aproximación sería asumir que  $f'_{cc}$  es igual a 1.3 veces la resistencia del concreto a los 28 días. Si se desea un cálculo más exacto o detallado este parámetro puede ser calculado a través de una hoja de Excel donde se utilicen las fórmulas del modelo de

Mander o con el calculador de resistencia del concreto confinado. (Ver figura 4.16)

**Calculate Confinement**

**Method of Calculation**

Calculate from details     Calculate from confining stress

**Confining Details:**

Select type of transverse reinforcing:

Rectangular Hoop     Circular Hoop     Spirals

Transverse reinforcing bar yield stress: 415 MPa

Volumetric transverse reinforcing steel ratio: 12.0E-3

Average distance between tied longitudinal bars: 11.55 cm

Number of longitudinal bars around core: 16

Confined core area: 3848.45 cm<sup>2</sup>

Tie spacing along member: 10.00 cm

28 - Day compressive concrete strength: 28.00 MPa

**Confining Stresses:**

X transverse reinforcing confining stress: 0 MPa

Y transverse reinforcing confining stress: 0 MPa

Concrete confining effectiveness factor: 0

28 - Day compressive concrete strength: 28.00 MPa

Confined Concrete Strength: 41.46 MPa    Help    kN-cm

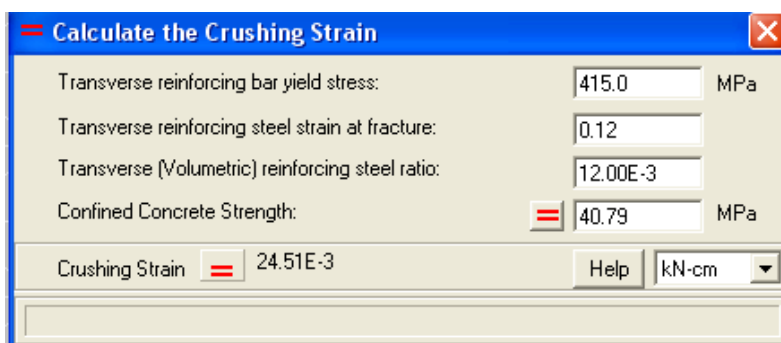
Figura 4.16: Cuadro de diálogo para calcular la resistencia del concreto confinado.

*Yield Strain* ( $e_{cy}$ ): la deformación de fluencia usualmente no es usada en el diseño; sin embargo, debido a que el estado límite de “Momento de Fluencia” es controlado por la primera fluencia del cualquier material, el

XTRACT requiere este parámetro. Un valor razonable es el 70% de la deformación en el esfuerzo máximo.

*Crushing Strain ( $e_{cu}$ )*: esta deformación está asociada a aquella que ocurre en el mismo momento cuando el refuerzo transversal se fractura. Si la sección fue creada para satisfacer los requerimientos del Capítulo 21 del ACI 318-95, la deformación última puede ser asumida como 0.015. Si se requiere de un cálculo más exacto aquí también se puede usar un calculador del programa. (Ver figura 4.17)

*Concrete Elastic Modulus ( $E_c$ )*: luego de que el usuario ingrese la resistencia a los 28 días, el módulo elástico será calculado automáticamente.



Parameter	Value	Unit
Transverse reinforcing bar yield stress:	415.0	MPa
Transverse reinforcing steel strain at fracture:	0.12	
Transverse (Volumetric) reinforcing steel ratio:	12.00E-3	
Confined Concrete Strength:	40.79	MPa
Crushing Strain	24.51E-3	

Figura 4.17: Cuadro de diálogo para calcular la deformación última del concreto.

Si se desea agregar el material al proyecto se da click en el botón *Apply*.

Así como para el concreto, el XTRACT posee modelos que pueden ser escogidos para definir las características del acero. El modelo bilinear, el bilinear con endurecimiento por deformación y el de acero presforzado son los modelos predefinidos por el programa, en el caso de esta tesis se ha escogido el bilinear con endurecimiento por deformación que está basado en un tipo de comportamiento elástico, perfectamente plástico y de endurecimiento por deformación parabólico. (Ver figura 4.18).

Los parámetros a ingresar son:

*Steel standard and grade (opt)*: dentro de esta opción se pueden seleccionar los grados de acero que ya están estandarizados por la ASTM y los demás valores se ingresarán automáticamente en cada una de celdas de texto.



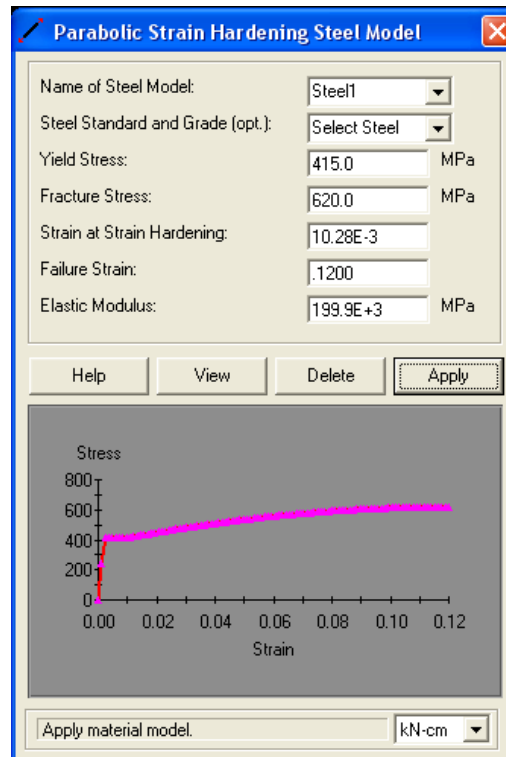


Figura 4.18: Cuadro de diálogo para ingresar los parámetros que definen el modelo del acero.

*Yield Stress ( $f_y$ )*: si no se escogió ninguno de los aceros de la ASTM, se tendrán que ingresar manualmente cada uno de los valores. El esfuerzo de fluencia está asociado con la fluencia o con el comienzo del comportamiento no lineal del acero.

*Fracture Stress ( $f_{su}$ )*: este esfuerzo está asociado a la fractura del material.

*Strain at onset of strain hardening ( $e_{sh}$ ):* es la deformación en el comienzo de la rama parabólica del endurecimiento por deformación.

*Failure strain ( $e_{su}$ ):* esta es la deformación que corresponde a la fractura del material y es la que da por terminado el análisis (el último estado límite).

*Steel elastic Modulus:* es la pendiente de la curva esfuerzo deformación cuando el acero está en el rango elástico.

3.2 Si el usuario desea crear una sección que no está dentro de la opción *Template*, se debe seleccionar *Start from: User defined* y las unidades KN-cm como en la figura 4.19 y se da click al botón *Begin XTRACT*.

Una vez que el nuevo proyecto se haya creado inmediatamente aparecerán las ventanas para ingresar los modelos de los materiales, lo cual se hace de la misma manera que se ha explicado en los pasos anteriores. Después de que el cuadro de diálogo se

cierre aparecerá en blanco el *Section Builder* que es la ventana principal del XTRACT.

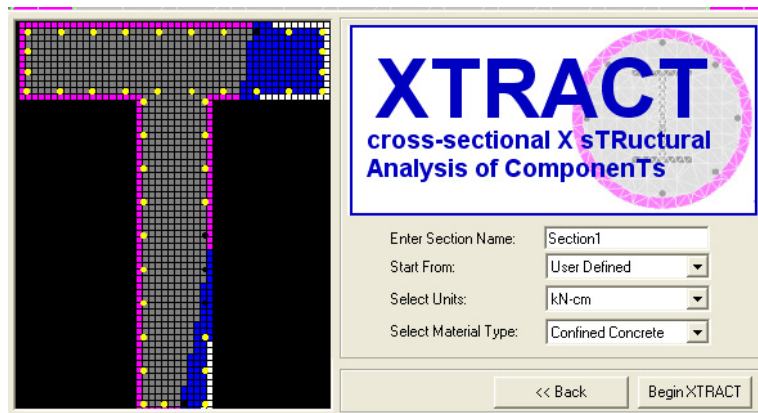



Figura 4.19: Asistente para comenzar un nuevo proyecto a través de la opción *User Defined* - Paso 2.

En la barra de herramientas se da click al botón *Draw Section*  y aparecerá el cuadro de diálogo *Draw/Import Shapes*. De la pestaña *Import Shape* se escoge del menú desplegable el tipo de sección deseado. (Ver figura 4.20)

En este caso será la sección *Oblong*, la misma que en nuestro país y en la actualidad se usa para las columnas de la mayoría de los puentes. La figura 4.21

muestra una sección típica de puente con medidas de 900 x 1350 mm.

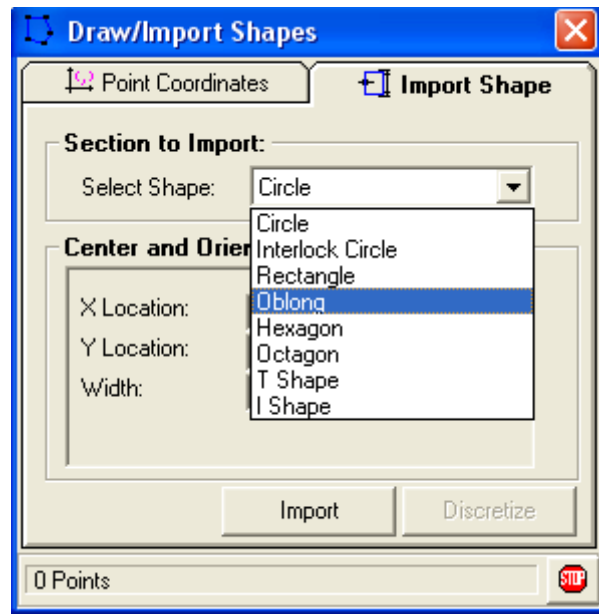


Figura 4.20: Asistente para añadir una sección *Oblong*.

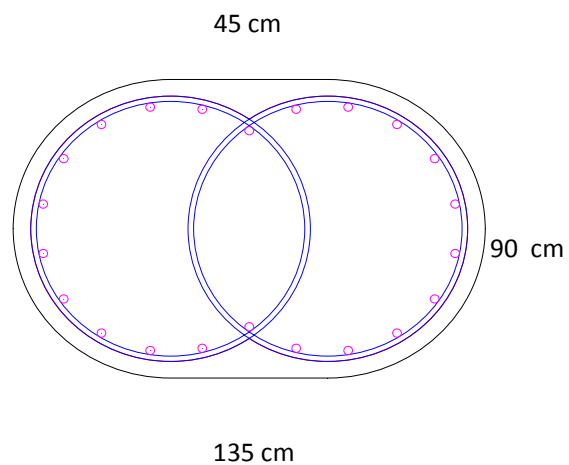


Figura 4.21: Sección transversal *Oblong*.

Una vez seleccionada la sección *oblong* se completan las celdas siguientes con las medidas de la figura 4.21. Se ingresa 0 en las celdas de “*X location*”, “*Y location*”, “*Rotation*” para indicar que la sección estará centrada en (0,0) y sin establecer ningún ángulo de rotación. (Ver figura 4.22). Ancho = 45 cm, Altura = 90 cm.

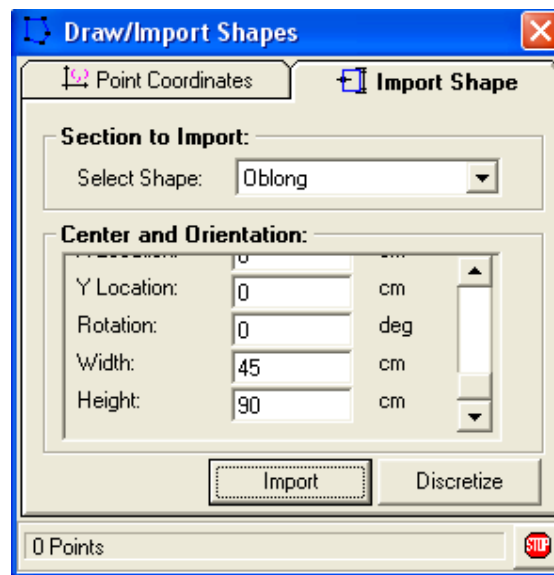


Figura 4.22: Cuadro de diálogo para indicar la geometría de la sección *Oblong*.

Luego dando click en *Discretize* se abrirá el cuadro de diálogo del *discretizer* (ver figura 4.23), donde se ingresa el valor para *mesh size*. El discretizador convierte la sección en una malla de triángulos, las

figuras son discretizadas dependiendo de la medida que se ingrese para la malla; es decir, la medida de los lados que conformarán los triángulos.

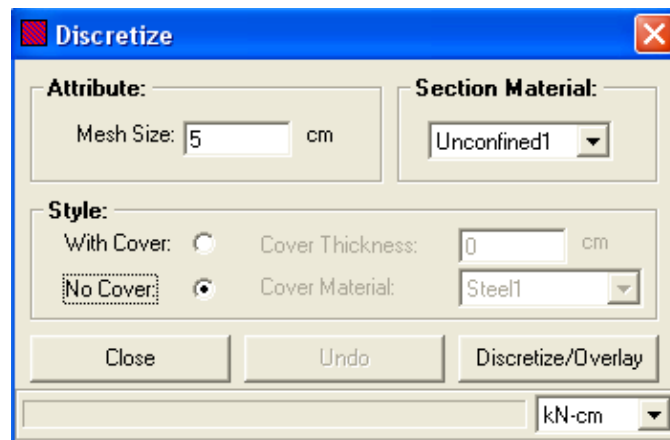


Figura 4.23: Cuadro de diálogo para discretizar la sección no confinada.

Para cerrar el cuadro de diálogo se da click al botón *Discretize/Overlay*. Aparecerá en el Section Builder la sección Oblong de concreto no confinado en color rosa como muestra la figura 4.24.

A continuación nuevamente en el cuadro de diálogo *Draw/Import Shapes* se escoge la opción *Interlock Circle*, y de la misma manera que para la sección

*Oblong* se completa los datos. El Diámetro de 80 cm y el ancho de 125 cm debido a que se les restará el recubrimiento de 5 cm para cada extremo. (Ver figura 4.25)

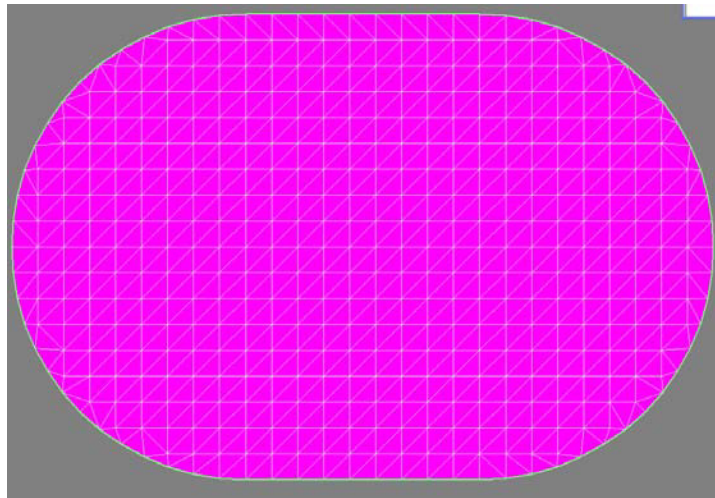


Figura 4.24: Sección *Oblong* discretizada de concreto no confinado.

En el cuadro de diálogo *Discretize* es importante fijarse en la celda del *Section Material* que es donde se aplicará la discretización, en este caso se selecciona del menú desplegable la opción *Confined*. (Figura 4.26). Una vez terminado el este procedimiento se habrá creado la sección típica del puente con el concreto confinado y no confinado como muestra la figura 4.27.

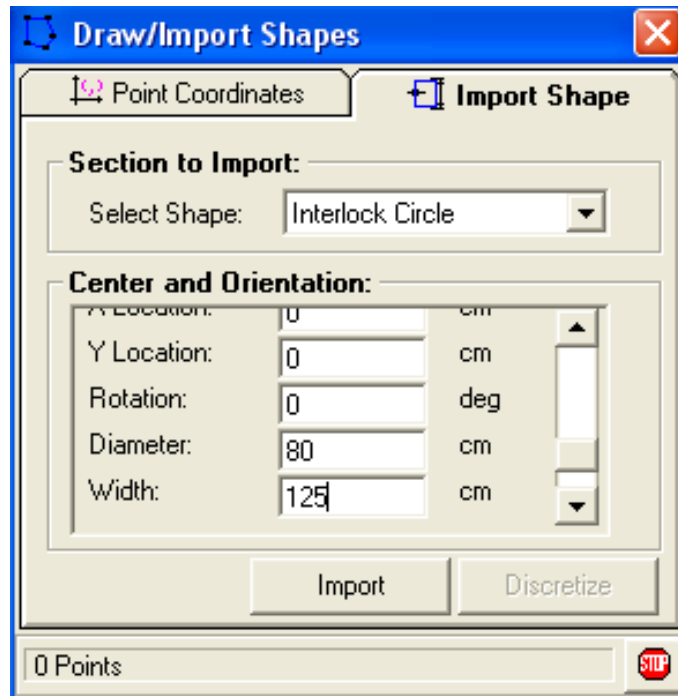


Figura 4.25: Cuadro de diálogo para agregar el concreto confinado a la sección *Oblong*.

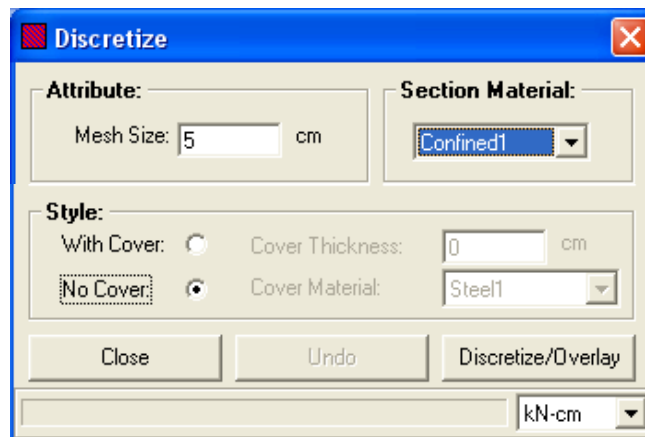


Figura 4.26: Cuadro de diálogo para discretizar la sección confinada.



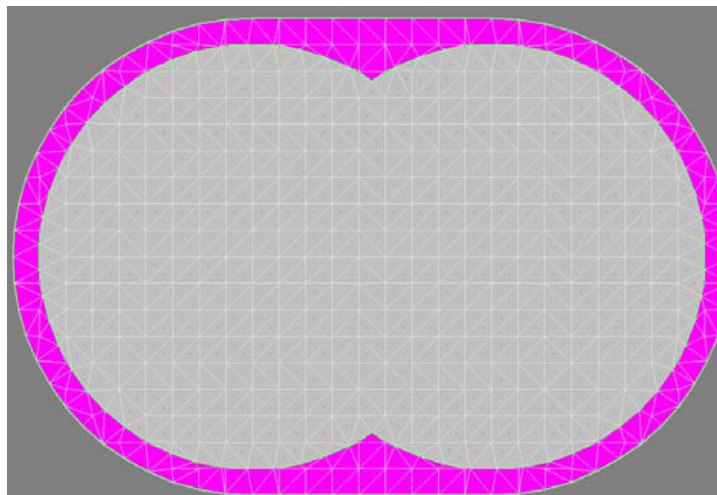



Figura 4.27: Sección *Oblong* de Concreto Confinado.

Para generar el refuerzo longitudinal de la sección *Oblong* en la barra de herramientas damos click al botón *draw bars*  y la ventana que aparecerá a continuación (figura 4.28) presenta algunas opciones para poder ingresar el número de varillas, su diámetro y ubicación.

De acuerdo al ejemplo de la figura 4.21, la sección tiene un refuerzo longitudinal conformado por 22 varillas con 25 mm de diámetro.

Las varillas irán acomodadas en forma de arcos. Para el arco izquierdo de la sección se ingresan 12 varillas (la

mitad más uno) ya que la primera y la última que se ubican en el eje vertical se superpondrán al ingresar las otras 12, de manera que quedarán 22 y no 24.

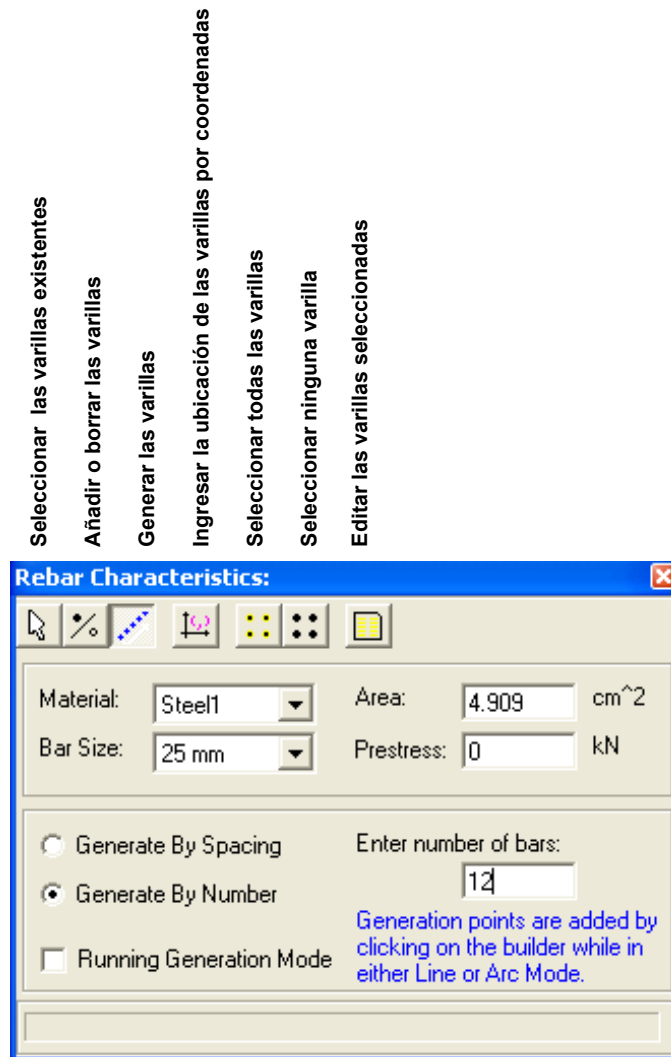



Figura 4.28: Cuadro de diálogo para generar el refuerzo longitudinal.

De la barra de herramientas se escoge *Draw with arcs* y en el cuadro de diálogo anterior se selecciona  para ingresar las coordenadas que definirán el arco. En la figura 4.29 se pueden ver datos ingresados, son tres los pares ordenados que requiere el programa para que las barras se distribuyan en forma de arco. Se da click en *Apply* para finalizar y ver la sección como en la figura 4.30.

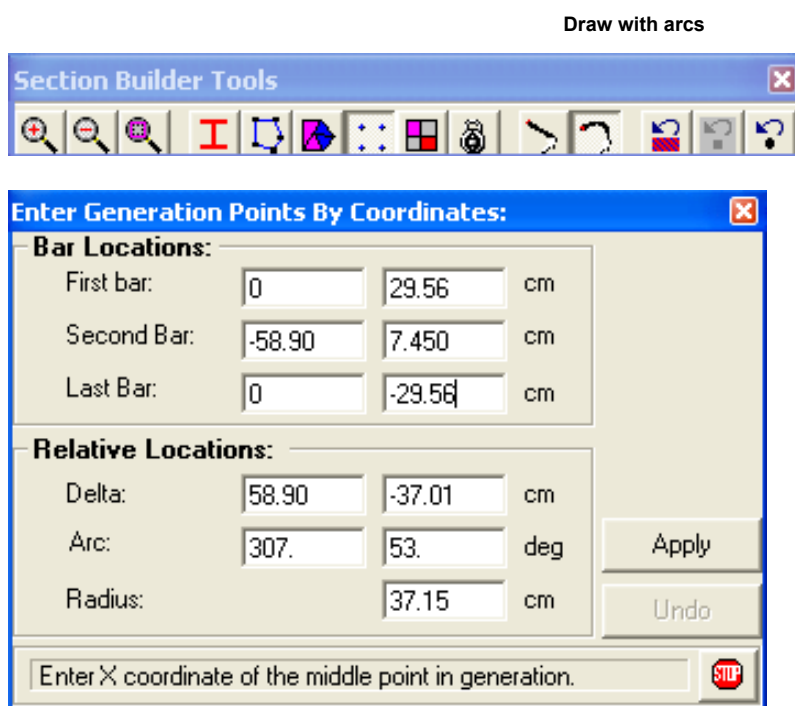


Figura 4.29: Cuadro de diálogo para generar el refuerzo longitudinal en forma de arco mediante coordenadas.

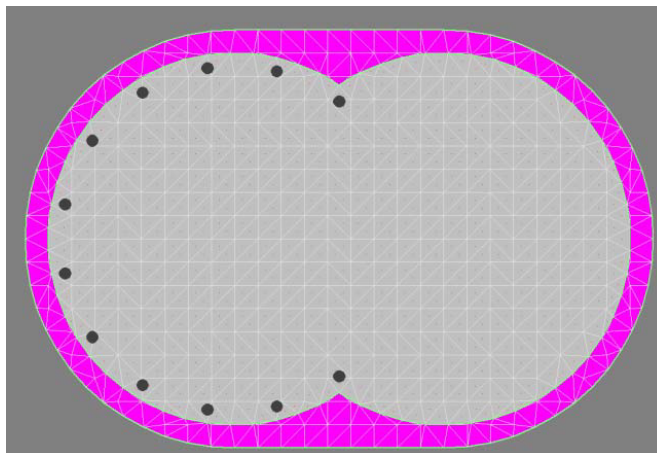


Figura 4.30: Refuerzo longitudinal en el arco izquierdo.

Lo siguiente es completar el refuerzo para el lado derecho de la sección, para lo cual se siguen de igual forma los pasos anteriores con la diferencia de que el segundo par ordenado será (58.90, 7.45) ya que está en el eje positivo de las X. (Ver figura 4.31)

3.3 La tercera forma de crear una sección es a través de la opción *Section File*. Para utilizar esta tercera manera se abrirá un archivo existente que será sujeto a modificaciones de acuerdo a las nuevas características que necesitemos, sean geométricas, de material o de refuerzo.

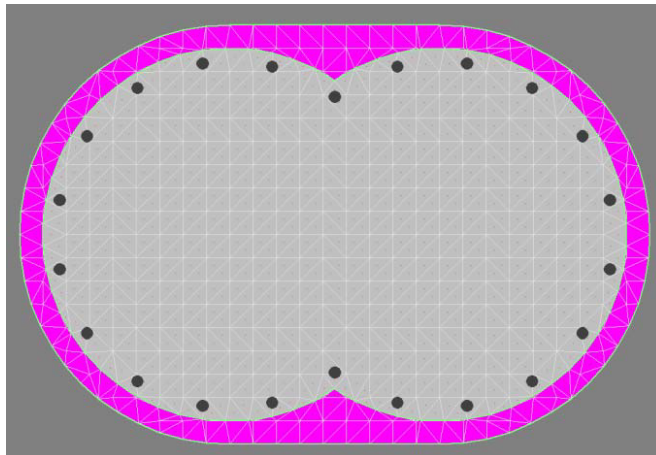


Figura 4.31: Refuerzo longitudinal en el lado derecho.

4. Una vez que se hayan definido cada una de las características de la sección que deseamos crear por medio de la opción **Template**, la última ventana que presenta el asistente contiene dos celdas, en la primera se puede cambiar el nombre de la sección y en la segunda se ingresa el *mesh size*. Para finalizar se da click en *Create section*. (Figuras 4.32 y 4.33)

La sección final de la sección Oblong creada desde la opción **User defined** con sus tres materiales se muestra en la figura 4.34.

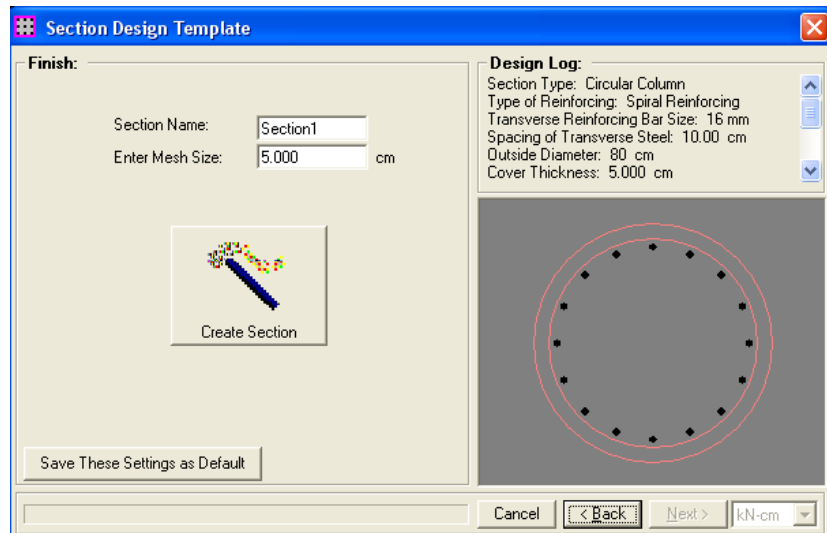


Figura 4.32: Asistente para crear un nuevo proyecto en el cuadro de diálogo final - Paso 4.

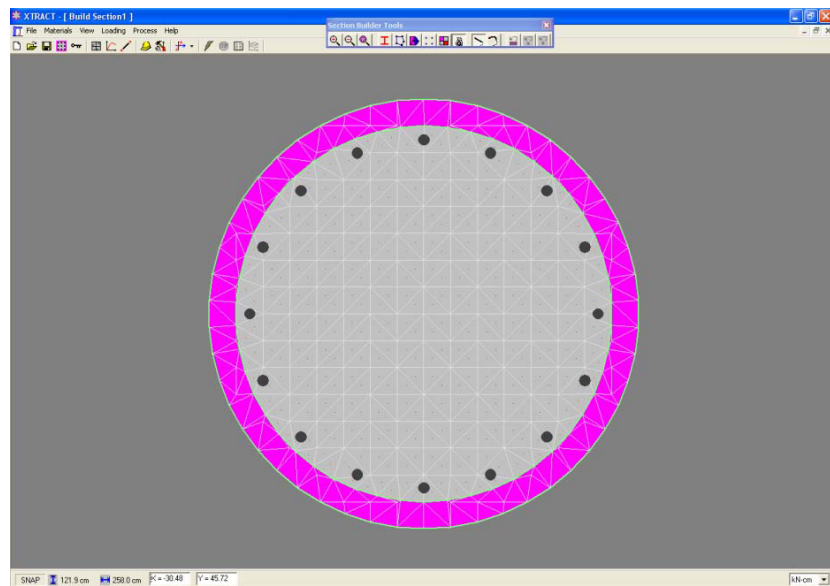


Figura 4.33: Sección circular.

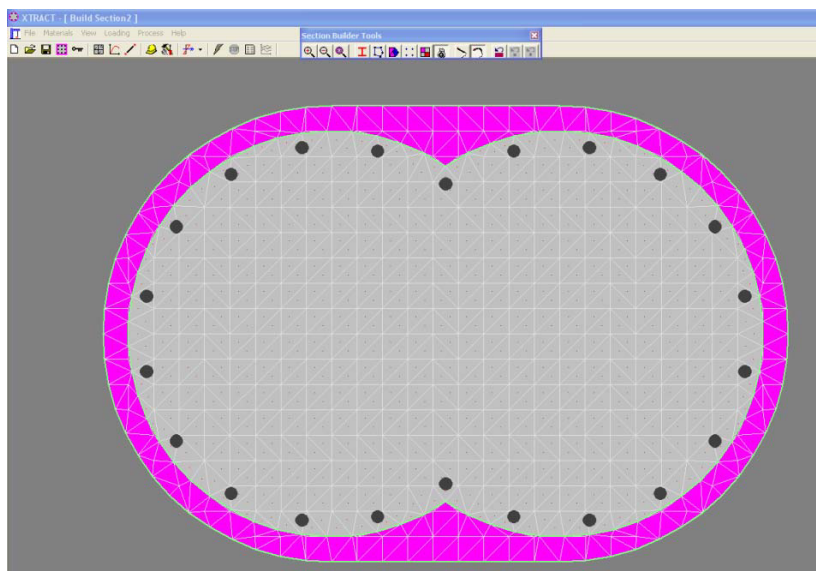


Figura 4.34: Sección *Oblong*.

### ***Cargas y Análisis***

Luego de haber creado las secciones de cualquiera de las formas explicadas anteriormente, es el momento de establecer las cargas y los análisis correspondientes que se aplicarán a la sección.

Dentro del menú *Loading* de la barra principal se escoge primero la opción *PM Interaction*. Se completará cada uno de los datos que requiere la ventana que se genera y q se muestra en la figura 4.35. En la sección *General* se escribirá el nombre de la carga que será *PM* y se escoge *Section 1*, en *PM*

*Characteristics* se elegirá *Full* o *Half Diagram* si se desea el diagrama completo o la mitad respectivamente; la siguiente sección está dedicada a ingresar los *limiting strains* que determinan las deformaciones máximas a las cuales se calcula la interacción. Cada material tiene un valor predeterminado para la interacción Carga – Momento, para el concreto no confinado este valor es 0.003, para el concreto confinado es la deformación en el esfuerzo pico y para el acero es la deformación al inicio de la etapa de endurecimiento por deformación.

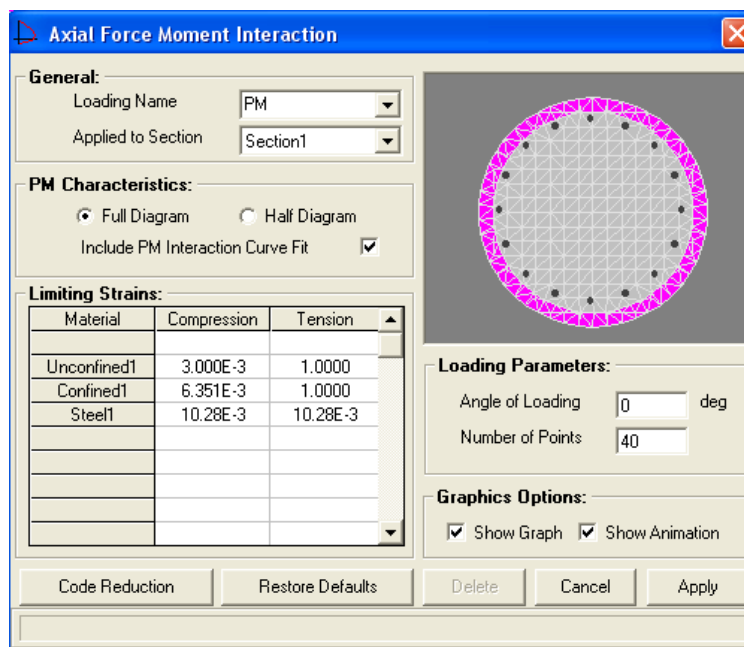


Figura 4.35: Cuadro de diálogo para aplicar la carga del análisis de Interacción Carga Axial-Momento.



Dentro de *Loading Parameters* se ingresa el ángulo del eje alrededor del cual se aplicará el momento y el número de puntos que se obtendrán en los resultados para graficar la curva. Si damos click a *Show Graph* y *Show Animation*, mientras se está analizando la sección aparecerá la animación del proceso.

Además del Diagrama de Interacción también se puede realizar un análisis Momento Curvatura que se añadirá desde el mismo menú *Loading* seleccionando *Moment Curvature* (figura 4.36) y en el cuadro de diálogo siguiente se completarán los datos de cada sección. La sección *General* se completará de igual forma que para la ventana anterior.

En la parte de *Applied First Step Loads* se ingresa el valor de  $P_0$  en el campo de *Axial Load* y también hay la posibilidad de aplicar momentos constantes. En *Incrementing Loads* se establecerá alrededor de que eje actuaran los momentos siguiendo la regla de la mano derecha, si se desea flexión biaxial se seleccionarán ambos momentos y se ingresará el ángulo resultante de la carga como se muestra en la figura 4.37.

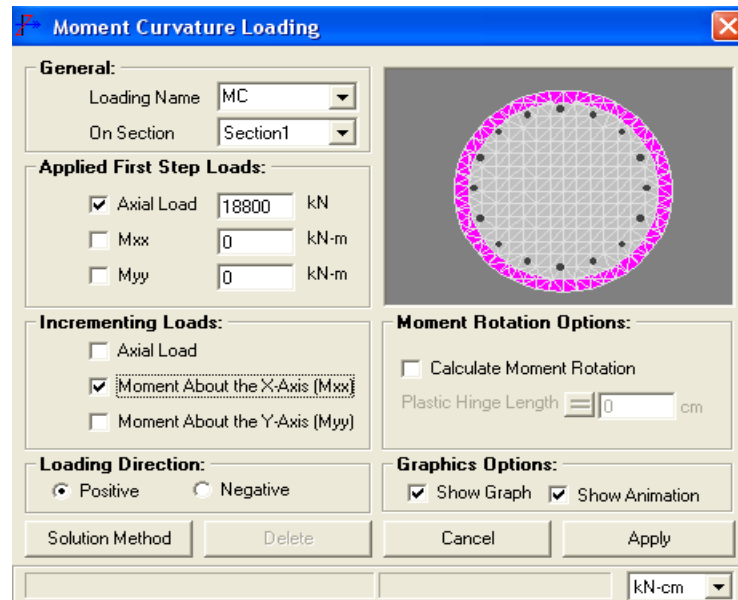


Figura 4.36: Cuadro de diálogo para aplicar la carga del análisis Momento-Curvatura.

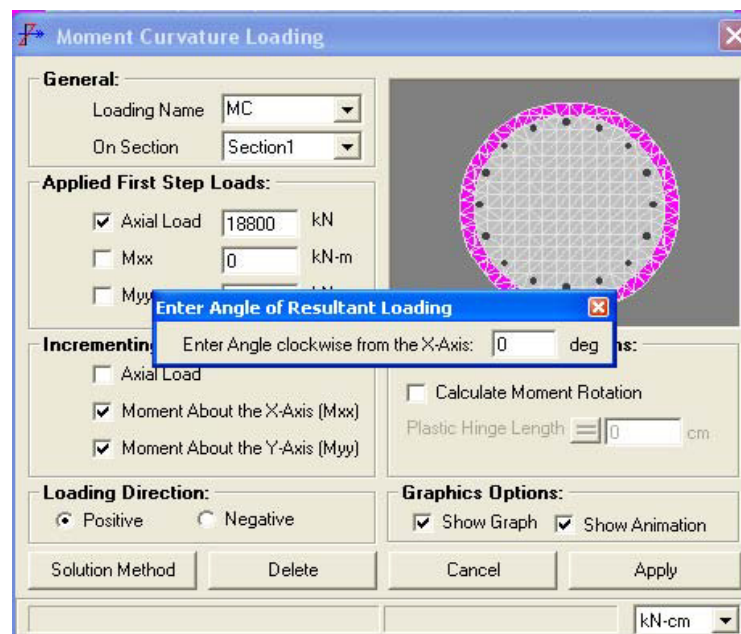


Figura 4.37: Cuadro de diálogo para aplicar Flexión Biaxial.

Para una carga concéntrica solo se aplica carga axial, para una carga a una excentricidad constante se seleccionará carga axial y un momento o ambos ingresando inmediatamente la distancia a la carga excéntrica. Para la sección *Loading direction* se selecciona la dirección de la resultante y para concluir con este análisis se puede incluir el cálculo de rotación de momento que se encuentra dentro de la opción *Calculate Moment Rotation* que permite al usuario ingresar la altura de la rótula plástica directamente o calcularla en base a algunos modelos comúnmente usados a partir del cuadro de diálogo *Plastic Hinge Parameters* que se abre cuando se da click al signo igual que aparece al lado de la celda.

Un tercer y último análisis que ofrece el XTRACT es el *Capacity Orbit*, éste es un análisis de interacción Momento-Momento que corta la curva tridimensional de Fuerza-Momento a una carga axial especificada por el usuario, mostrando la interacción entre los momentos aplicados variando ángulos de aplicación. La sección *General* como en los análisis anteriores permite ingresar el nombre y la sección a la que va a ser aplicada la carga. (Figura 4.38)

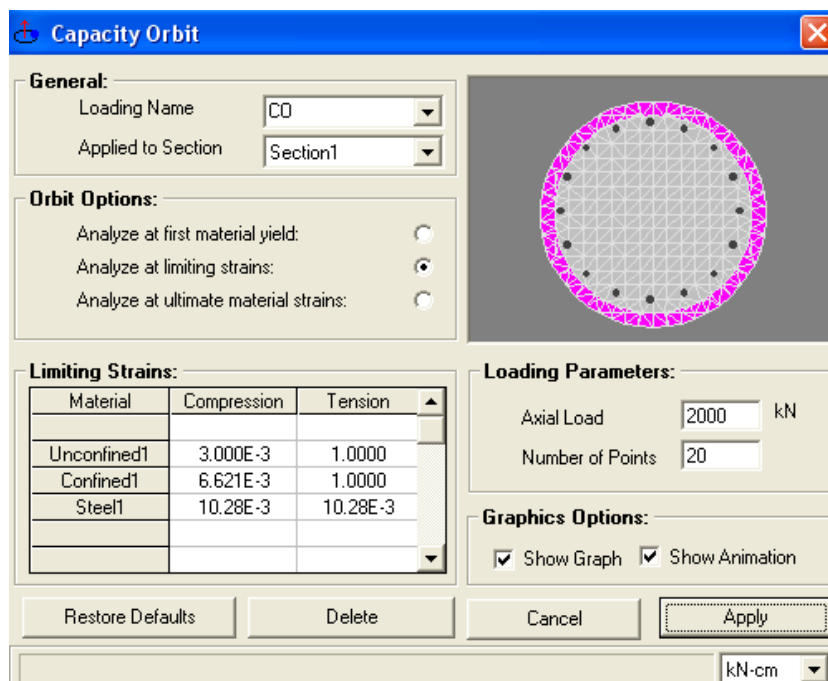


Figura 4.38: Cuadro de diálogo para aplicar la carga del análisis de Interacción Momento-Momento (Contornos de Carga).

La interacción Momento-Momento posee las opciones *Orbit Options* donde se elegirá si la interacción se realizará a la primera fluencia del material (*Analyze at first materials yield*), a la deformación ultima de los materiales (*Analyze at ultime materials strains*) o definiendo las deformaciones limites (*Analyze at limiting strains*) cuyos valores se ingresarán en las celdas inferiores. En la sección *Loading parameters* ingresamos la carga a la que se va a cortar la curva tridimensional y el número de puntos que se generarán para los resultados.

### ***Análisis de la Sección Transversal***

Para analizar la sección después de haber establecido las cargas se escoge *Process* de la barra de menús y la opción *Run Analysis*.

En ese momento se abrirán ventanas de animación donde se mostrará el proceso de cada análisis y cuando éste termine se observaran las ventanas de cada uno en la pantalla. (Figura 4.39)

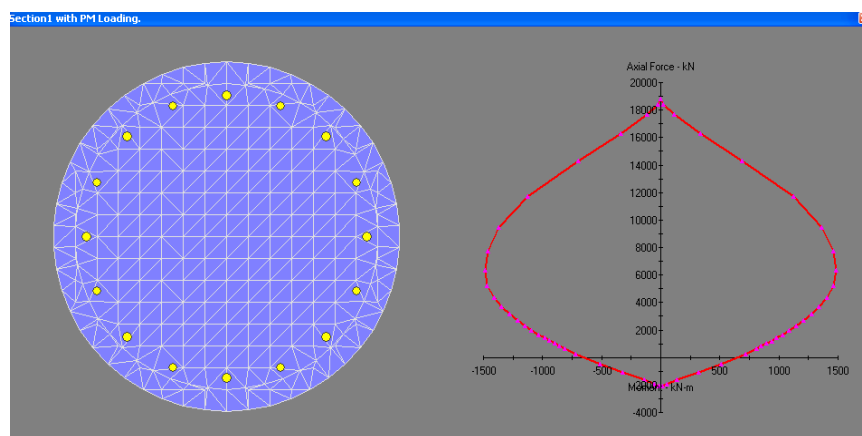


Figura 4.39: Resultado del Análisis de Interacción.

El color que presentan las secciones representa el estado en el que se encuentran los materiales paso a paso en el análisis. El azul oscuro representa la compresión en el concreto, el blanco

la fractura; las varillas en amarillo representan la plataforma de fluencia, las verdes muestran el refuerzo longitudinal en el rango de endurecimiento por deformación y los colores fucsia y gris indican deformaciones nulas o por tensión (figuras 4.39 y 4.40)

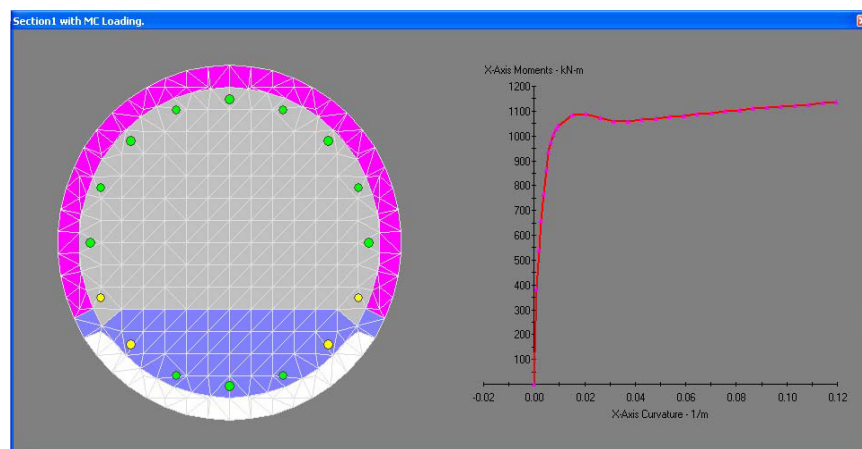


Figura 4.40: Resultado del Análisis Momento Curvatura.

#### 4.4 Resultados

Después del Análisis, los resultados pueden verse desde el *Project Manager*. Después del análisis de una carga en particular, esta se ubica como una carpeta dentro del Project

Manager, al dar click en el signo + al lado de las carpetas, estas se expanden y con el signo – se cierran. (Figura 4.41)

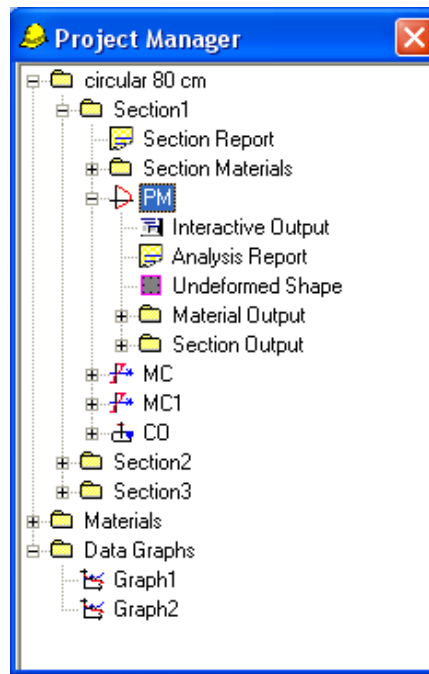


Figura 4.41: *Project Manager* con acceso al *Interactive Output*

Al expandir la carpeta de la Sección *Section 1* y después la de la carga *PM*, al dar doble click en *Interactive Output* se abrirá un cuadro de diálogo donde se muestra paso a paso lentamente, a través de la barra deslizable en la esquina superior izquierda, toda la información producida por el análisis de la sección transversal. Esta herramienta es más aprovechable para hacer

un análisis reparador y encontrar errores en la entrada de datos si los resultados no cumplen las expectativas. (Figura 4.42)

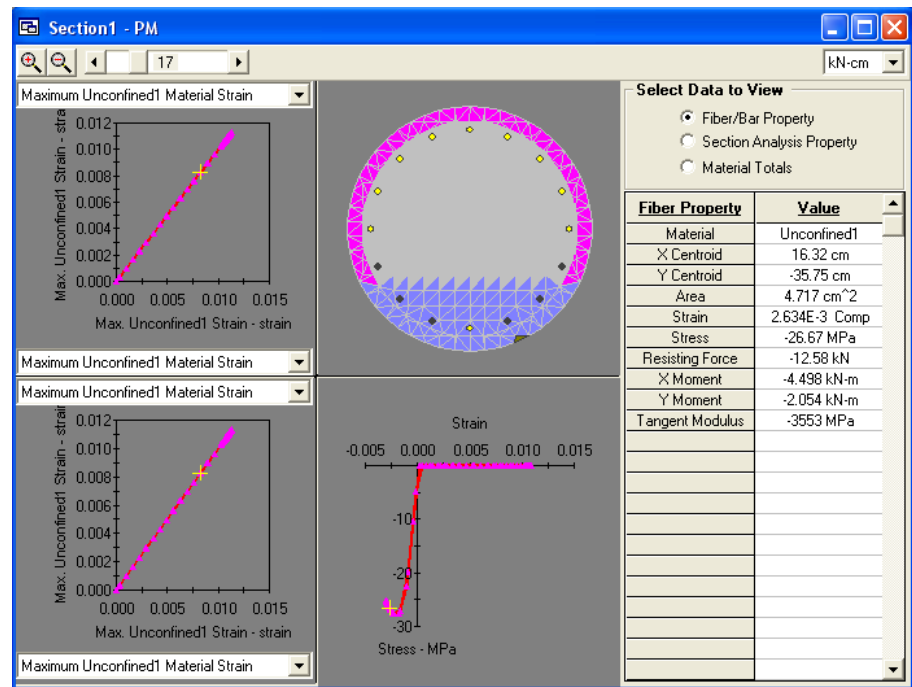



Figura 4.42: *Interactive Output*

### ***Impresión de Resultados y exportación de datos***

Desde la barra de herramientas  o desde el menú *Process*, *Add Graph*. Se abrirá una ventana donde podrán graficarse cualquier tipo de curvas con los resultados proporcionados por el análisis. Se ingresa el nombre del gráfico *Diagrama de Interacción*, se escoge *section 1* y la carga *PM*, se selecciona para el eje de las X la opción *Moments about the X-axis* y para



el eje de las Y la opción *Axial Force* y para finalizar se da click al botón *Add plot*. (Figura 4.43)

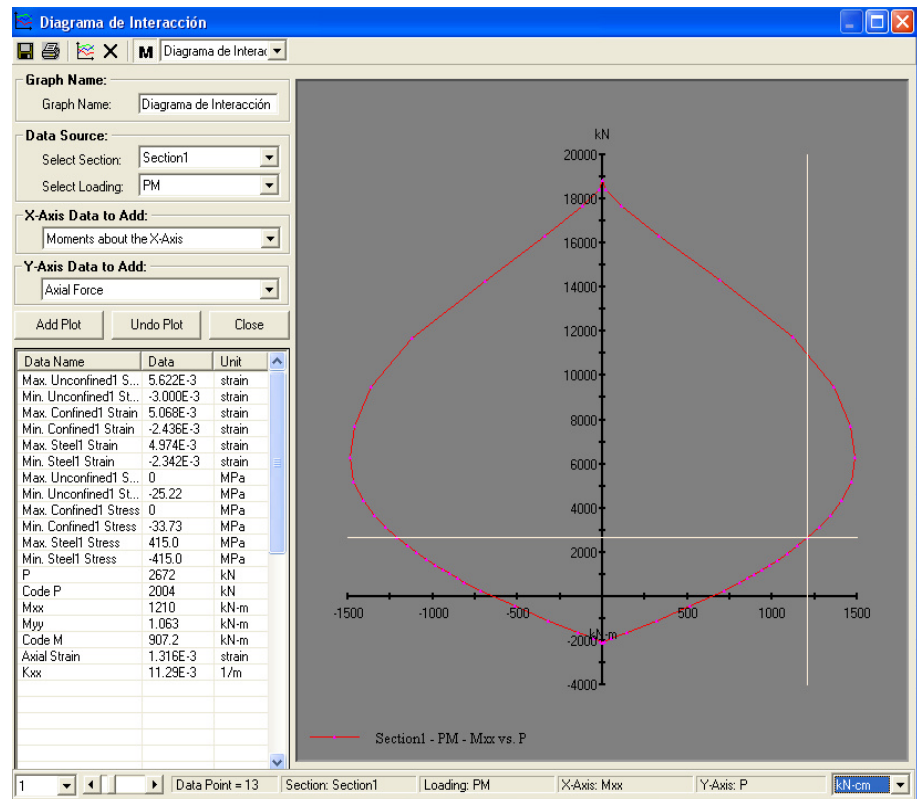
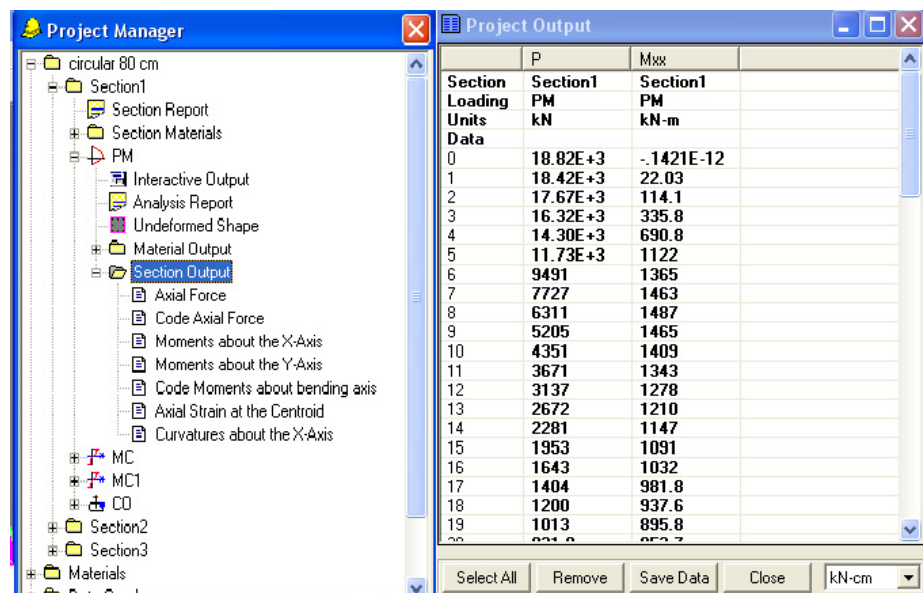


Figura 4.43: Gráfico del Diagrama de Interacción.

Después de cerrar la ventana de los gráficos, nuevamente desde el *Project Manager* en la carpeta *PM* se abrirá la carpeta *Section Output* y con doble click en *Axial Force* y en *Moments about the X-axis* se dará paso al *Project Output*. Esta nueva ventana es como una hoja de cálculo donde con un click en el

encabezado de cada columna o al botón *Select All* se seleccionarán todos los datos, luego con un click derecho a la selección se escoge *Copy* y se pega en la hoja de EXCEL para que se pueda hacer uso de los resultados extraídos del programa. (Figura 4.44)



	P	Mxx
Section	Section1	Section1
Loading	PM	PM
Units	kN	kN-m
Data		
0	18.82E+3	-1421E-12
1	18.42E+3	22.03
2	17.67E+3	114.1
3	16.32E+3	335.8
4	14.30E+3	690.8
5	11.73E+3	1122
6	9491	1365
7	7727	1463
8	6311	1487
9	5205	1465
10	4351	1409
11	3671	1343
12	3137	1278
13	2672	1210
14	2281	1147
15	1953	1091
16	1643	1032
17	1404	981.8
18	1200	937.6
19	1013	895.8
20	831.8	852.3

Figura 4.44: Ventana de los resultados de los análisis con el Project Output.

Finalmente, para ver o imprimir los Reportes de los Análisis se debe dar doble click en *Analysis Report* de la carga *PM* desde el *Project Manager* como en los pasos anteriores. Estos reportes se incluyen en cada uno de los casos de carga y

además para los materiales que también presentan un *Material Report*.

Además para el análisis Momento-Curvatura, el reporte presenta la bilinearización del diagrama y los valores de curvatura de cedencia y curvatura última. El texto en gris en la esquina superior derecha es editable de acuerdo a la información del usuario. (Figura 4.45)

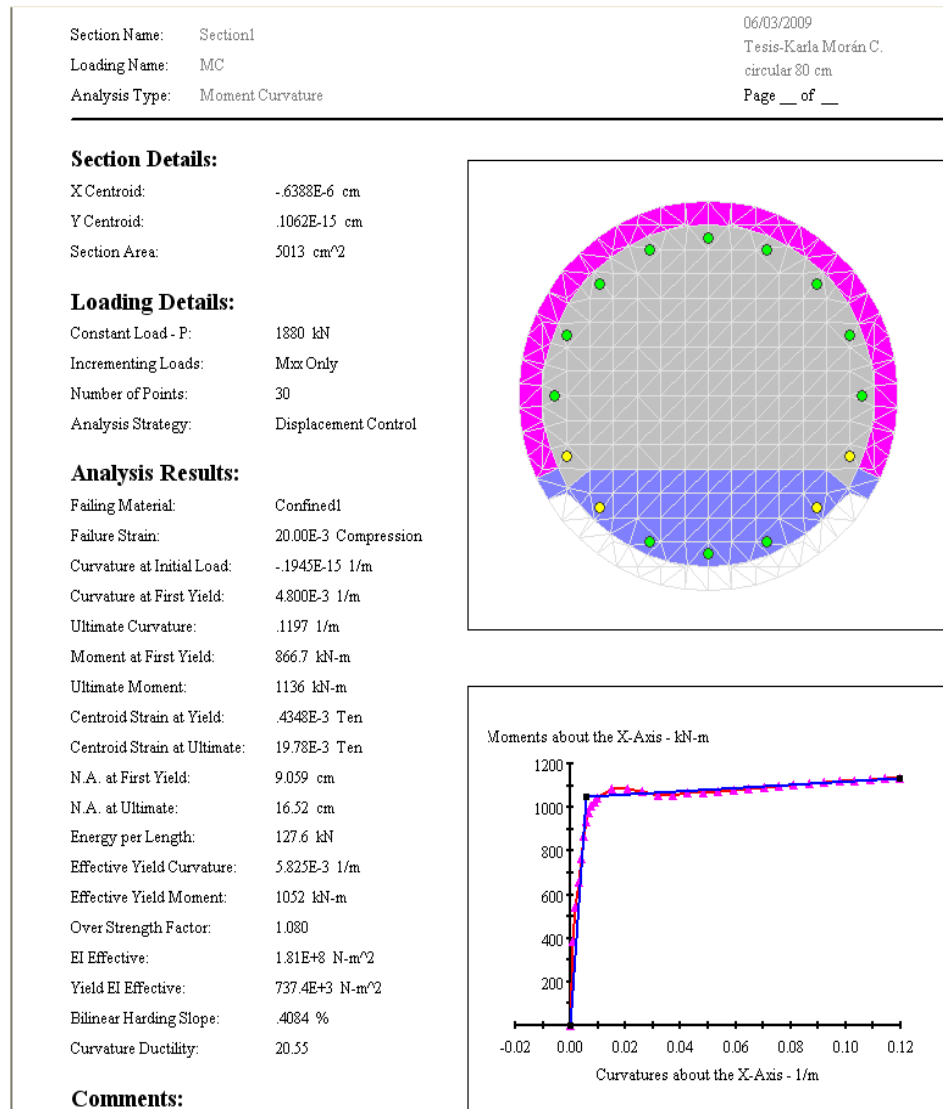


Figura 4.45: Reporte del Análisis Momento-Curvatura.

# **CAPÍTULO 5**

## **5. Recopilación de curvas generadas**

### **5.1. Diagramas de Interacción**

Figura 5.1: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

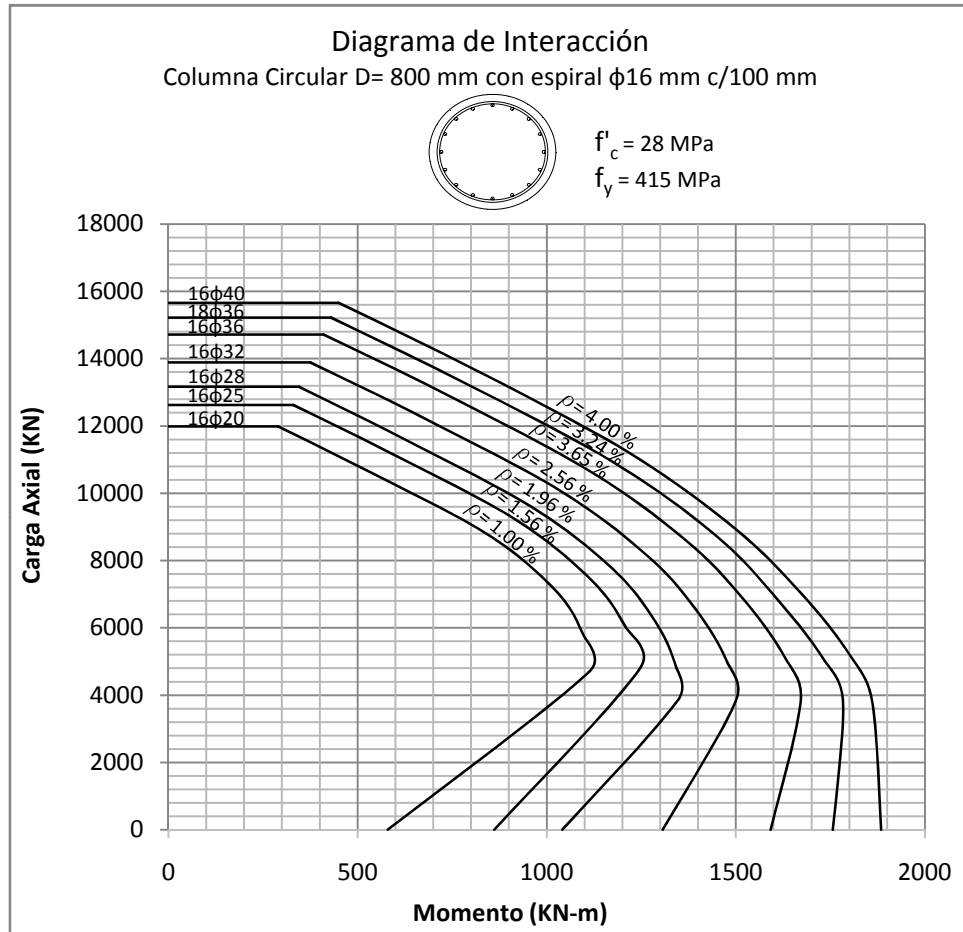


Figura 5.2: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

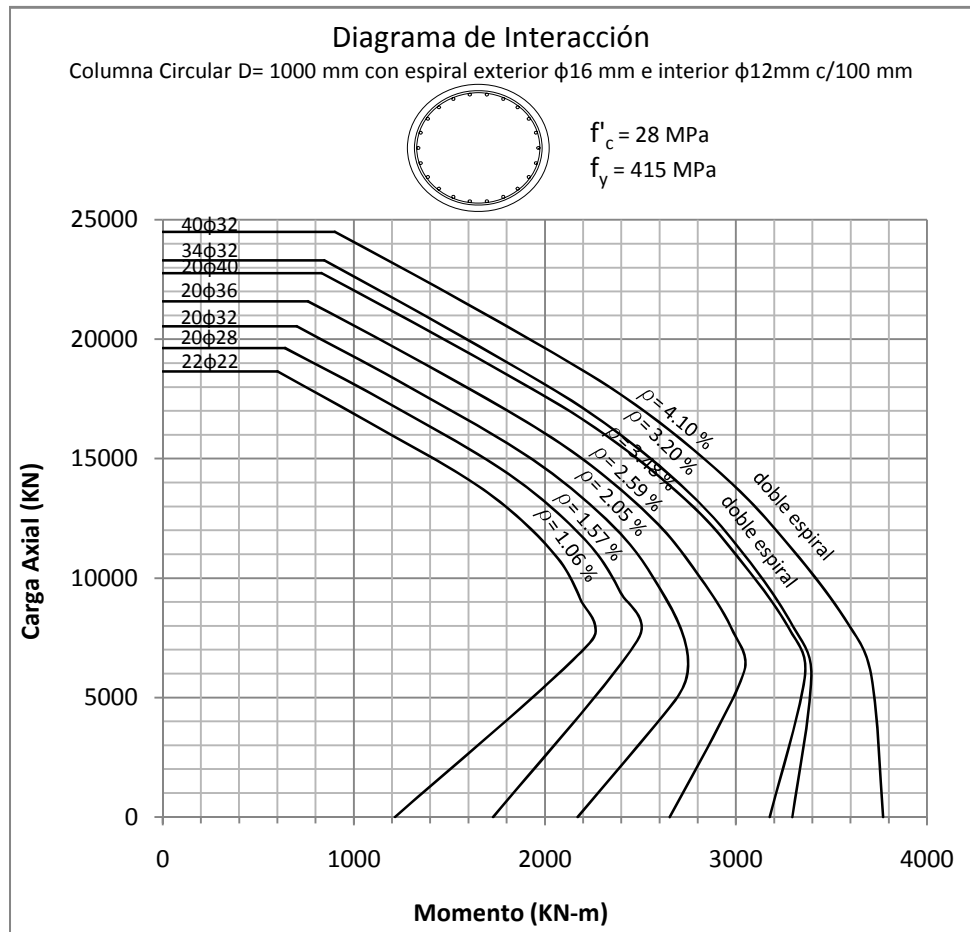


Figura 5.3: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

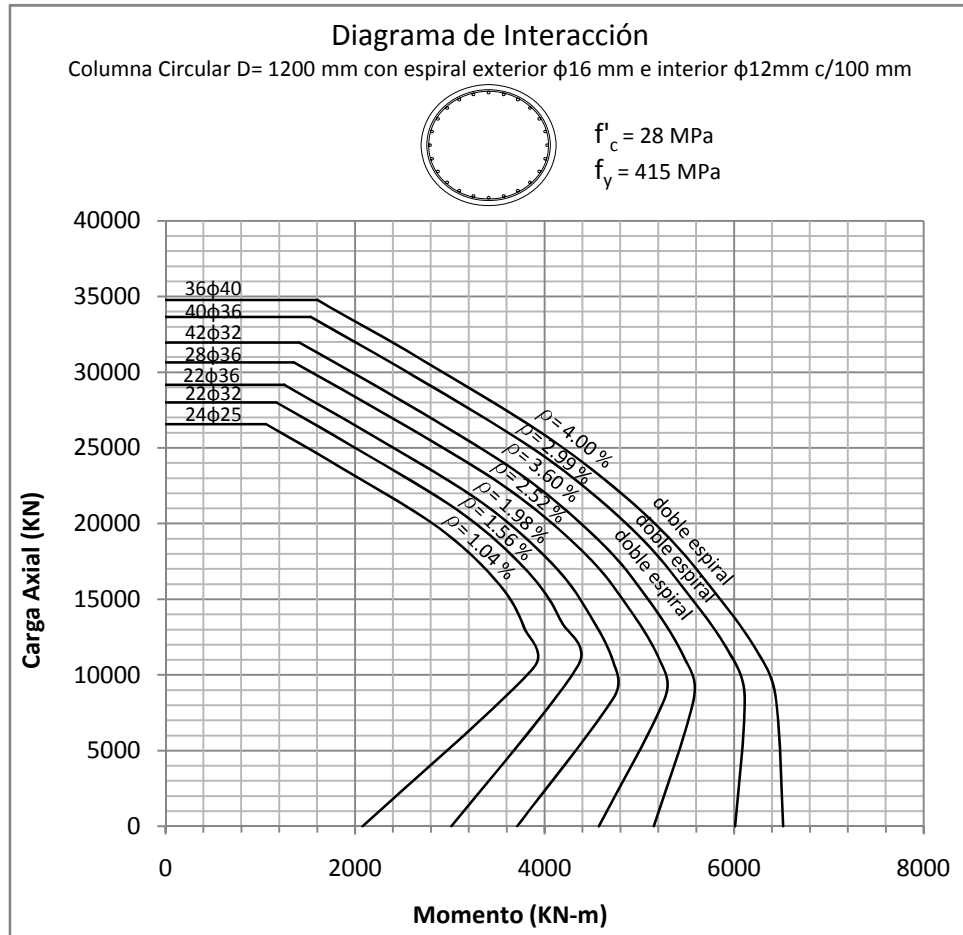




Figura 5.4: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

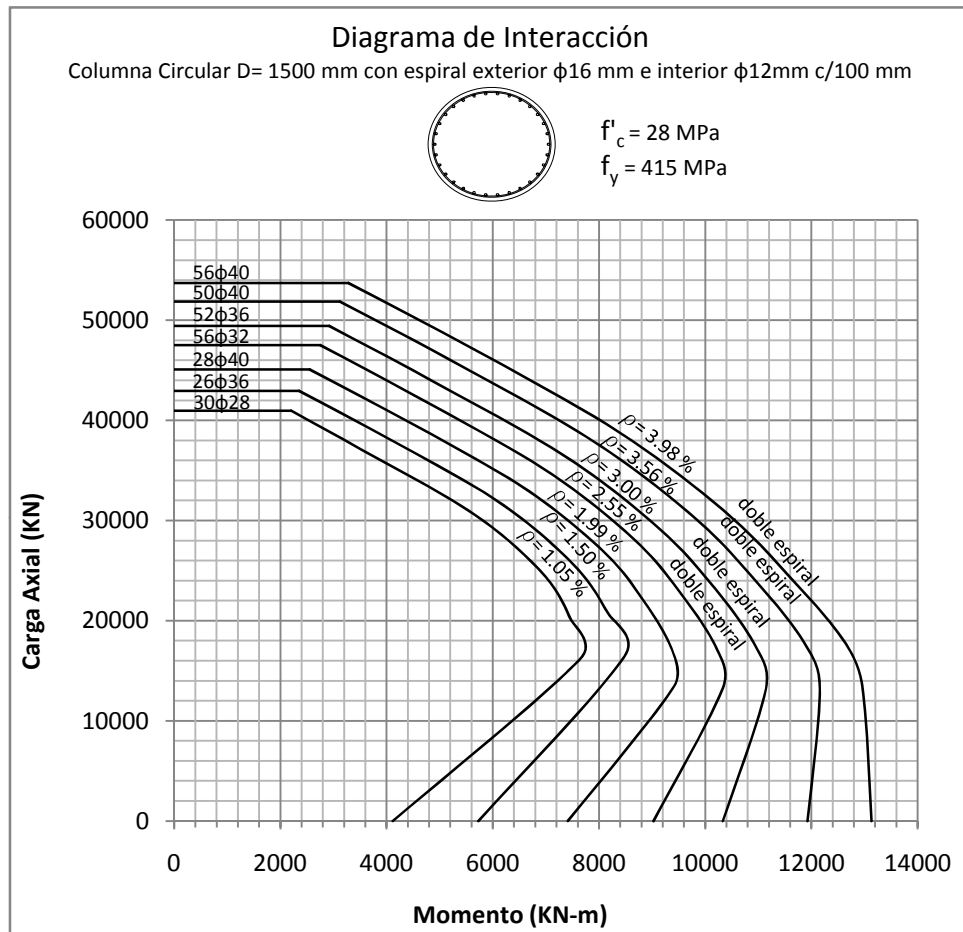


Figura 5.5: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

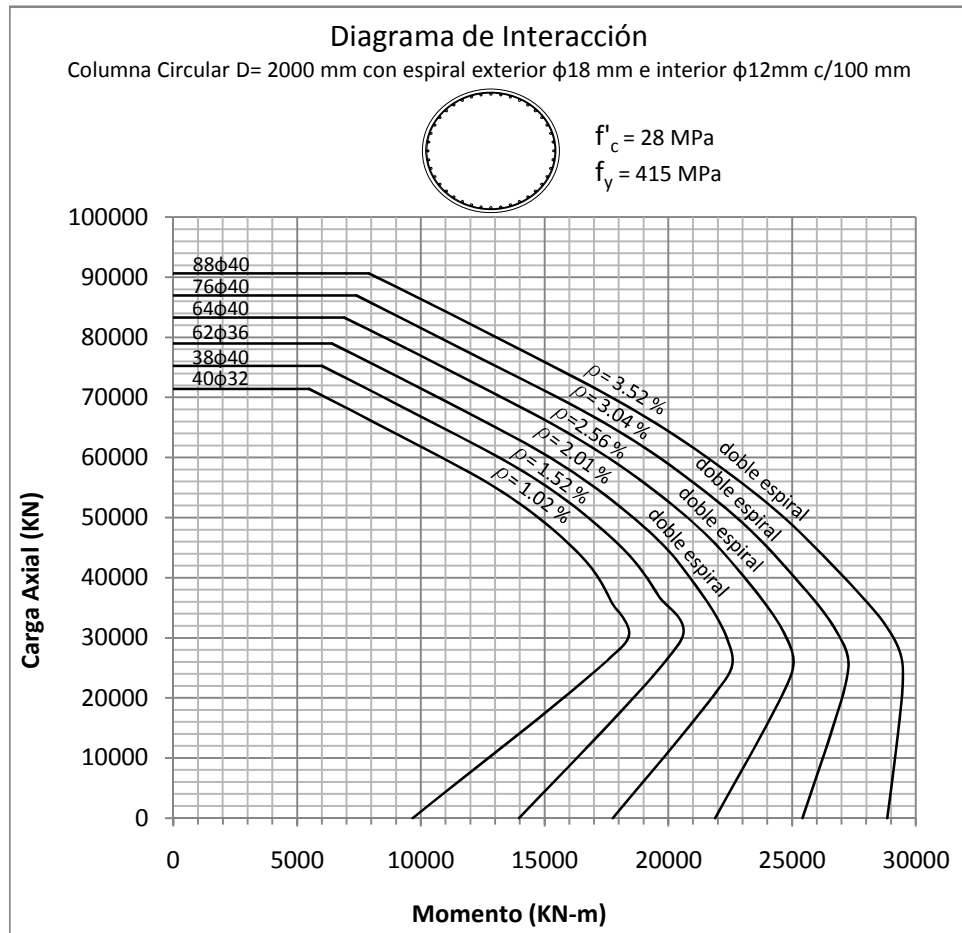


Figura 5.6: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

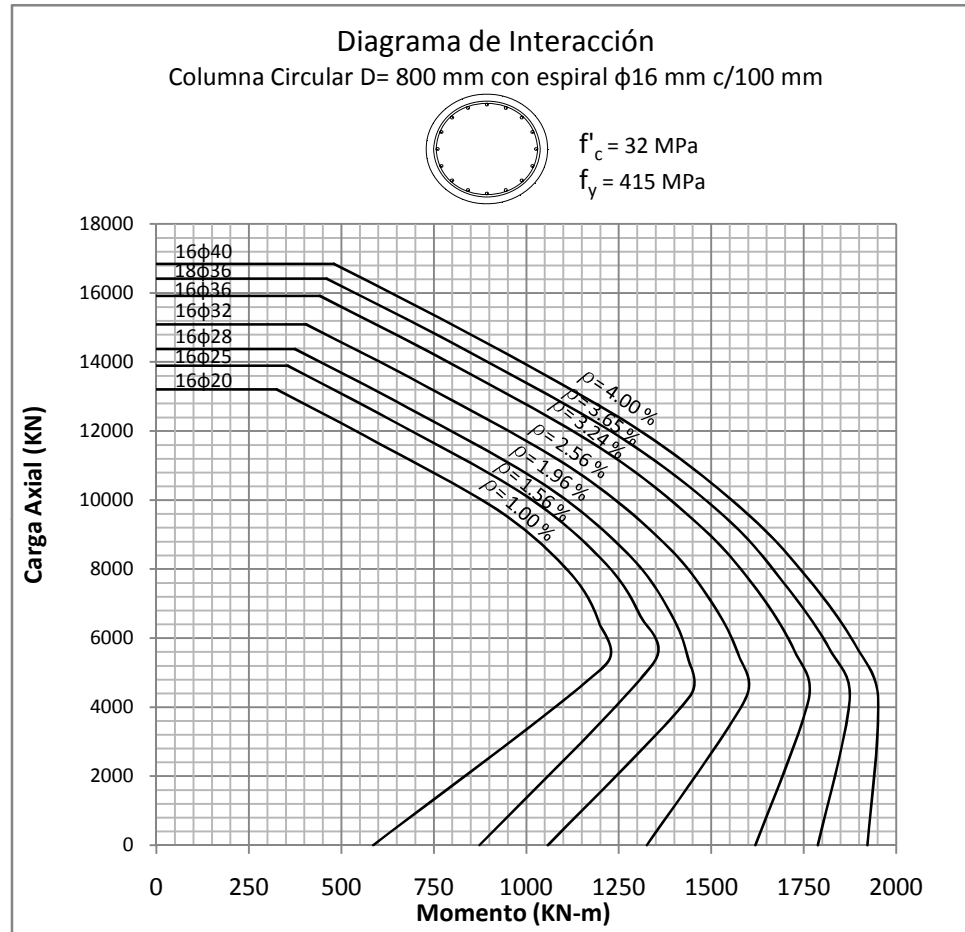


Figura 5.7: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

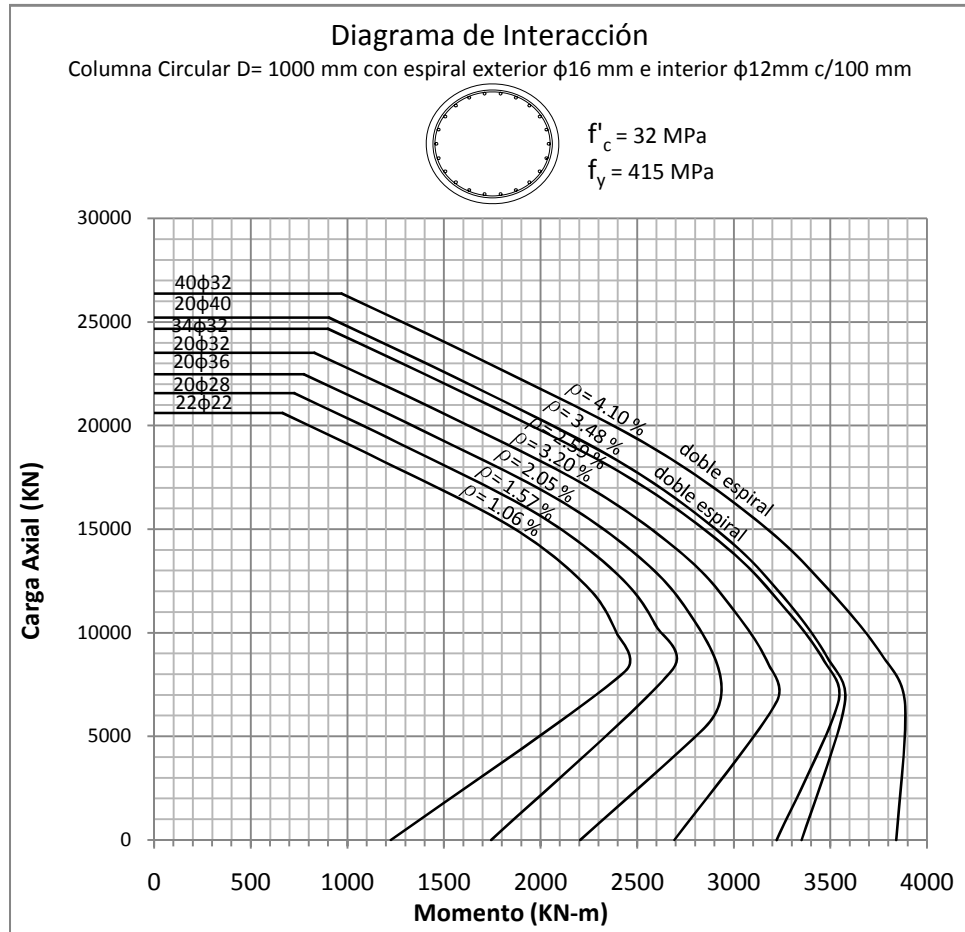


Figura 5.8: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

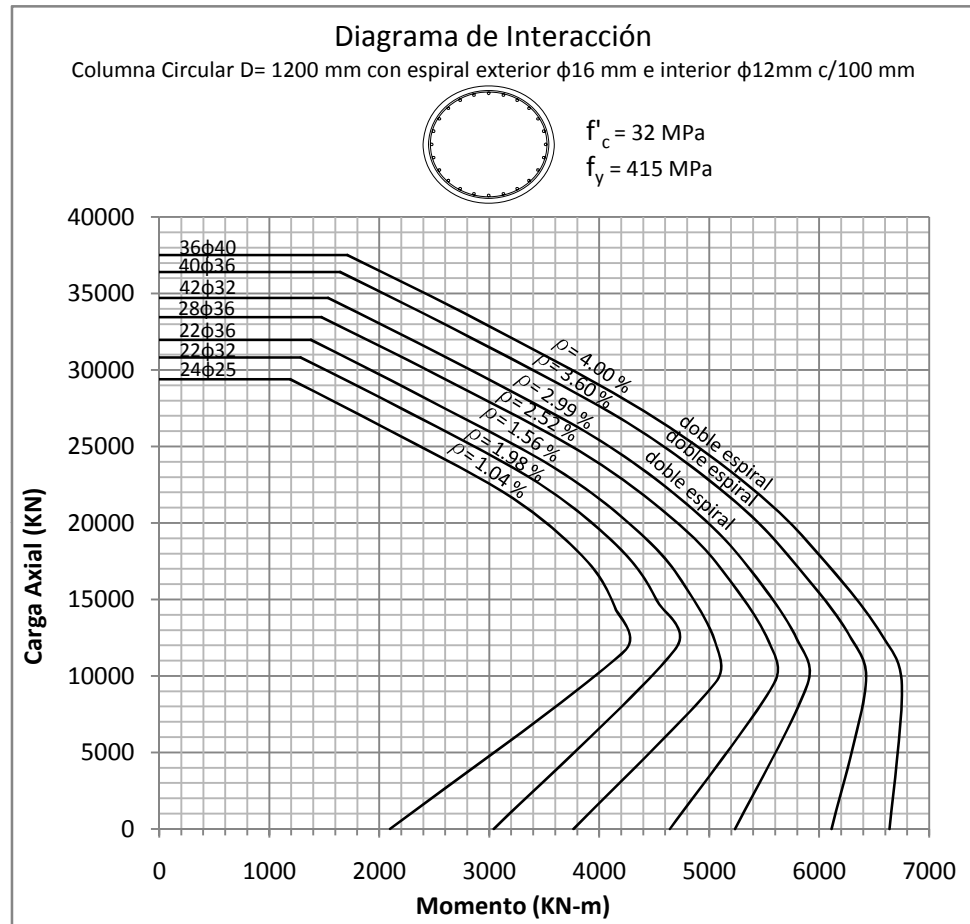


Figura 5.9: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

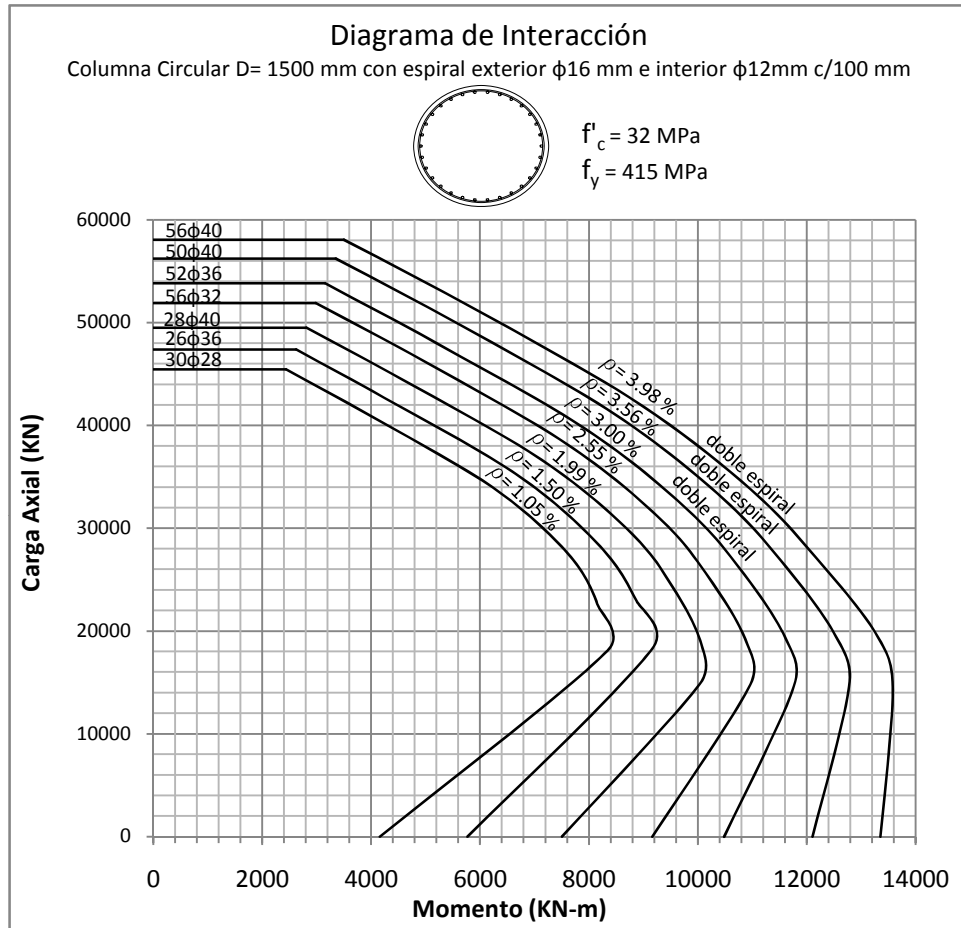


Figura 5.10: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

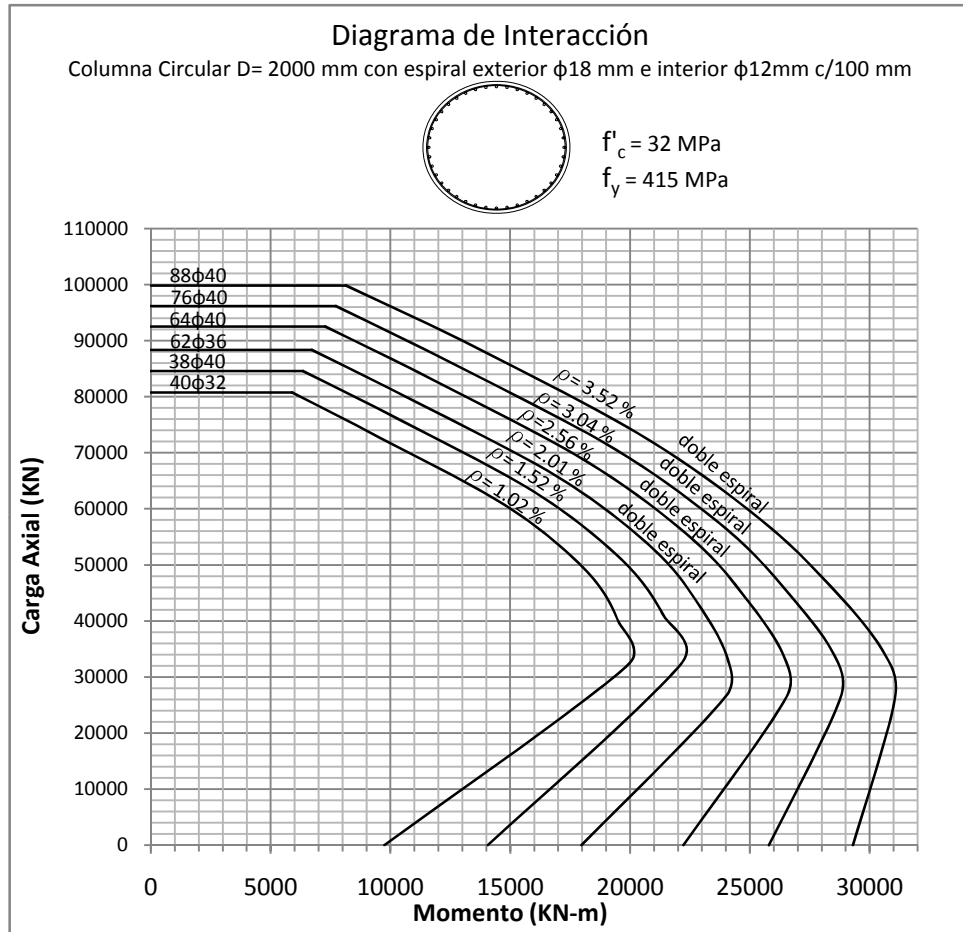


Figura 5.11: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

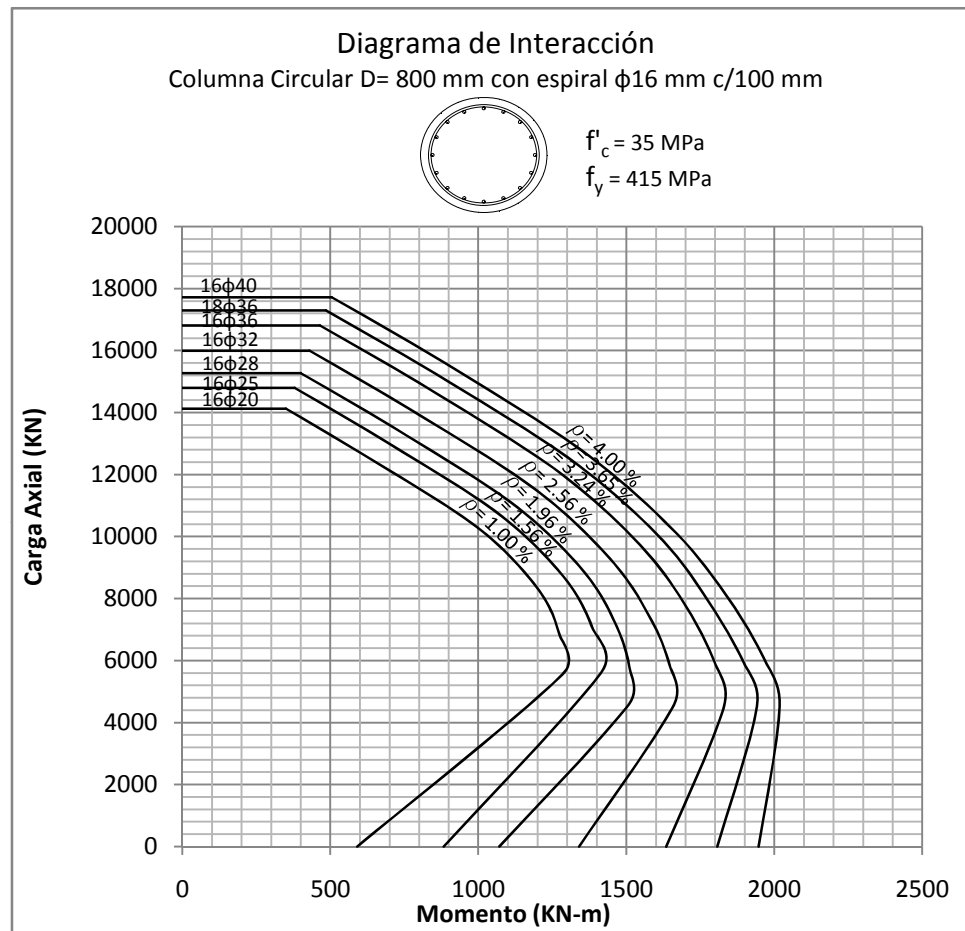




Figura 5.12: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

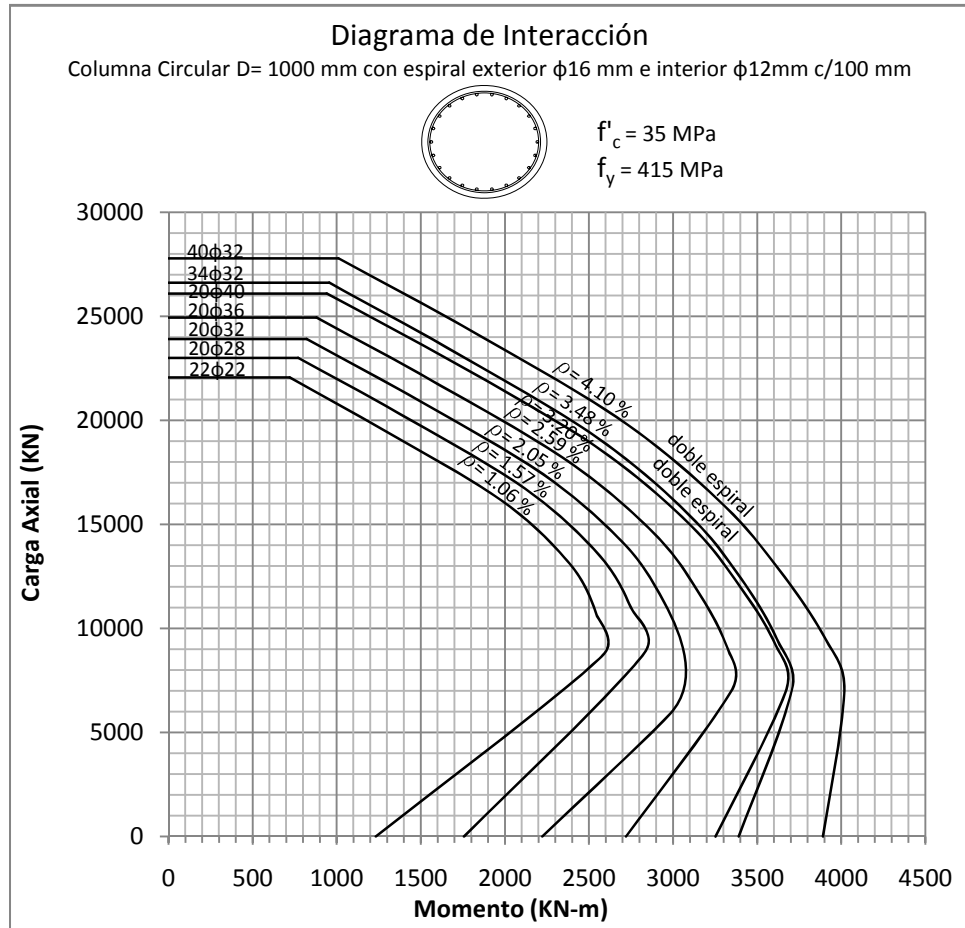


Figura 5.13: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

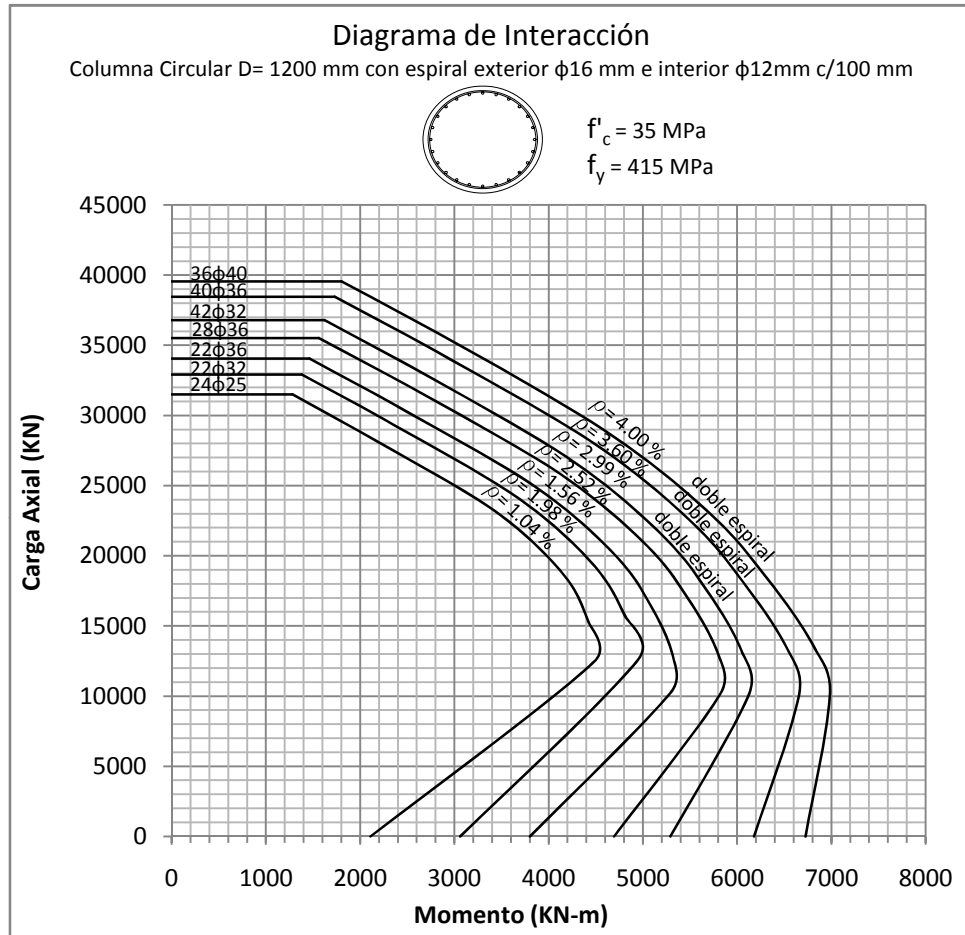


Figura 5.14: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

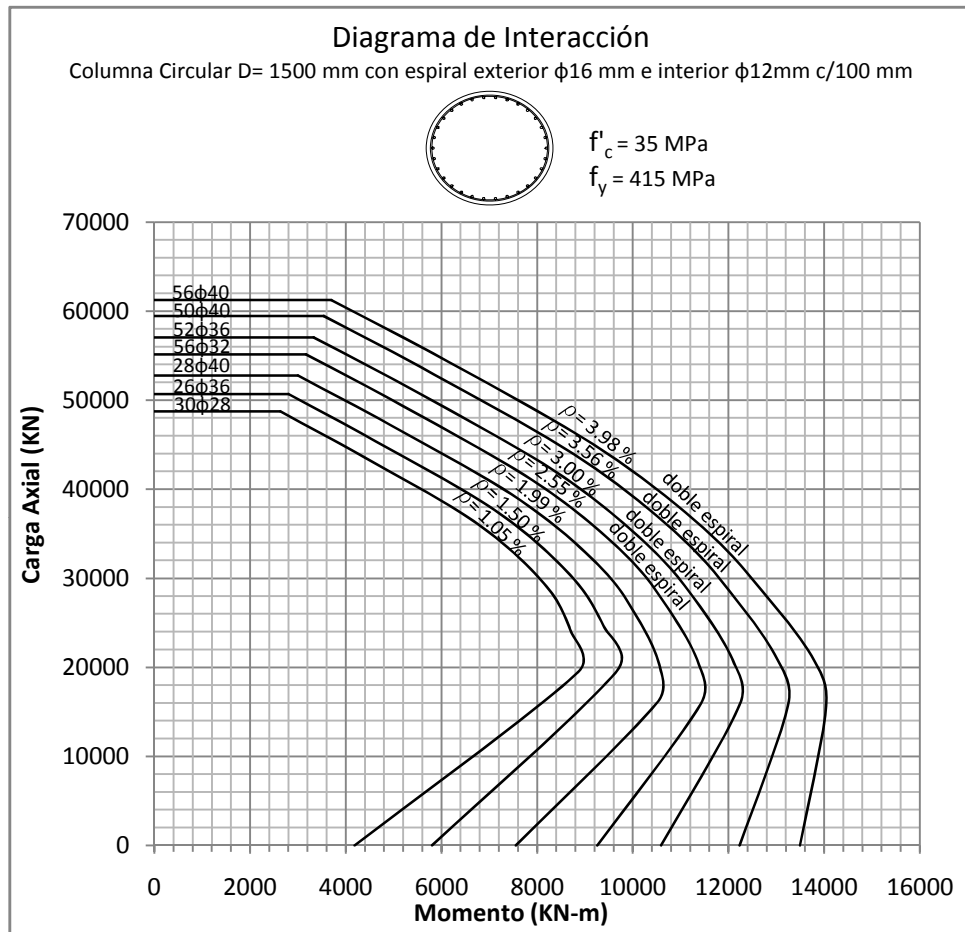


Figura 5.15: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN  
 Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

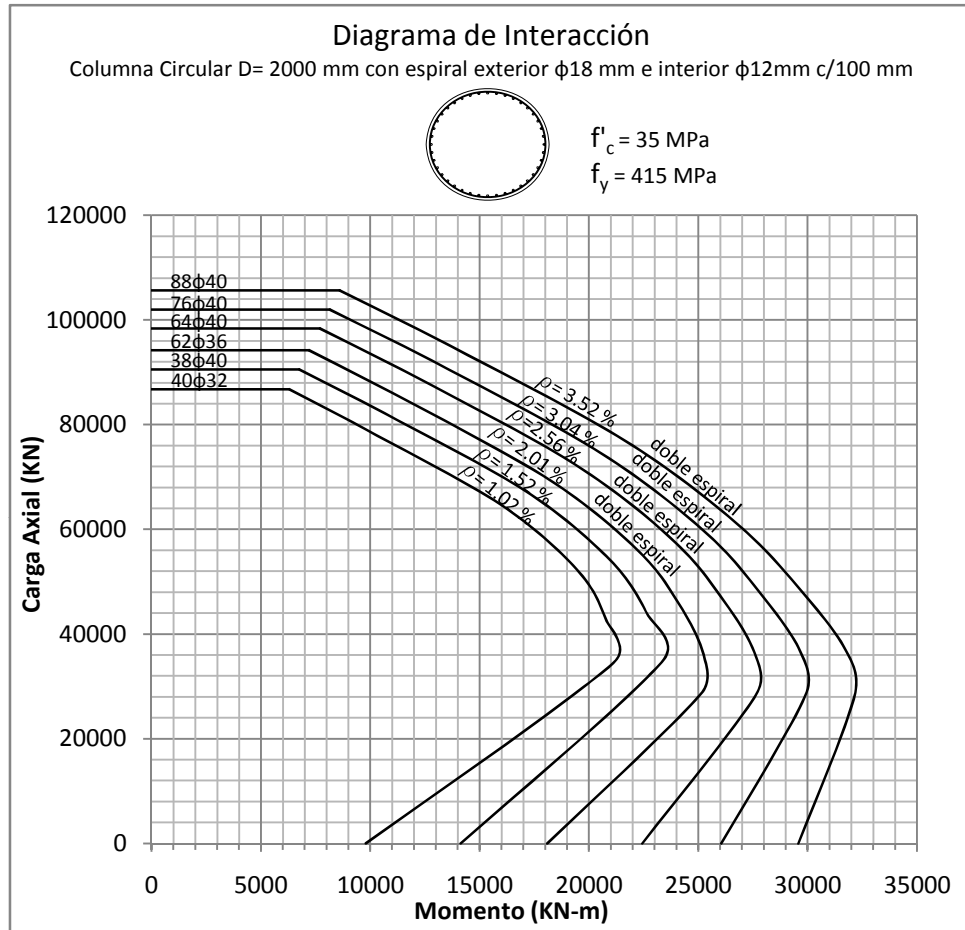


Figura 5.16: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

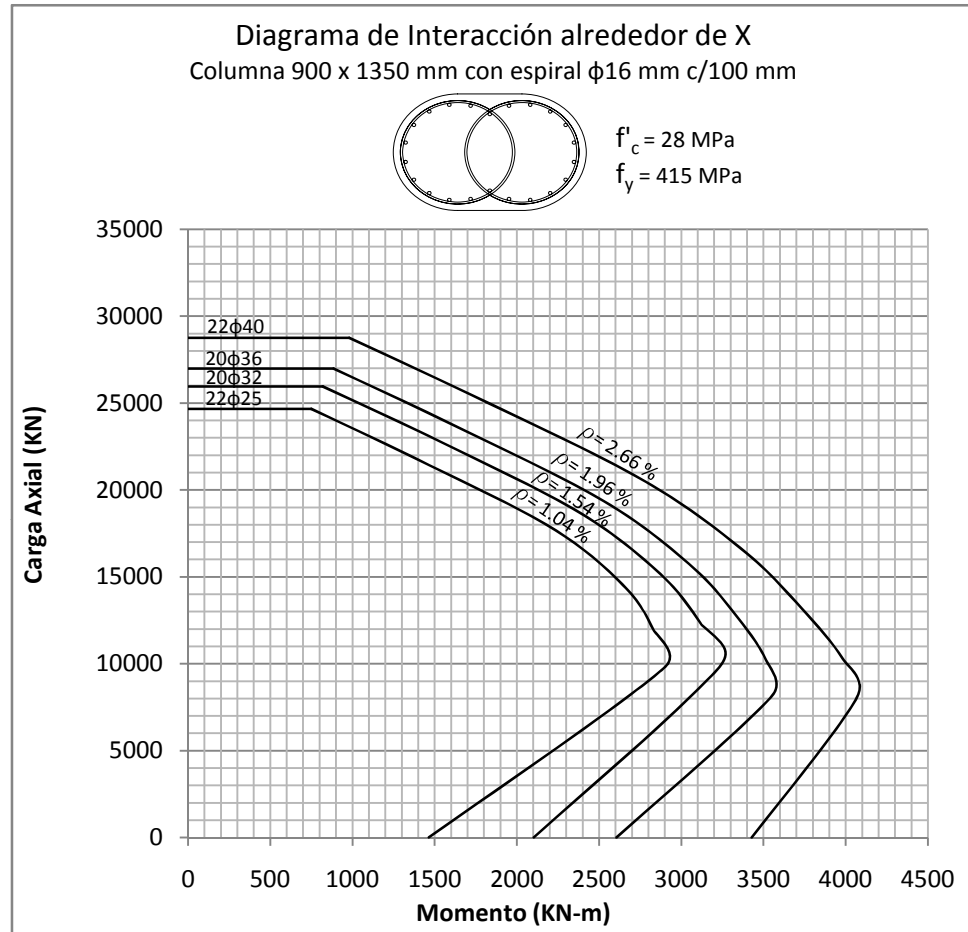


Figura 5.17: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

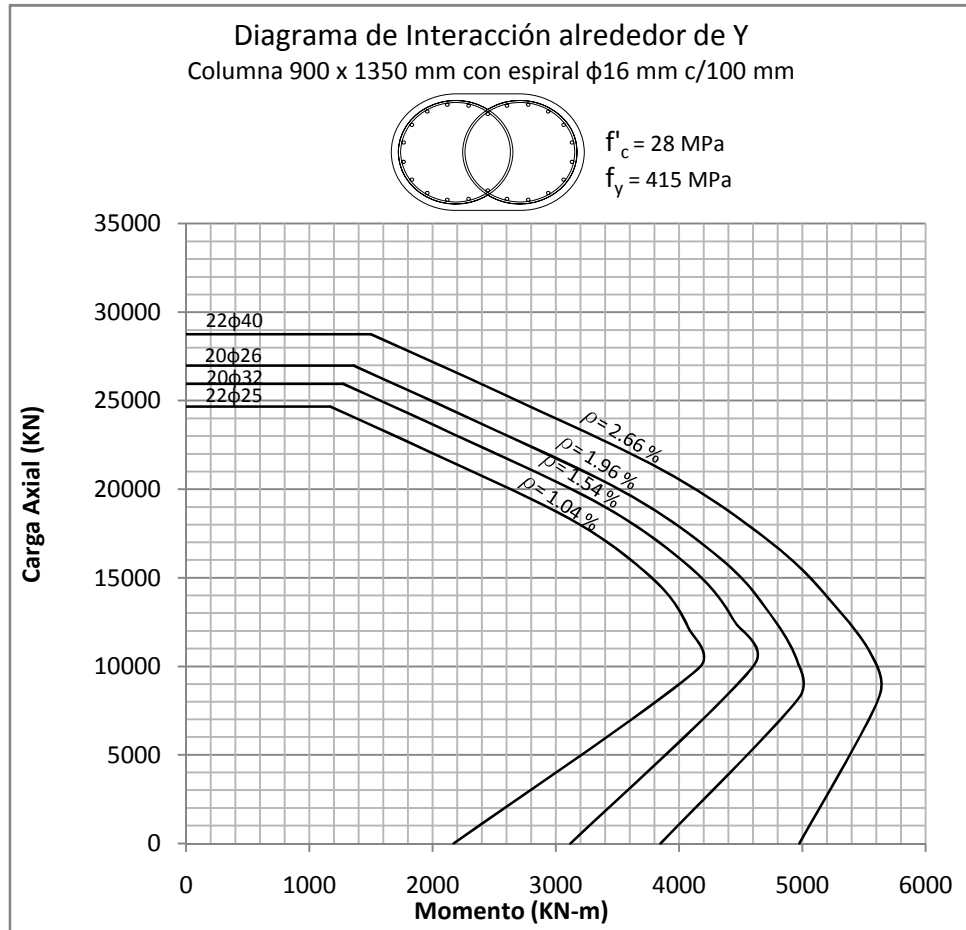


Figura 5.18: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

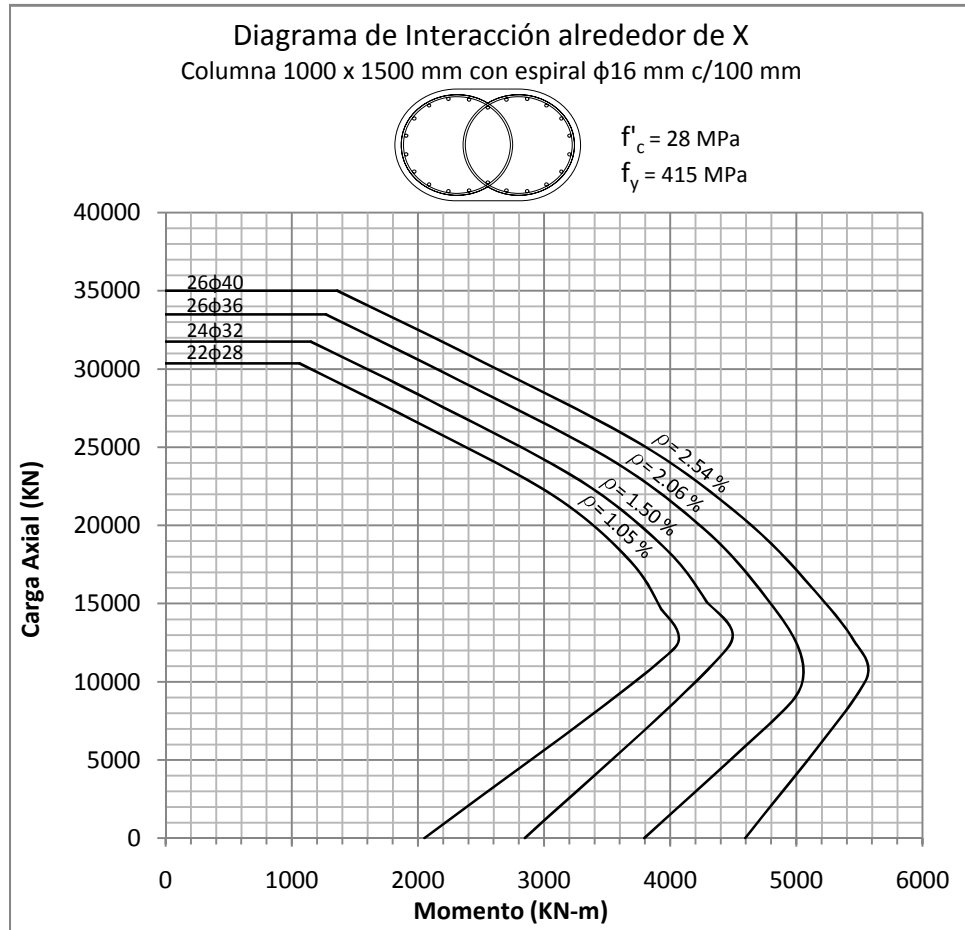


Figura 5.19: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

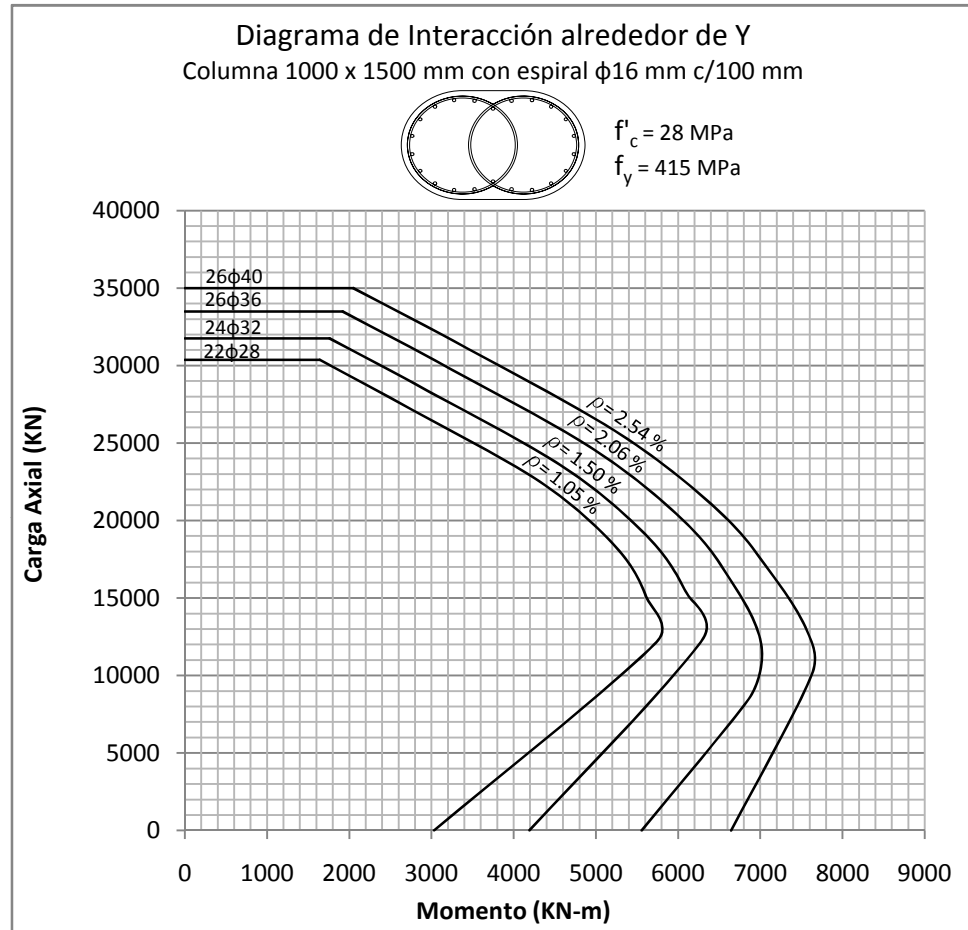




Figura 5.20: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

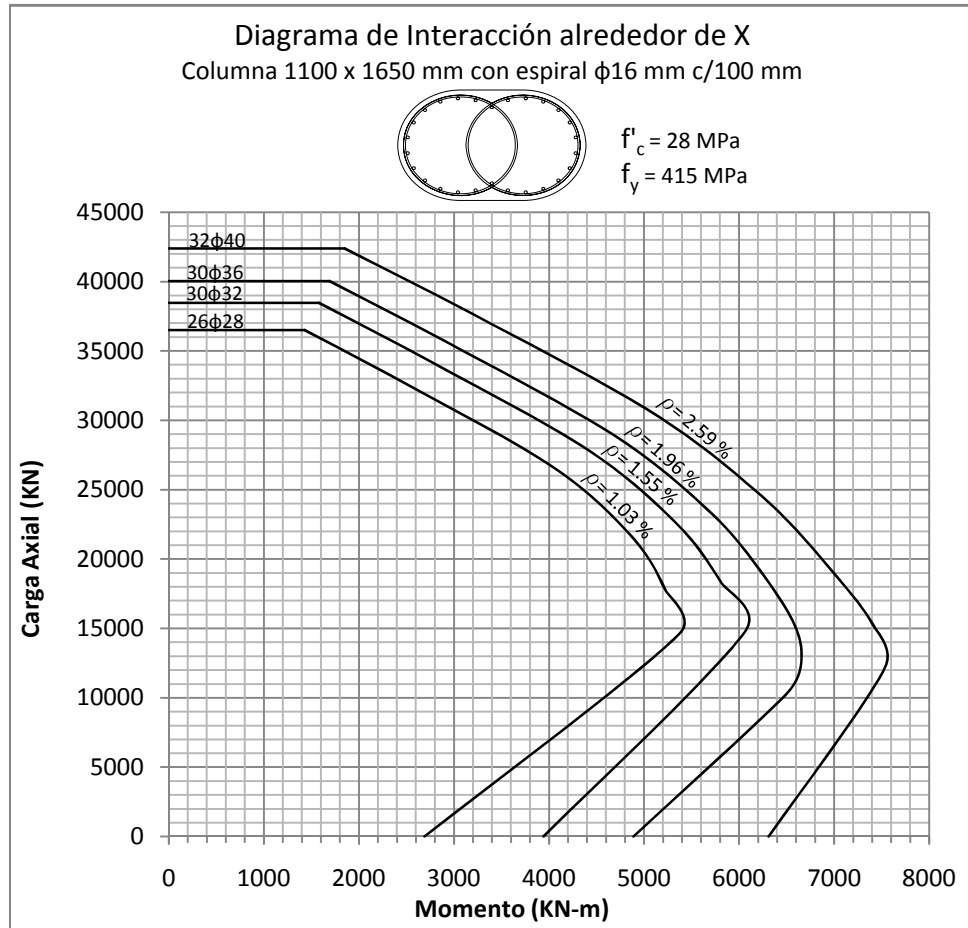


Figura 5.21: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

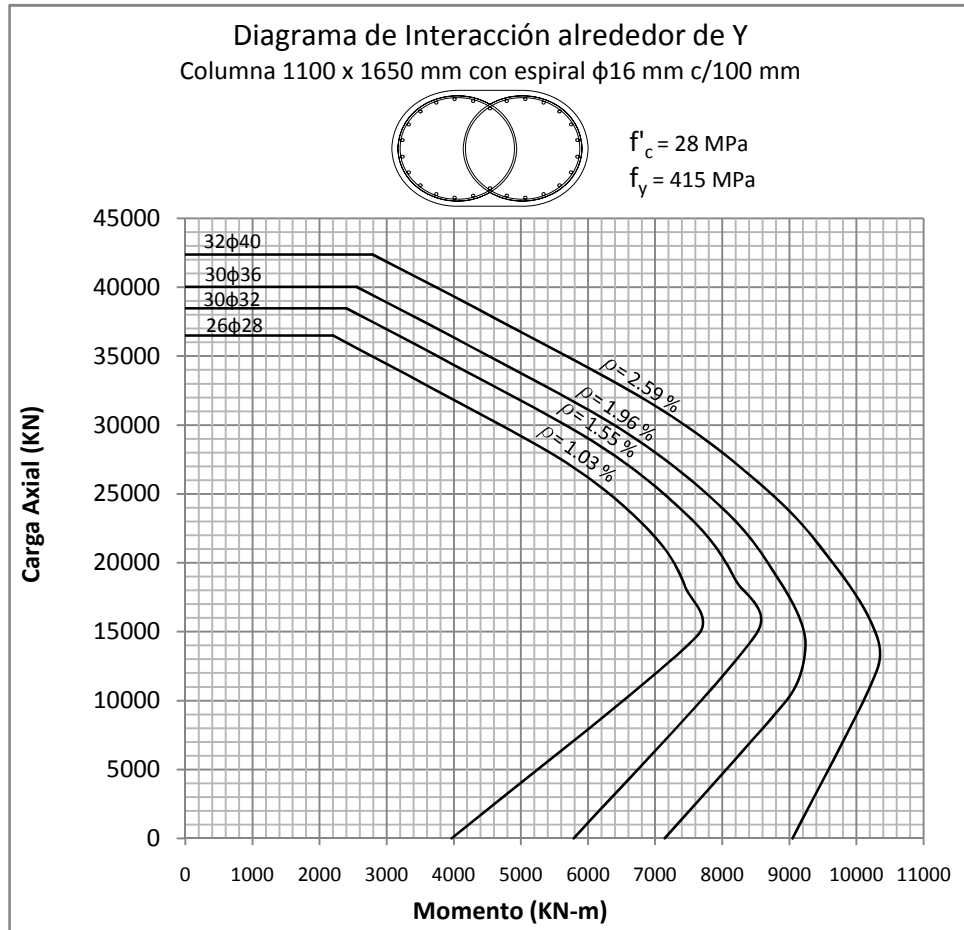


Figura 5.22: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

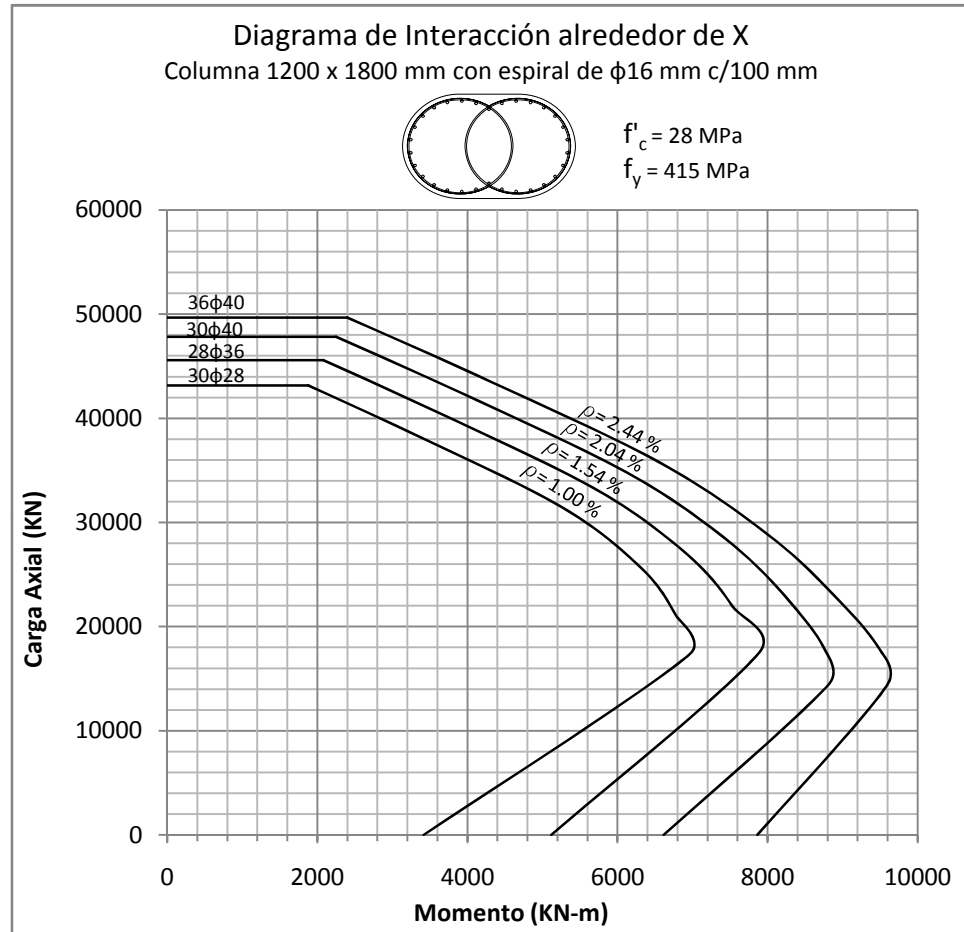


Figura 5.23: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

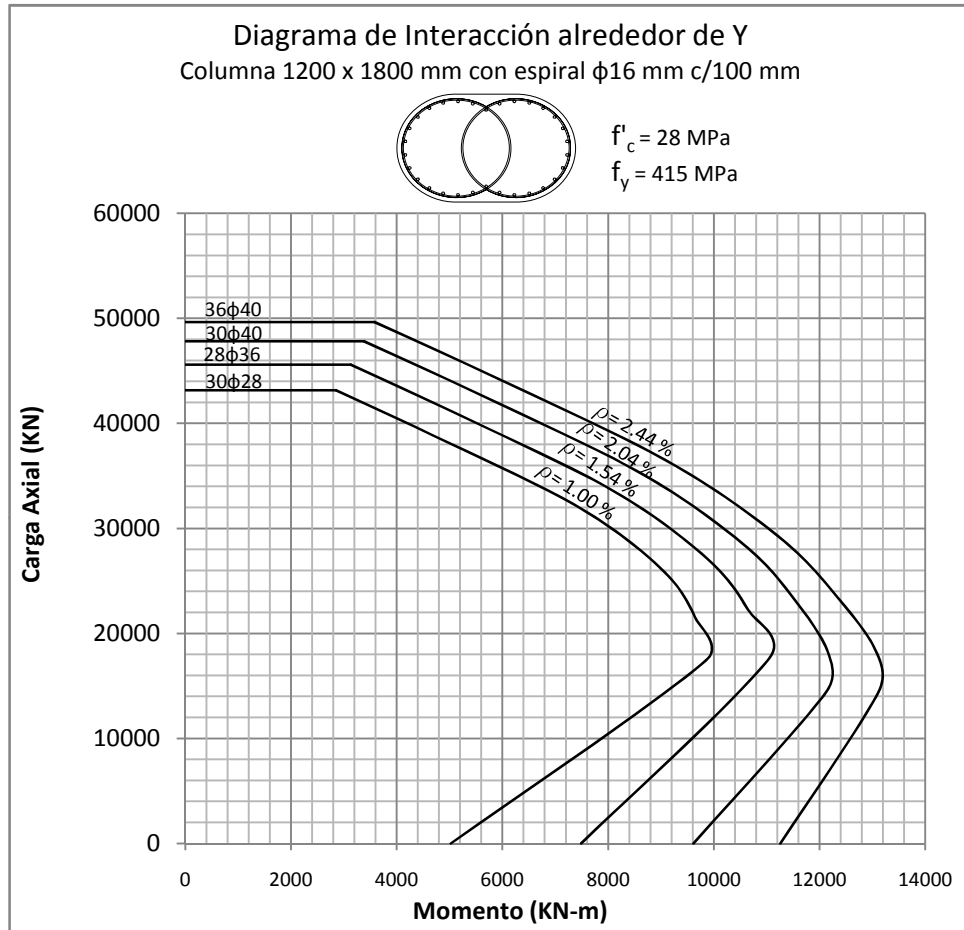


Figura 5.24: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

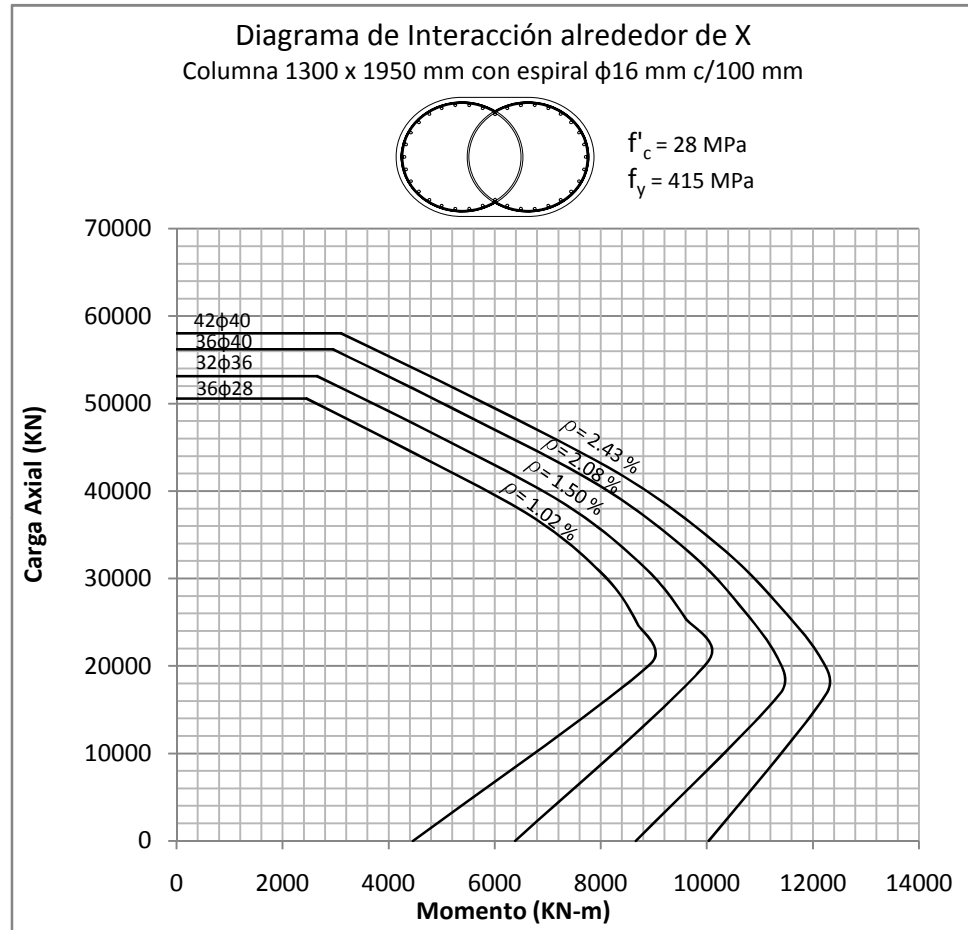


Figura 5.25: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

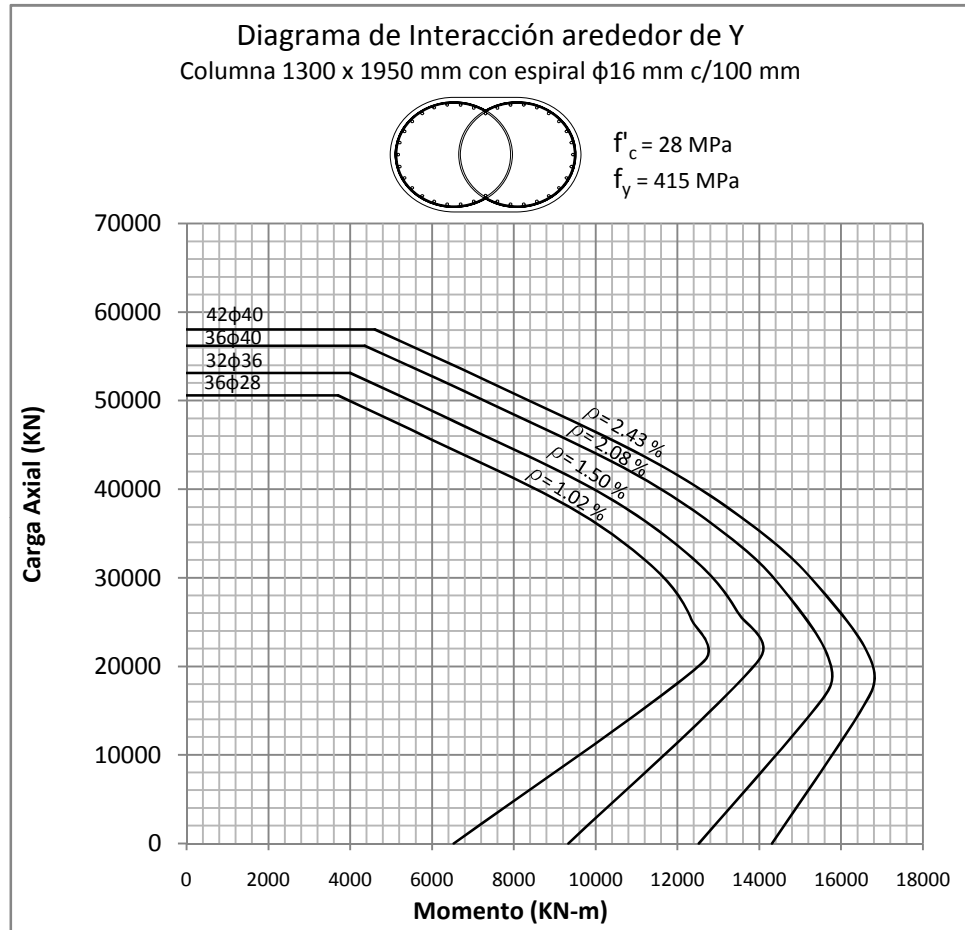


Figura 5.26: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

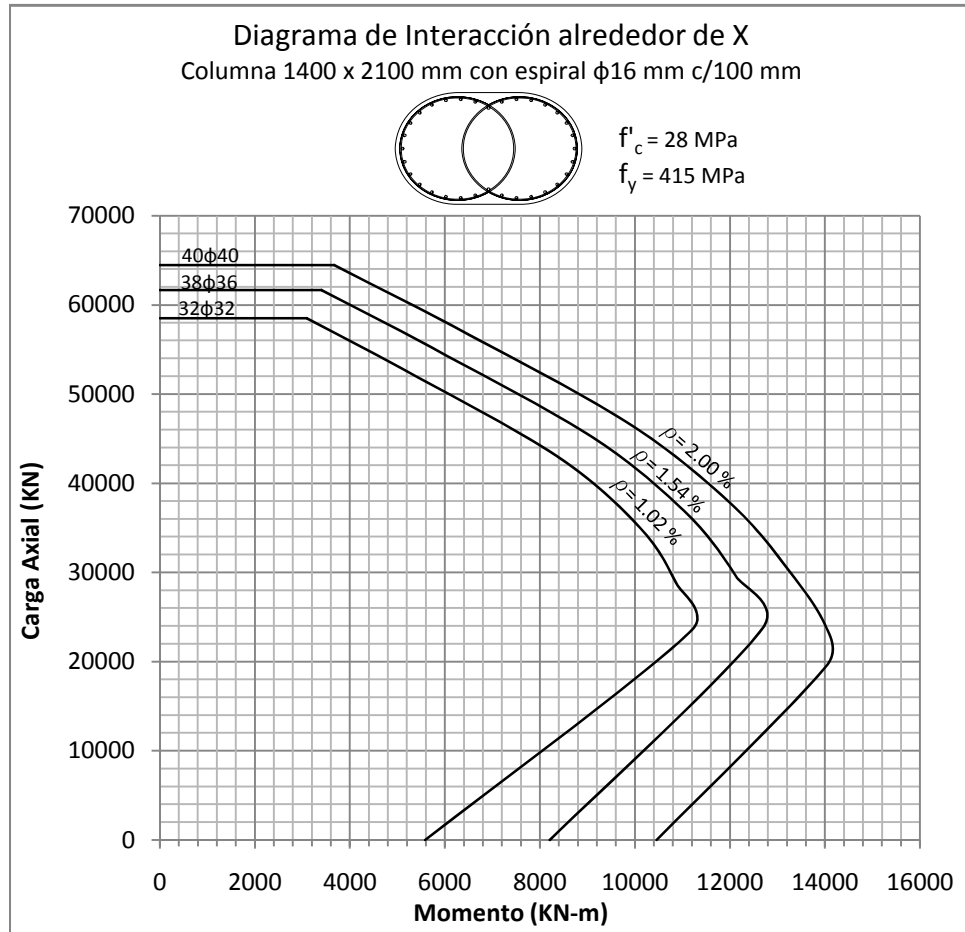


Figura 5.27: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

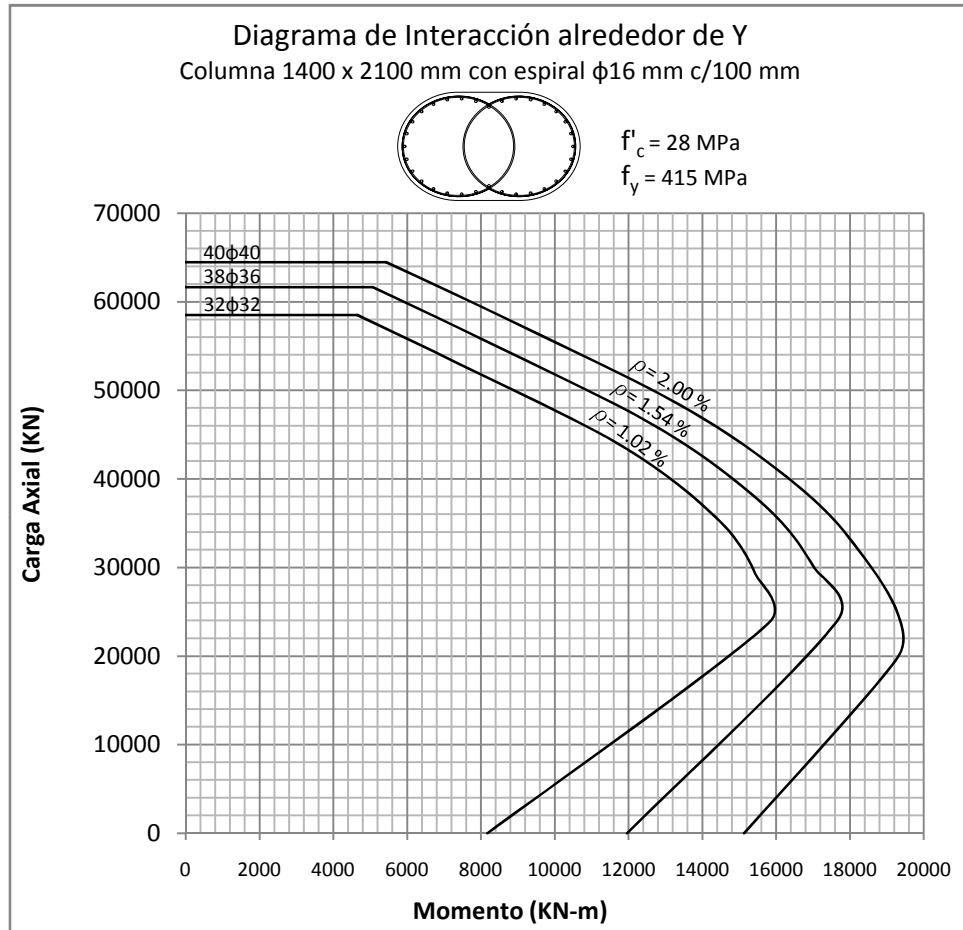




Figura 5.28: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

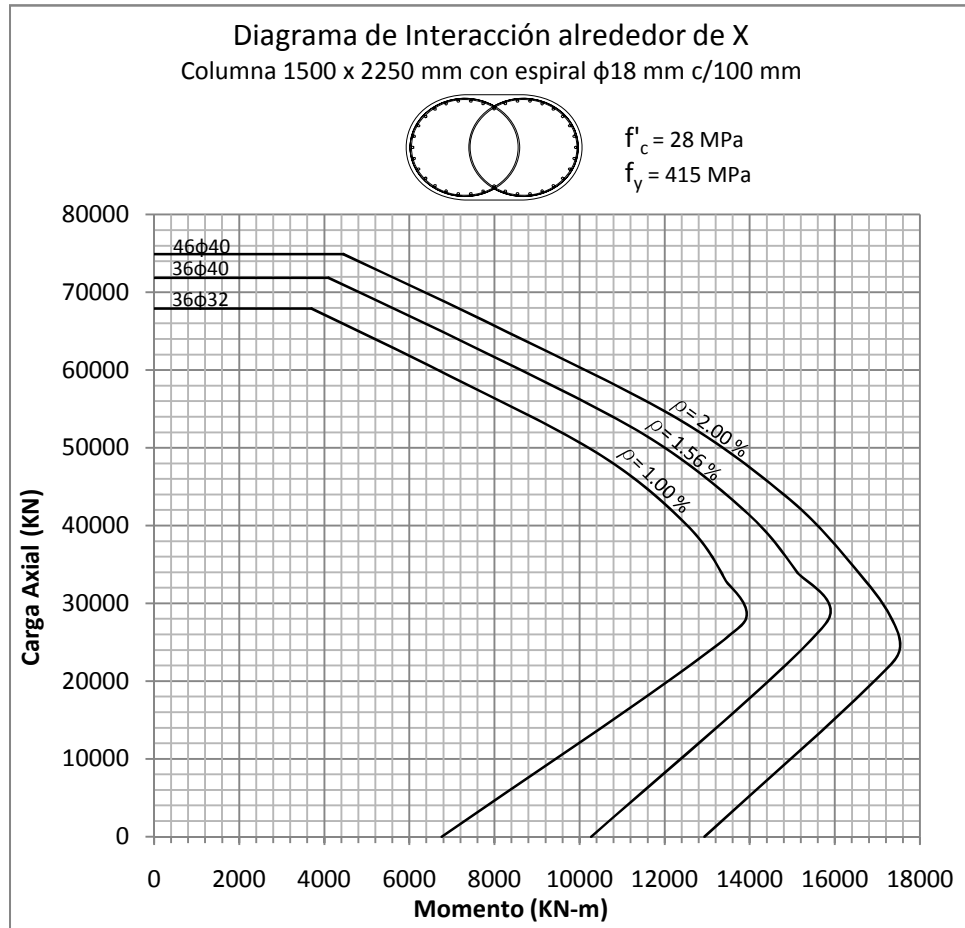


Figura 5.29: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

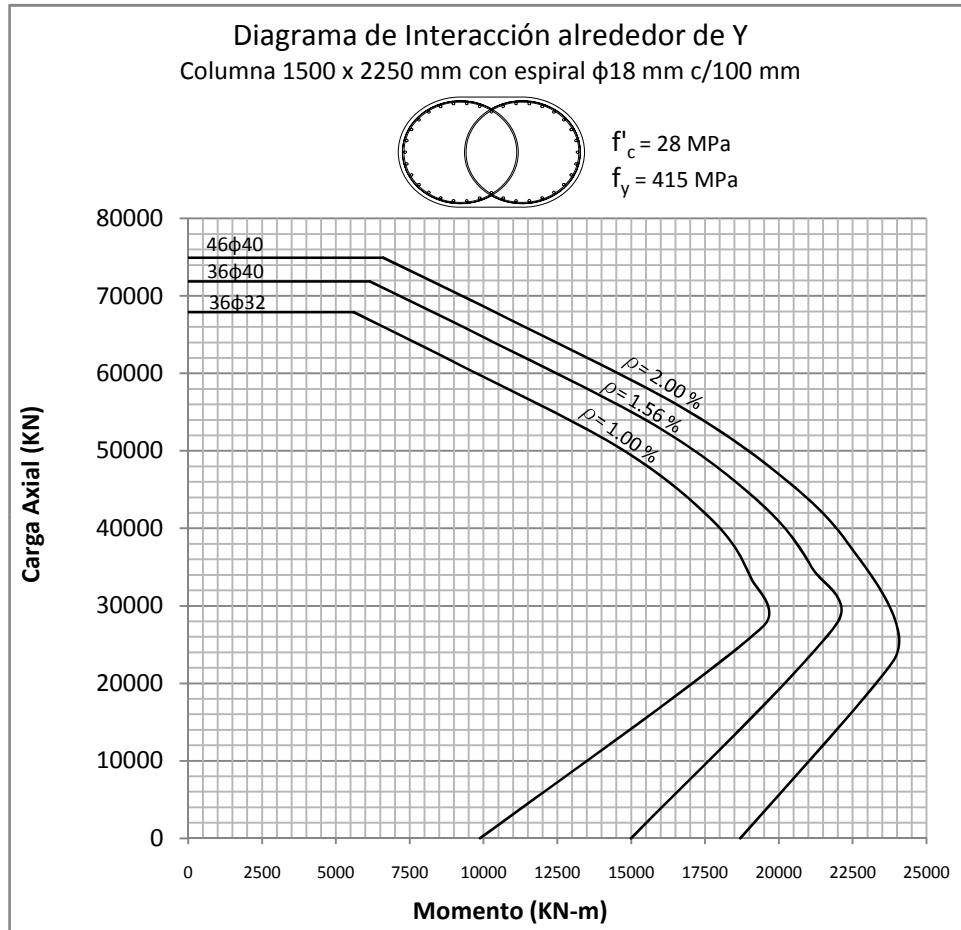


Figura 5.30: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

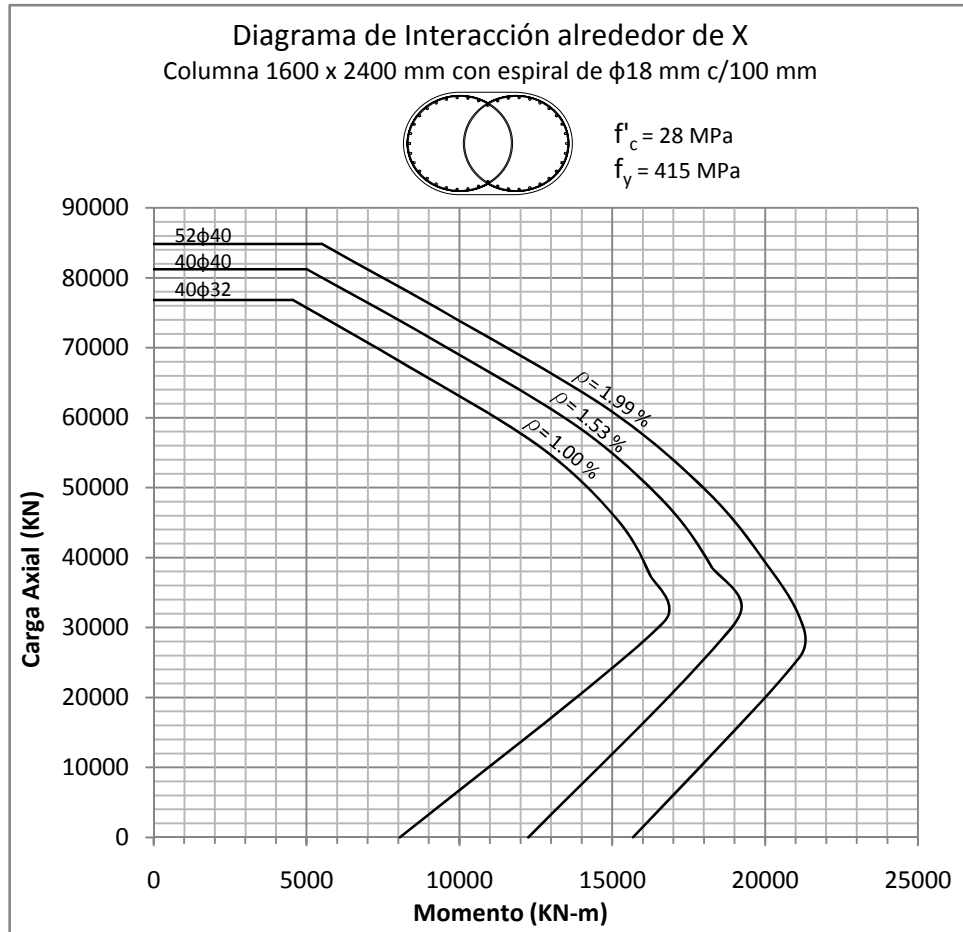


Figura 5.31: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

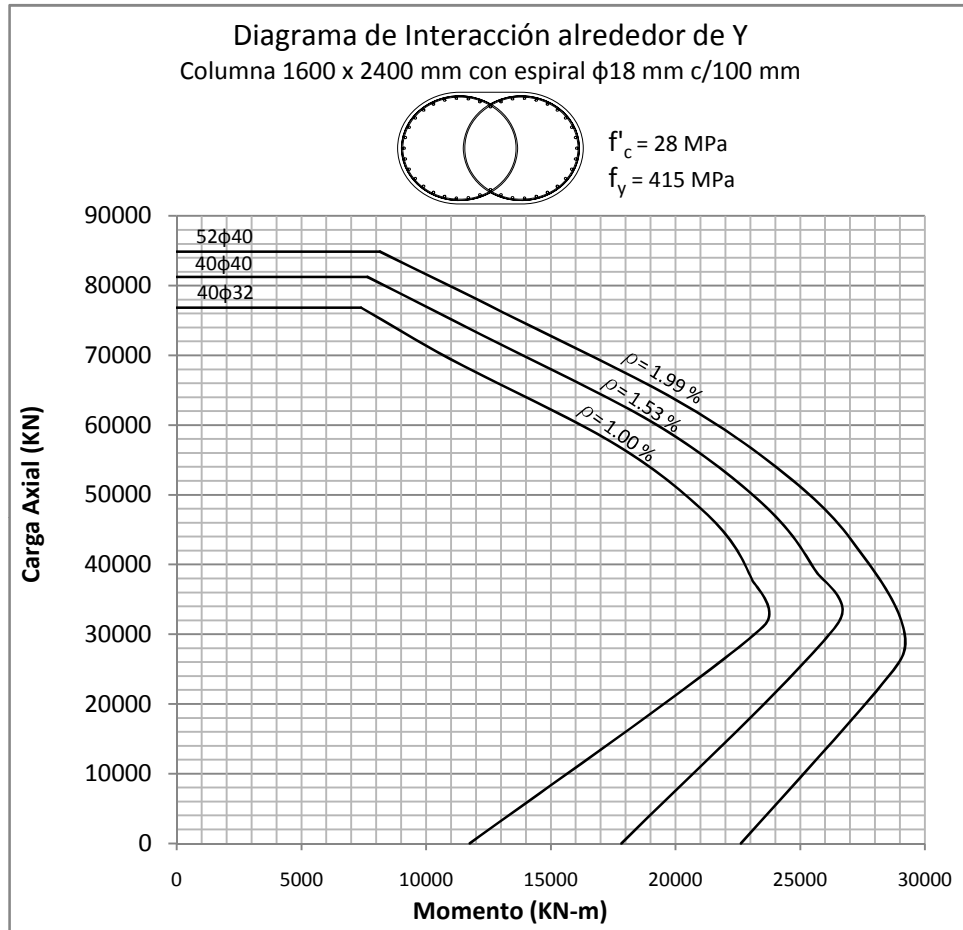


Figura 5.32: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

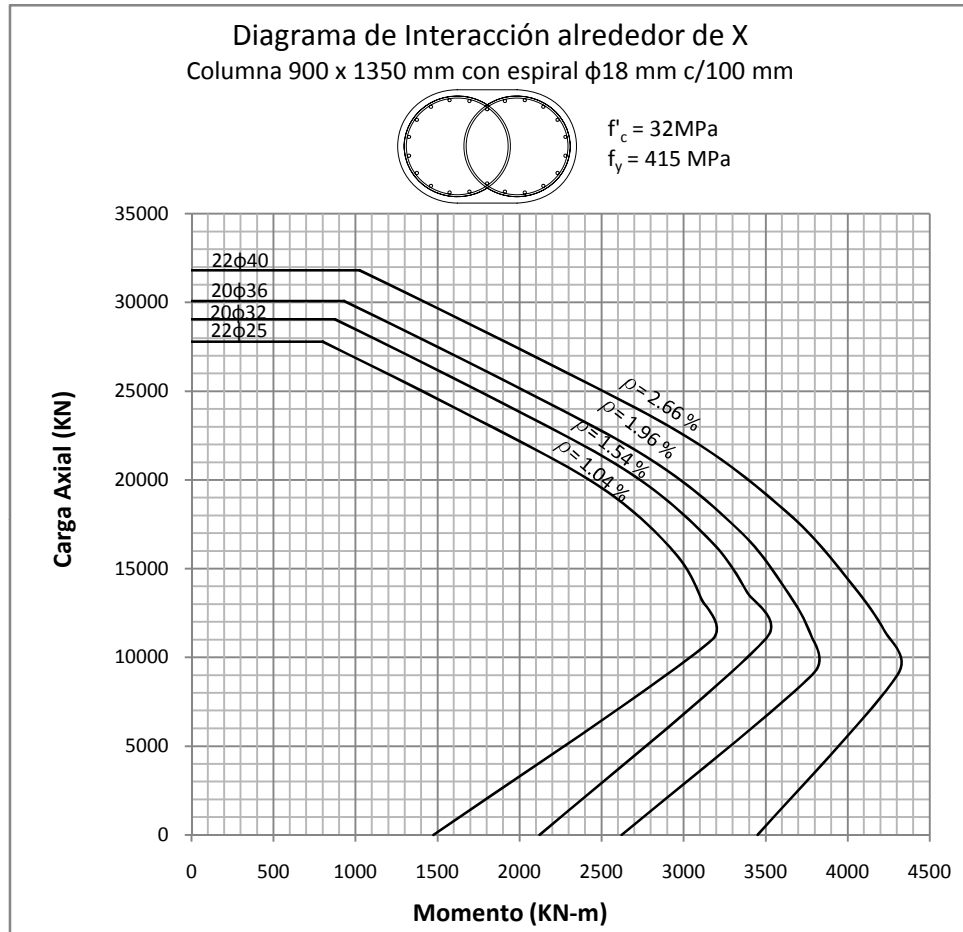


Figura 5.33: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

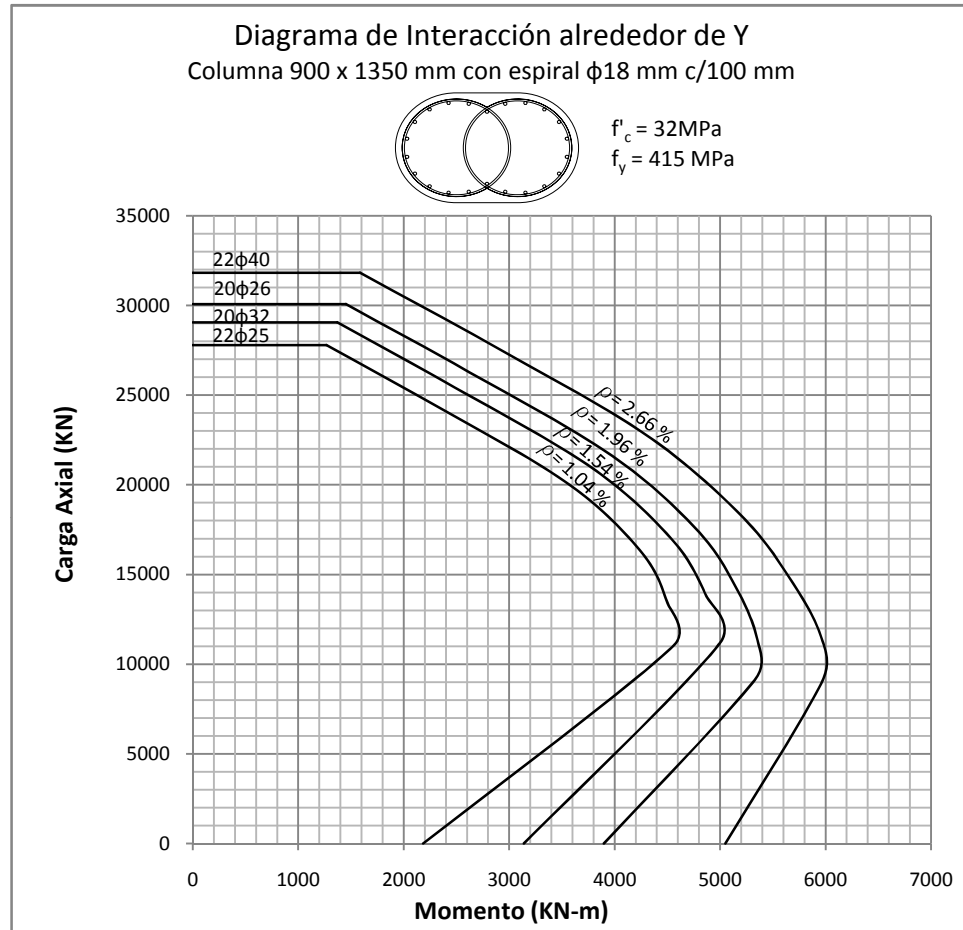


Figura 5.34: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

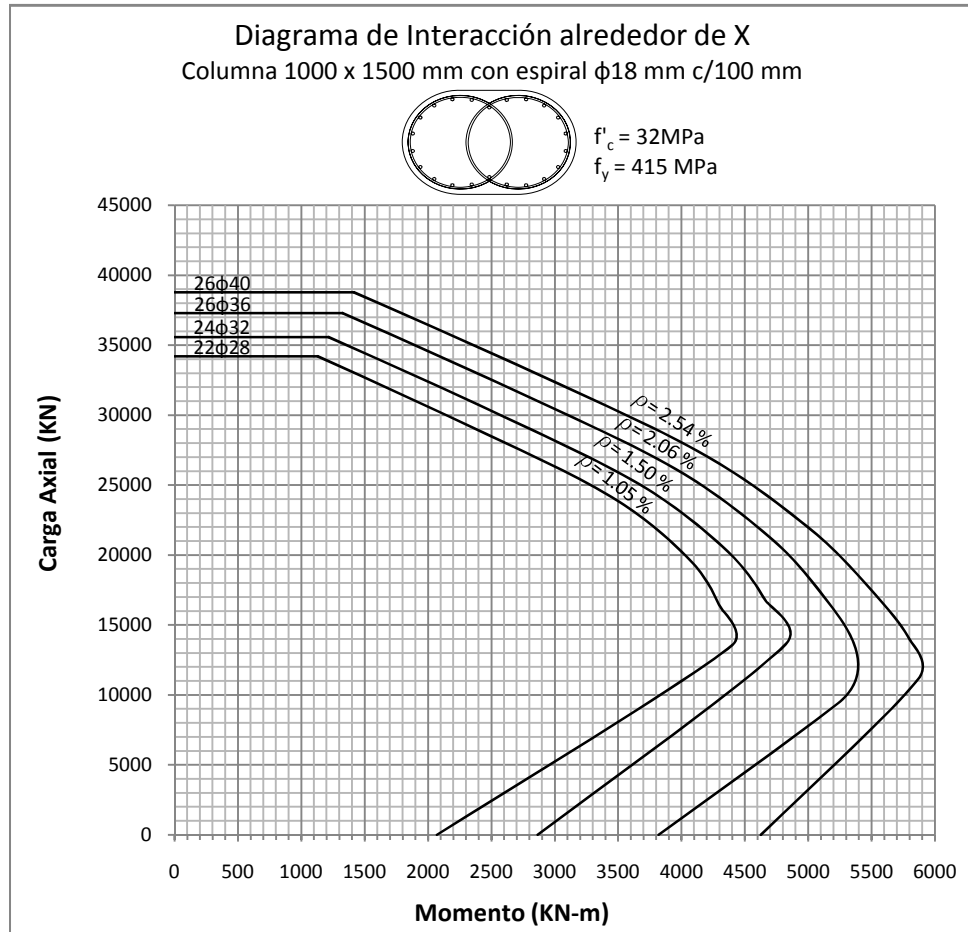


Figura 5.35: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

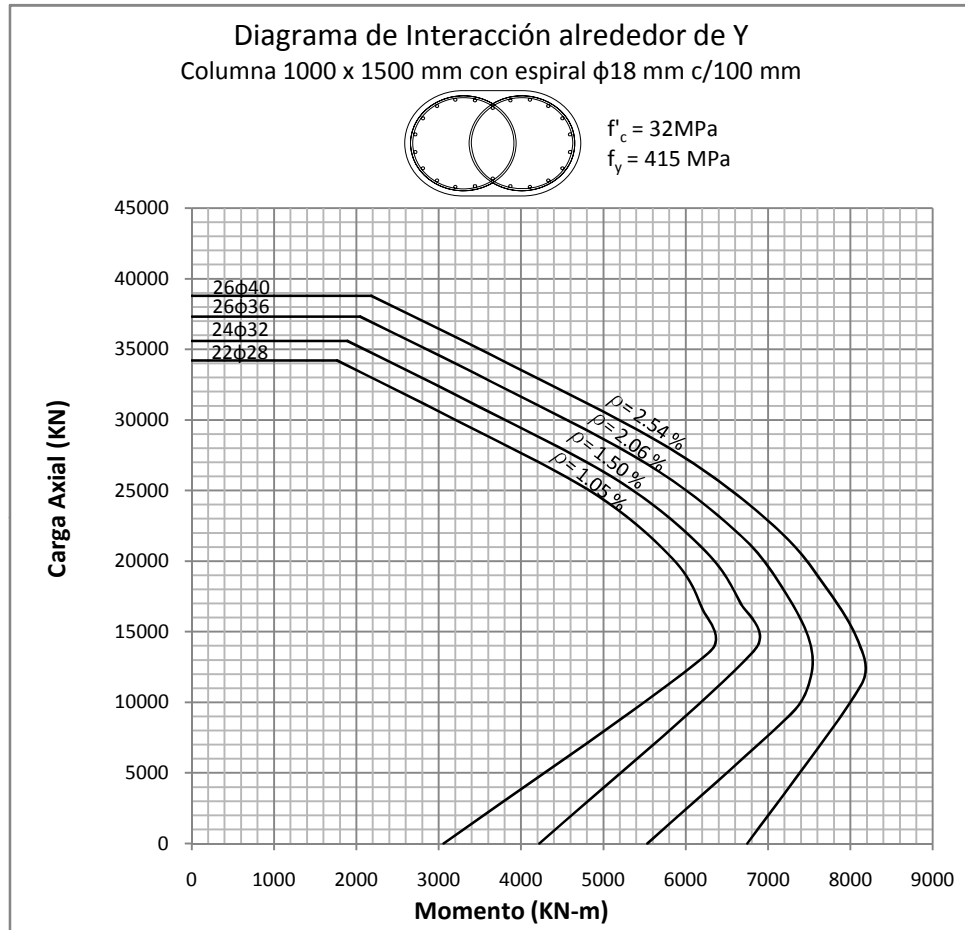




Figura 5.36: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

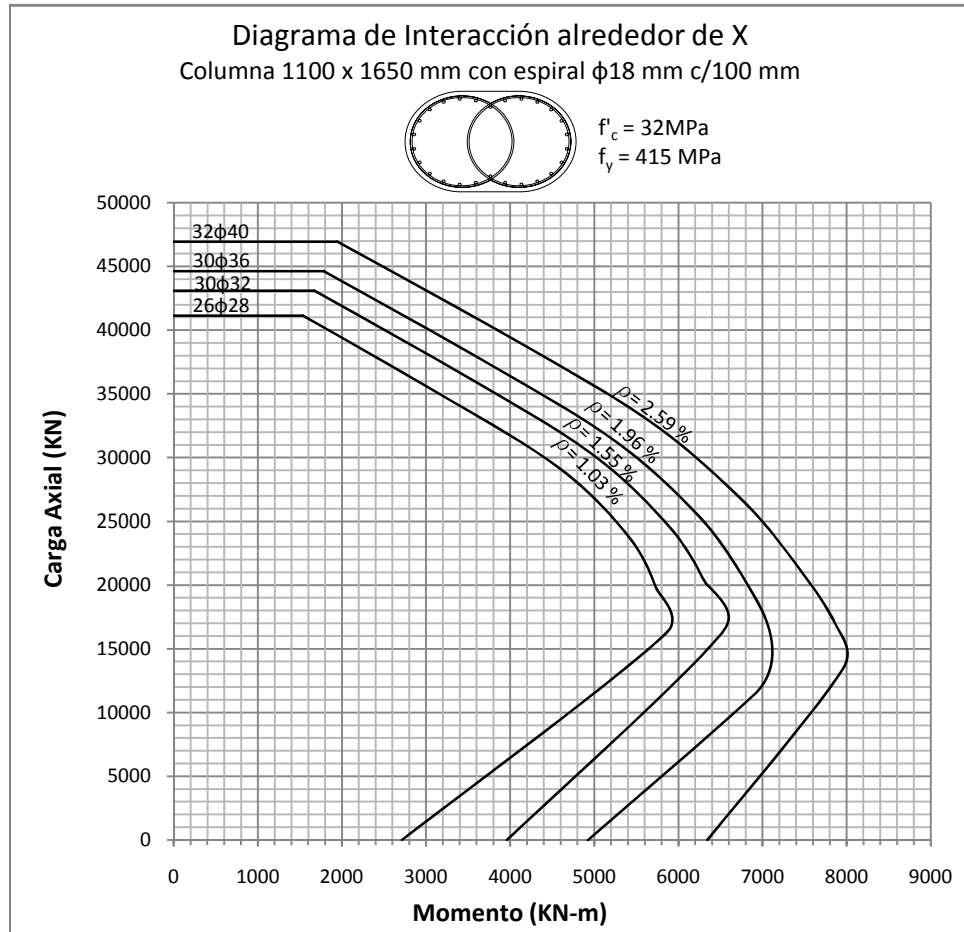


Figura 5.37: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

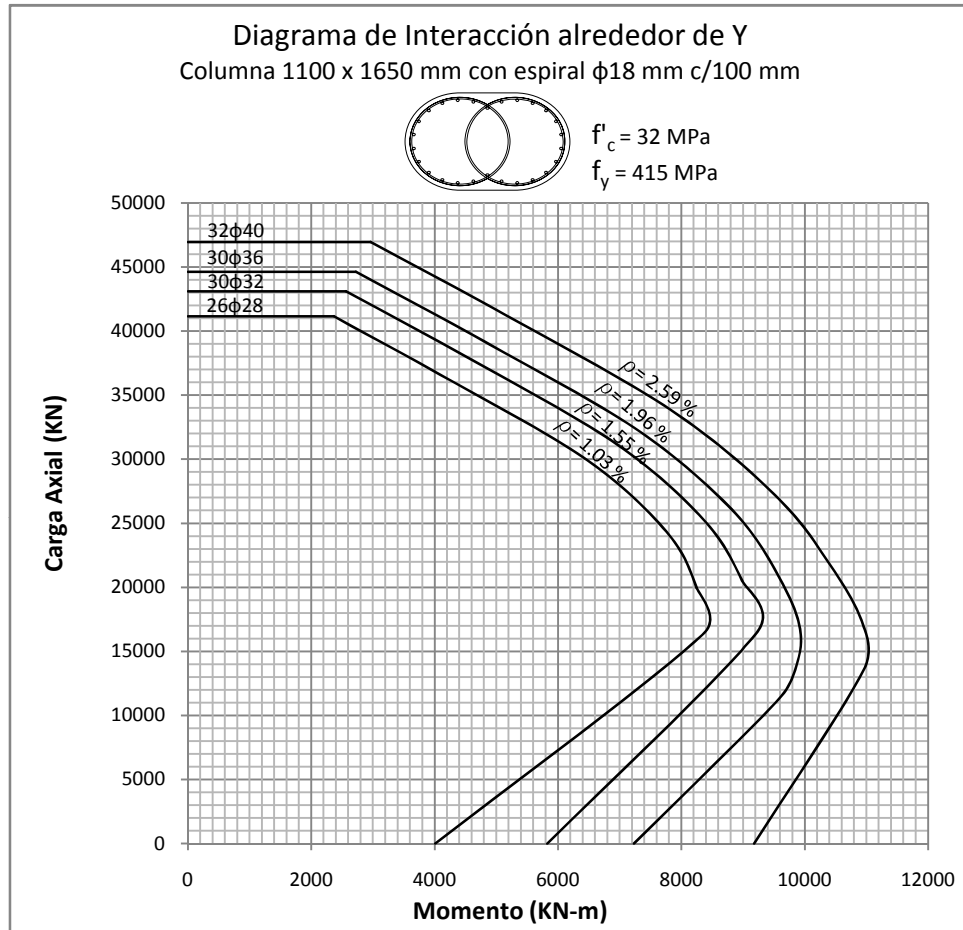


Figura 5.38: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

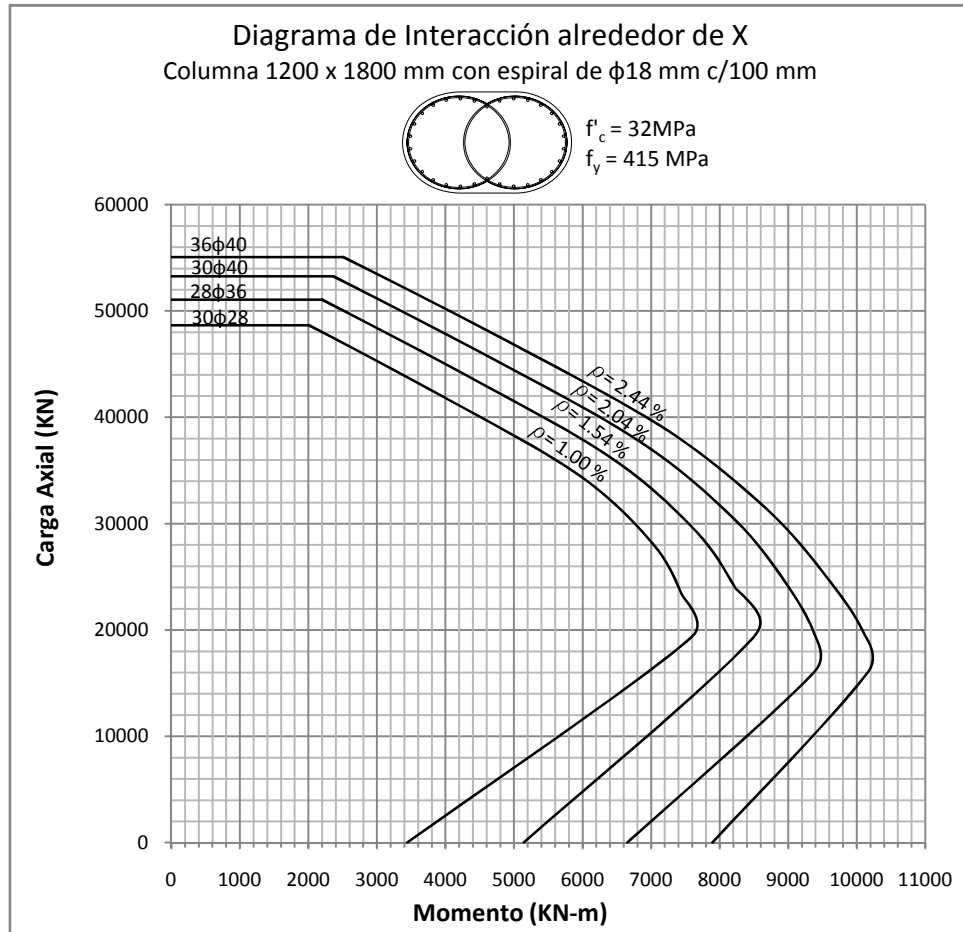


Figura 5.39: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

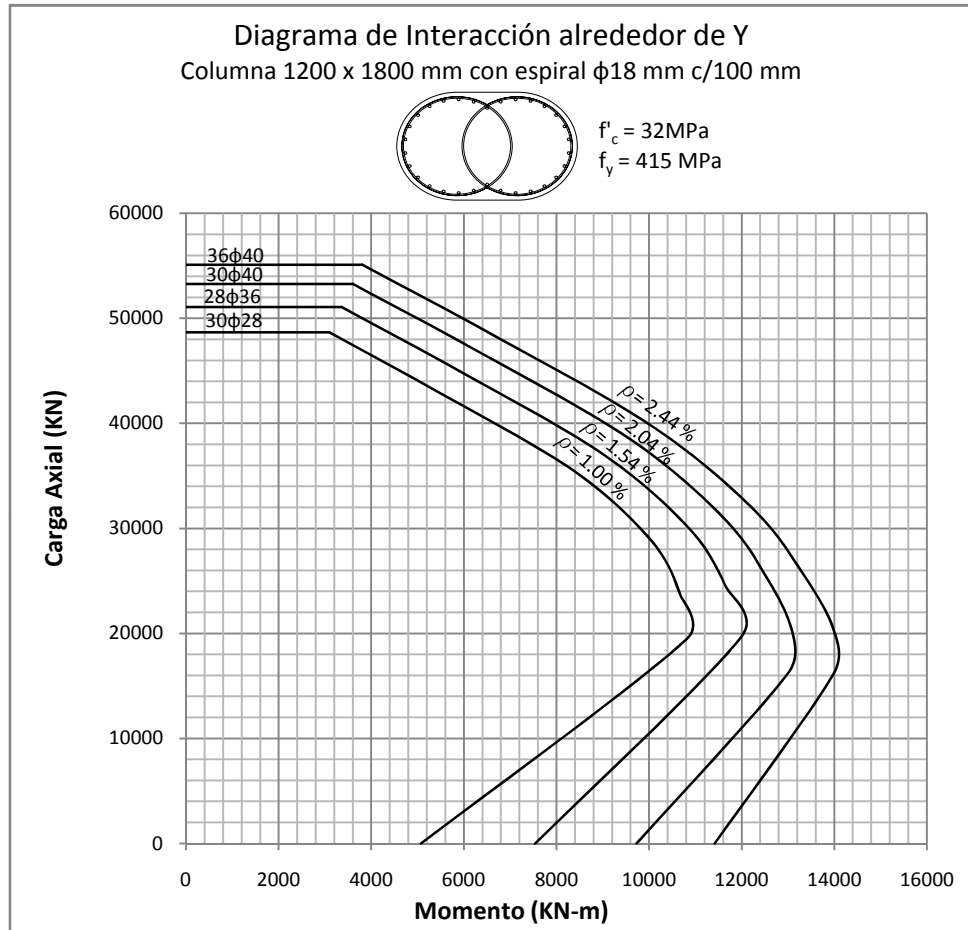


Figura 5.40: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

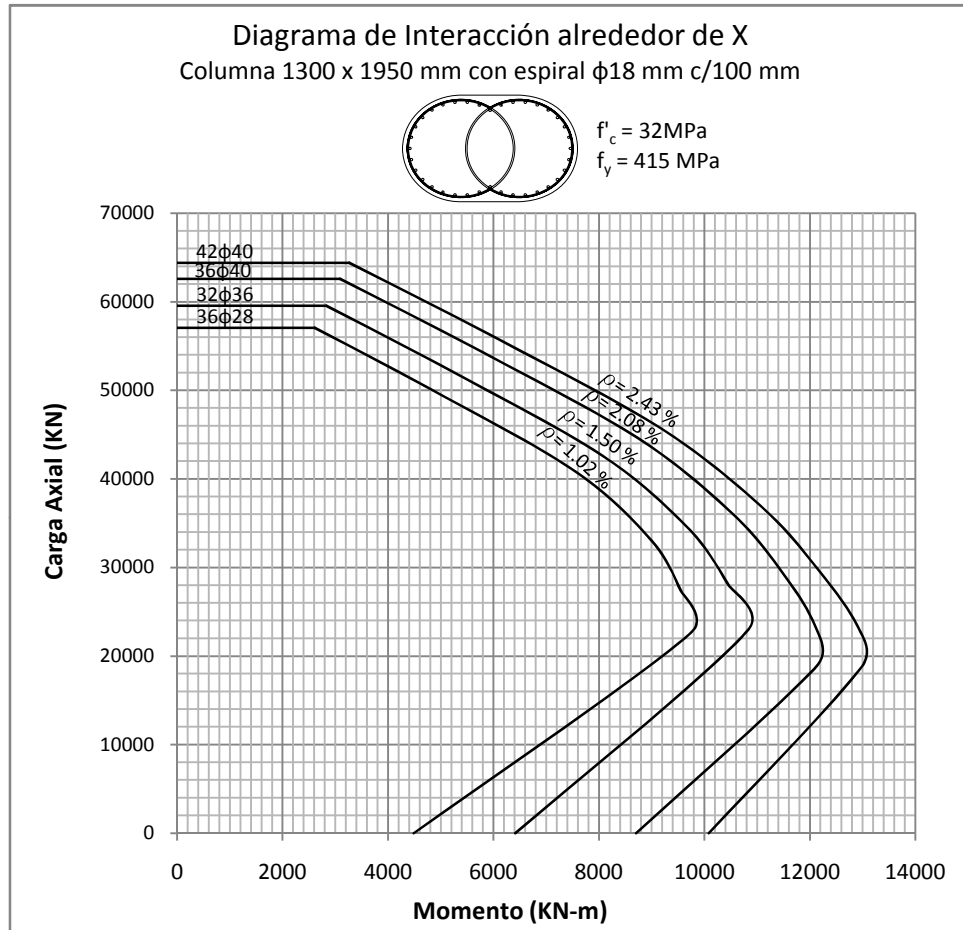


Figura 5.41: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

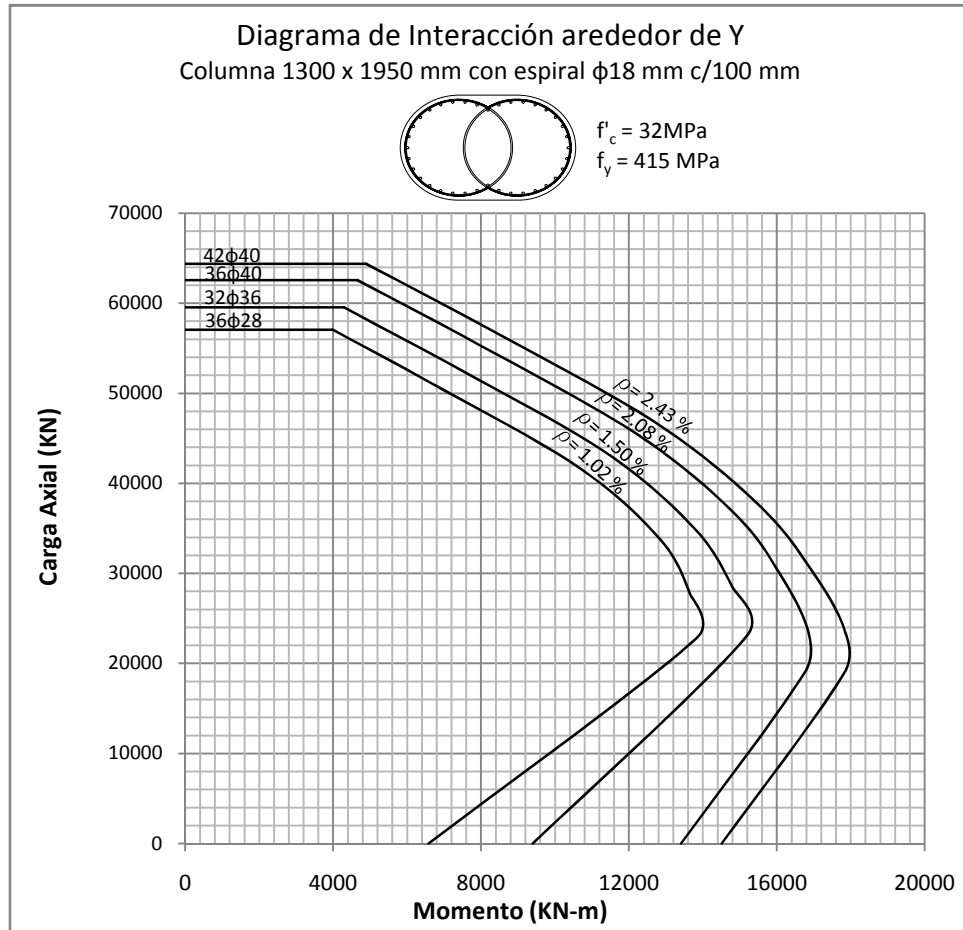


Figura 5.42: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

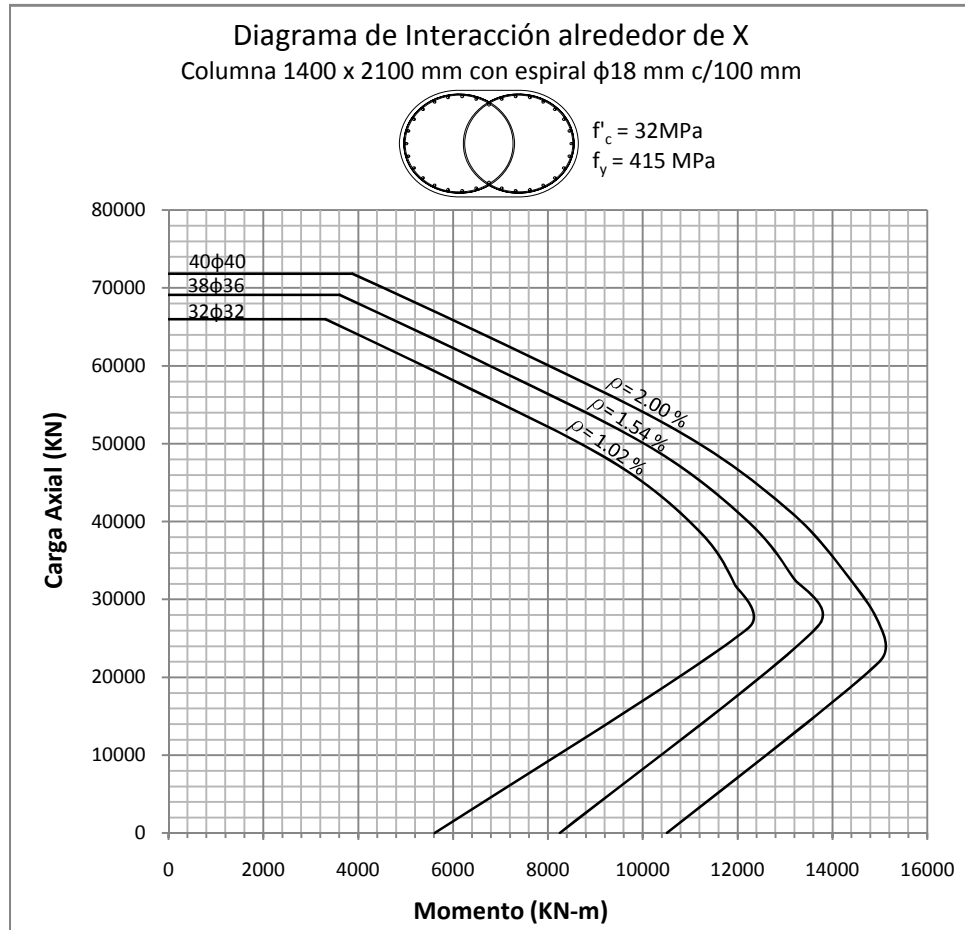


Figura 5.43: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

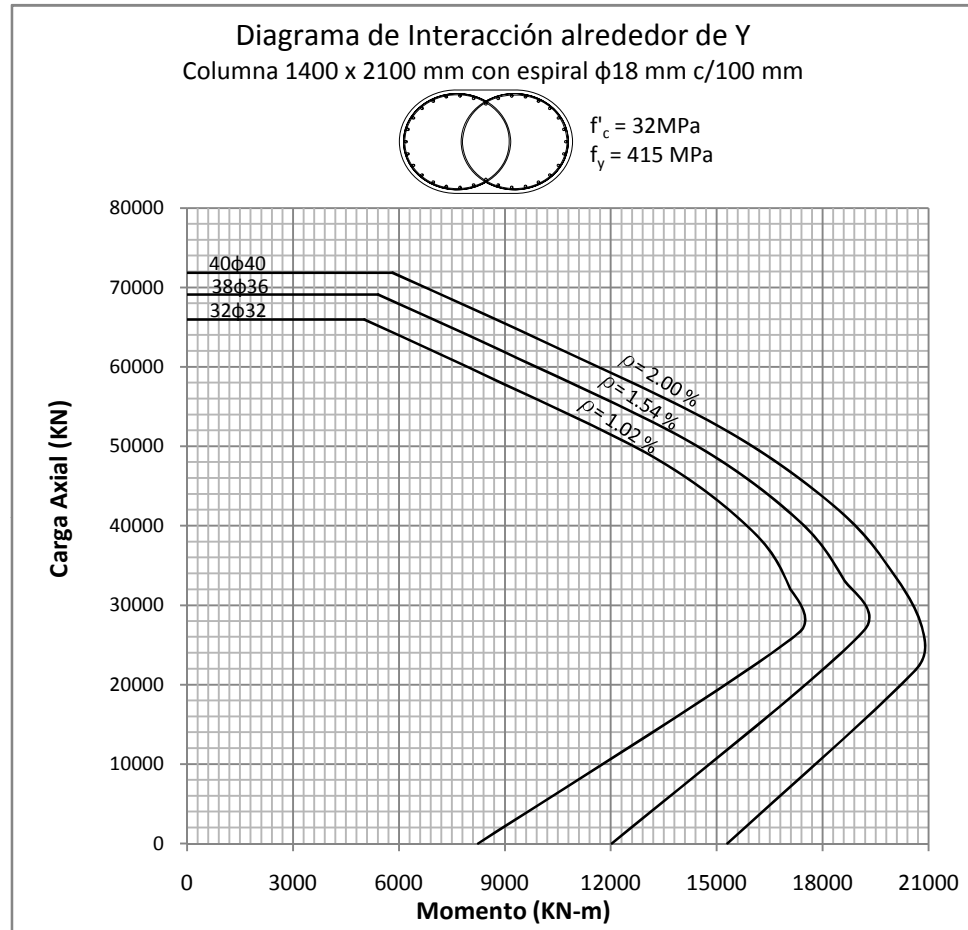




Figura 5.44: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

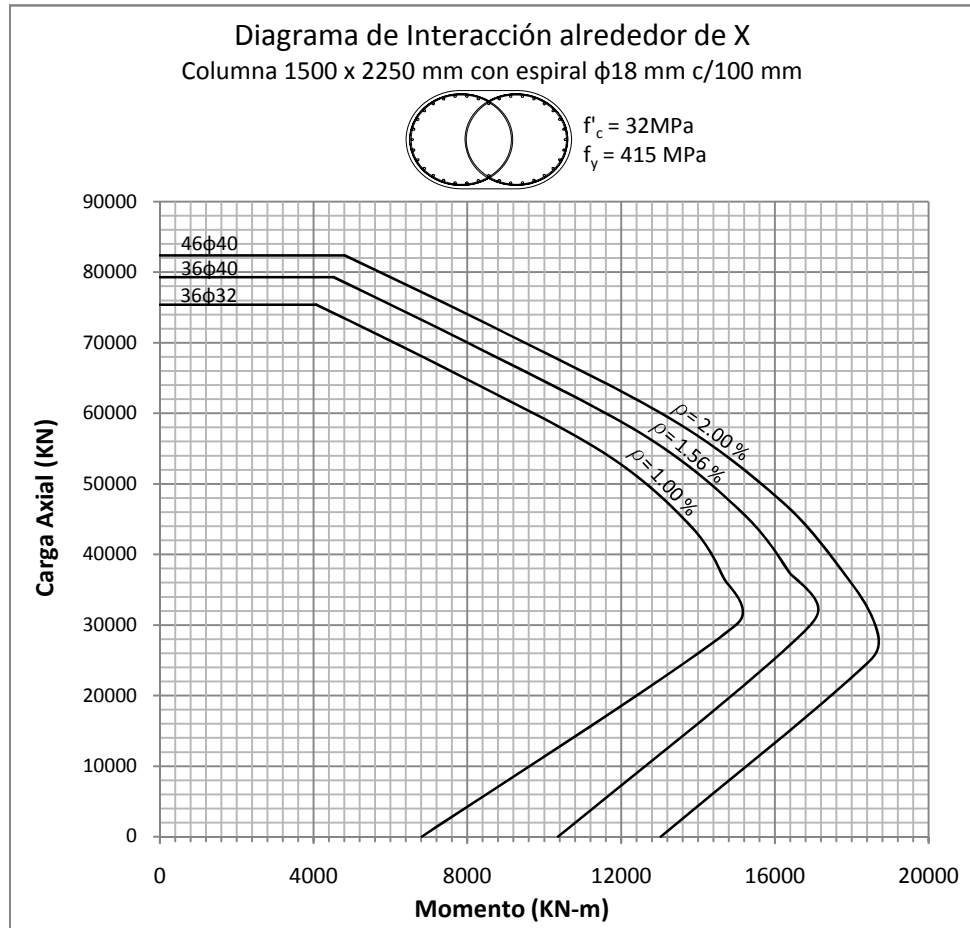


Figura 5.45: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

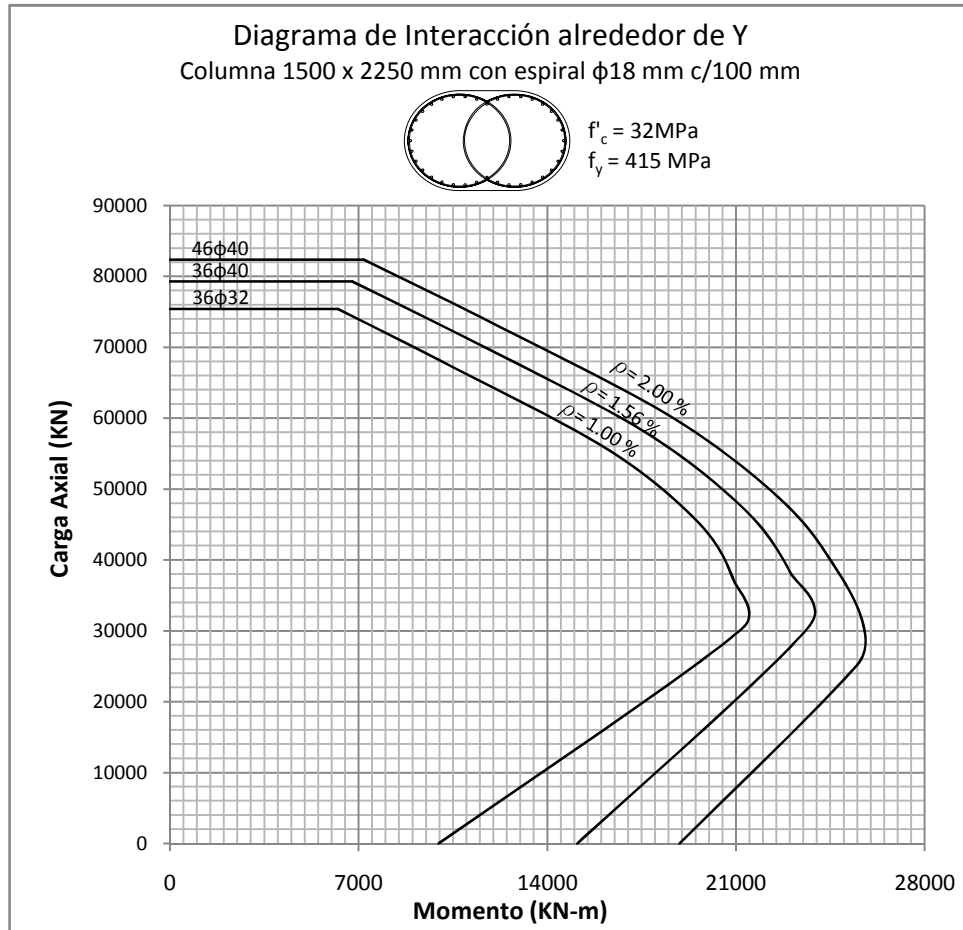


Figura 5.46: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

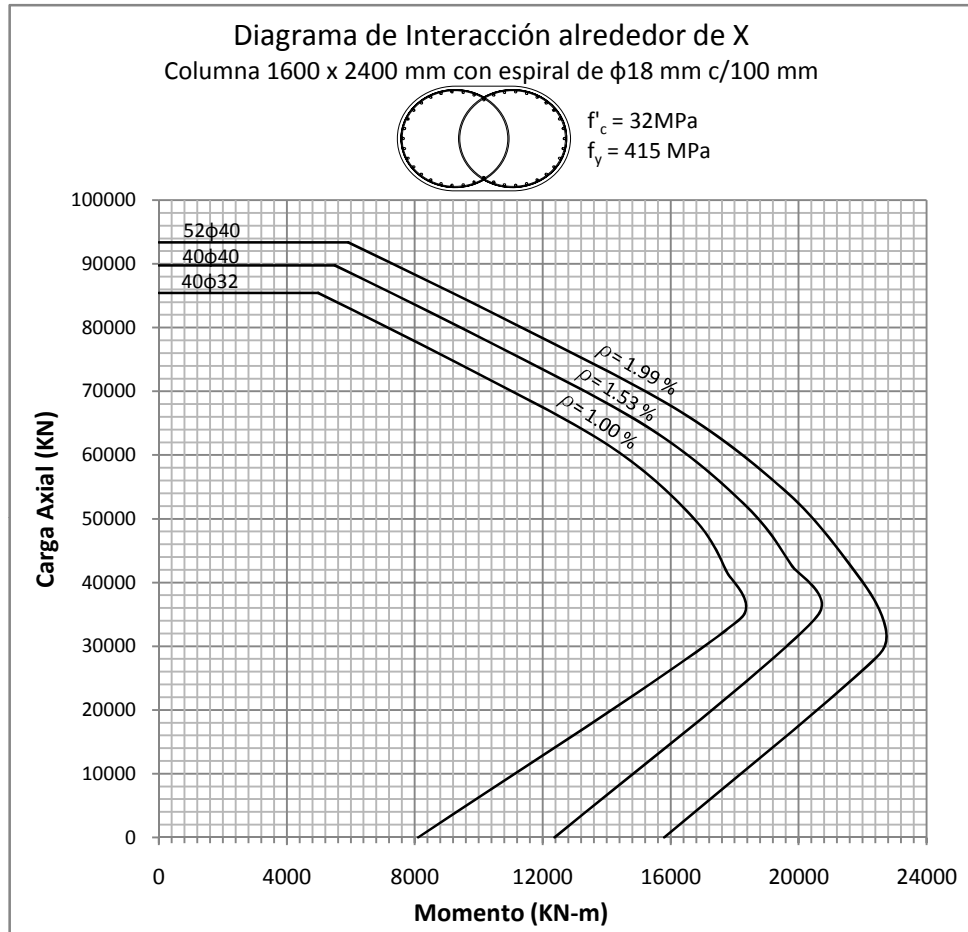


Figura 5.47: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

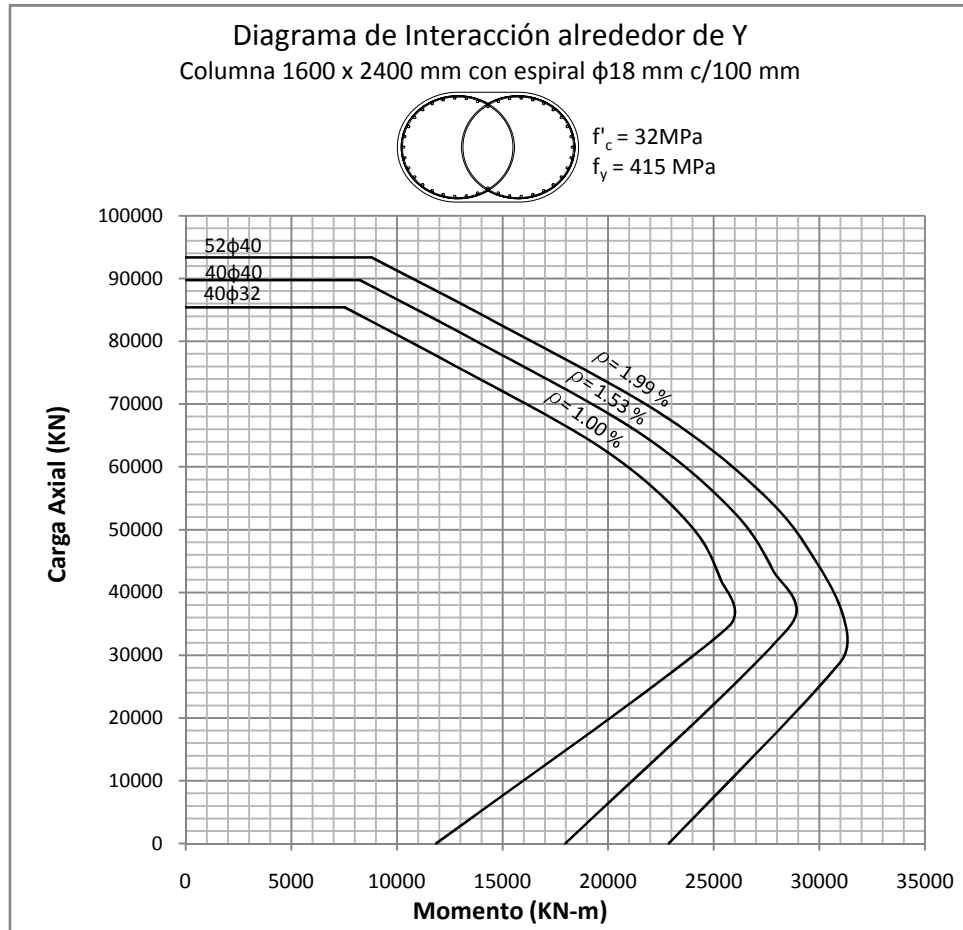


Figura 5.48: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

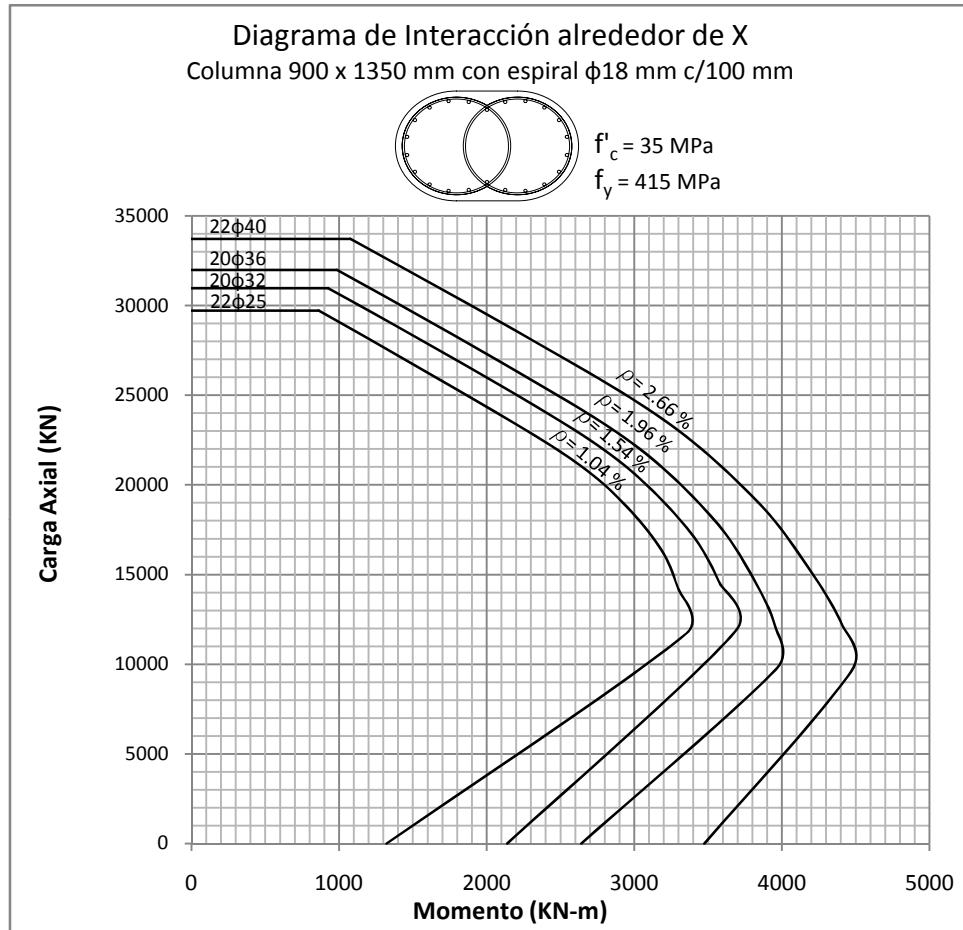


Figura 5.49: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

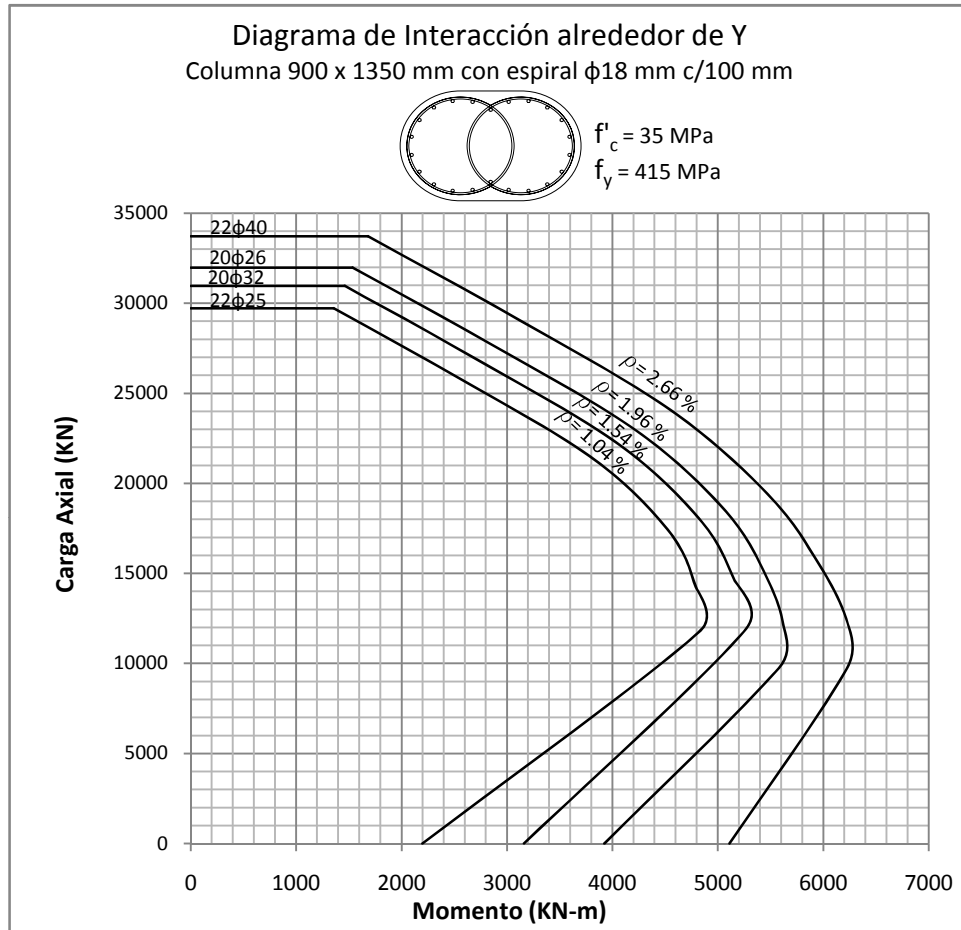


Figura 5.50: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

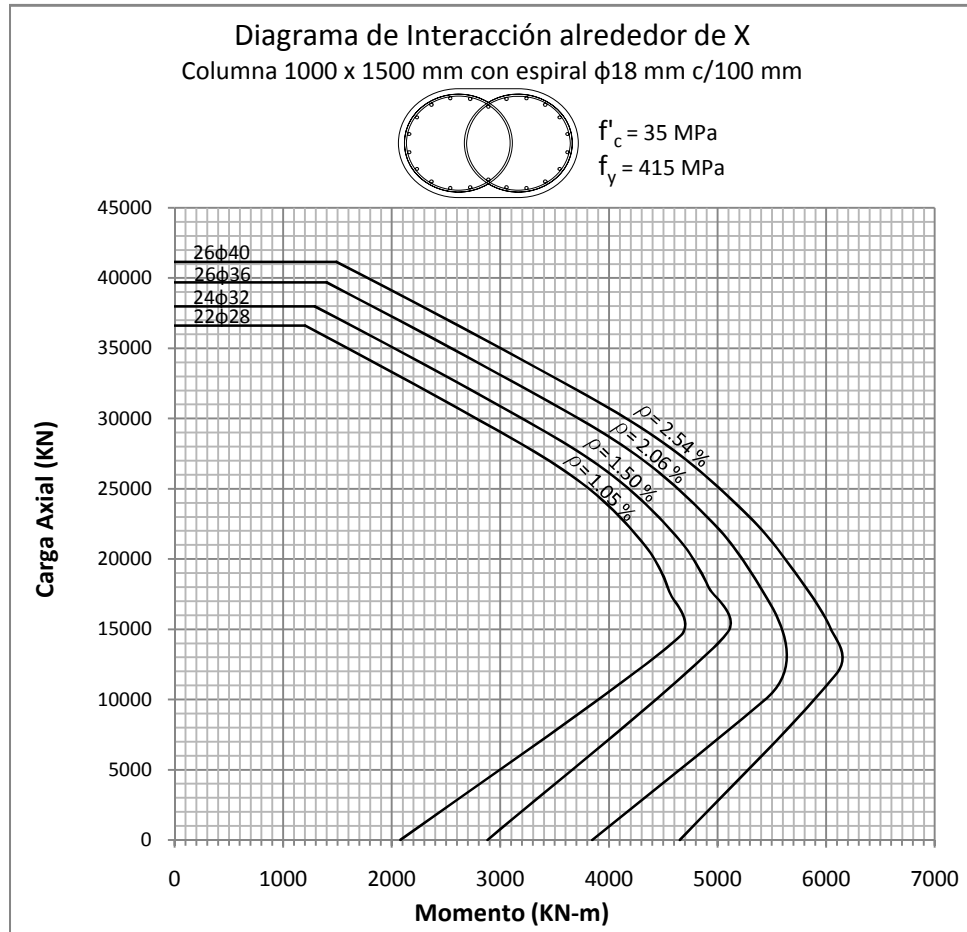


Figura 5.51: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

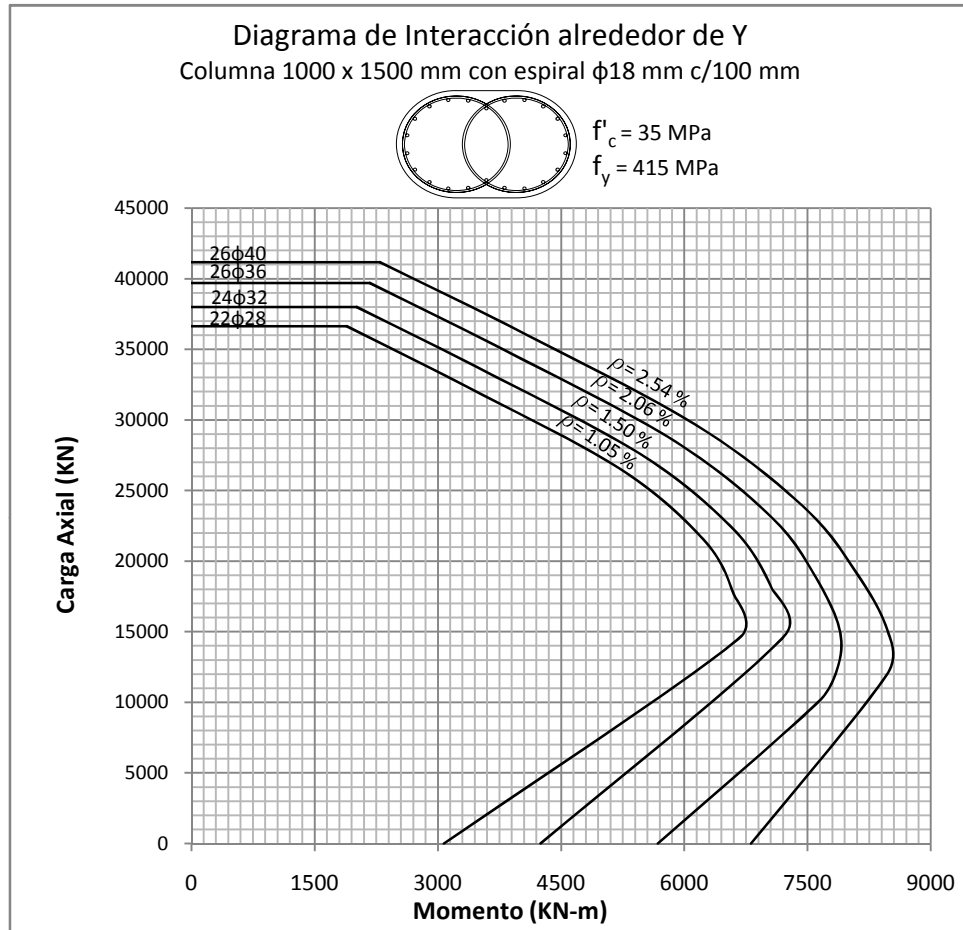




Figura 5.52: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

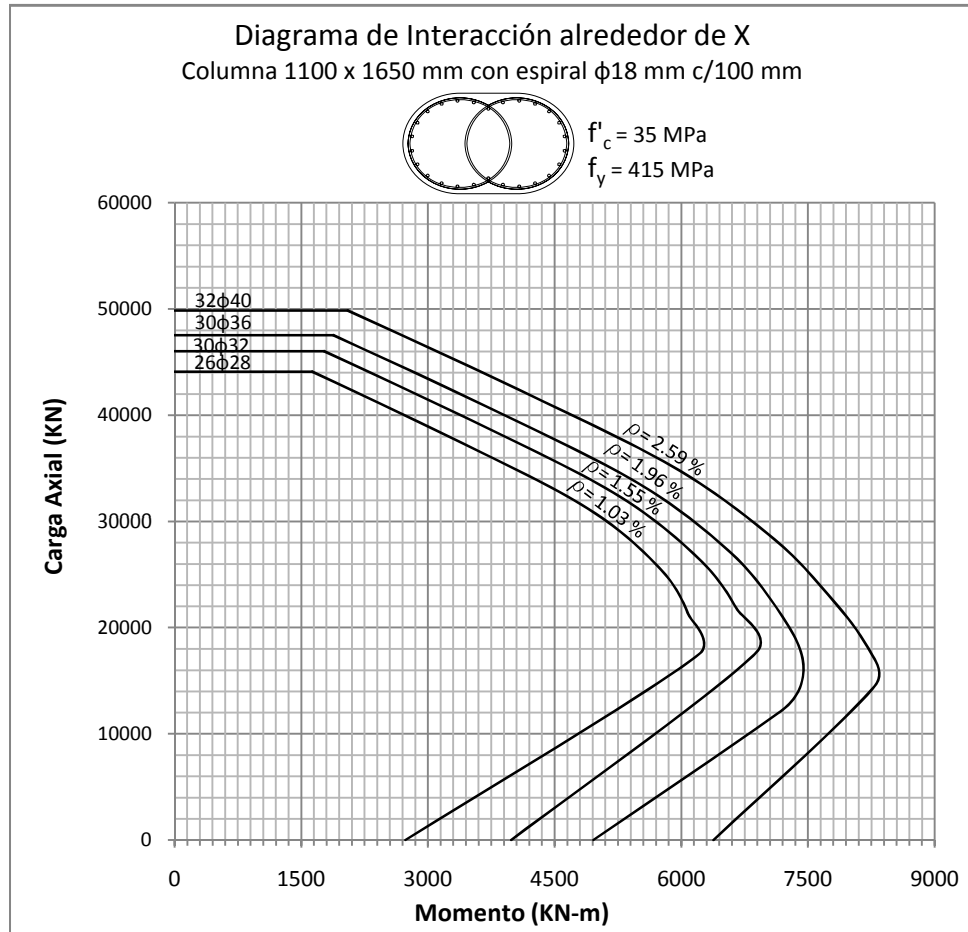


Figura 5.53: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

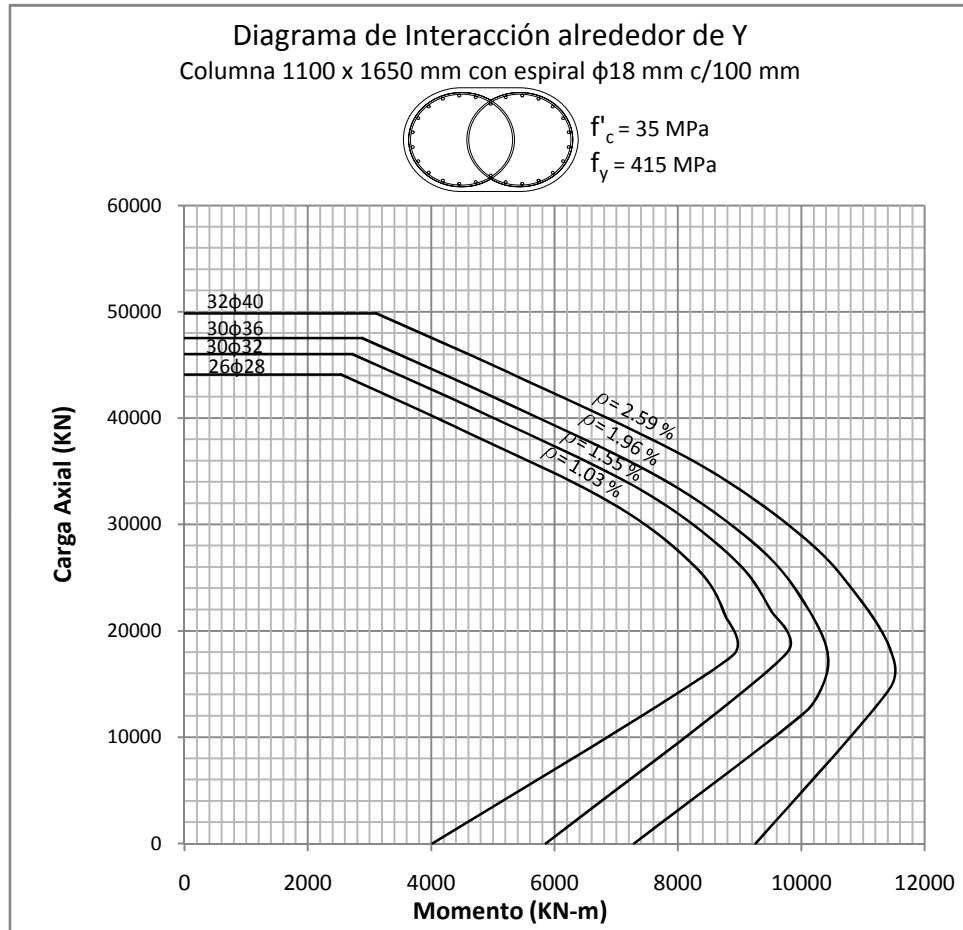


Figura 5.54: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

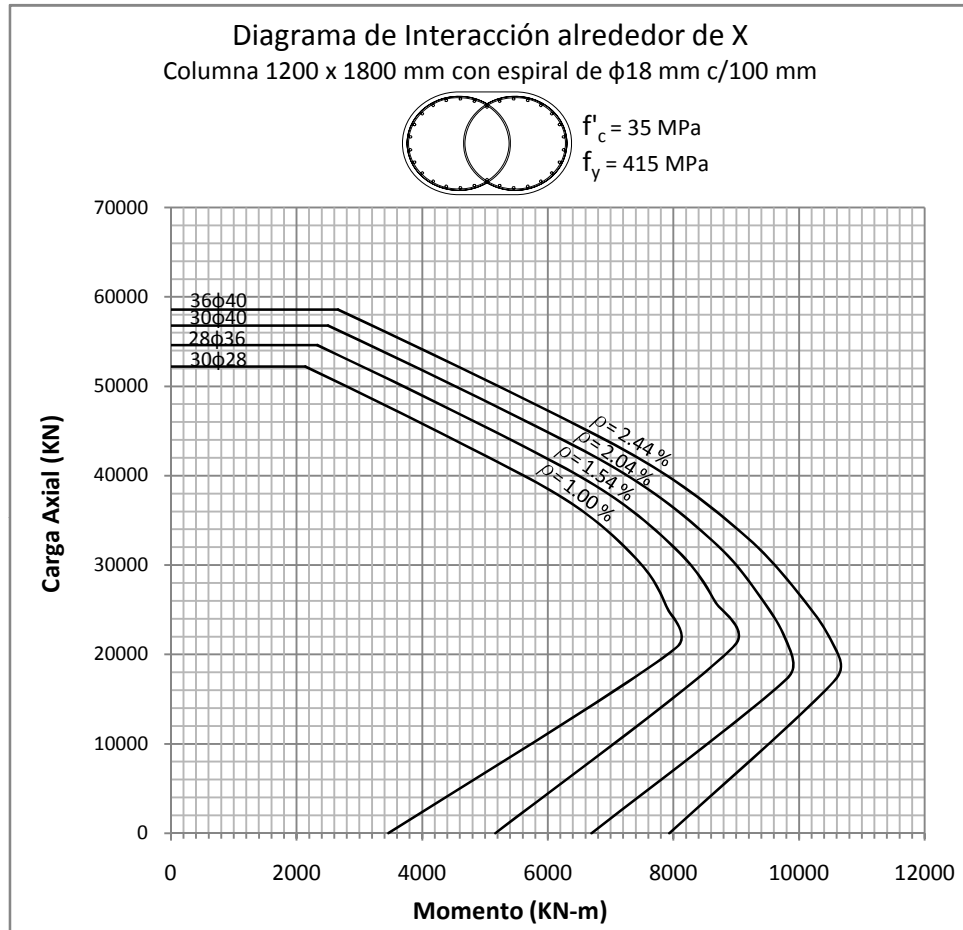


Figura 5.55: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

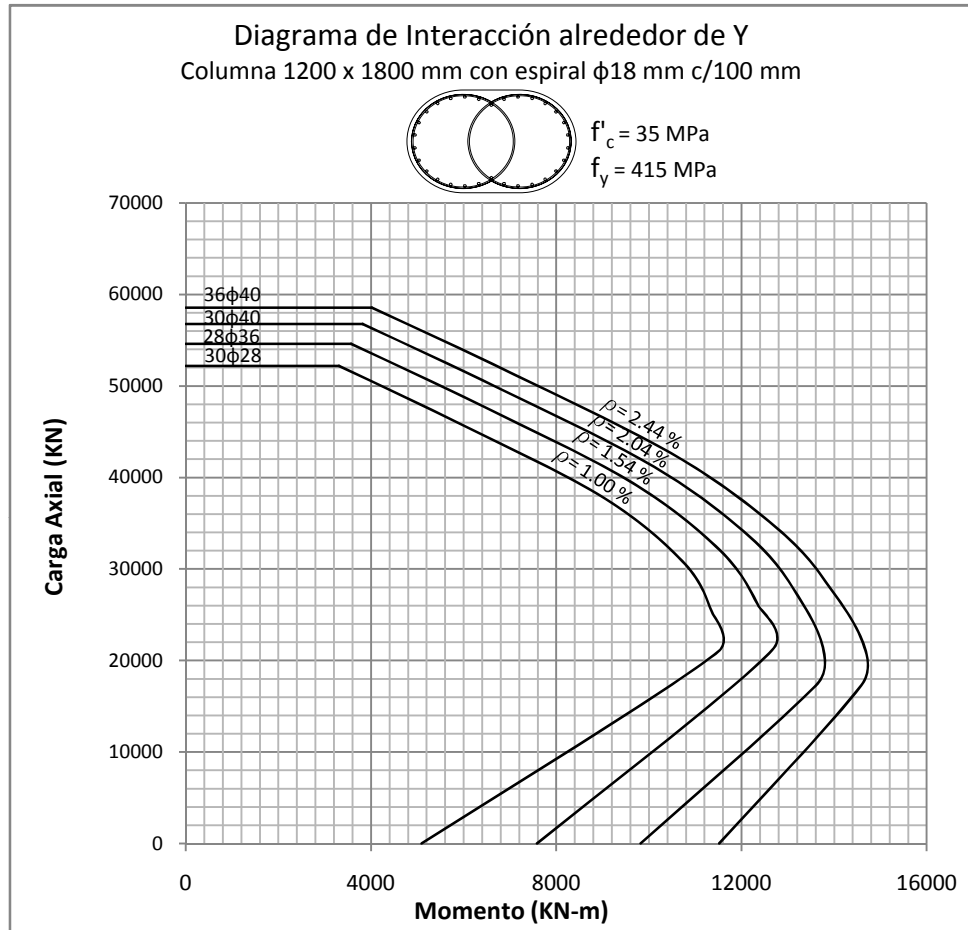


Figura 5.56: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

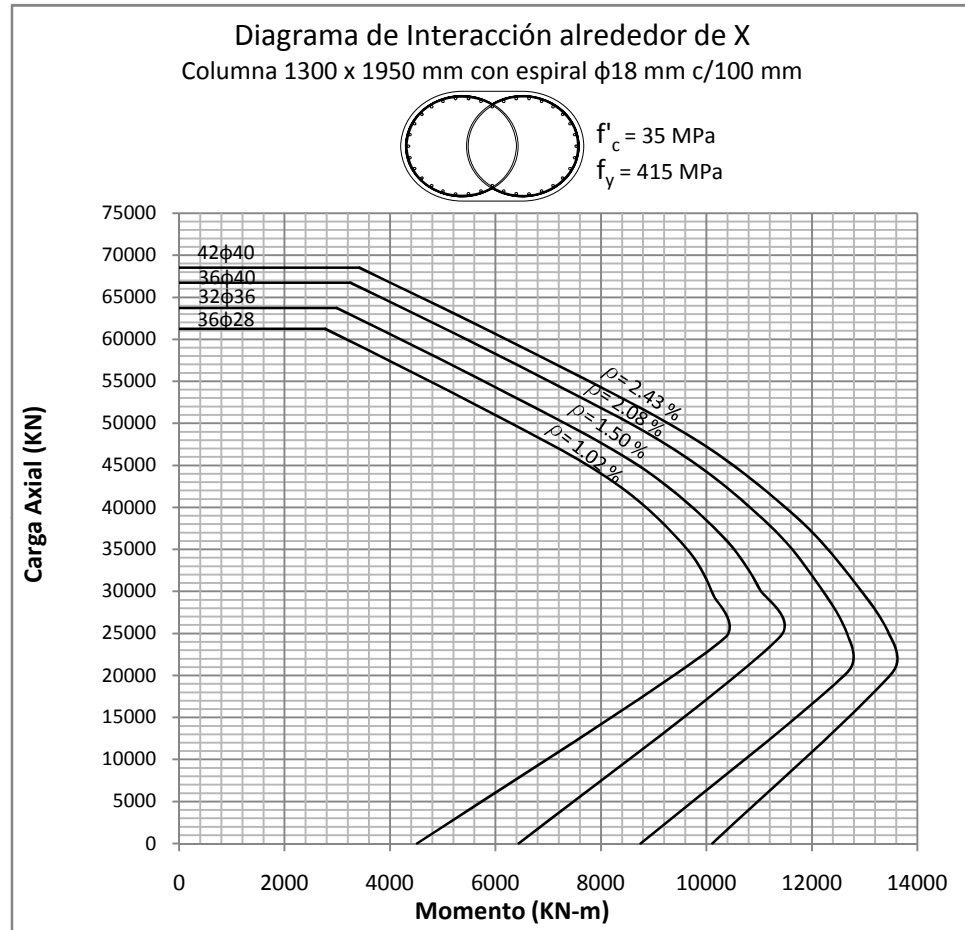


Figura 5.57: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

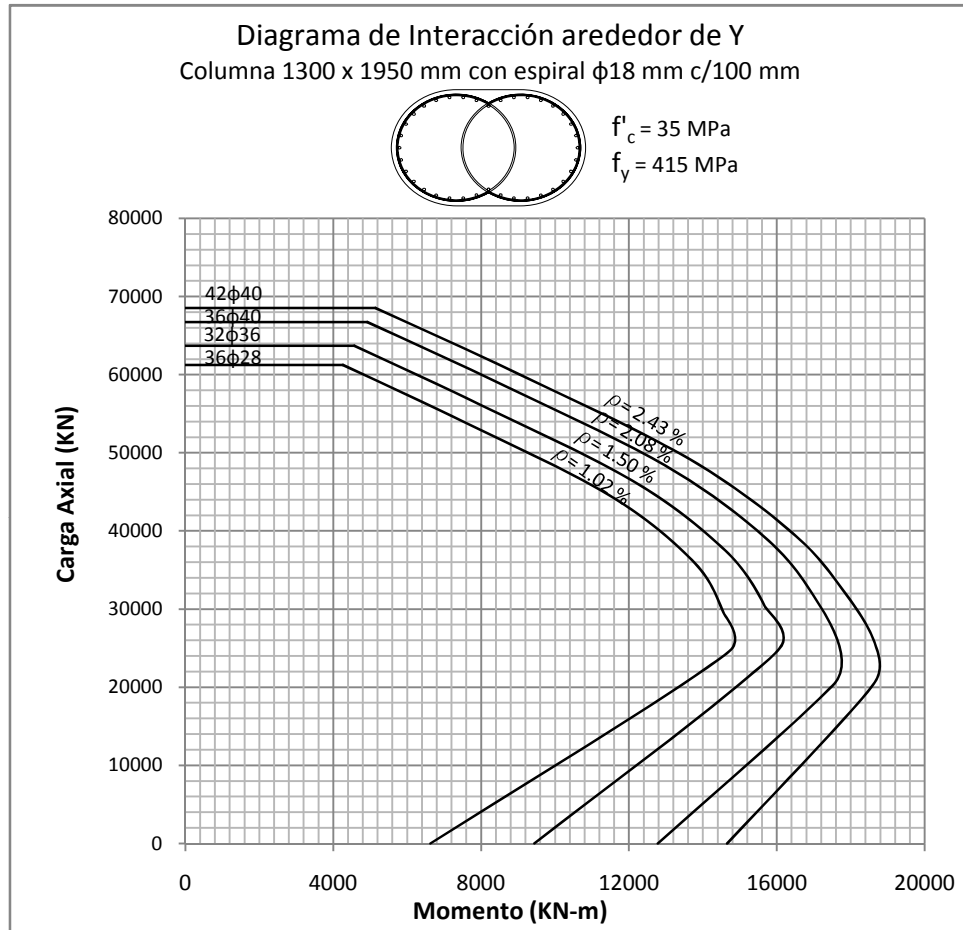


Figura 5.58: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

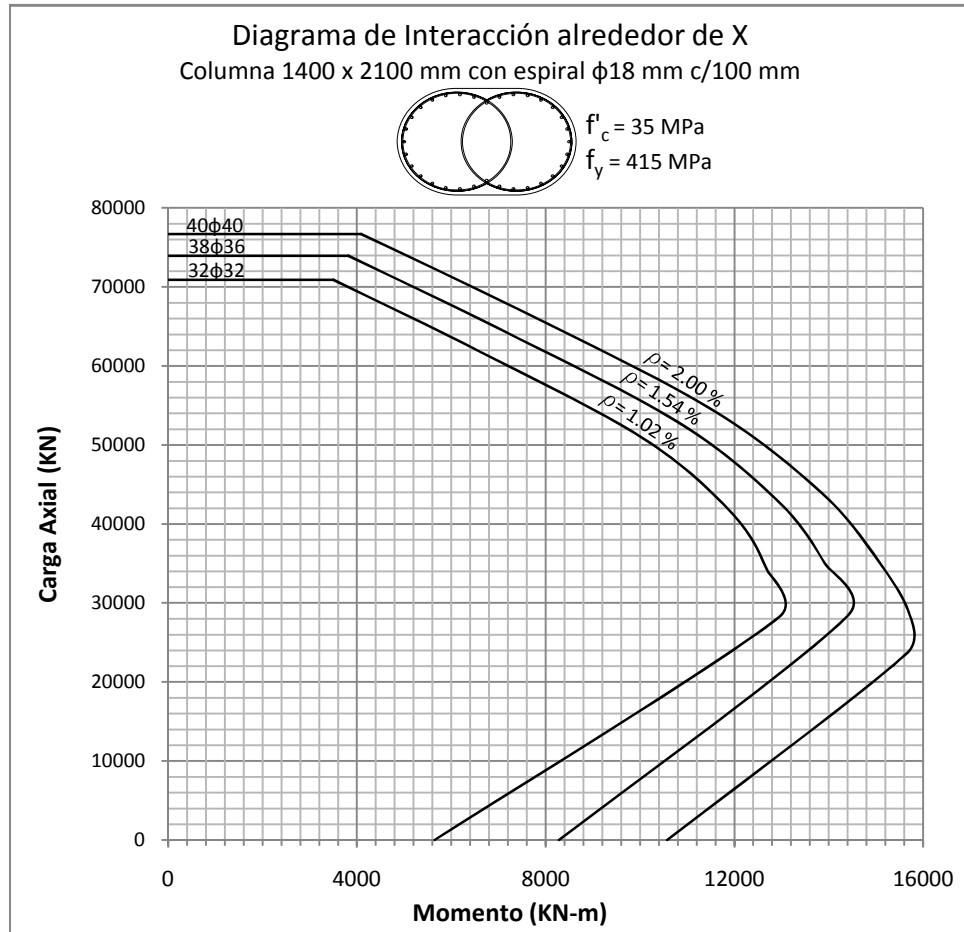


Figura 5.59: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

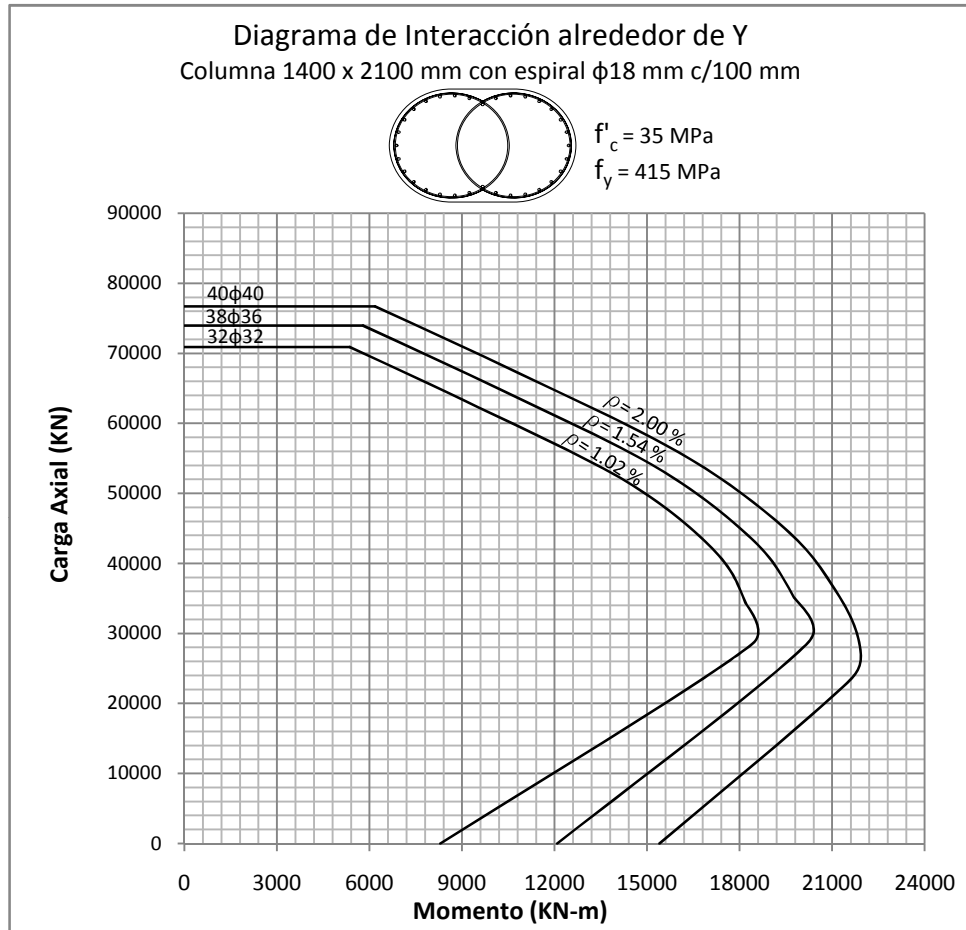




Figura 5.60: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

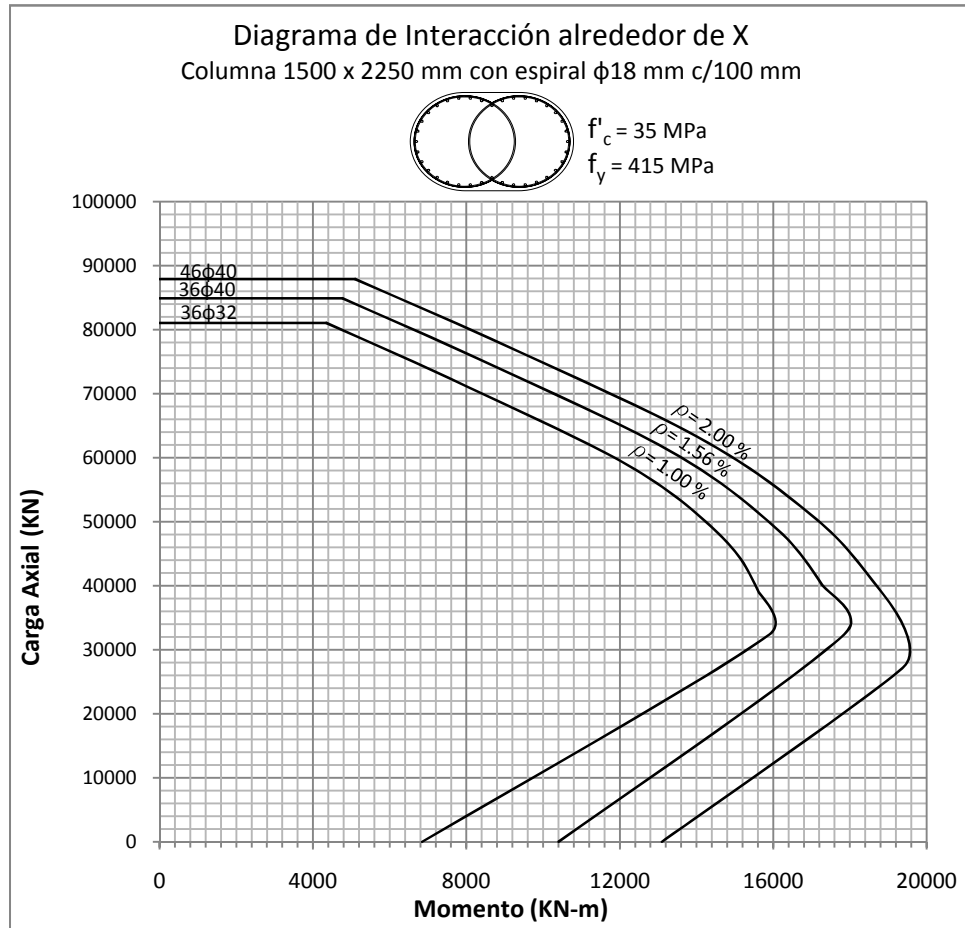


Figura 5.61: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

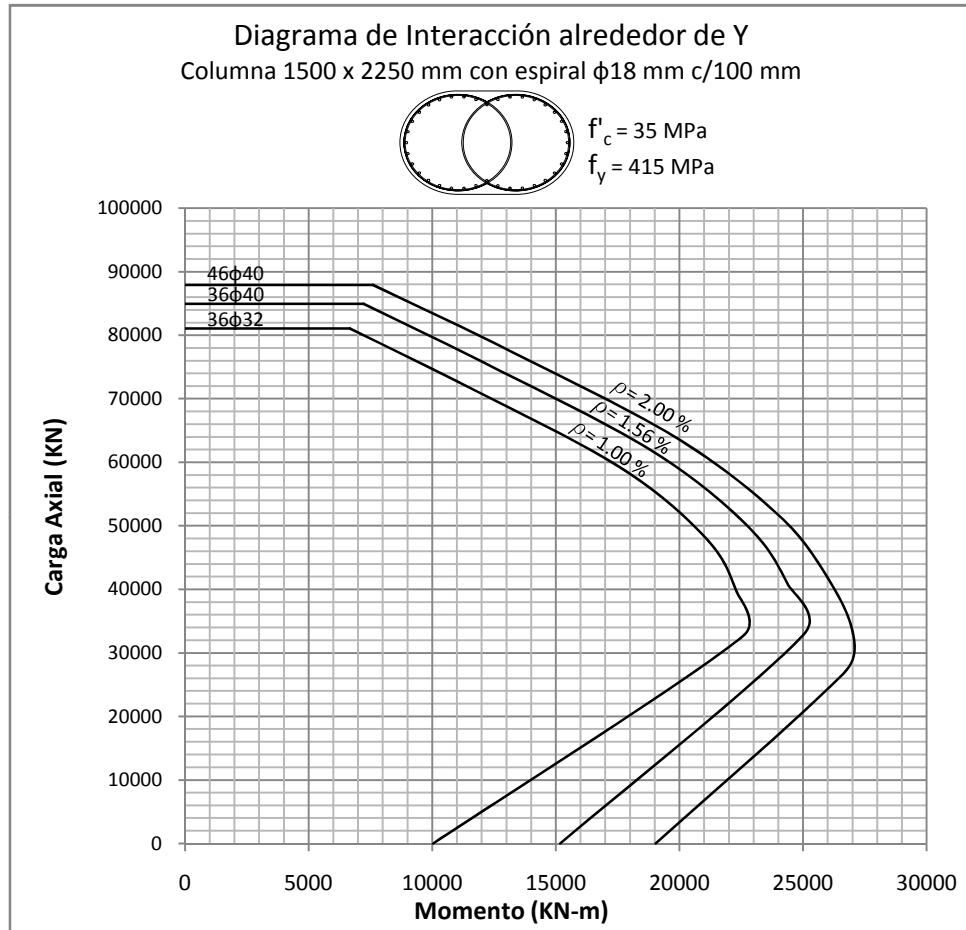


Figura 5.62: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje X  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

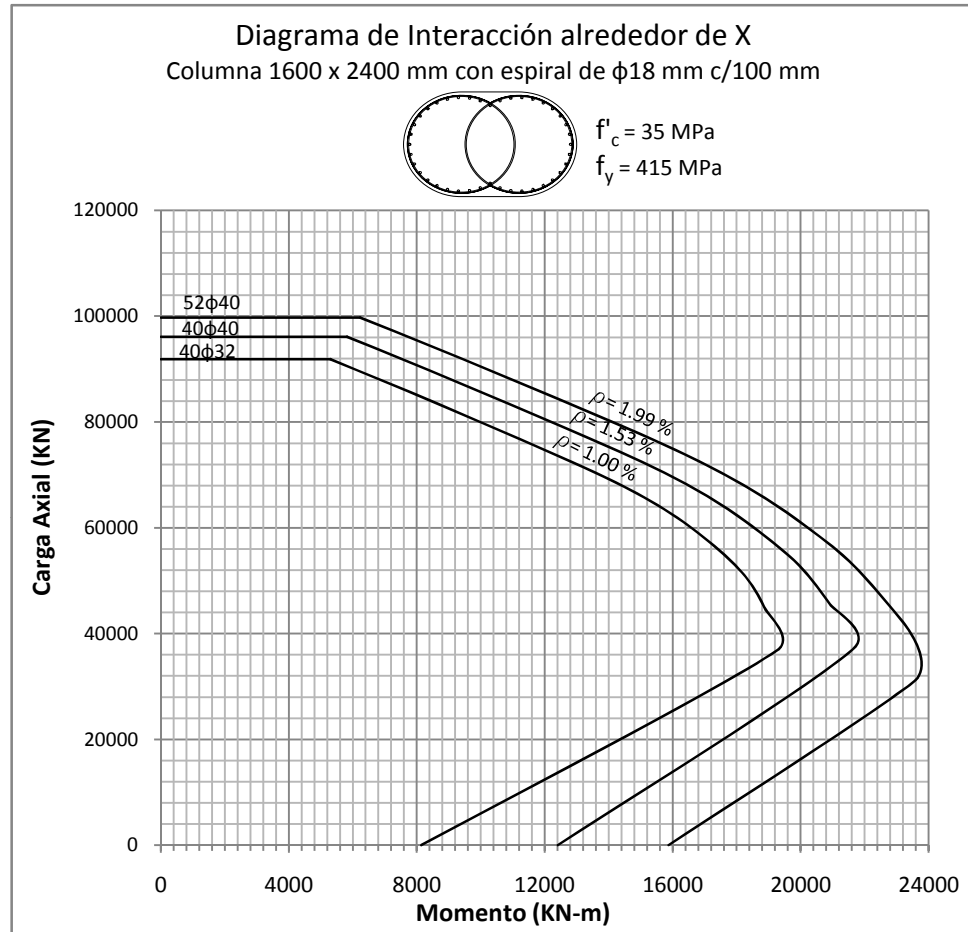
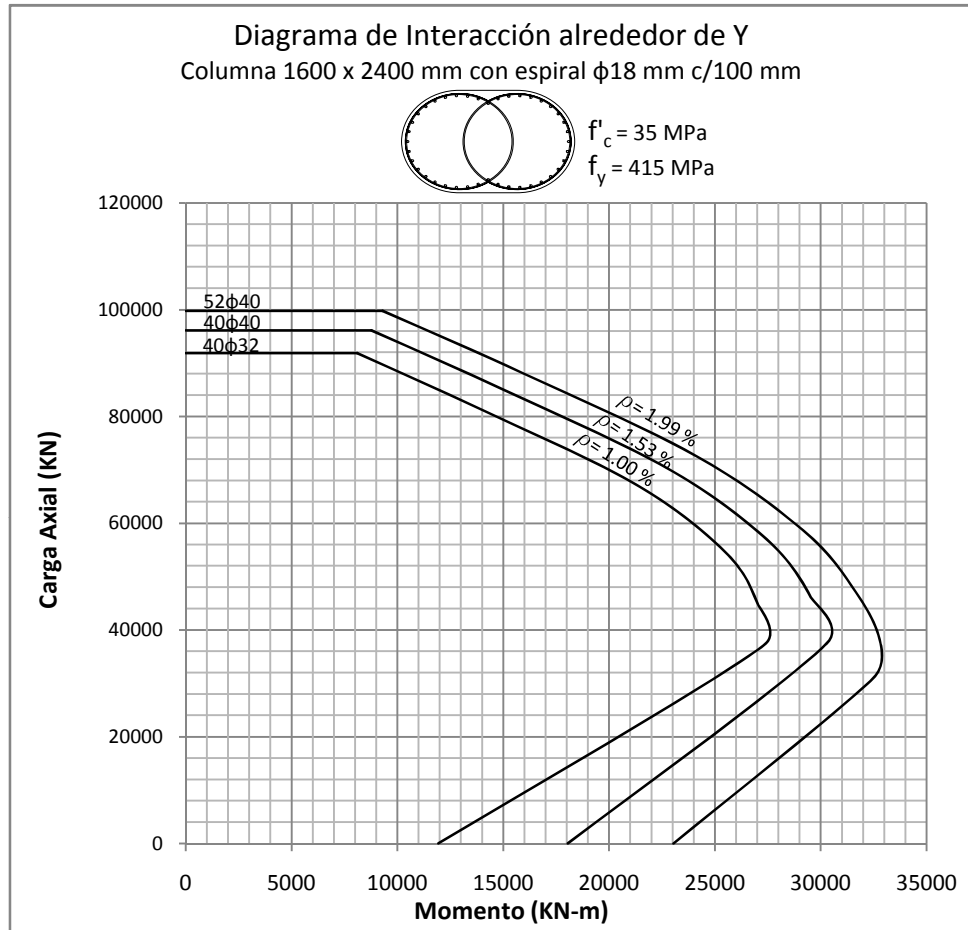


Figura 5.63: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN alrededor del eje Y  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm



## 5.2. Relaciones Momento-Curvatura

Figura 5.64 y 5.65: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

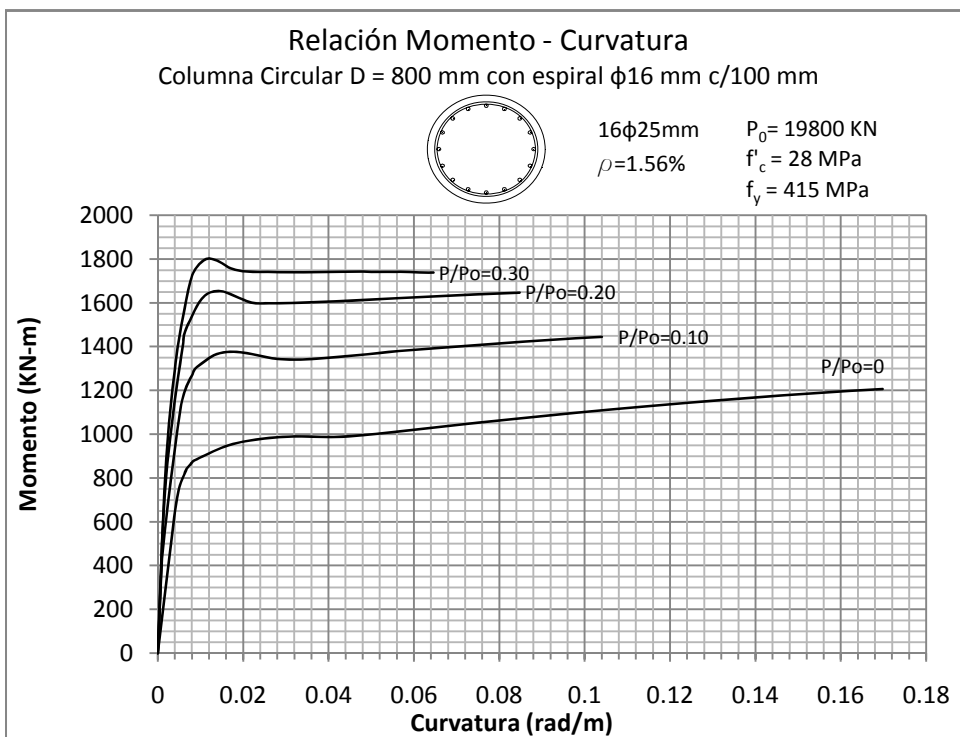
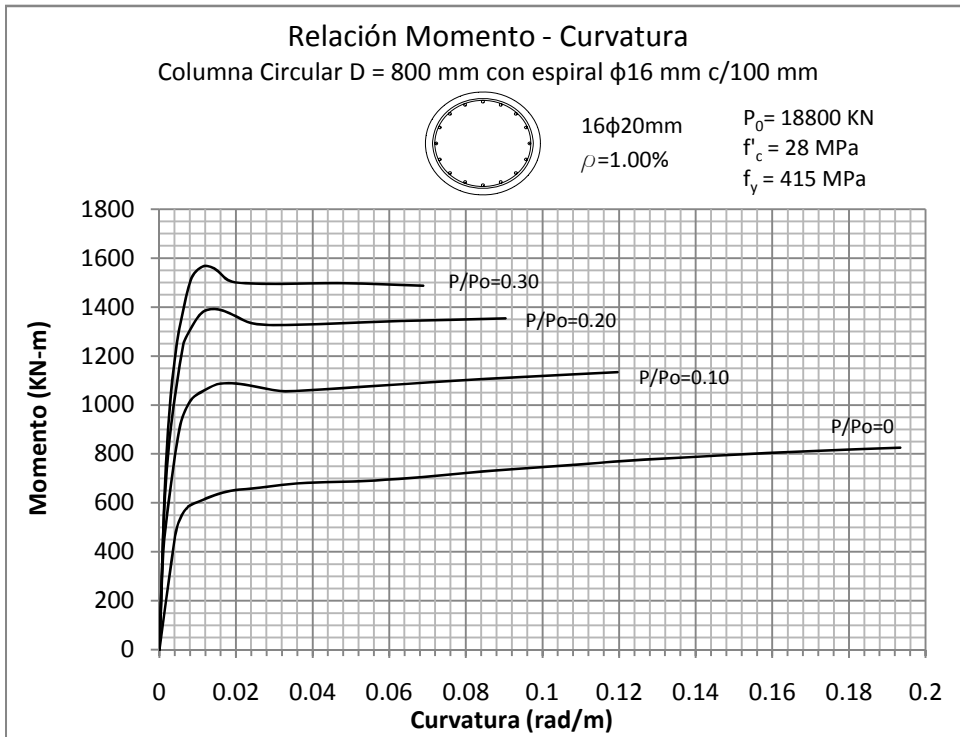


Figura 5.66 y 5.67: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

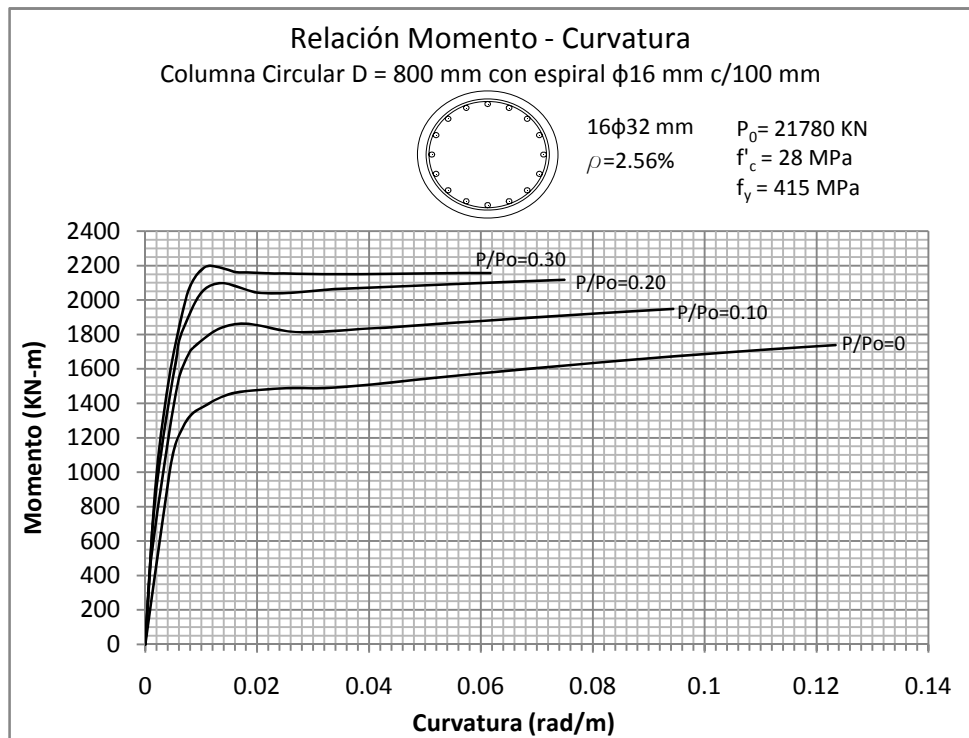
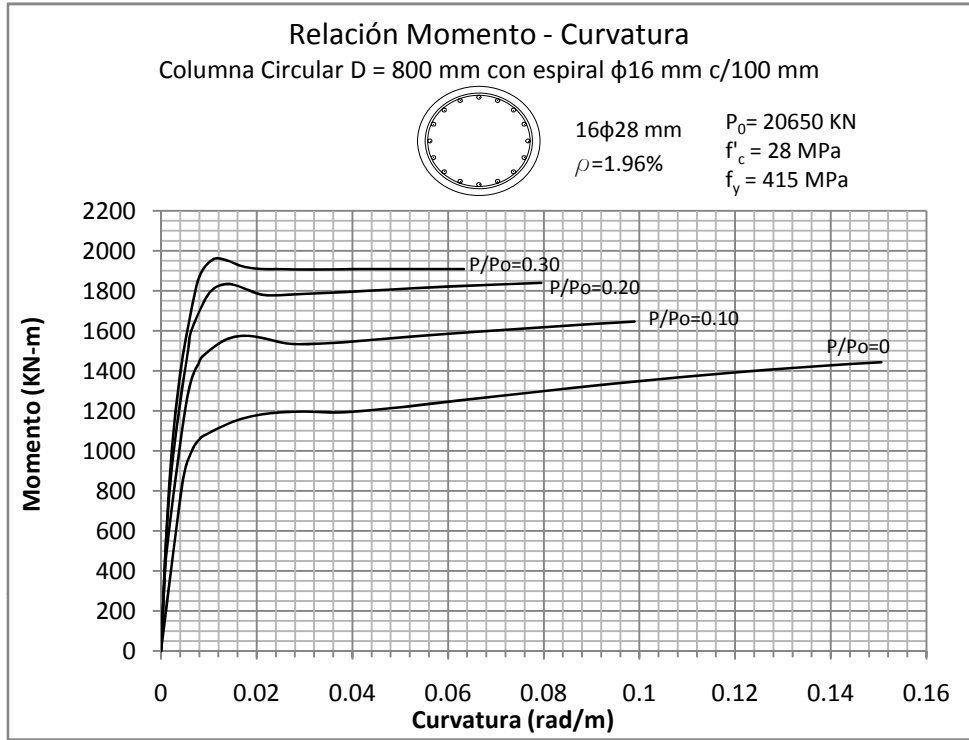


Figura 5.68 y 5.69: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

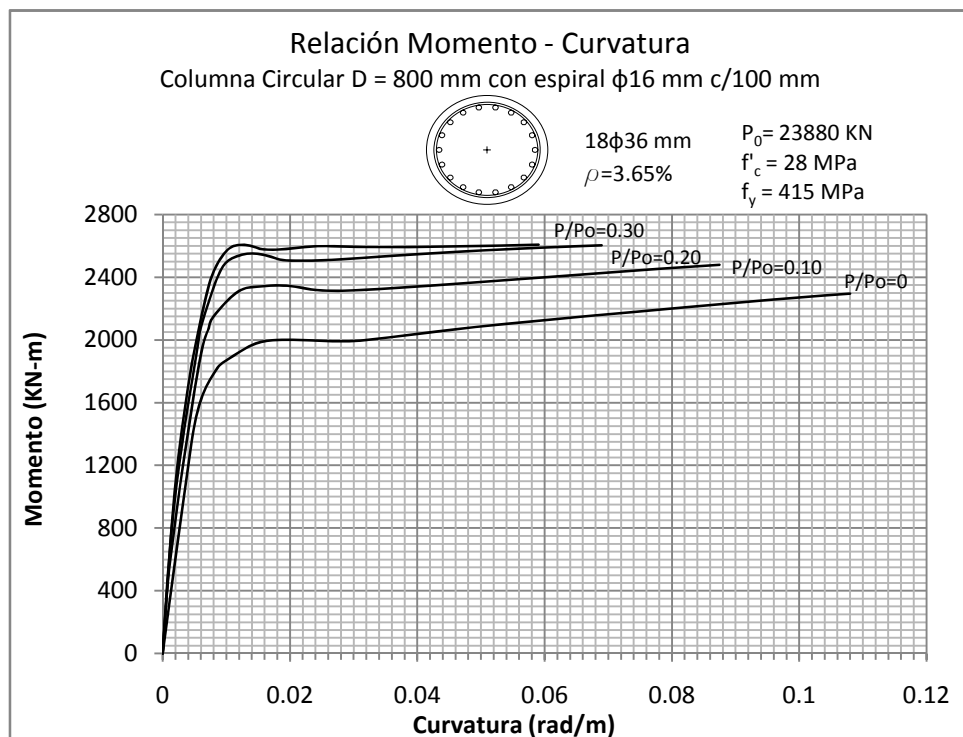
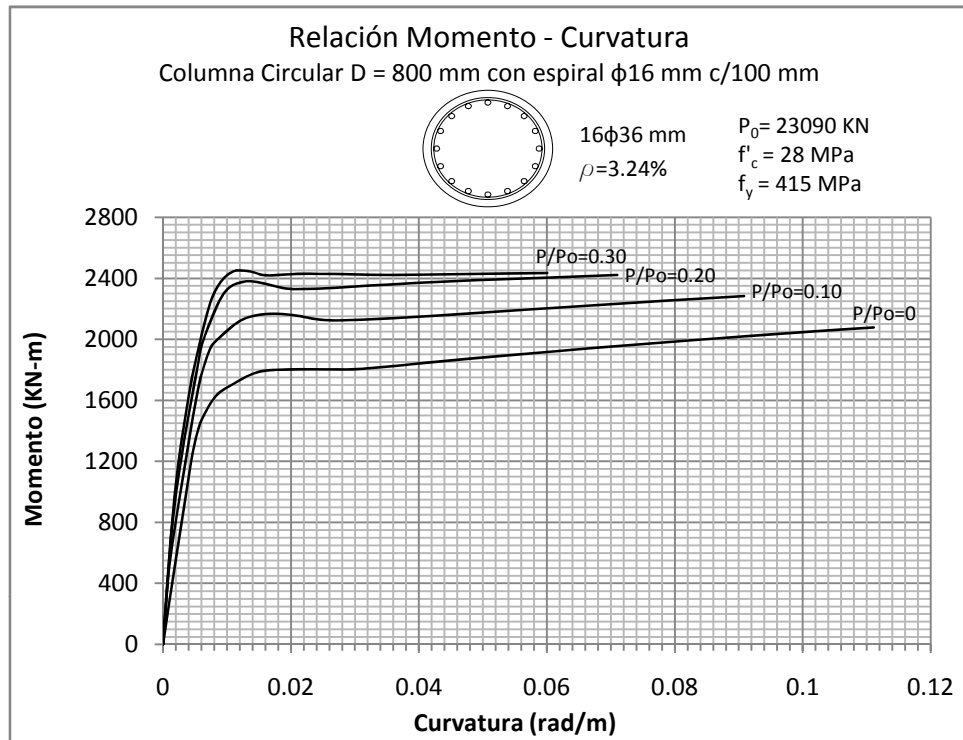




Figura 5.70: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

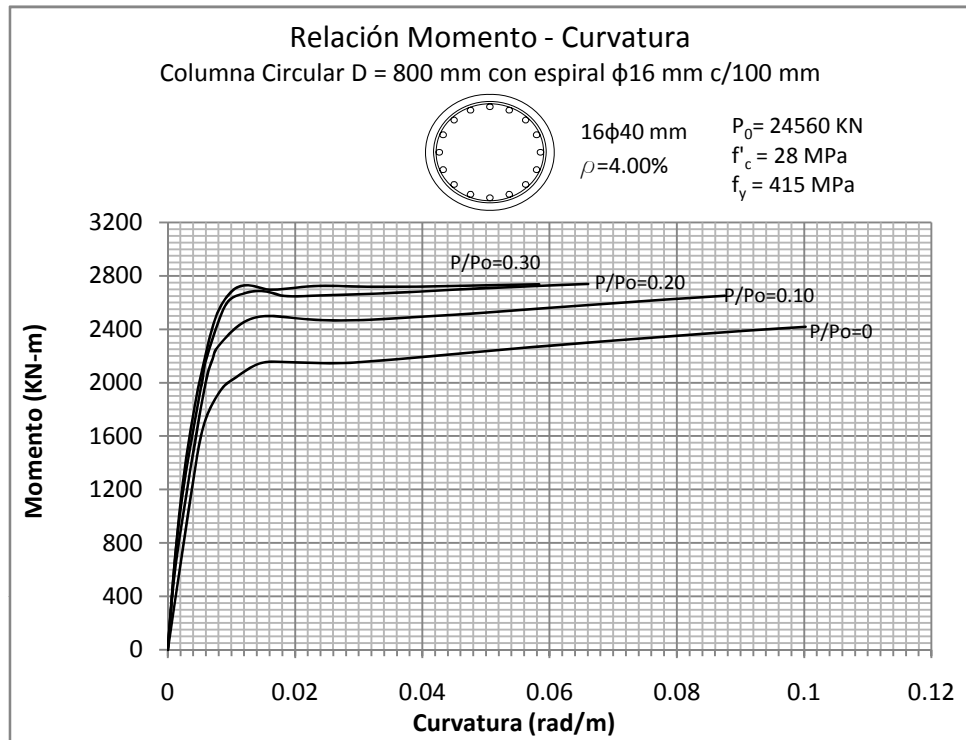


Figura 5.71 y 5.72: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

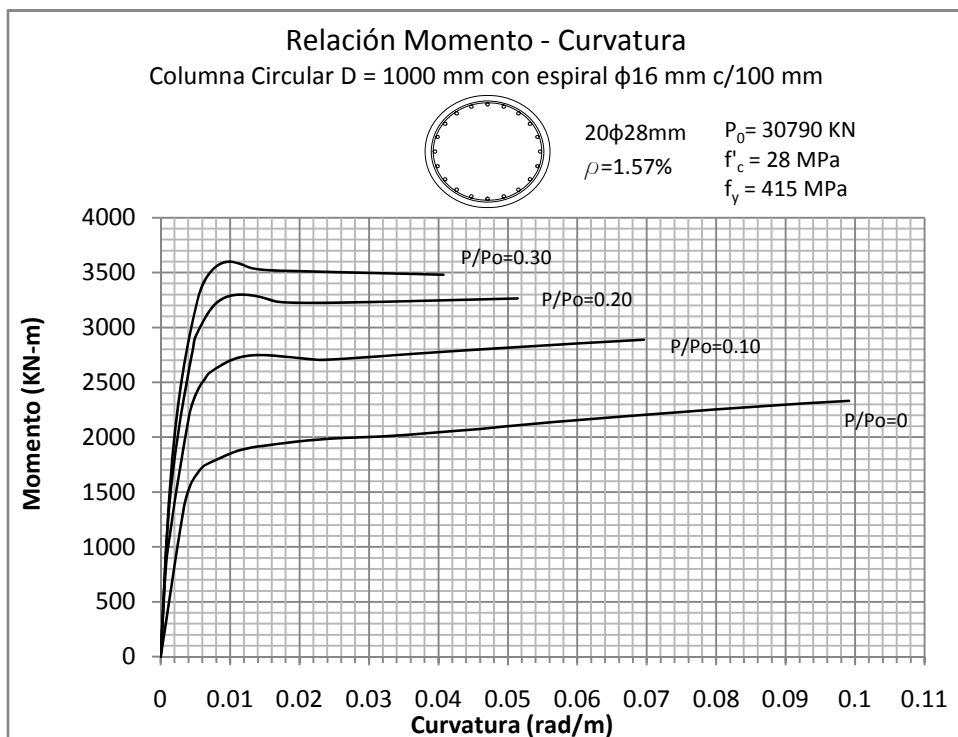
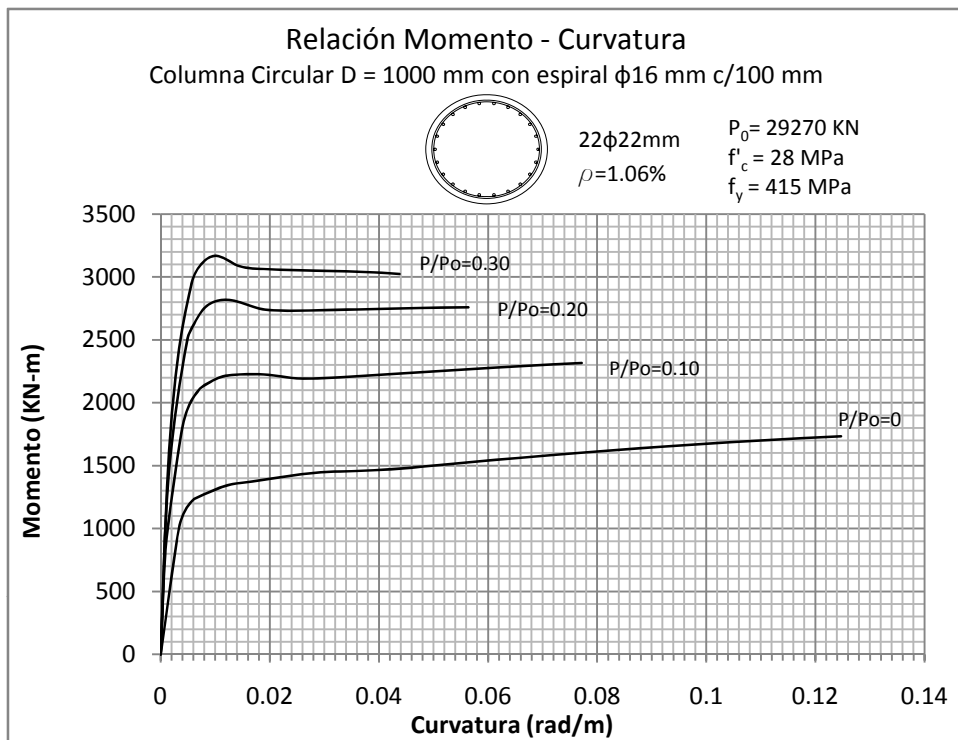


Figura 5.73 y 5.74: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

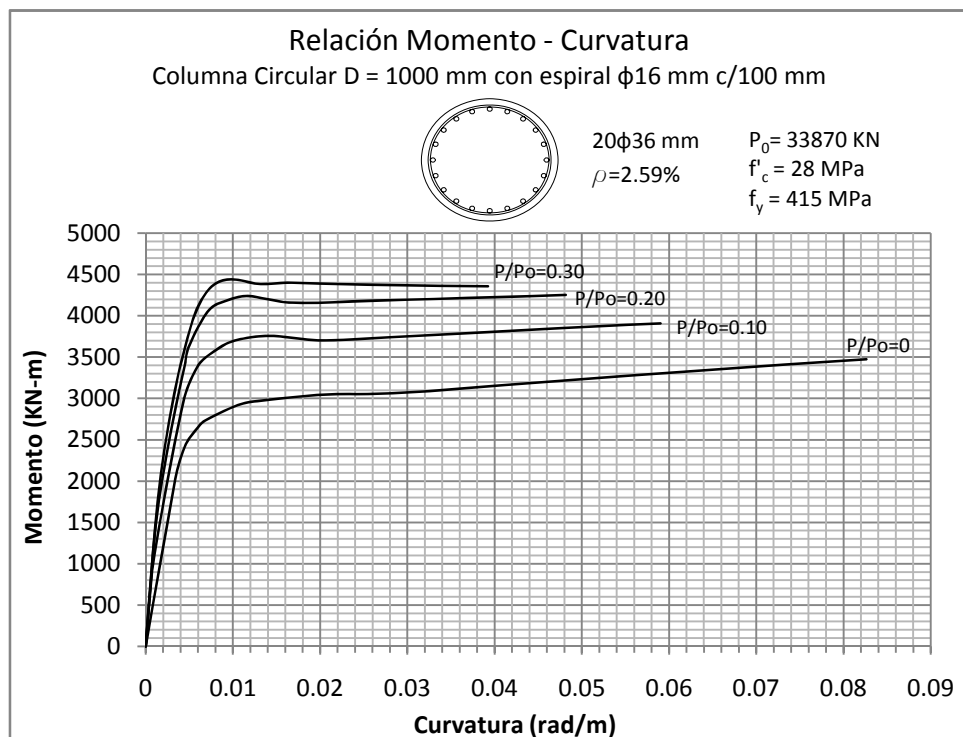
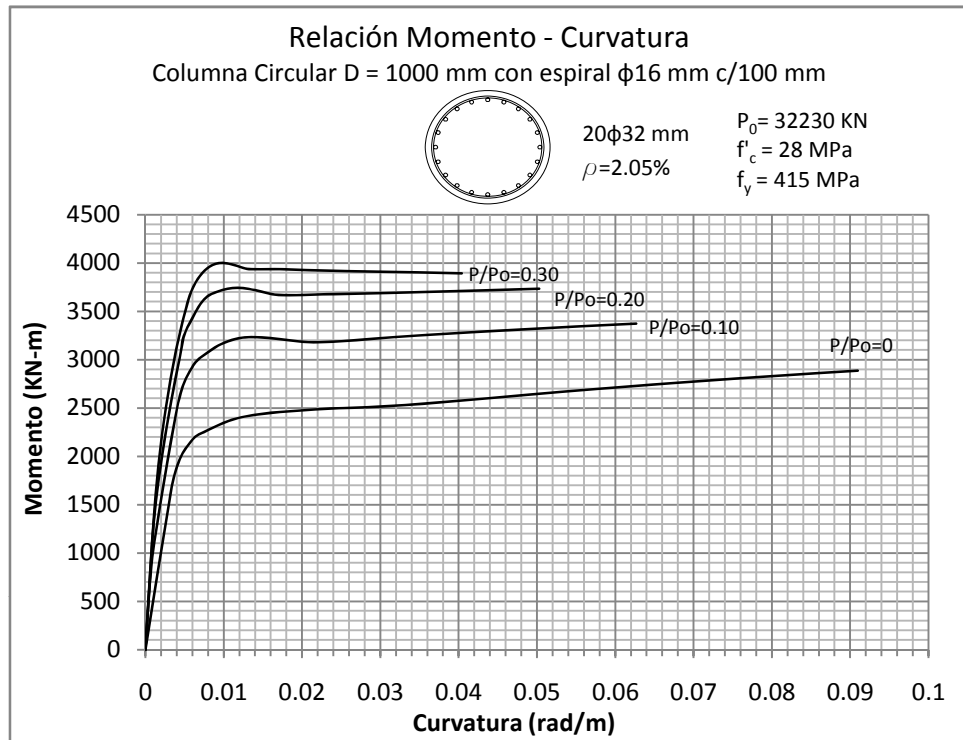


Figura 5.75 y 5.76: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

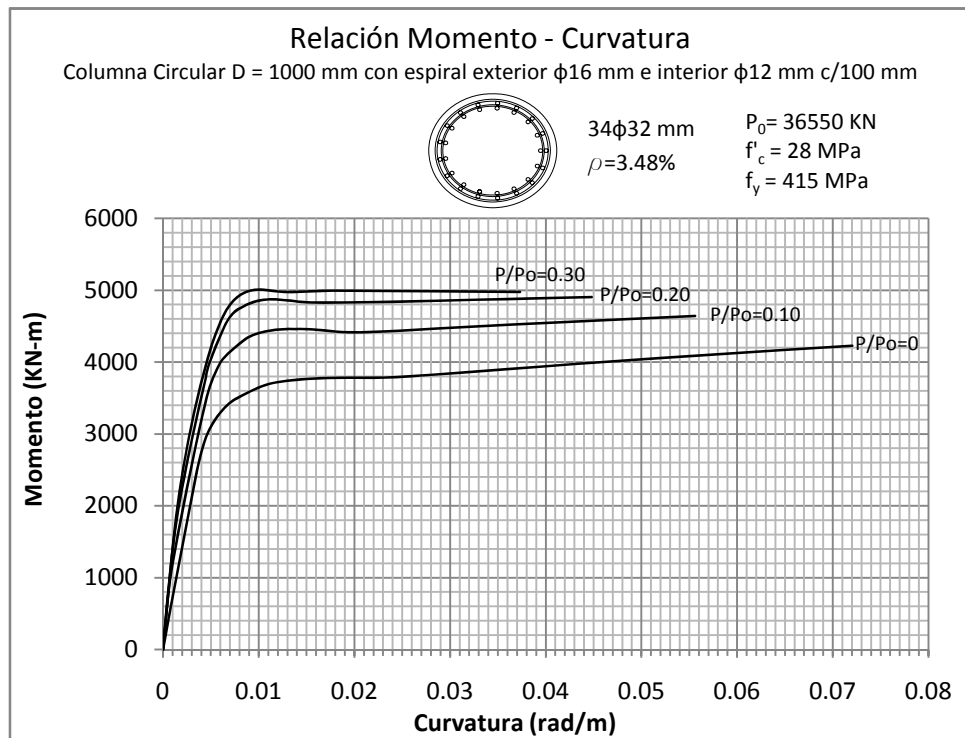
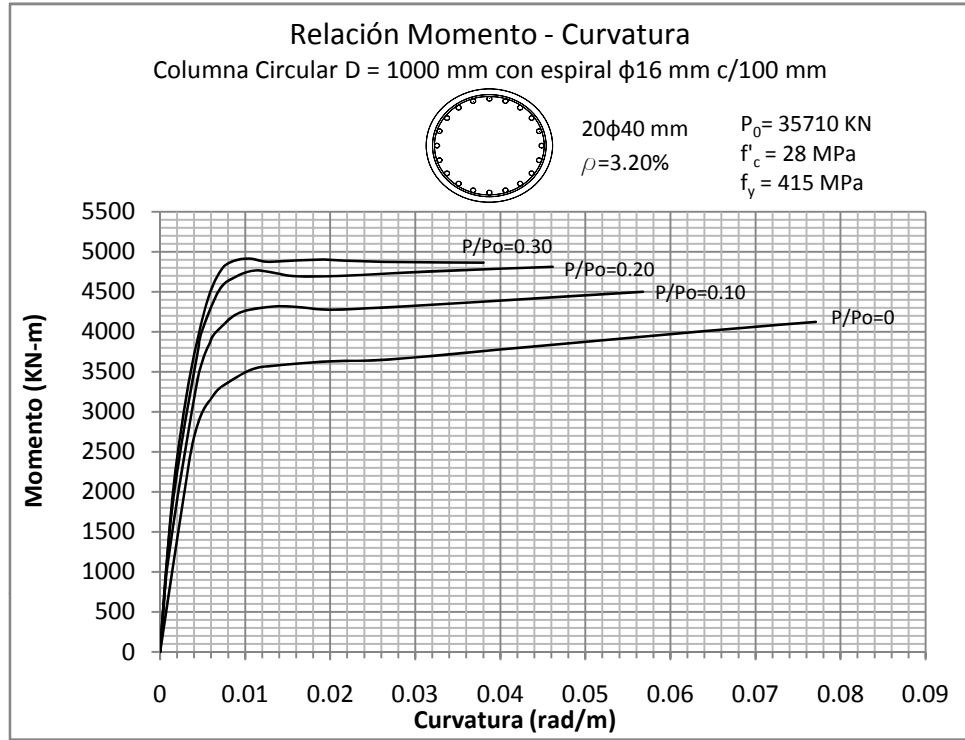


Figura 5.77: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

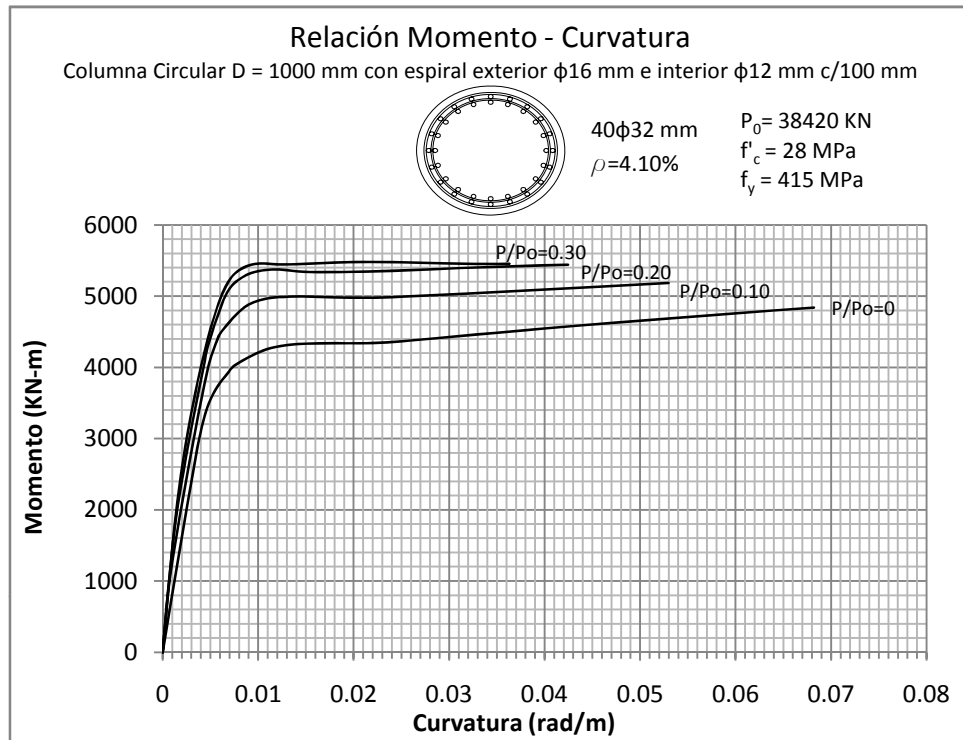


Figura 5.78 y 5.79: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

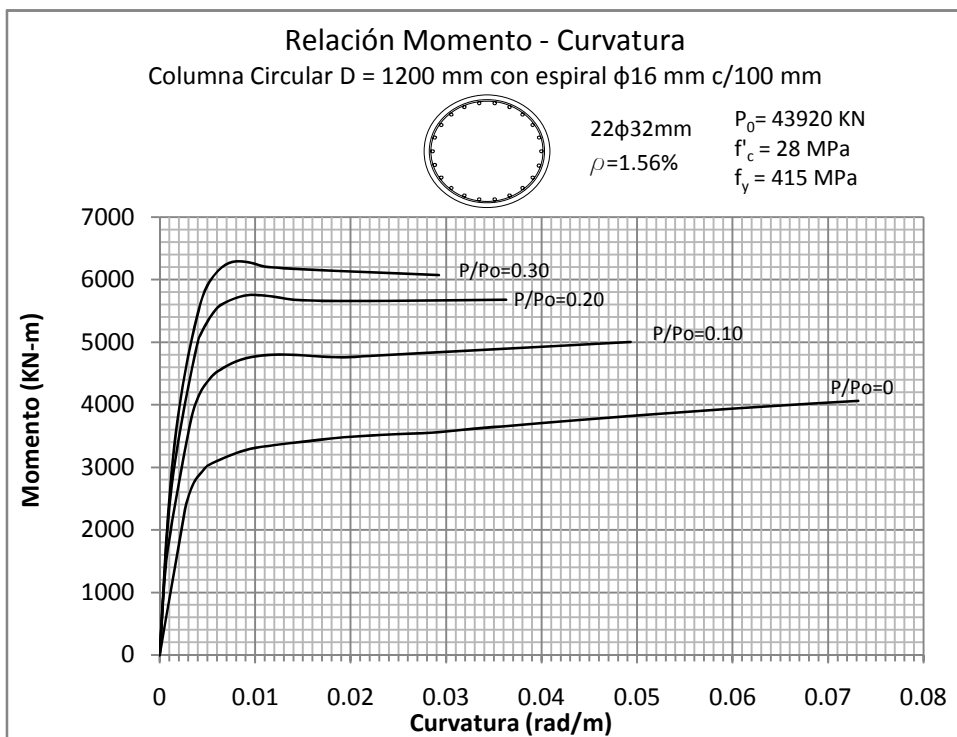
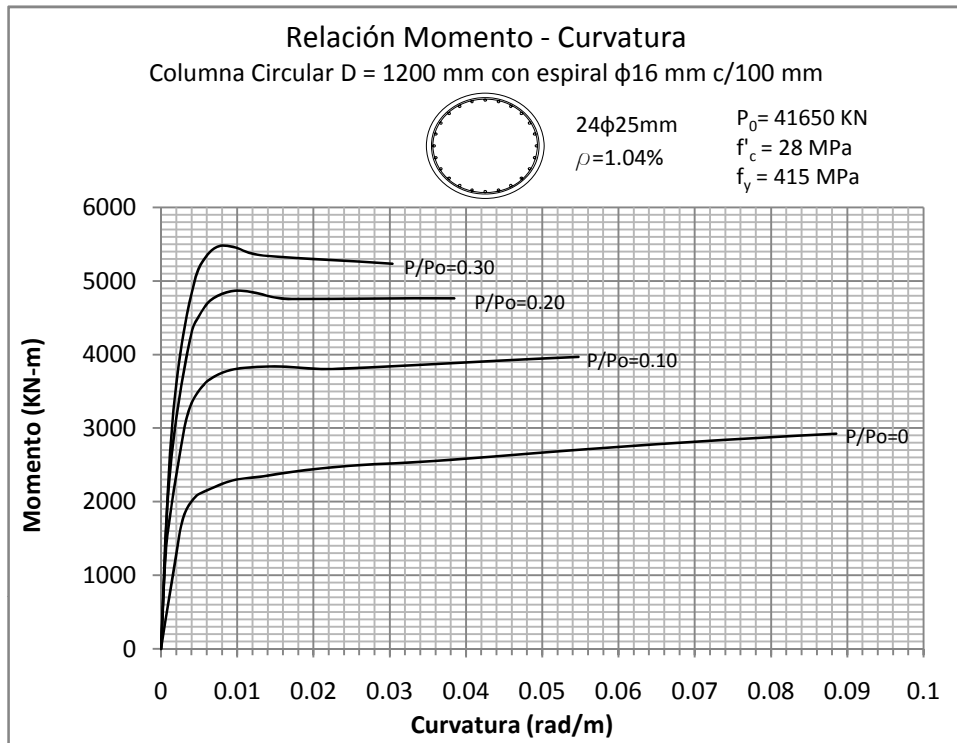


Figura 5.80 y 5.81: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

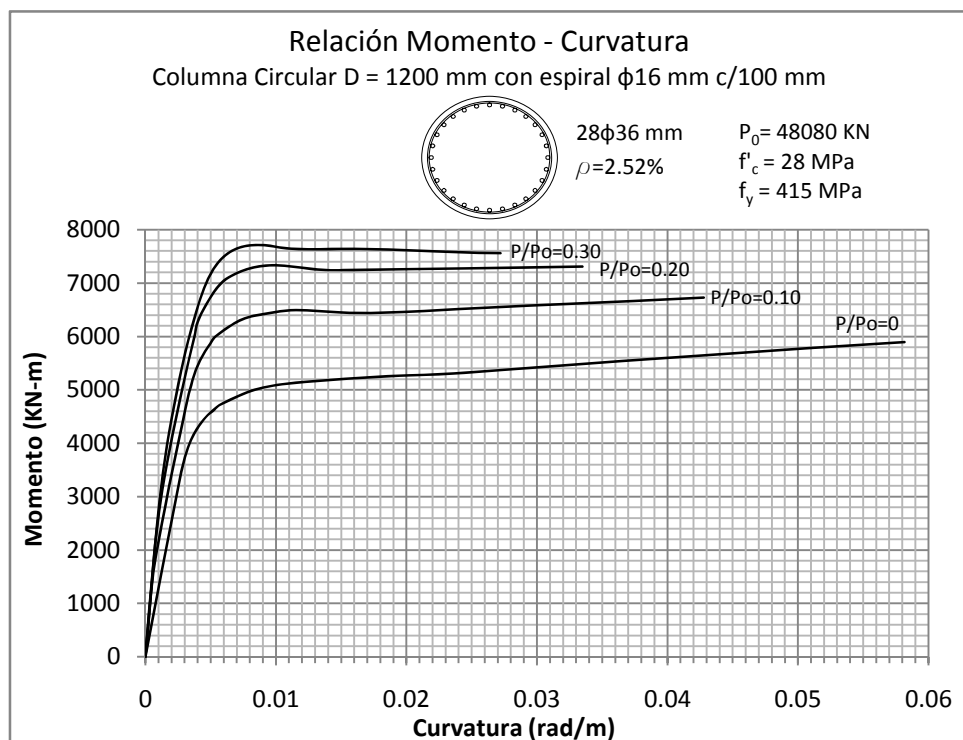
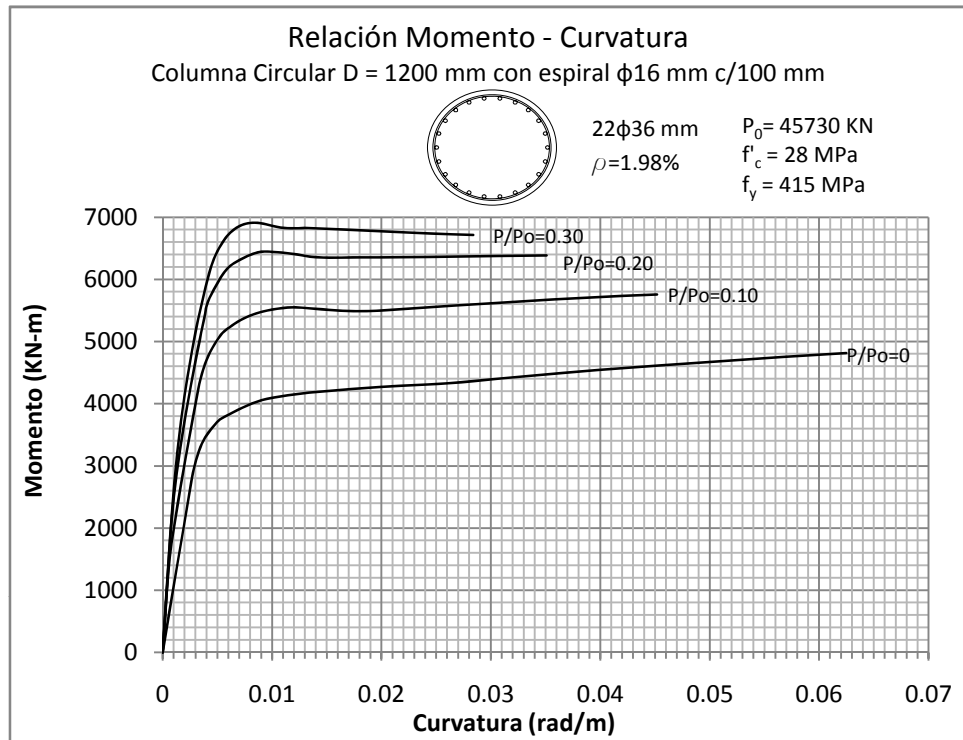


Figura 5.82 y 5.83: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

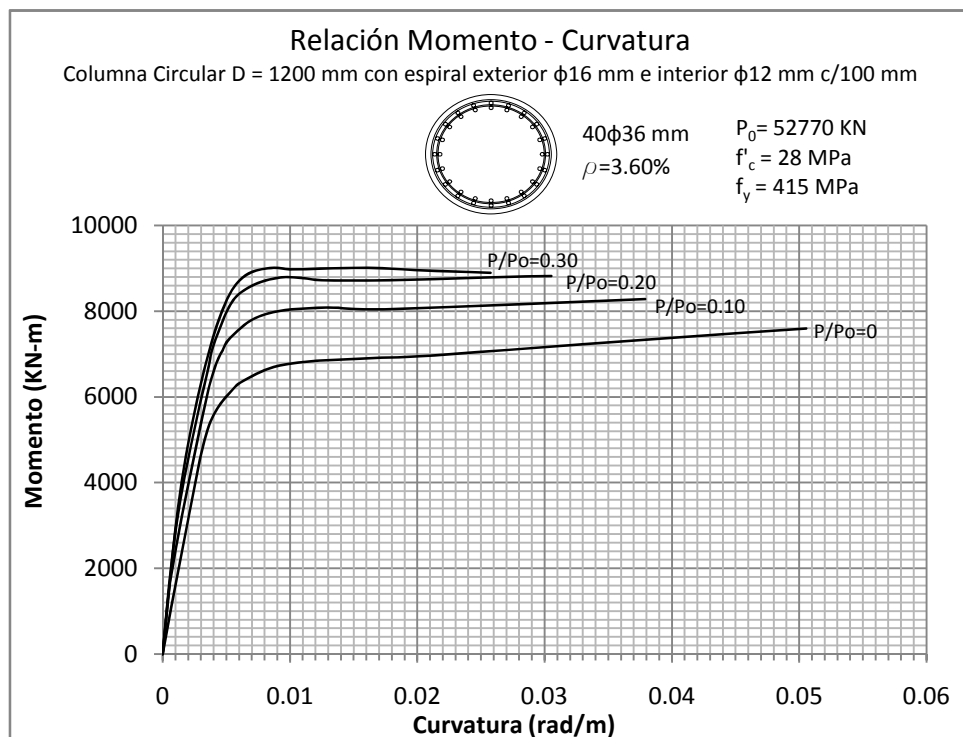
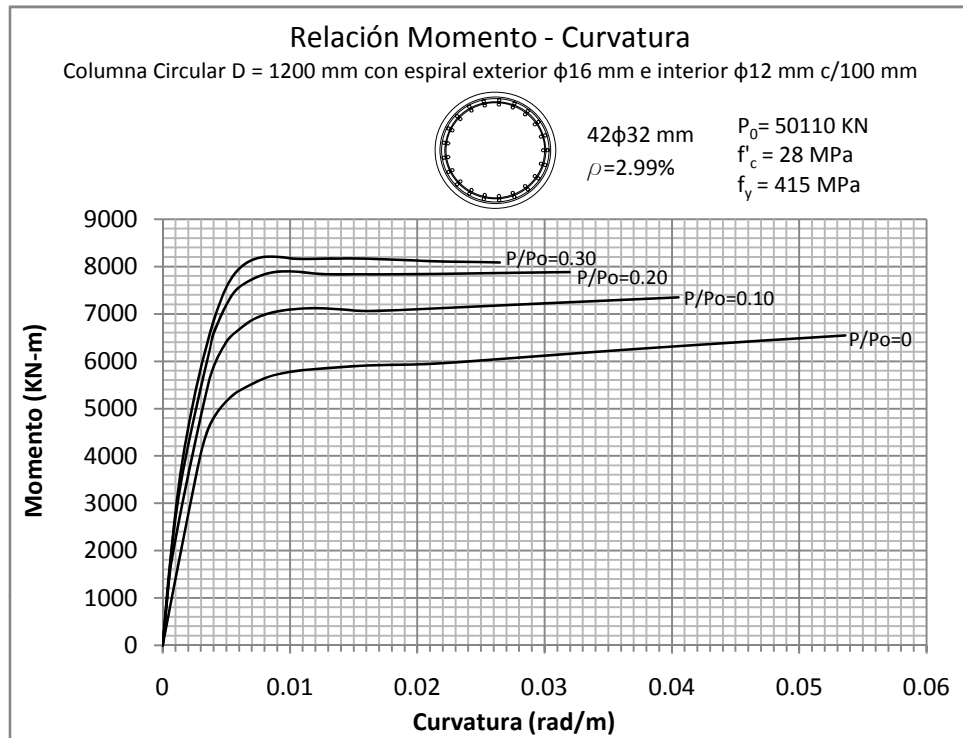




Figura 5.84: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

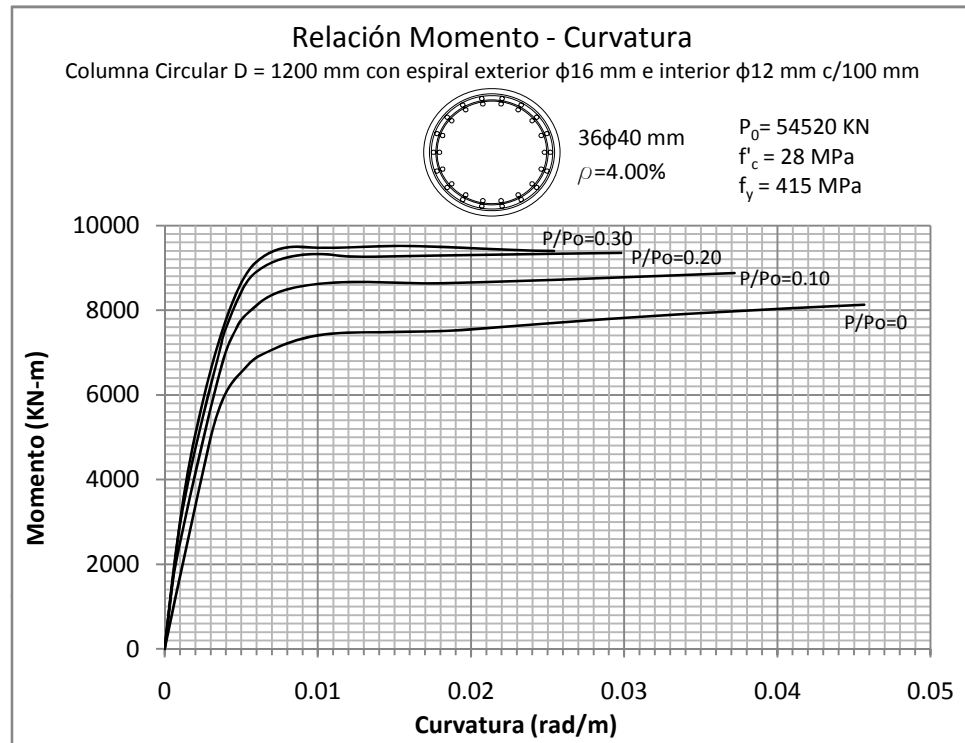


Figura 5.85 y 5.86: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

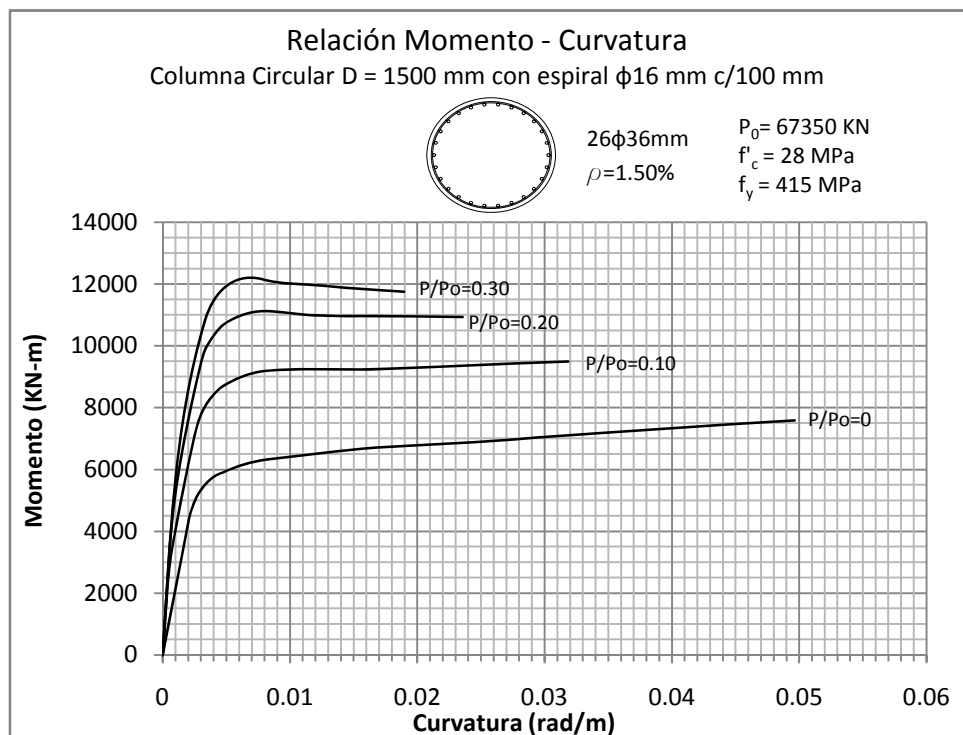
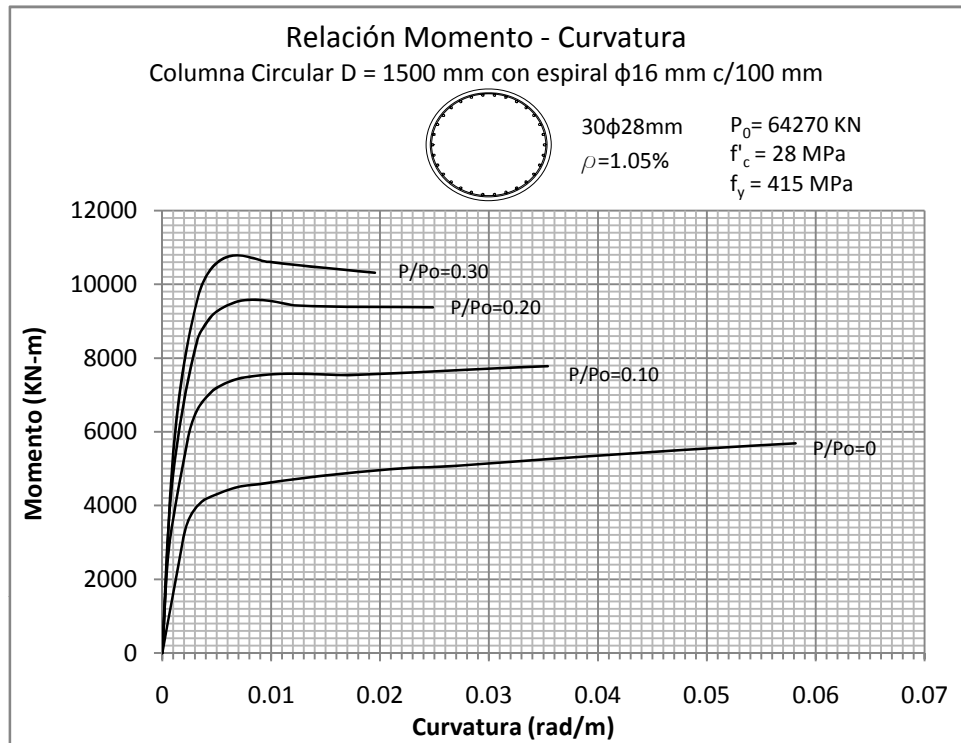


Figura 5.87 y 5.88: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

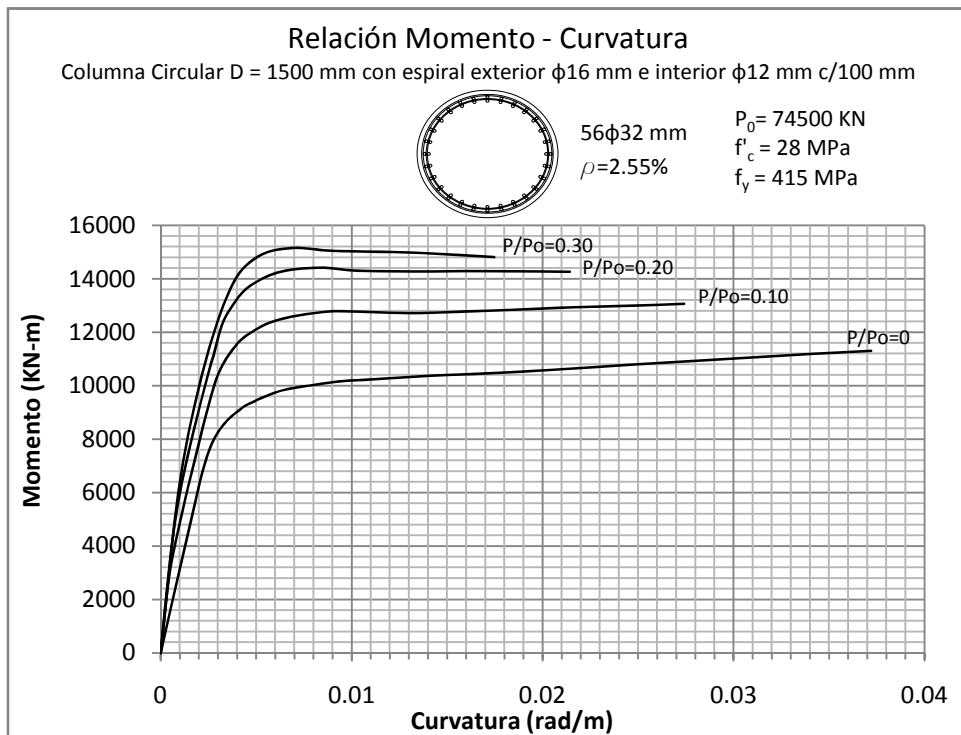
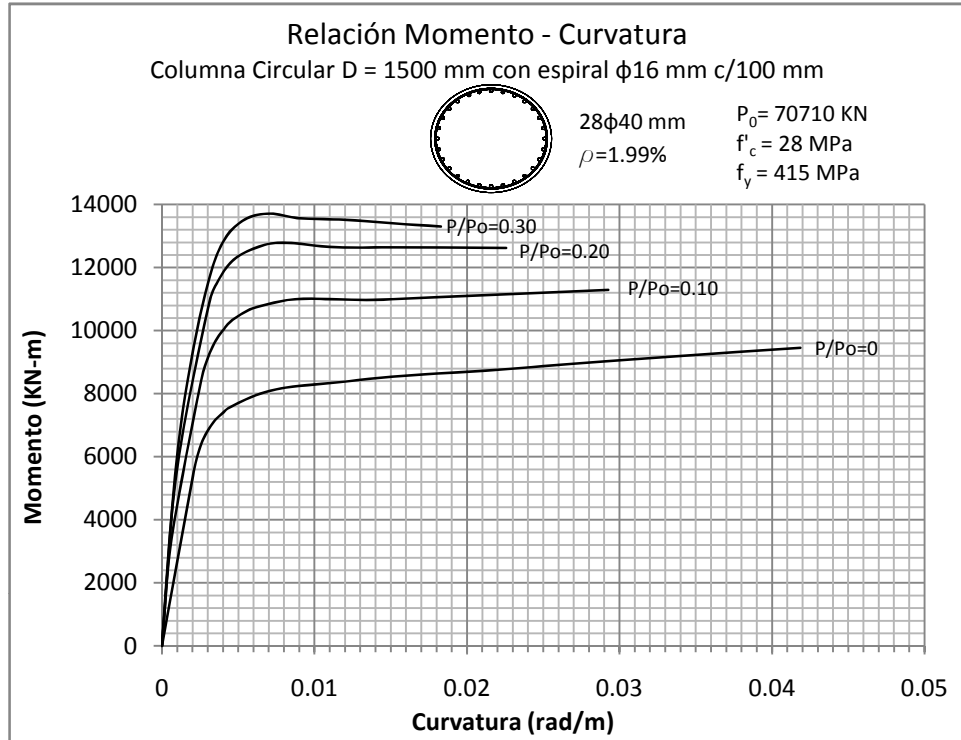


Figura 5.89 y 5.90: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

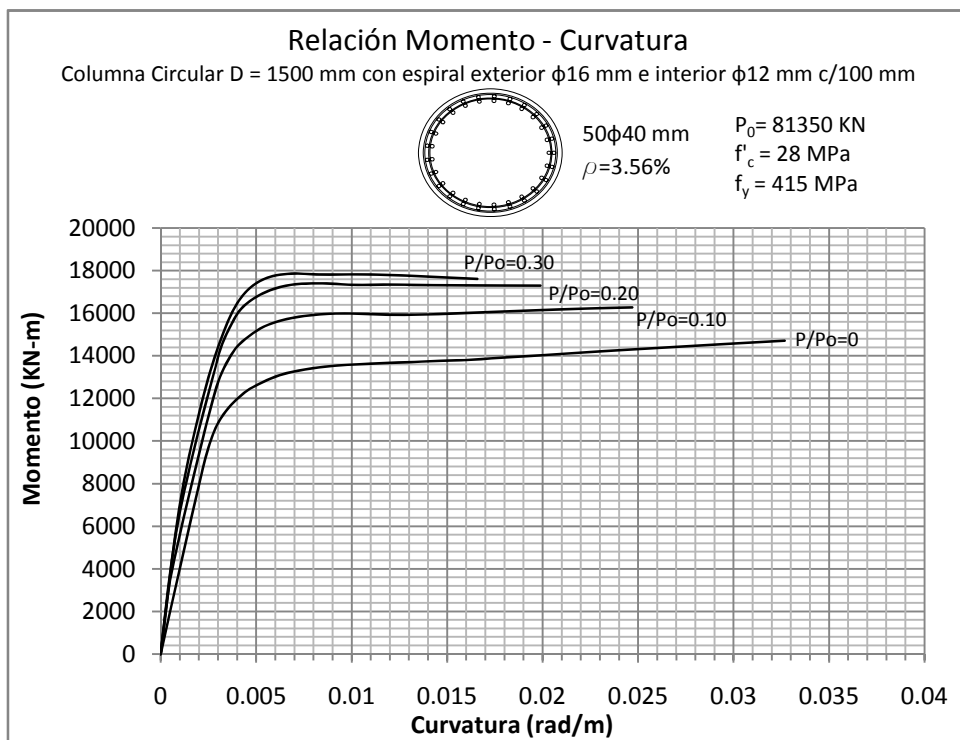
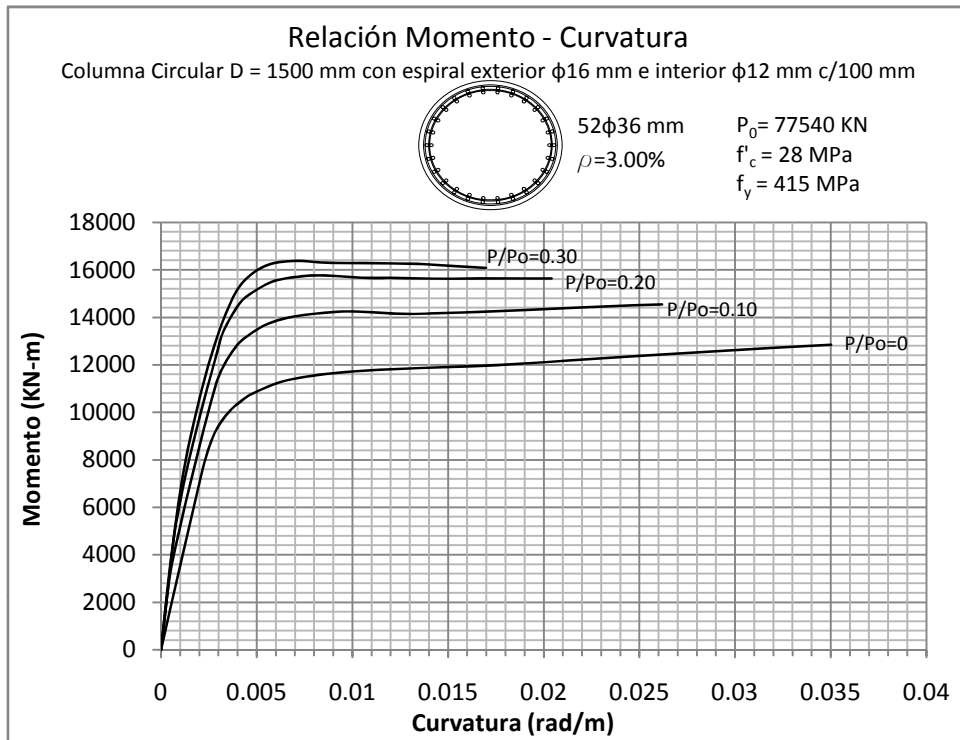


Figura 5.91: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

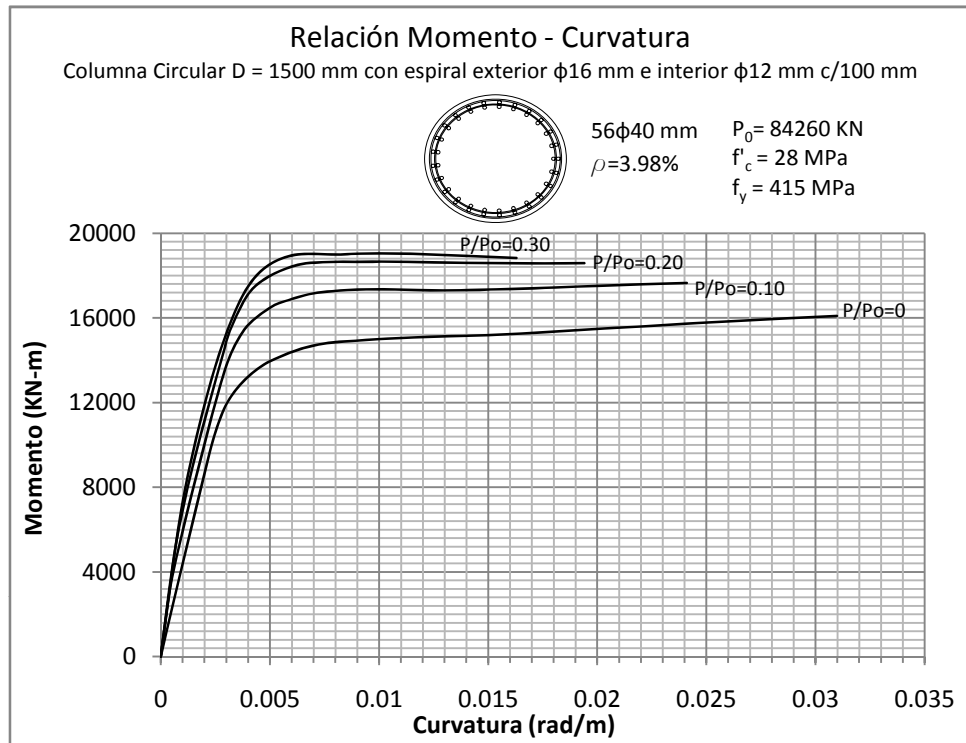


Figura 5.92 y 5.93: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

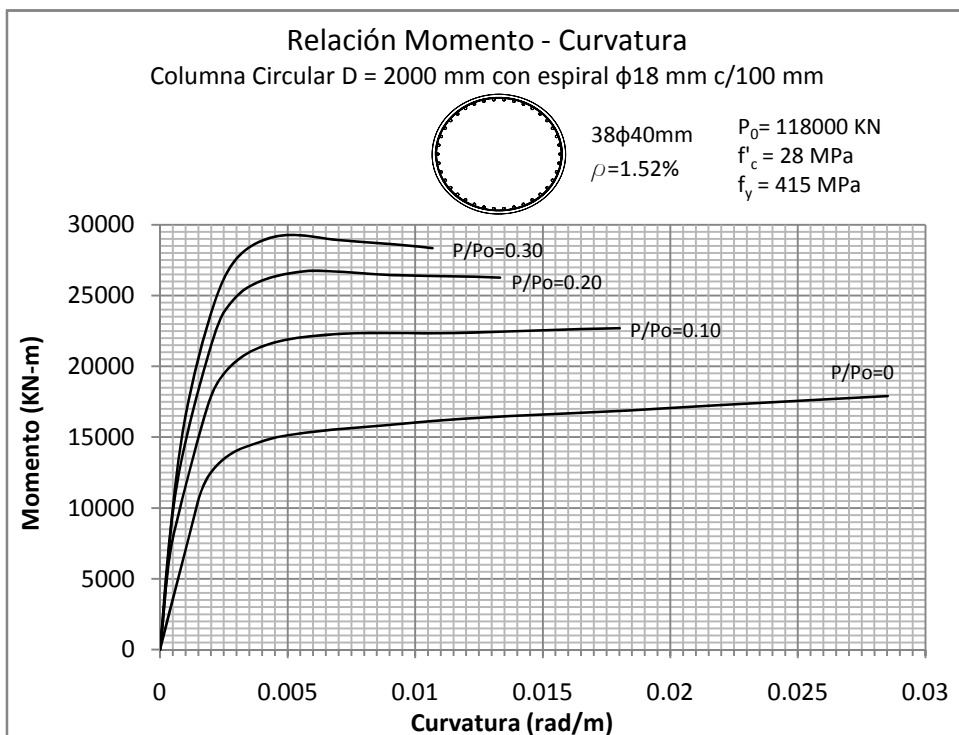
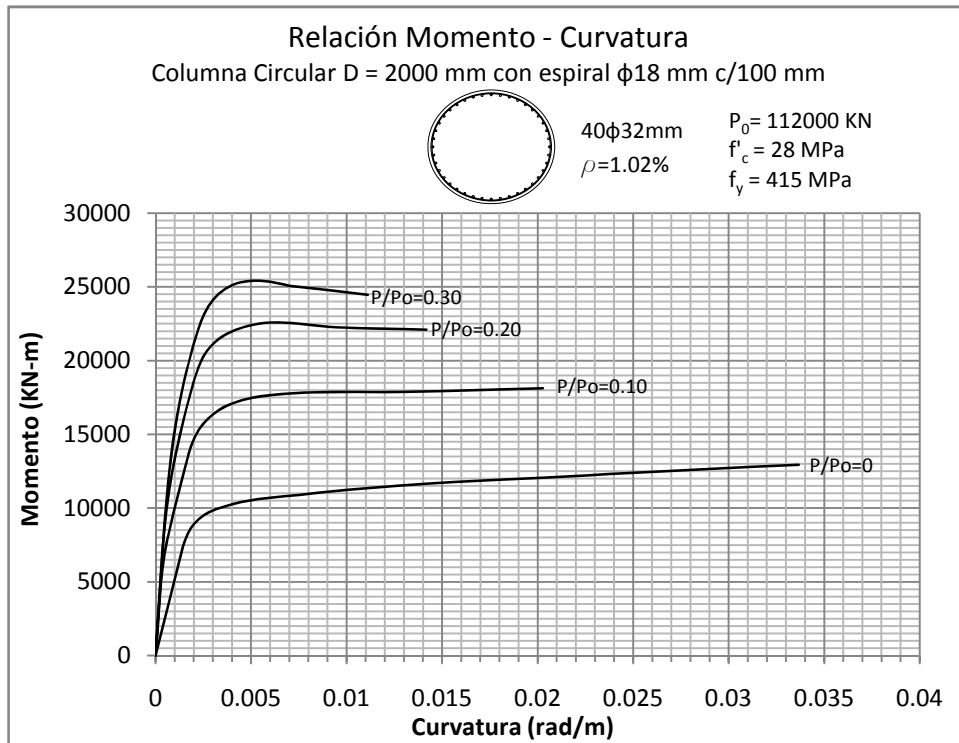


Figura 5.94 y 5.95: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

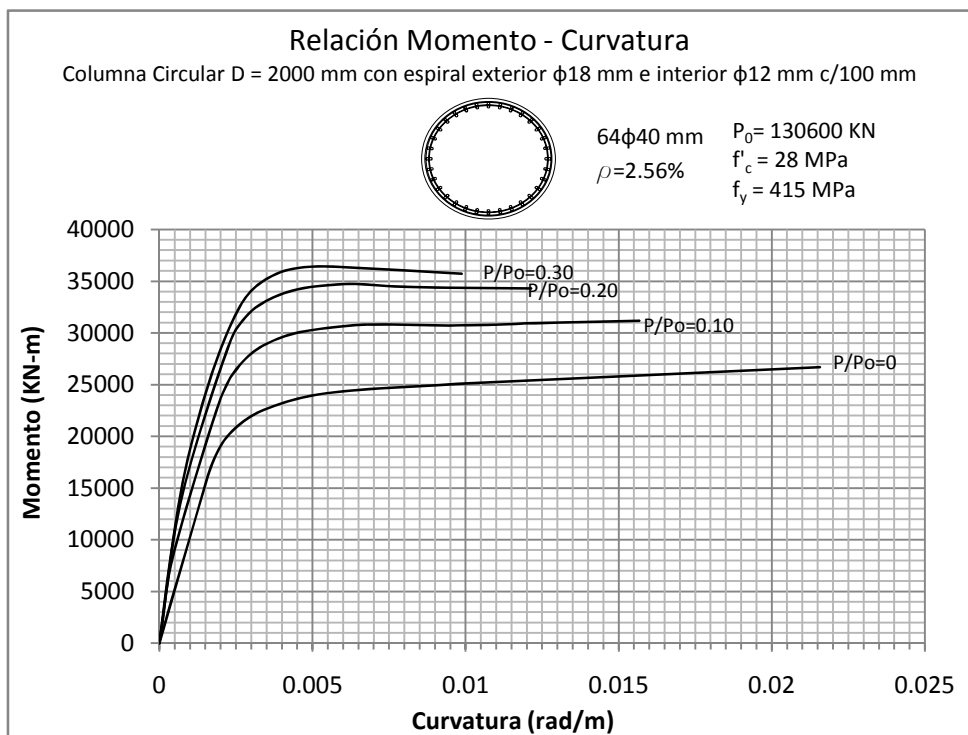
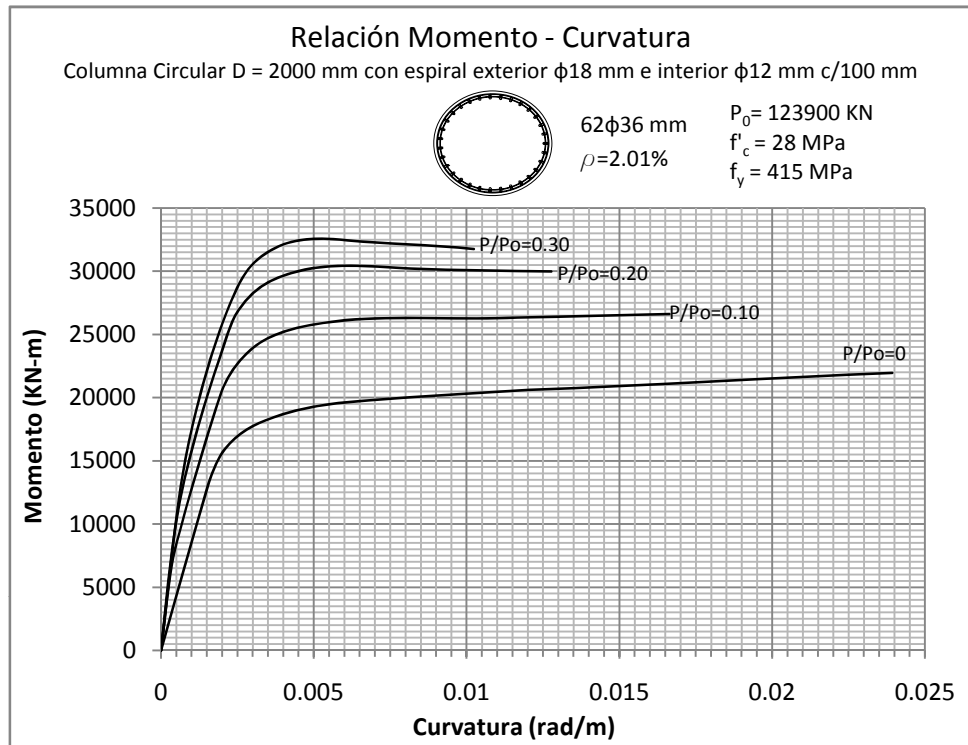


Figura 5.96 y 5.97: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

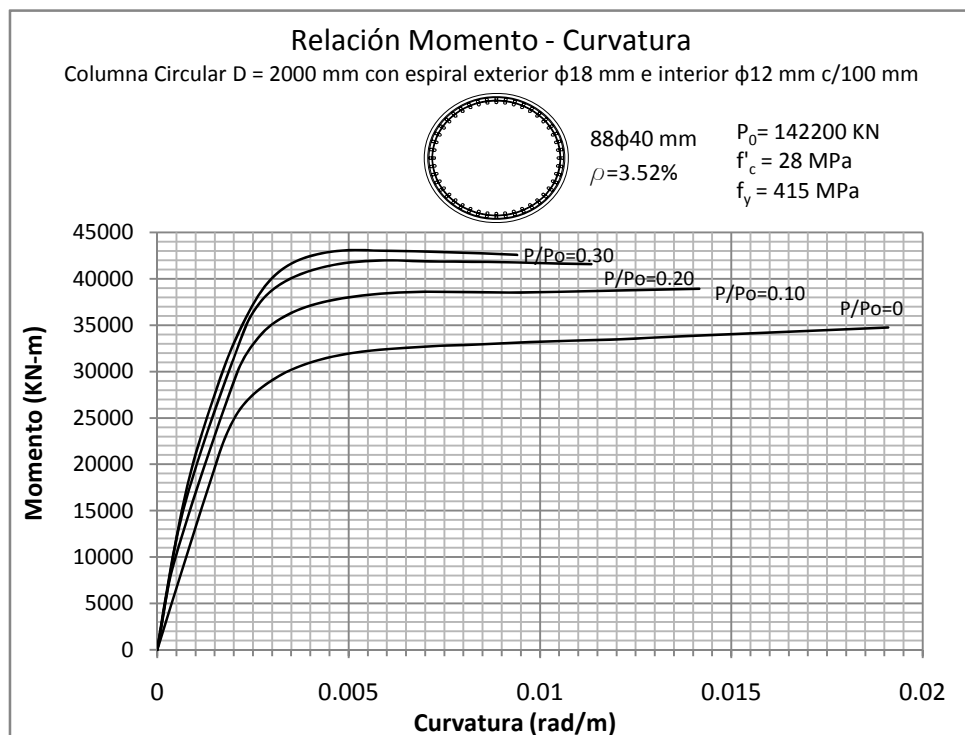
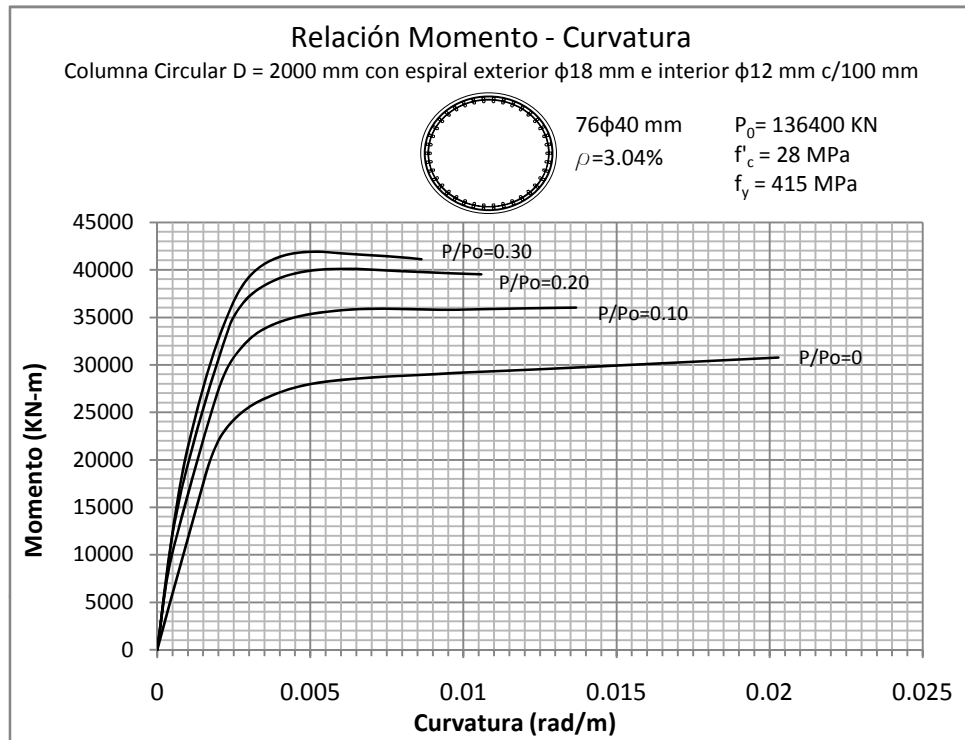




Figura 5.98 y 5.99: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

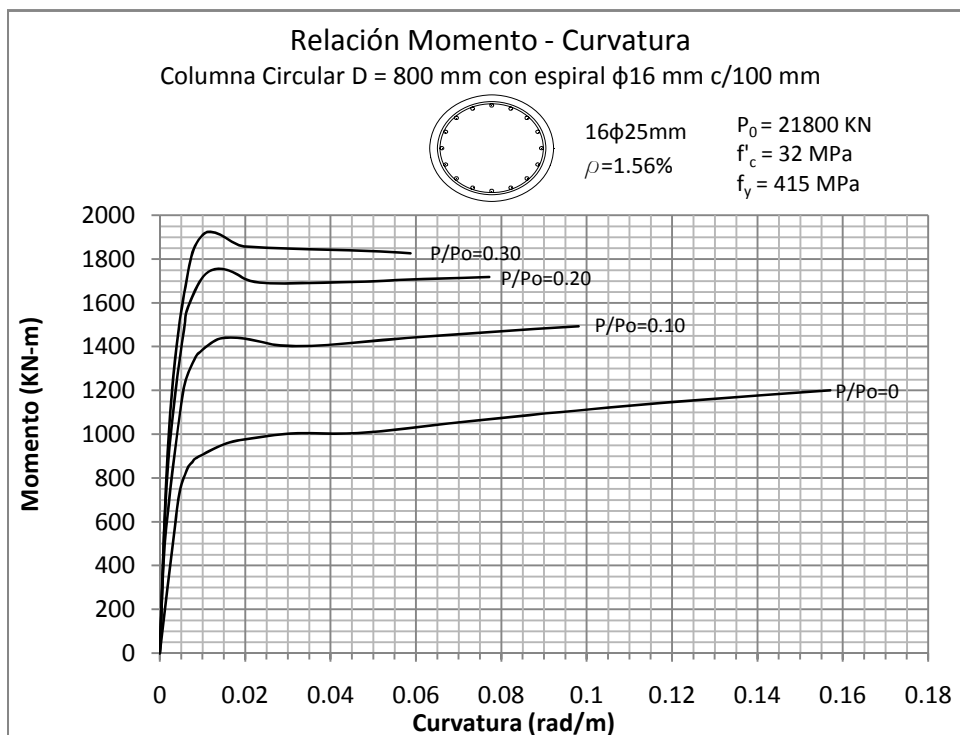
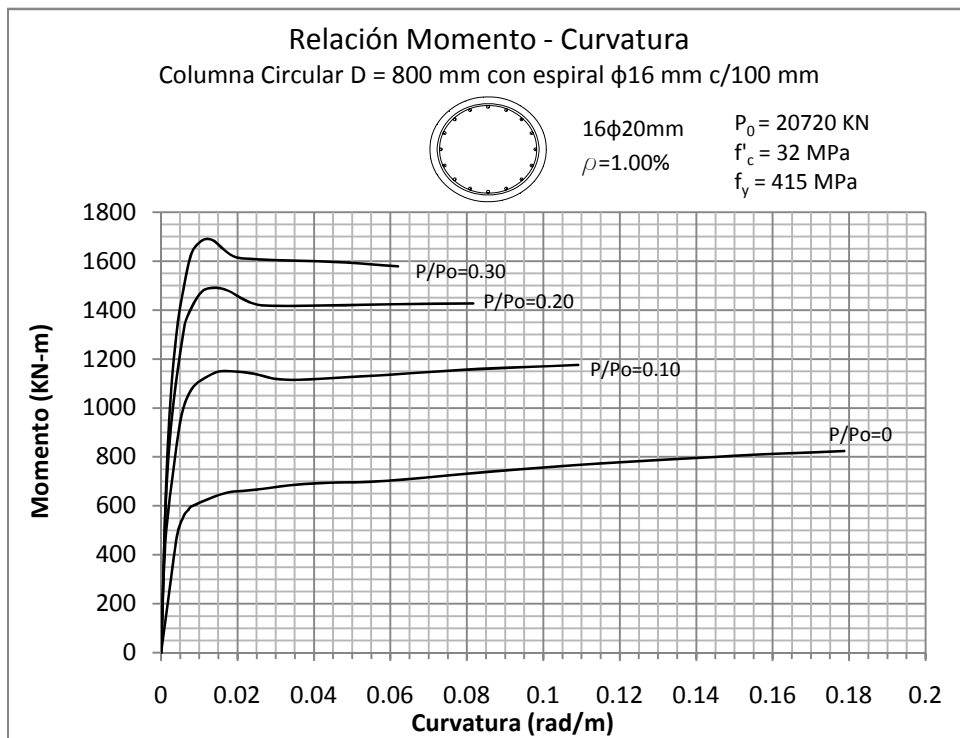


Figura 5.100 y 5.101: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

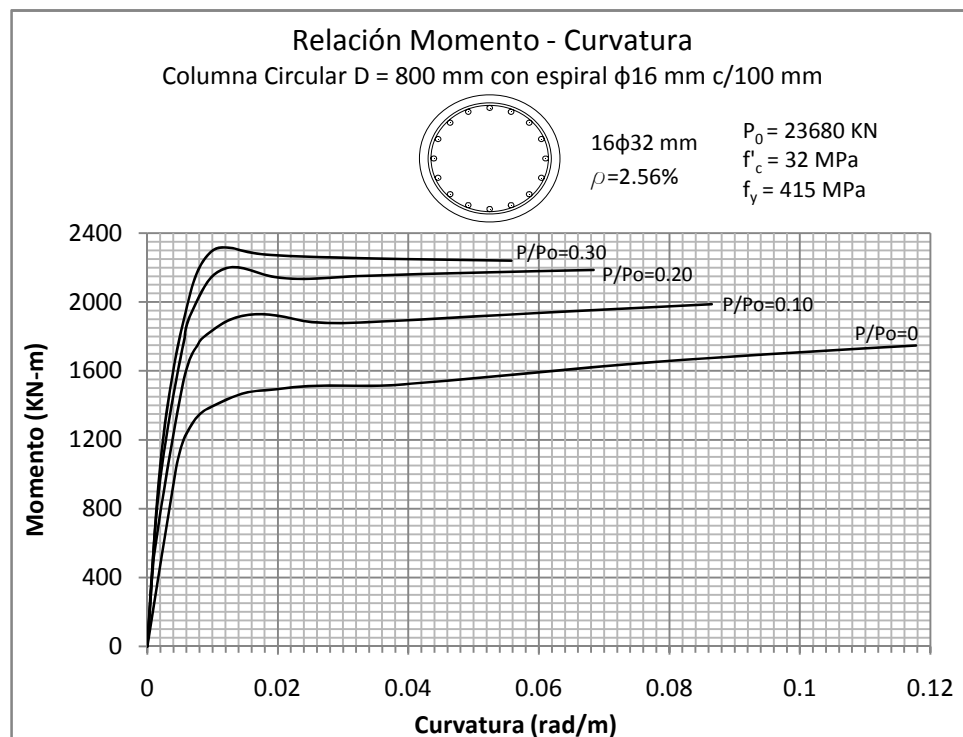
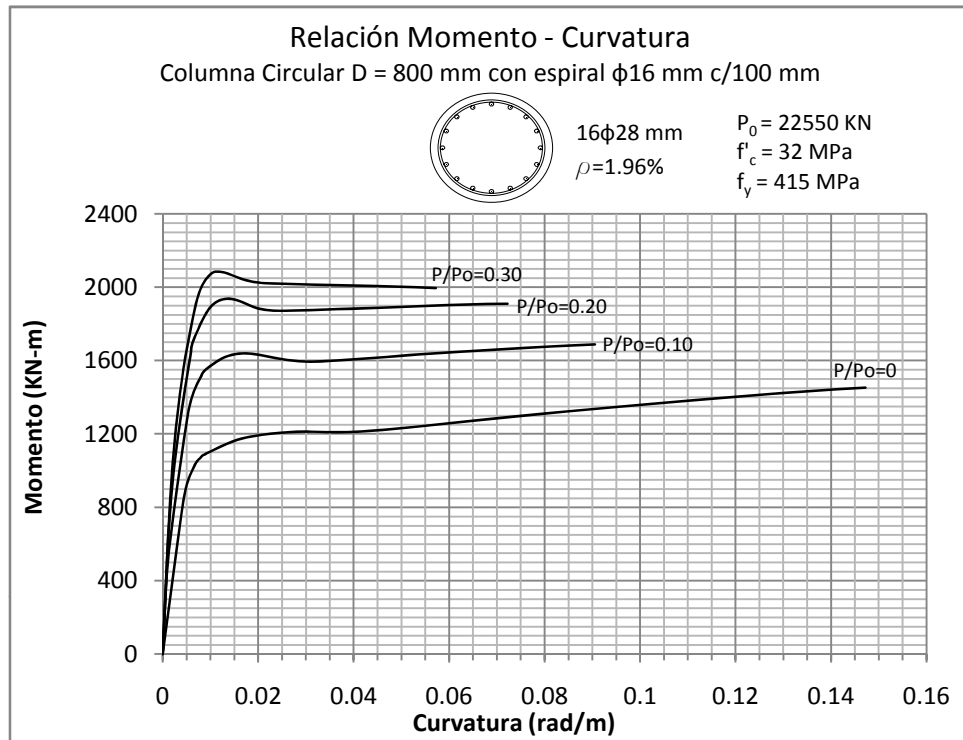


Figura 5.102 y 5.103: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

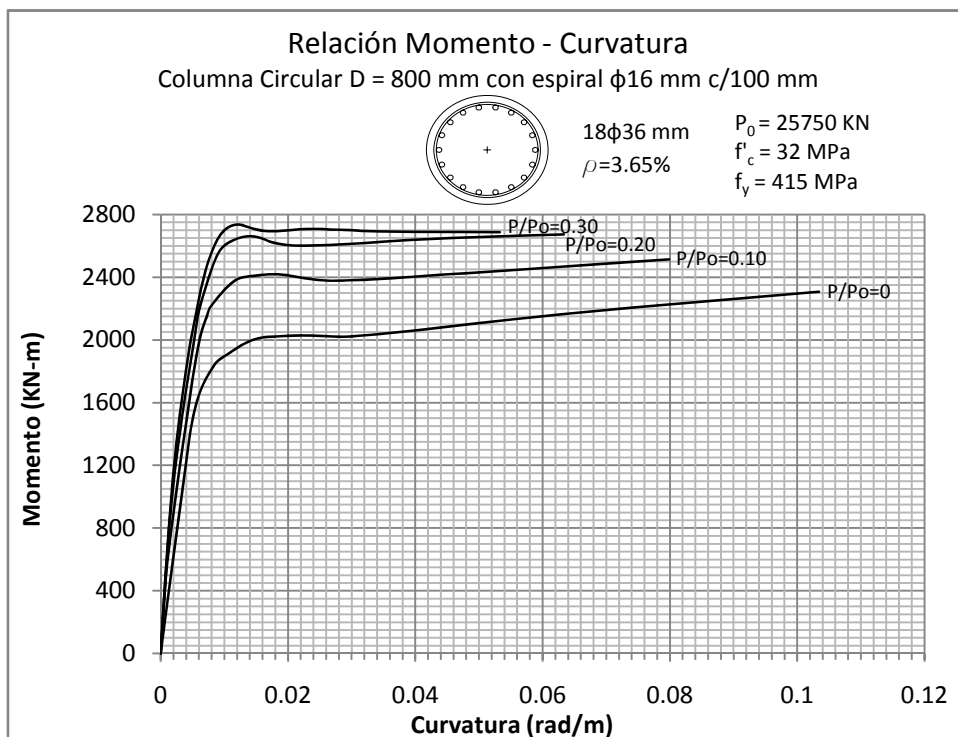
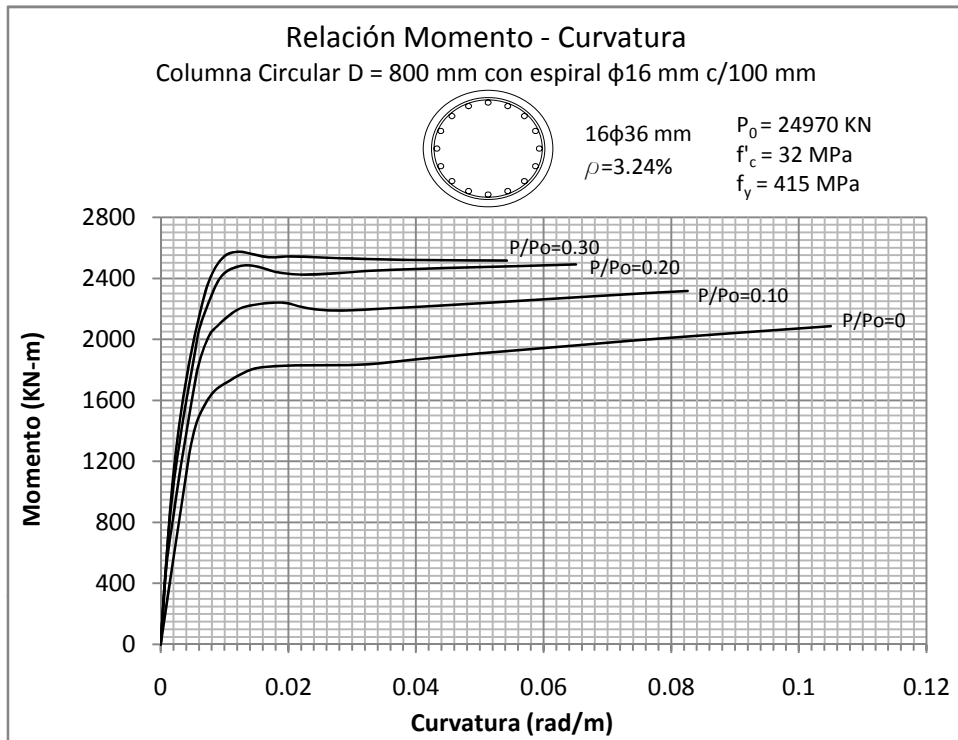


Figura 5.104: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

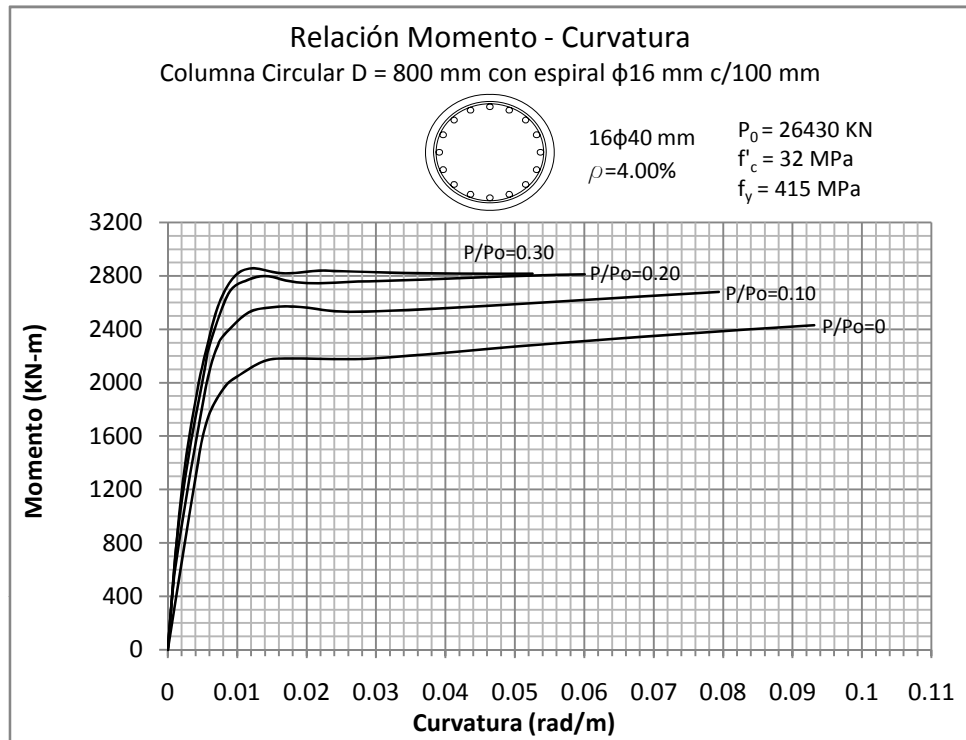


Figura 5.105 y 5.106: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

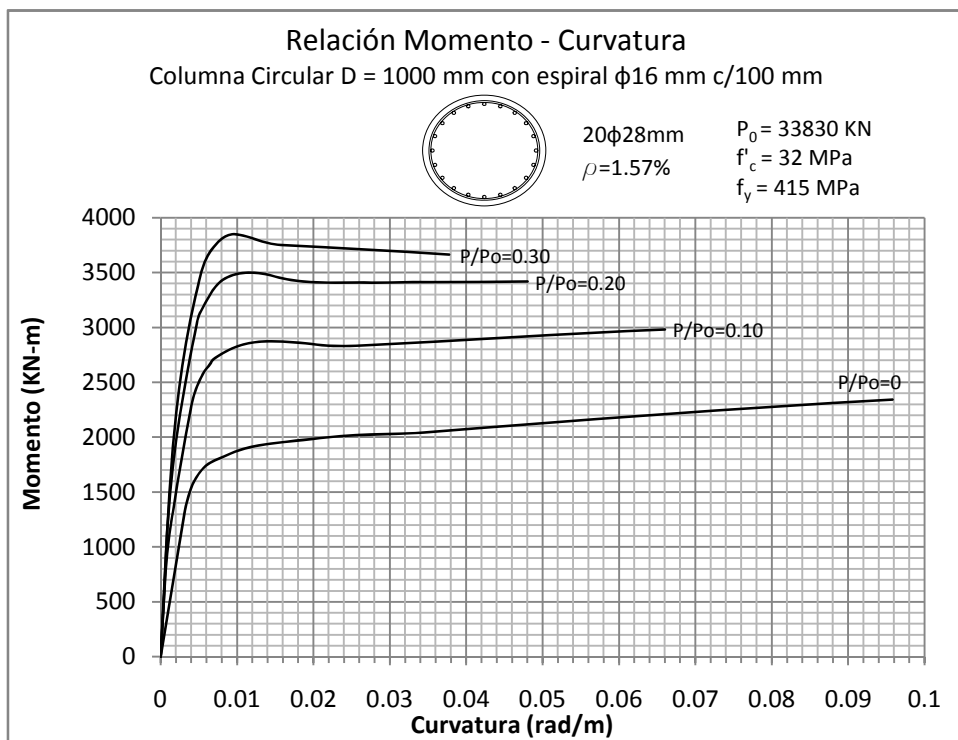
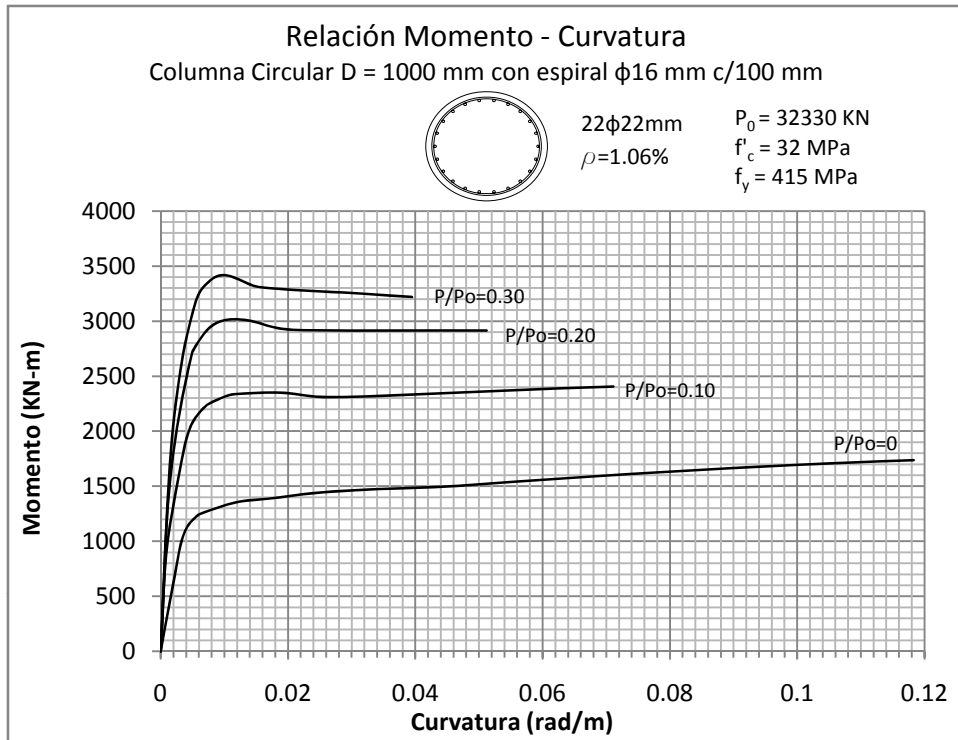


Figura 5.107 y 5.108: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

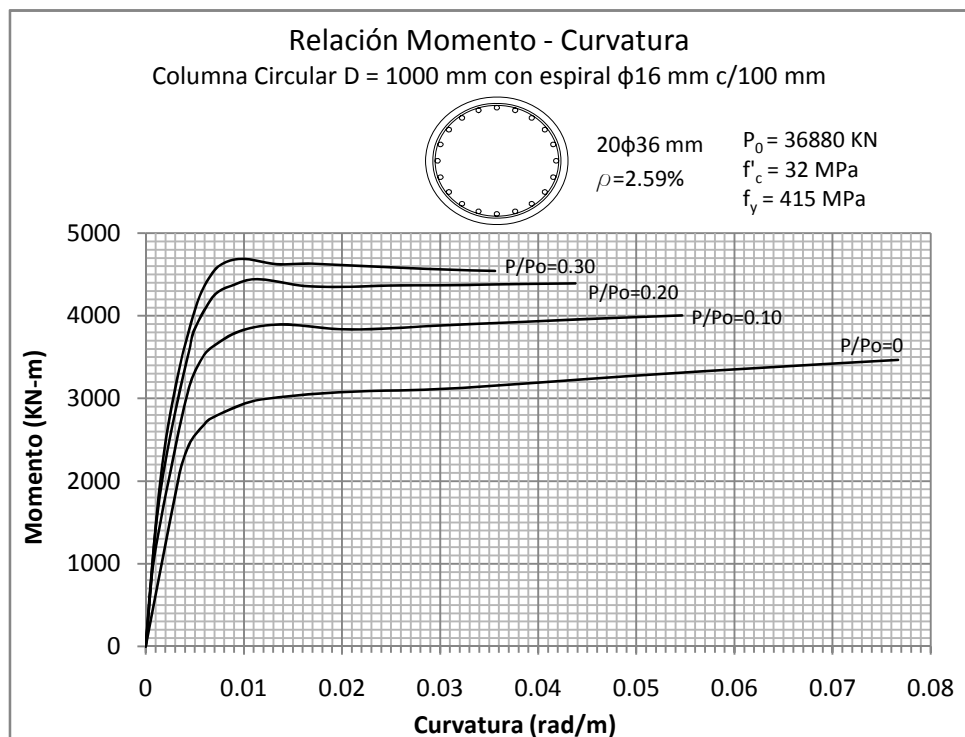
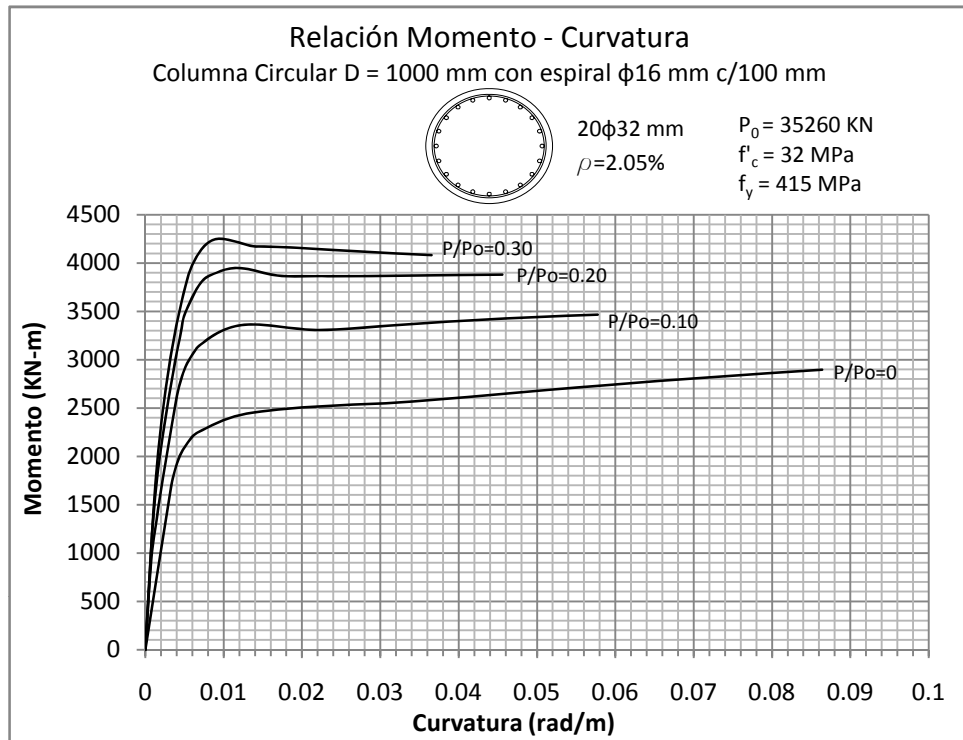


Figura 5.109 y 5.110: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

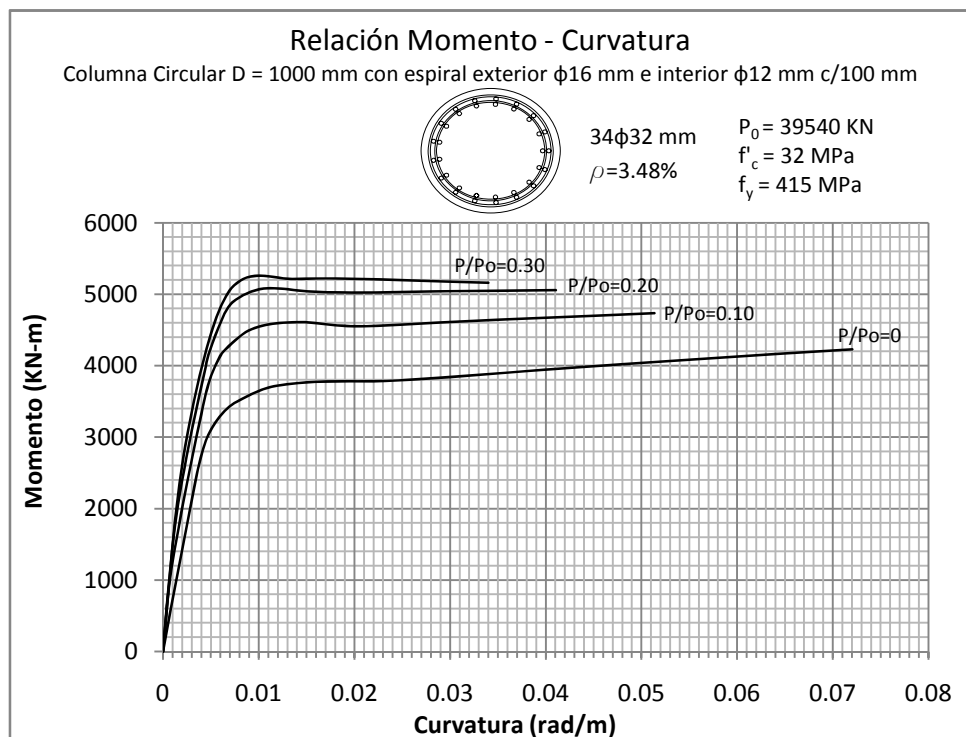
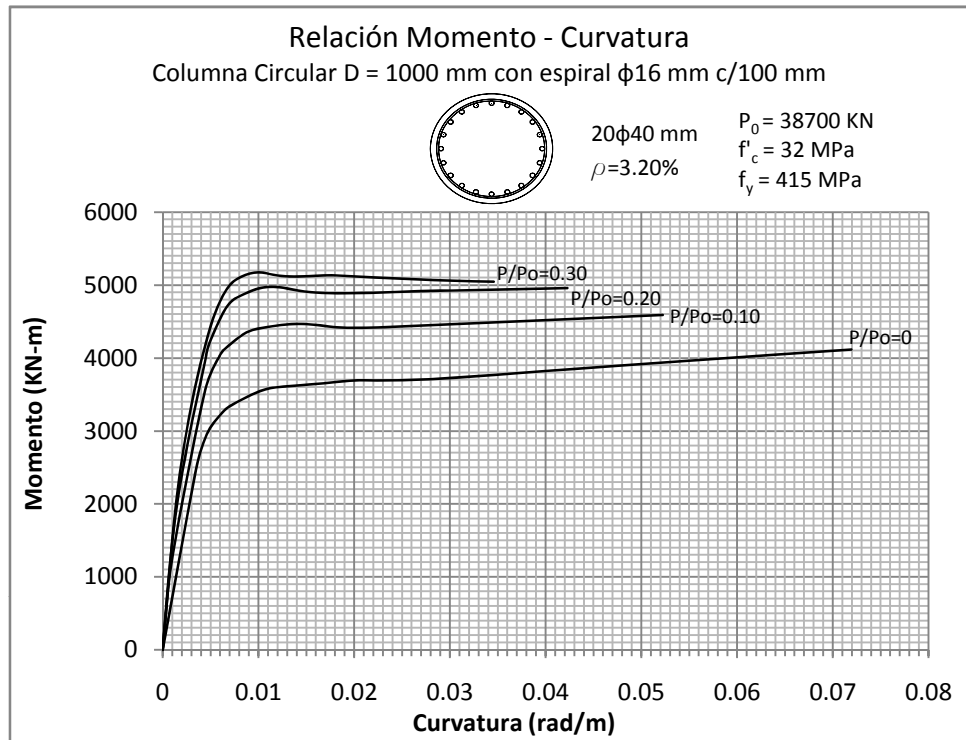


Figura 5.111: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

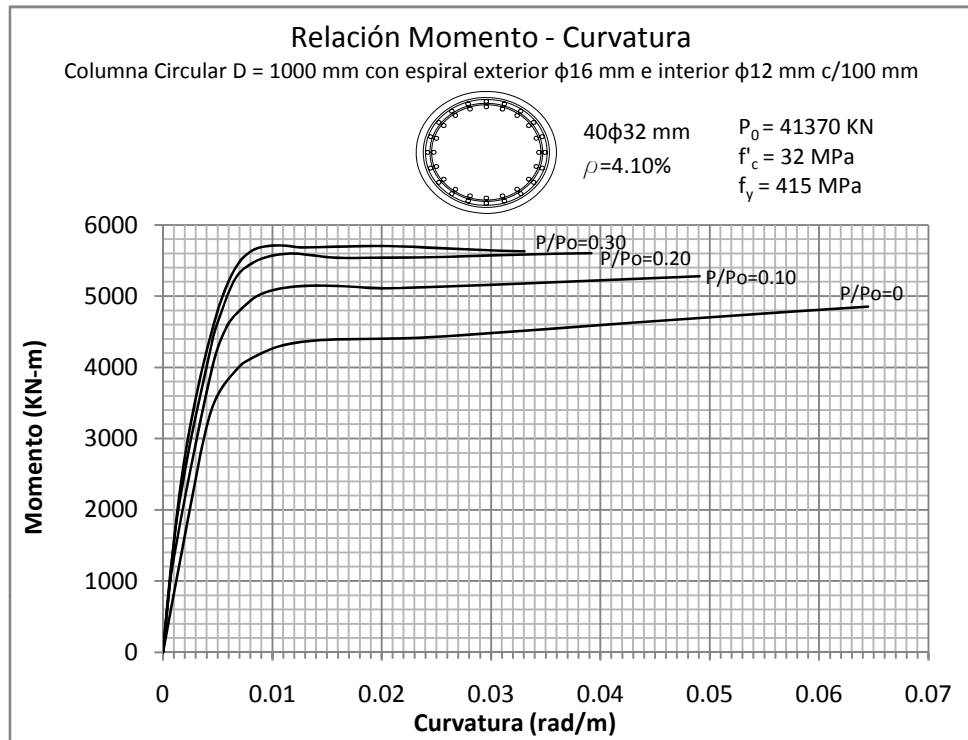




Figura 5.112 y 5.113: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

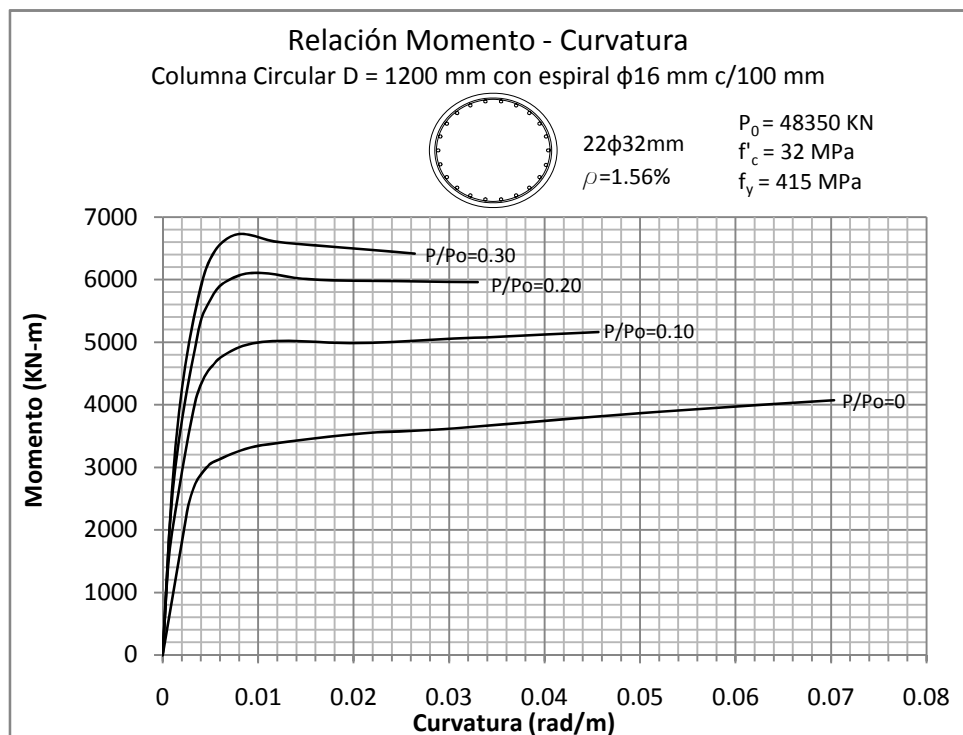
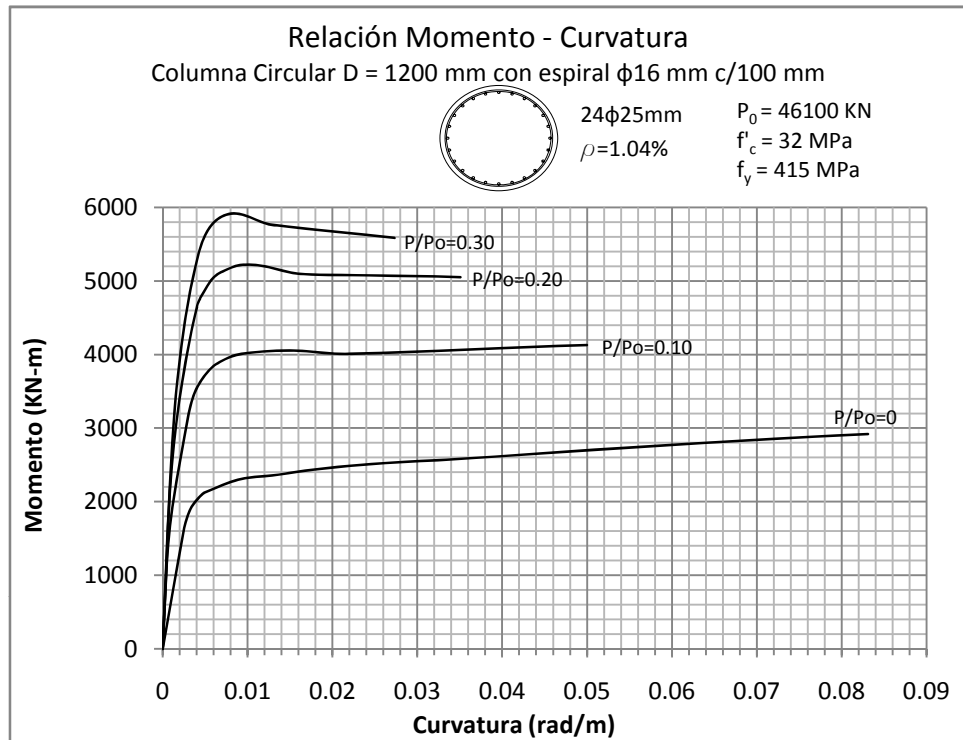


Figura 5.114 y 5.115: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

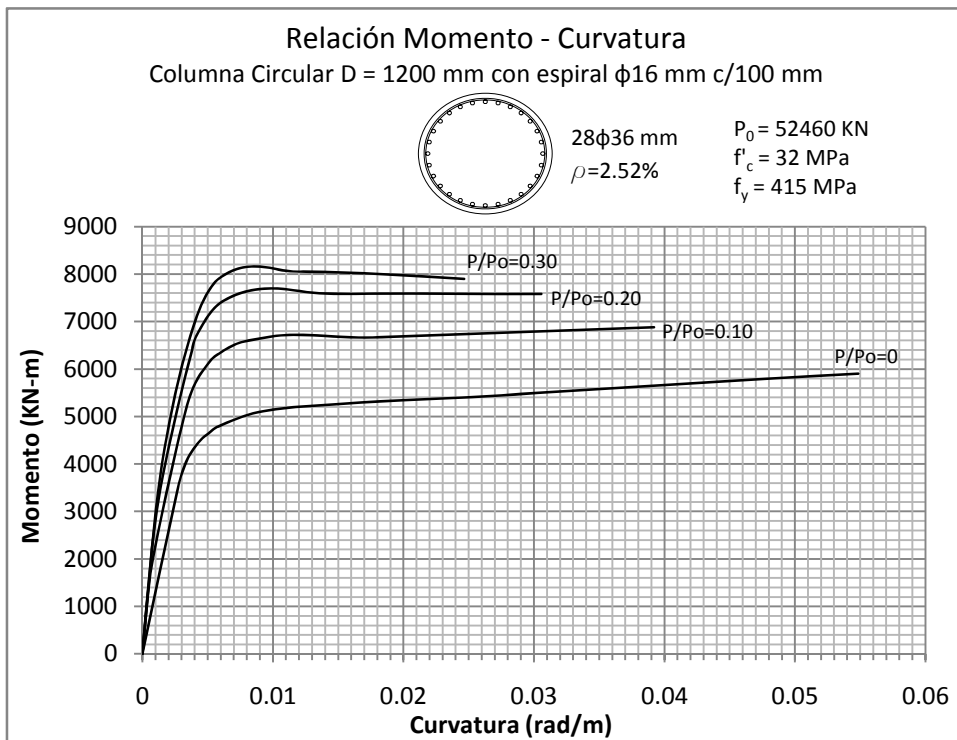
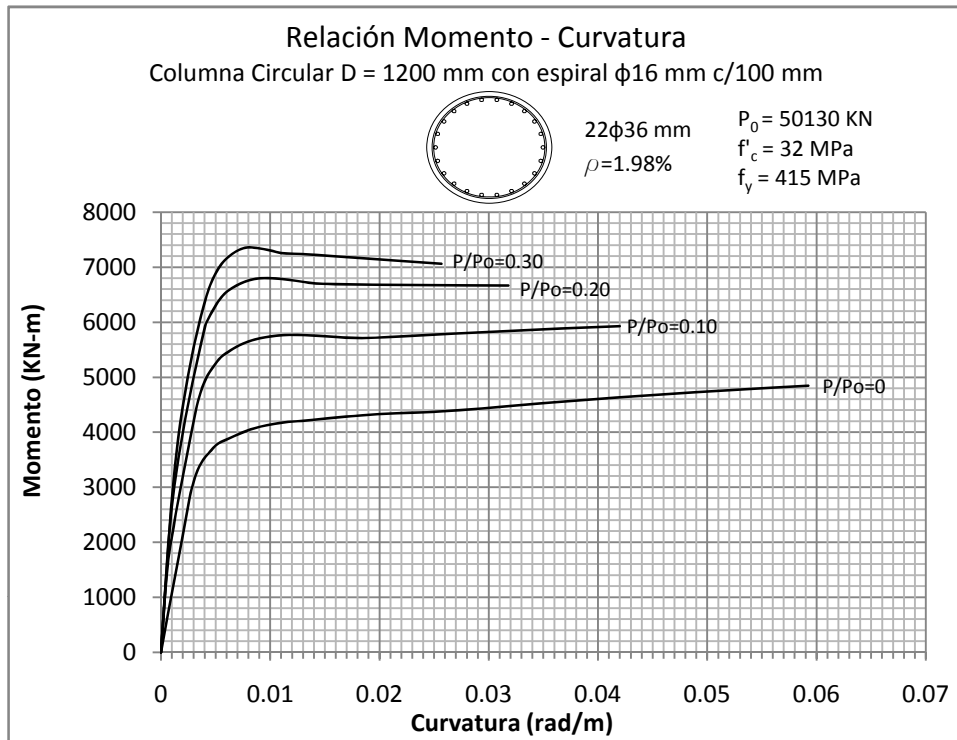


Figura 5.116 y 5.117: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

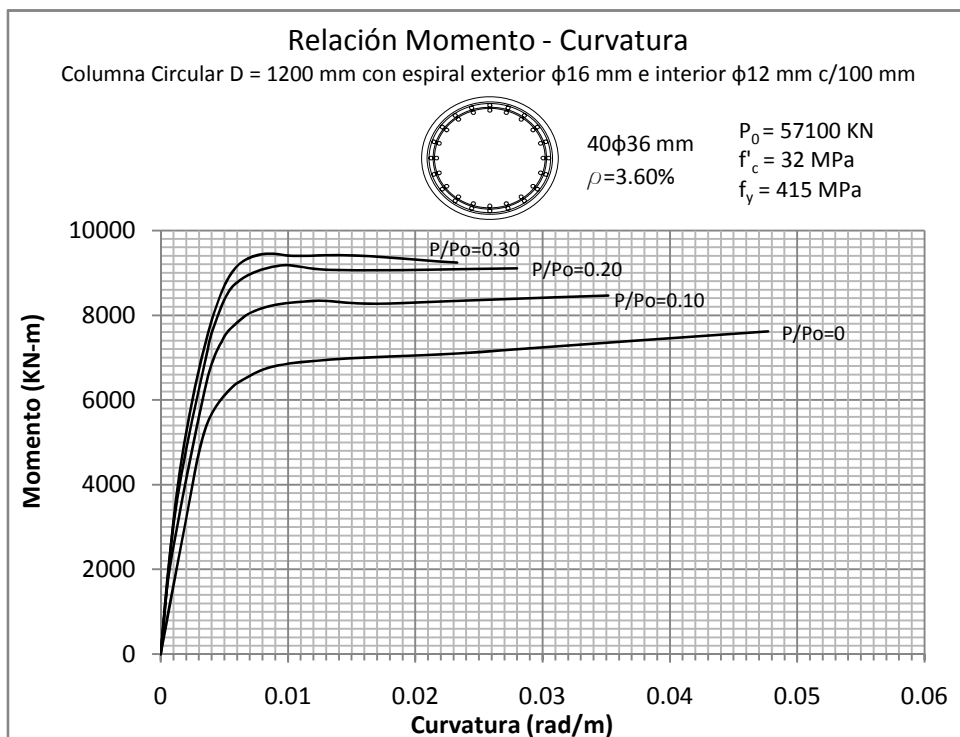
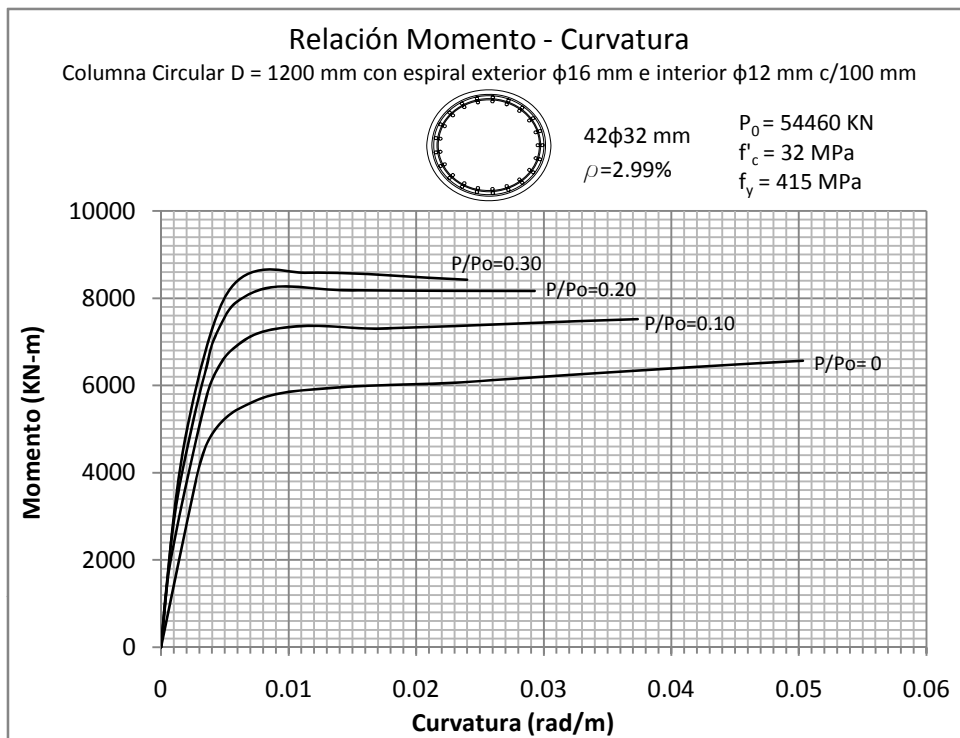


Figura 5.118: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

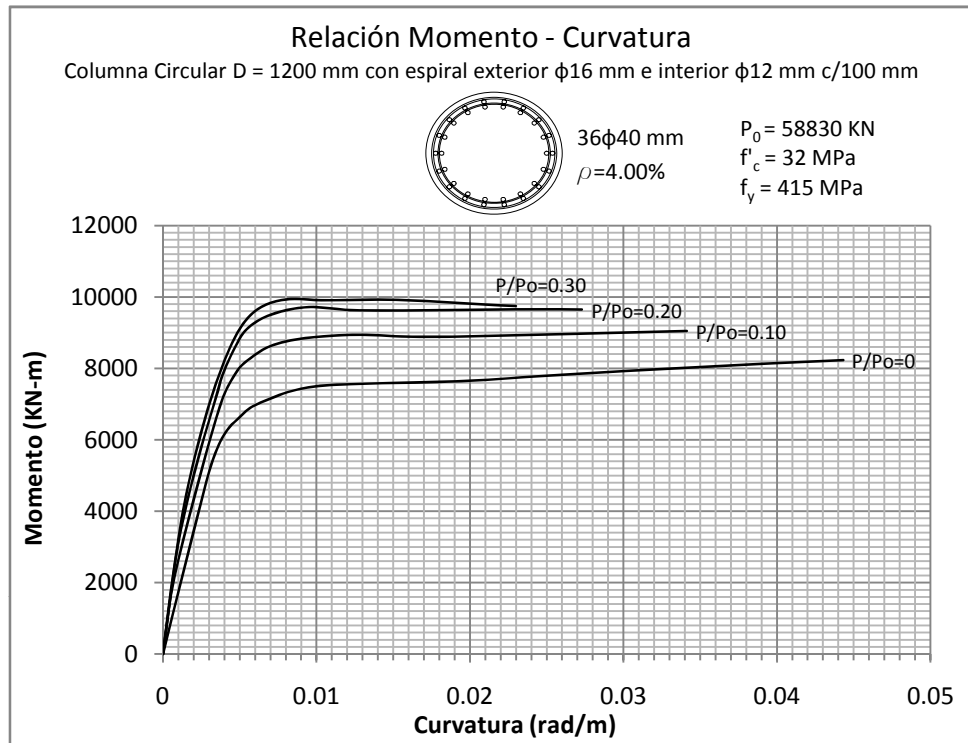


Figura 5.119 y 5.120: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

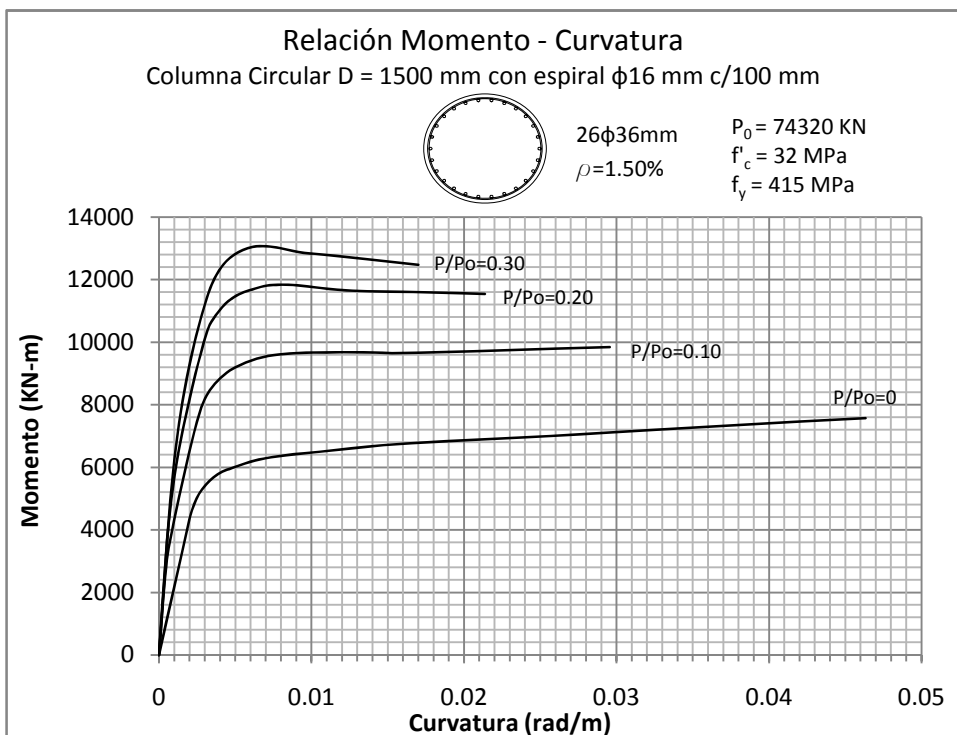
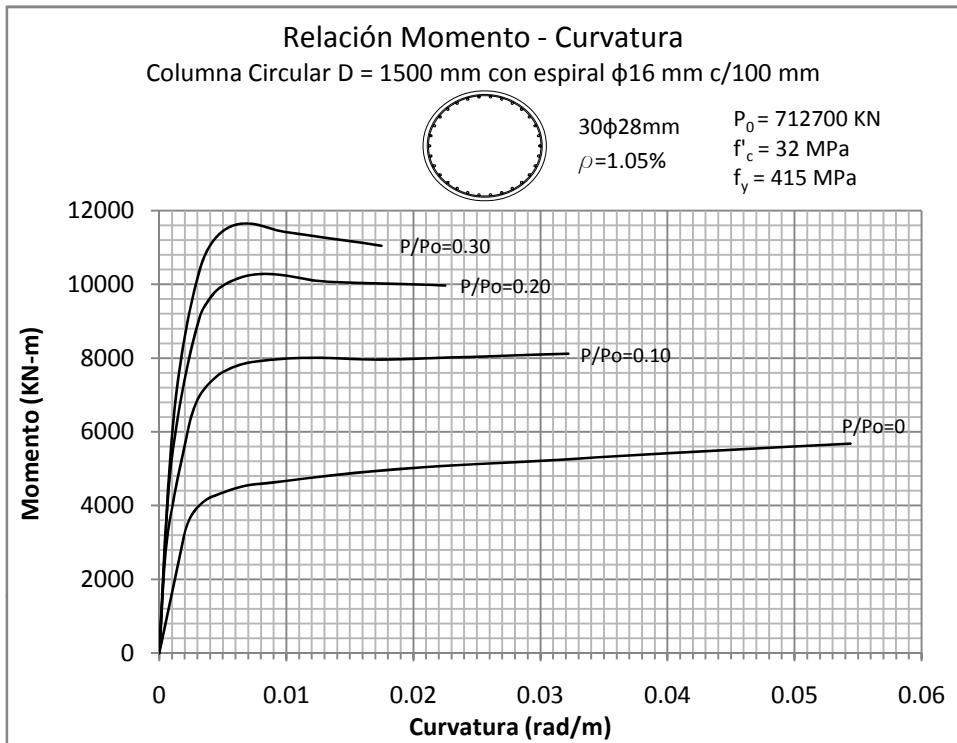


Figura 5.121 y 5.122: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

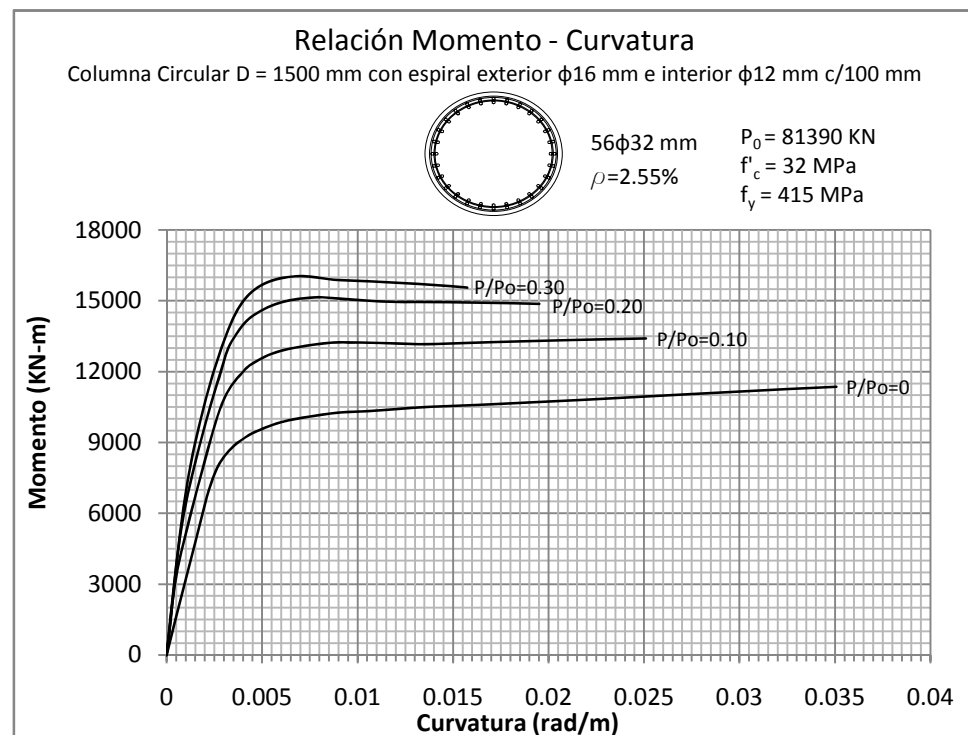
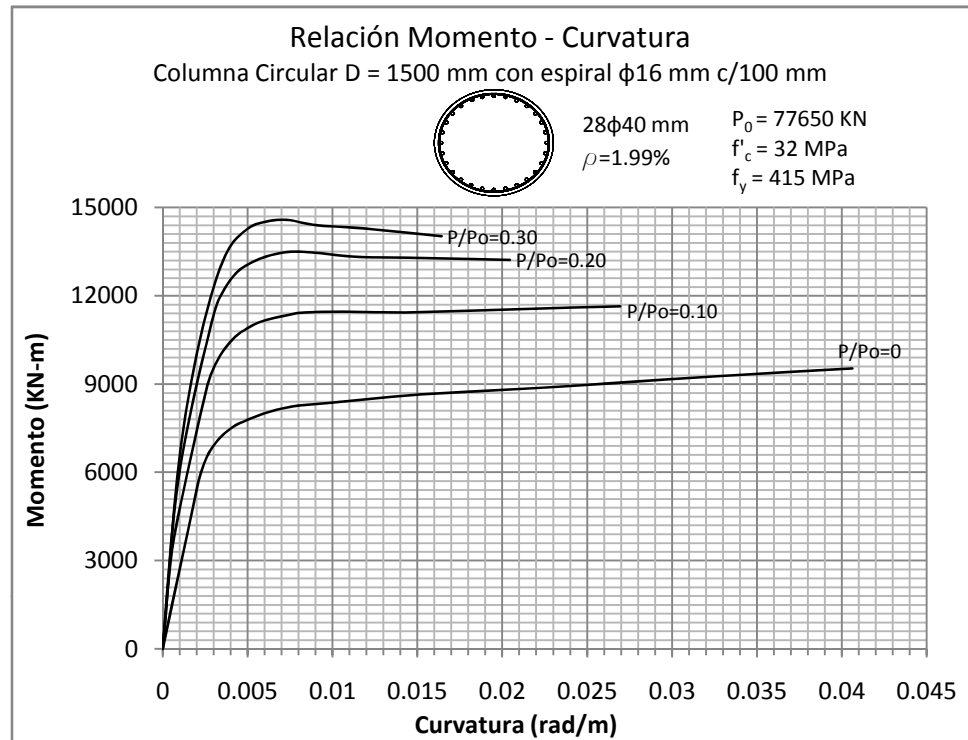


Figura 5.123 y 5.124: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

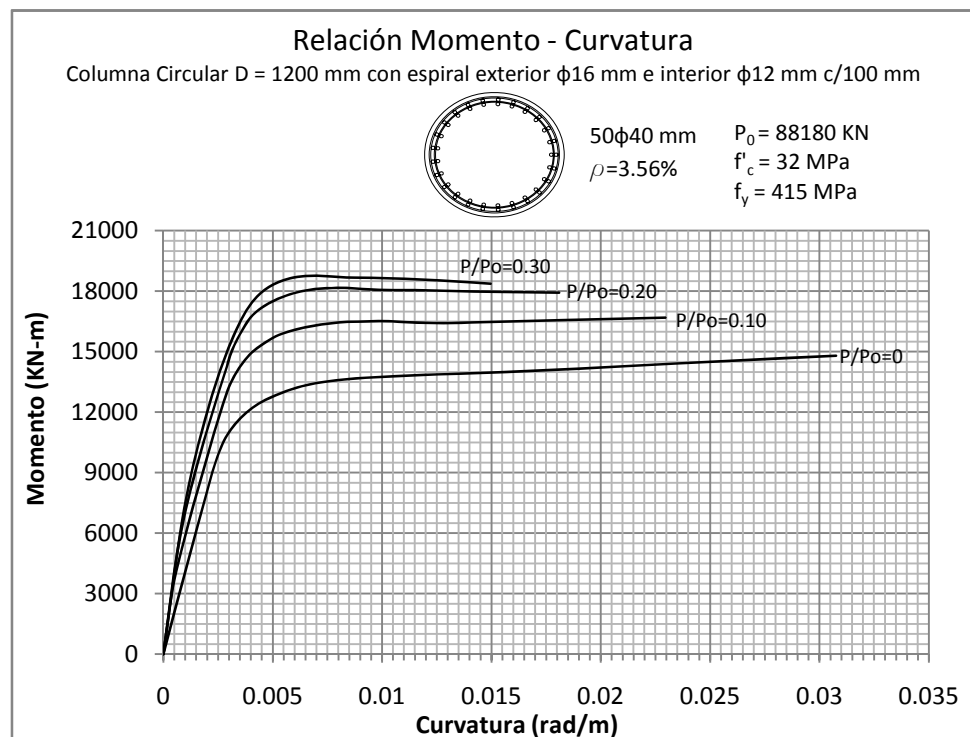
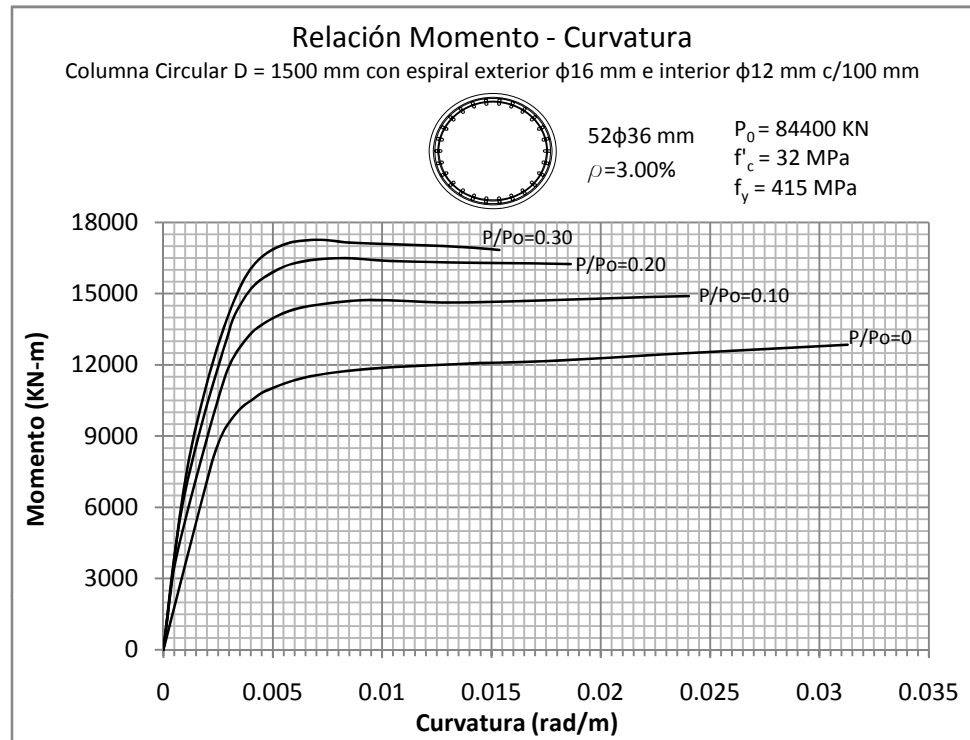


Figura 5.125: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

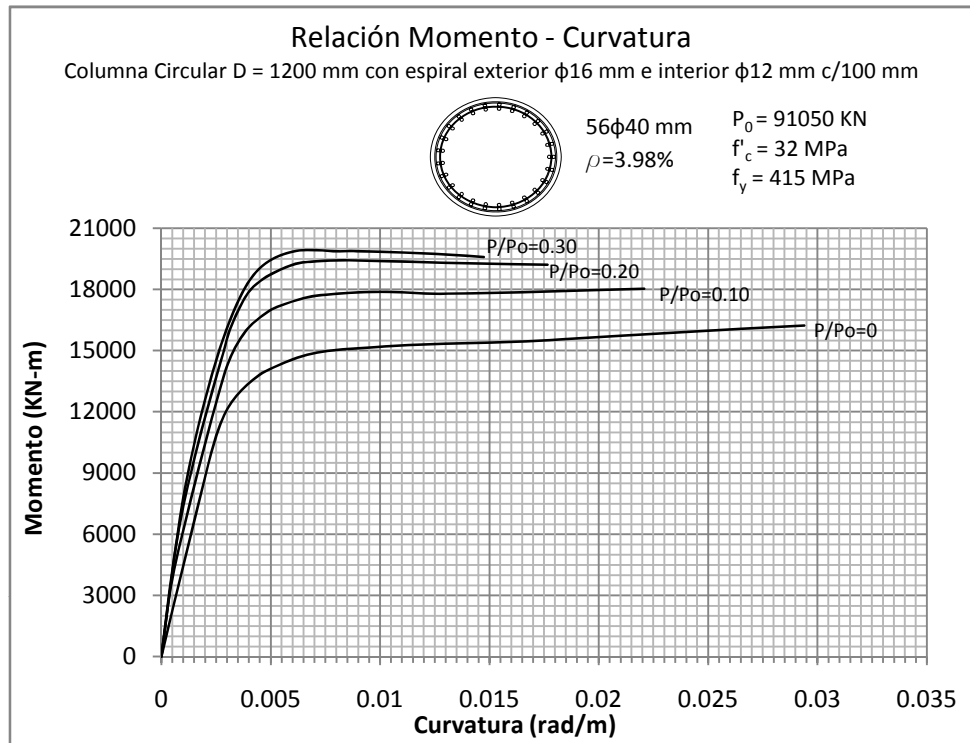




Figura 5.126 y 5.127: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

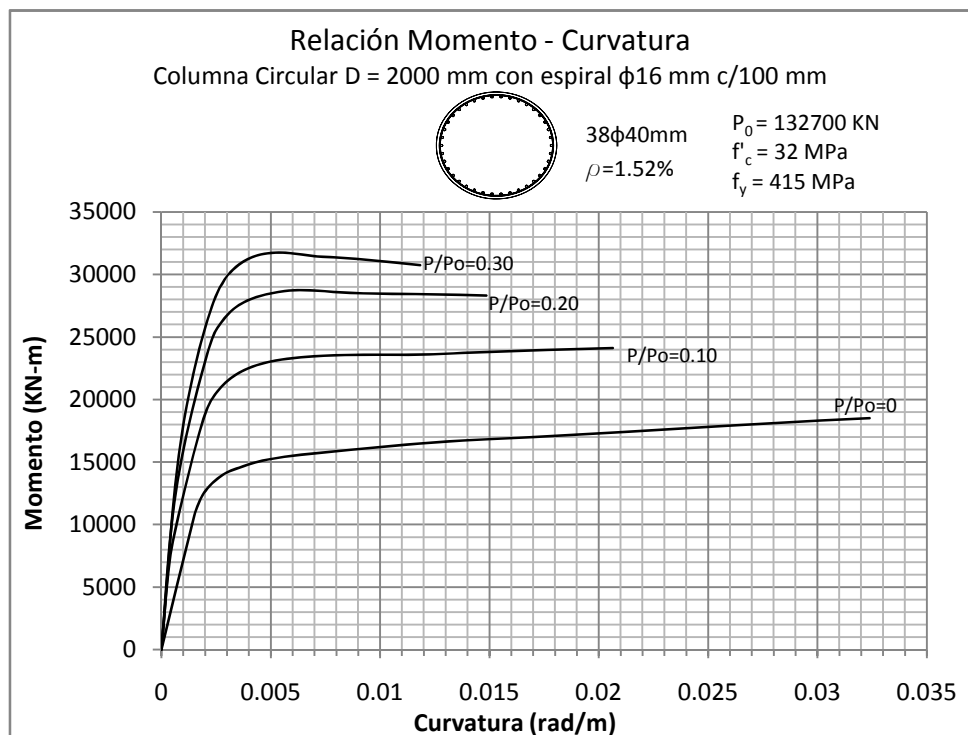
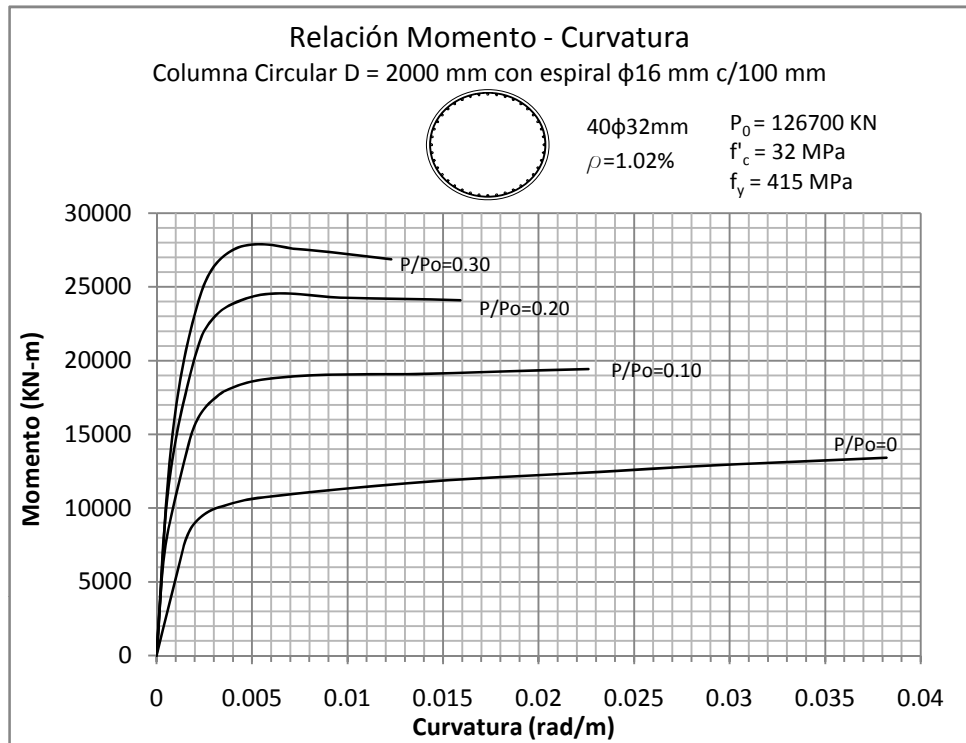


Figura 5.128 y 5.129: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

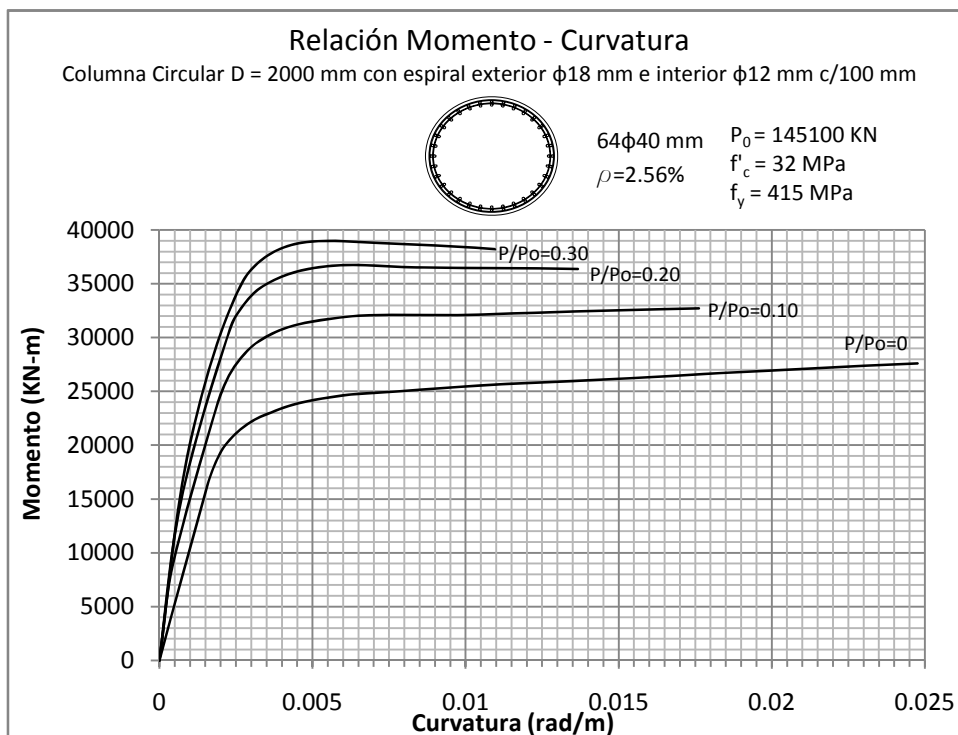
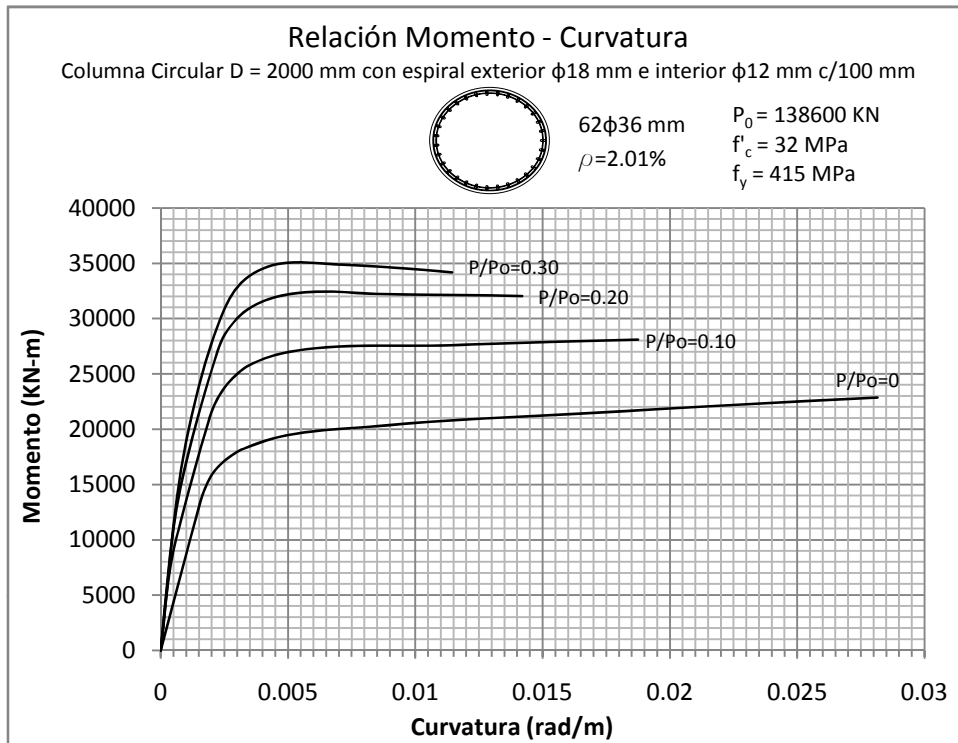


Figura 5.130 y 5.131: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

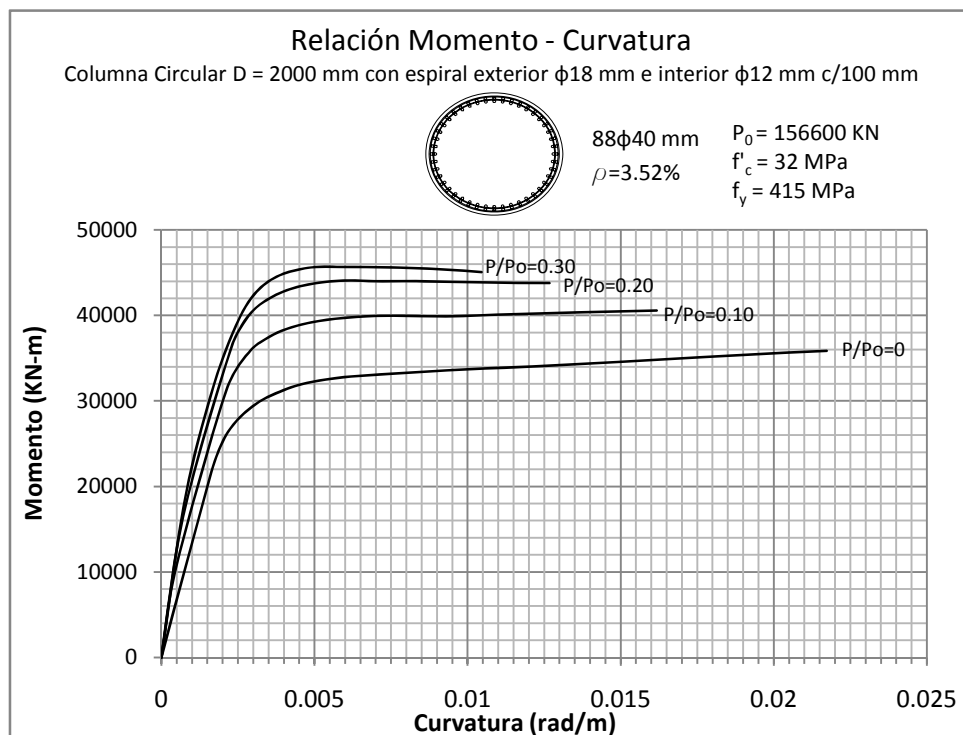
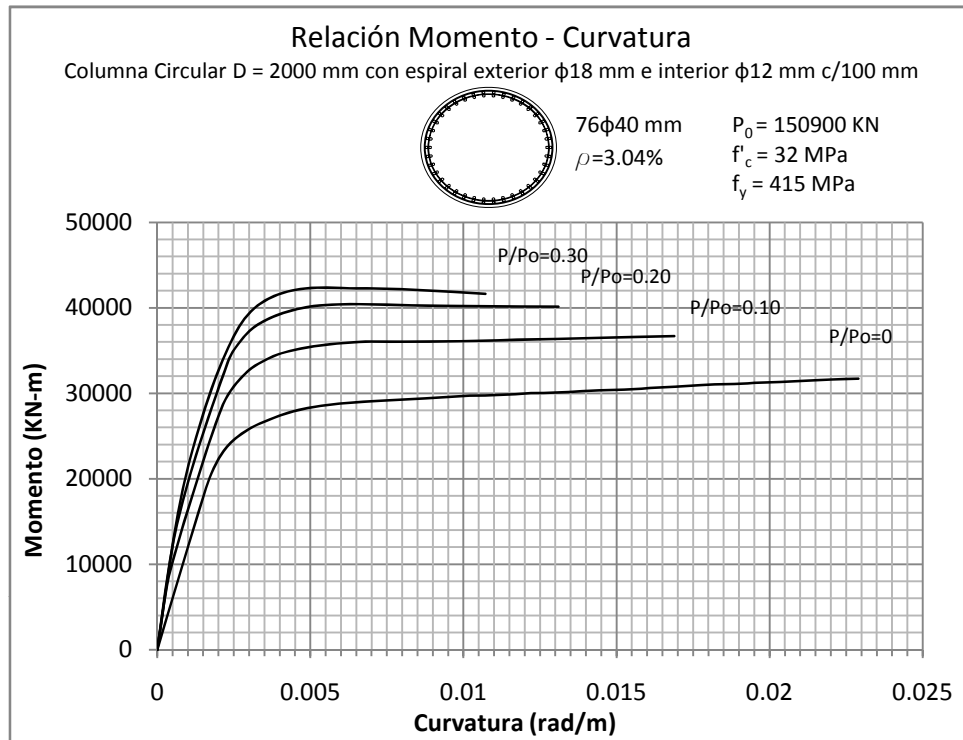


Figura 5.132 y 5.133: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

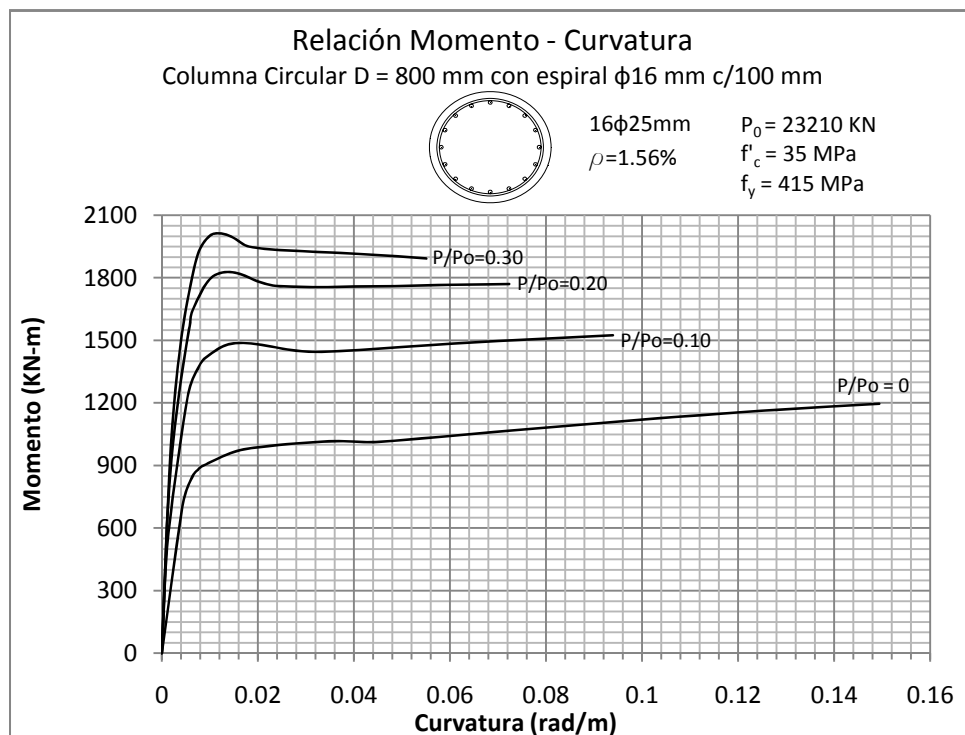
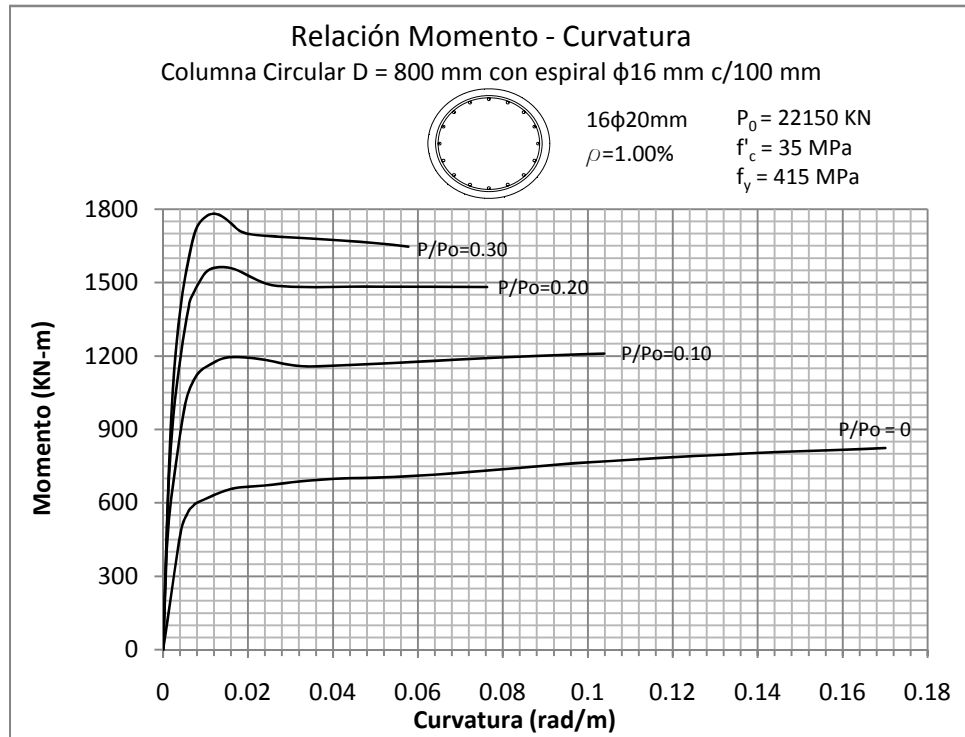


Figura 5.134 y 5.135: RELACIÓN MOMENTO VS CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

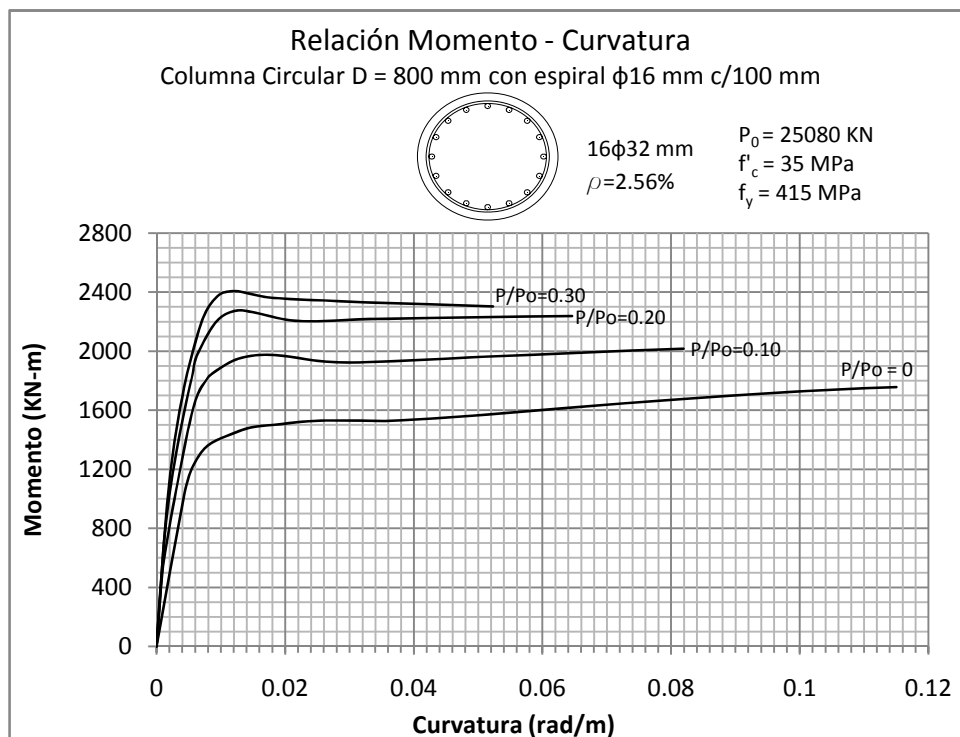
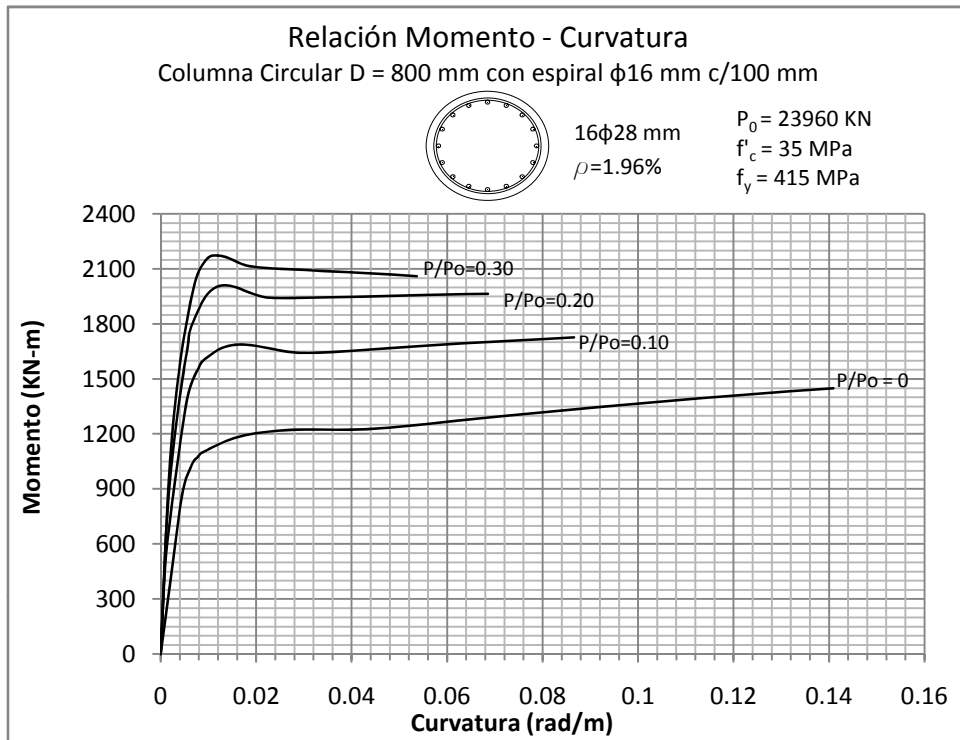


Figura 5.136 y 5.137: RELACIÓN MOMENTO VS CURVATURA  
 Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

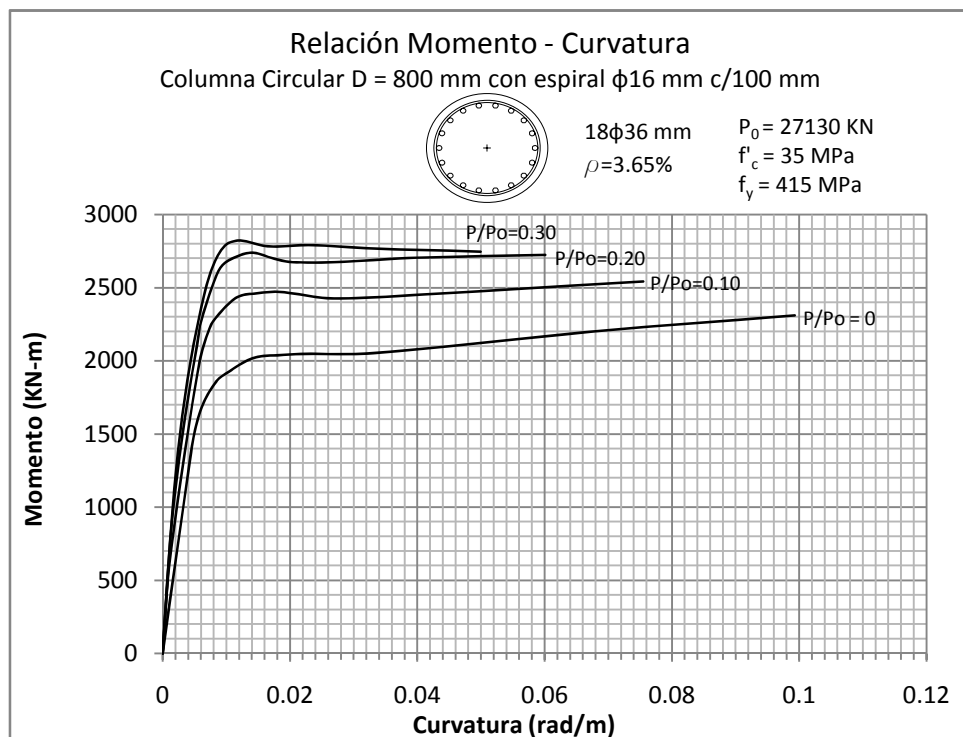
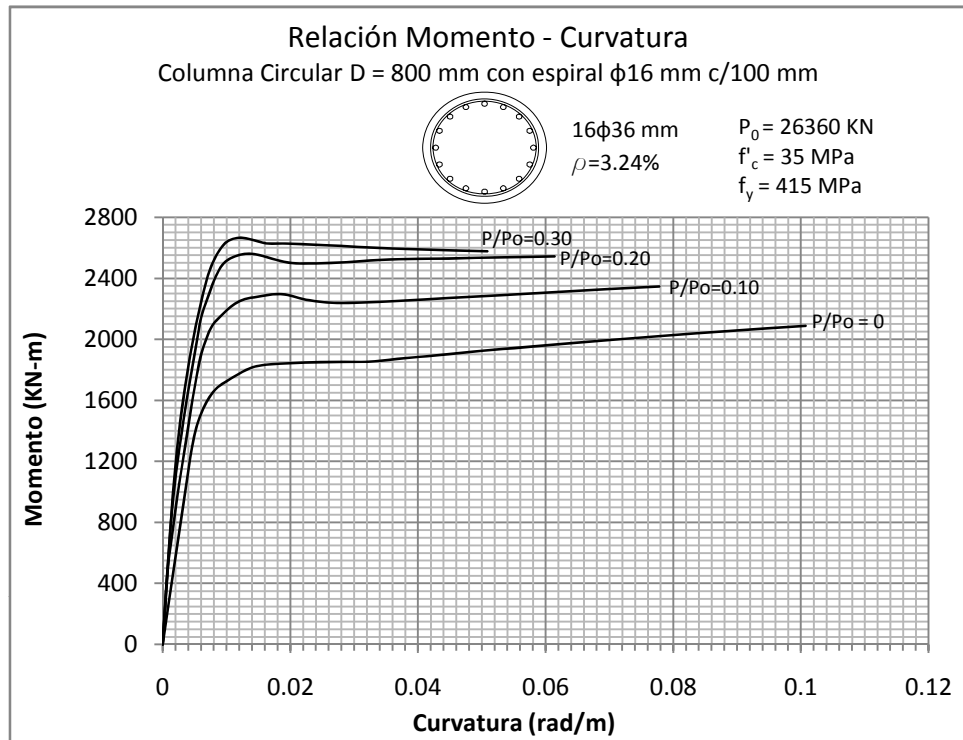


Figura 5.138: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 800 mm con recubrimiento de 50 mm

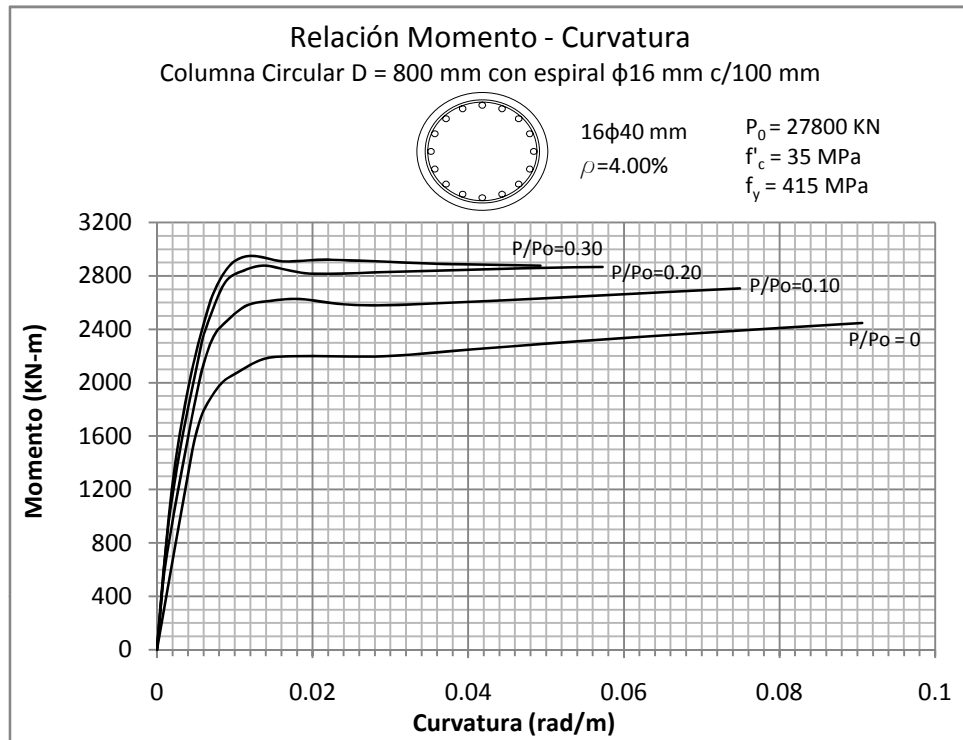


Figura 5.139 y 5.140: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

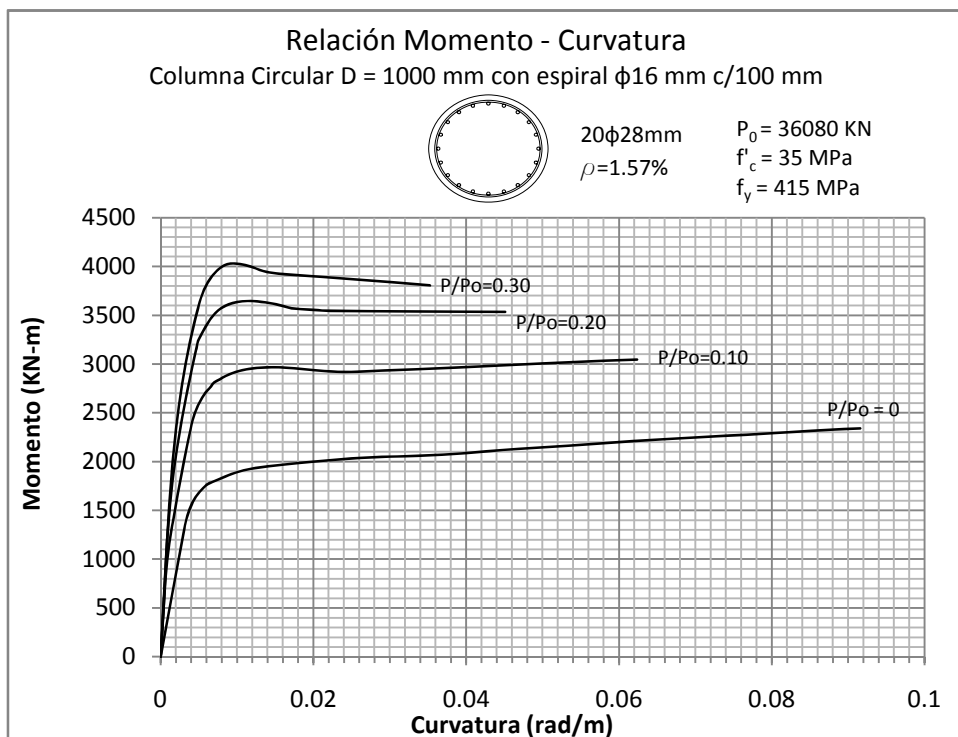
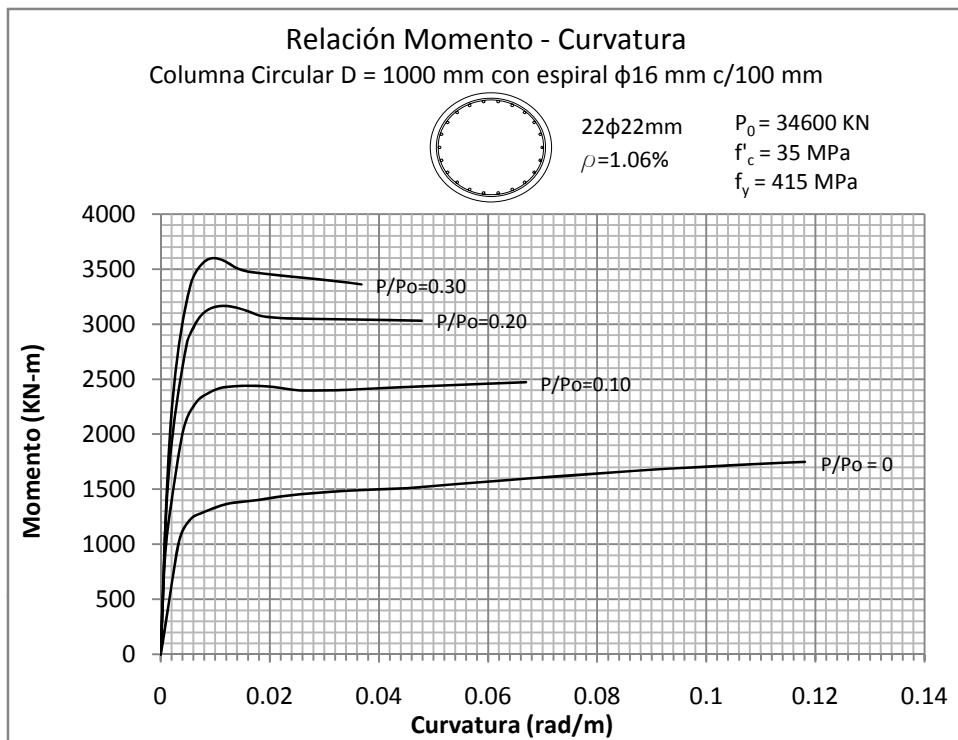




Figura 5.141 y 5.142: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

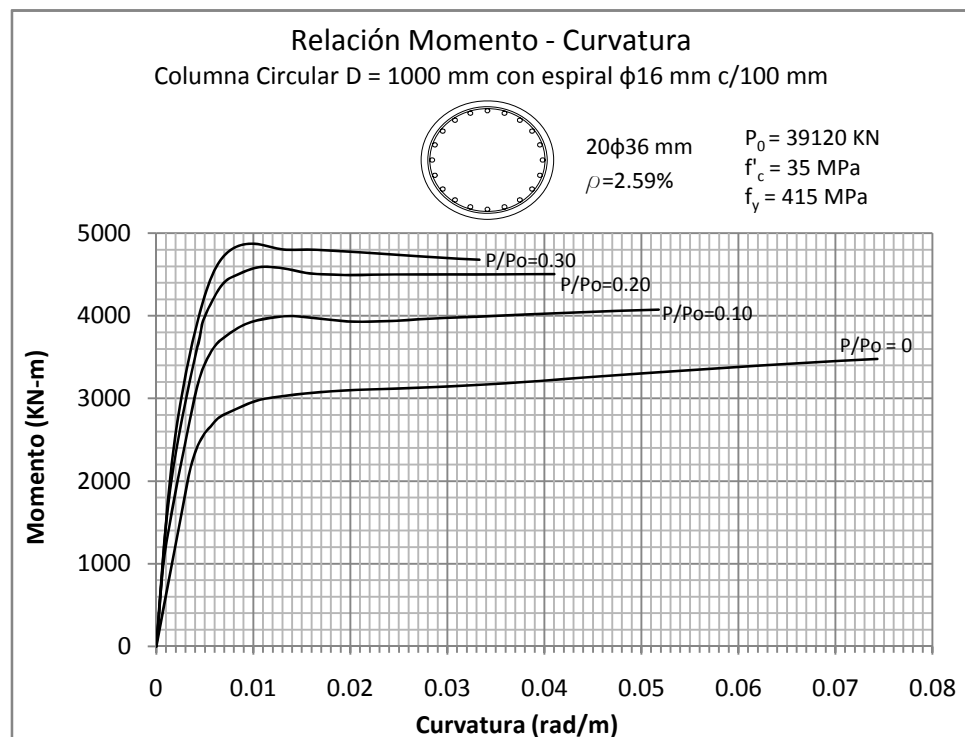
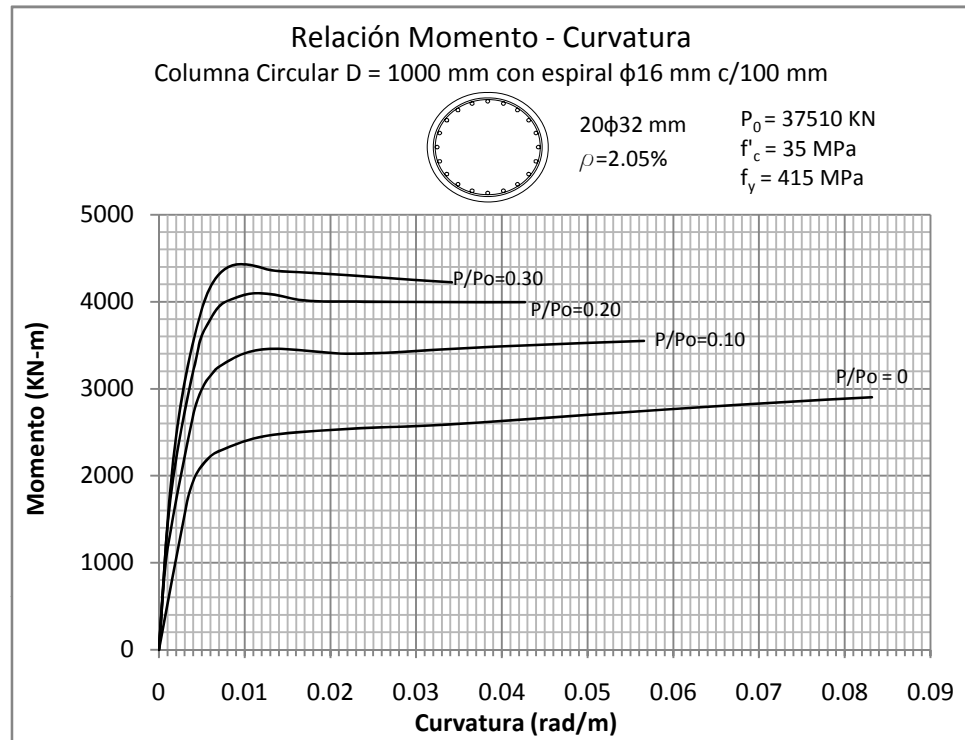


Figura 5.143 y 5.144: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

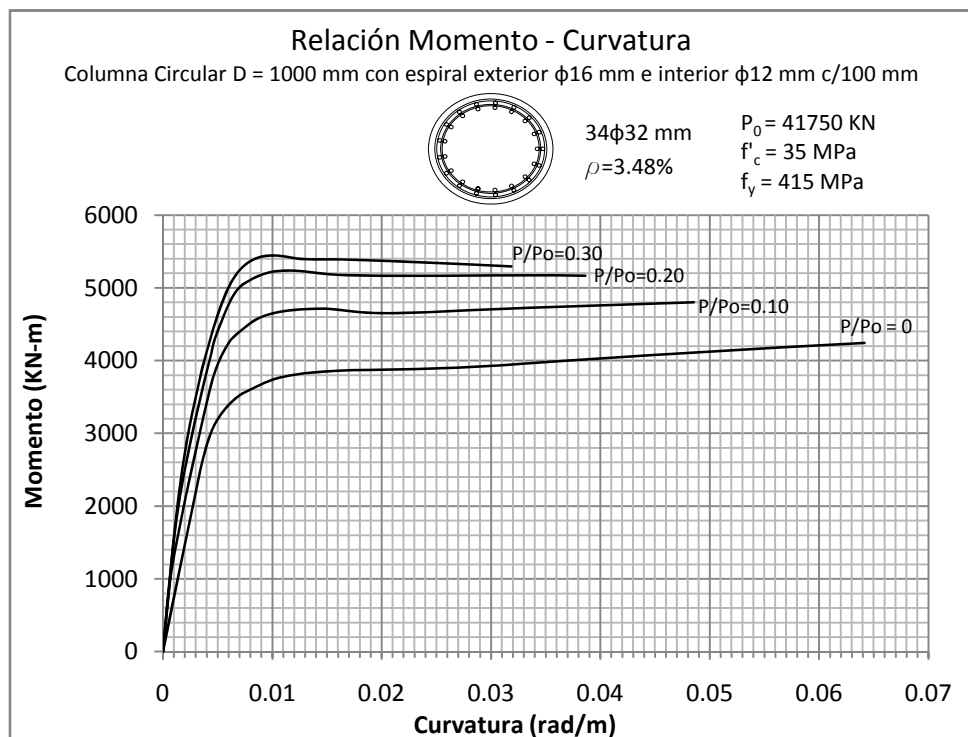
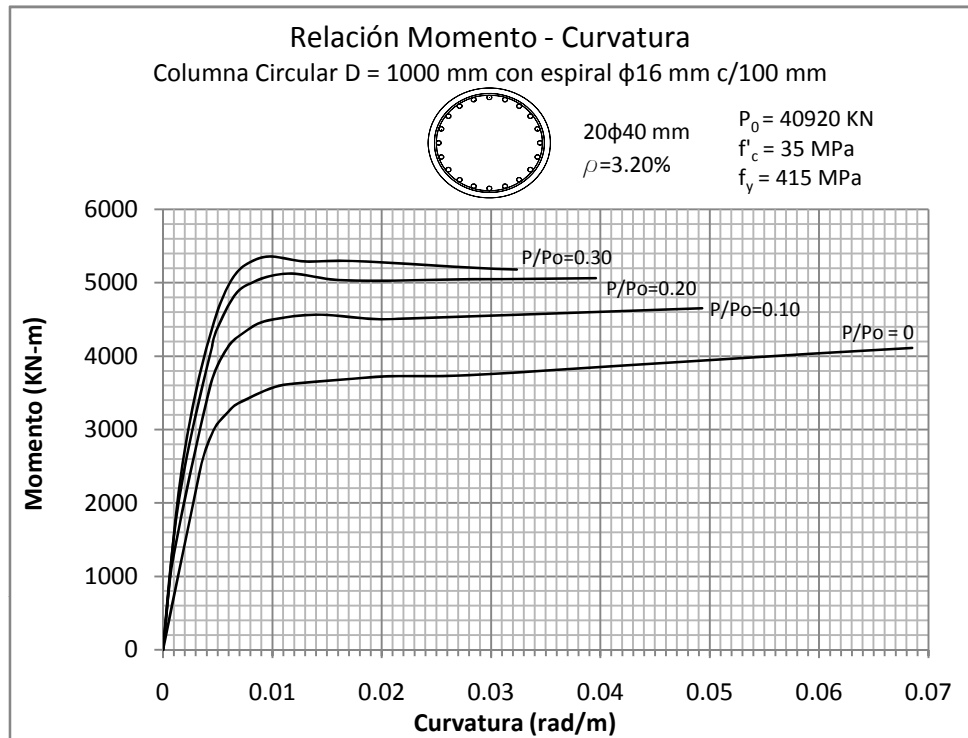


Figura 5.145: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1000 mm con recubrimiento de 50 mm

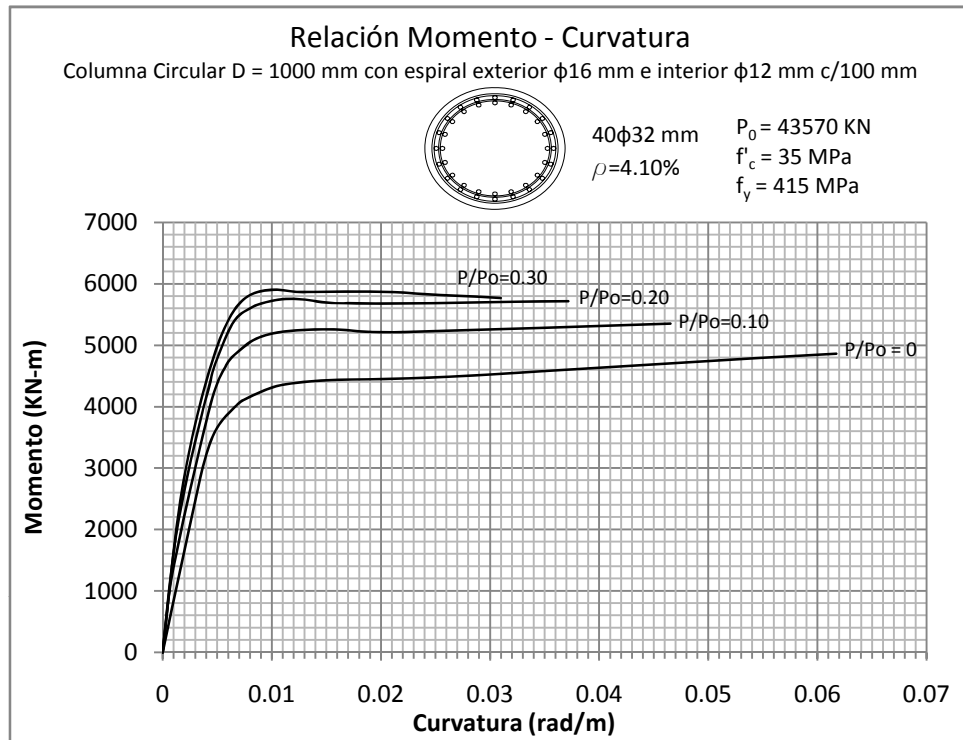


Figura 5.146 y 5.147: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

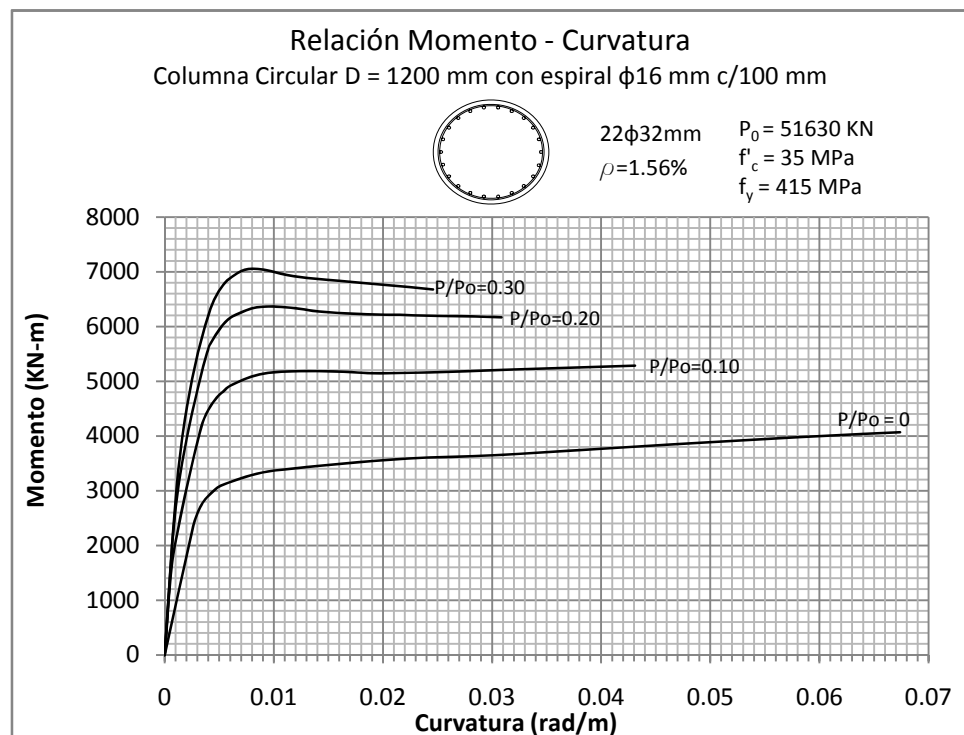
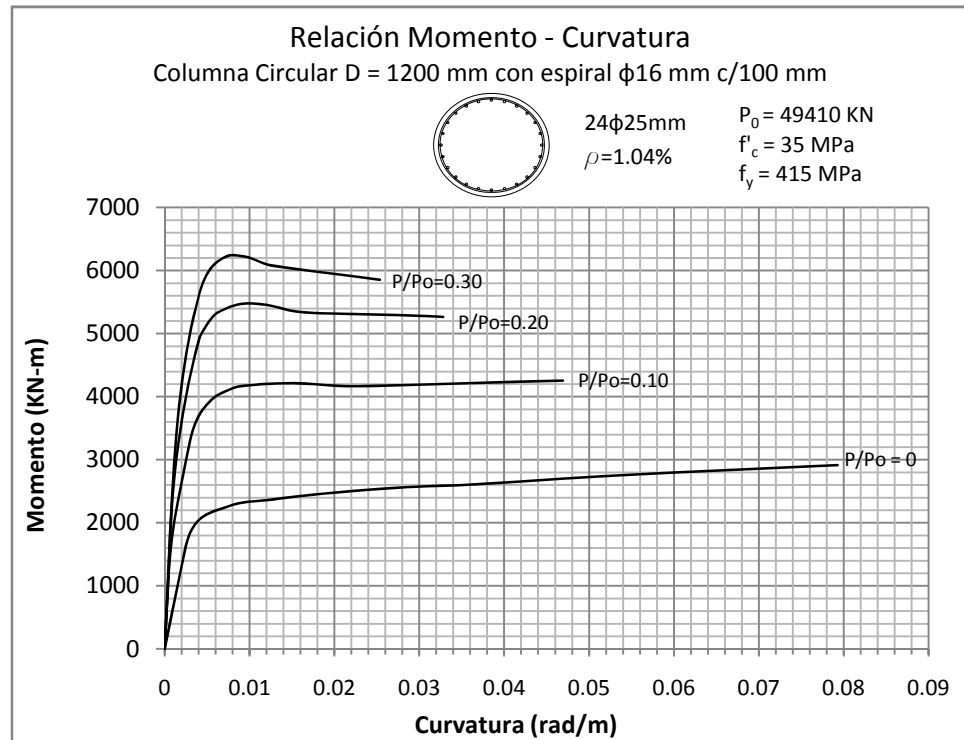


Figura 5.148 y 5.149: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

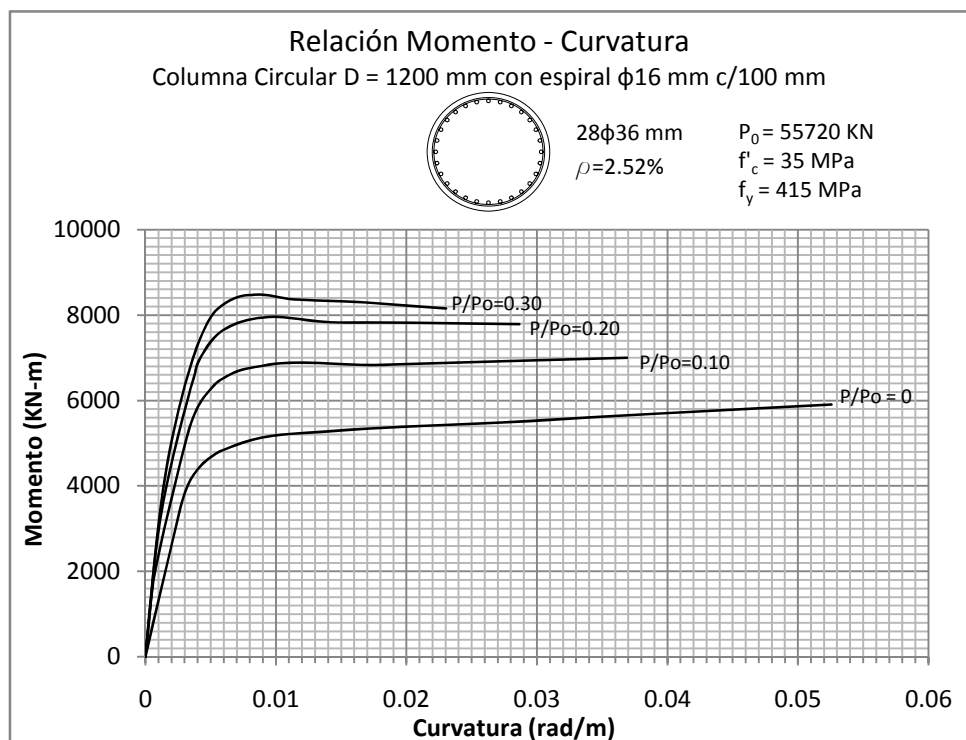
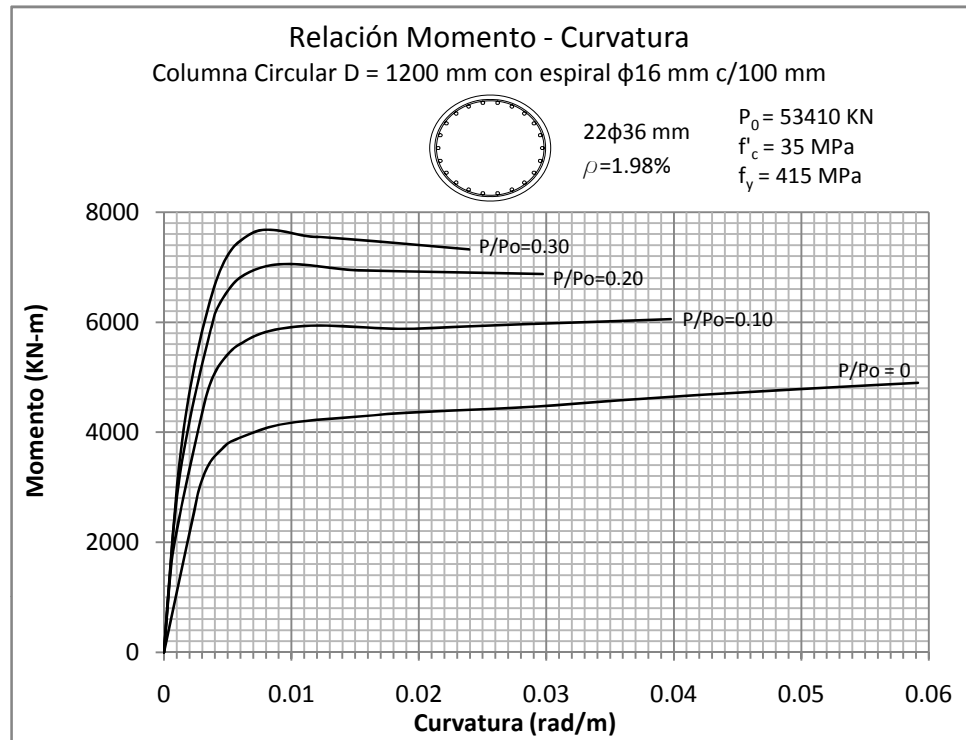


Figura 5.150 y 5.151: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

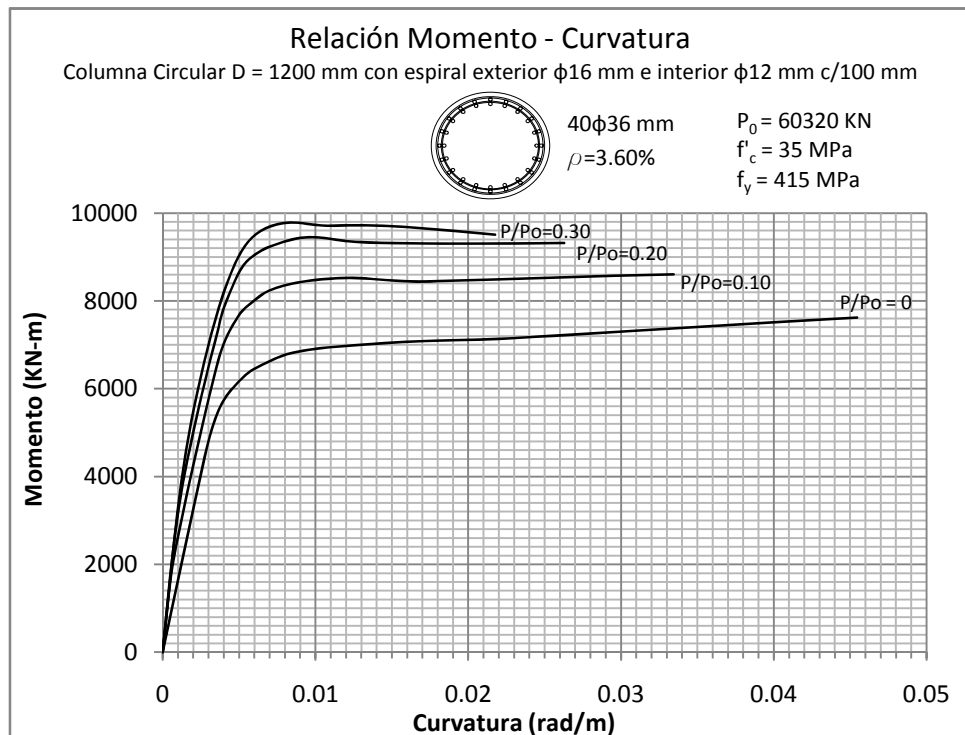
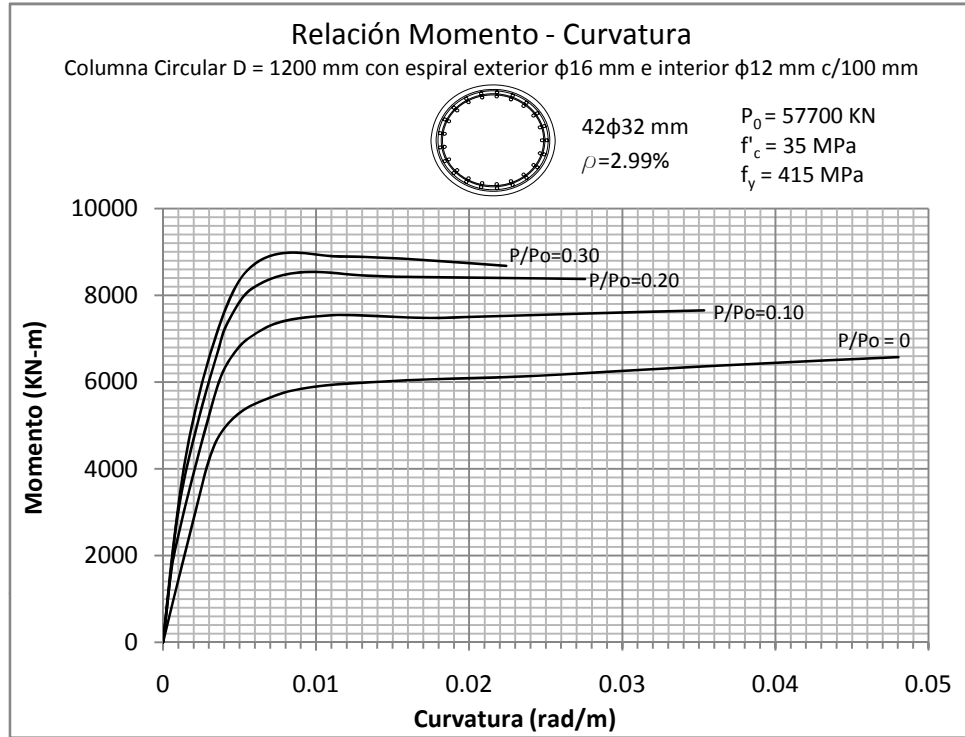


Figura 5.152: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1200 mm con recubrimiento de 50 mm

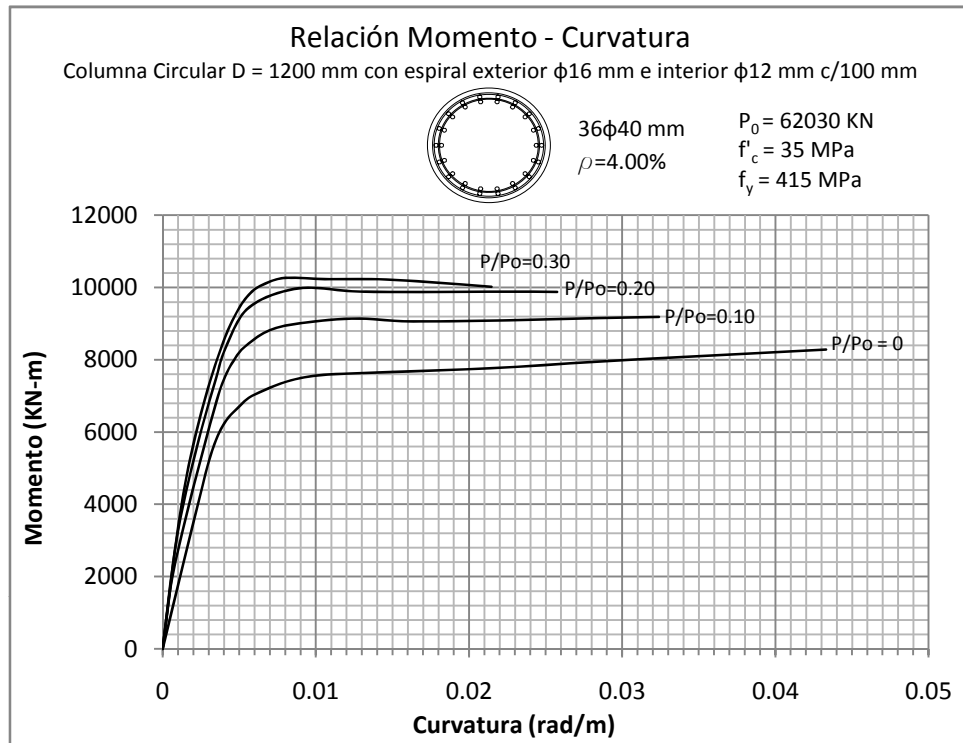


Figura 5.153 y 5.154: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

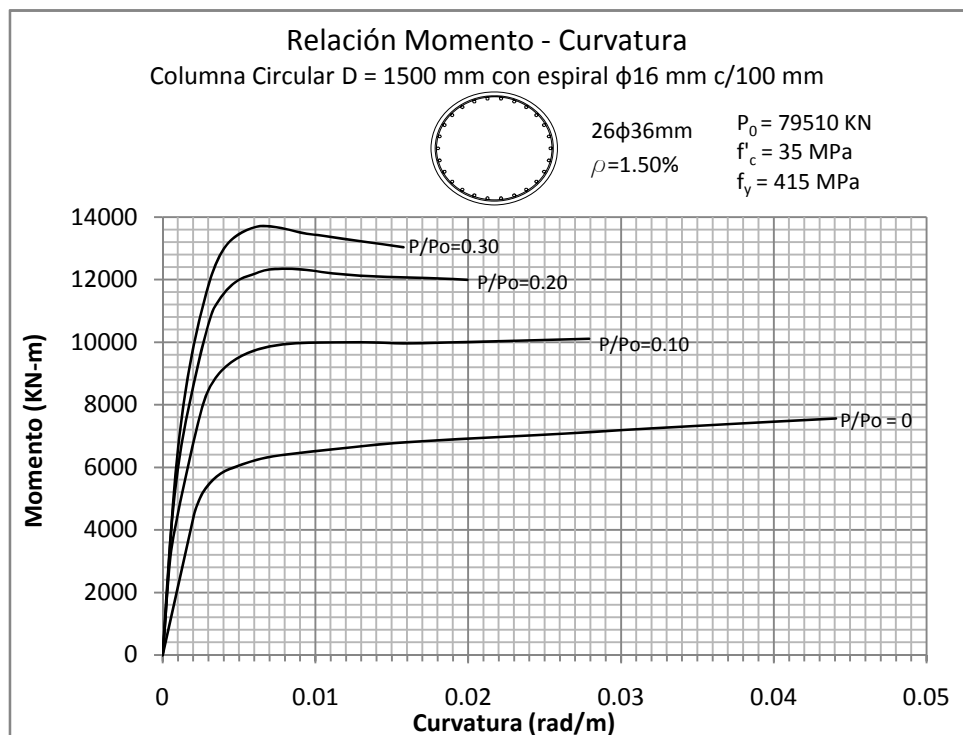
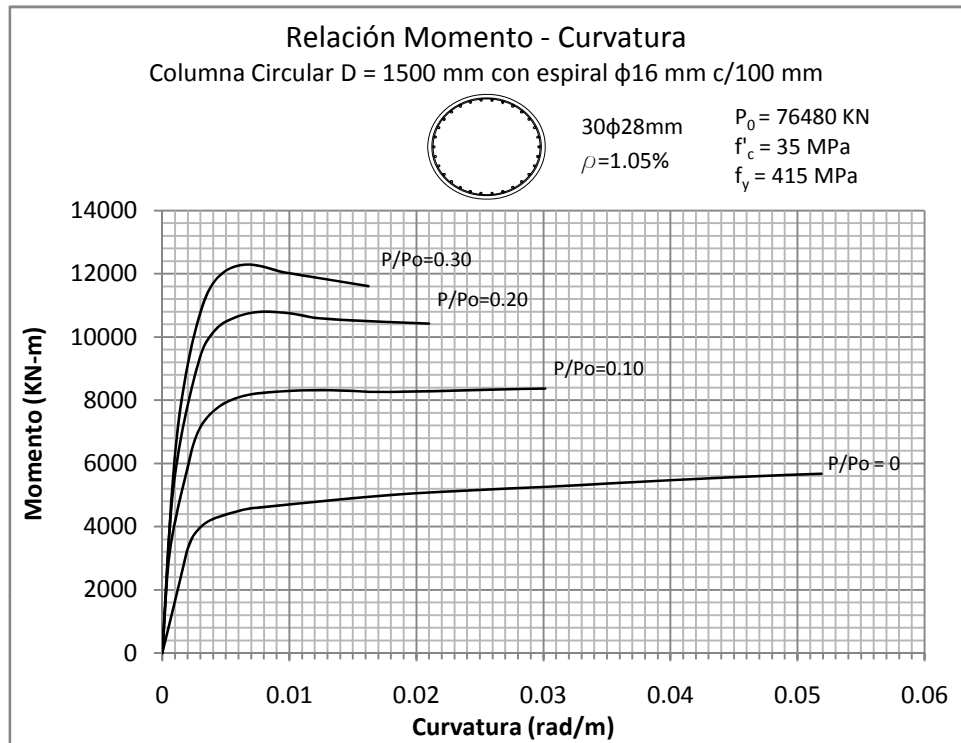




Figura 5.155 y 5.156: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

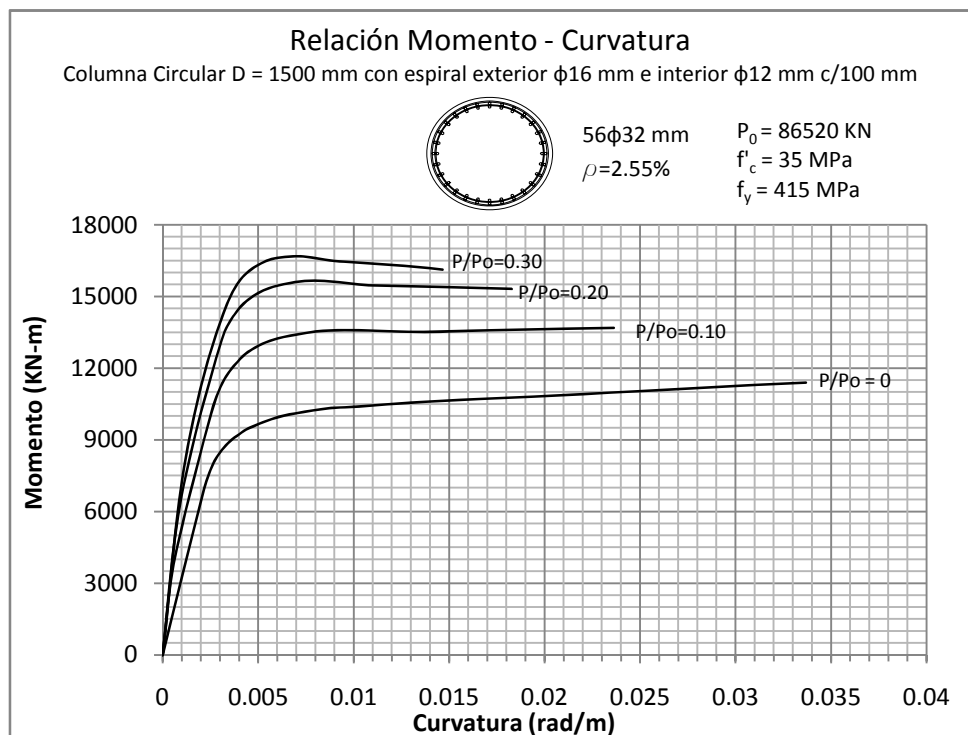
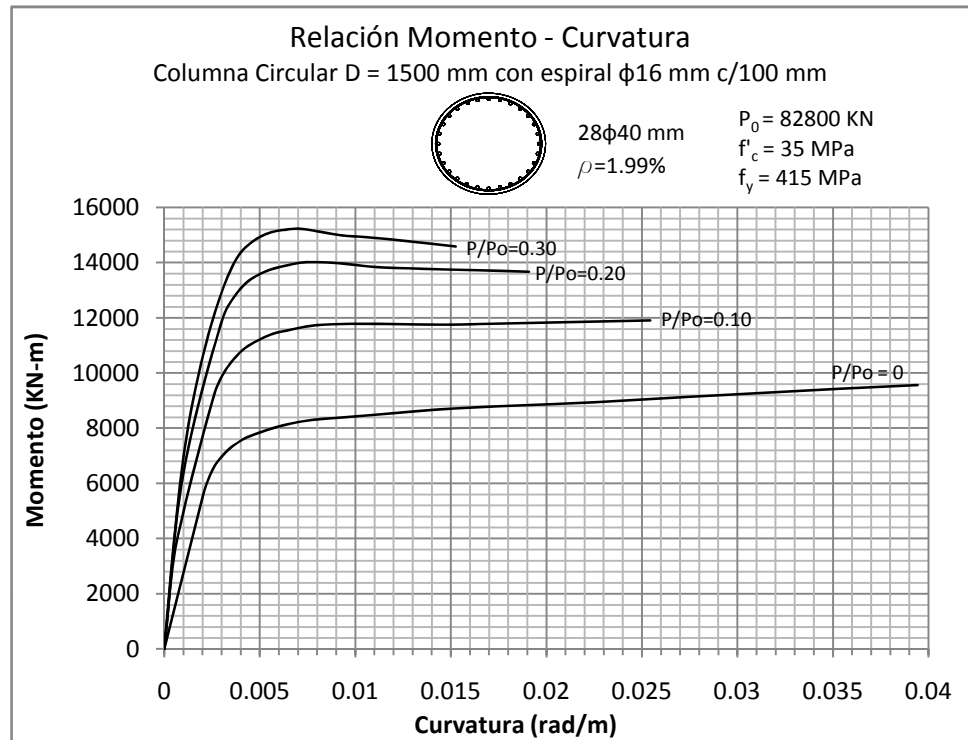


Figura 5.157 y 5.158: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

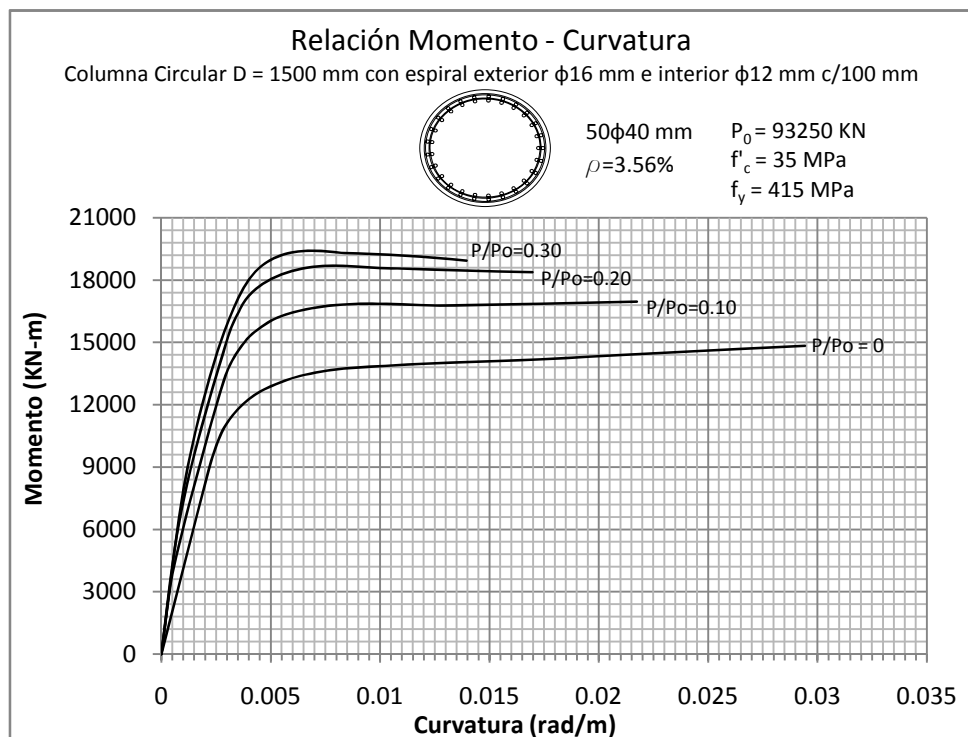
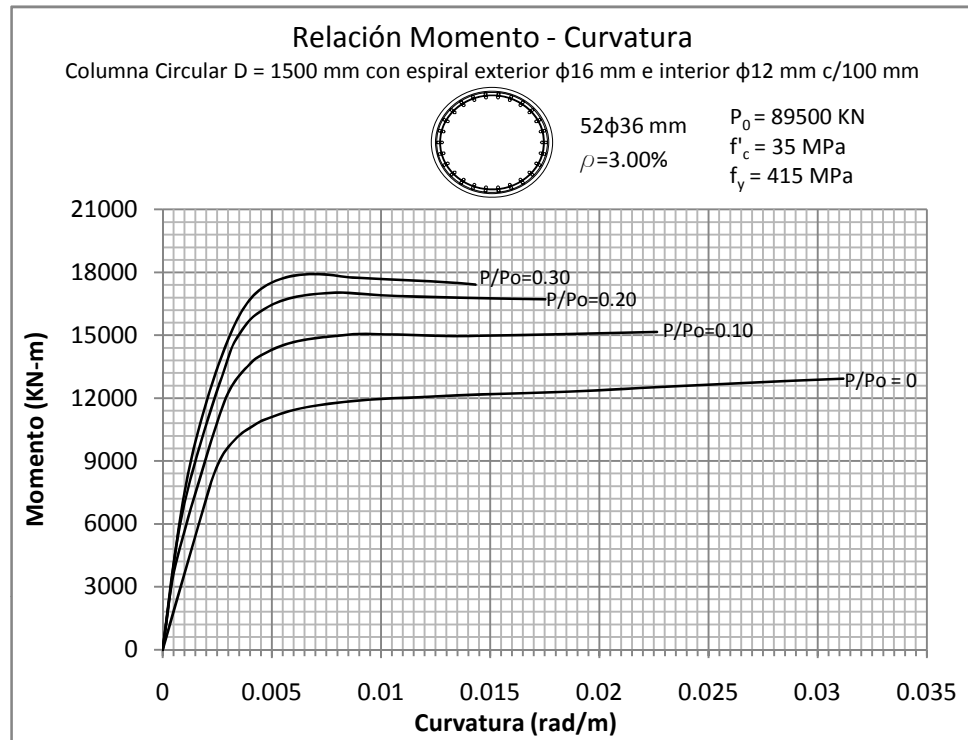


Figura 5.159: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna Circular de 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

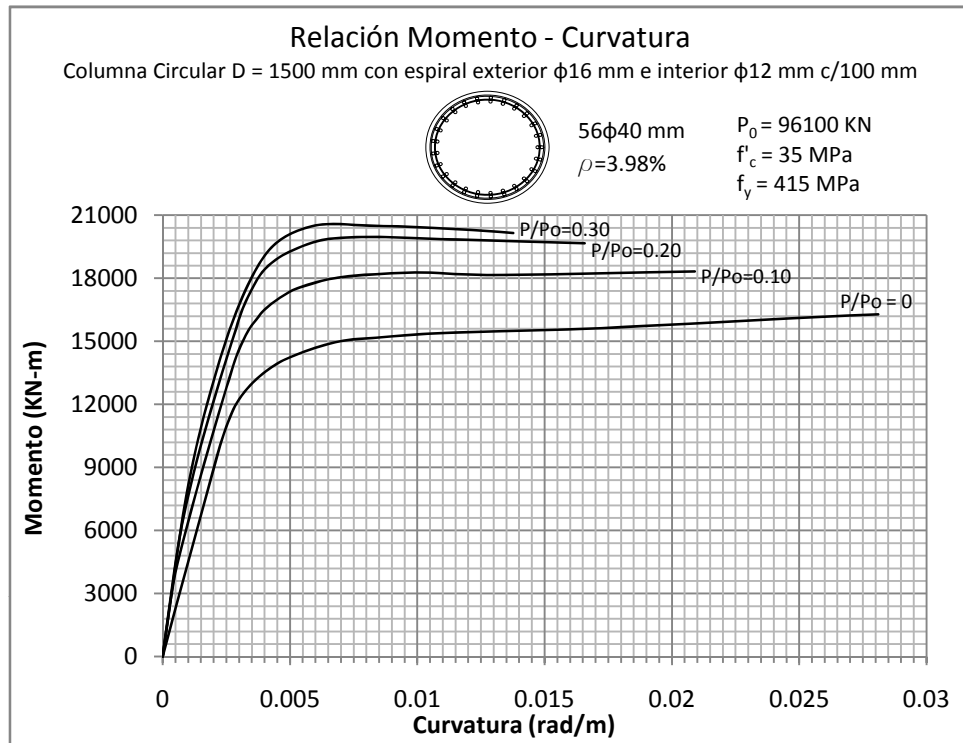


Figura 5.160 y 5.161: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

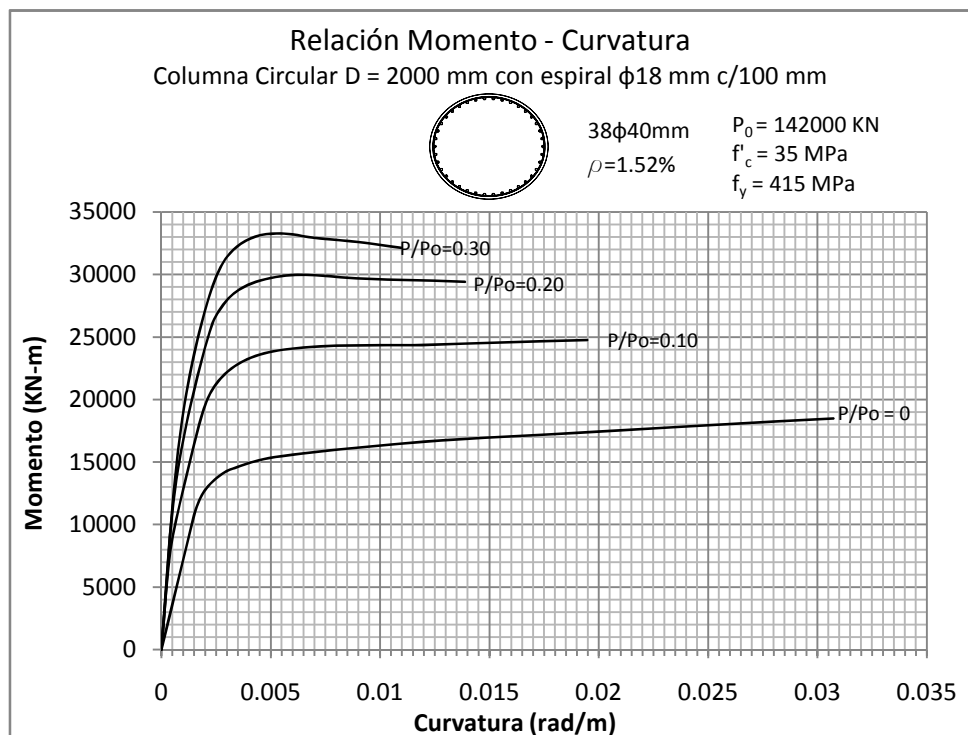
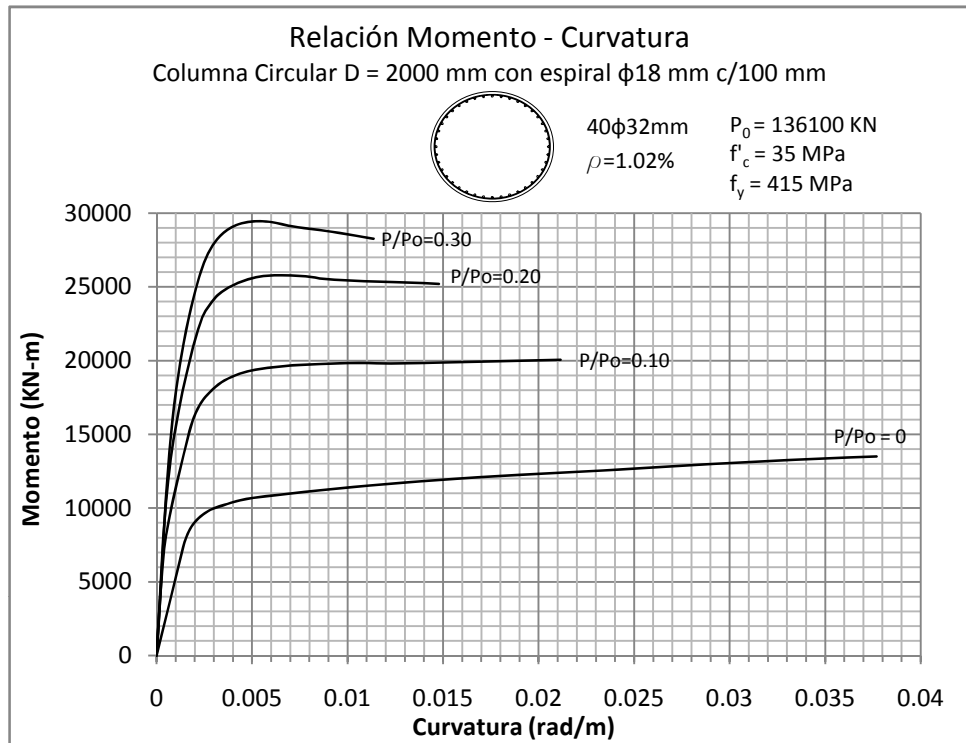


Figura 5.162 y 5.163: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

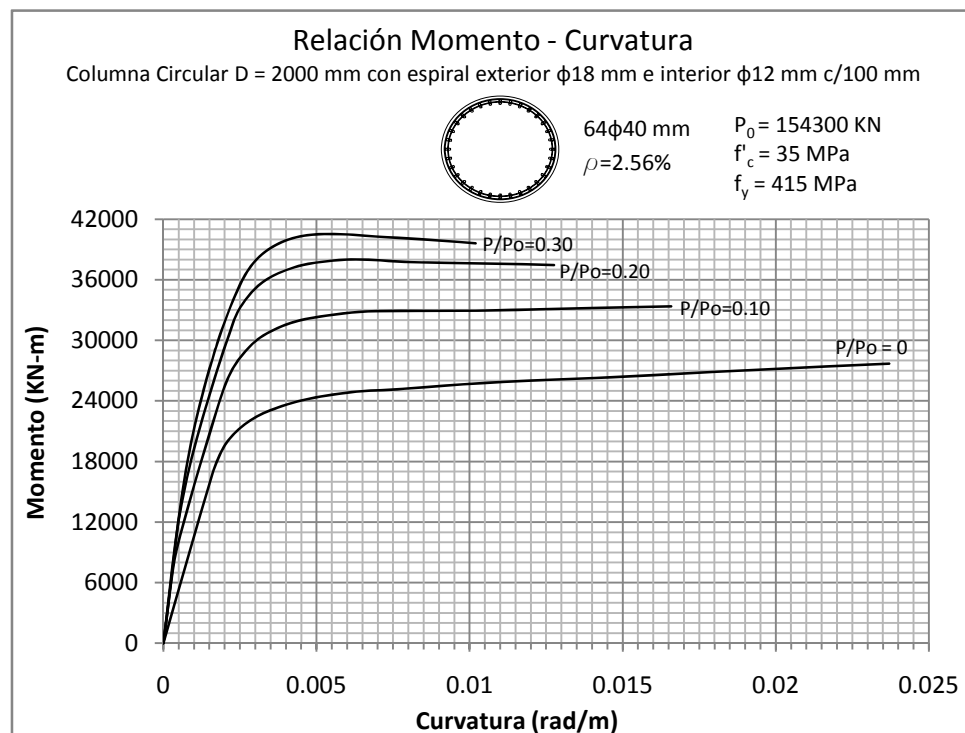
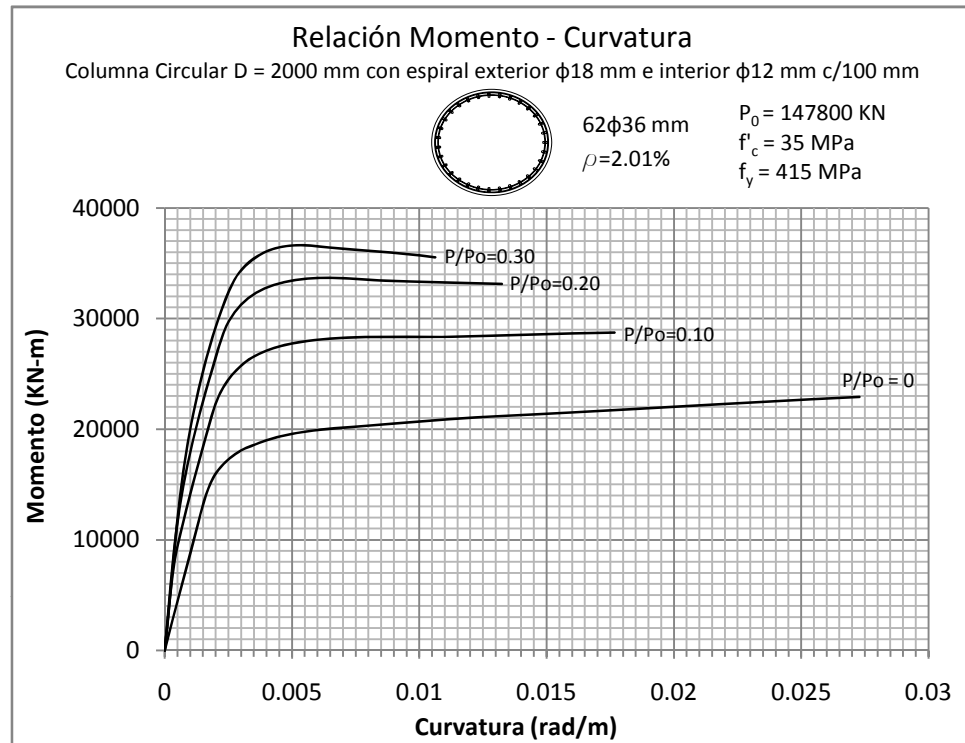


Figura 5.164 y 5.165: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna Circular de 2000 mm con recubrimiento de 50 mm

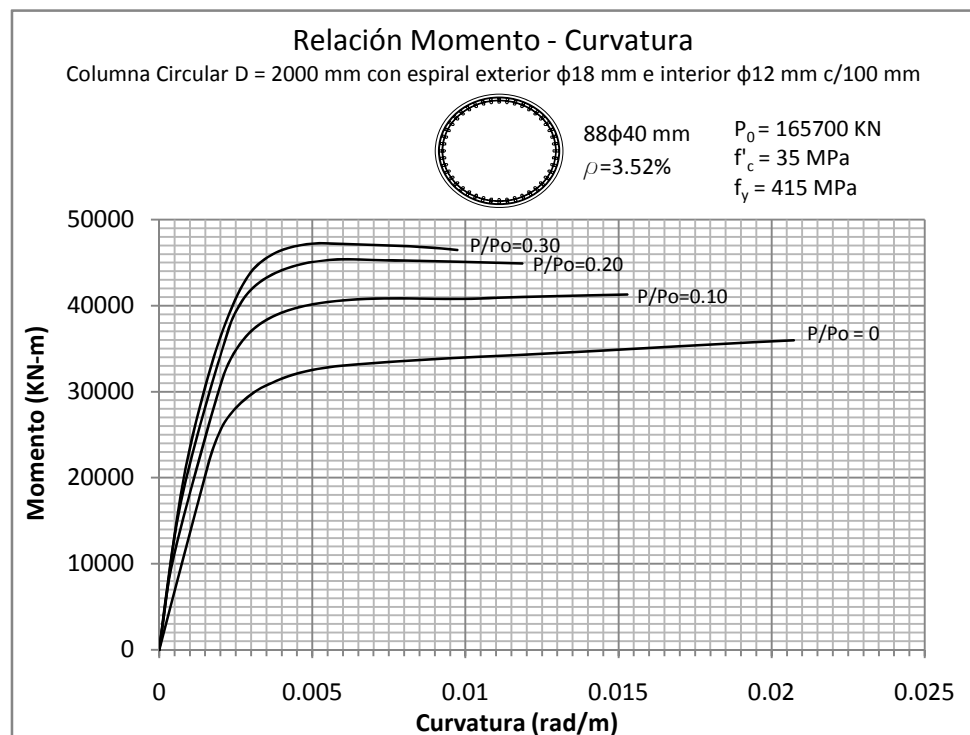
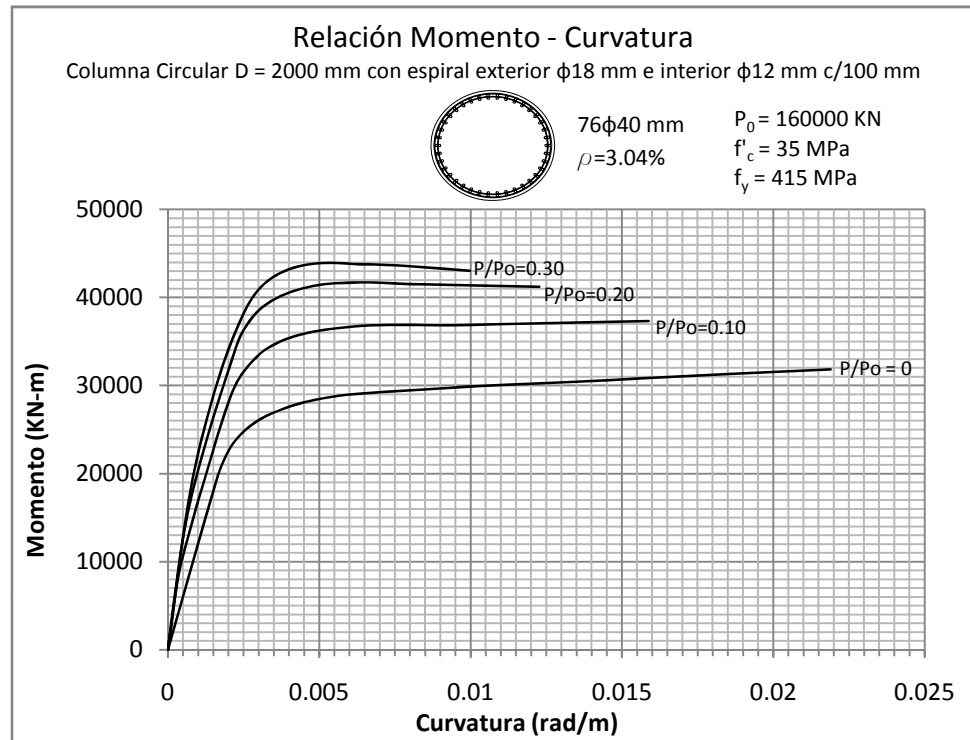


Figura 5.166 y 5.167: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

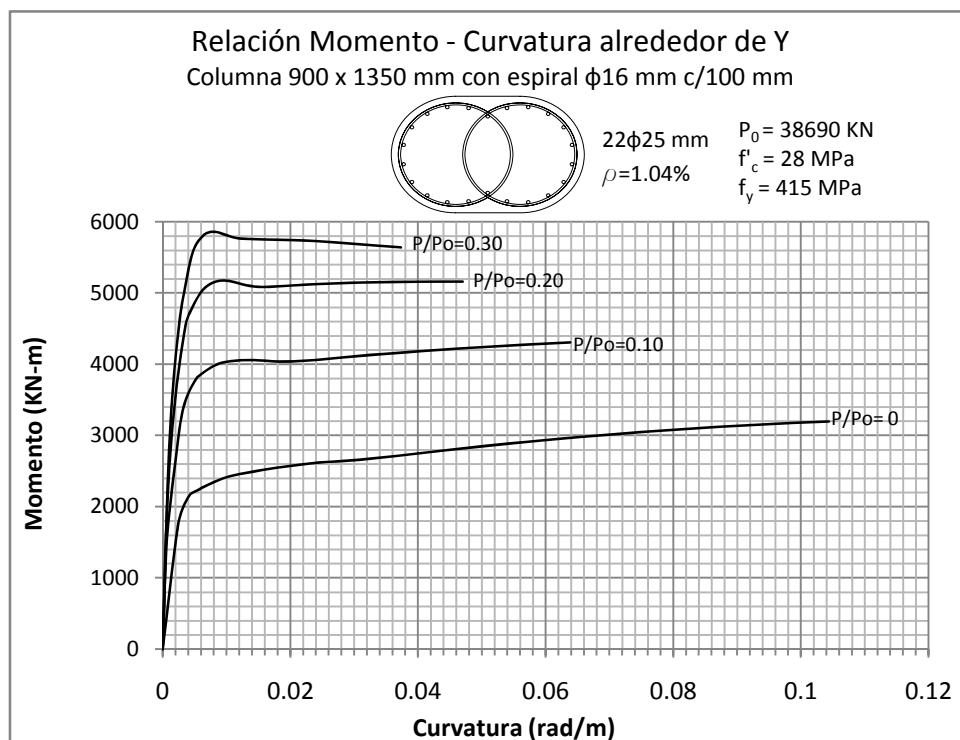
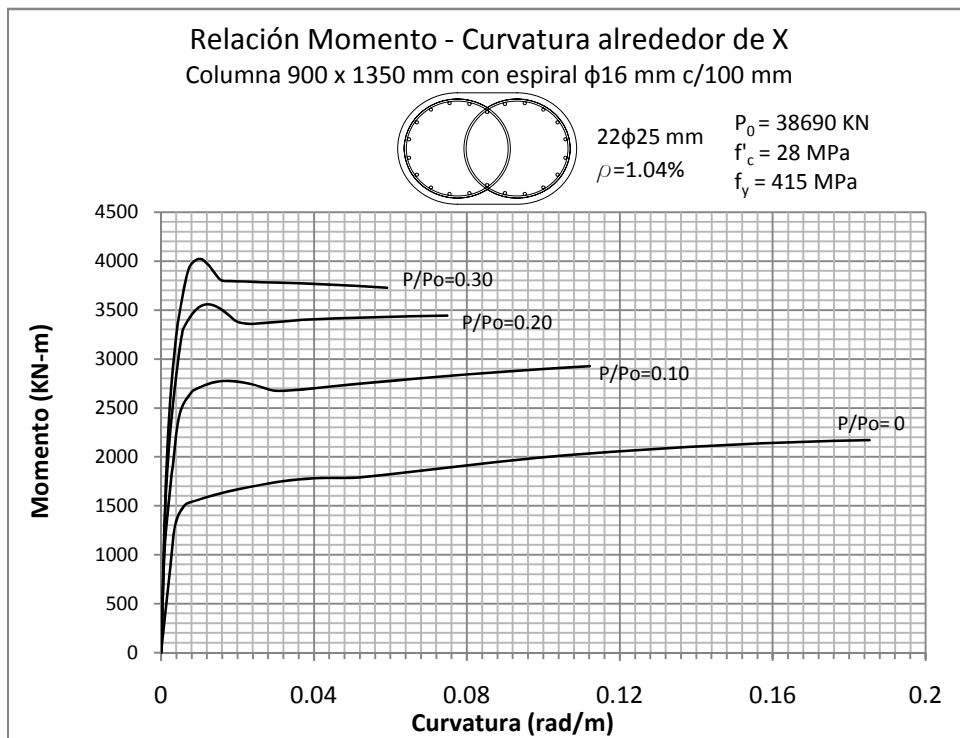


Figura 5.168 y 5.169: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

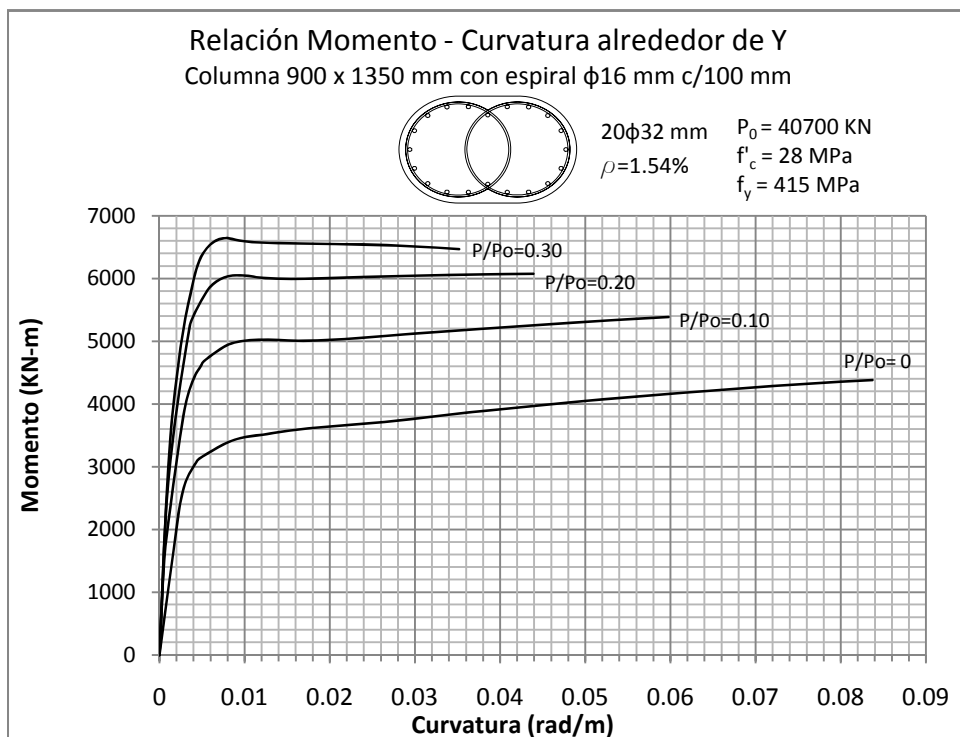
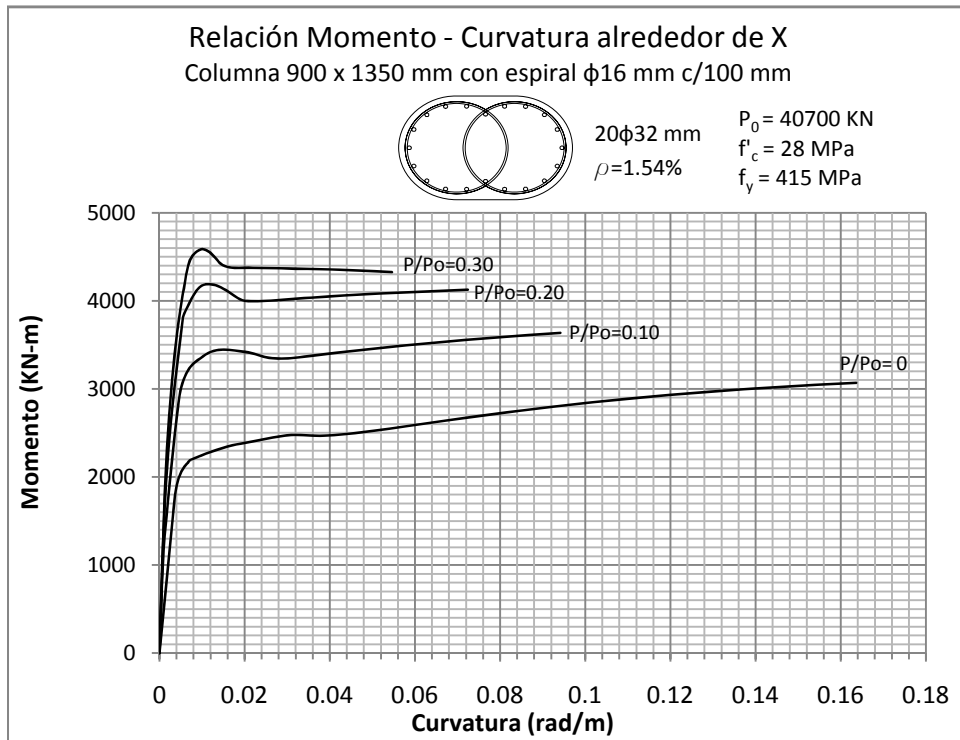




Figura 5.170 y 5.171: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

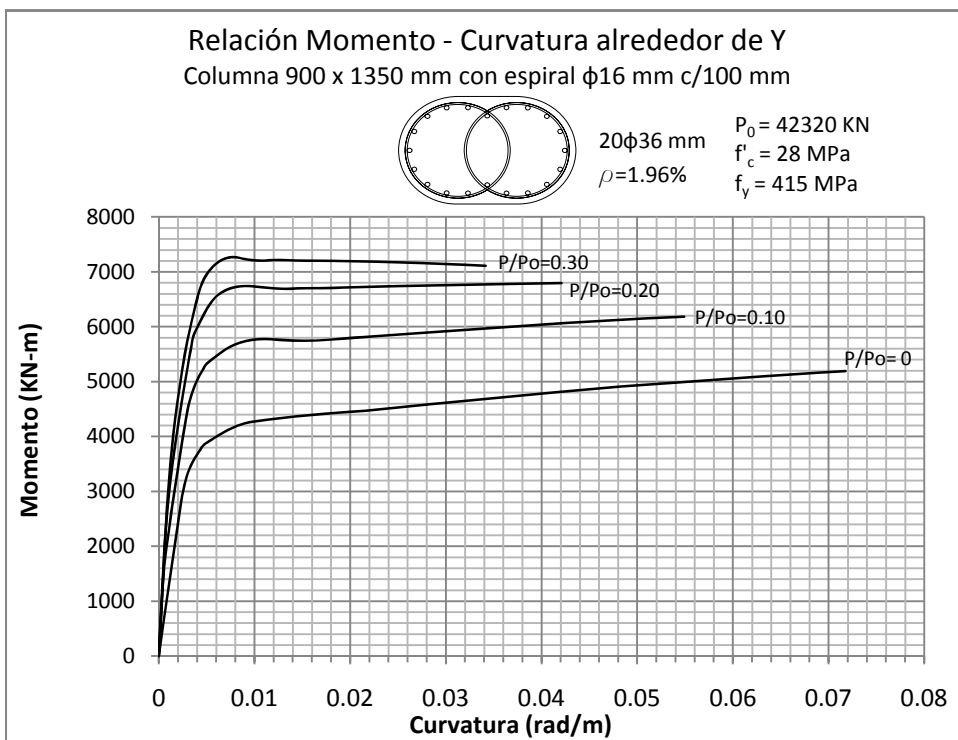
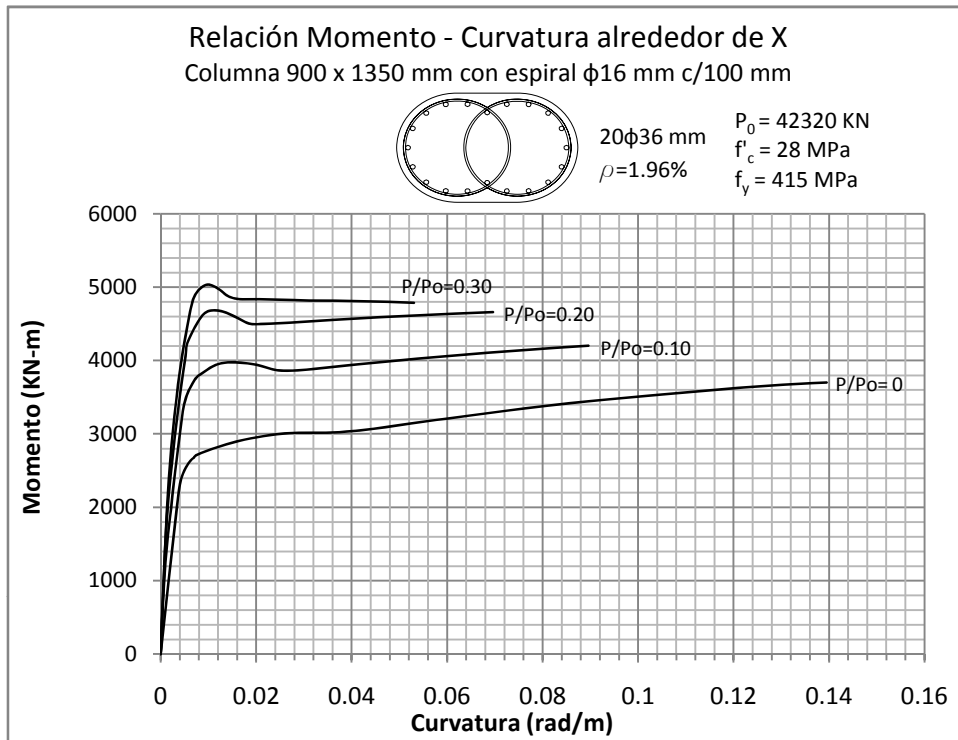


Figura 5.172 y 5.173: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

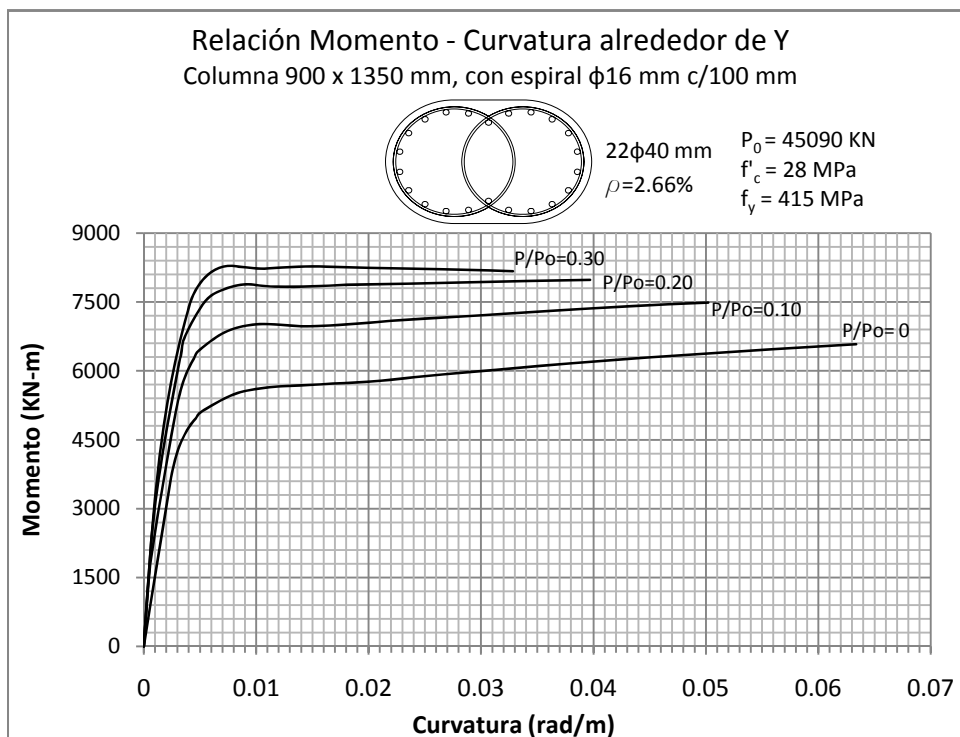
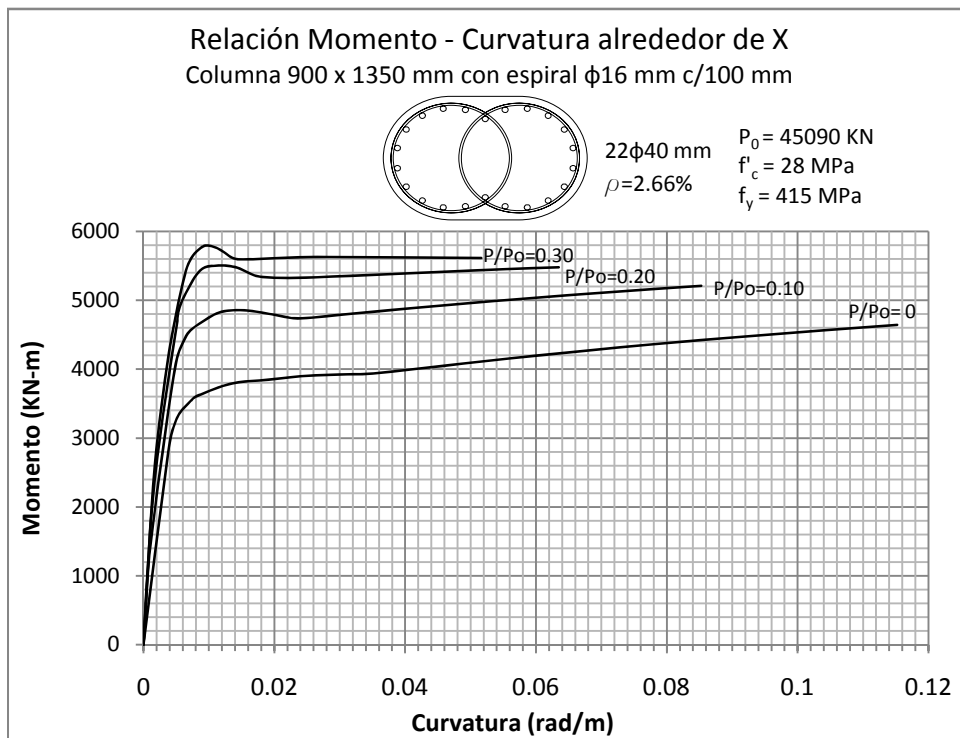


Figura 5.174 y 5.175: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

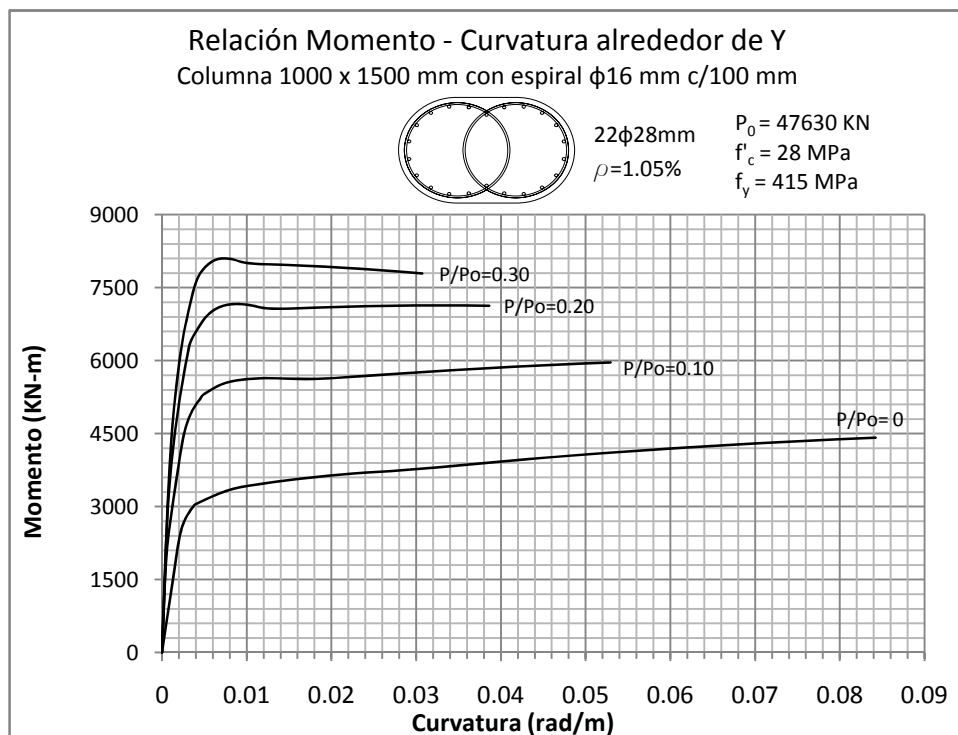
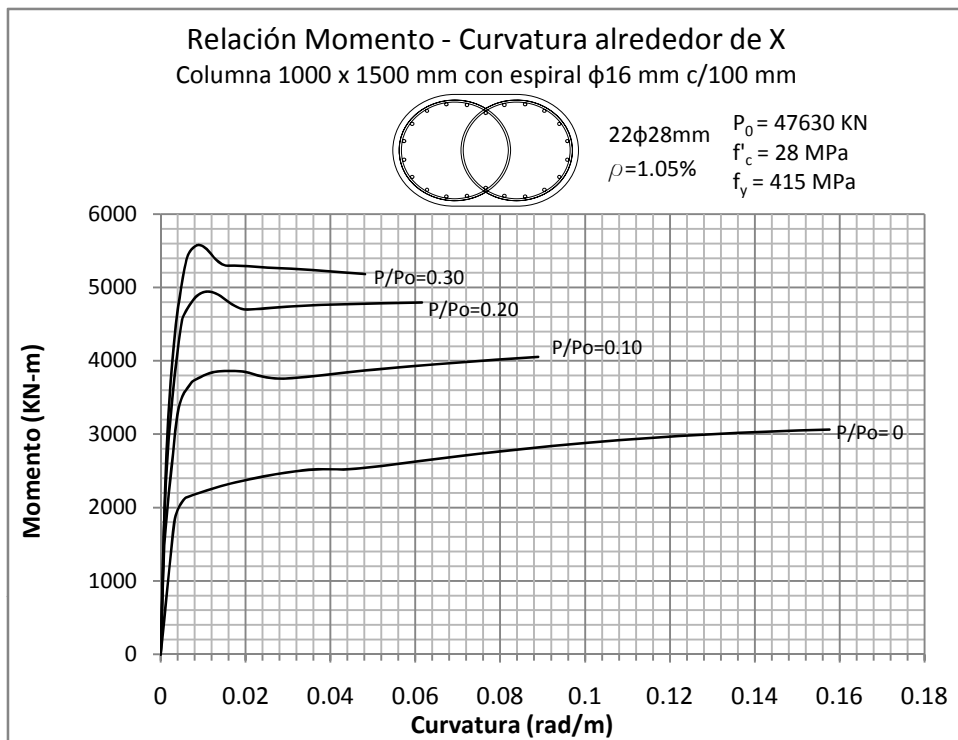


Figura 5.176 y 5.177: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

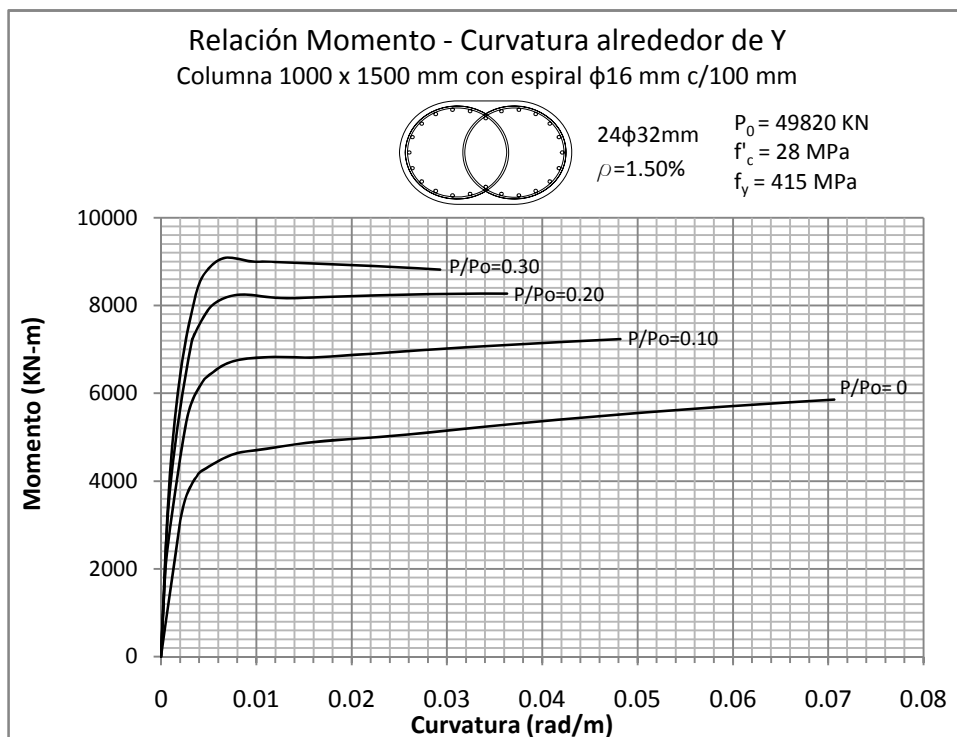
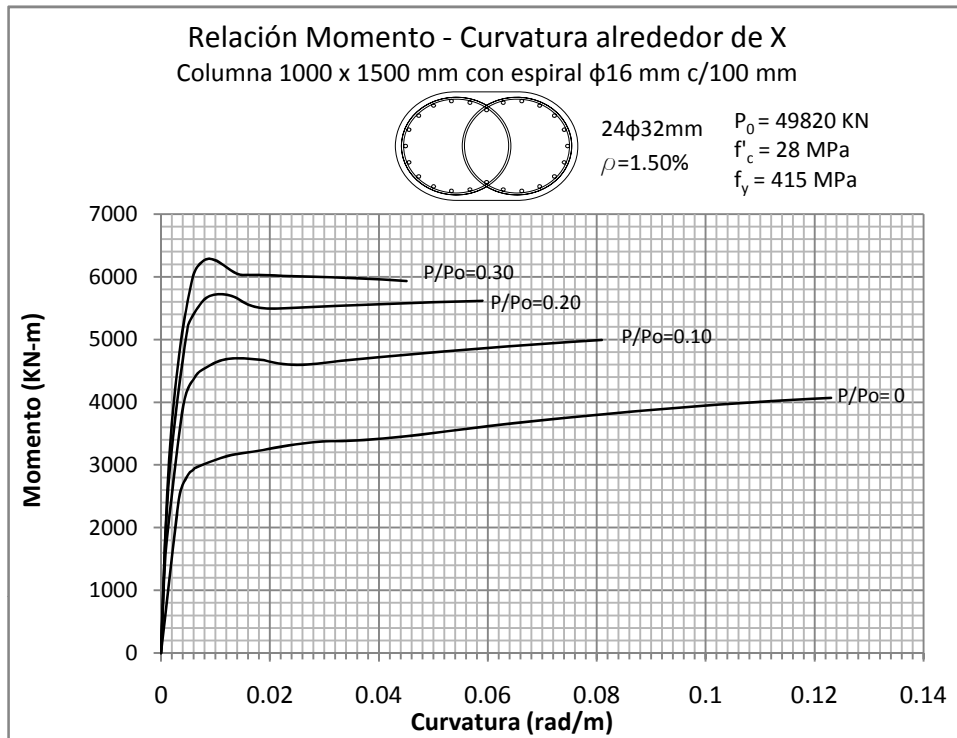


Figura 5.178 y 5.179: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

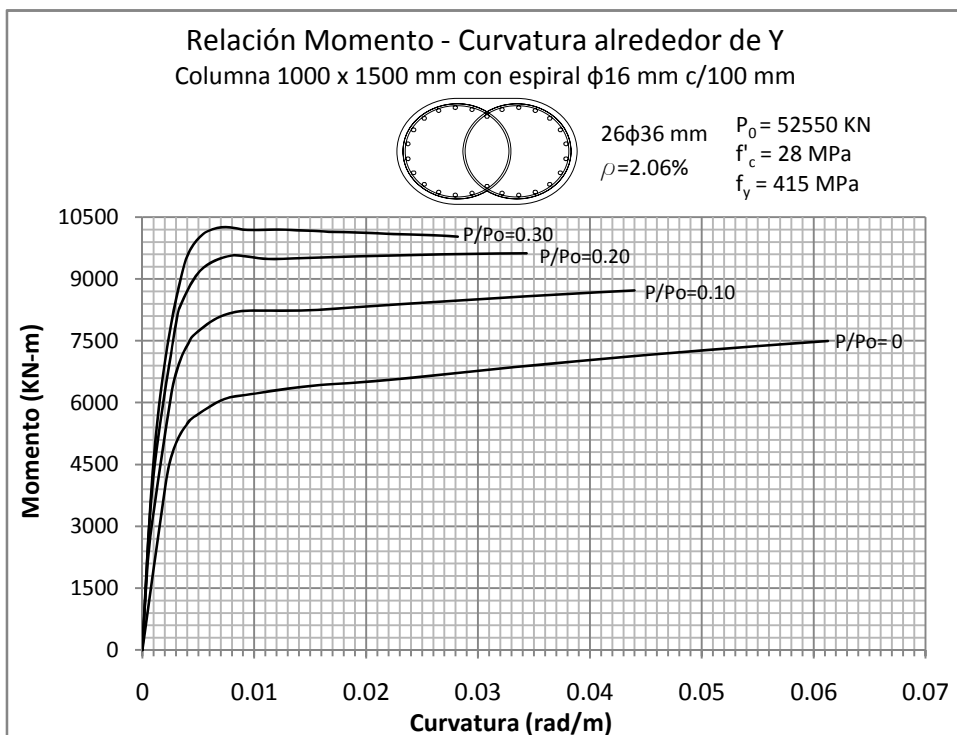
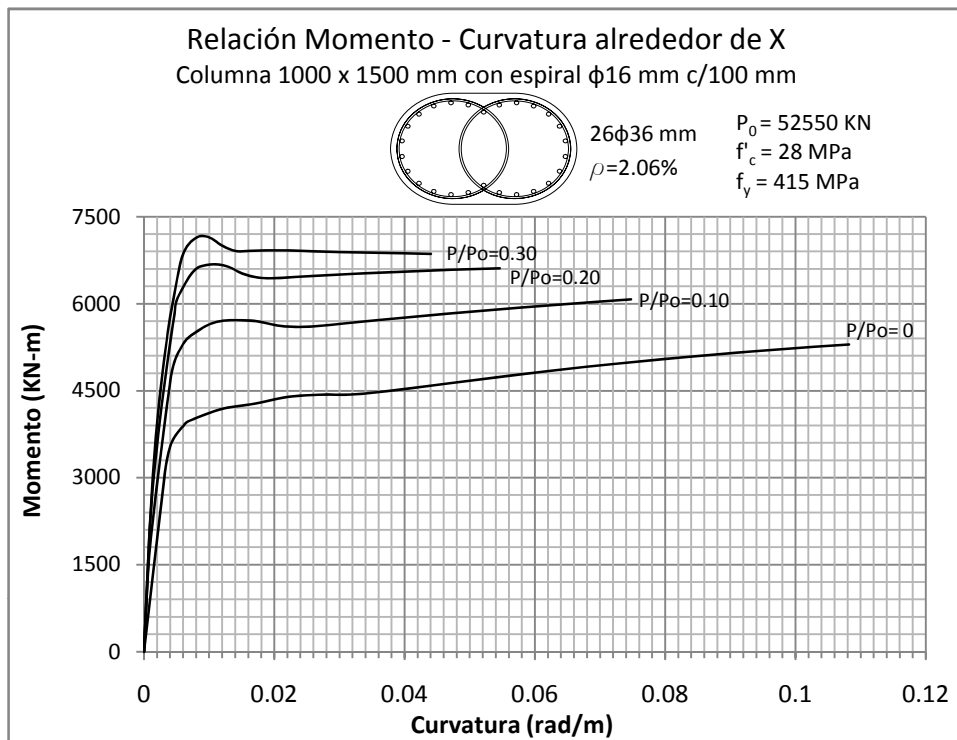


Figura 5.180 y 5.181: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

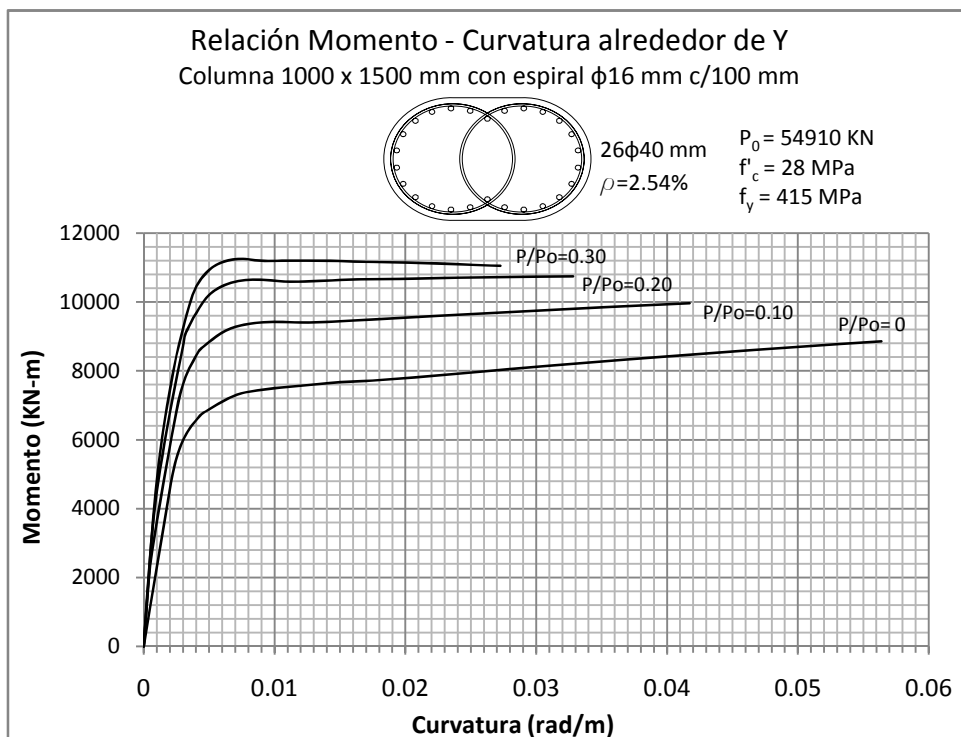
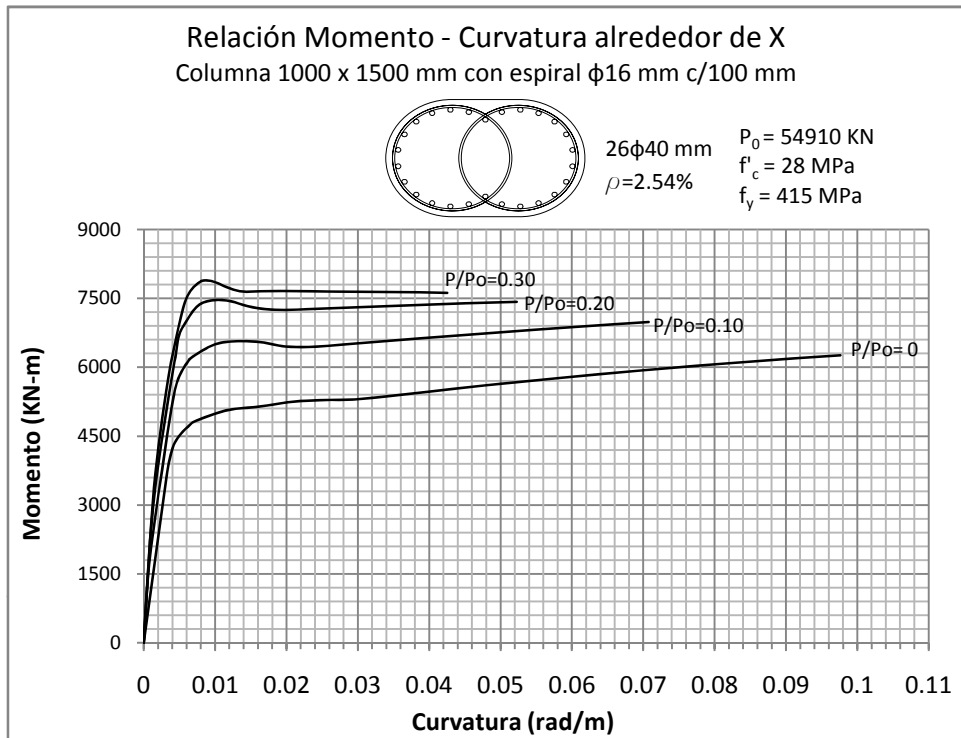


Figura 5.182 y 5.183: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

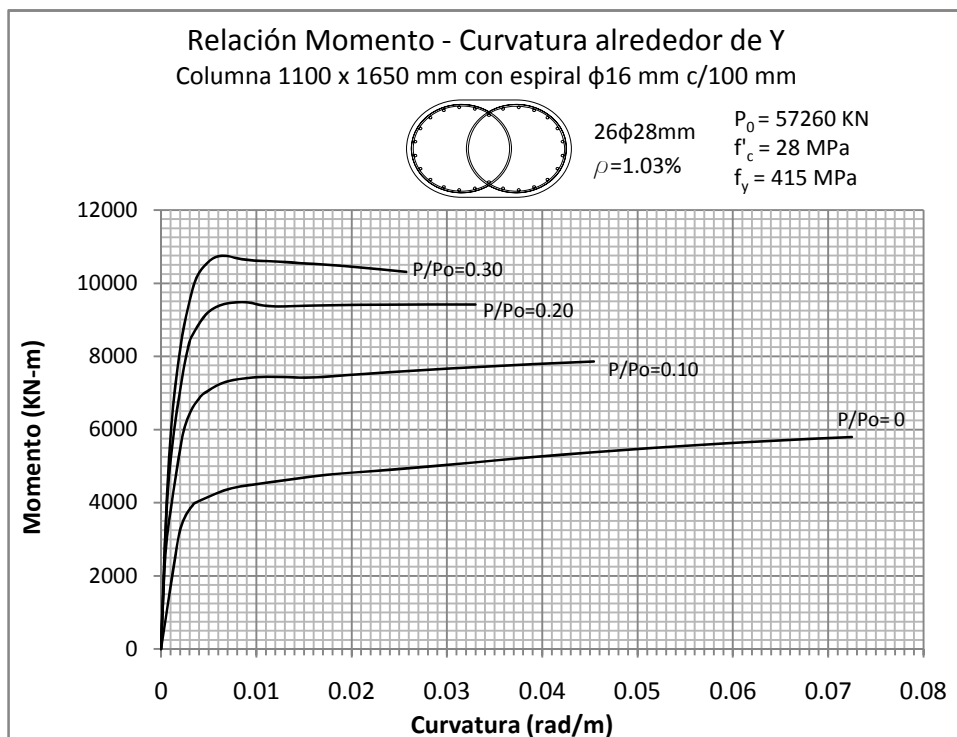
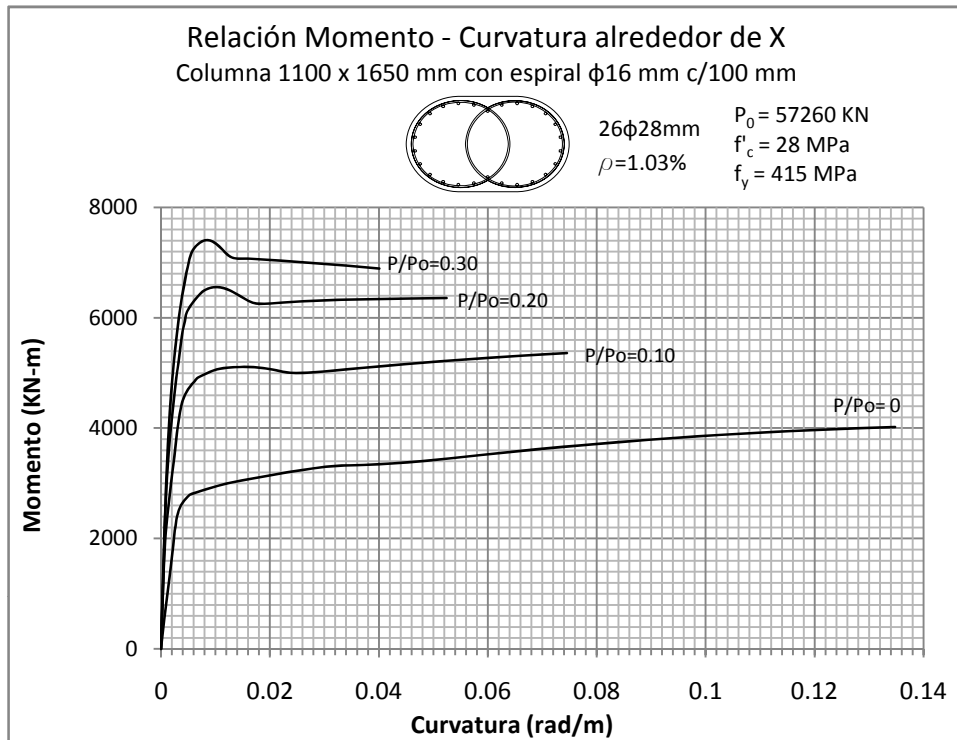


Figura 5.184 y 5.185: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

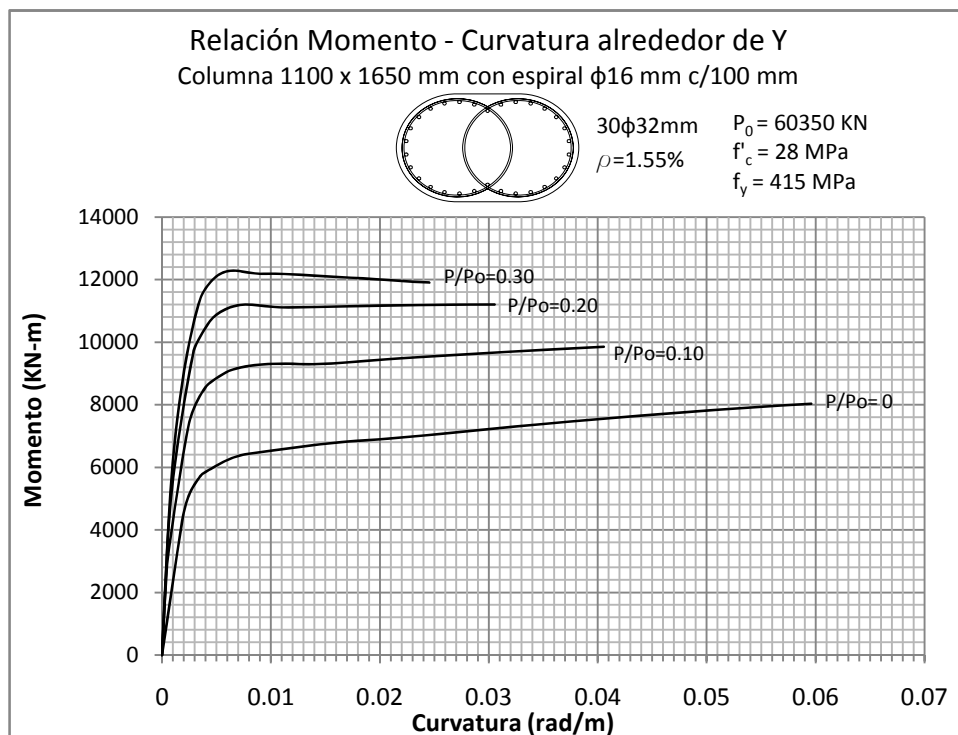
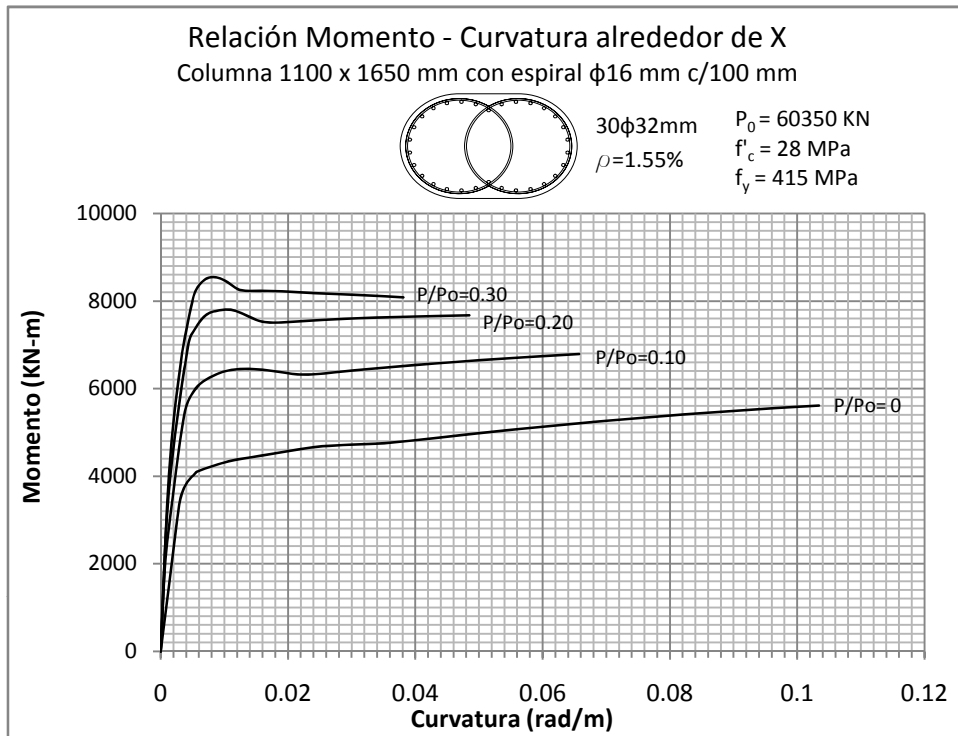




Figura 5.2186 y 5.187: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

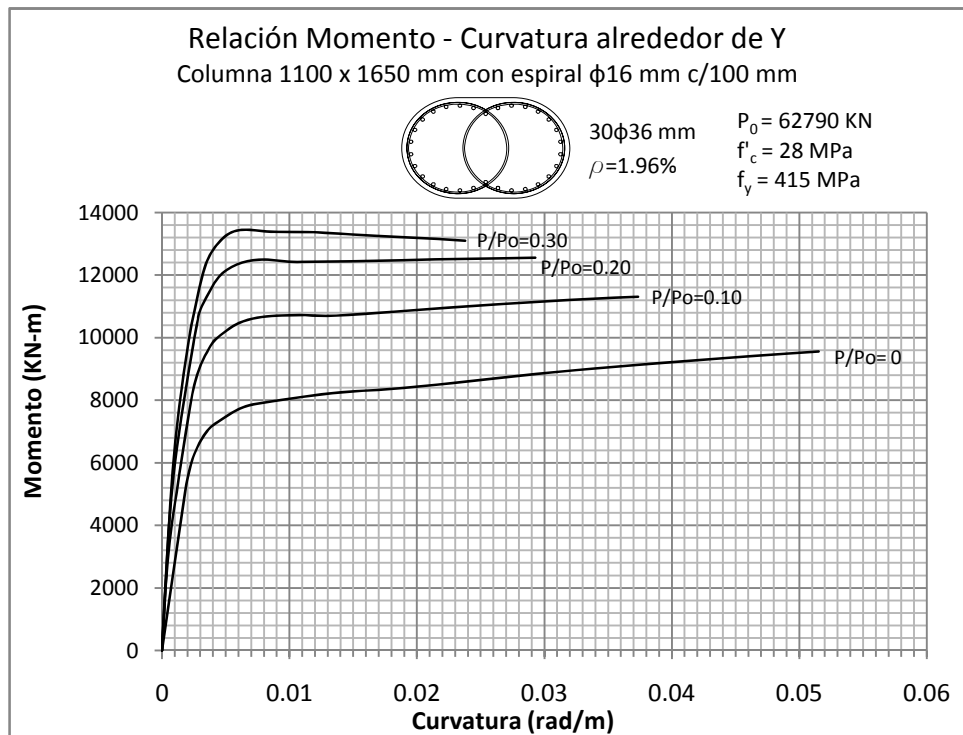
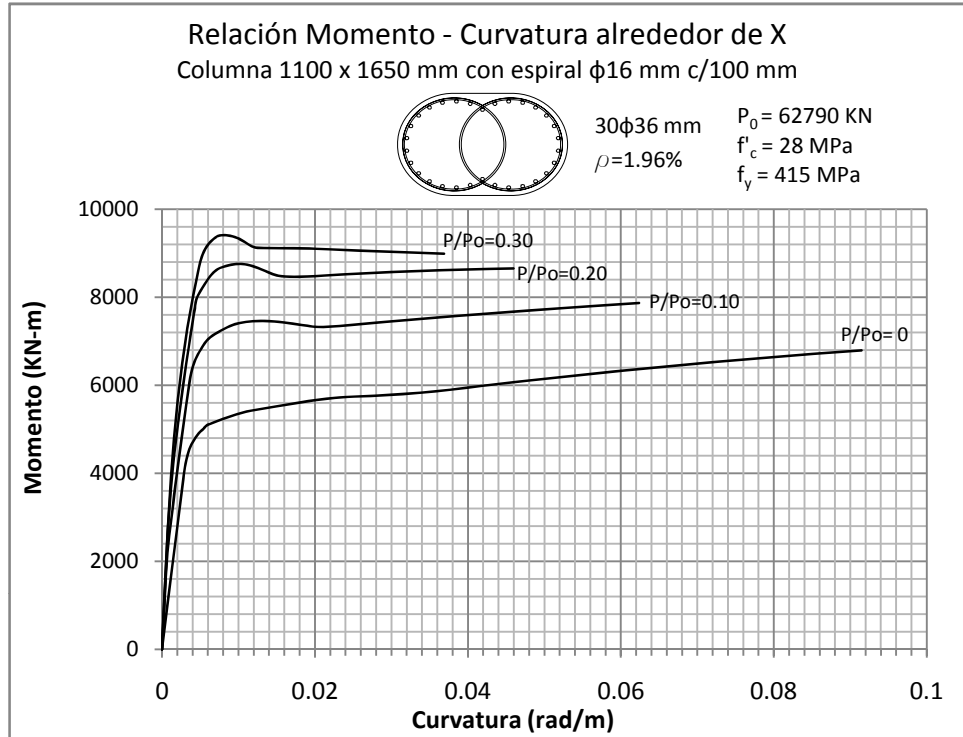


Figura 5.188 y 5.189: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

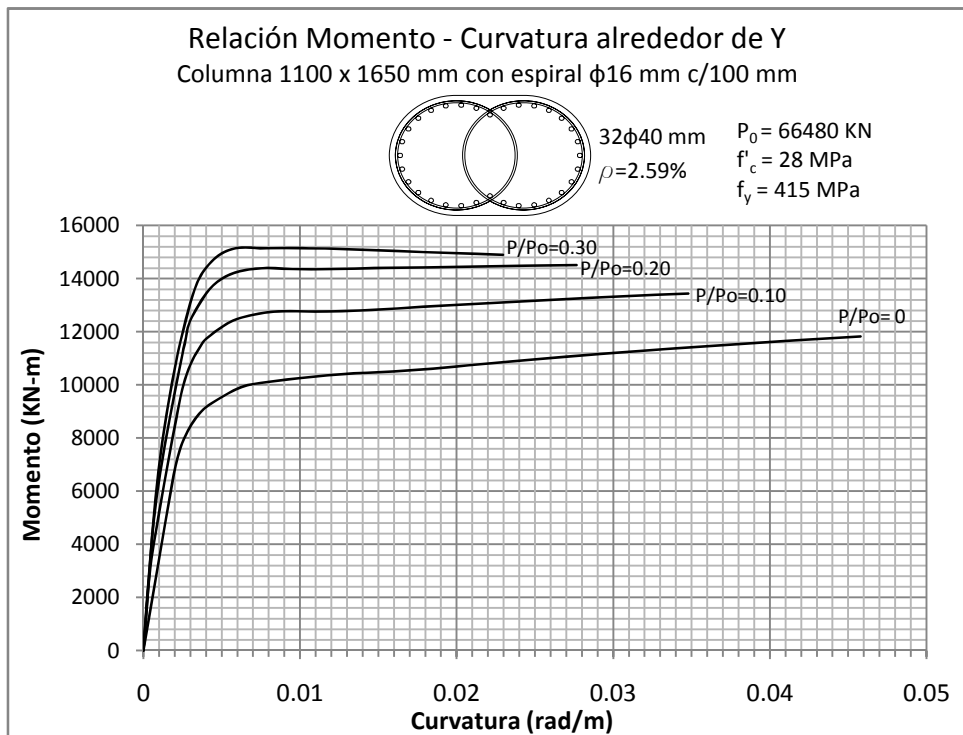
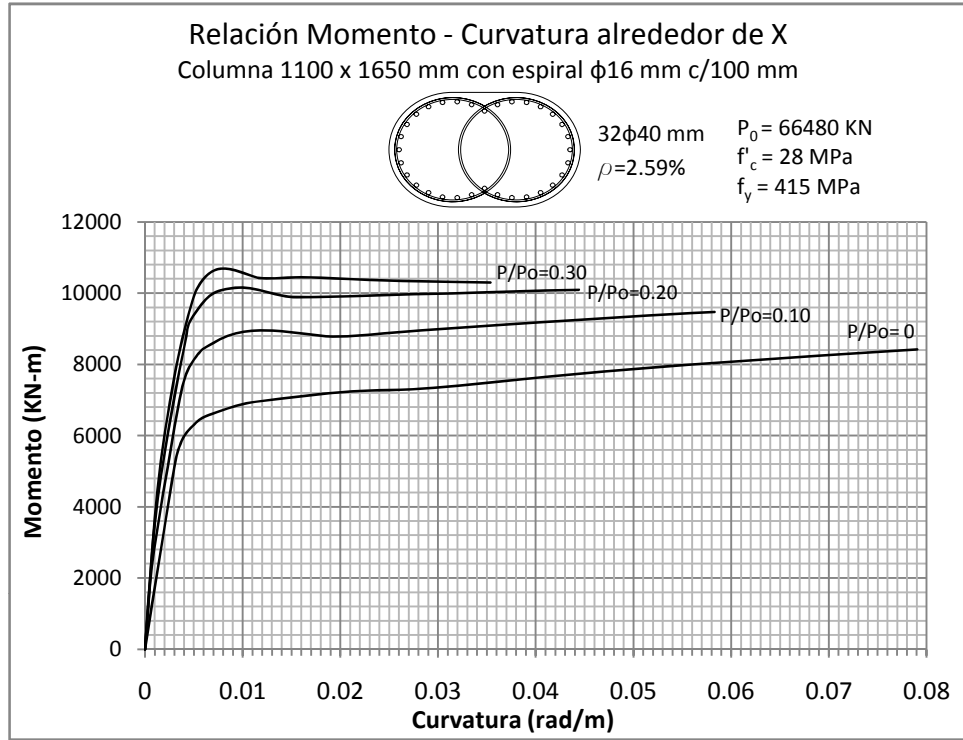


Figura 5.190 y 5.191: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

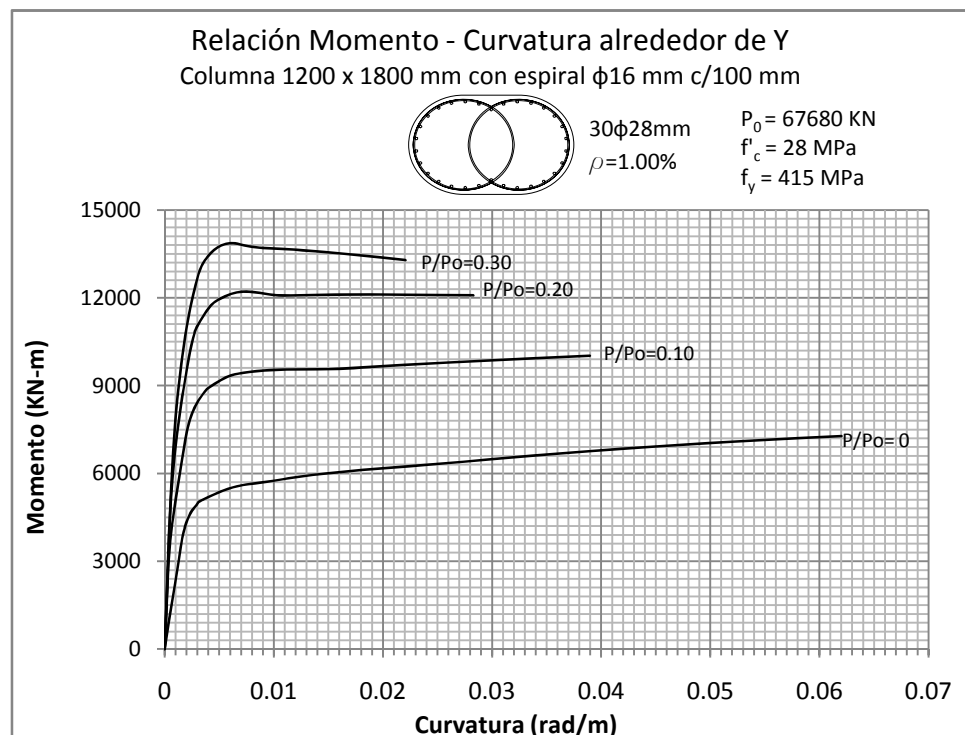
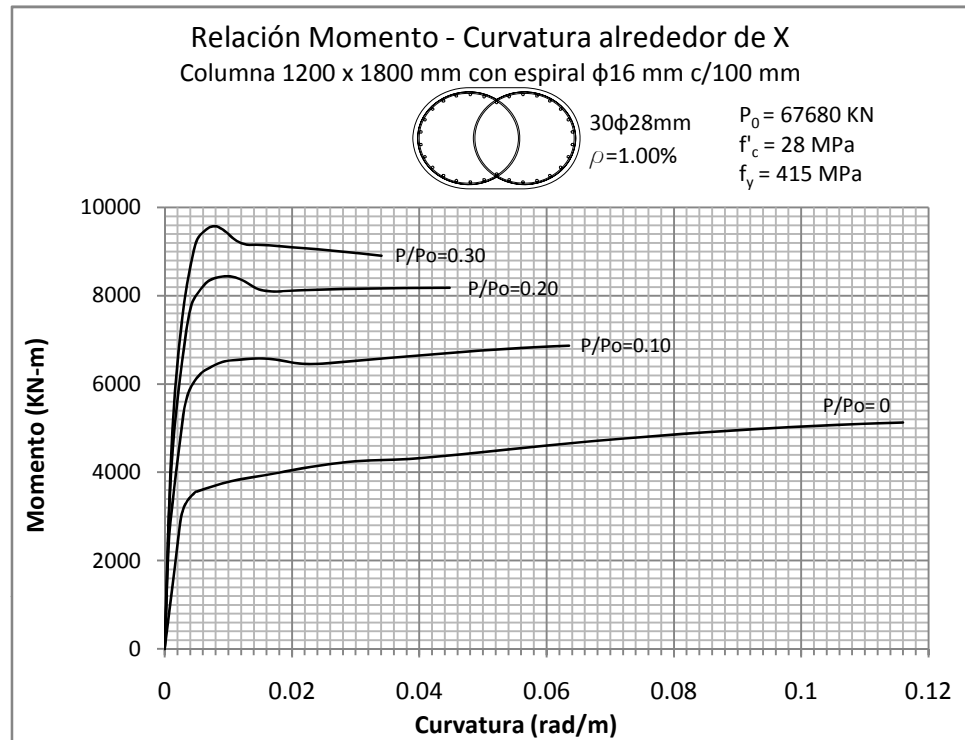


Figura 5.192 y 5.193: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

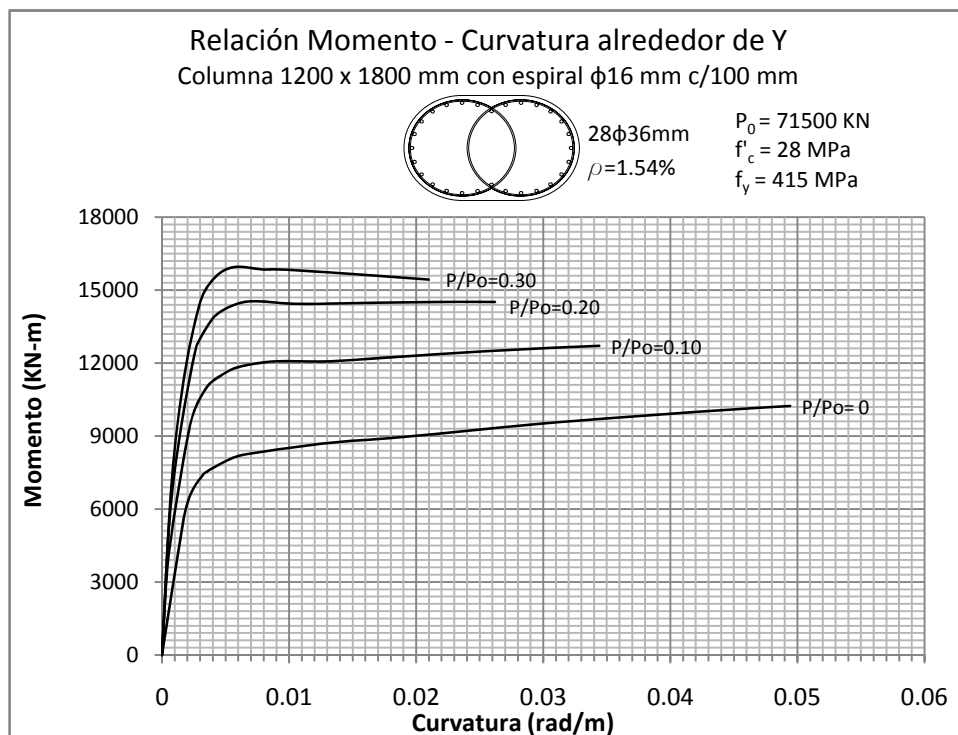
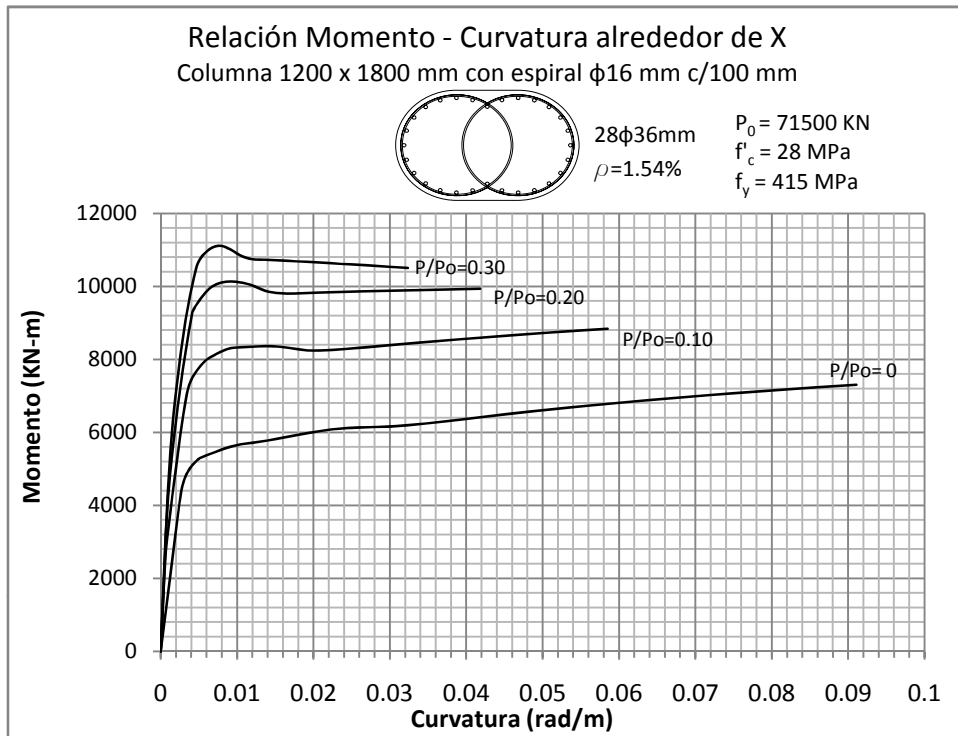


Figura 5.194 y 5.195: RELACIÓN MOMENTO VS CURVATURA  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

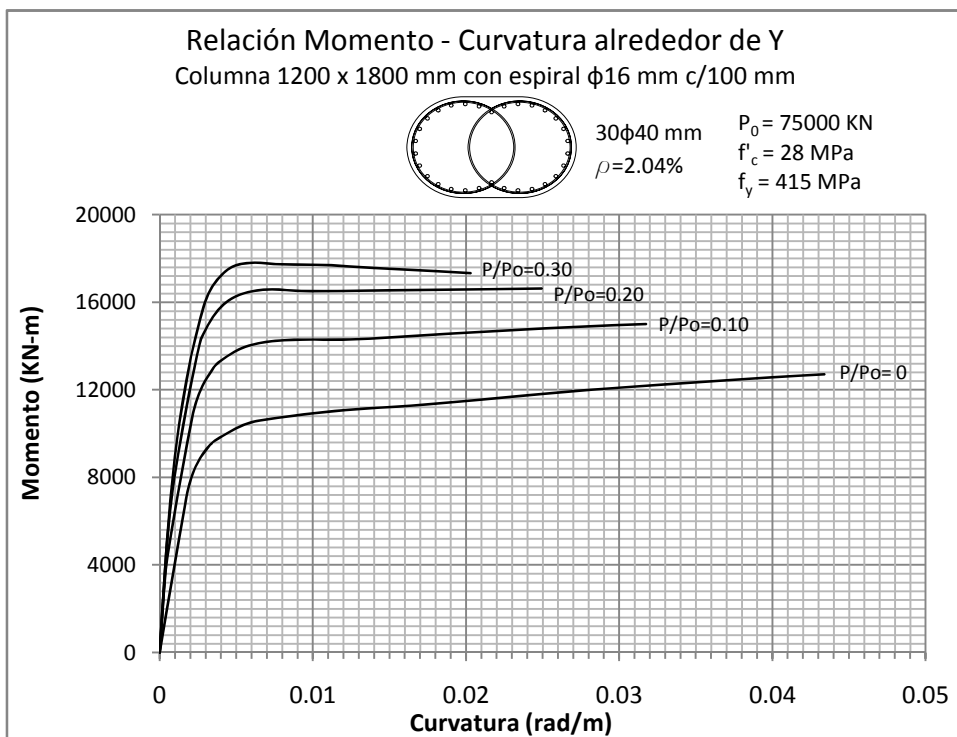
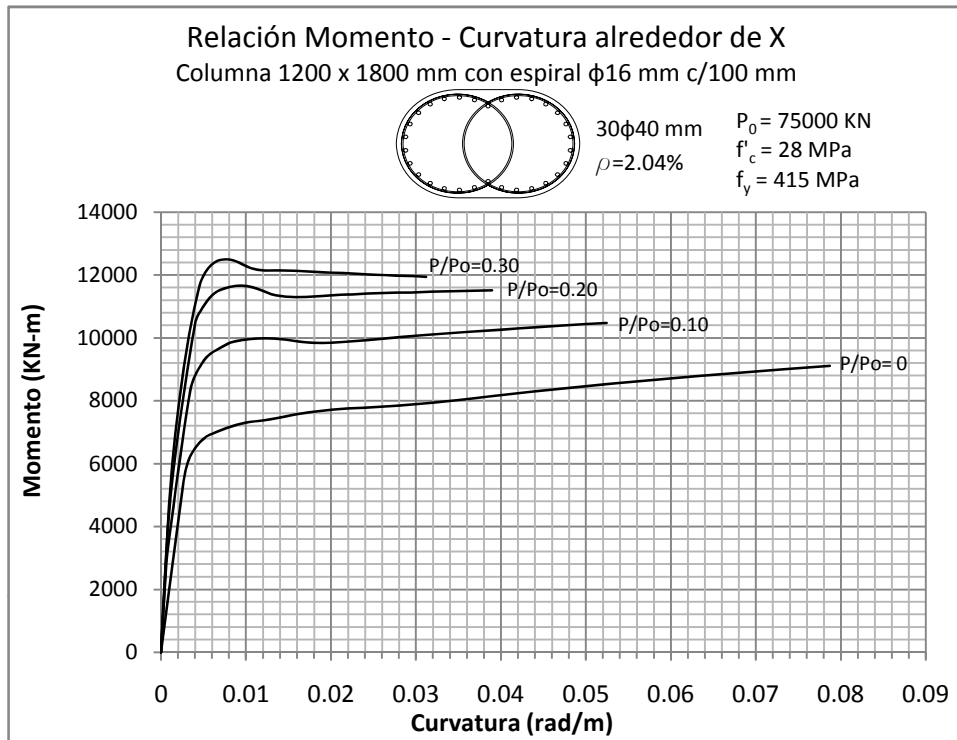


Figura 5.196 y 5.197: RELACIÓN MOMENTO VS CURVATURA  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

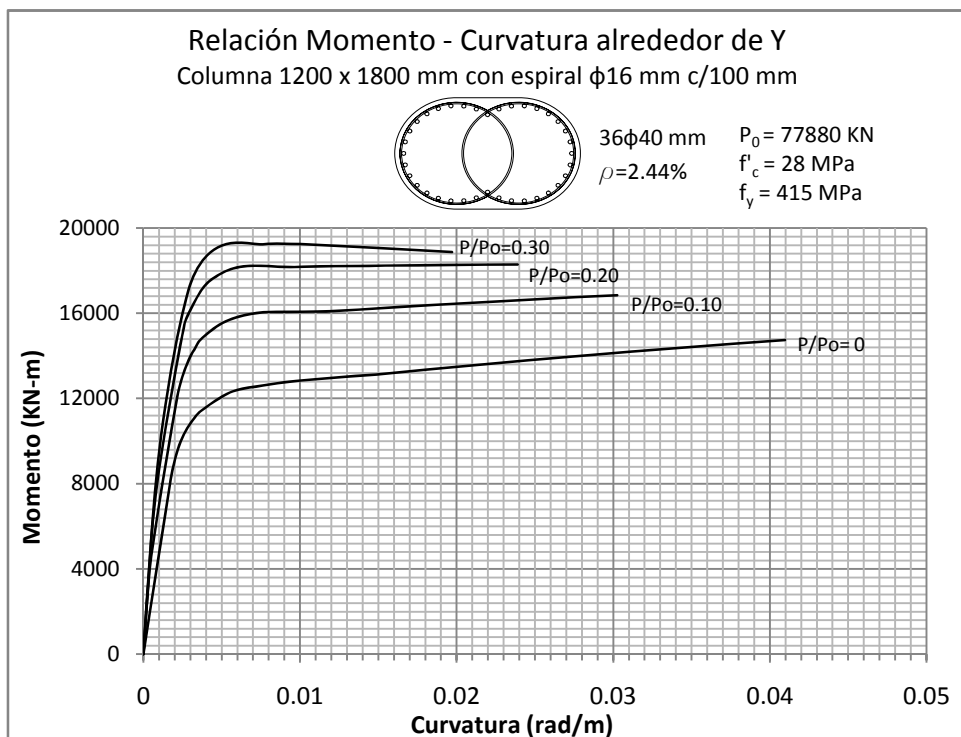
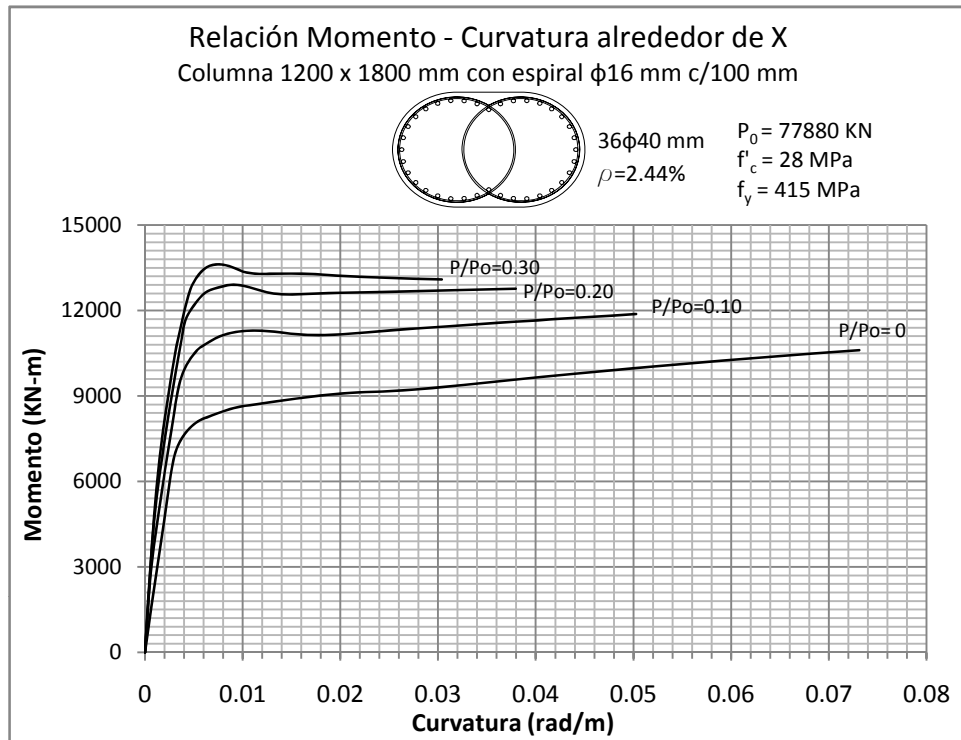


Figura 5.198 y 5.199: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

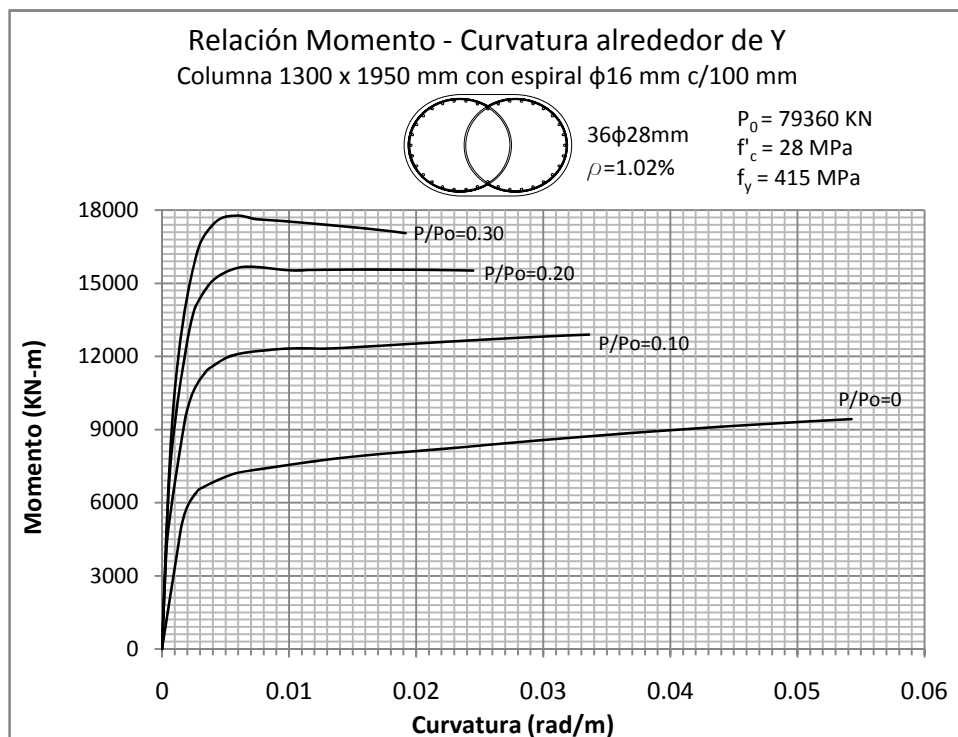
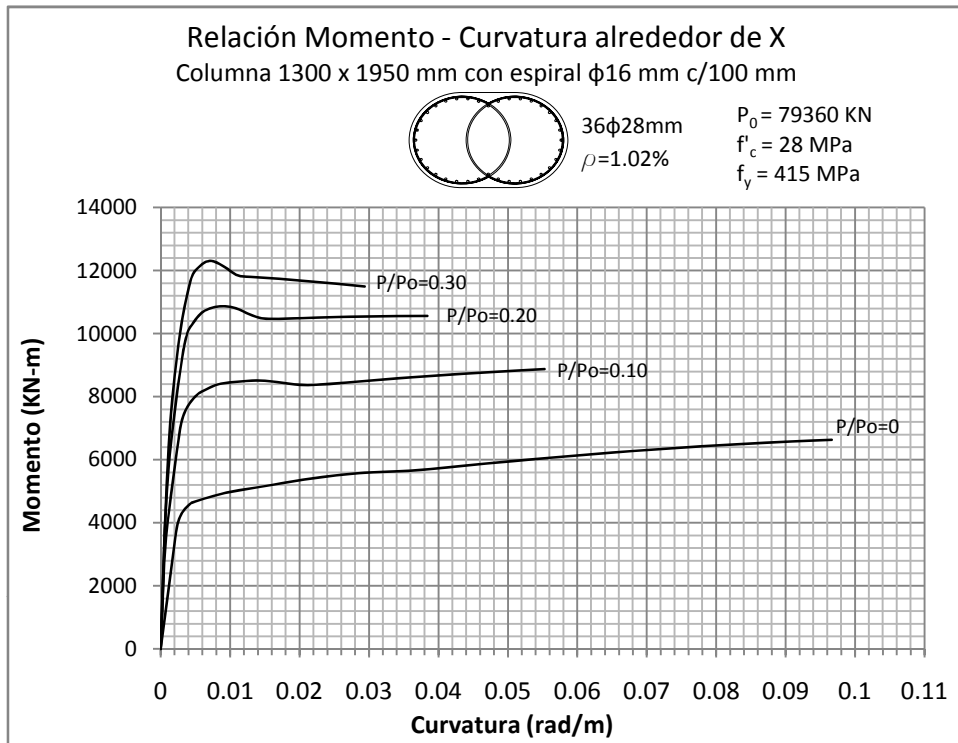


Figura 5.200 y 5.201: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

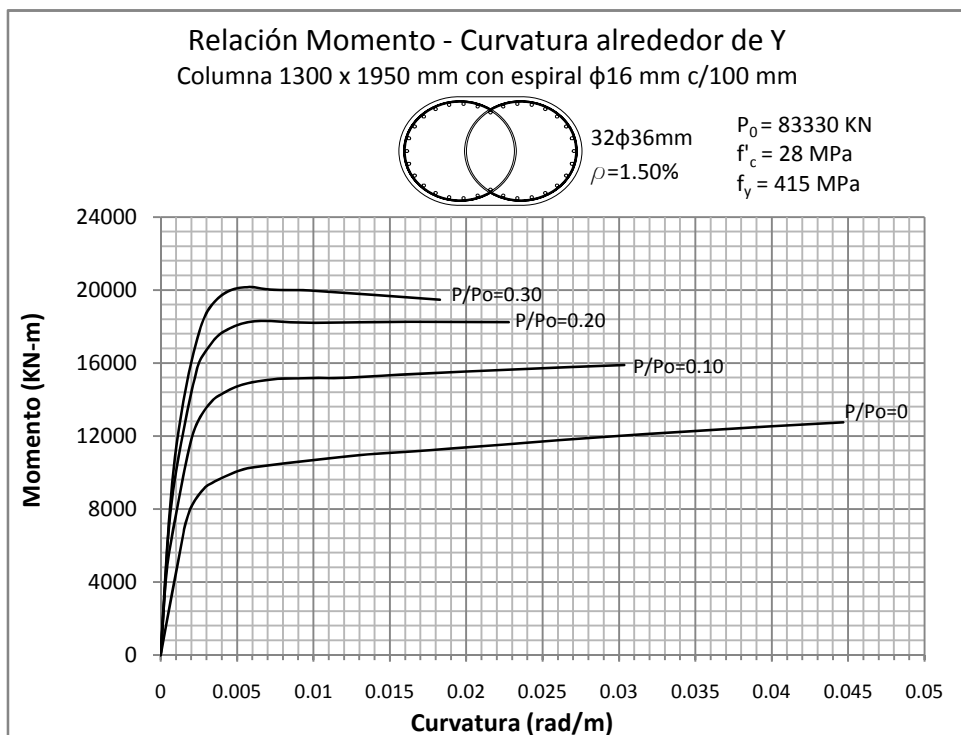
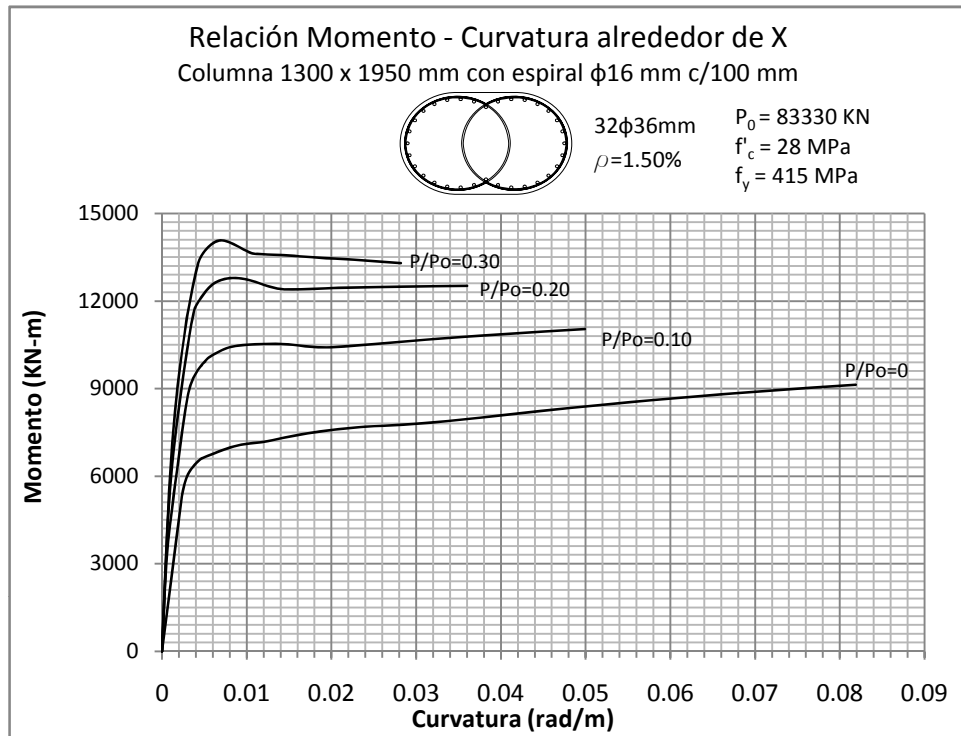




Figura 5.202 y 5.203: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

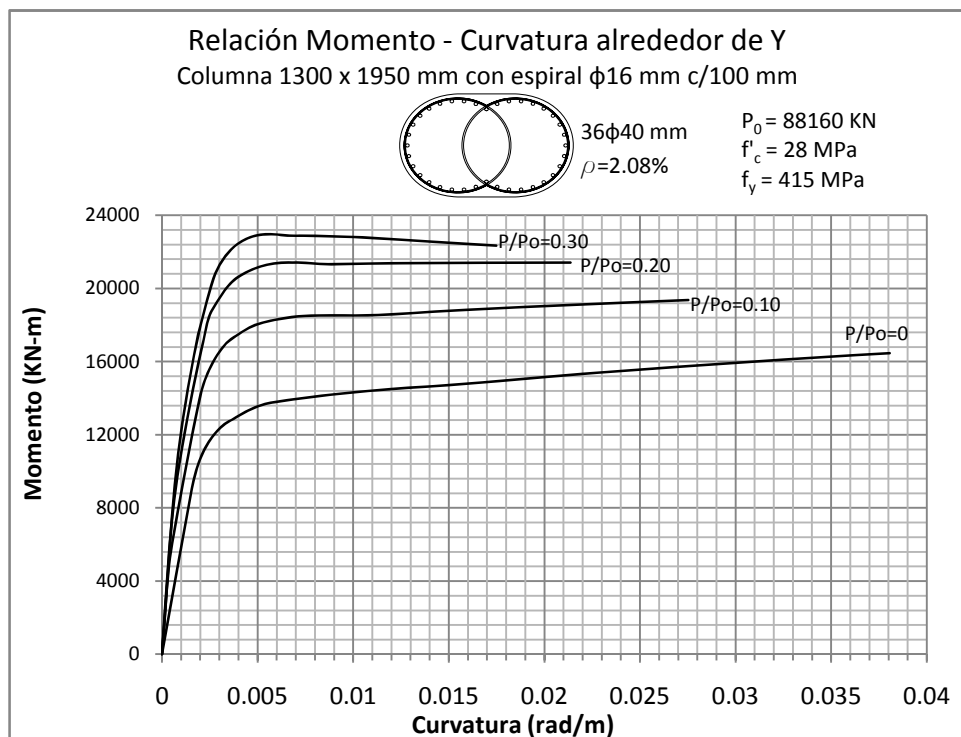
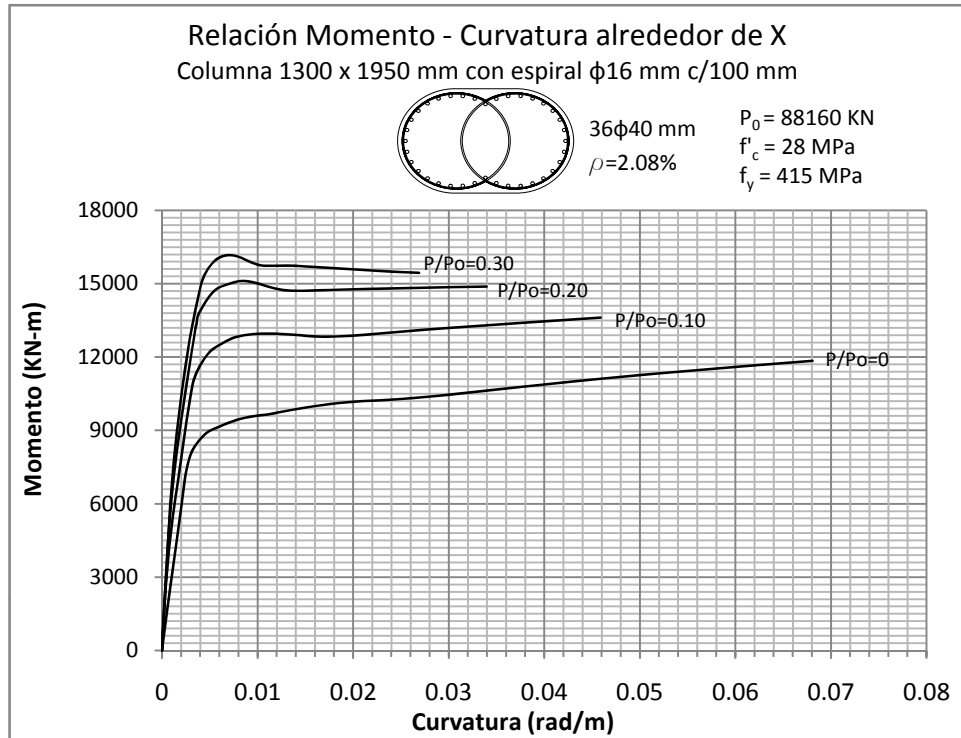


Figura 5.204 y 5.205: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

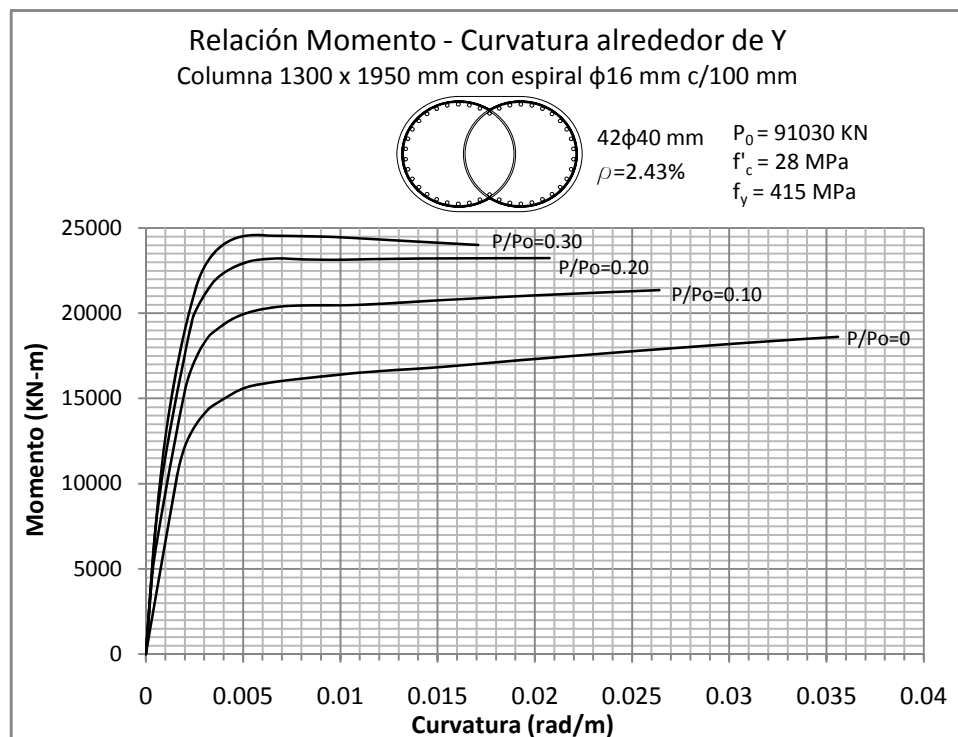
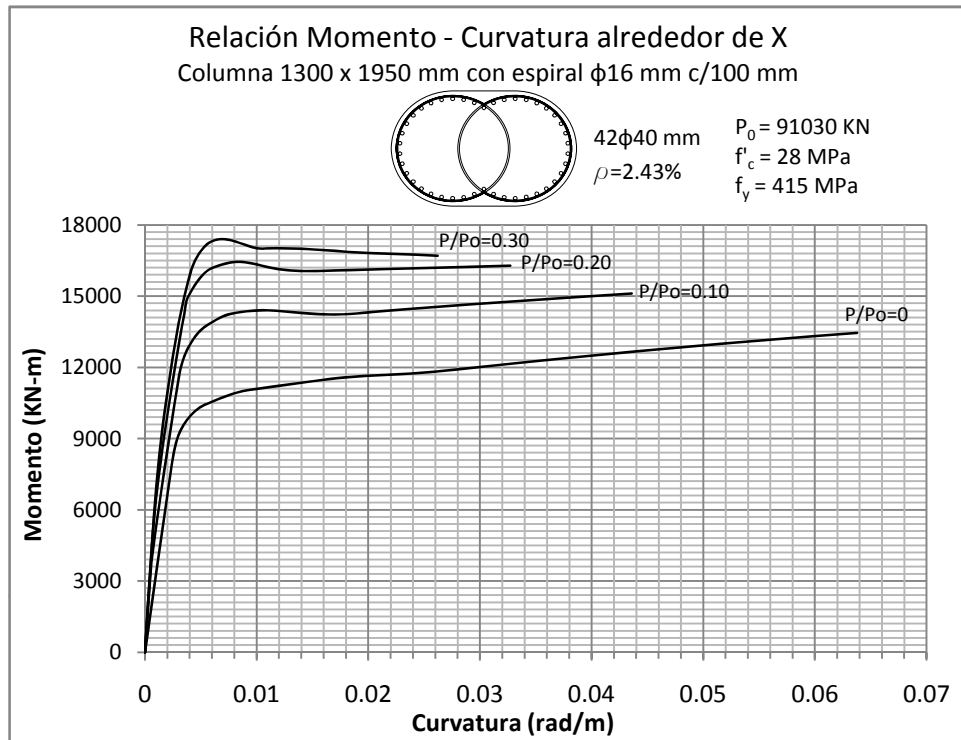


Figura 5.206 y 5.207: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

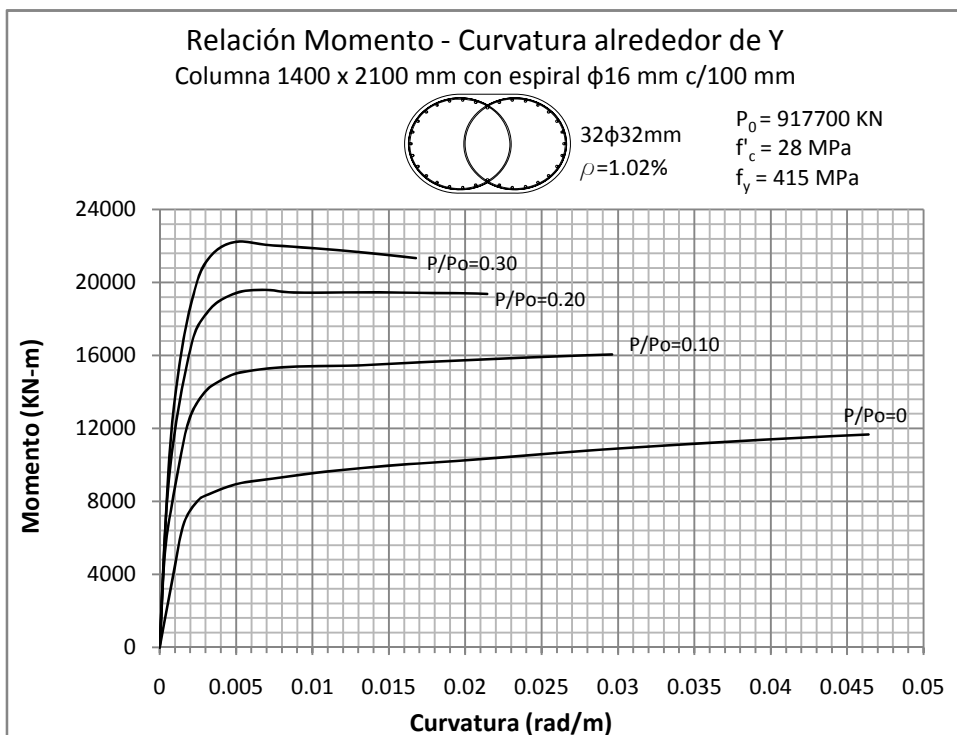
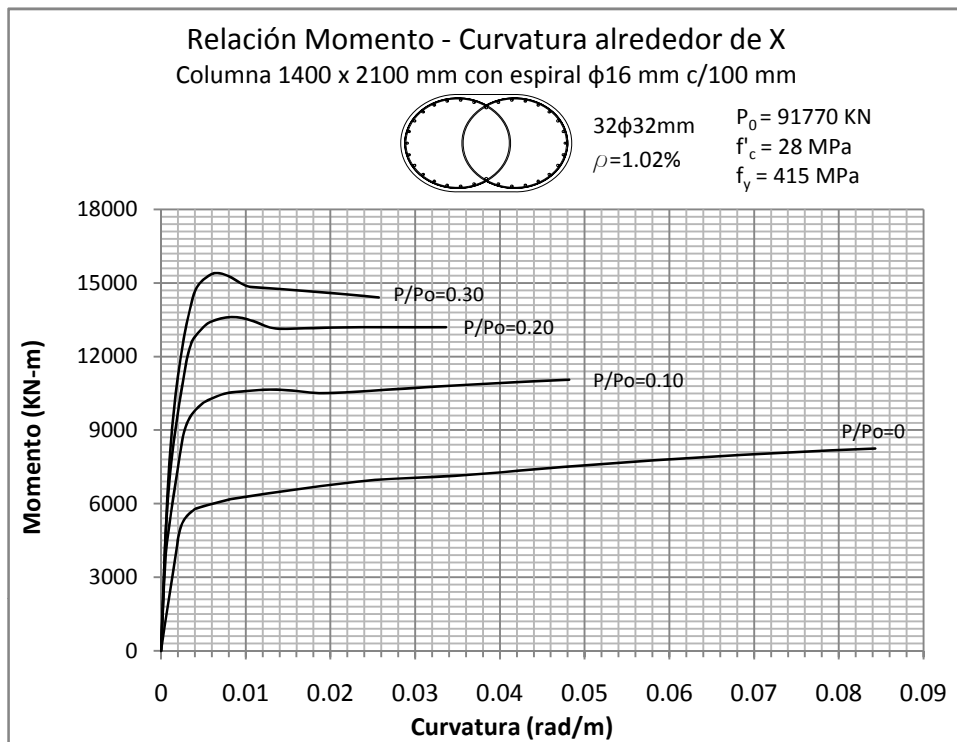


Figura 5.208 y 5.209: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

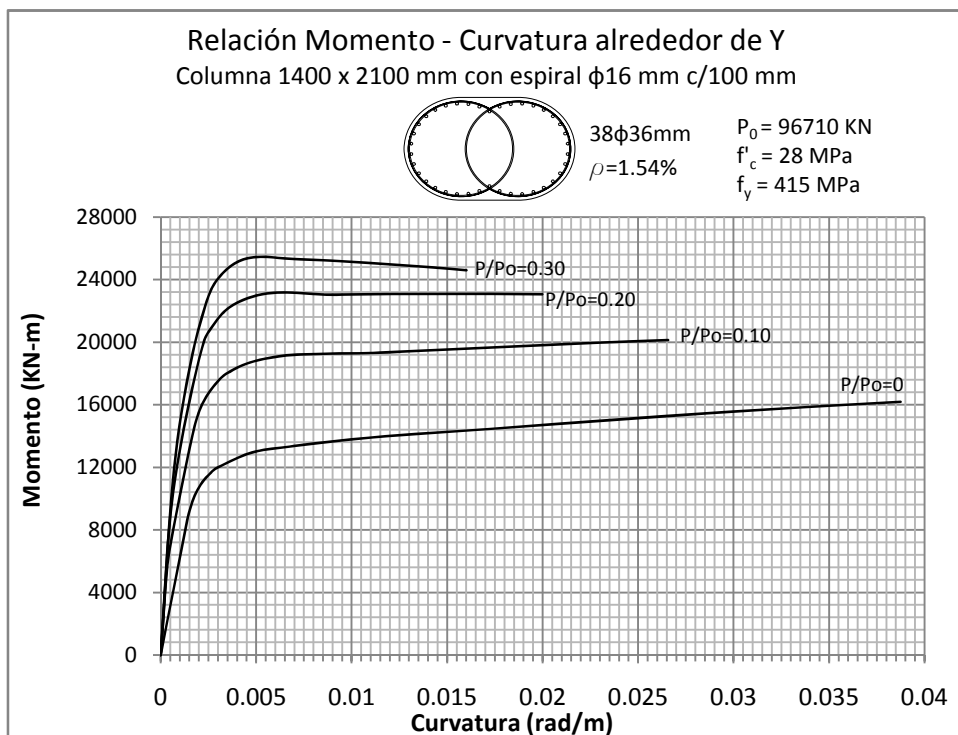
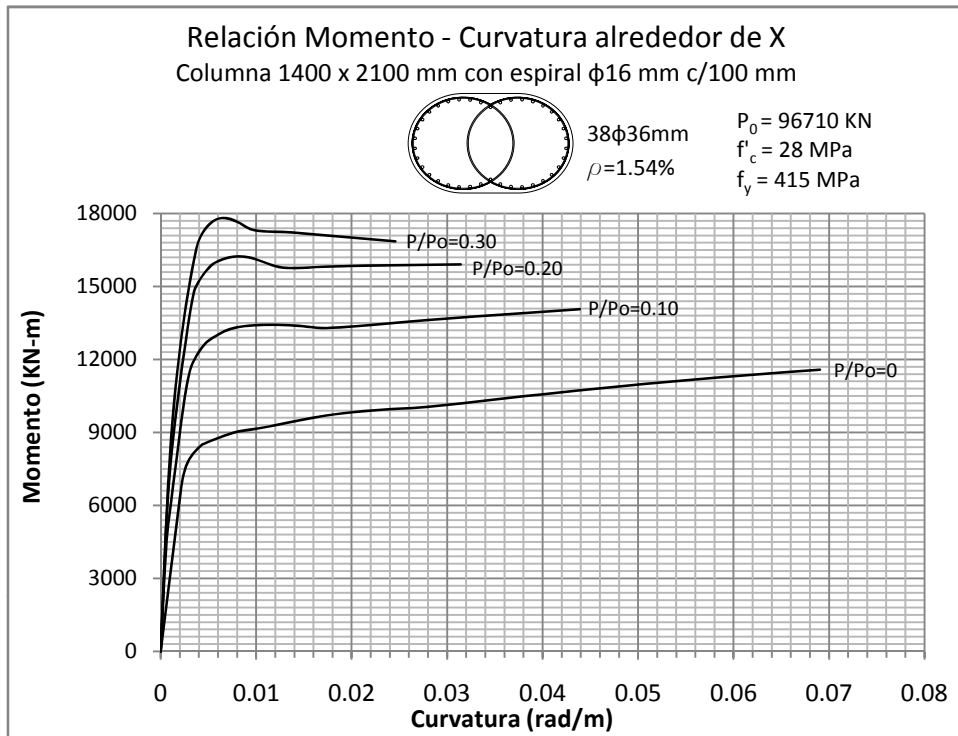


Figura 5.210 y 5.211: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

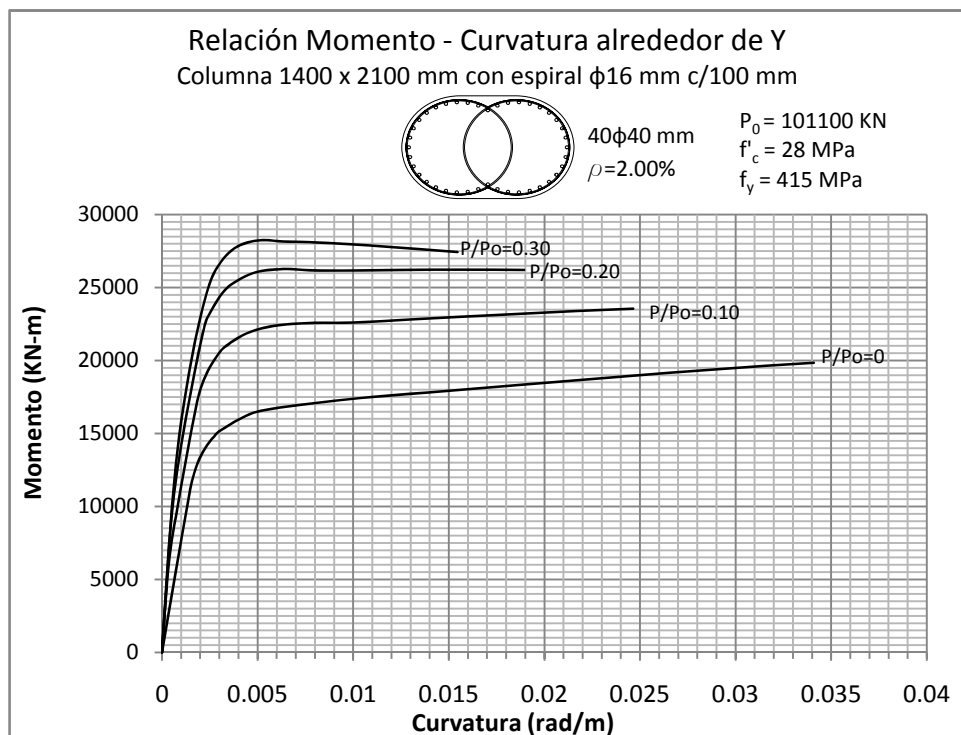
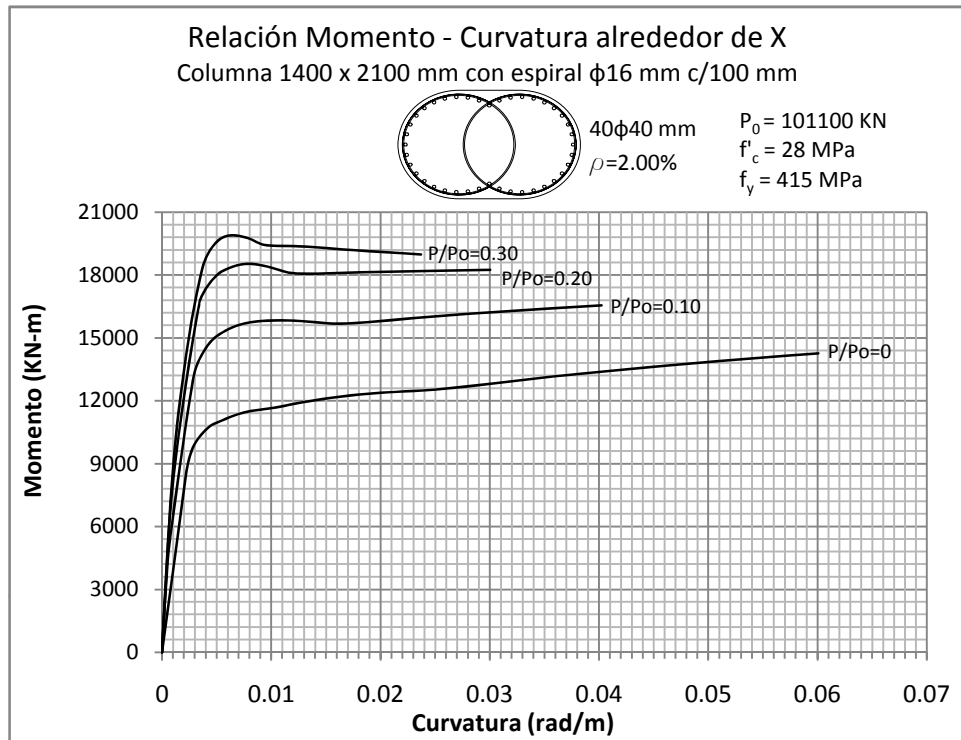


Figura 5.212 y 5.213: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

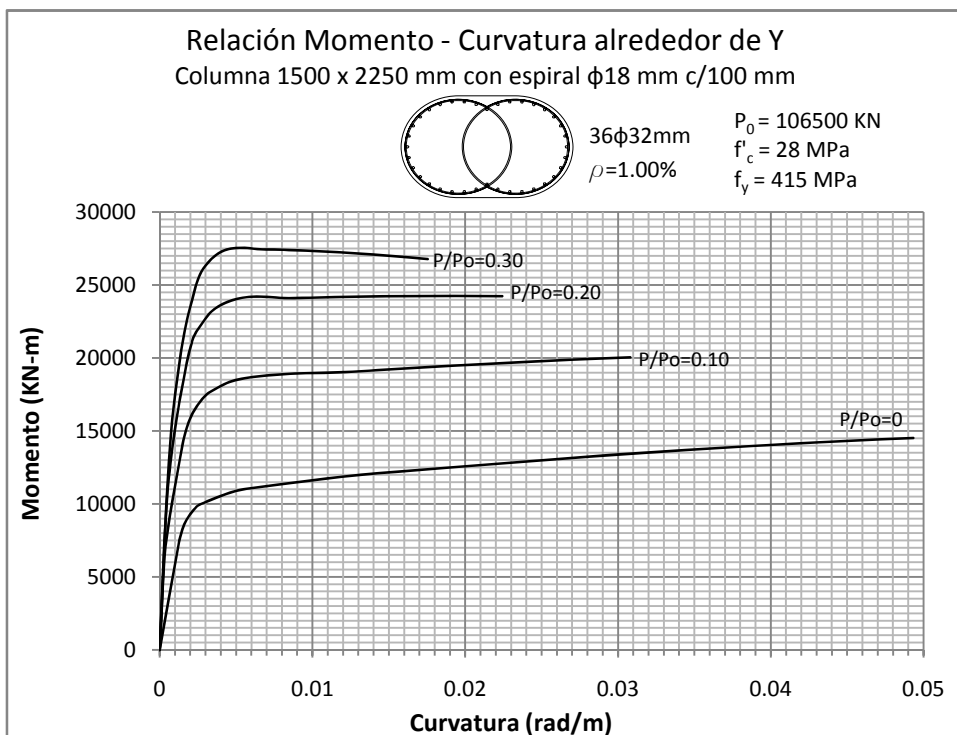
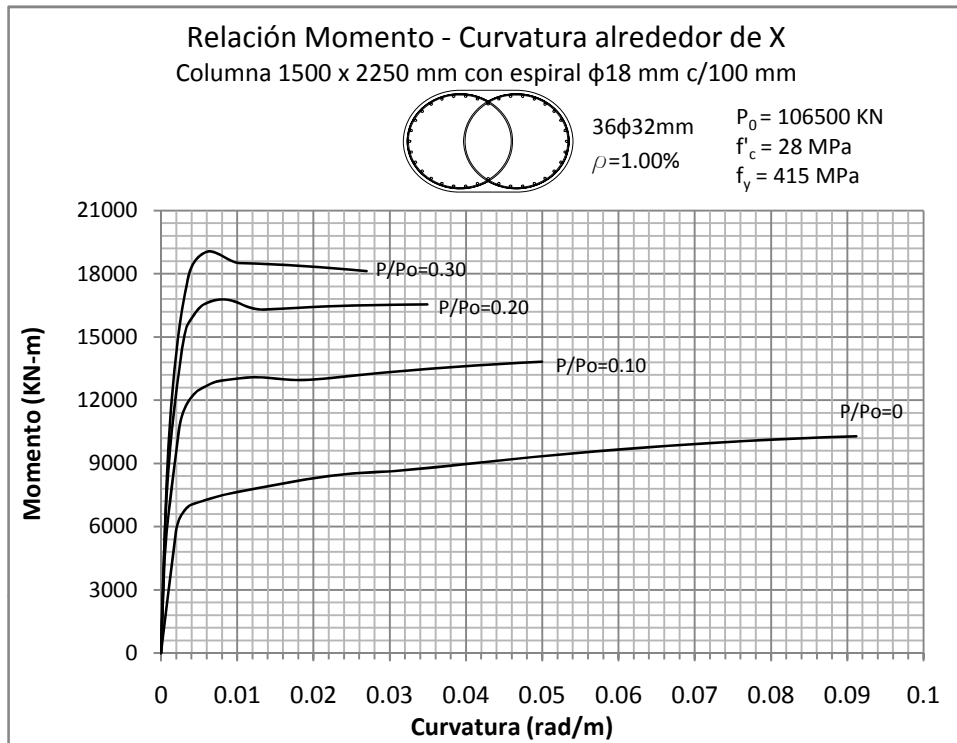


Figura 5.214 y 5.215: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

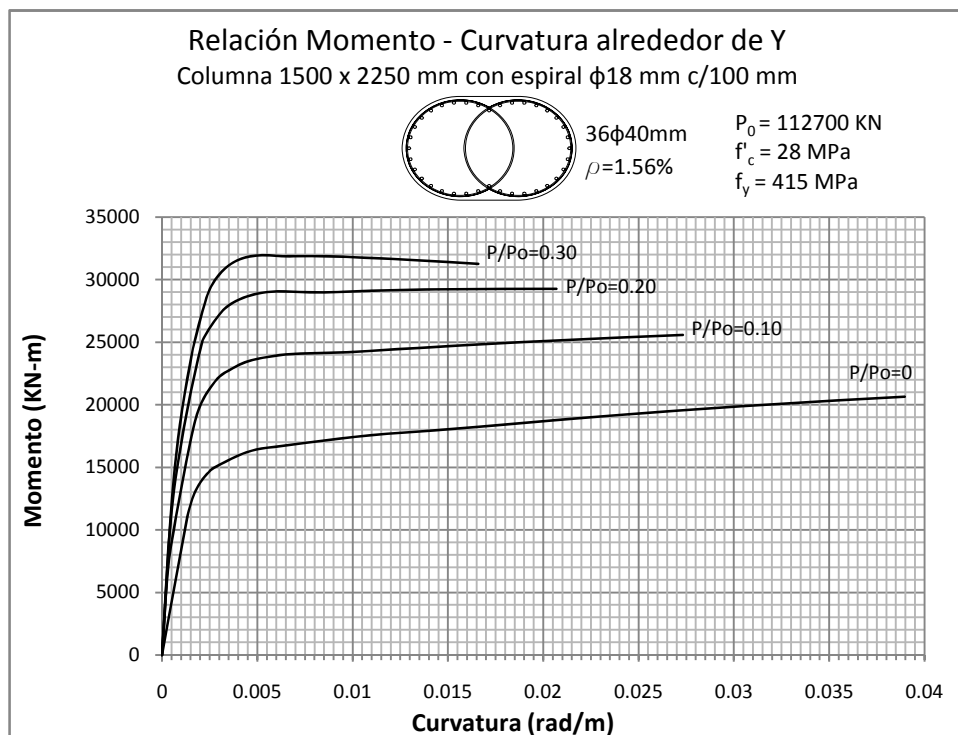
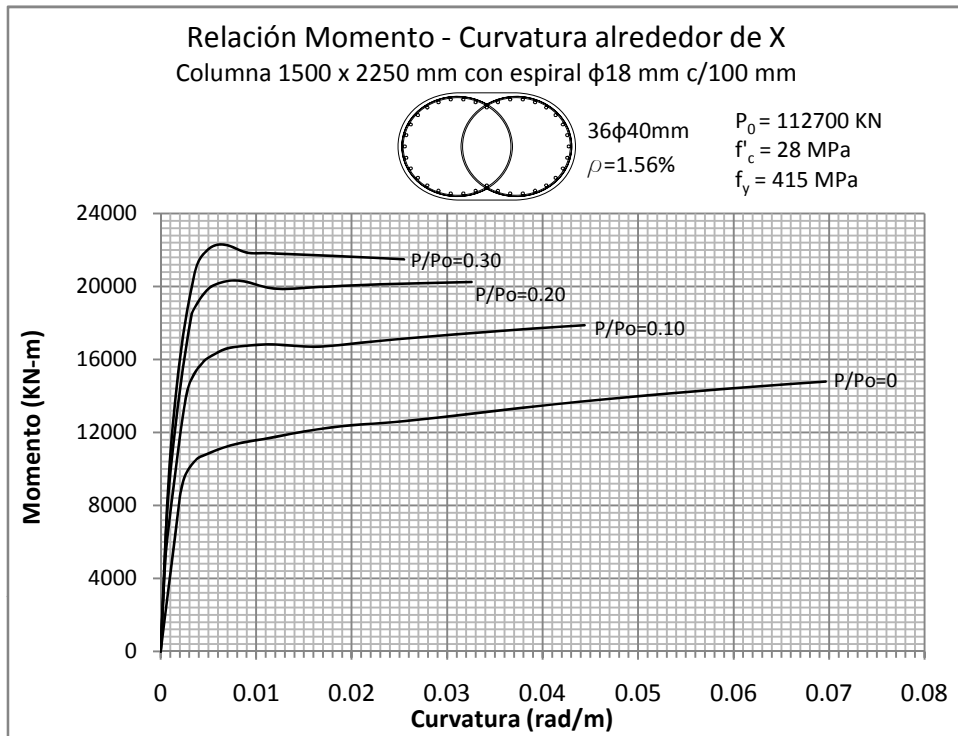


Figura 5.216 y 5.217: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

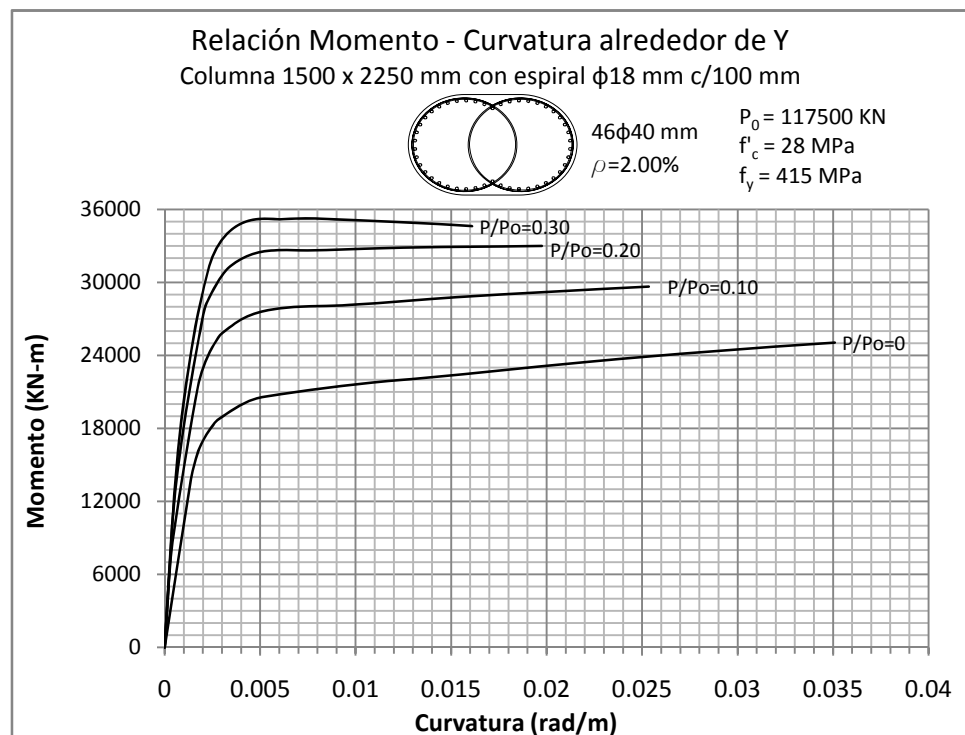
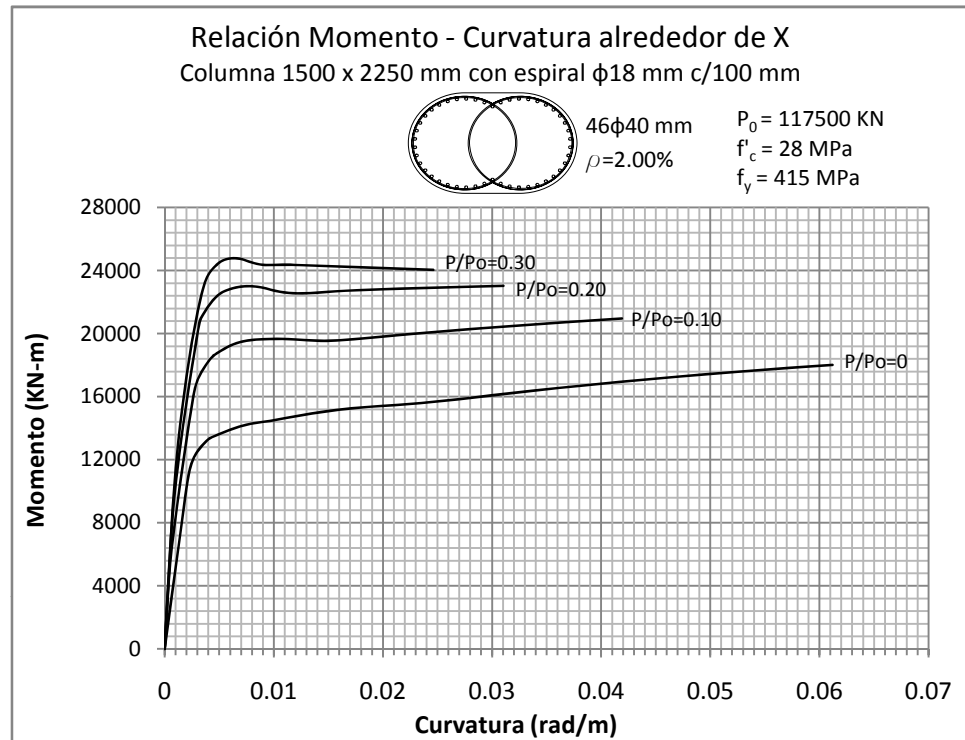




Figura 5.218 y 5.219: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

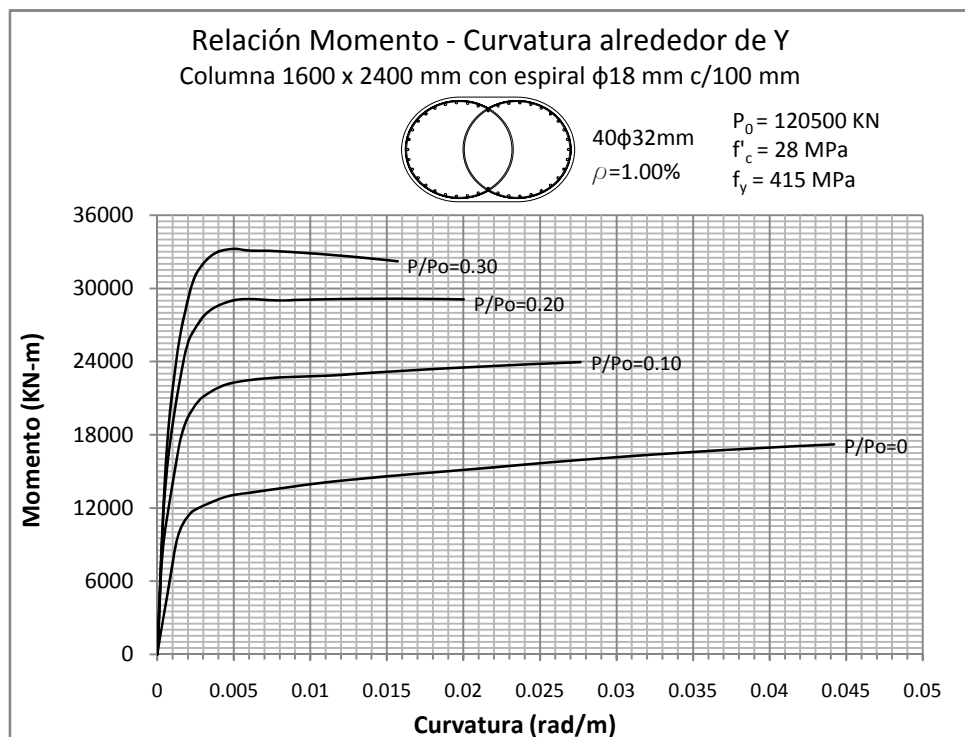
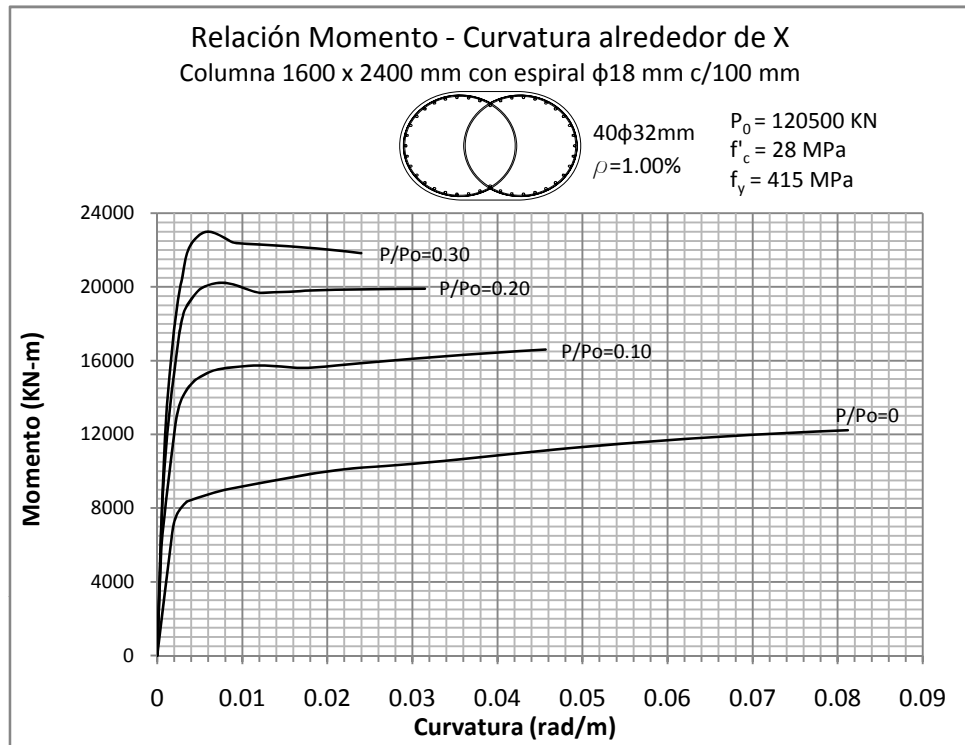


Figura 5.220 y 5.221: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

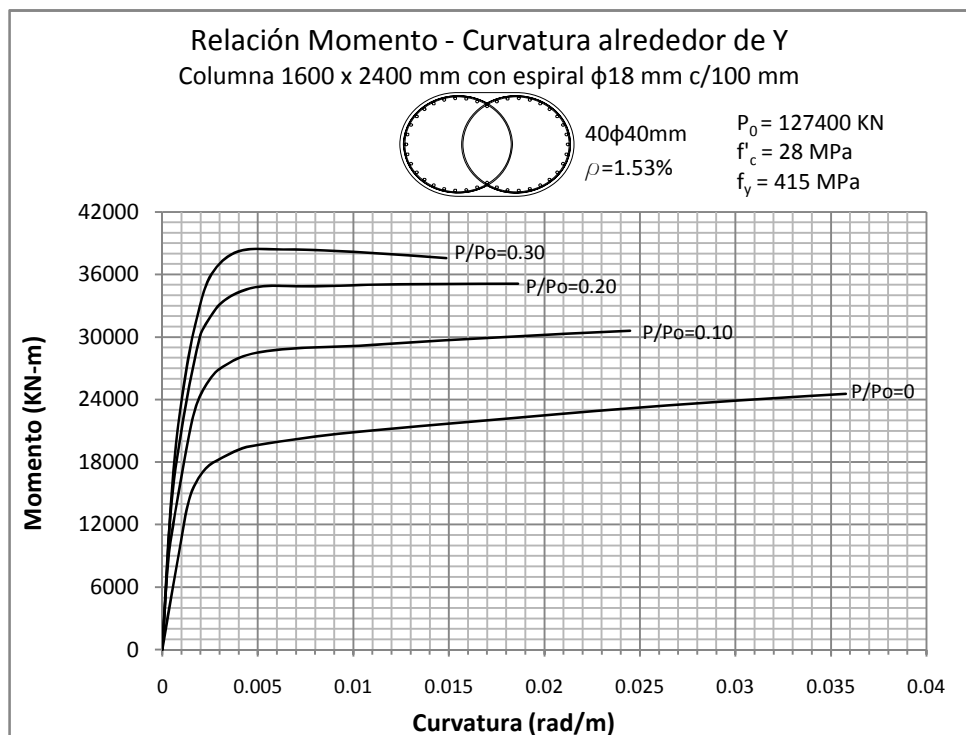
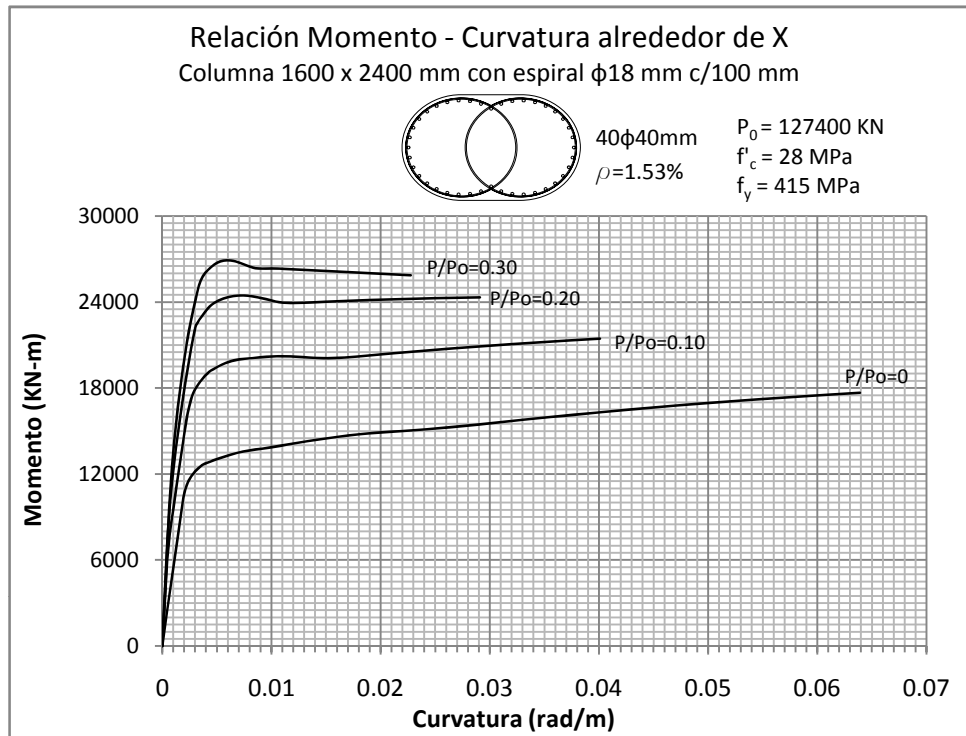


Figura 5.222 y 5.223: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

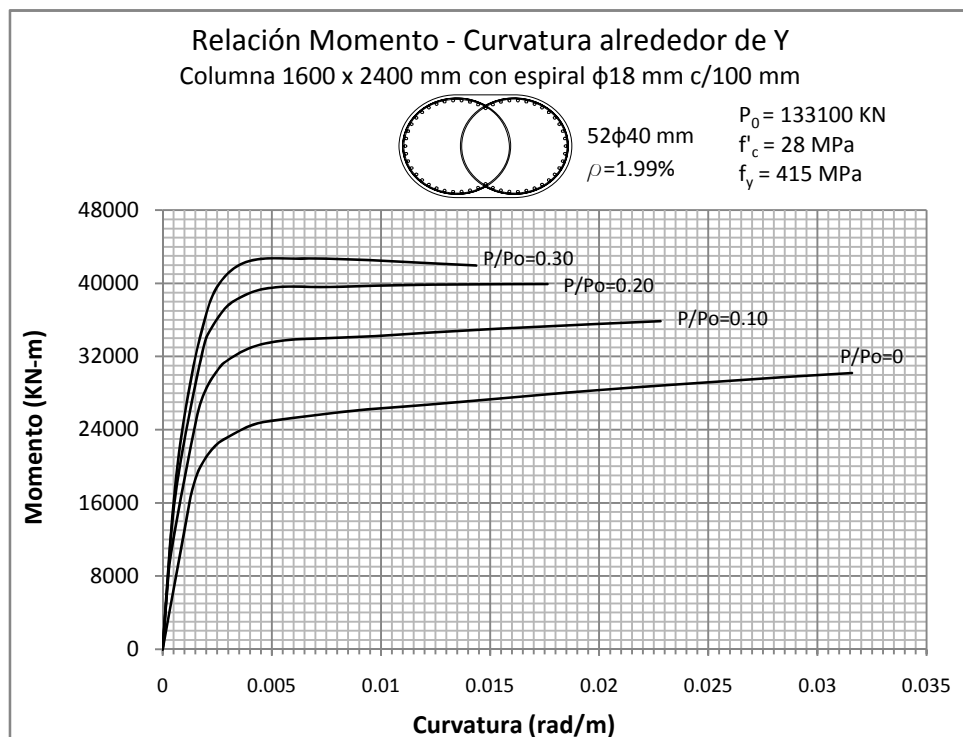
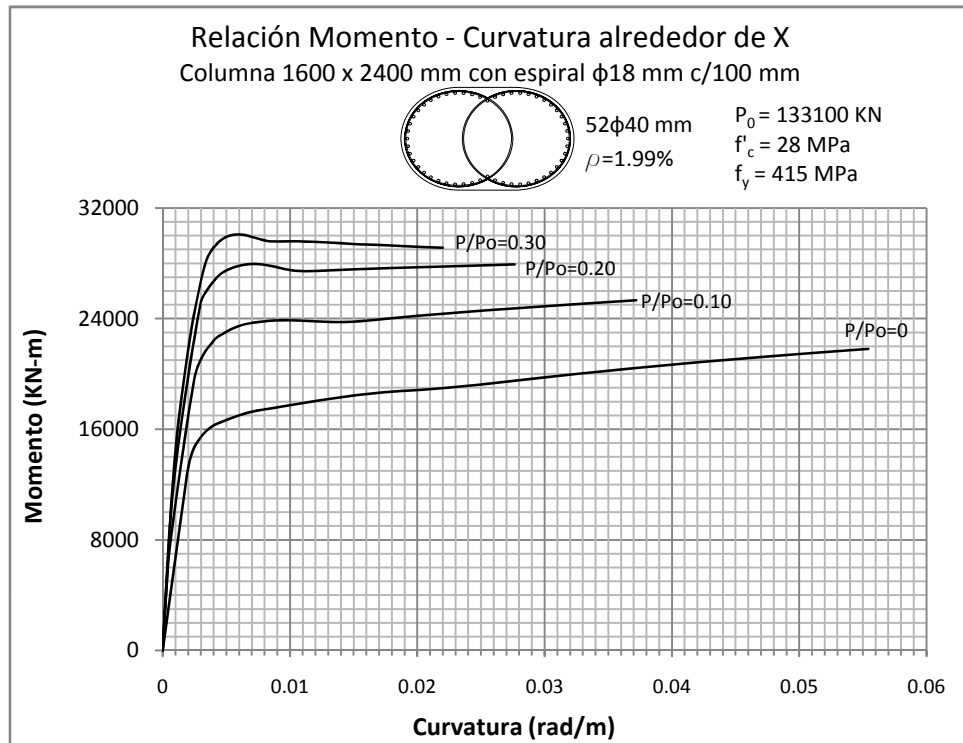


Figura 5.224 y 5.225: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

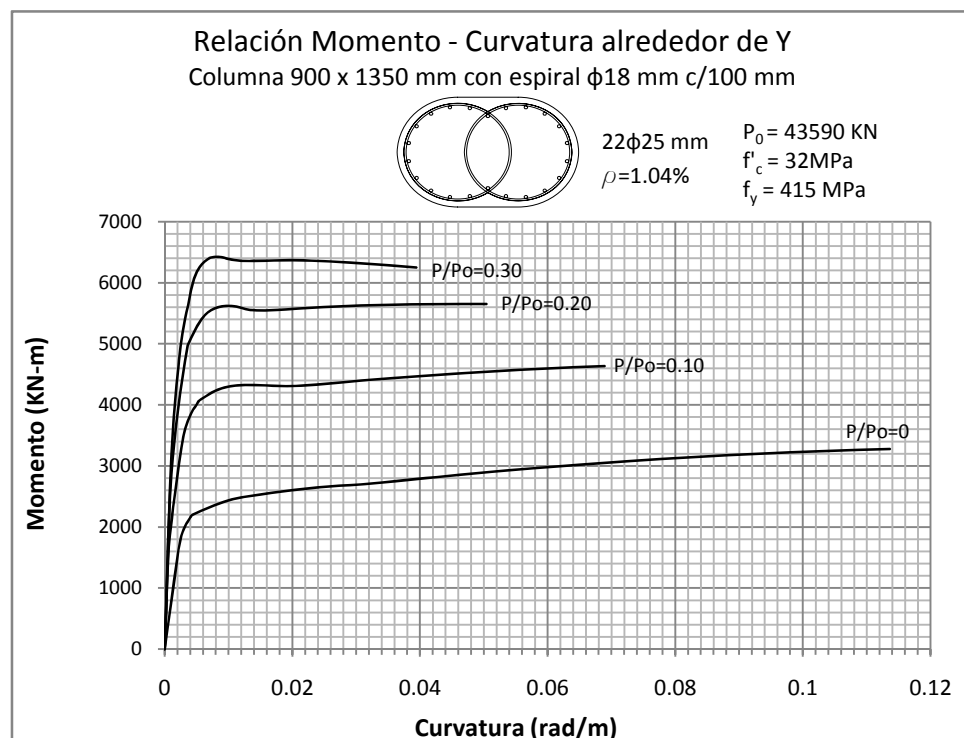
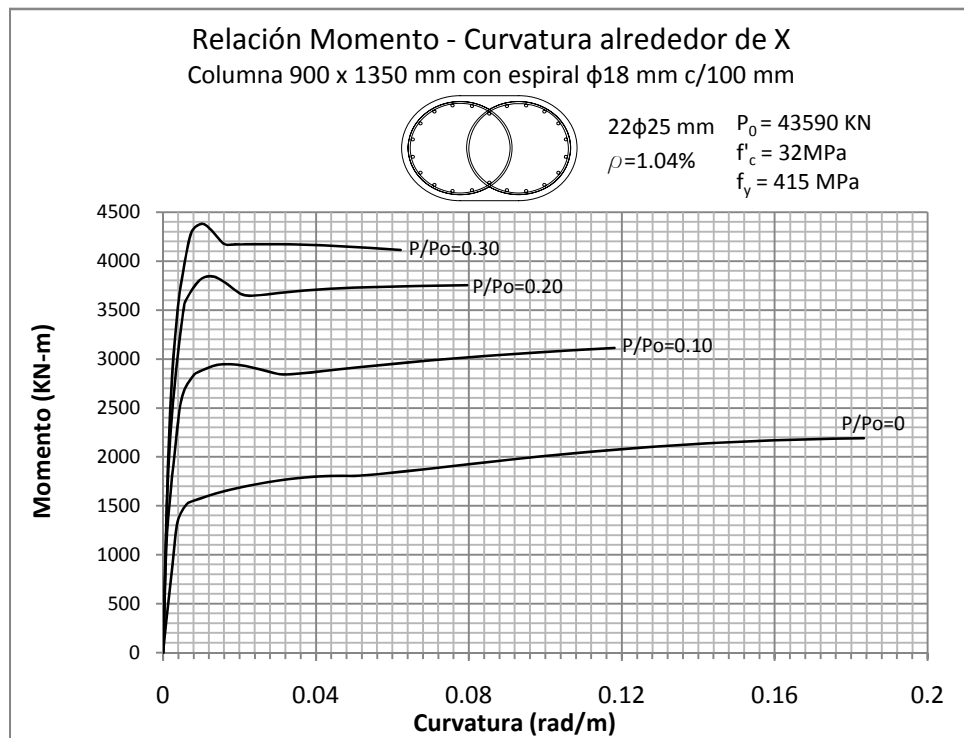


Figura 5.226 y 5.227: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

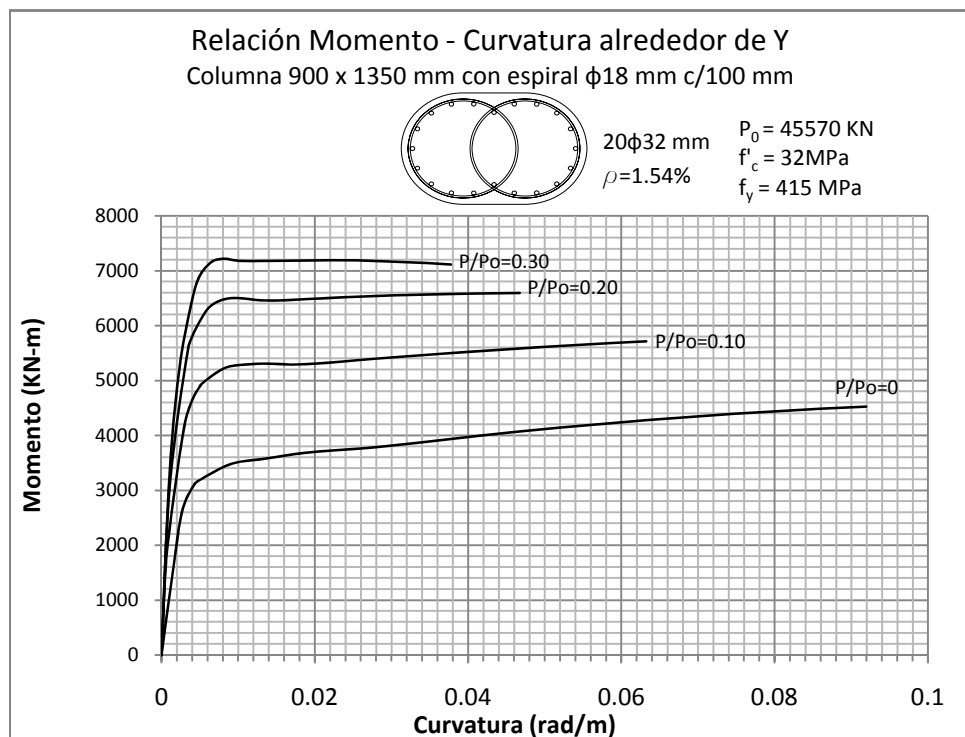
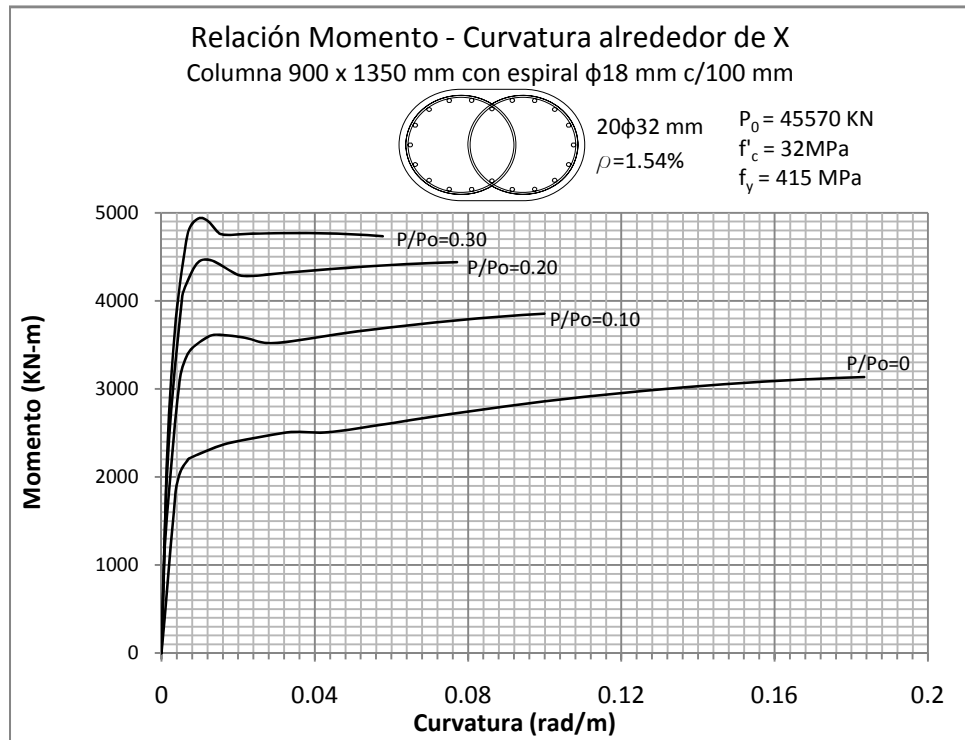


Figura 5.228 y 5.229 RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

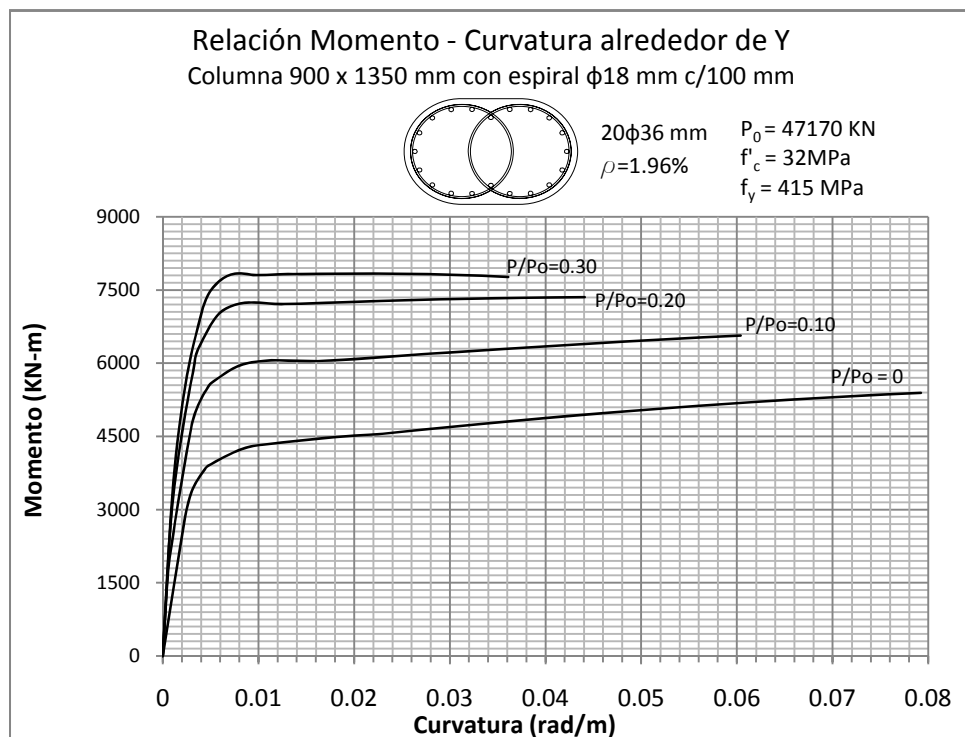
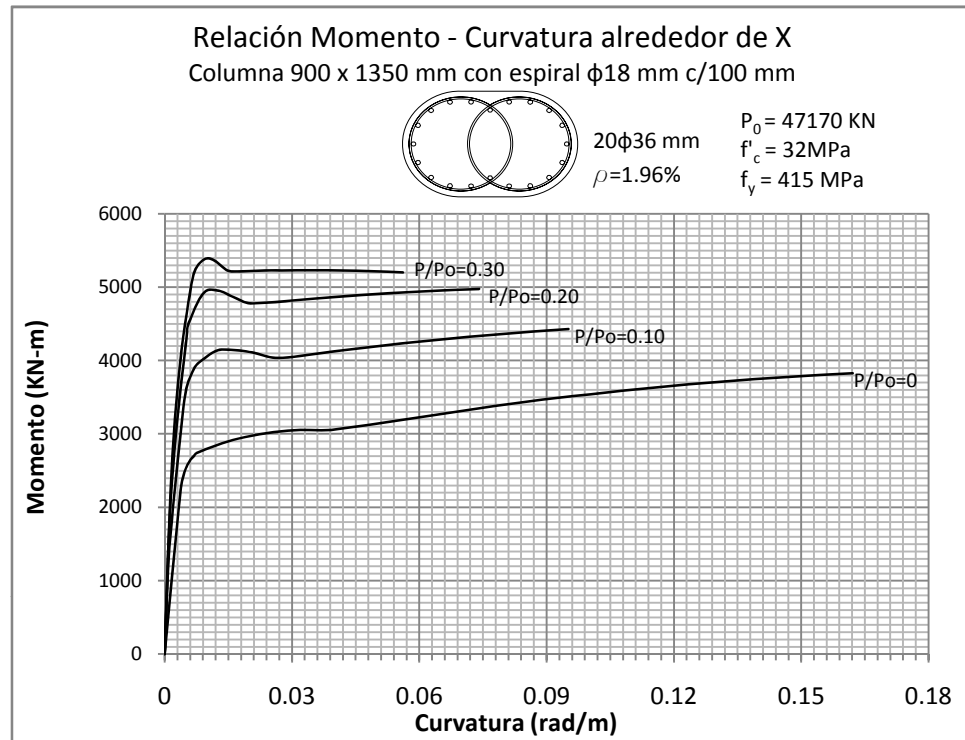


Figura 5.230 y 5.231: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

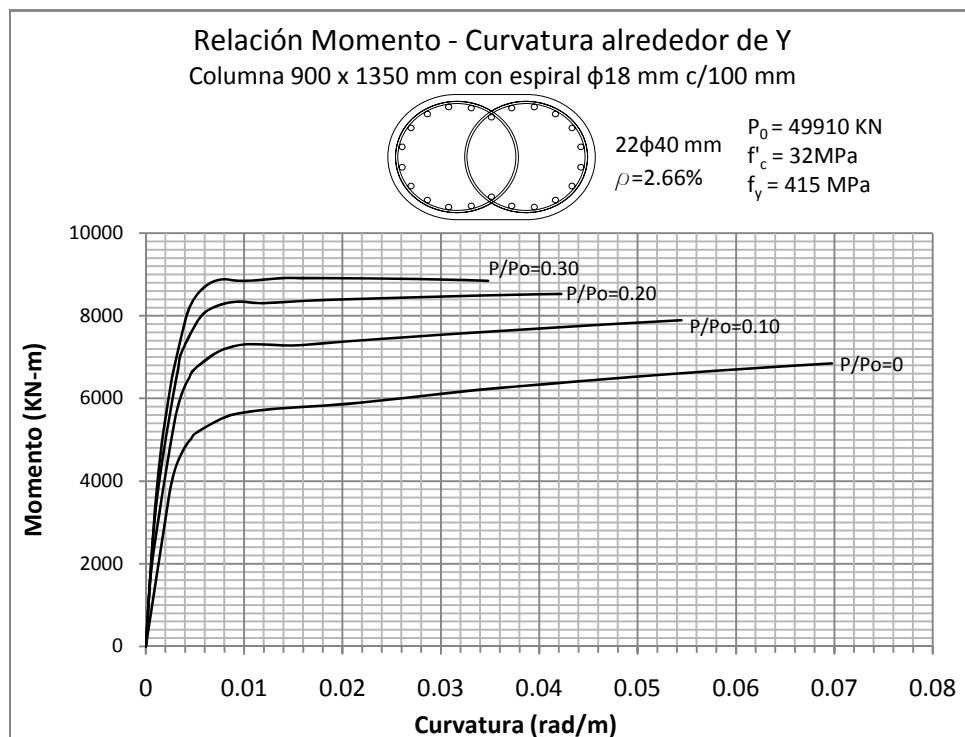
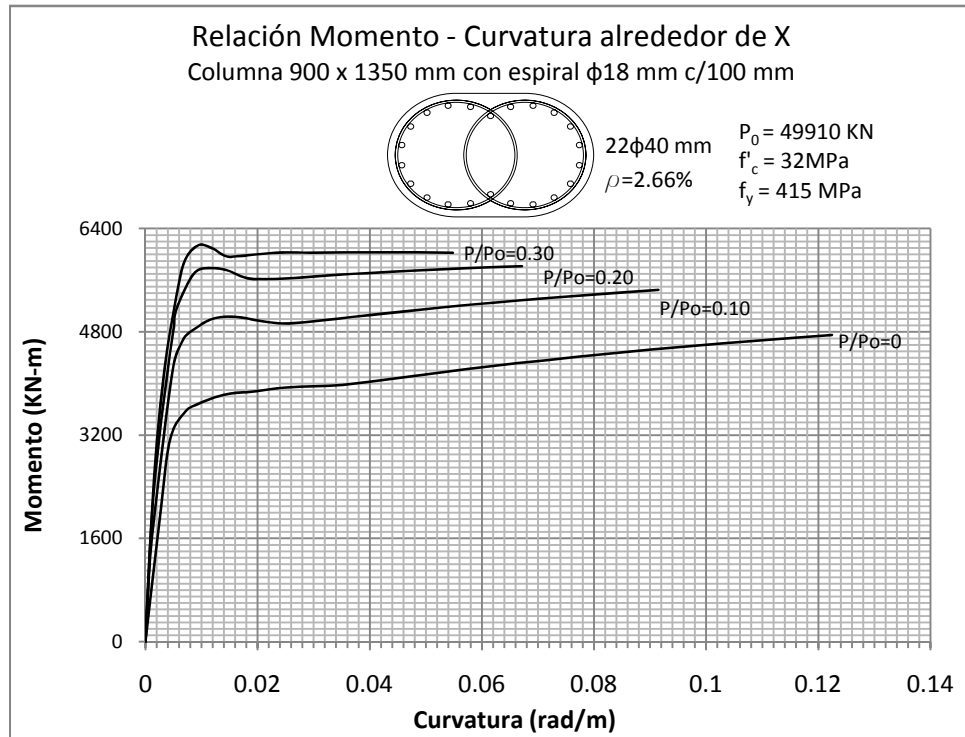


Figura 5.232 y 5.233: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

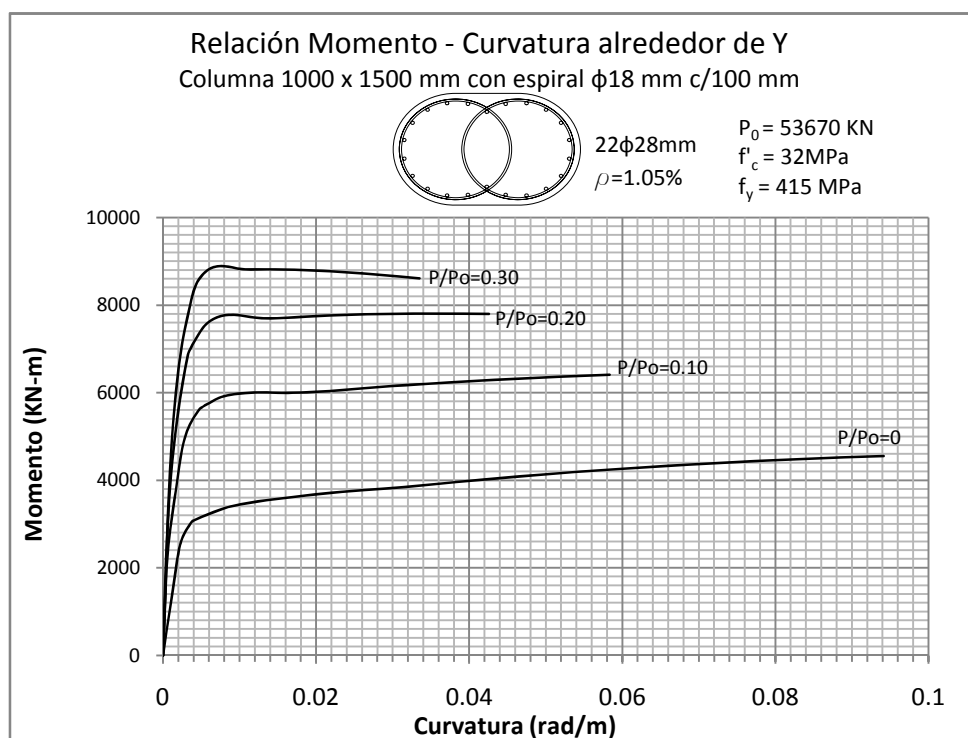
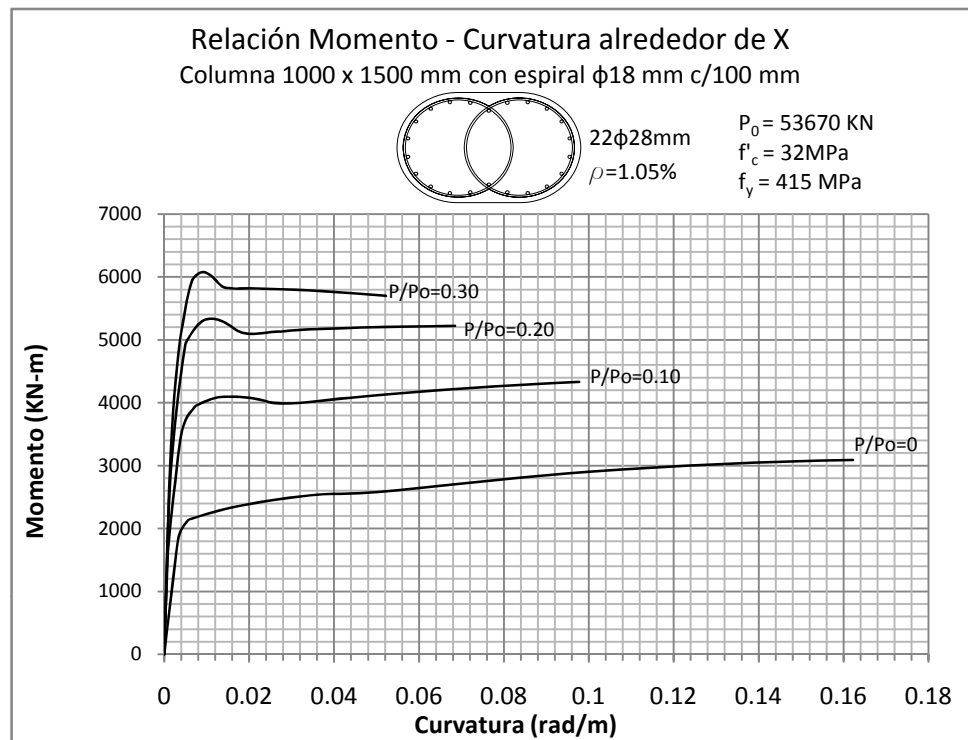




Figura 5.234 y 5.235: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

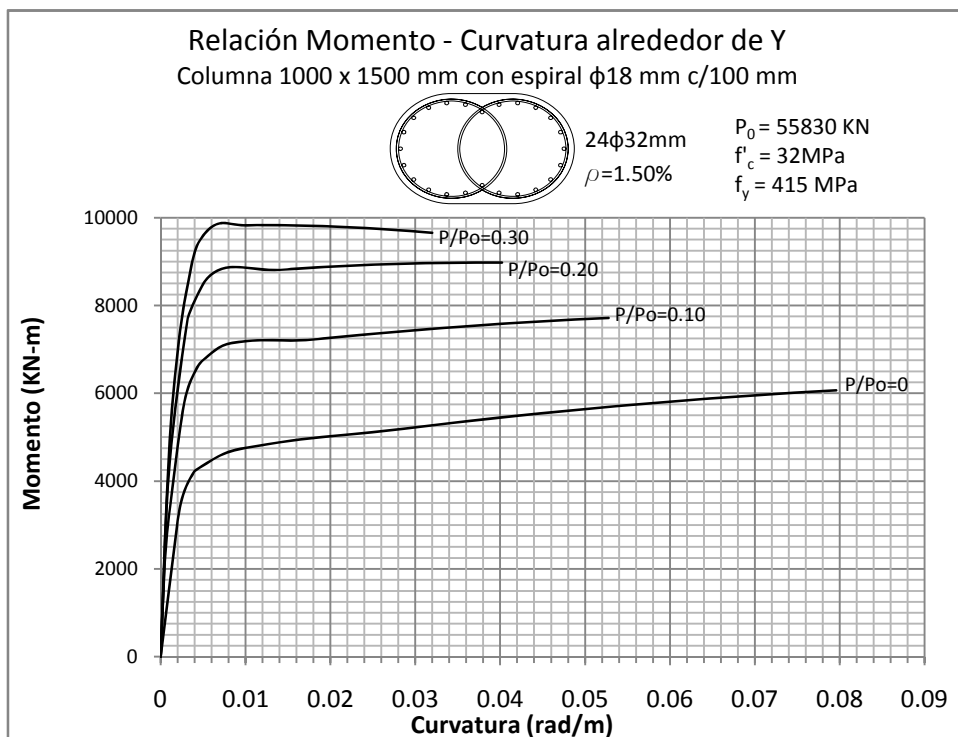
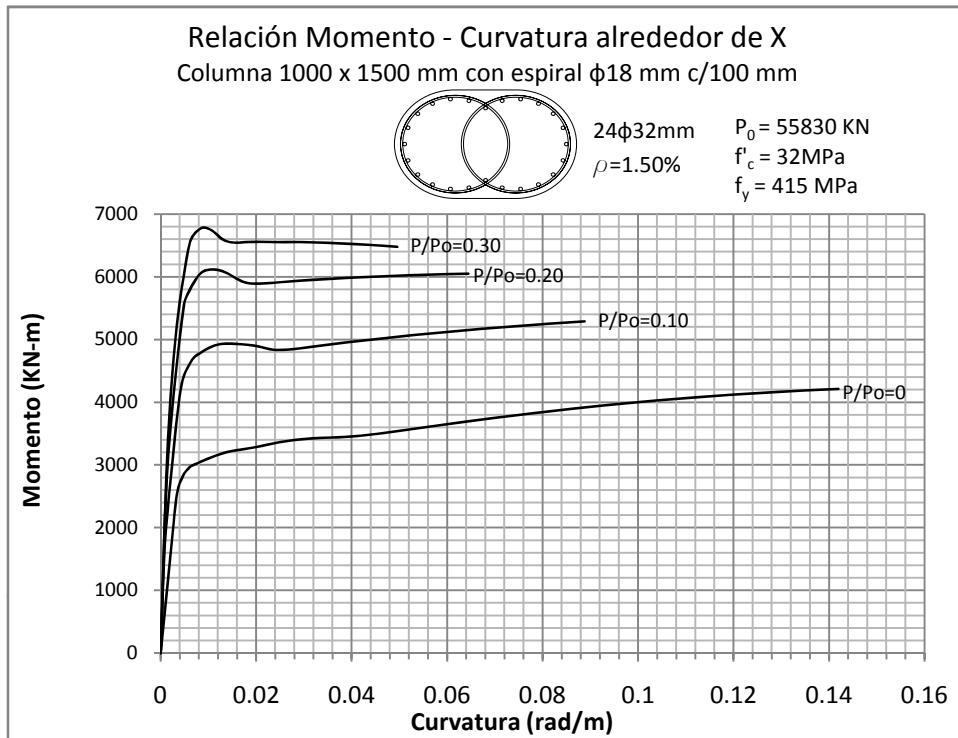


Figura 5.236 y 5.237: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

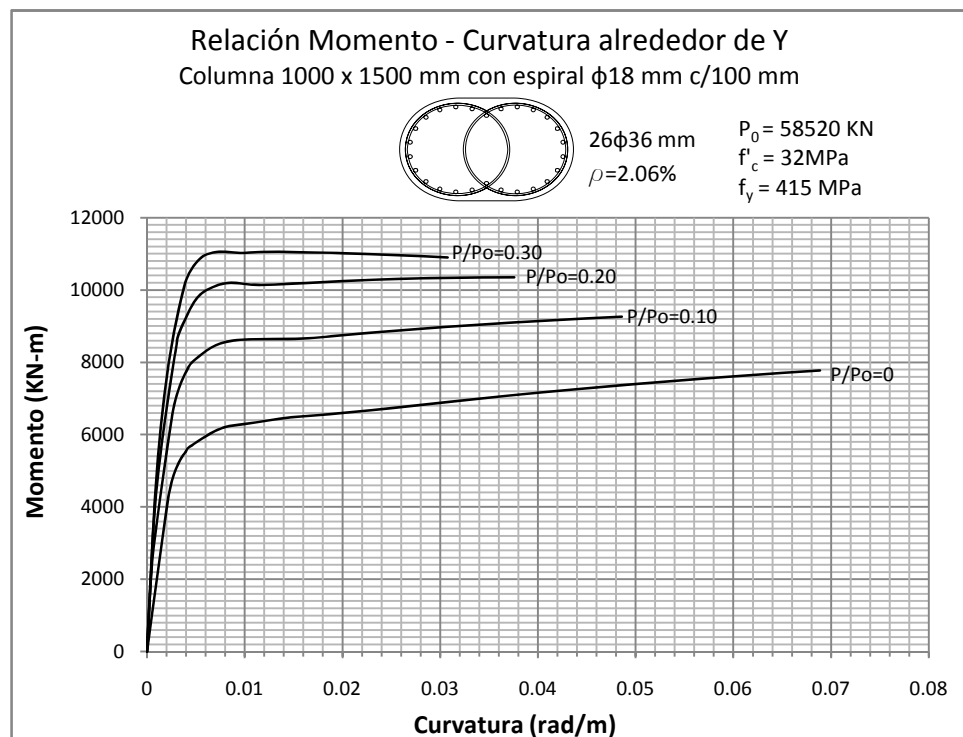
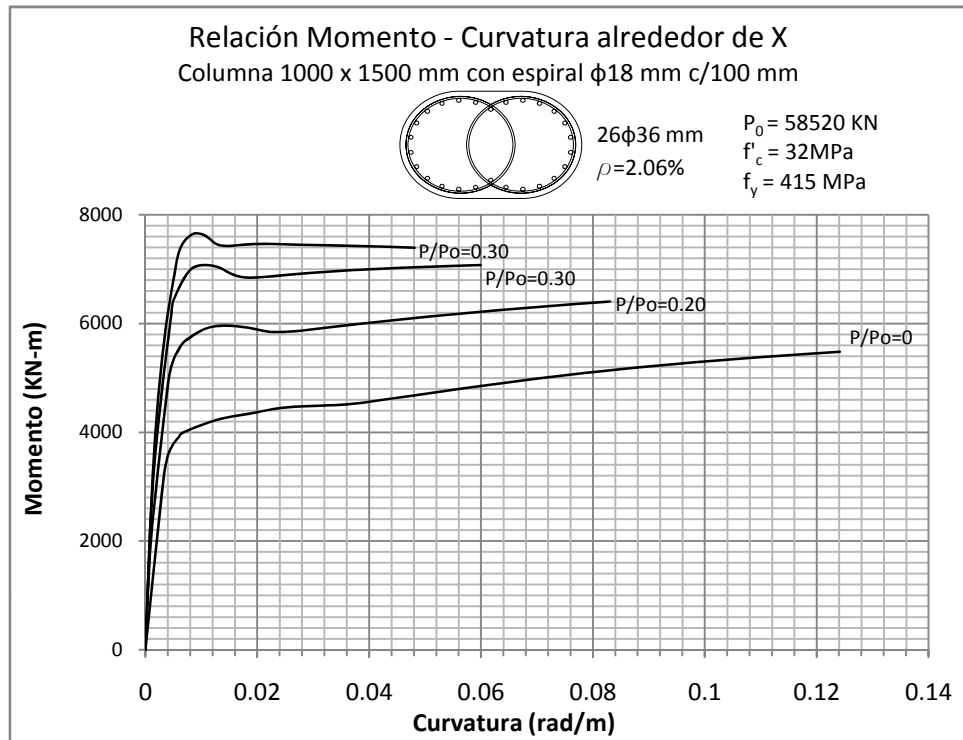


Figura 5.238 y 5.239: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

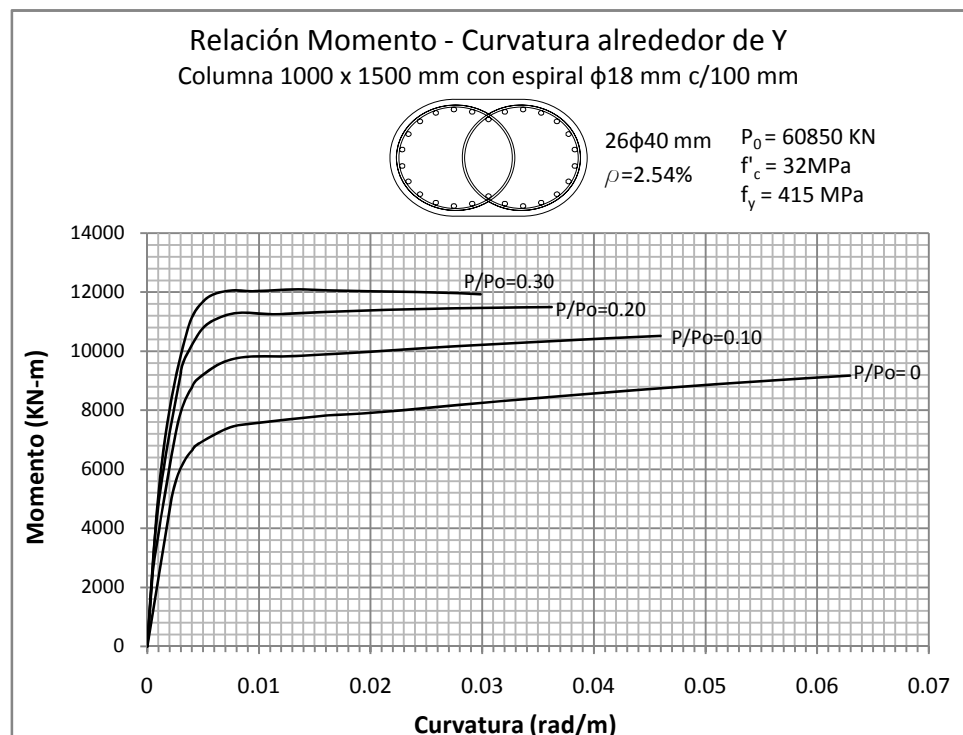
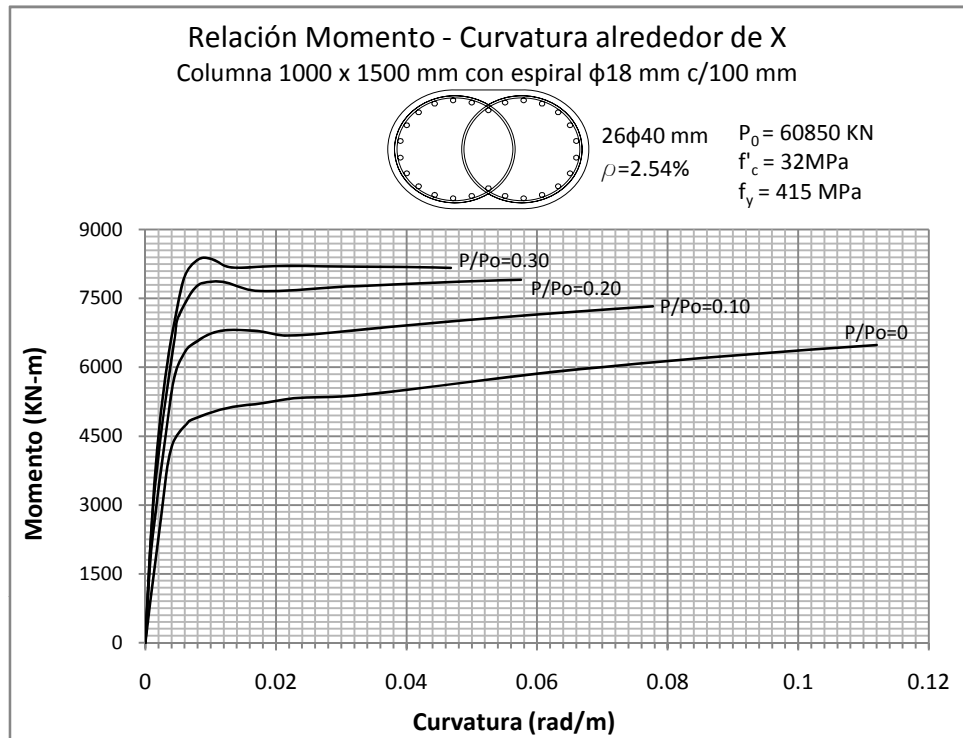


Figura 5.240 y 5.241: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

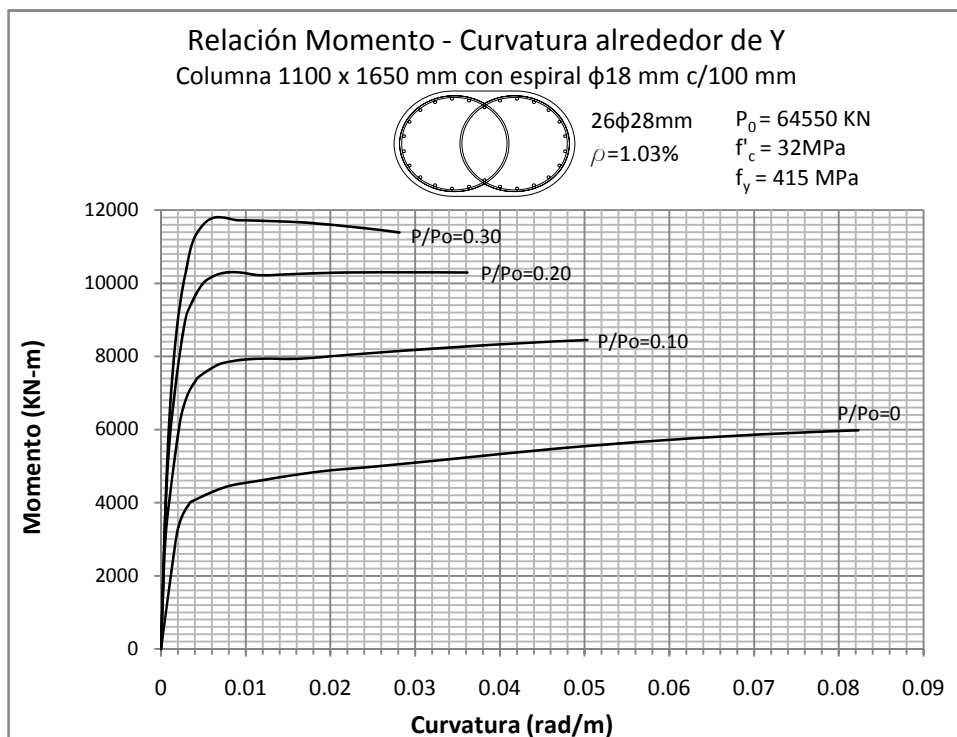
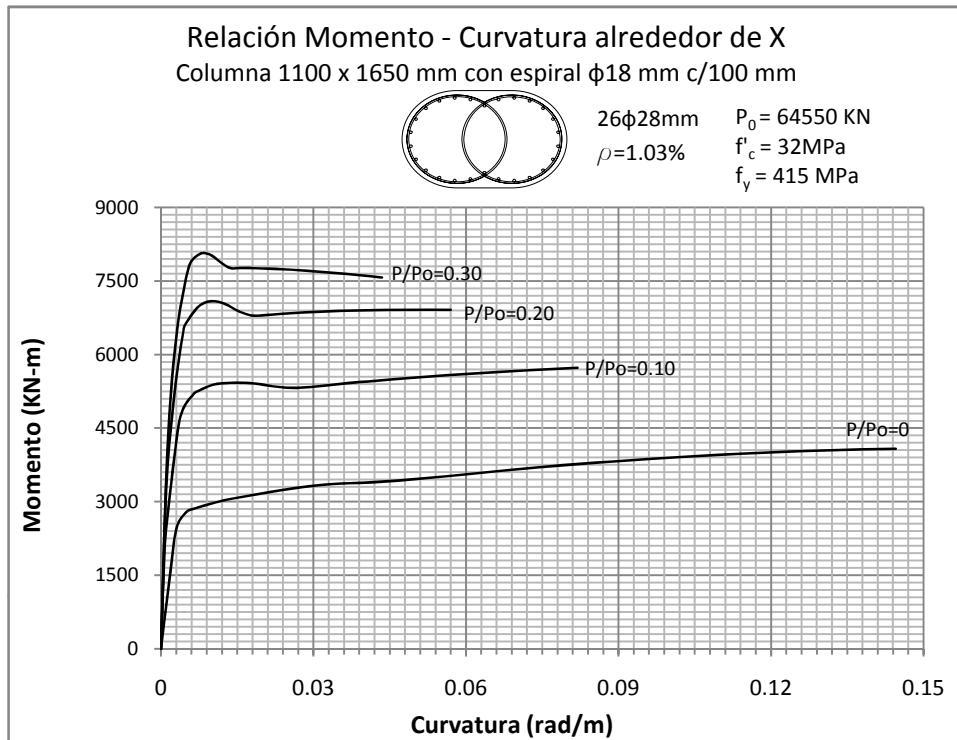


Figura 5.242 y 5.243: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

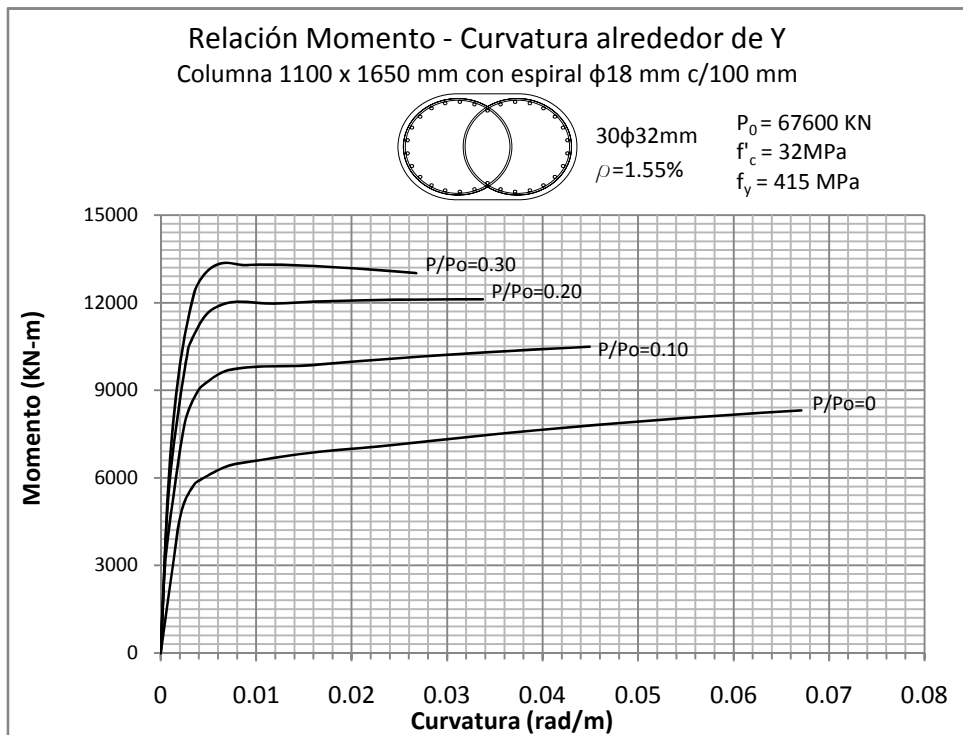
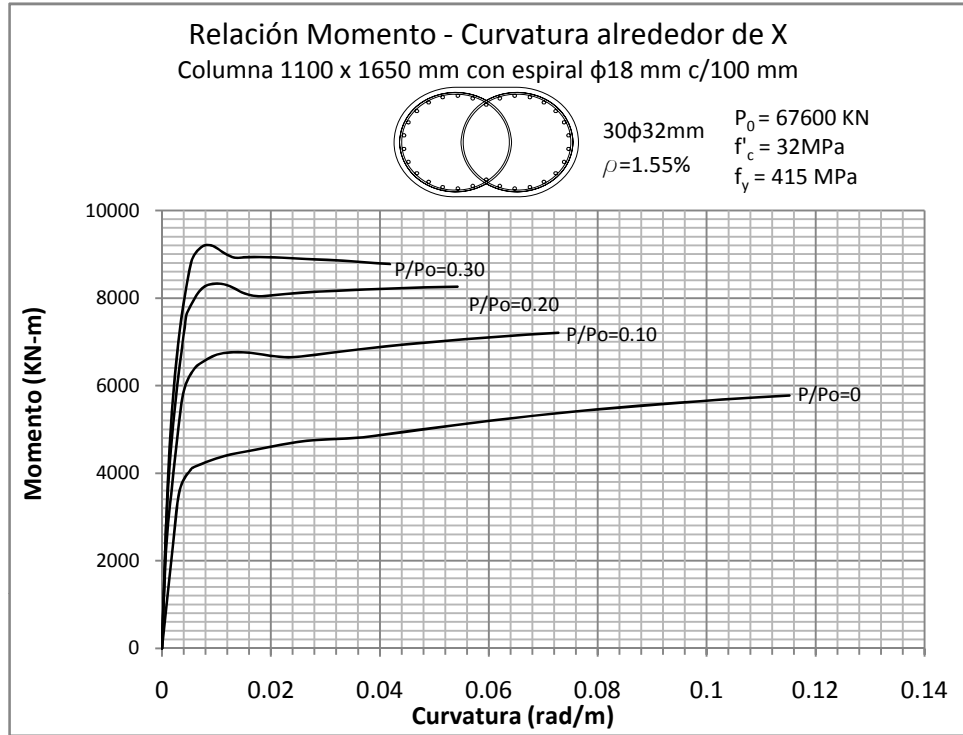


Figura 5.244 y 5.245: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

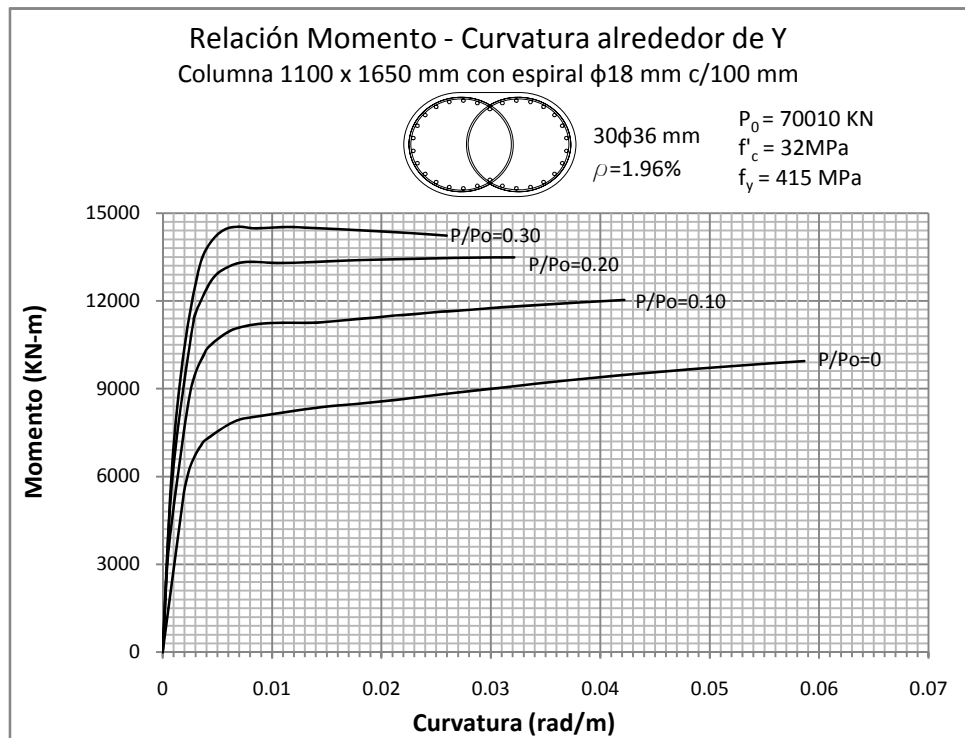
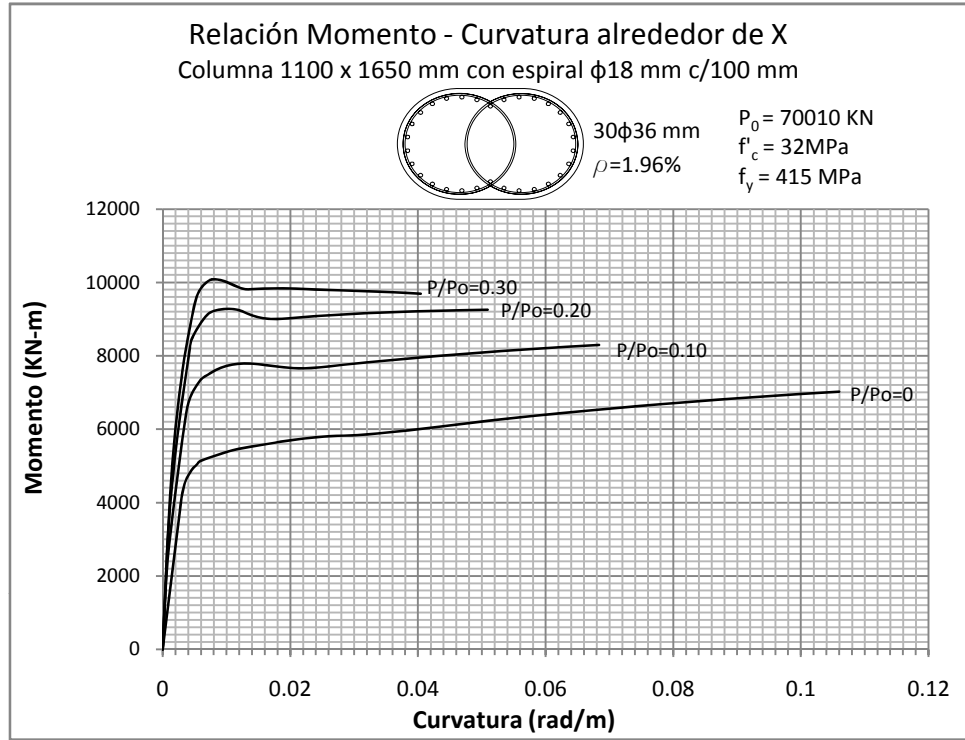


Figura 5.246 y 5.247: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

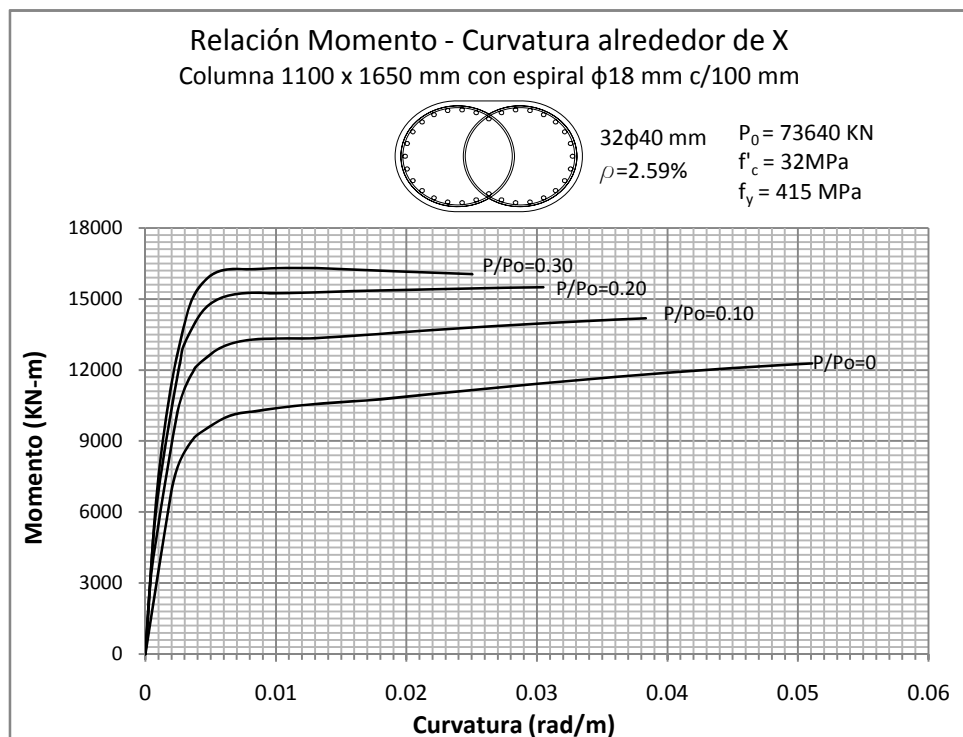
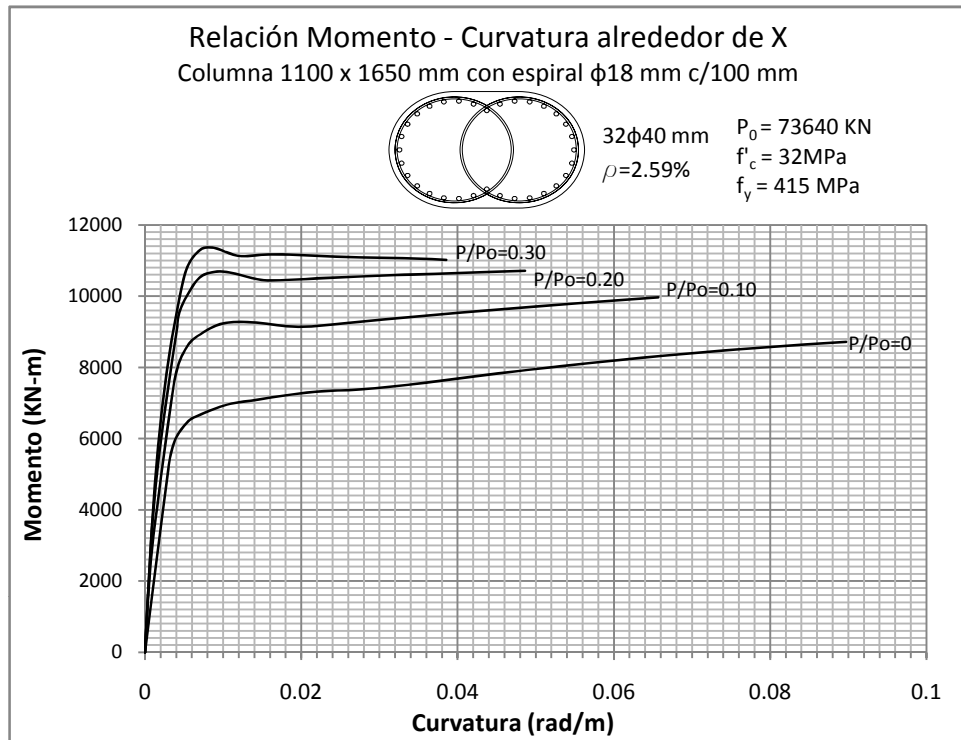


Figura 5.248 y 5.249: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

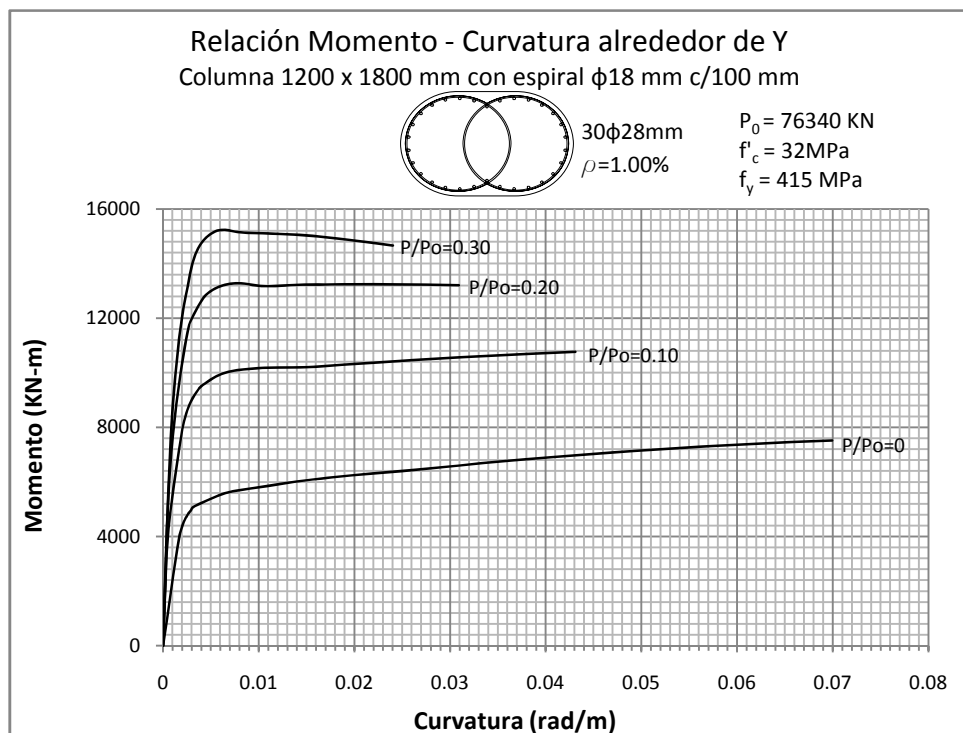
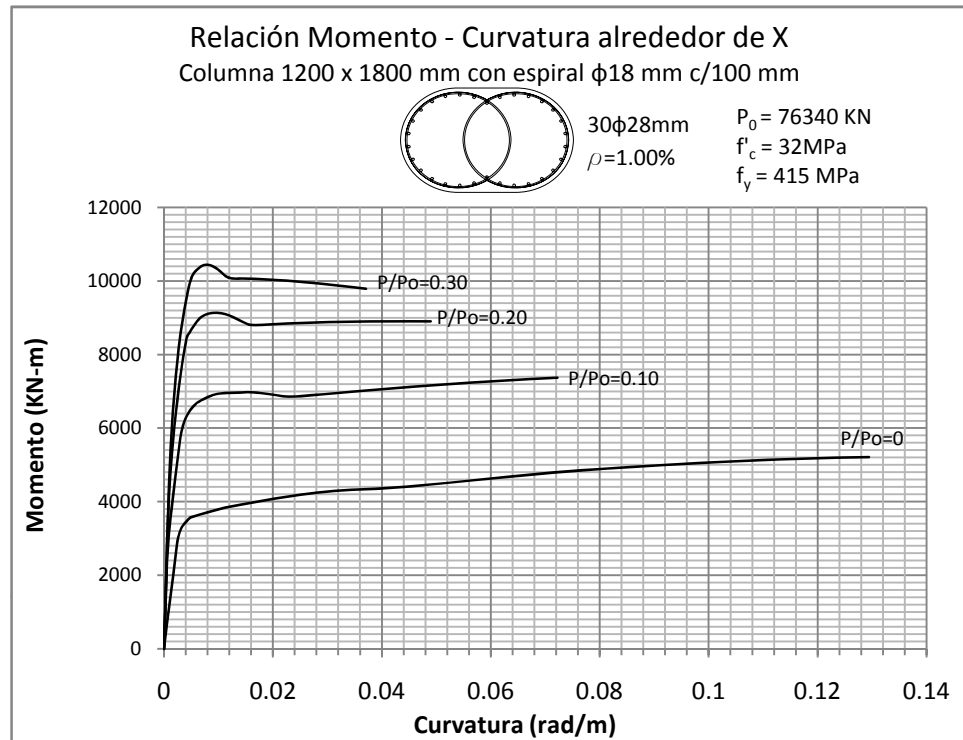




Figura 5.250 y 5.251: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

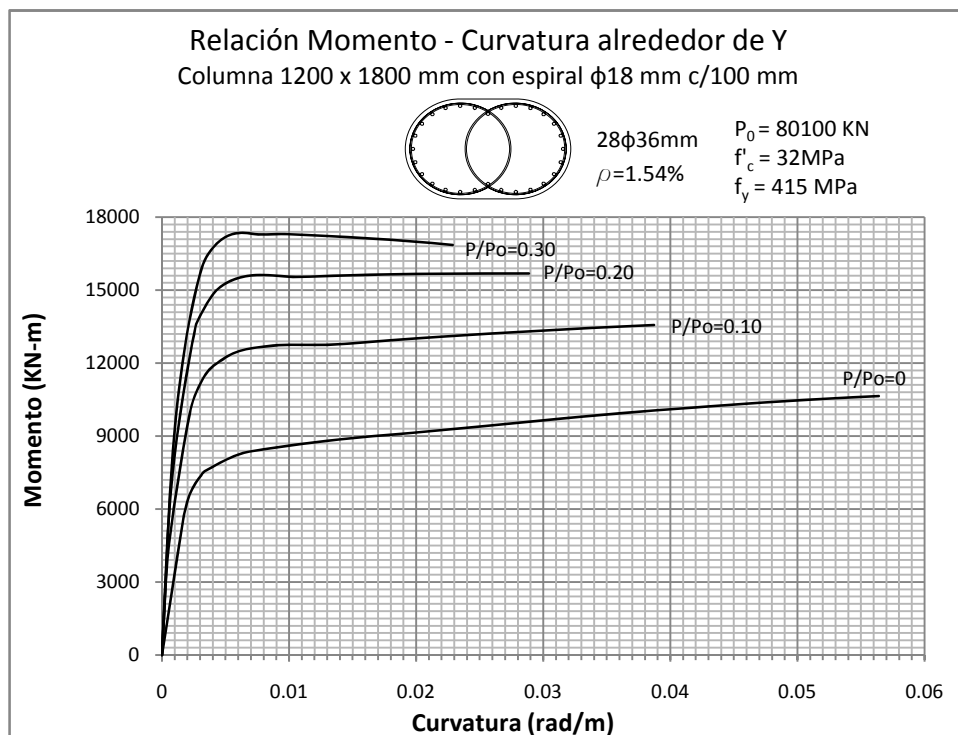
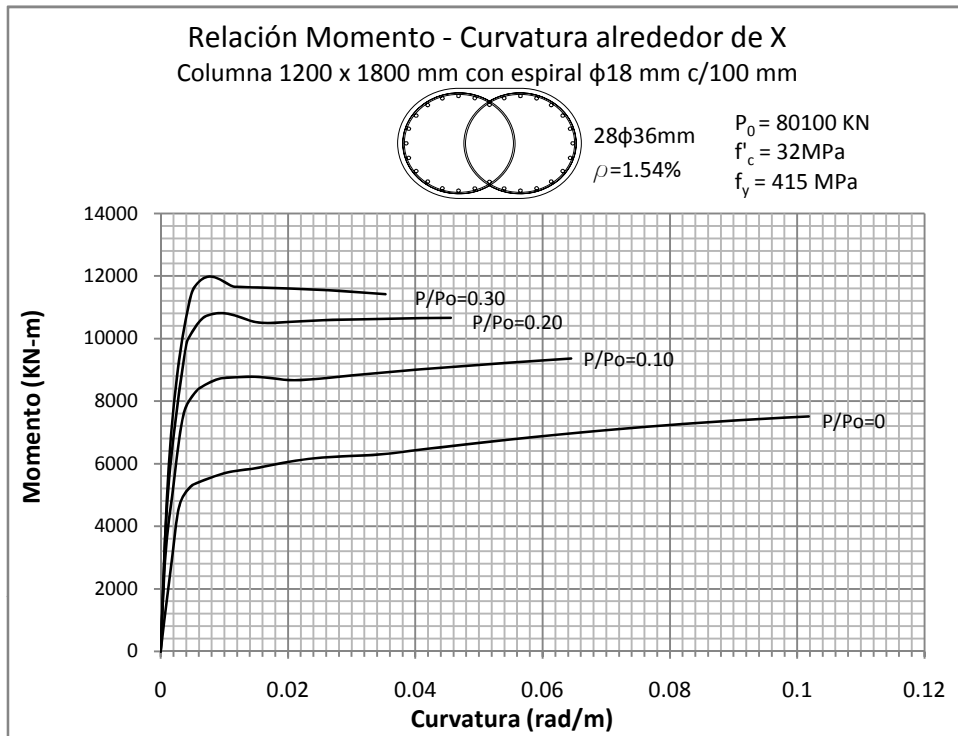


Figura 5.252 y 5.253: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

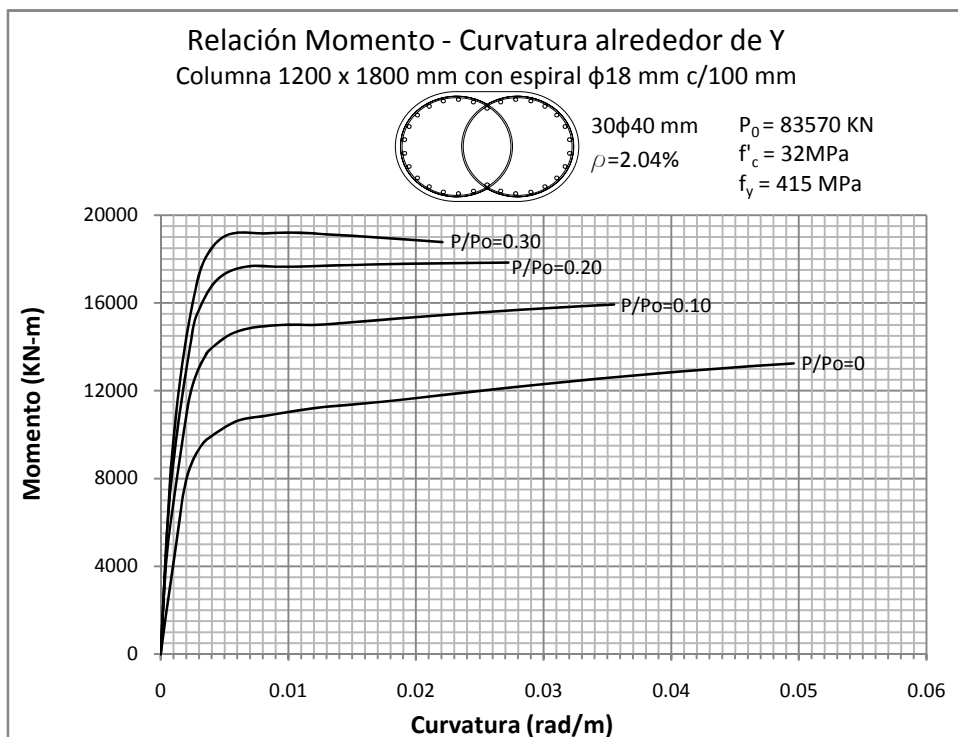
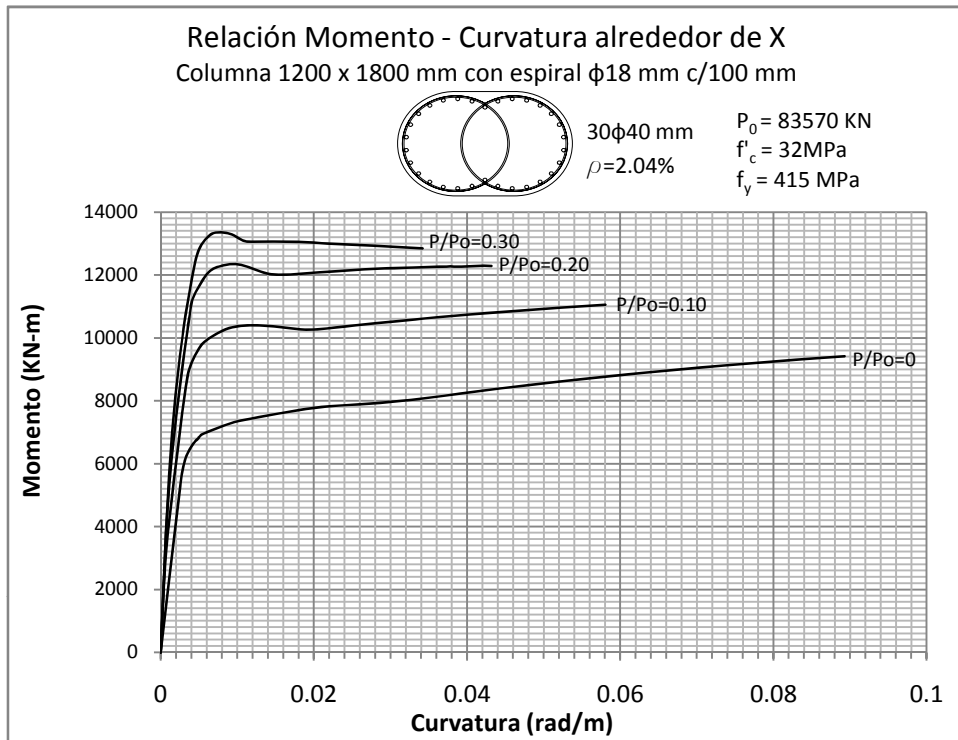


Figura 5.254 y 5.255: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

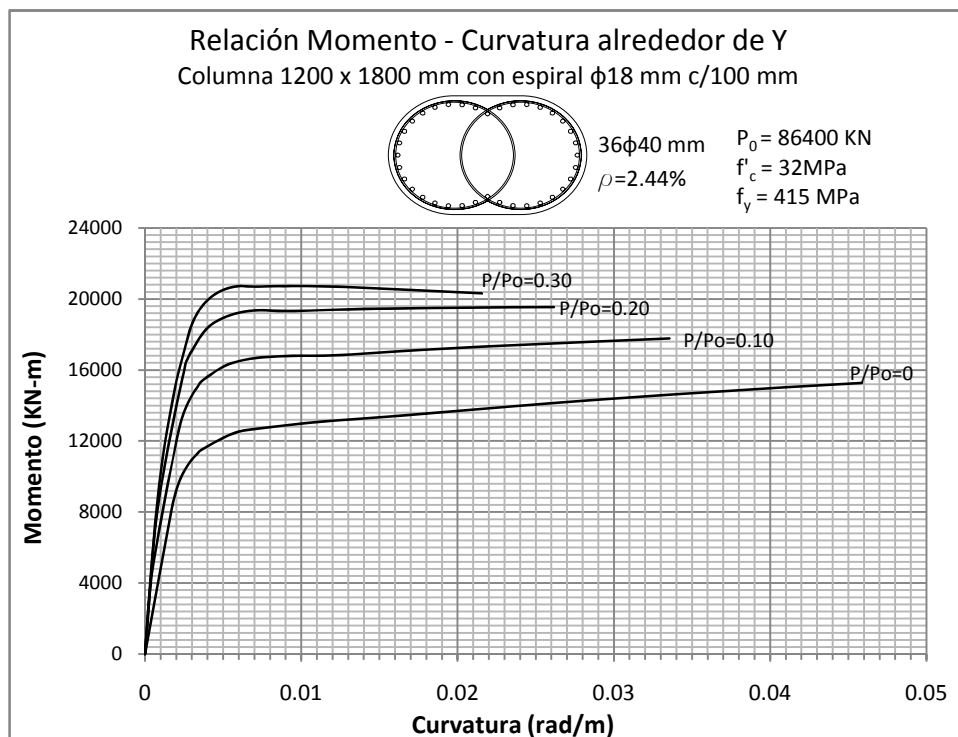
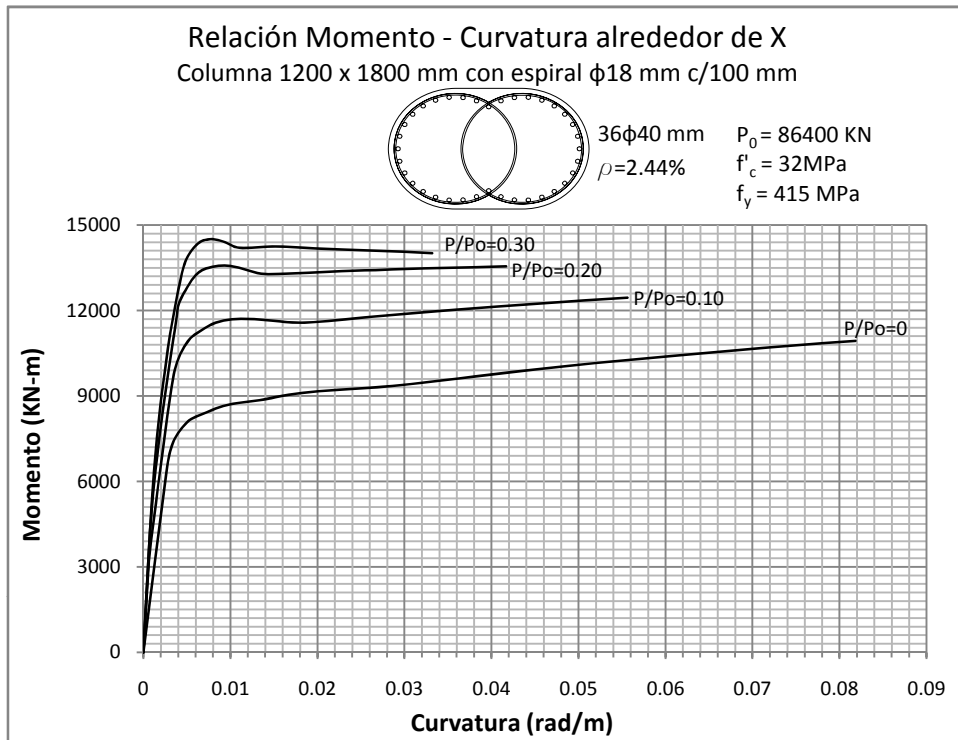


Figura 5.256 y 5.257: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

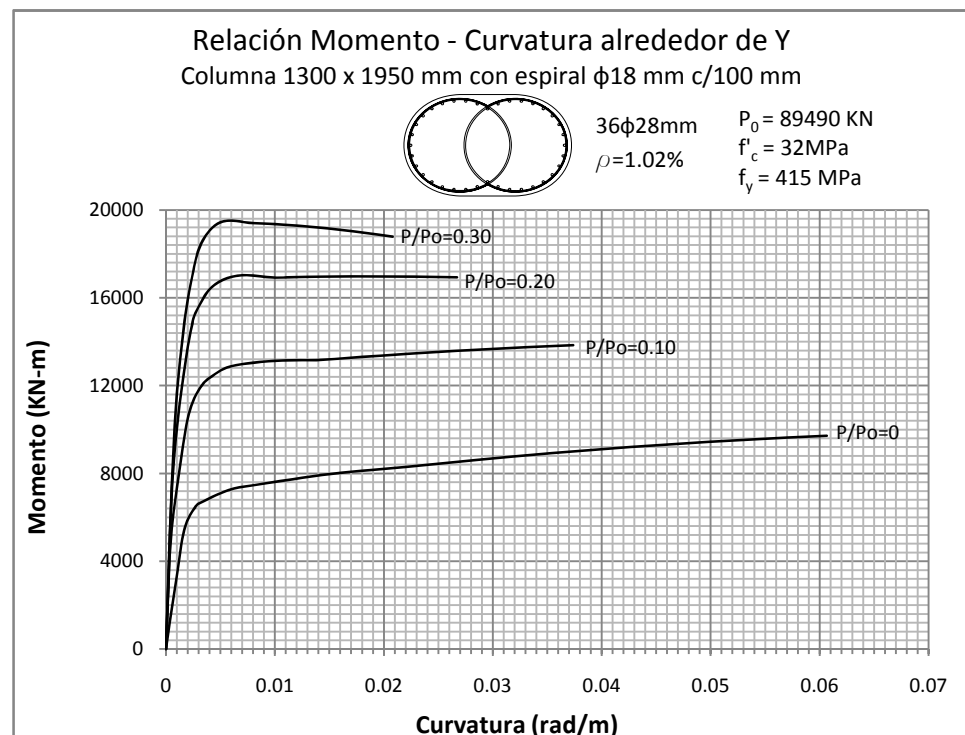
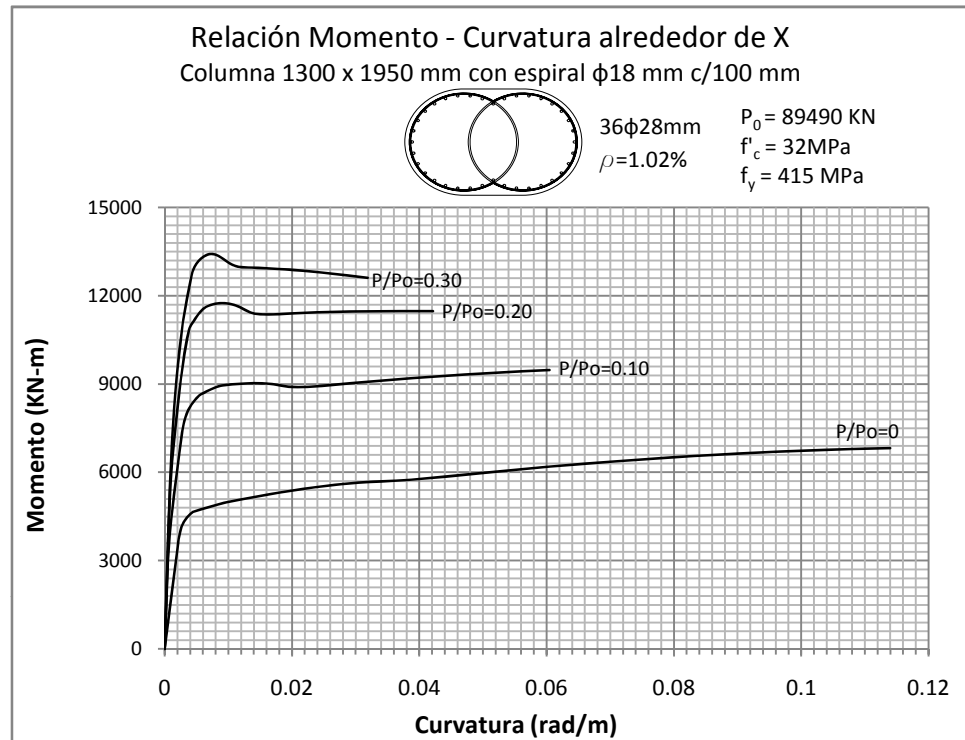


Figura 5.258 y 5.259: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

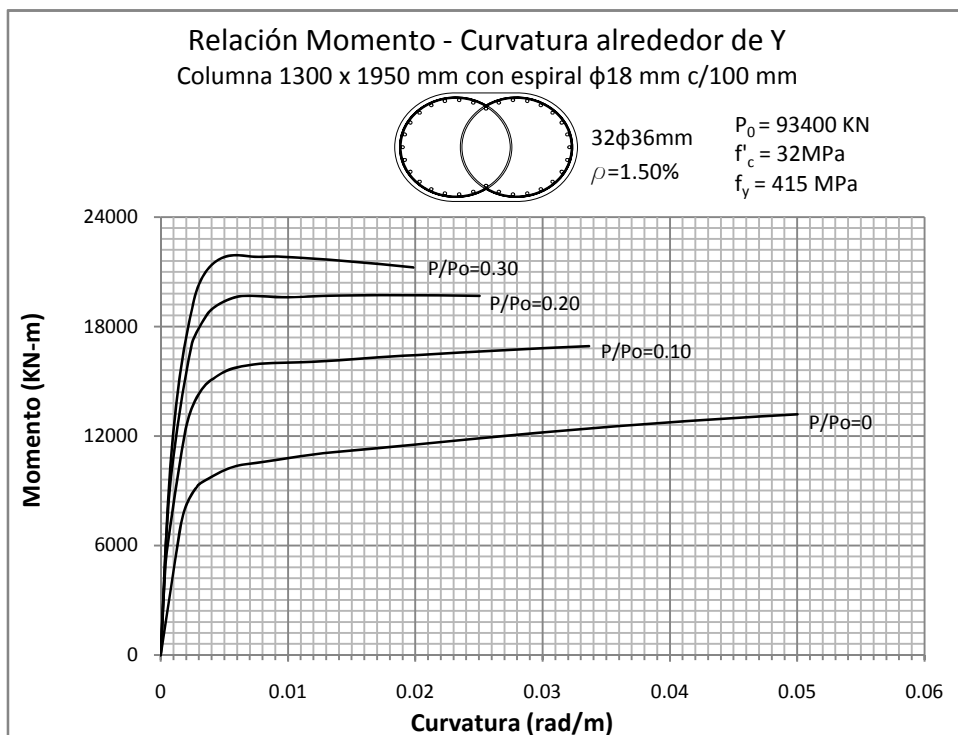
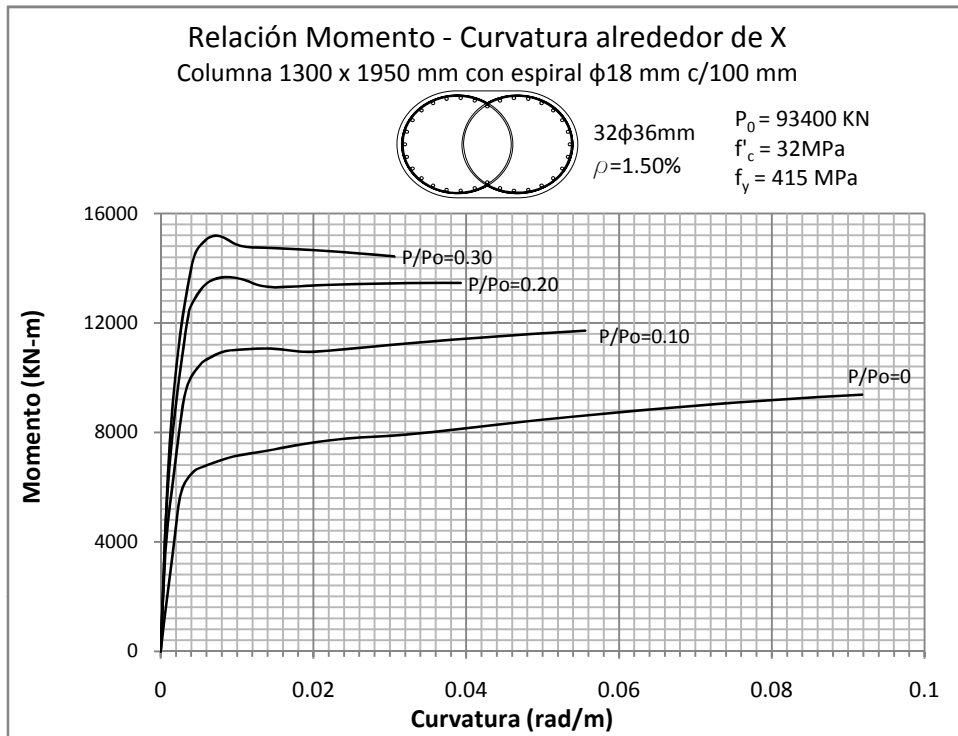


Figura 5.260 y 5.261: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

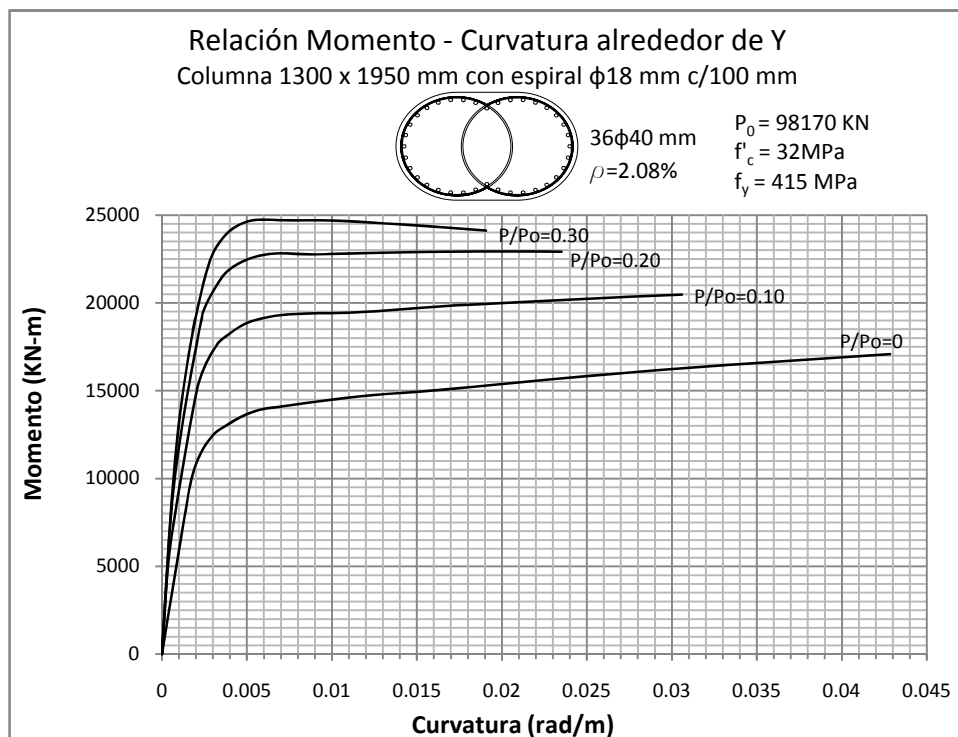
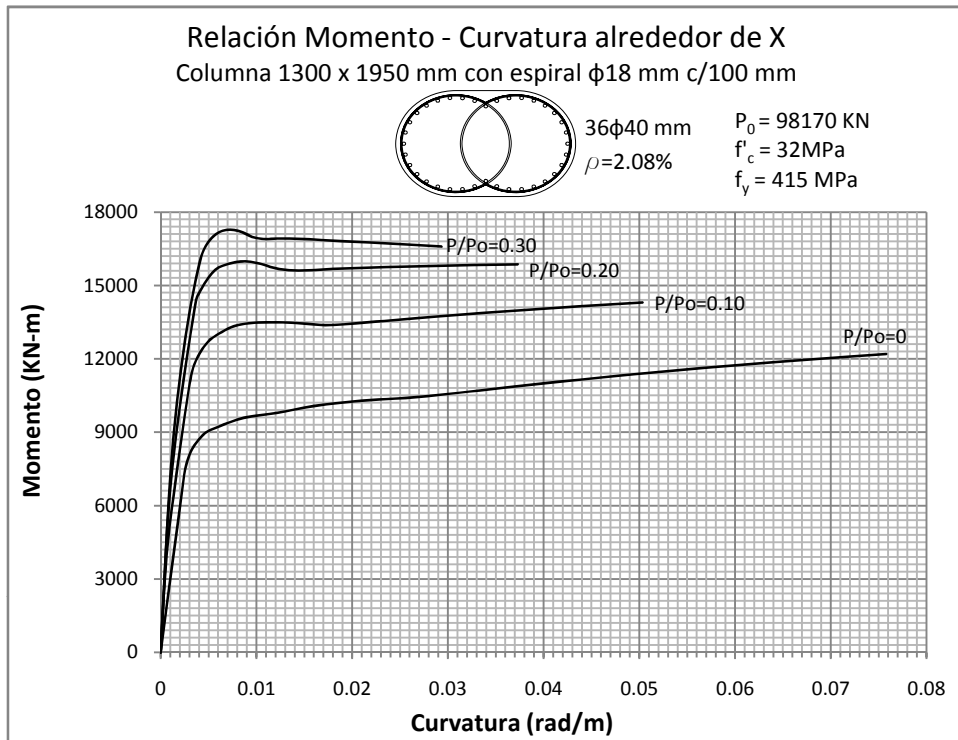


Figura 5.262 y 5.2.263: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

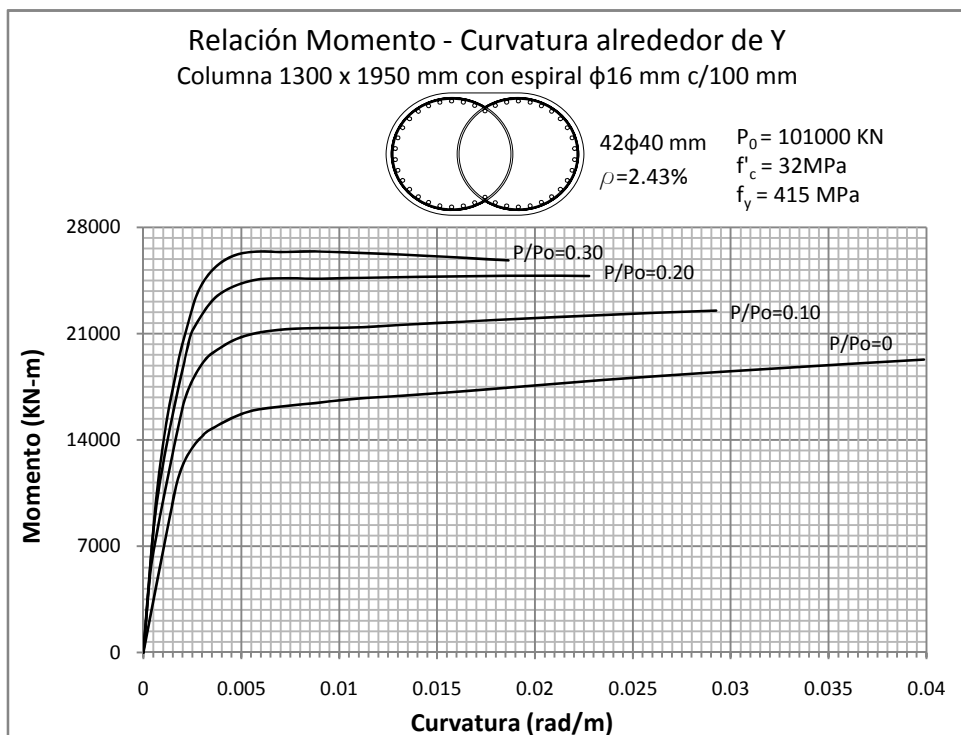
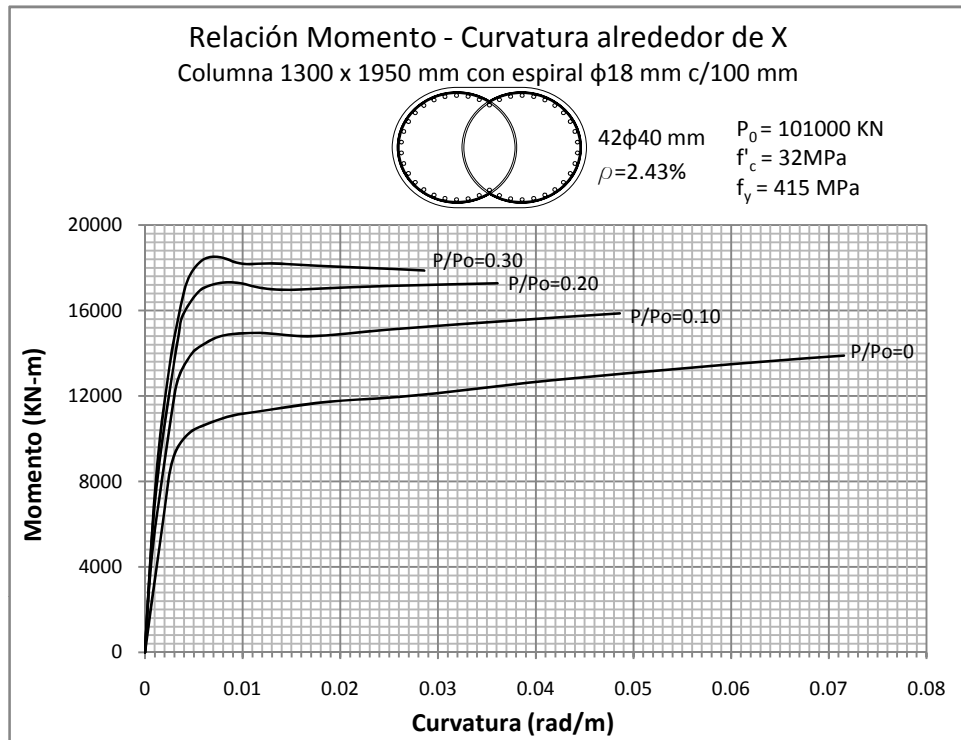


Figura 5.264 y 5.265: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

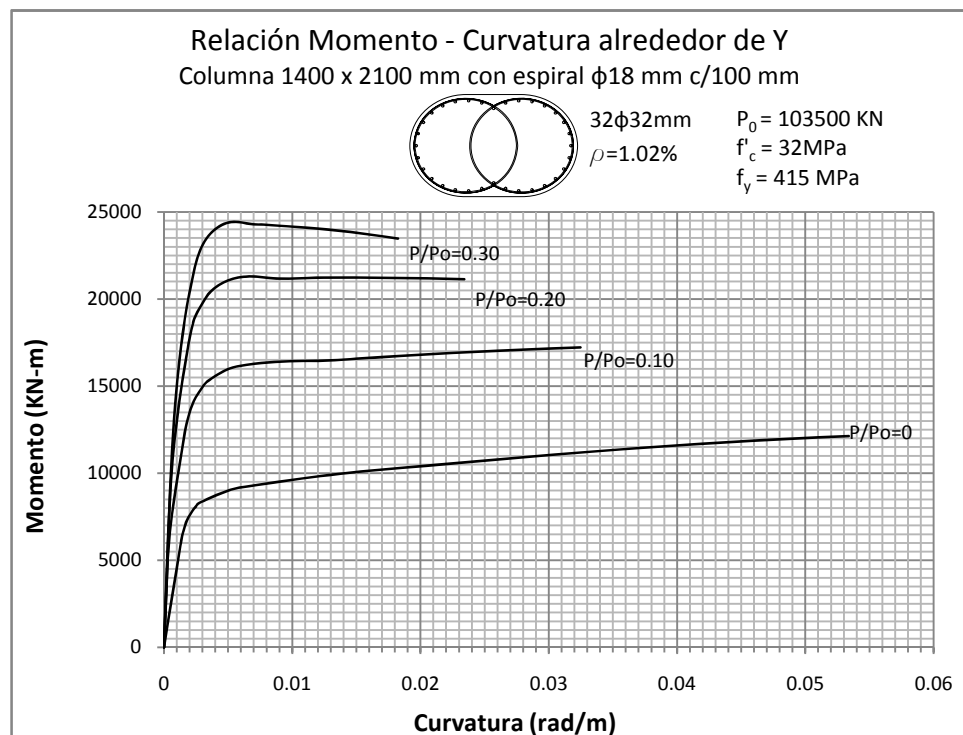
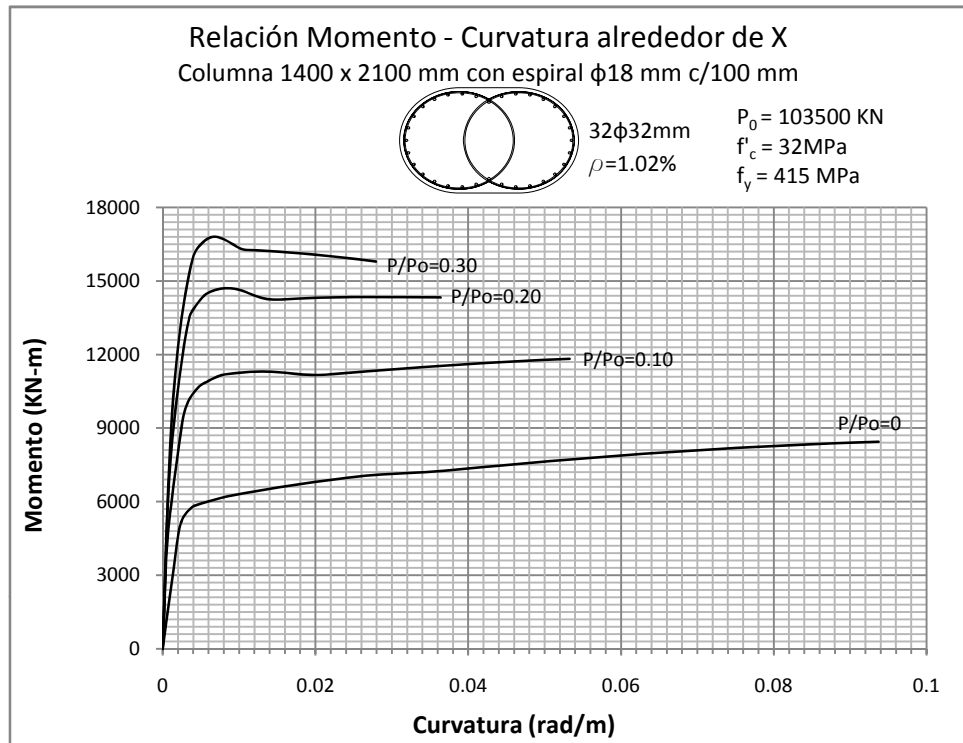




Figura 5.266 y 5.267: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

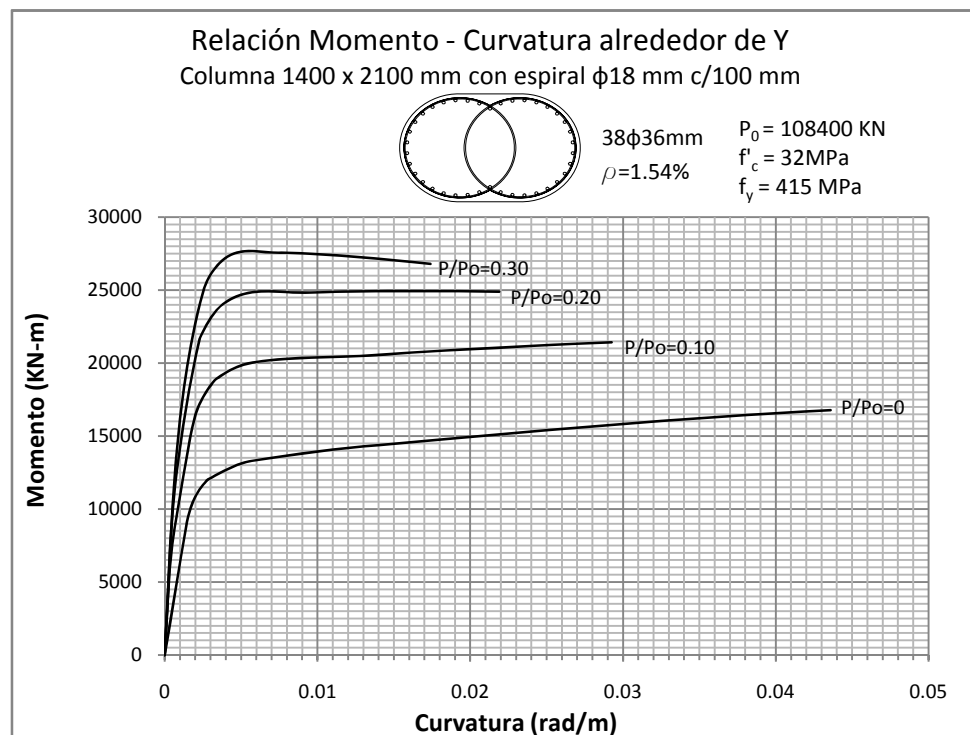
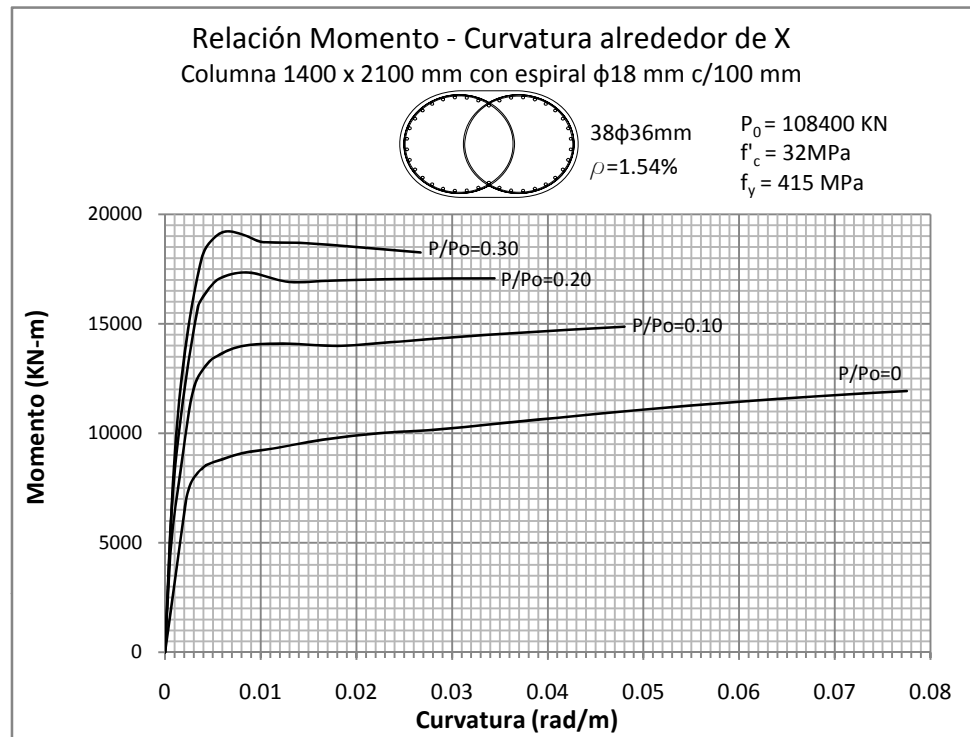


Figura 5.268 y 5.269: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

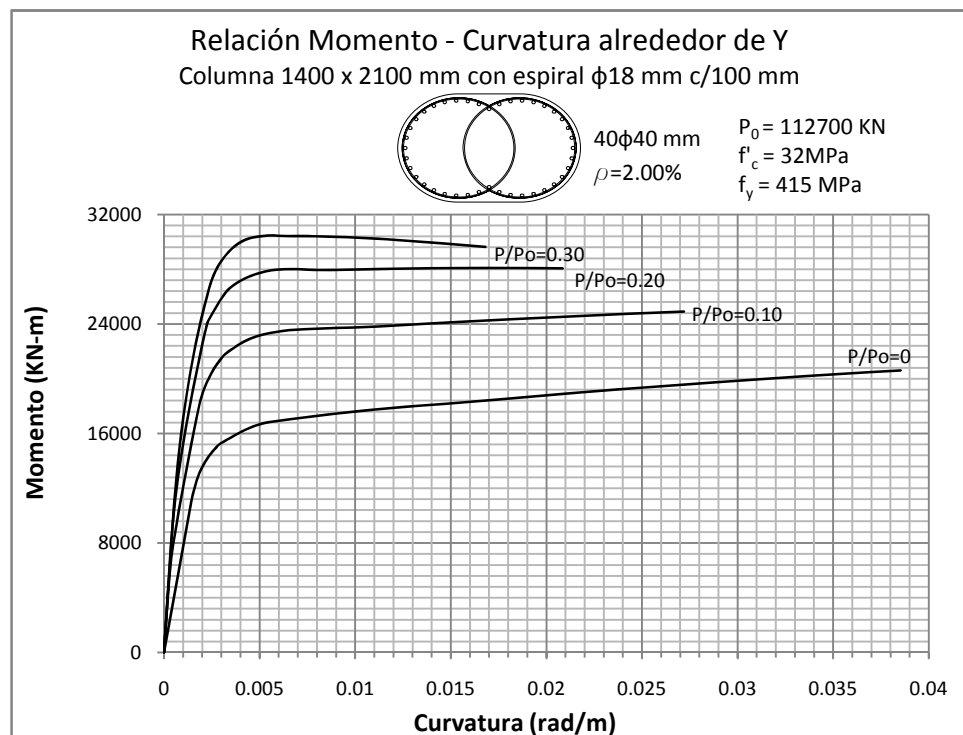
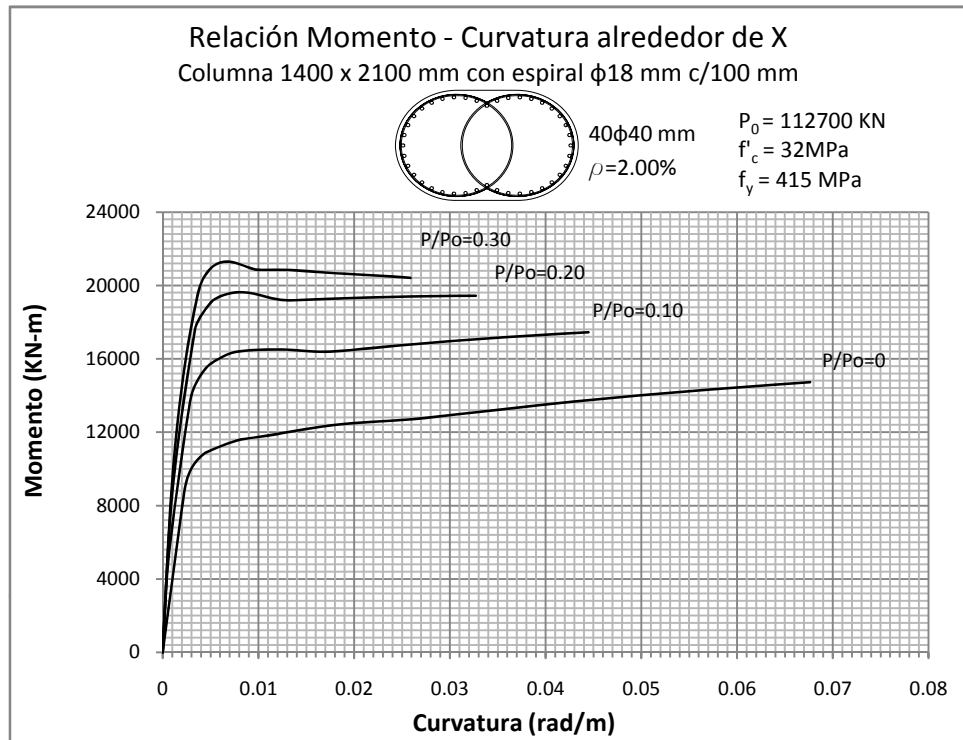


Figura 5.270 y 5.271: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

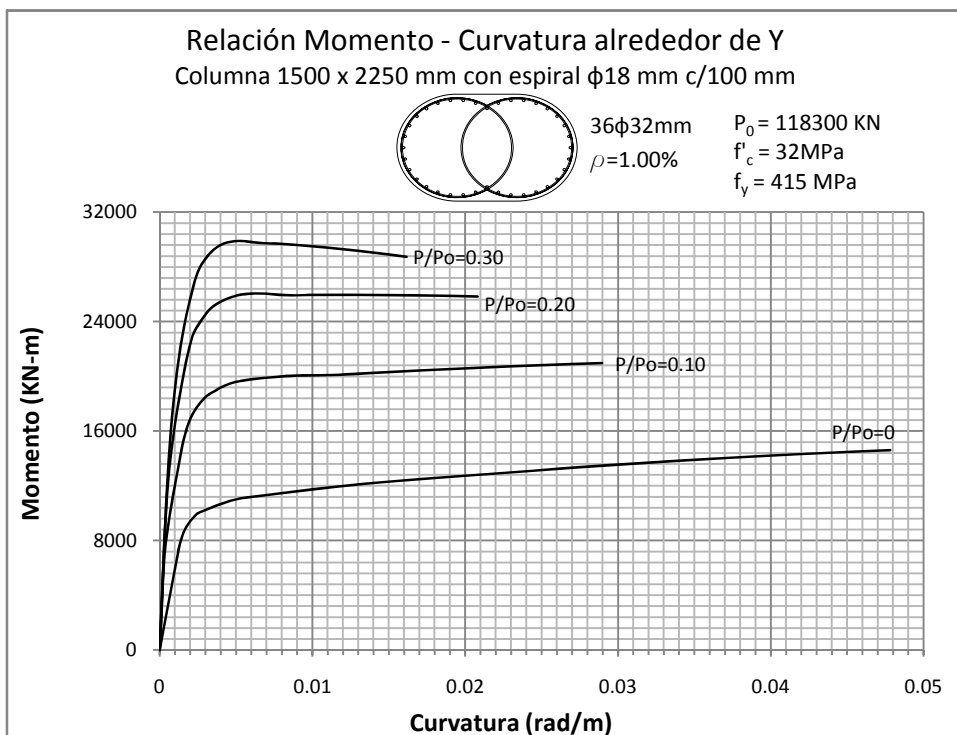
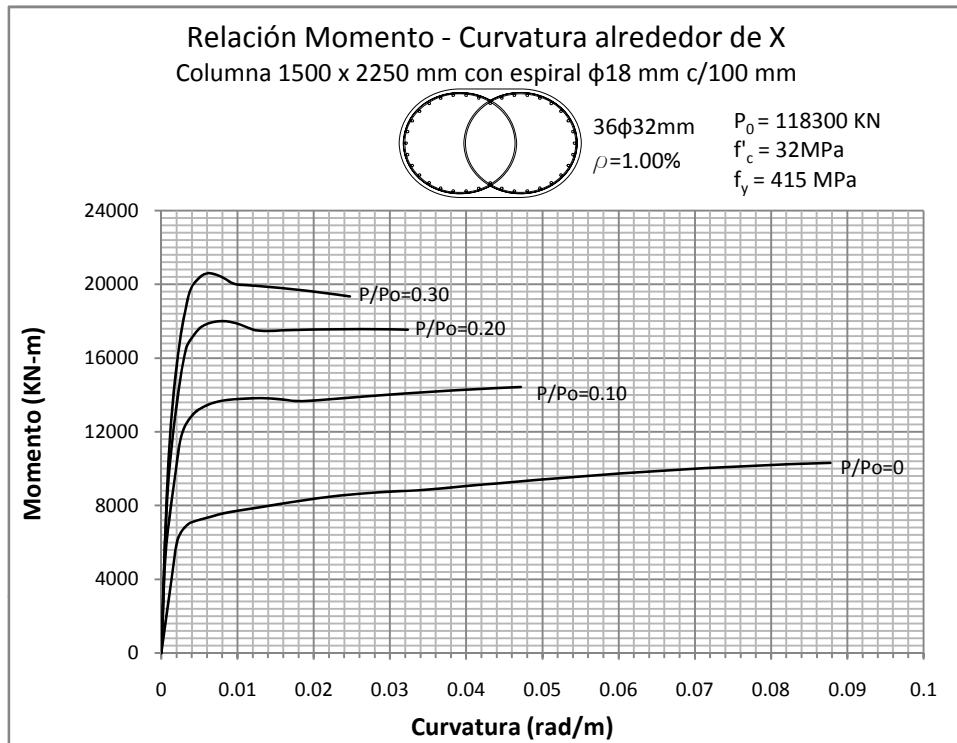


Figura 5.272 y 5.273: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

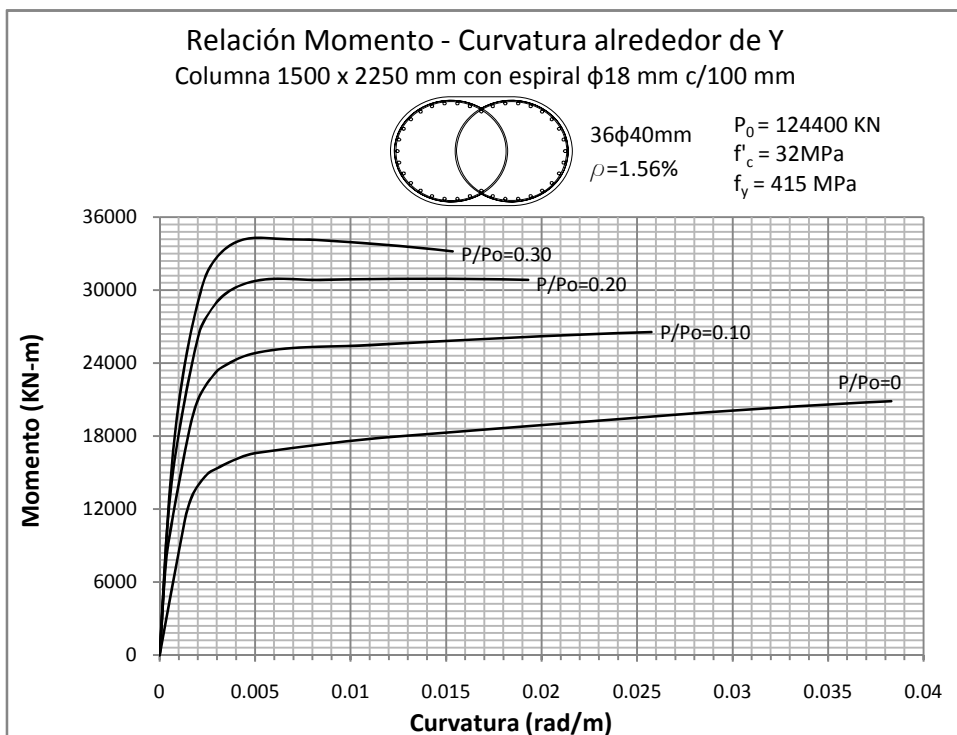
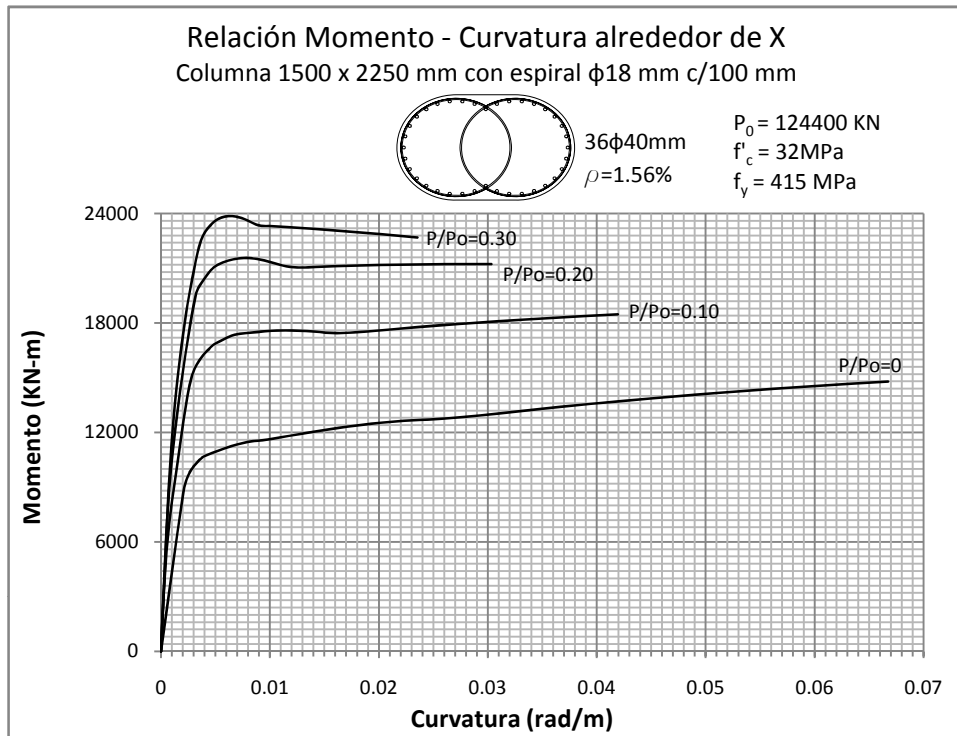


Figura 5.274 y 5.275: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

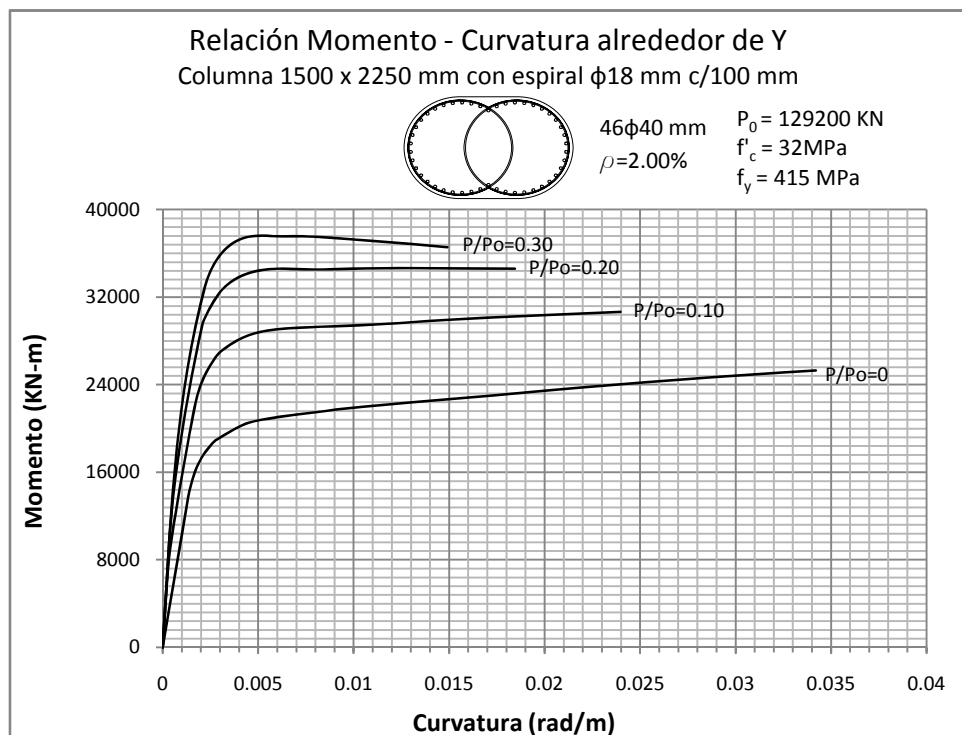
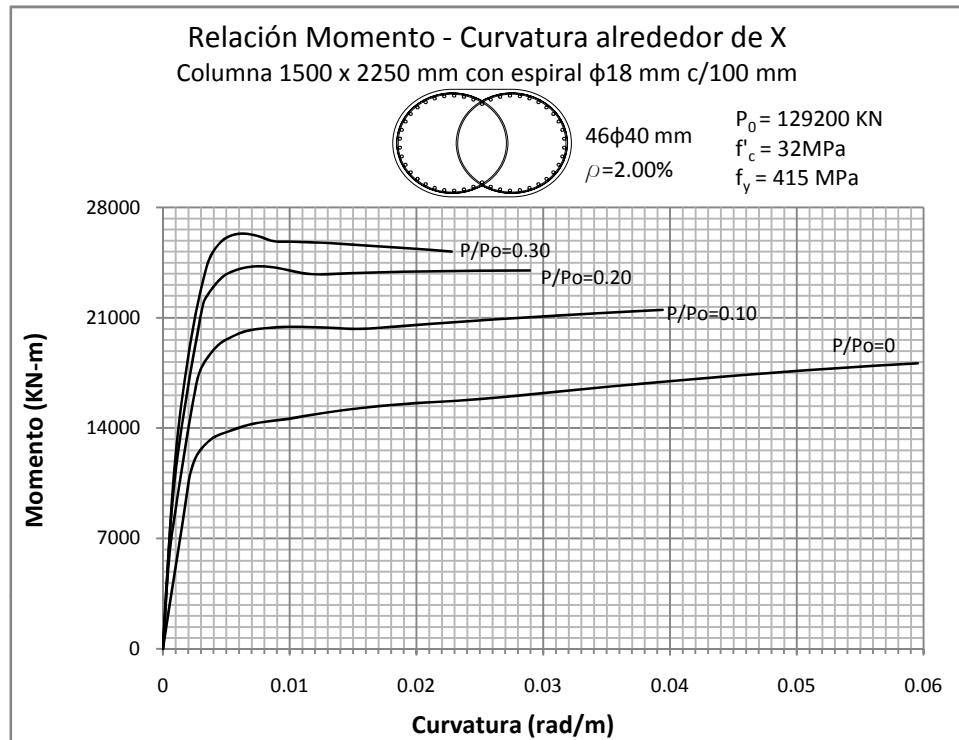


Figura 5.276 y 5.277: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

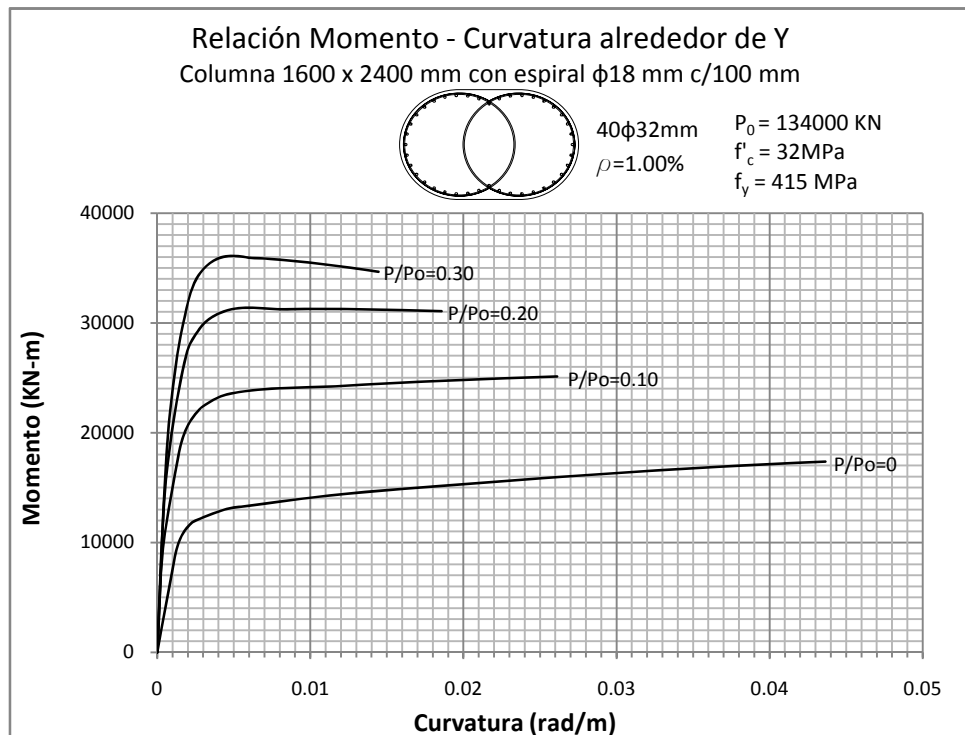
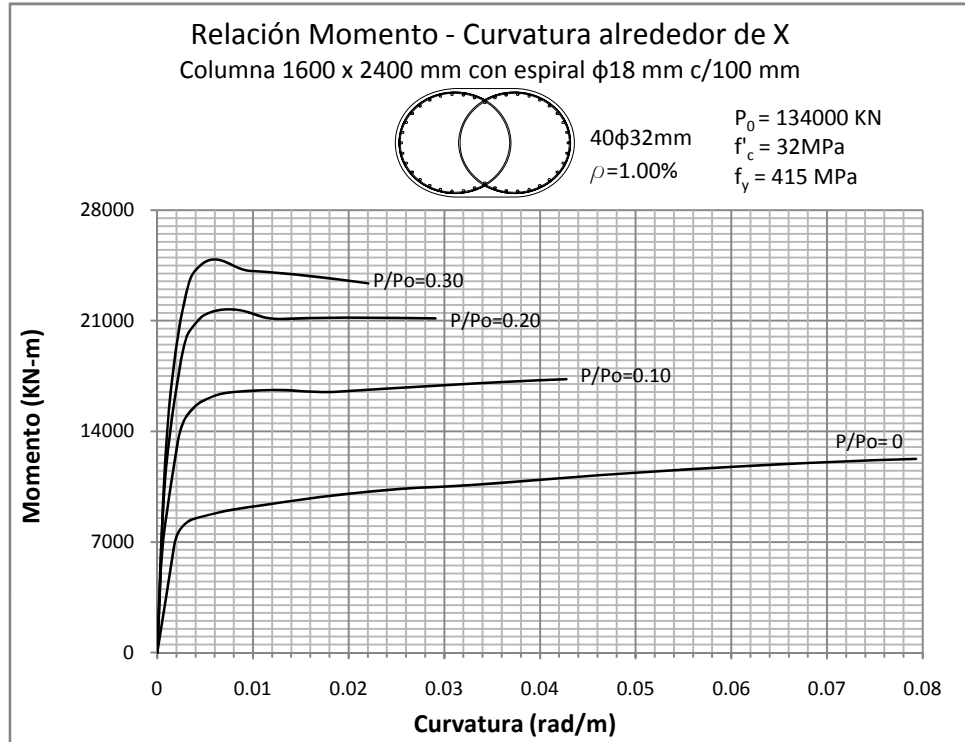


Figura 5.278 y 5.279: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

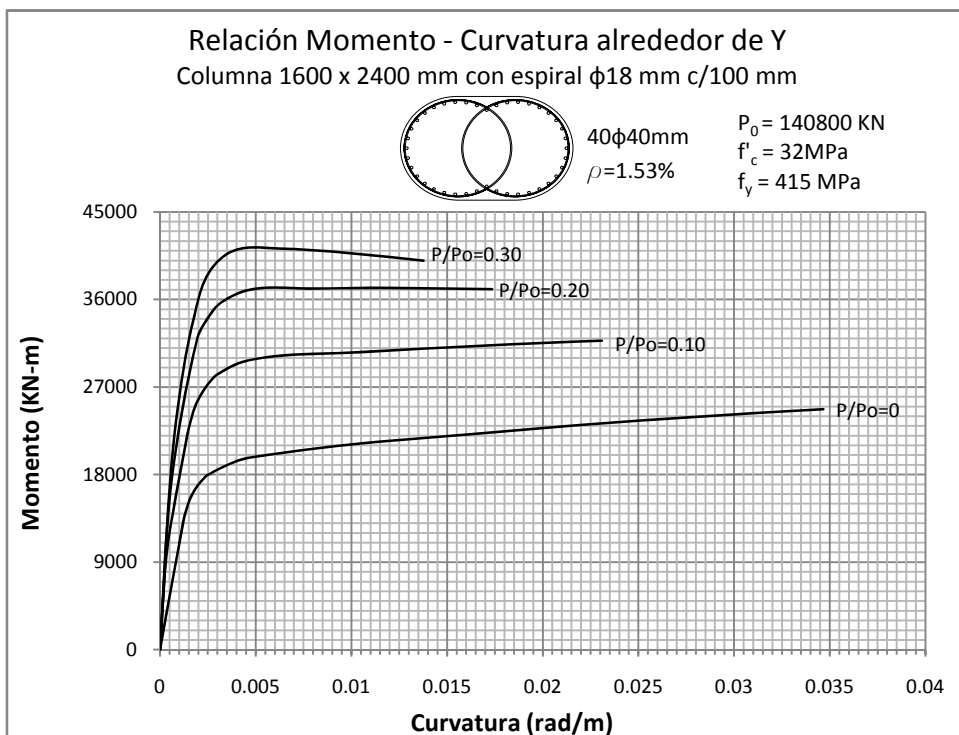
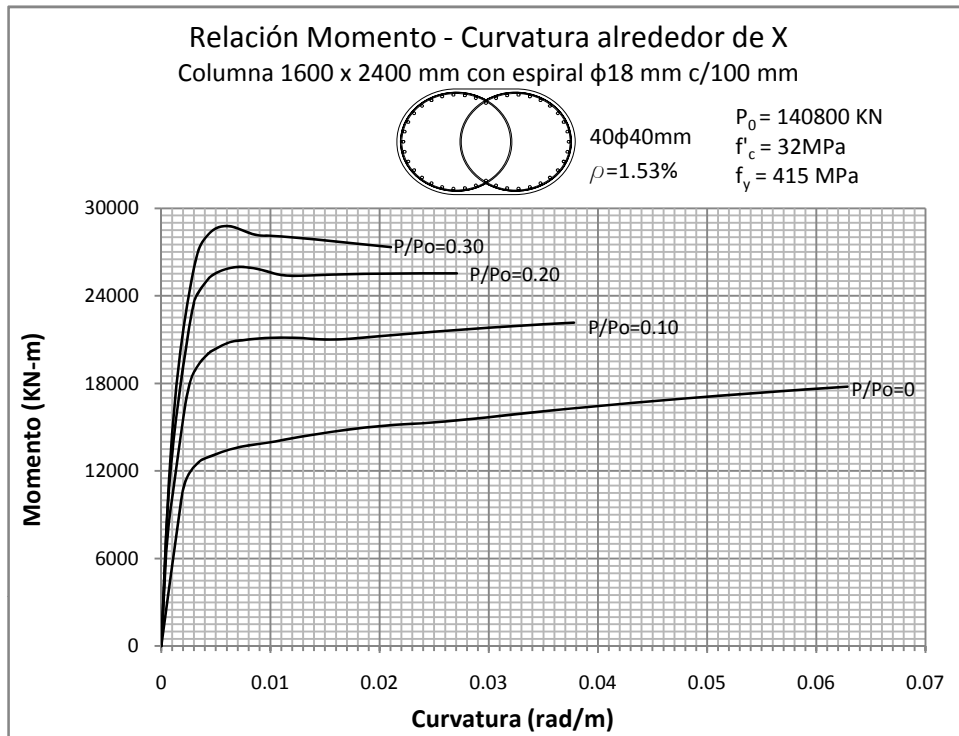


Figura 5.280 y 5.281: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

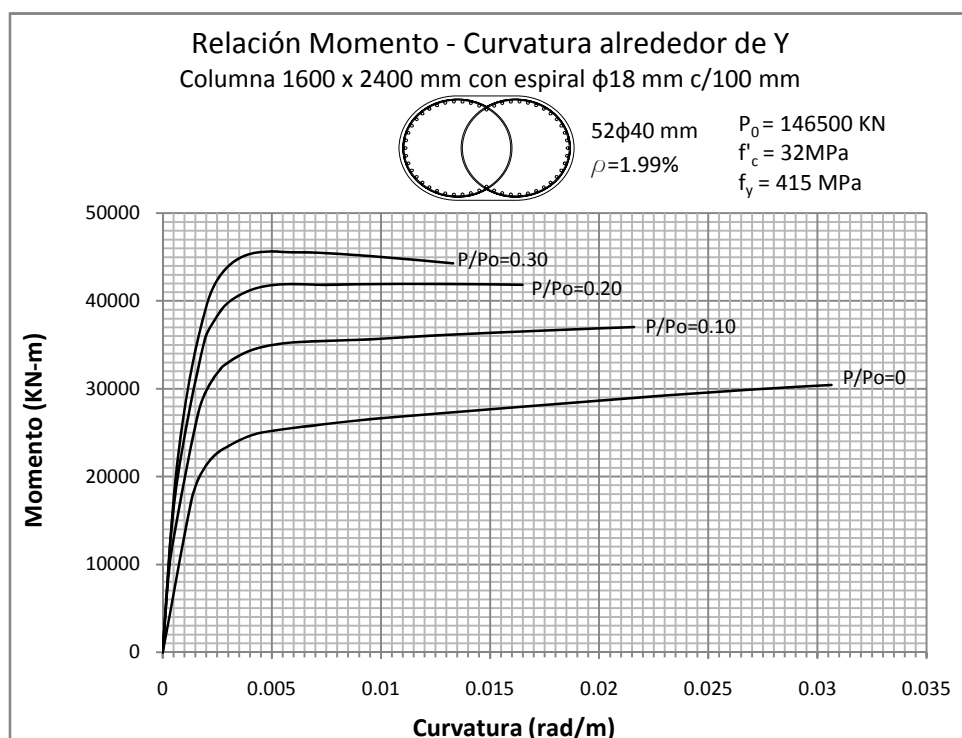
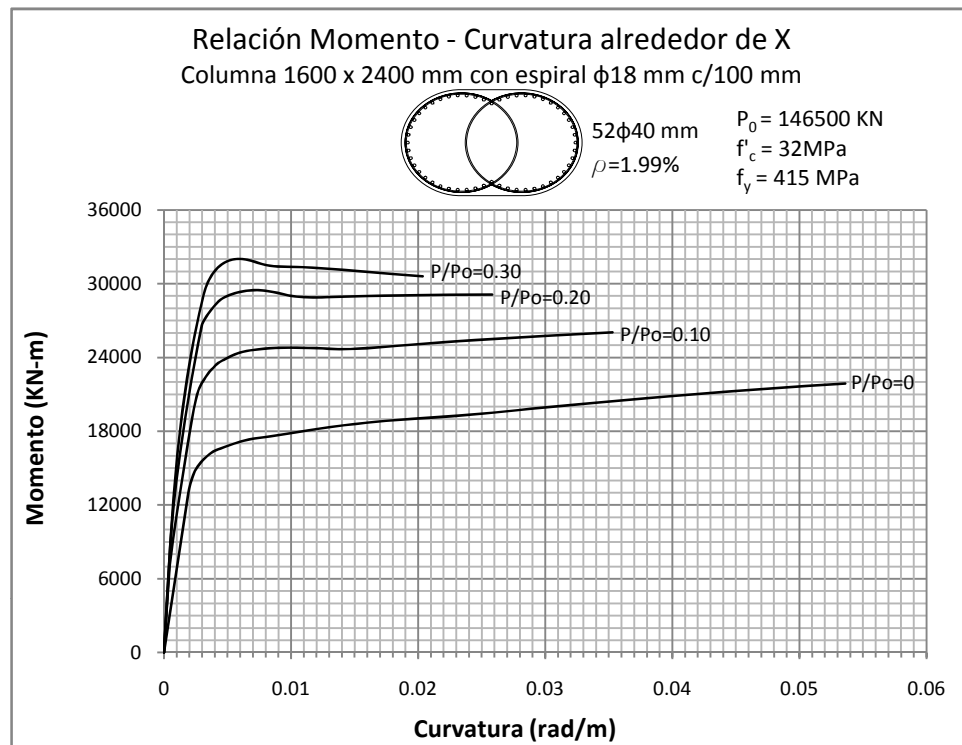




Figura 5.282 y 5.283: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

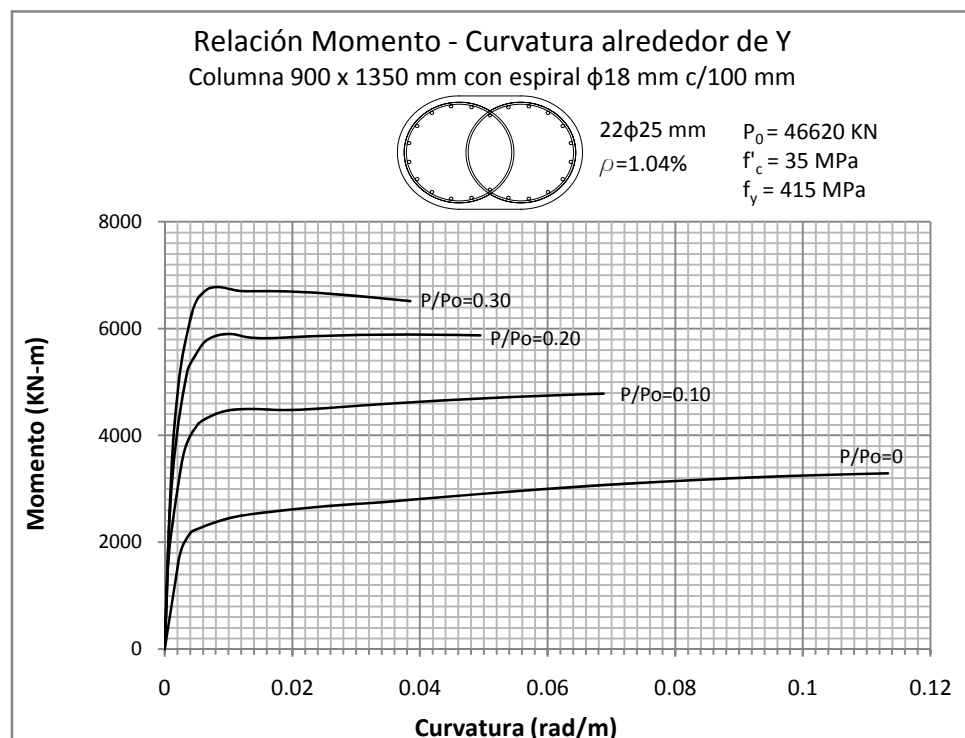
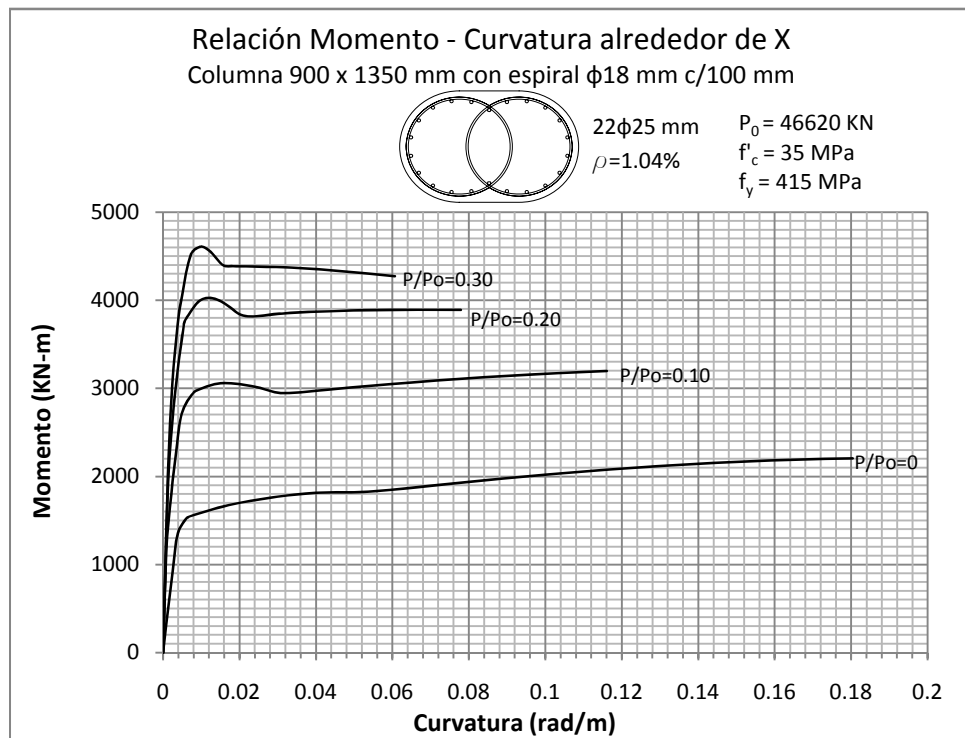


Figura 5.284 y 5.285: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

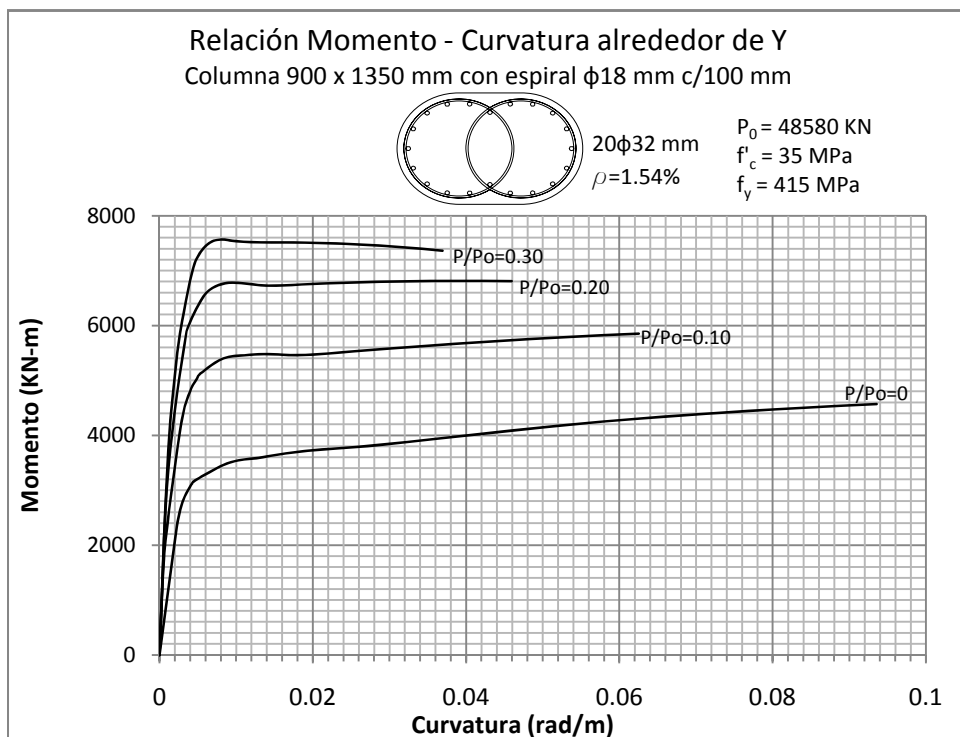
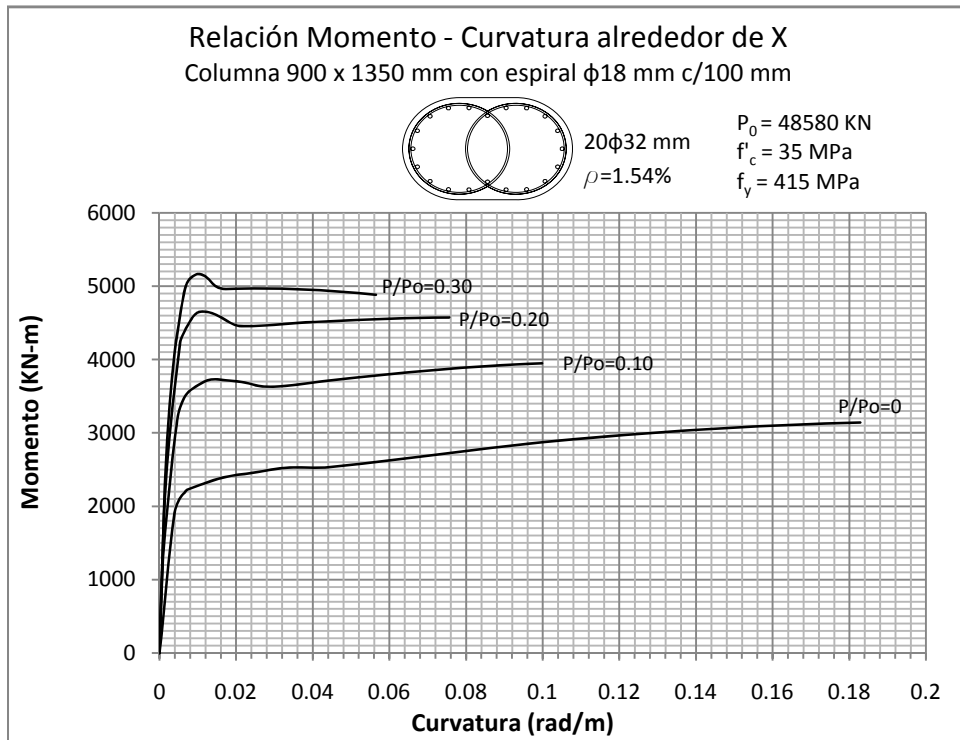


Figura 5.286 y 5.287: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

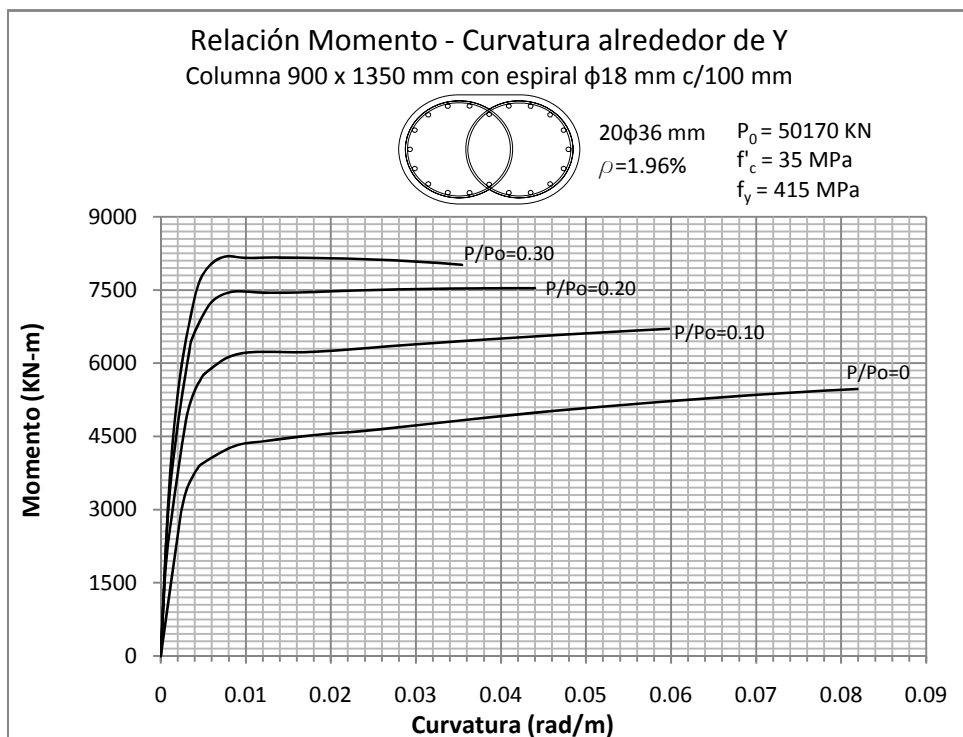
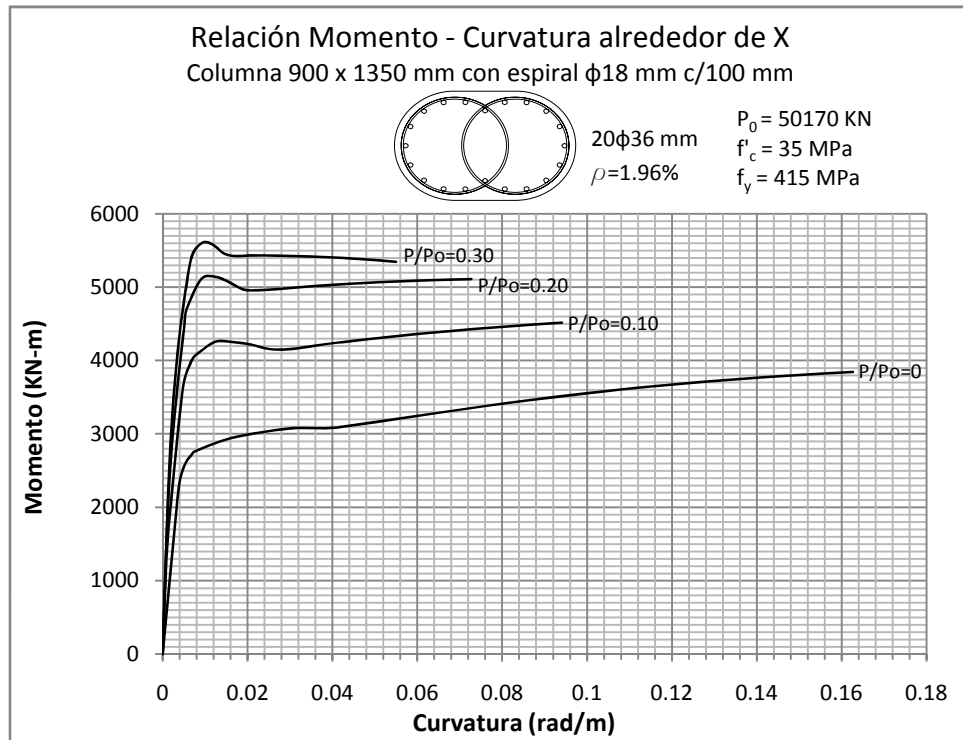


Figura 5.288 y 5.289: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 900 x 1350 mm con recubrimiento de 50 mm

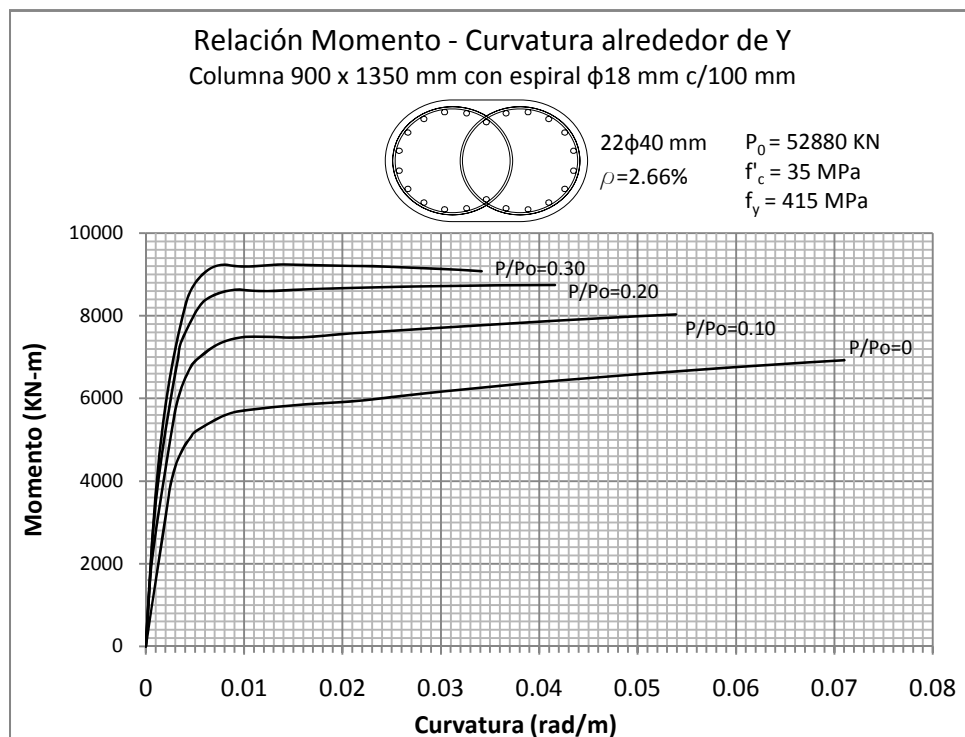
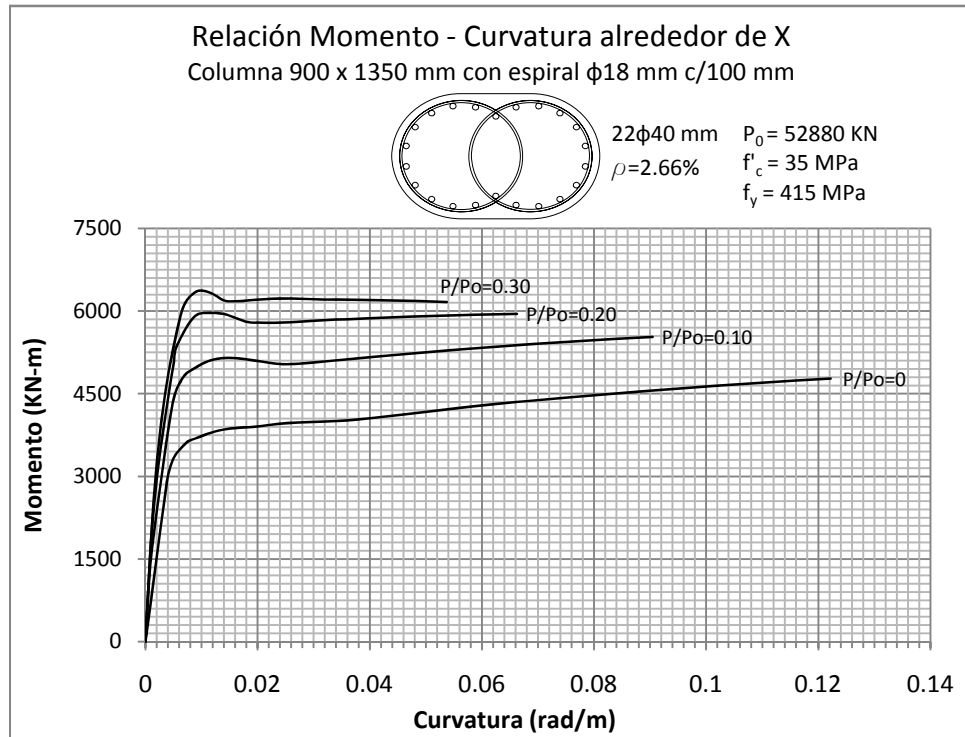


Figura 5.290 y 5.291: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

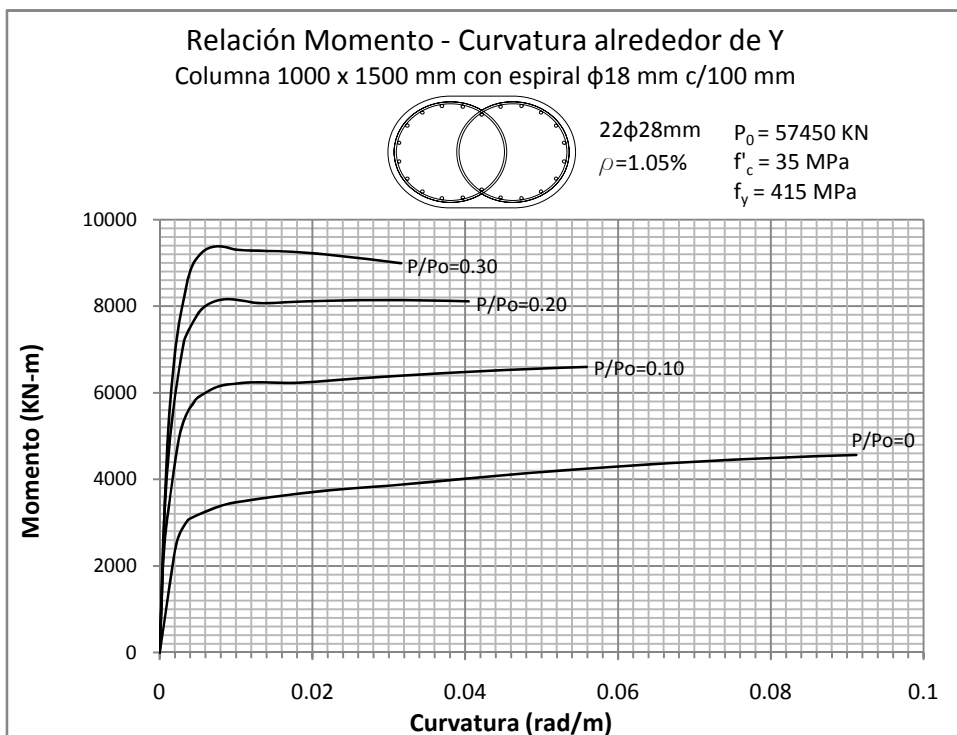
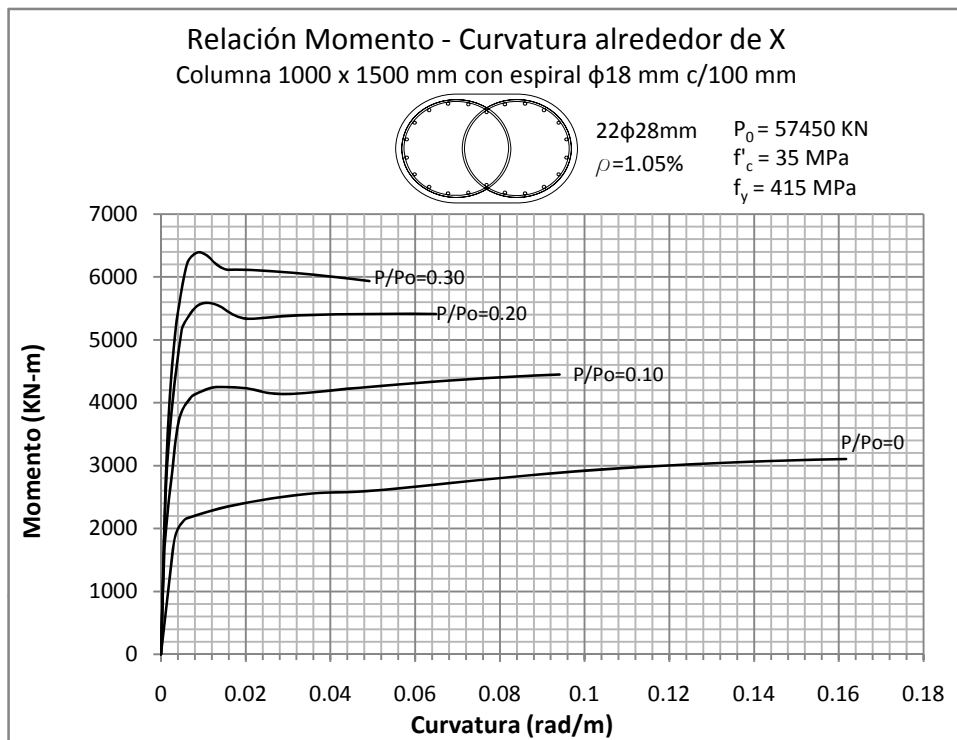


Figura 5.292 y 5.293: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

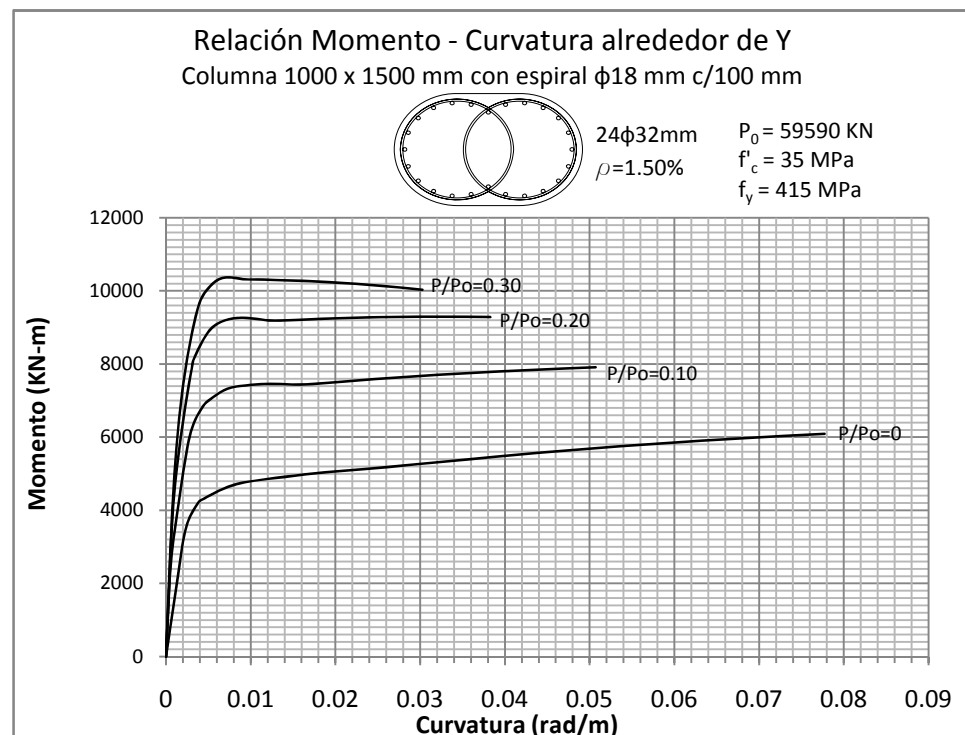
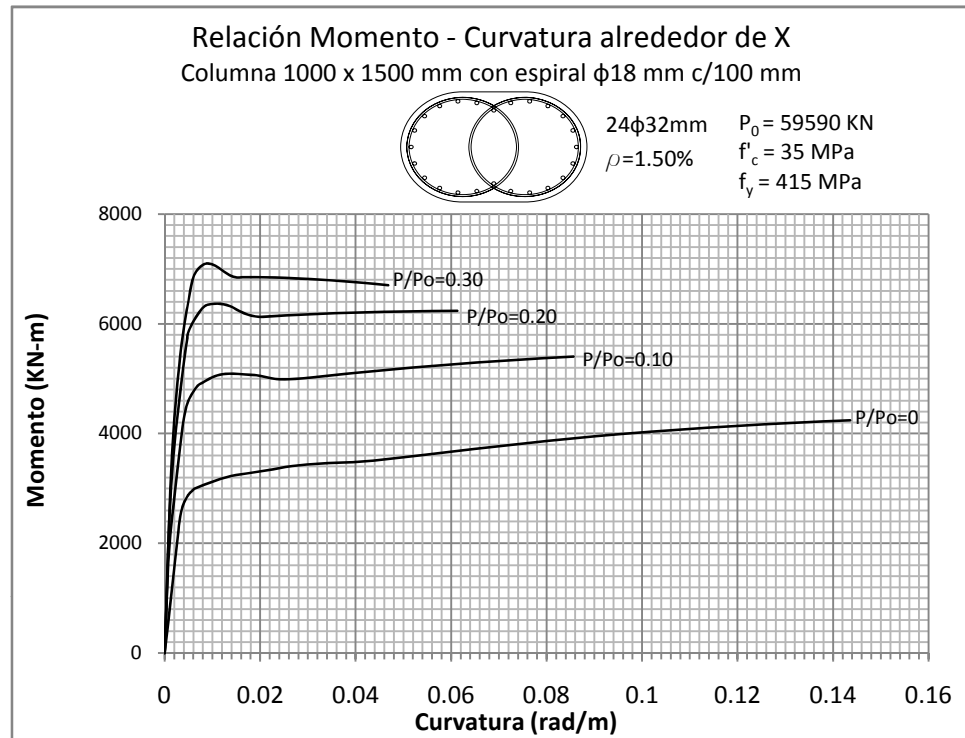


Figura 5.294 y 5.295: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

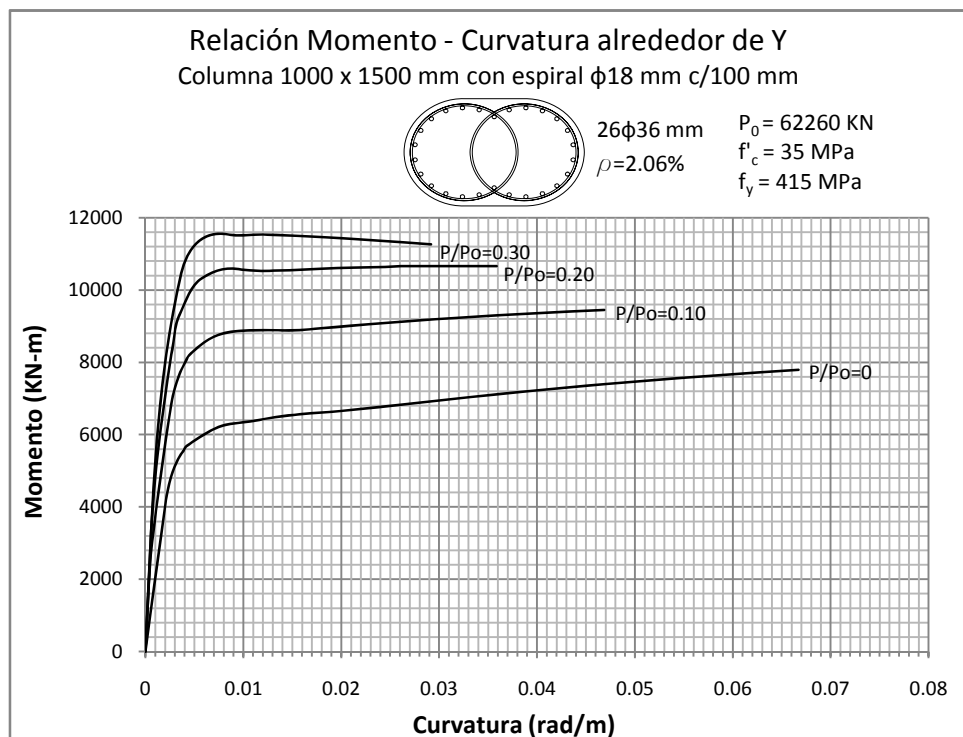
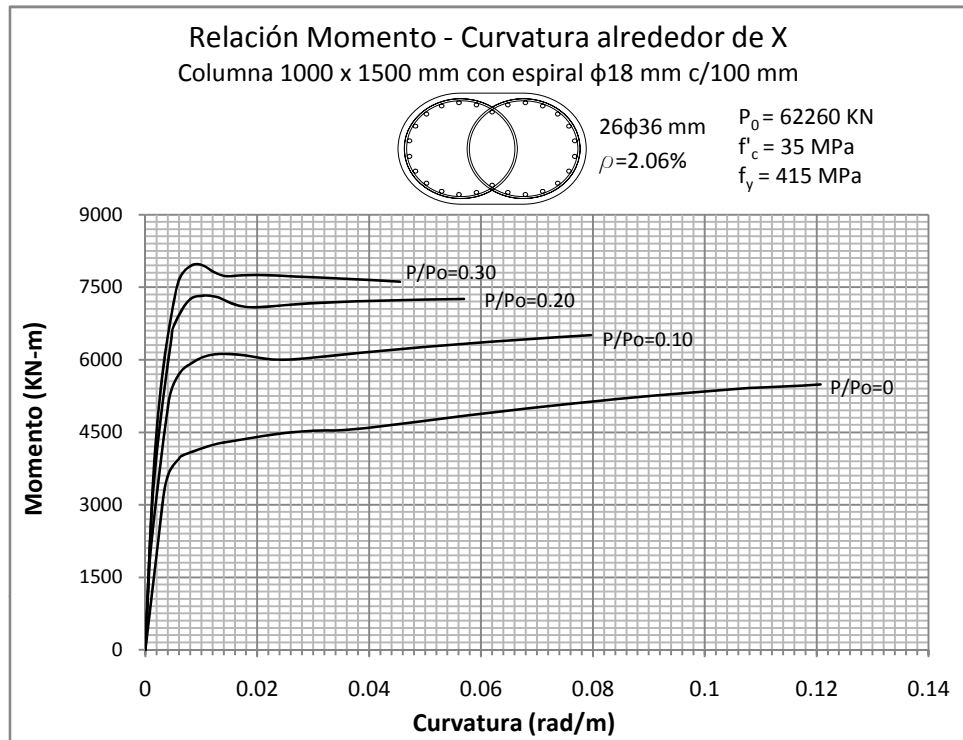


Figura 5.296 y 5.297: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1000 x 1500 mm con recubrimiento de 50 mm

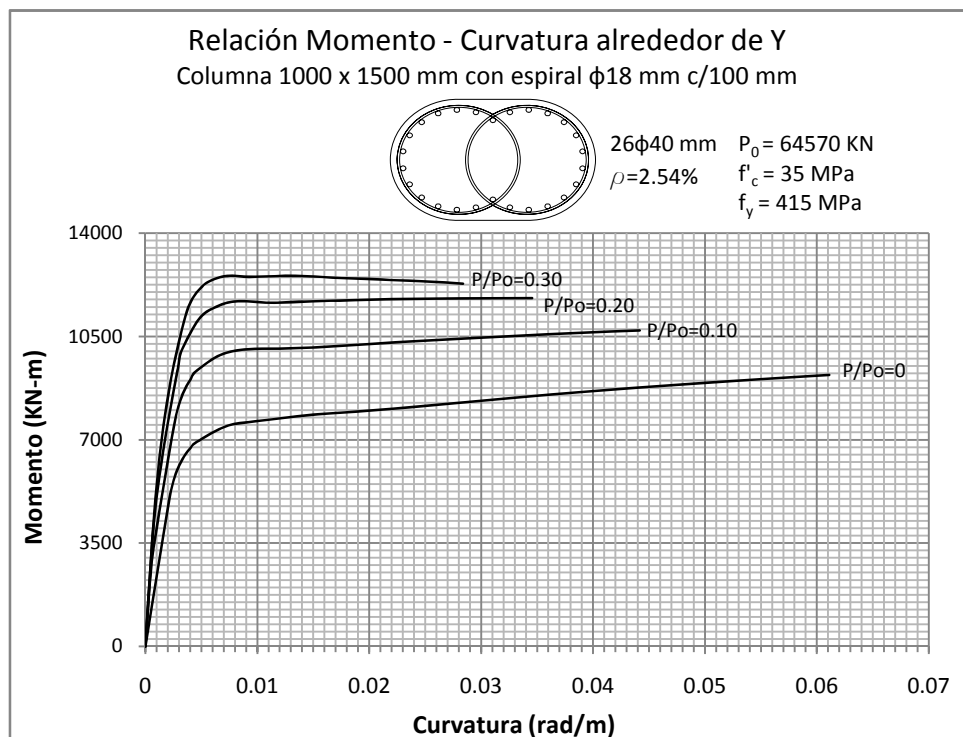
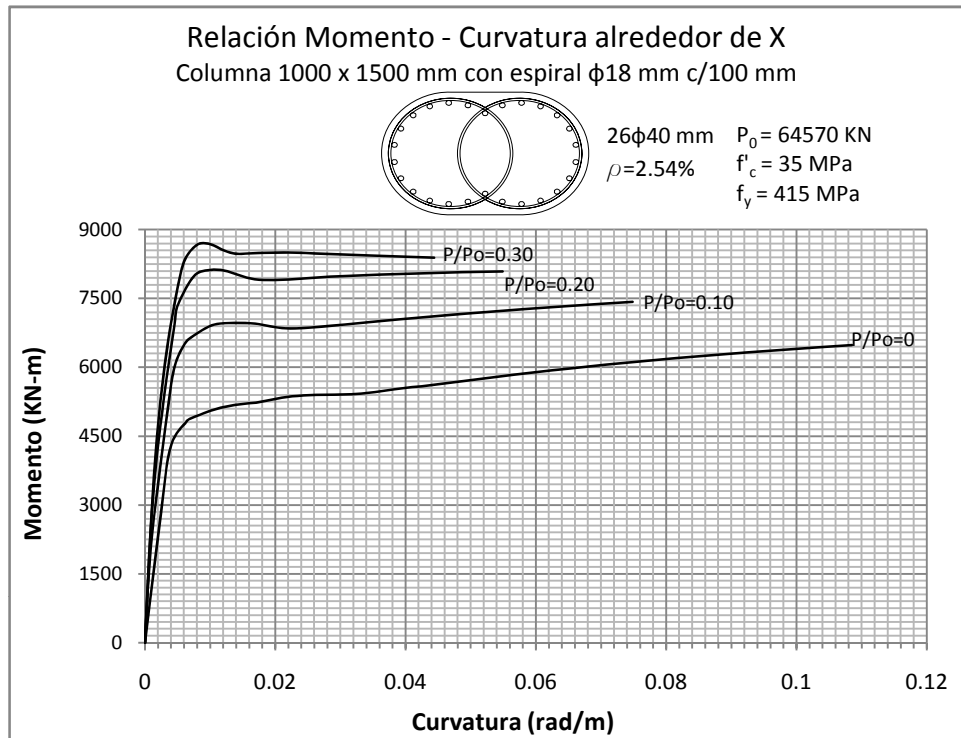




Figura 5.298 y 5.299: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

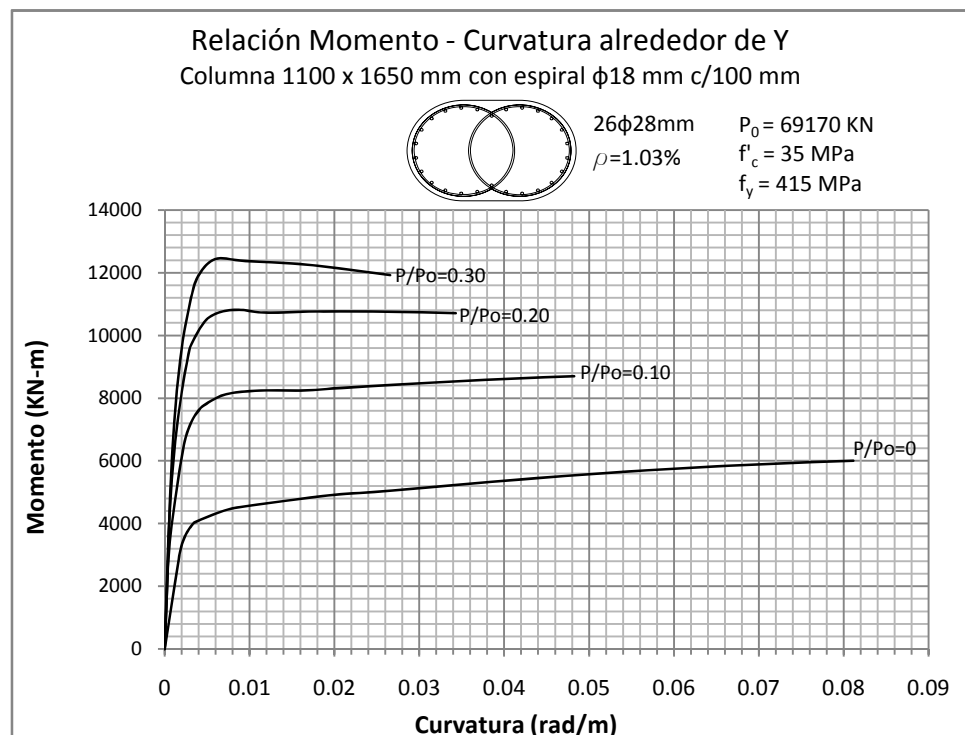
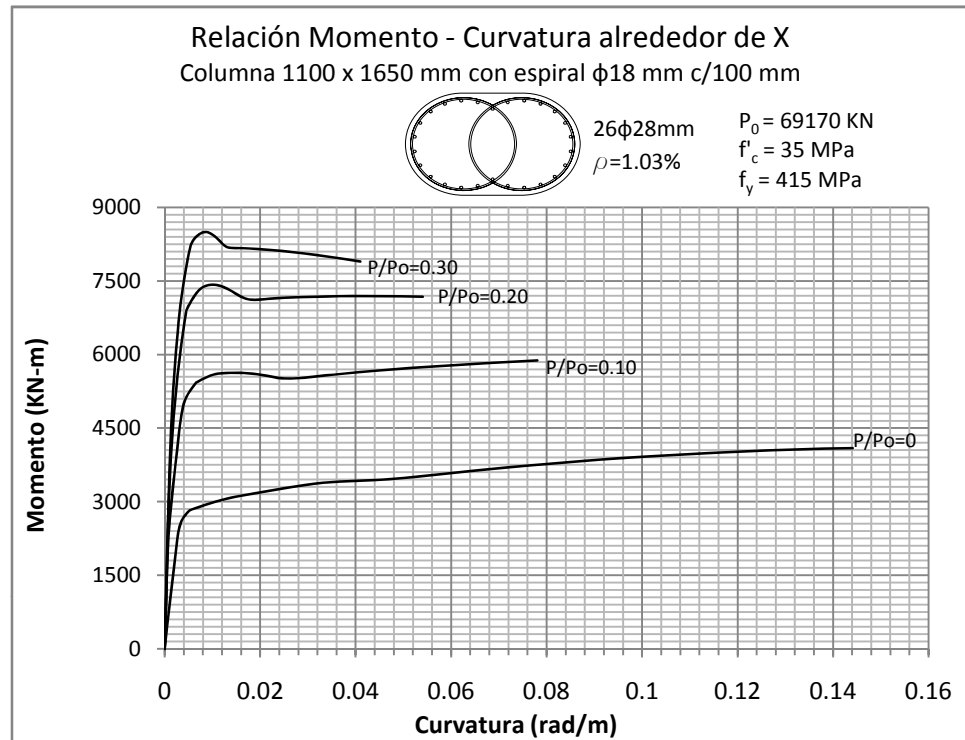


Figura 5.300 y 5.301: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

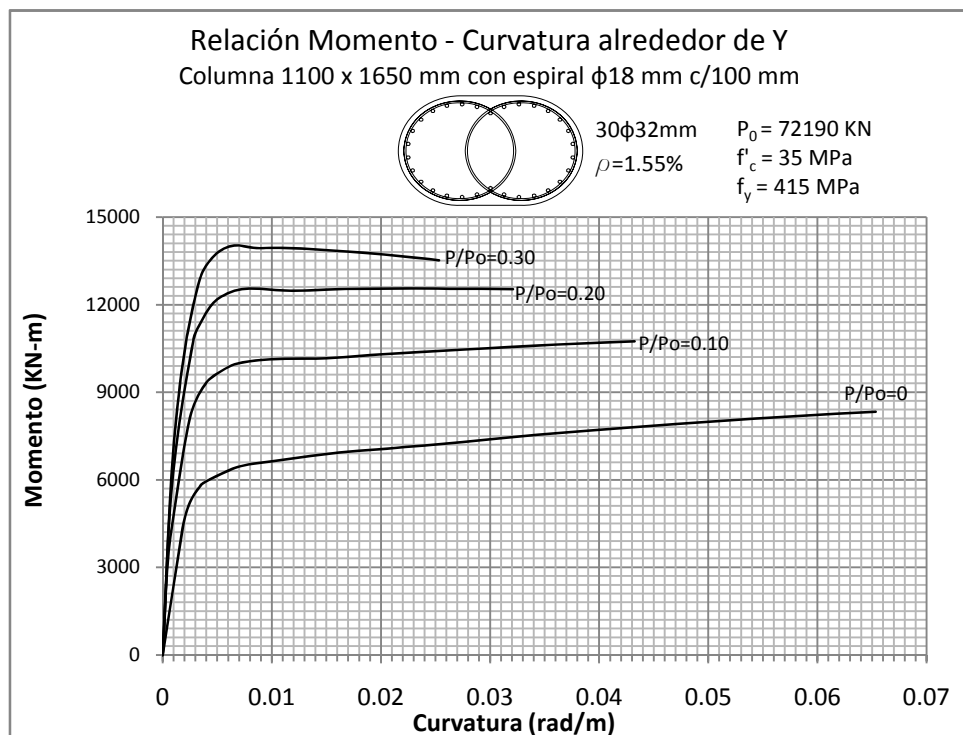
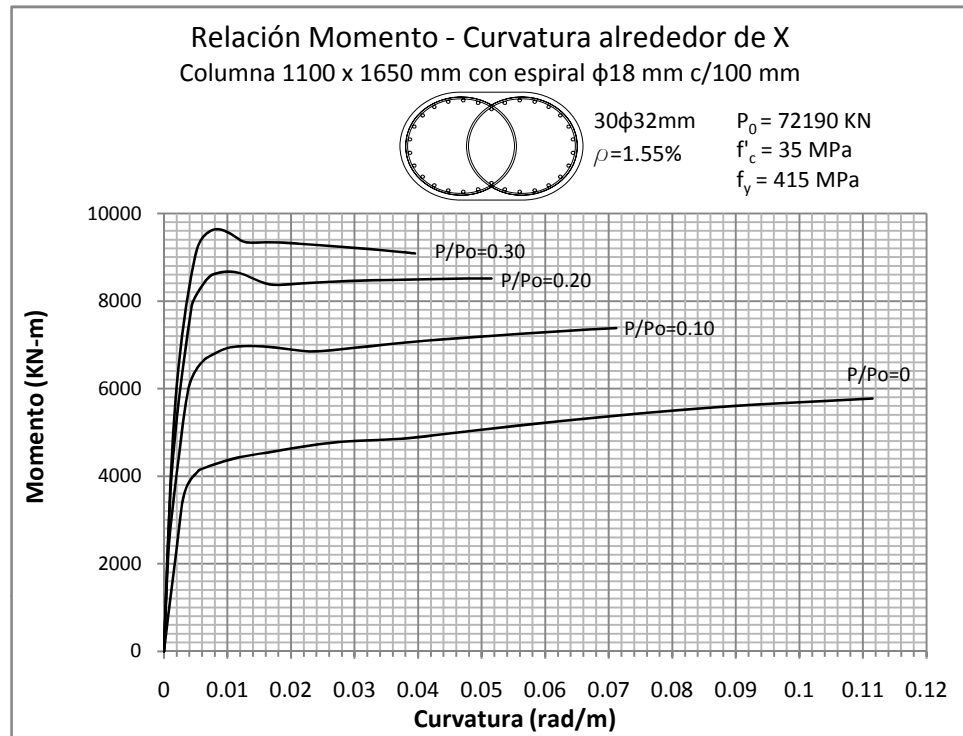


Figura 5.302 y 5.303: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

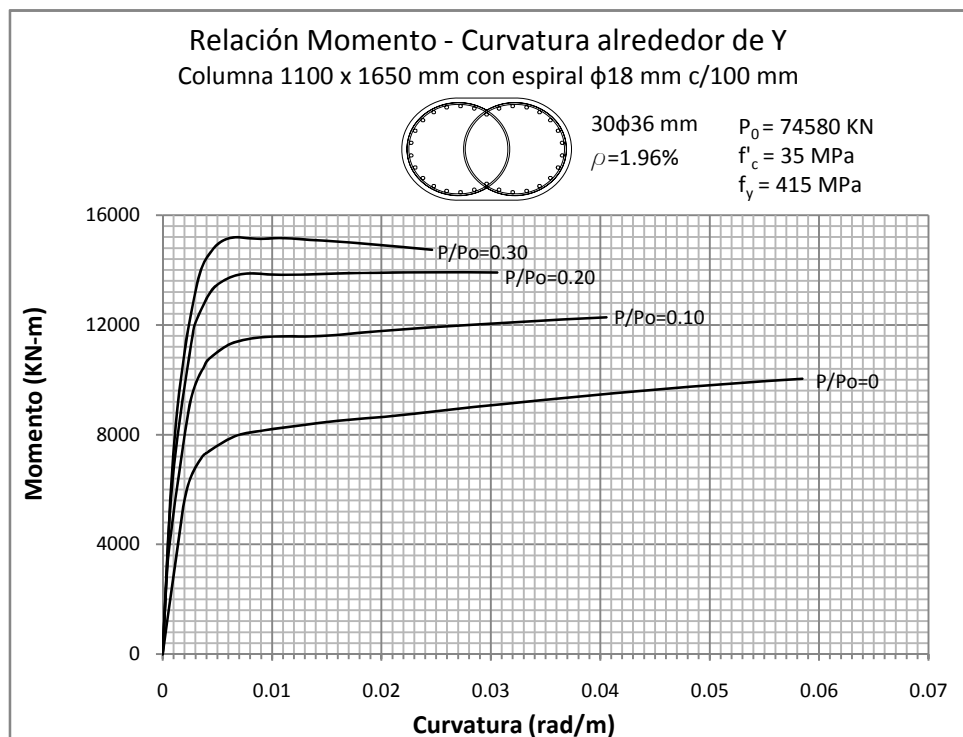
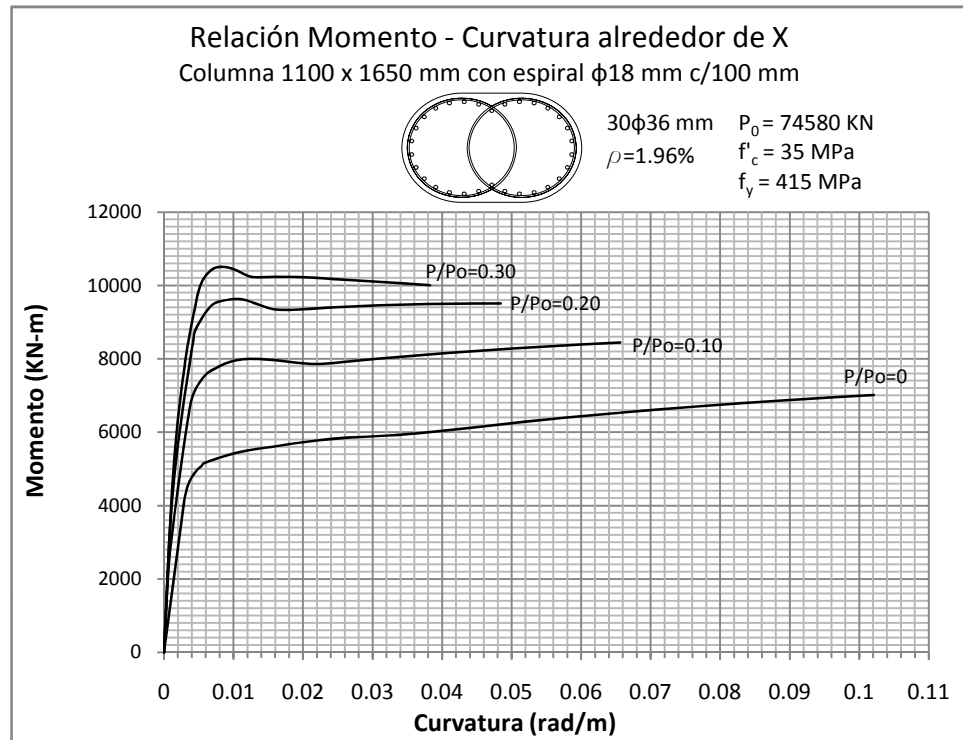


Figura 5.304 y 5.305: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1100 x 1650 mm con recubrimiento de 50 mm

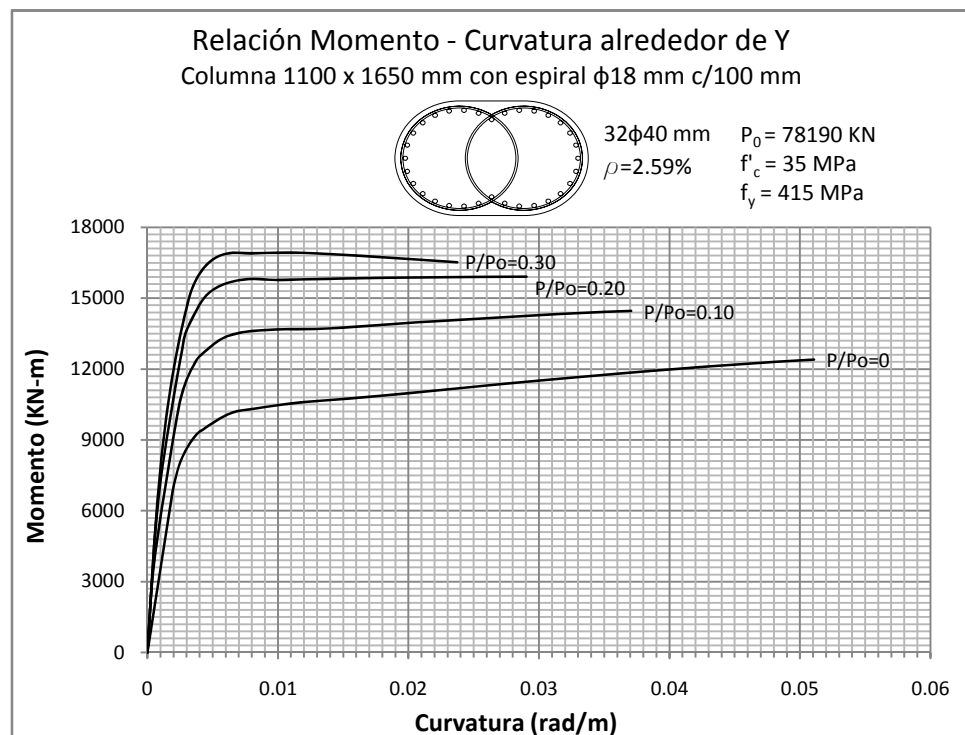
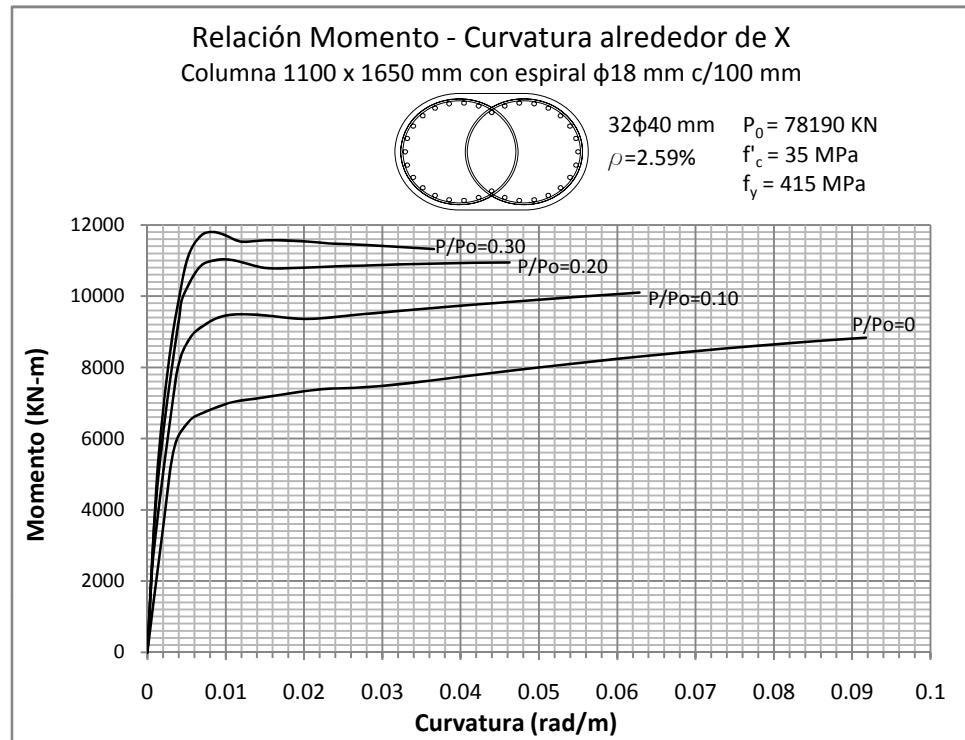


Figura 5.306 y 5.307: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

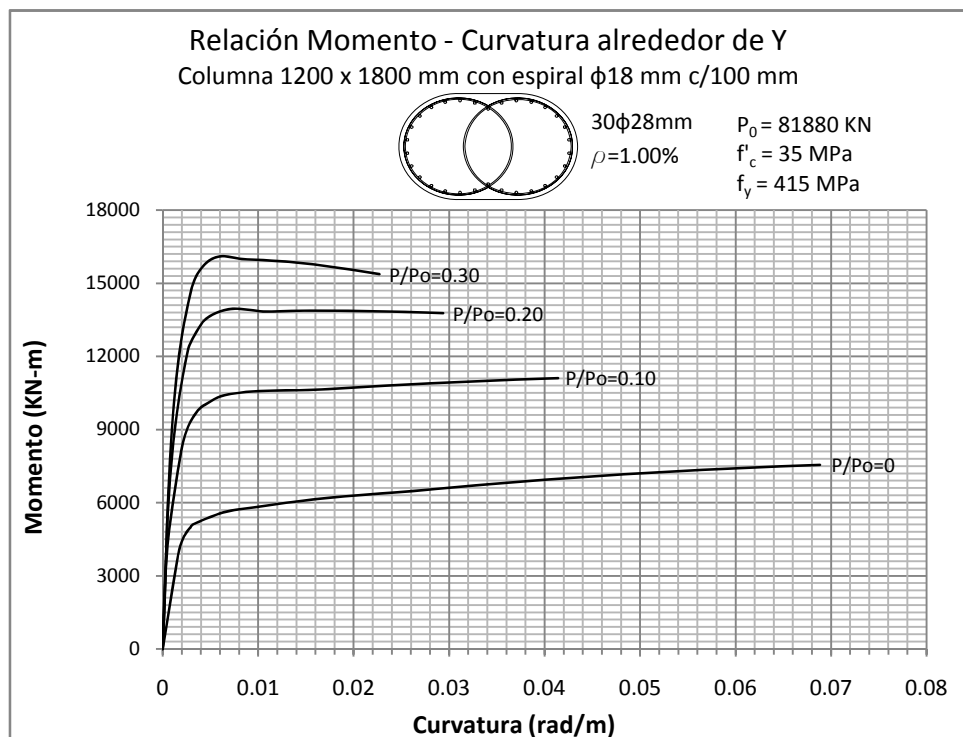
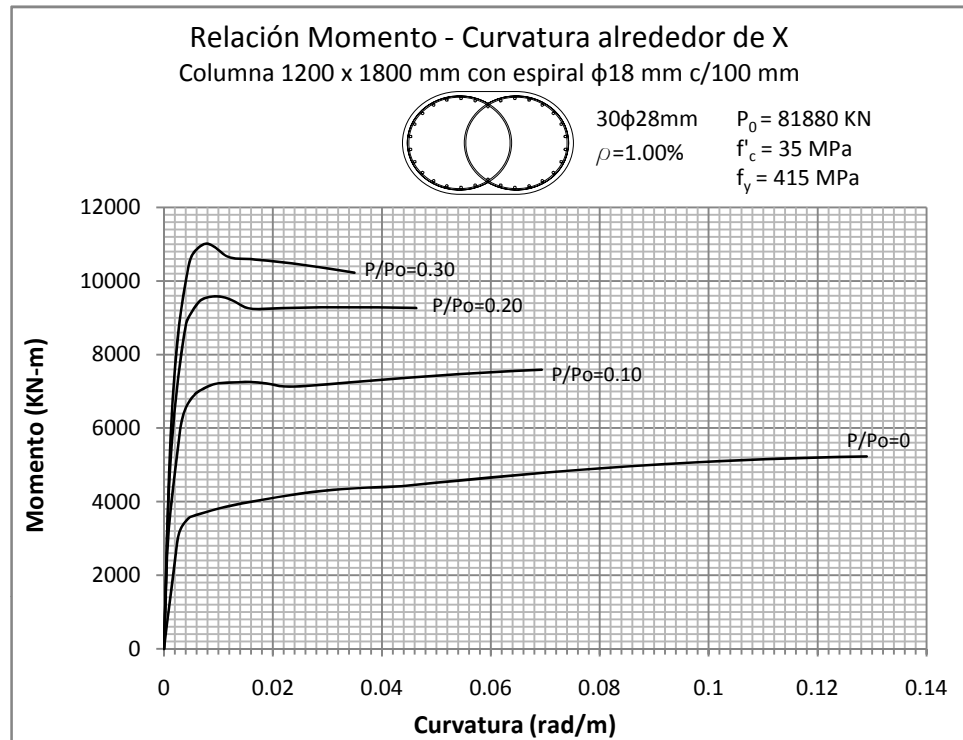


Figura 5.308 y 5.309: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

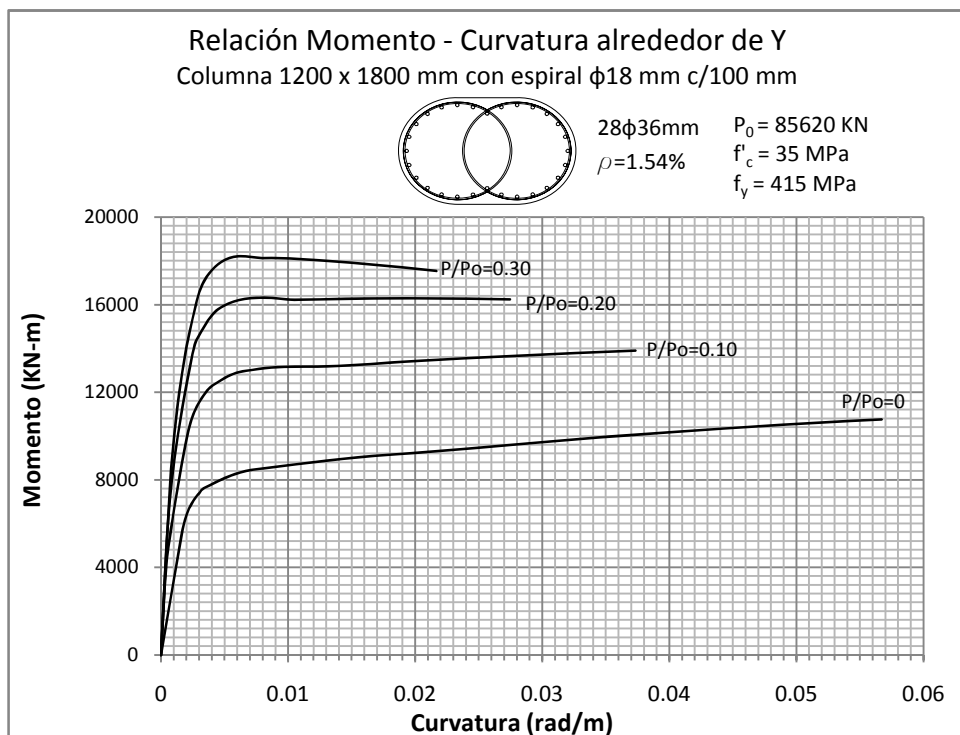
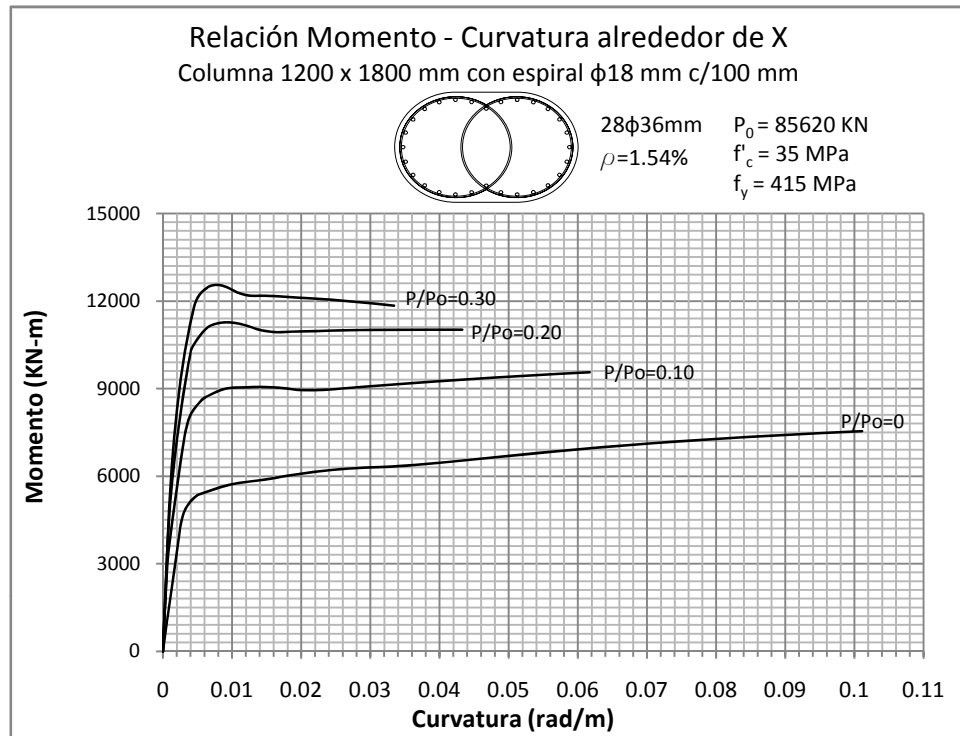


Figura 5.310 y 5.311: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

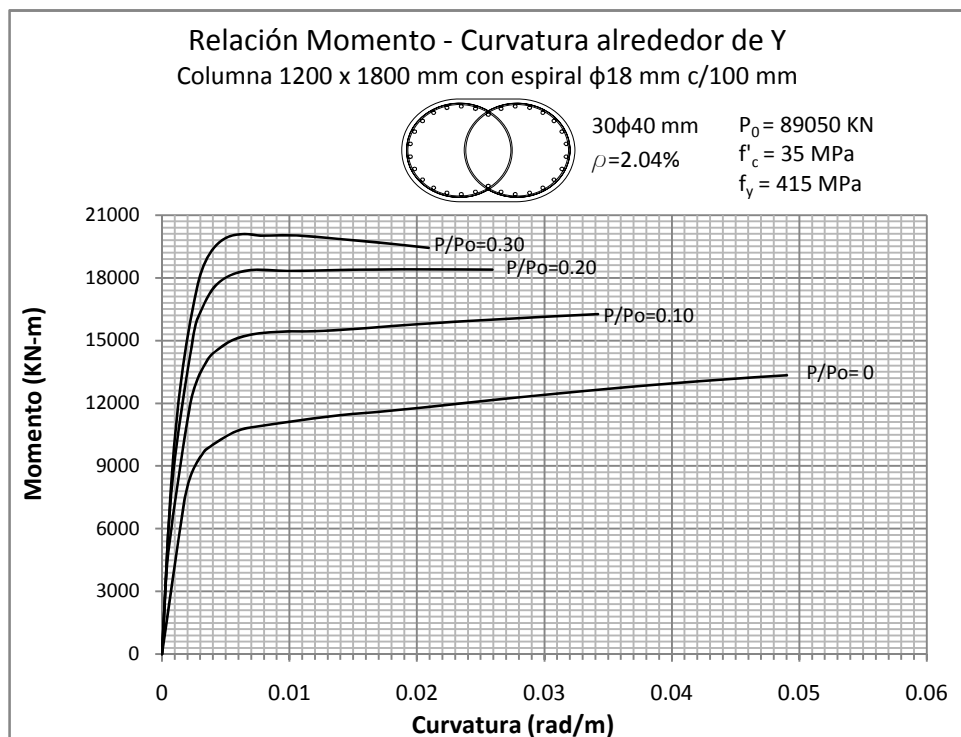
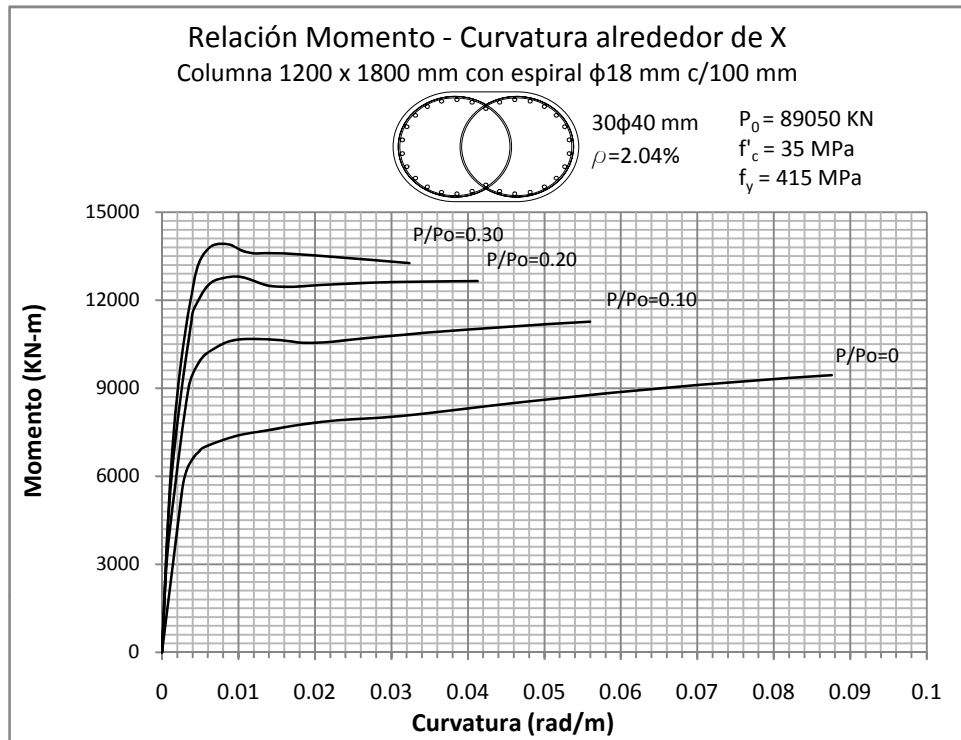


Figura 5.312 y 5.313: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1200 x 1800 mm con recubrimiento de 50 mm

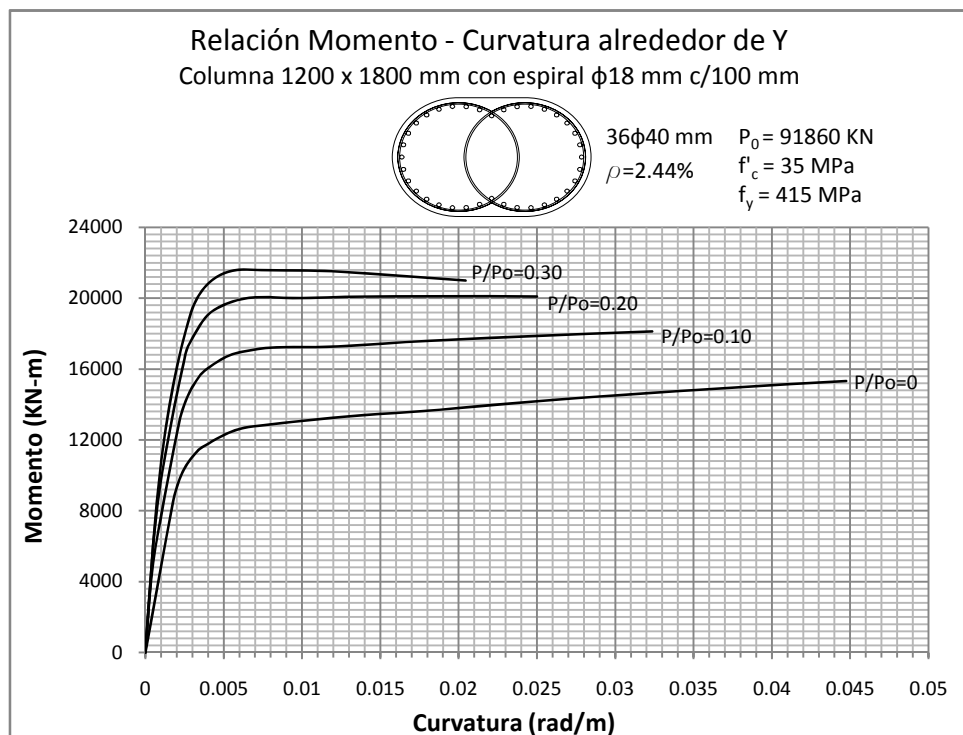
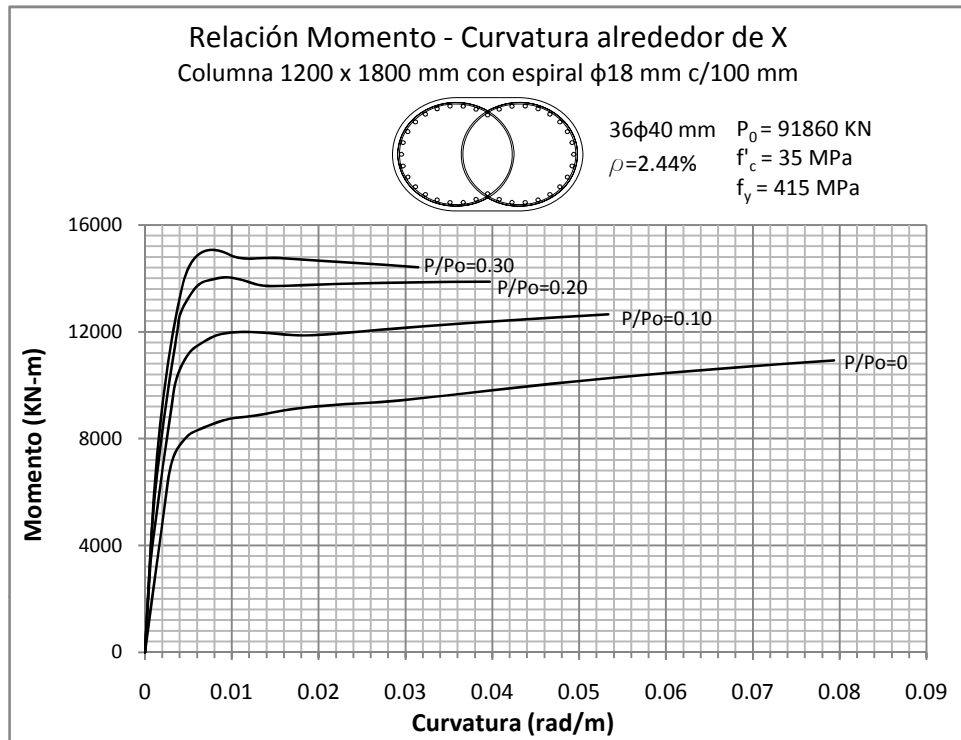




Figura 5.314 y 5.315: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

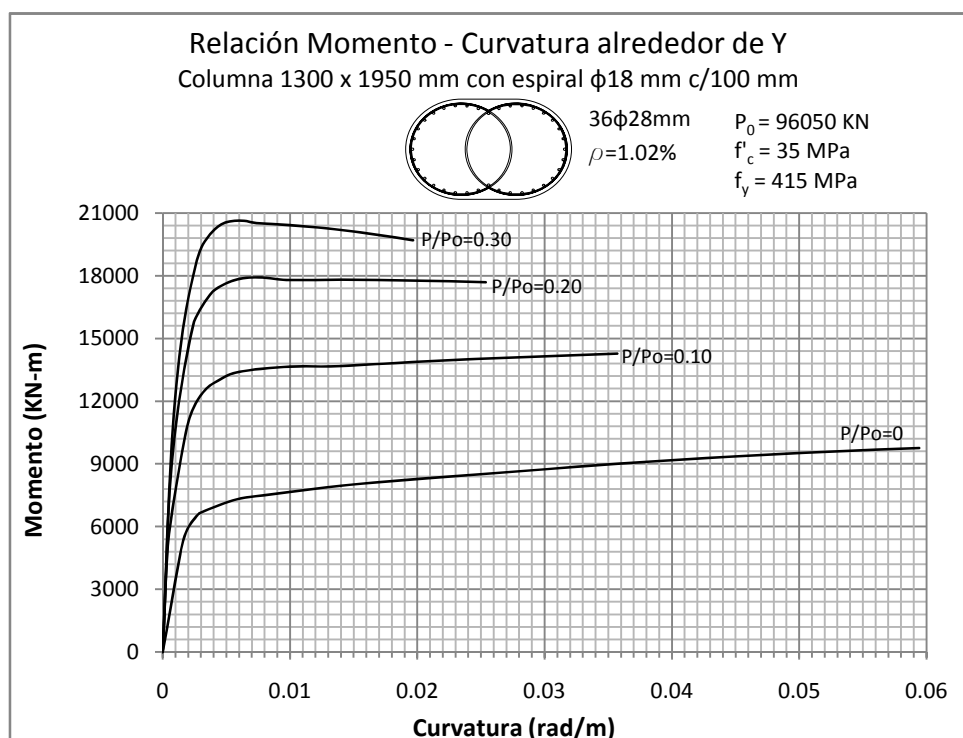
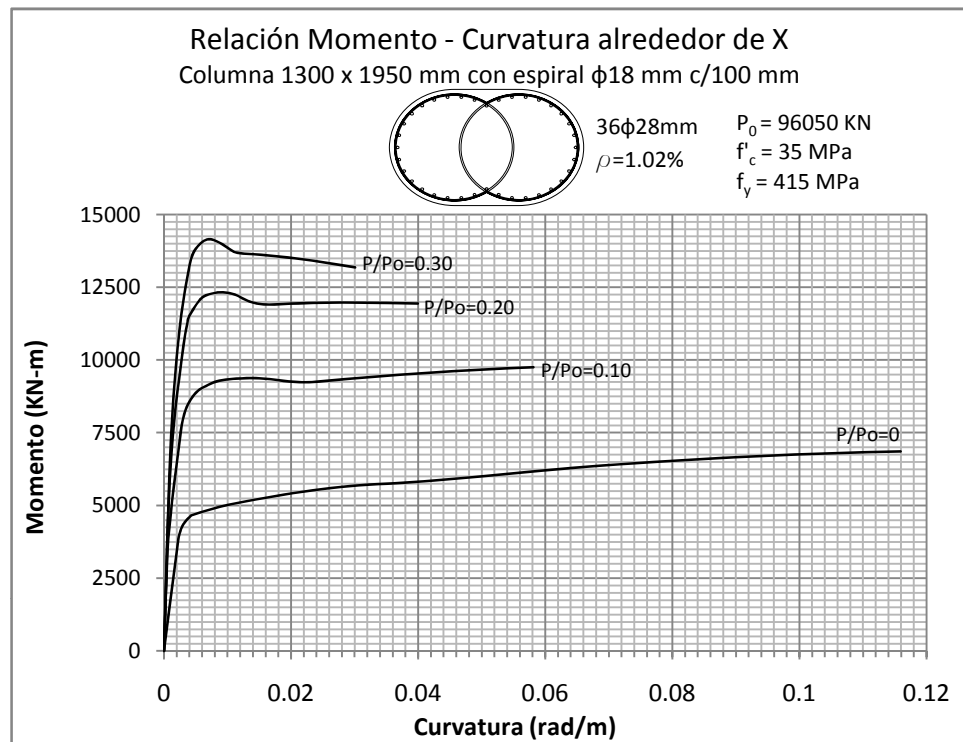


Figura 5.316 y 5.317: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

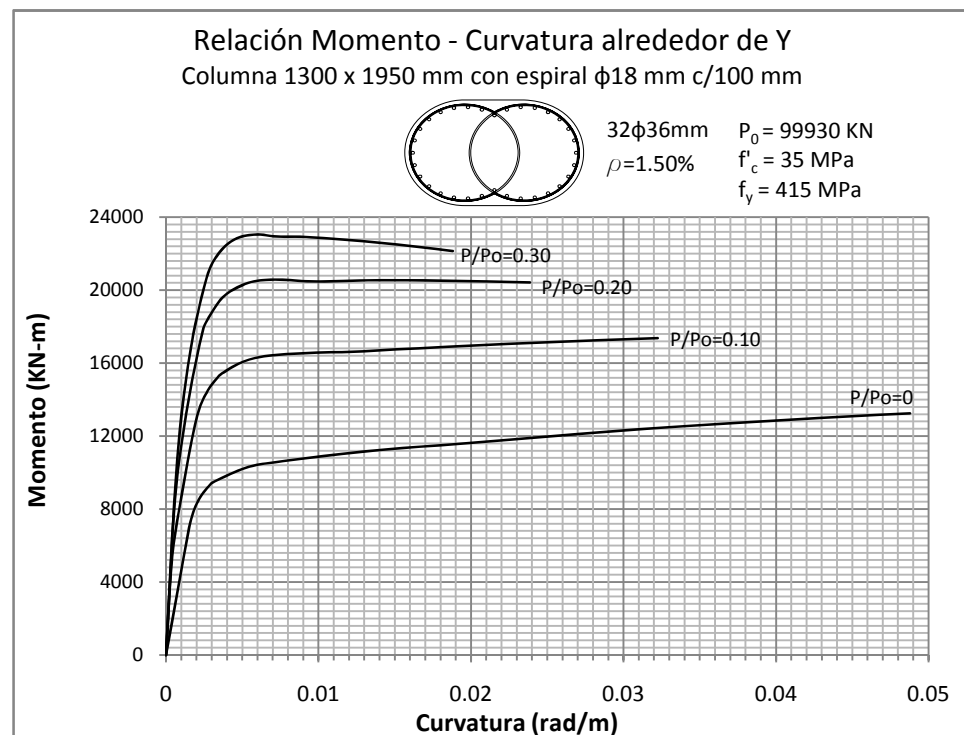
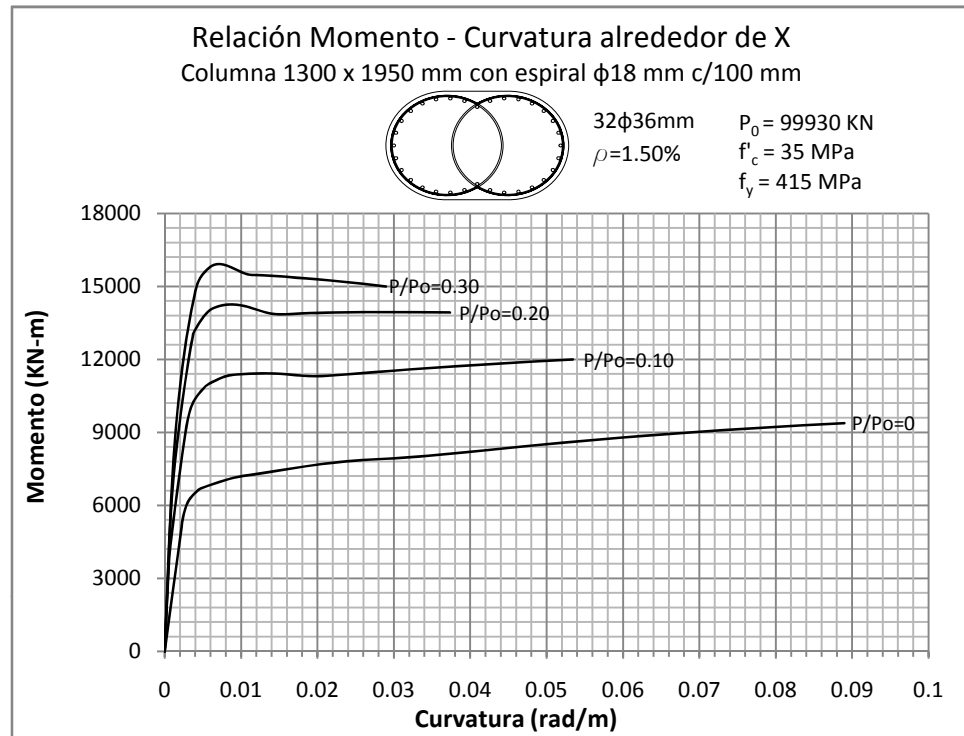


Figura 5.318 y 5.319: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

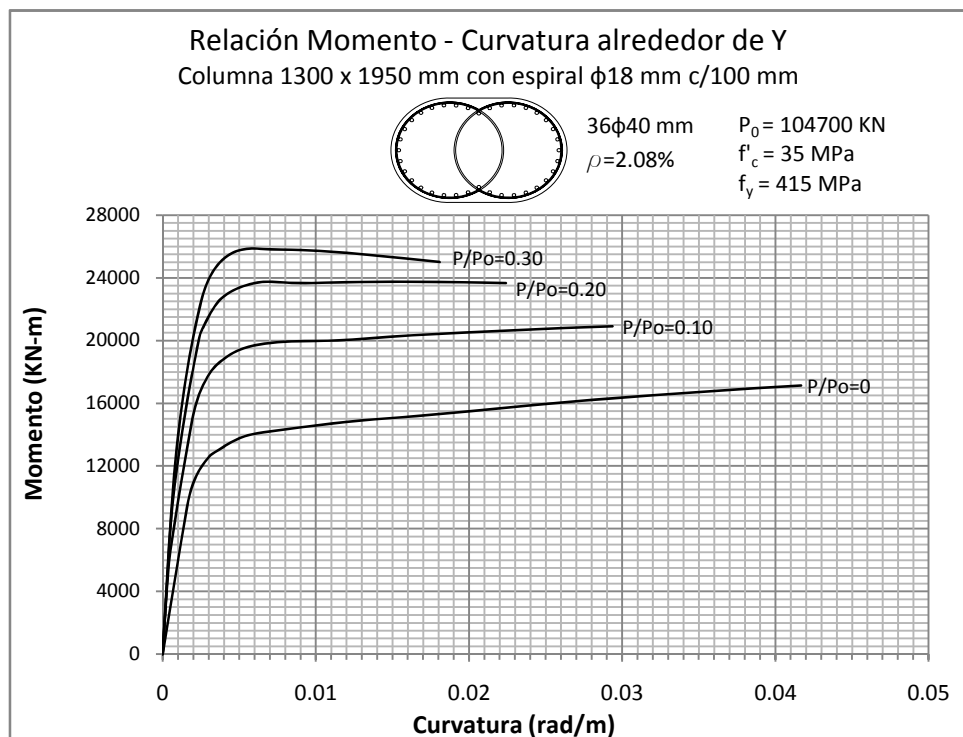
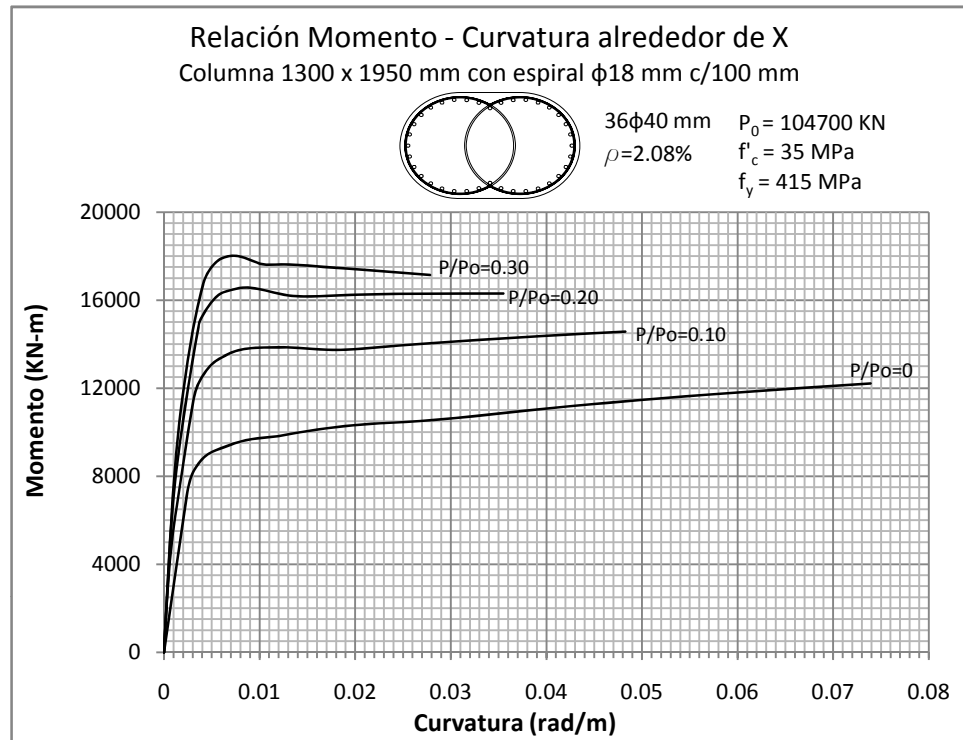


Figura 5.320 y 5.321: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1300 x 1950 mm con recubrimiento de 50 mm

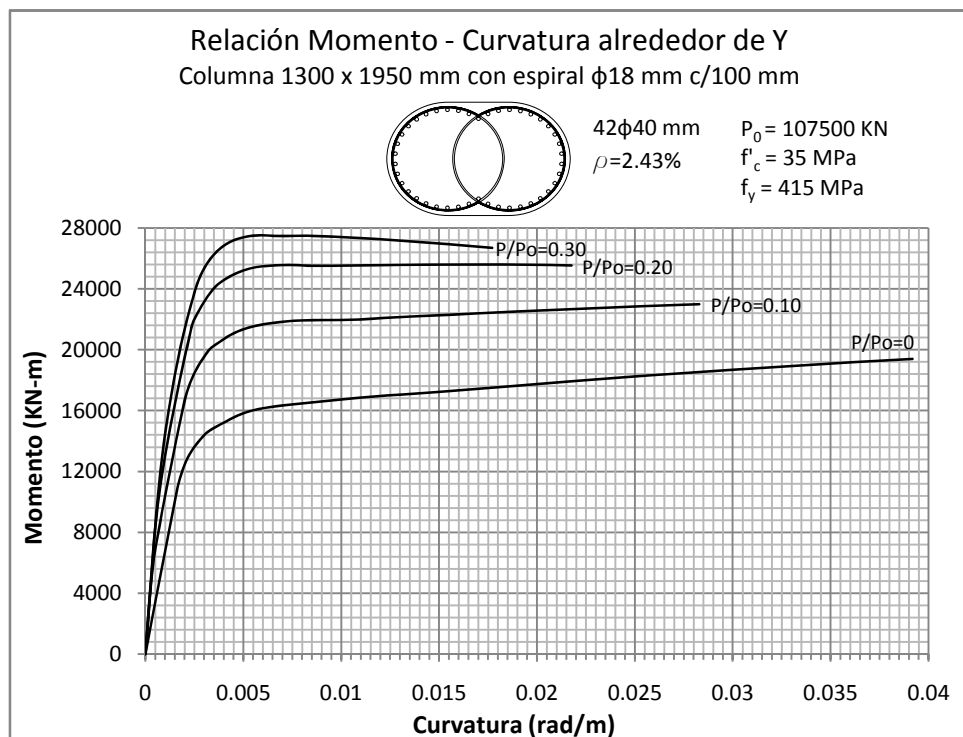
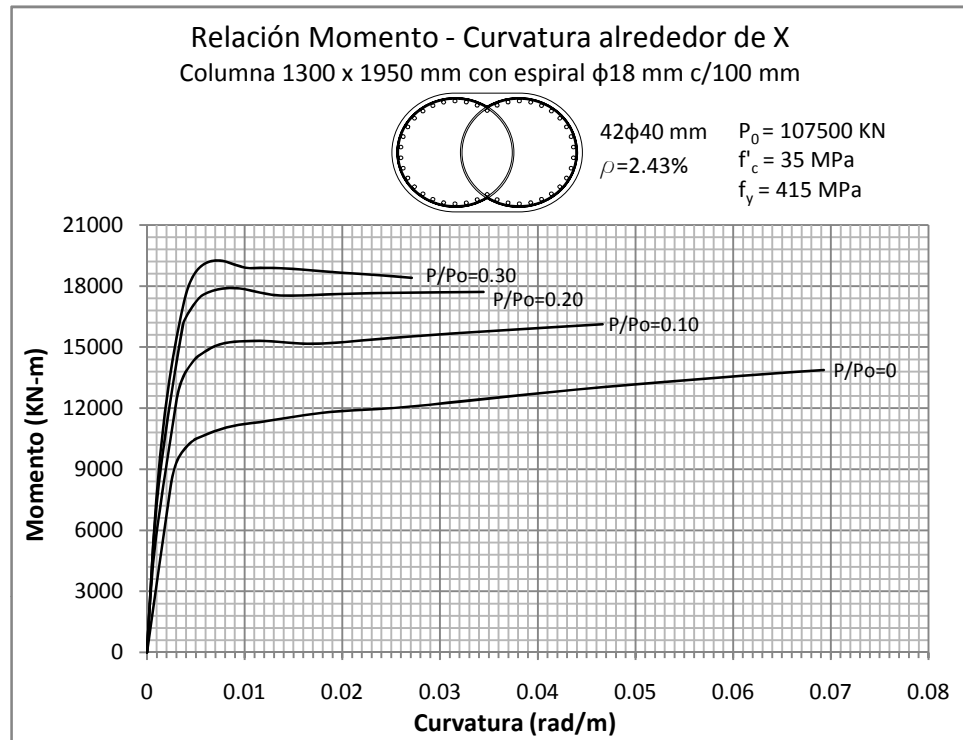


Figura 5.322 y 5.323: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

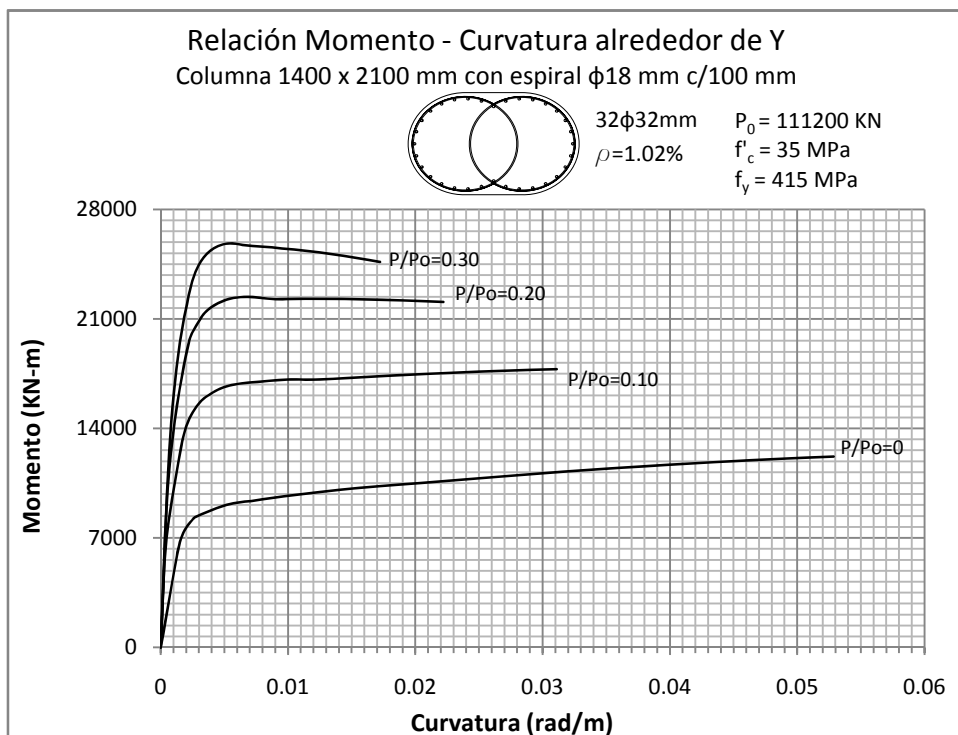
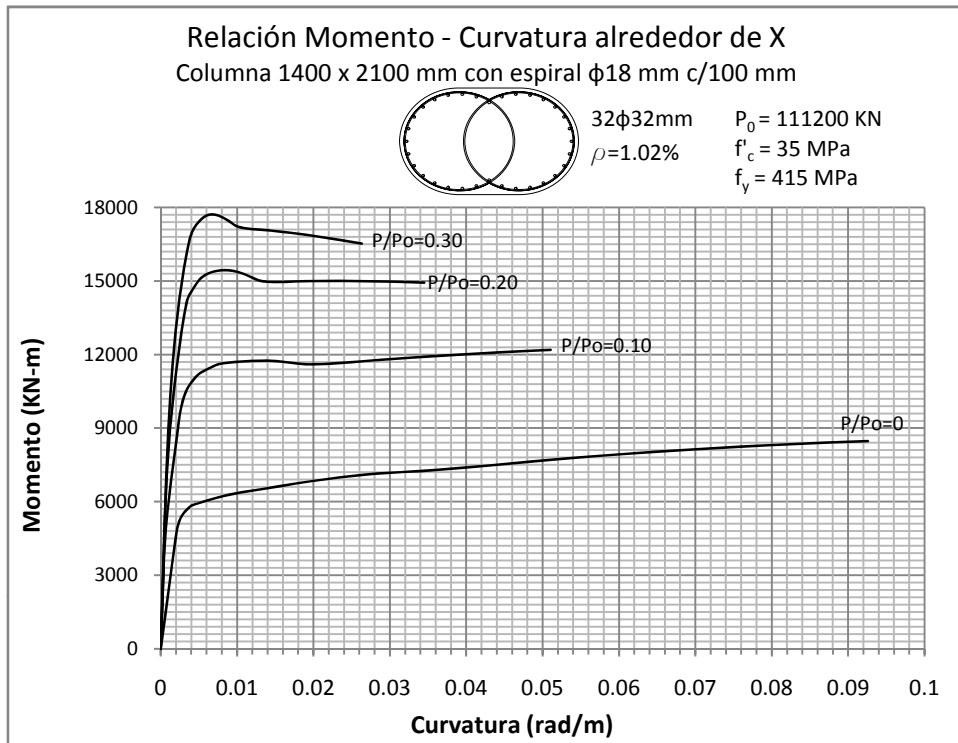


Figura 5.324 y 5.325: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

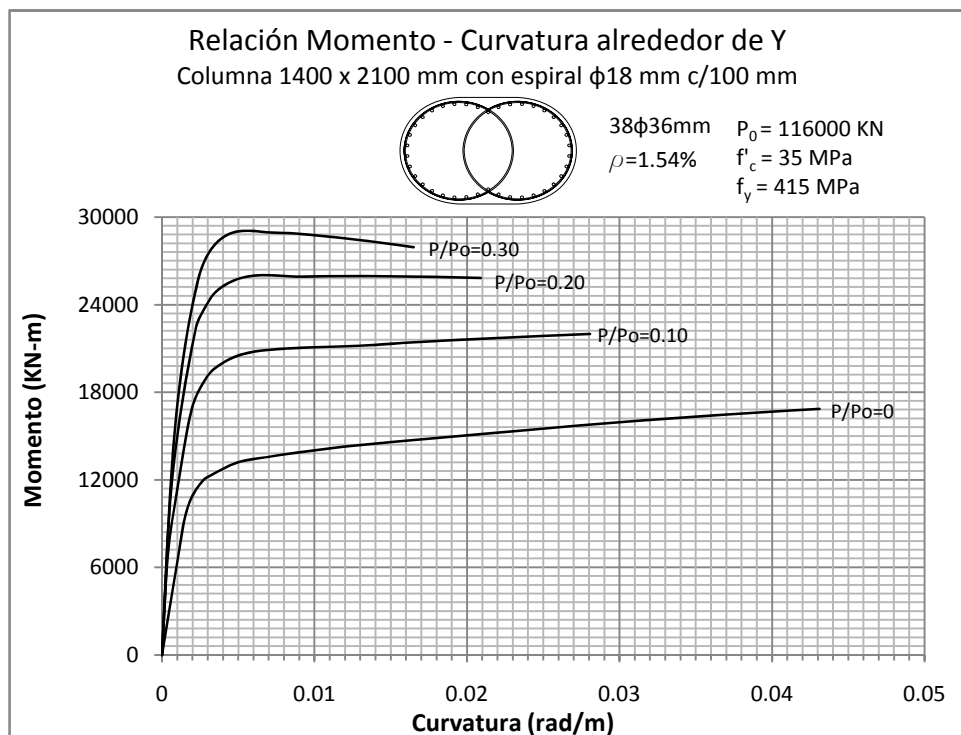
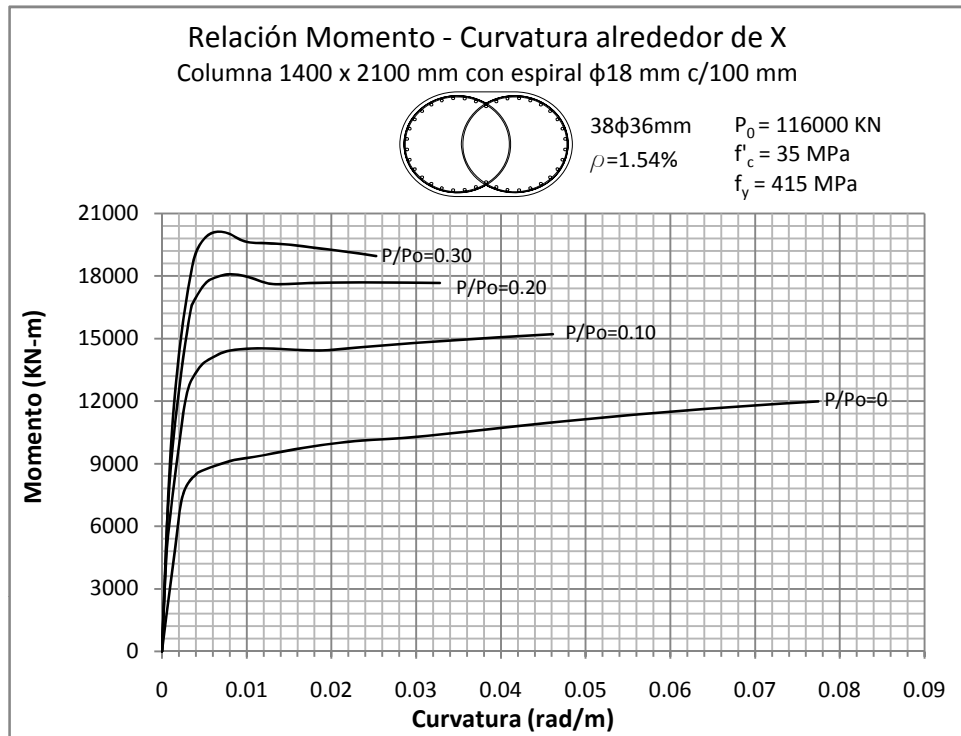


Figura 5.326 y 5.327: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1400 x 2100 mm con recubrimiento de 50 mm

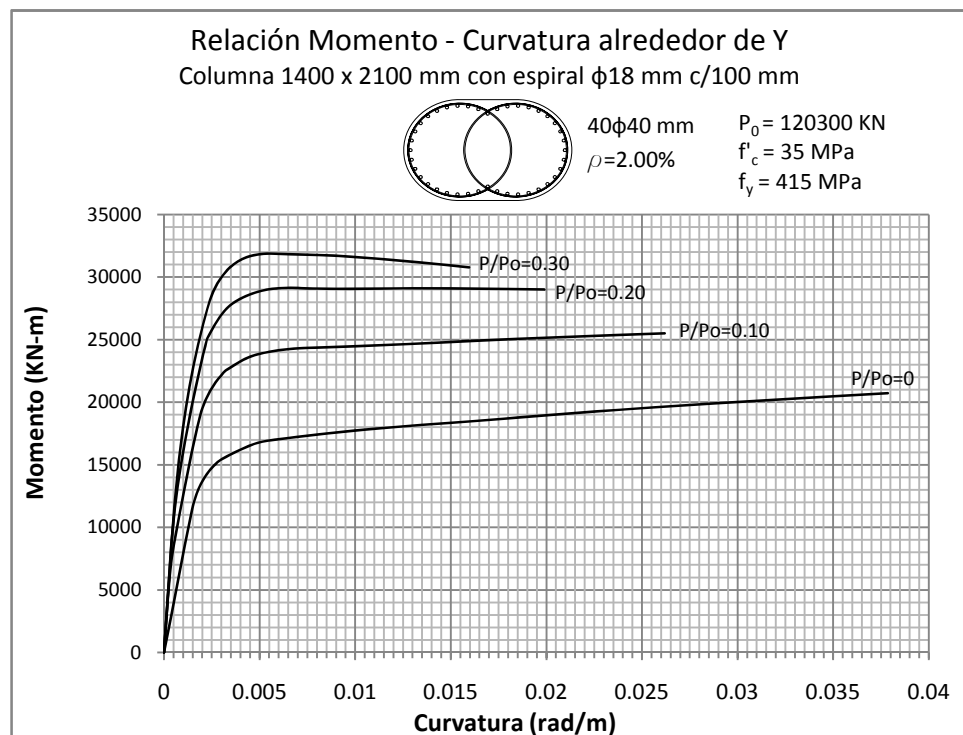
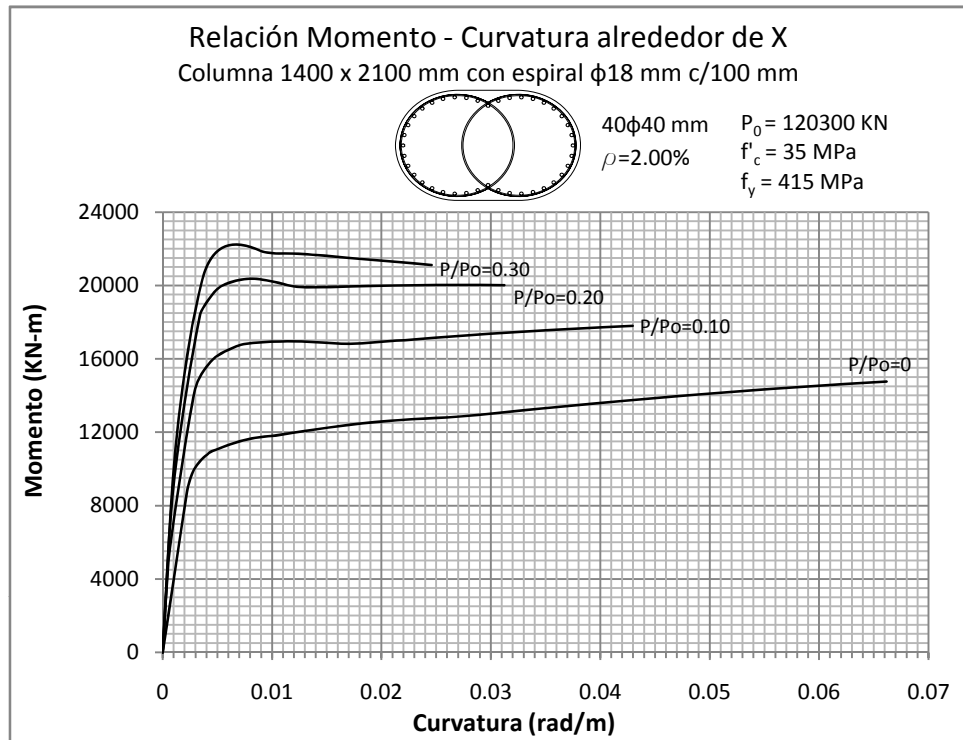


Figura 5.328 y 5.329: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

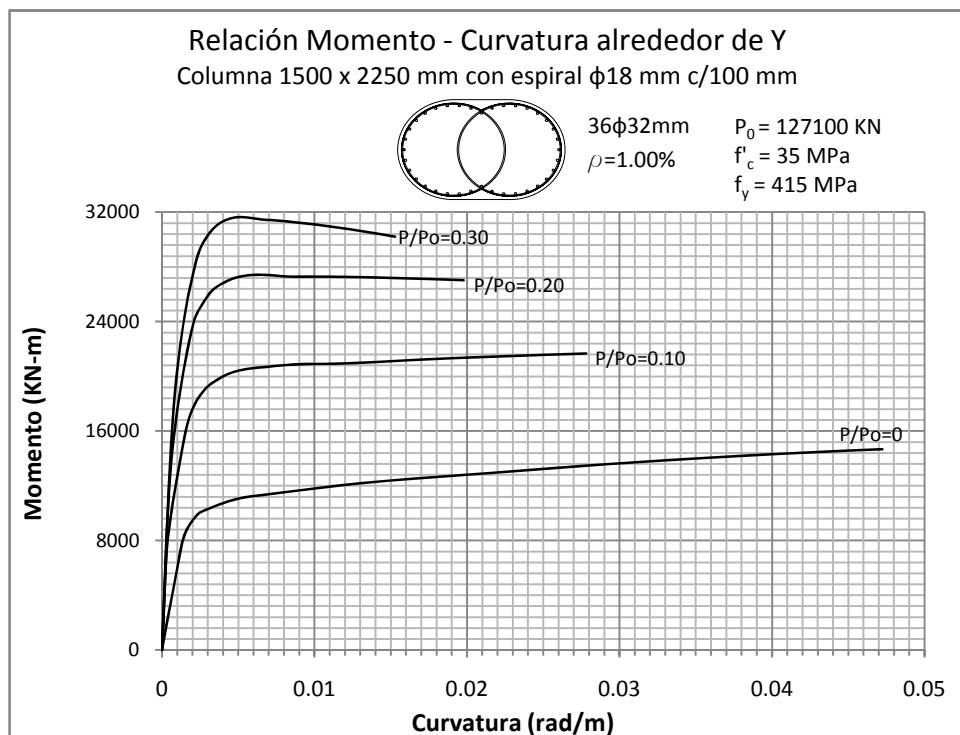
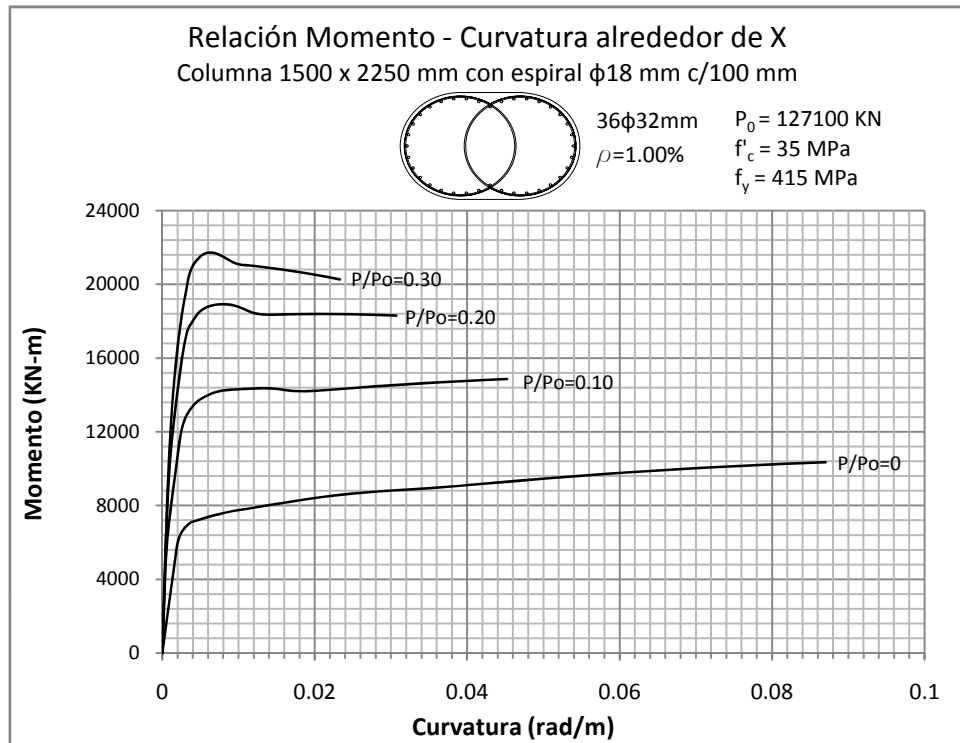




Figura 5.330 y 5.331: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

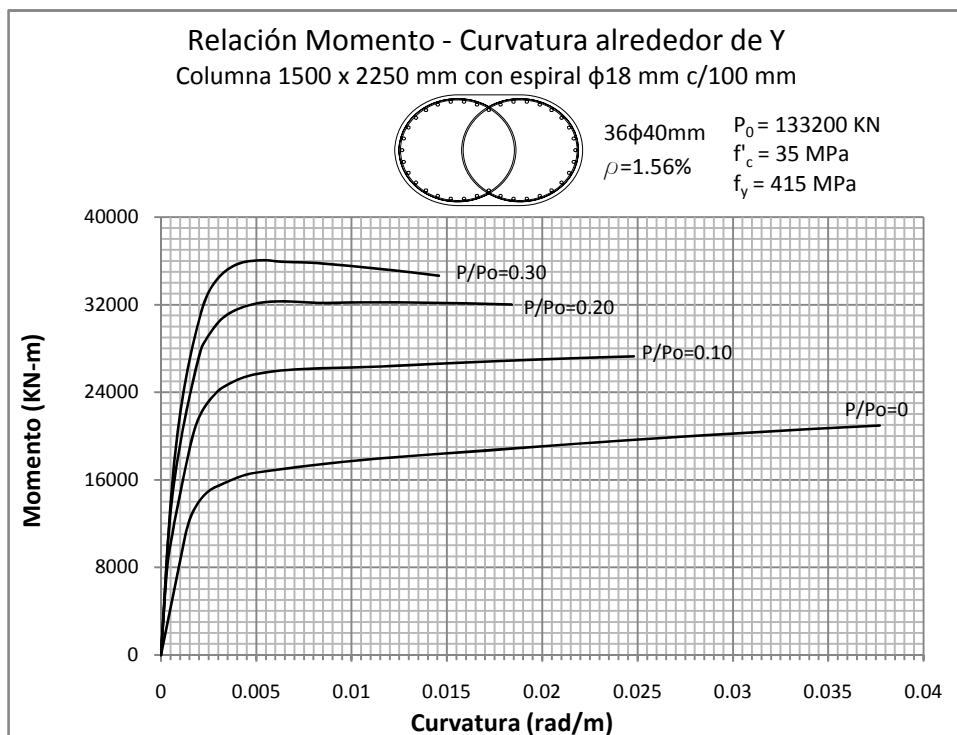
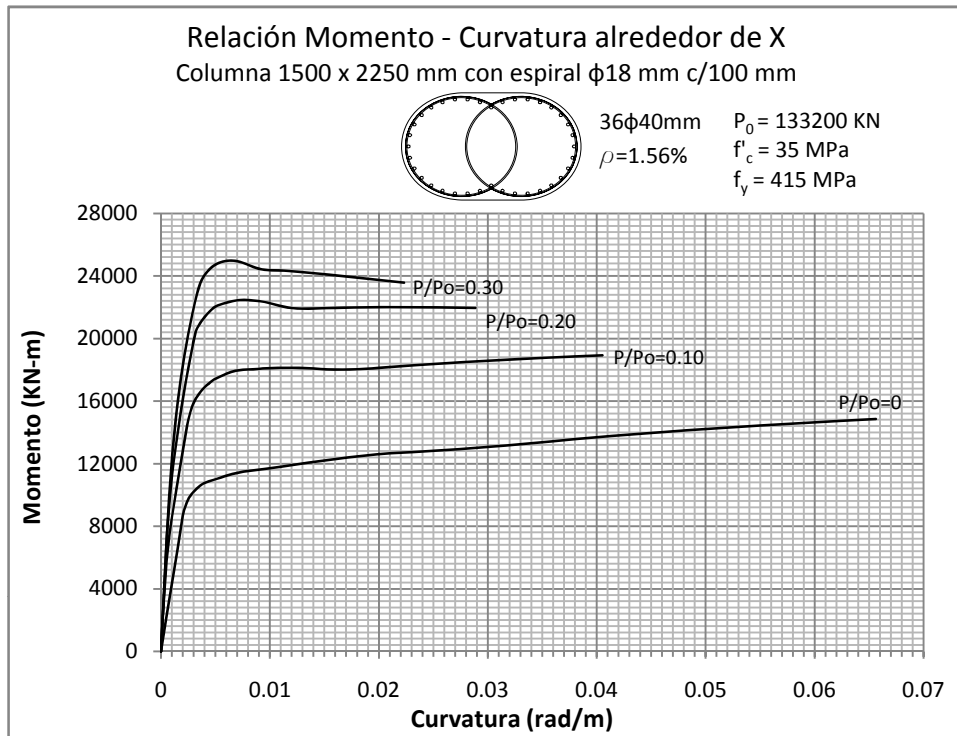


Figura 5.332 y 5.333: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
 Columna 1500 x 2250 mm con recubrimiento de 50 mm

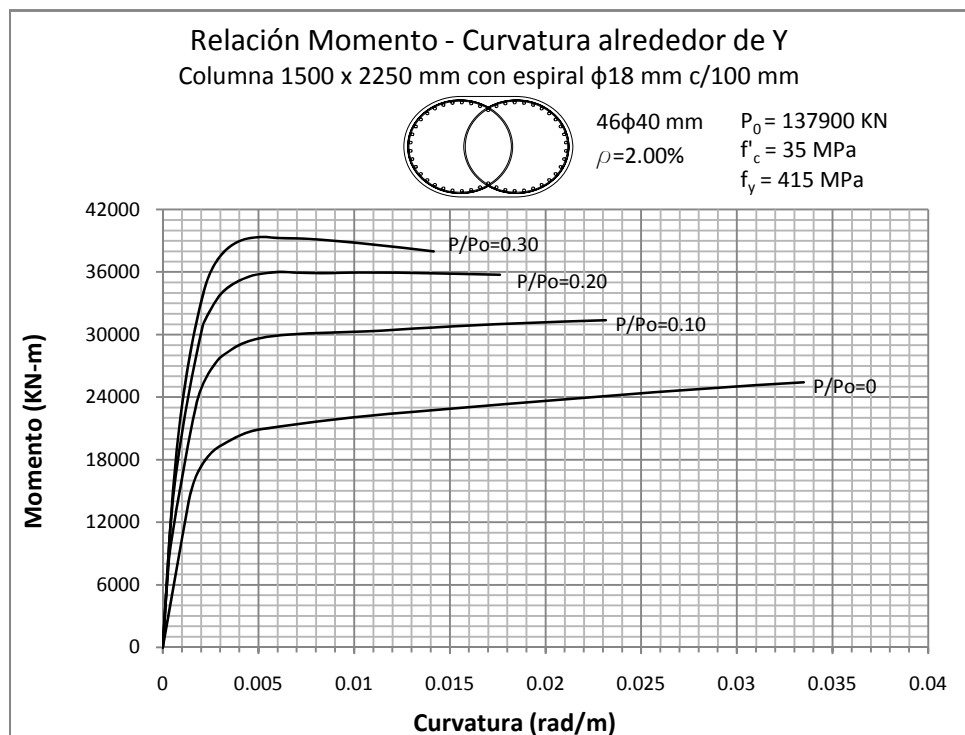
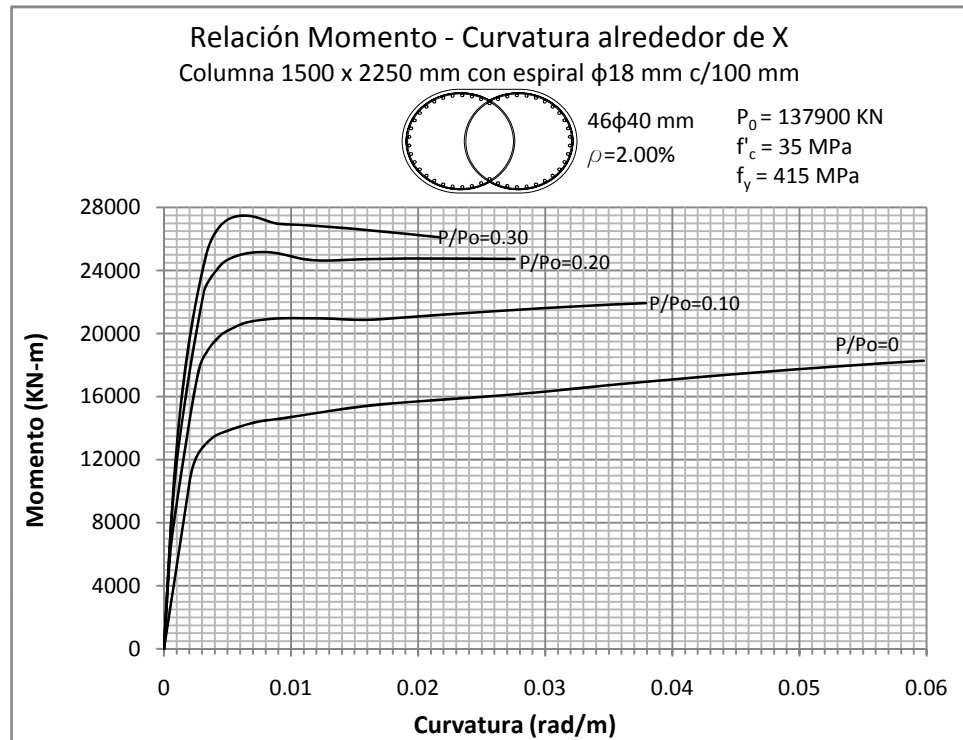


Figura 5.334 y 5.335: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

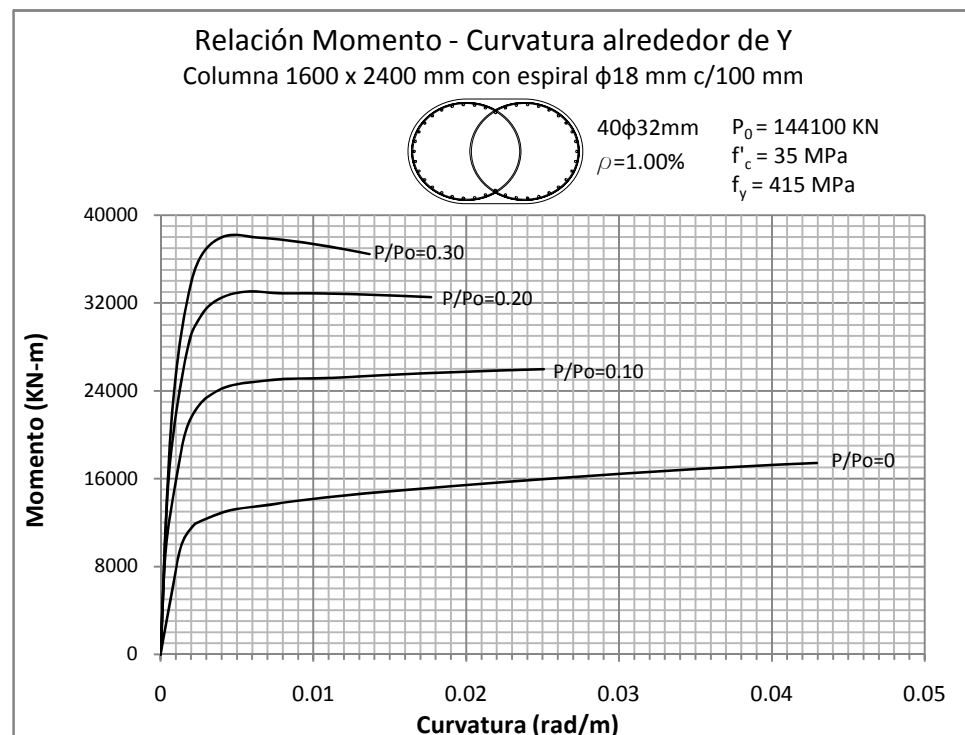
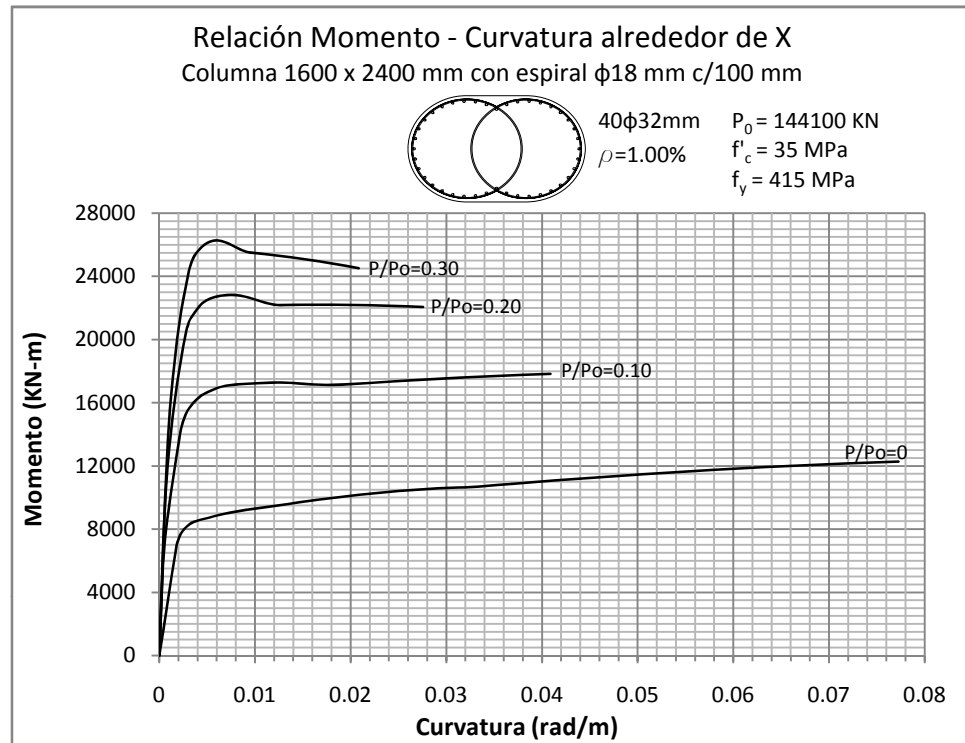


Figura 5.336 y 5.337: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm

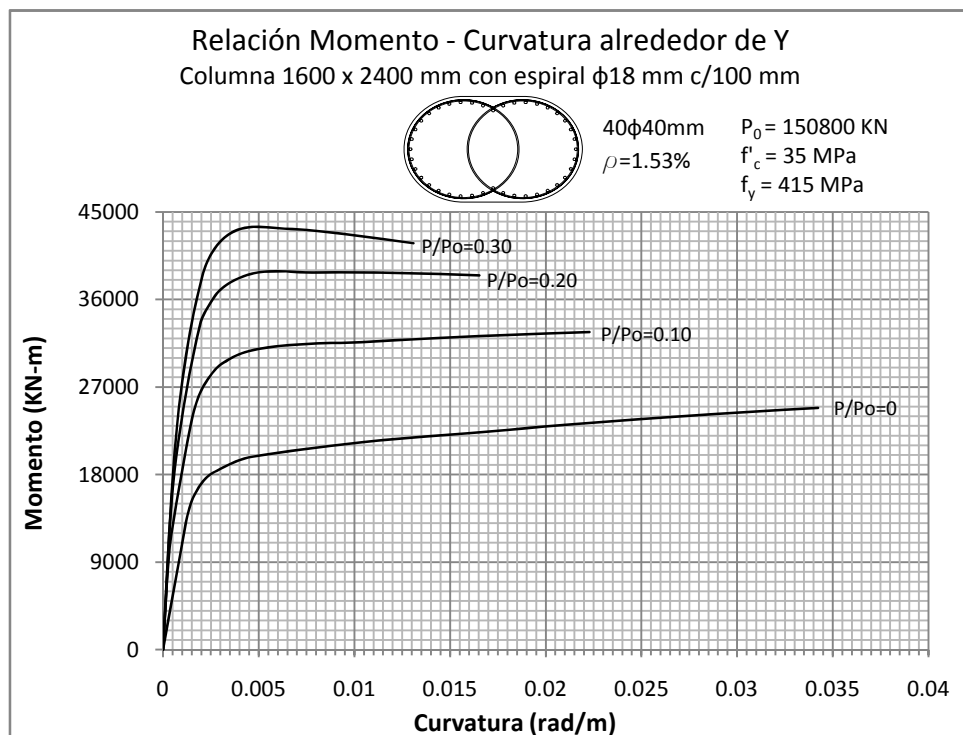
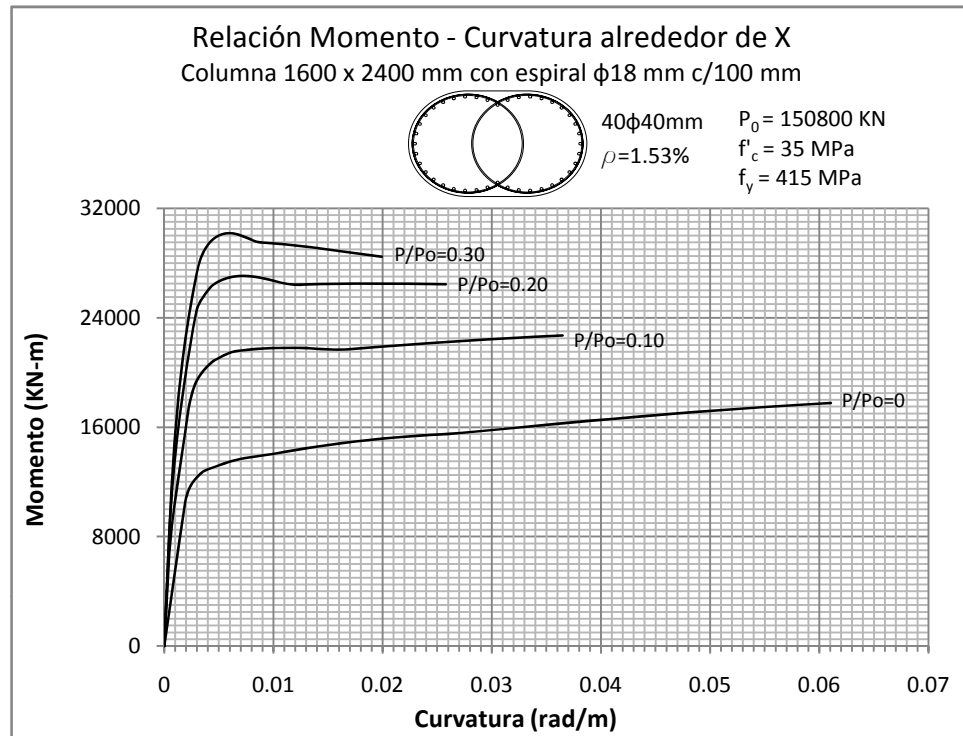
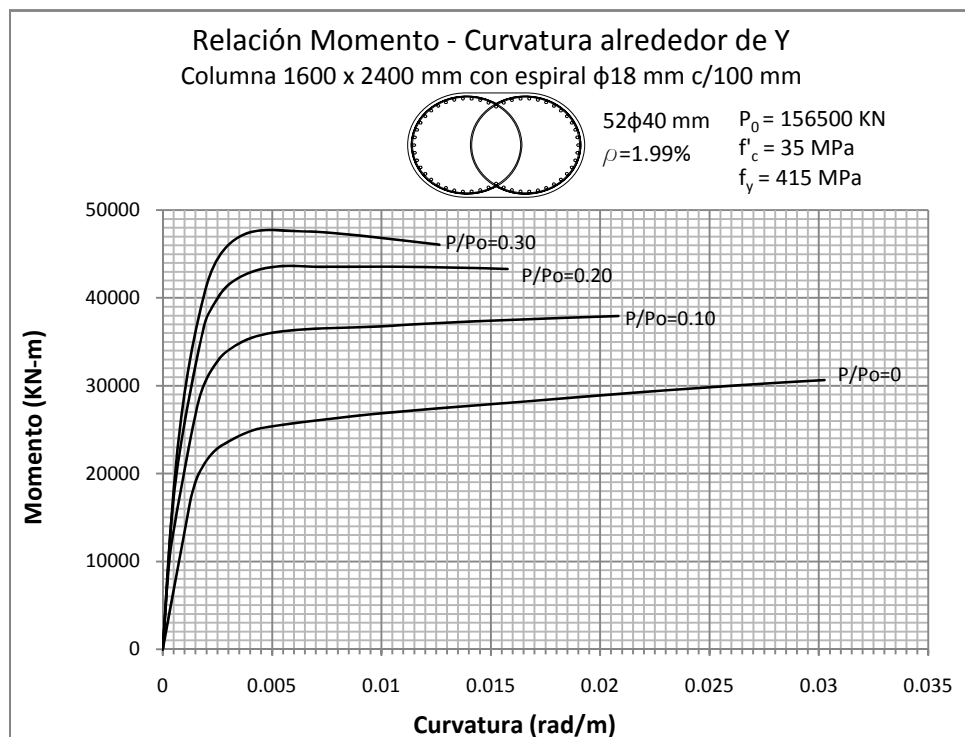
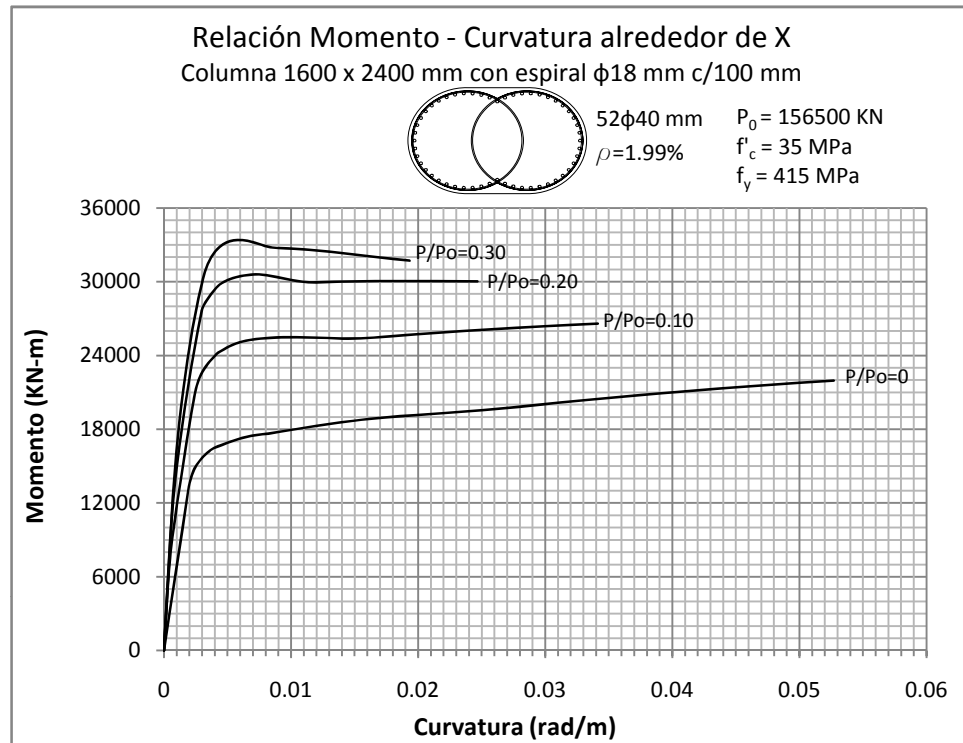


Figura 5.338 y 5.339: RELACIÓN MOMENTO - CURVATURA  
Columna 1600 x 2400 mm con recubrimiento de 50 mm



### **5.3. Ejemplo de Aplicación**

#### **5.3.1. Descripción**

Para comprender mejor el uso de las curvas realizadas en este proyecto de tesis, se analizará el comportamiento de las columnas de un puente tipo ubicado en la ciudad de Guayaquil. Se realizó un modelo matemático que representa la estructura de un puente simétrico compuesto por nueve pórticos de dos columnas, cuyas características se detallan a continuación.

#### **5.3.2. Modelo Estructural**

El modelo estructural se lo realiza utilizando el software para análisis estructural basado en el Método de Elementos Finitos, SAP2000™ de Computer and Structures, Inc.

### 5.3.2.1. Geometría

La estructura está formada por:

*Elevación:*

10 tramos de 30000 mm en el sentido longitudinal, lo cual resulta en una longitud total del puente de 300000 mm. (Figura 5.340)

*Planta:*

El ancho del puente es de 15600 mm. Figura (5.341)

*Subestructura:*

La subestructura está compuesta por columnas que en el sentido transversal tienen una configuración de pórtico formado por dos columnas circulares de 1500 mm de diámetro y una viga cabezal tipo T (figura 5.342).

Las longitudes de las columnas son:

Pórtico 1: 2400 mm

Pórtico 2: 4300 mm.

Pórtico 3: 6000 mm.

Pórtico 4: 6800 mm.

Pórtico 5: 7000 mm

Pórtico 6: 6800 mm

Pórtico 7: 6000 mm

Pórtico 8: 4300 mm

Pórtico 9: 2400 mm

*Superestructura:*

La superestructura está conformada por 7 vigas I postensadas separadas por 2300 mm centro a centro (Figura 5.343) y la losa continua de 180 mm. Además de las barandas y postes, las mismas que se representan por cargas repartidas que se mencionan más adelante.



Figura 5.340: Elevación del Puente Tipo.

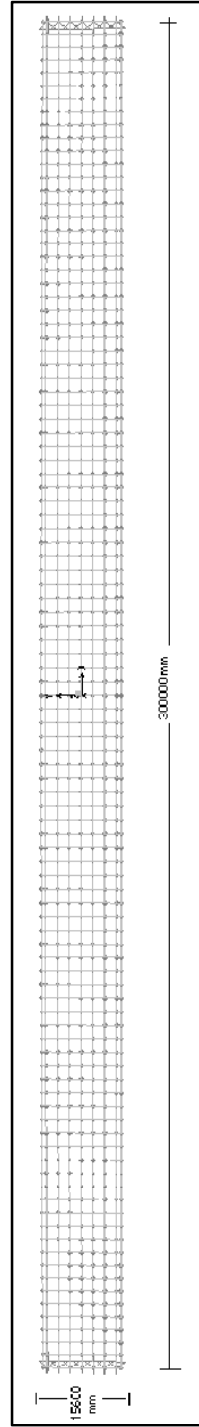


Figura 5.341: Planta del Puente Tipo.

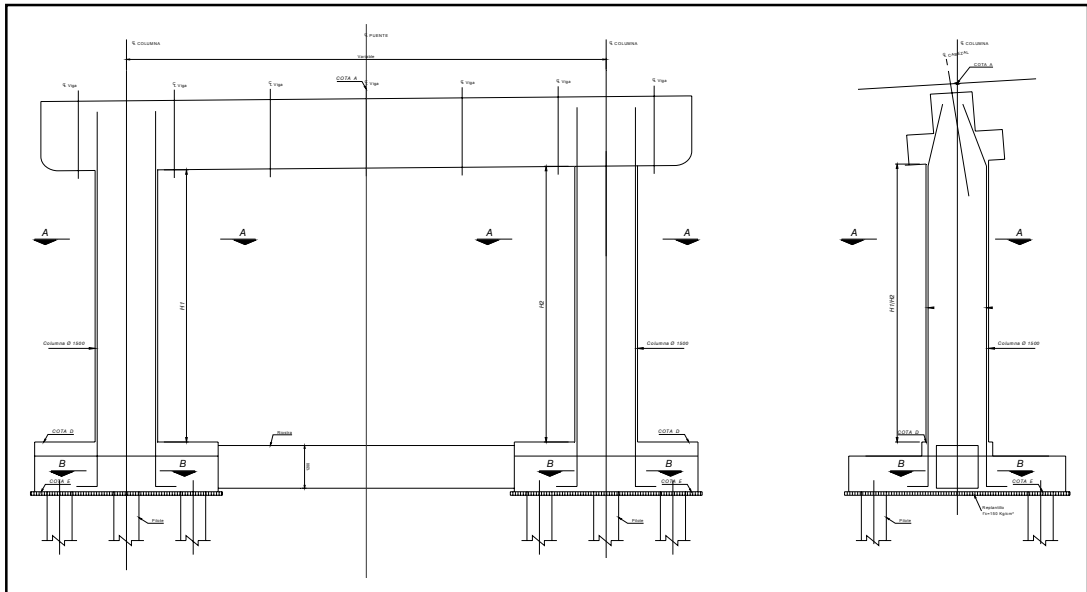


Figura 5.342: Subestructura del Puente Tipo (Pórtico 1).

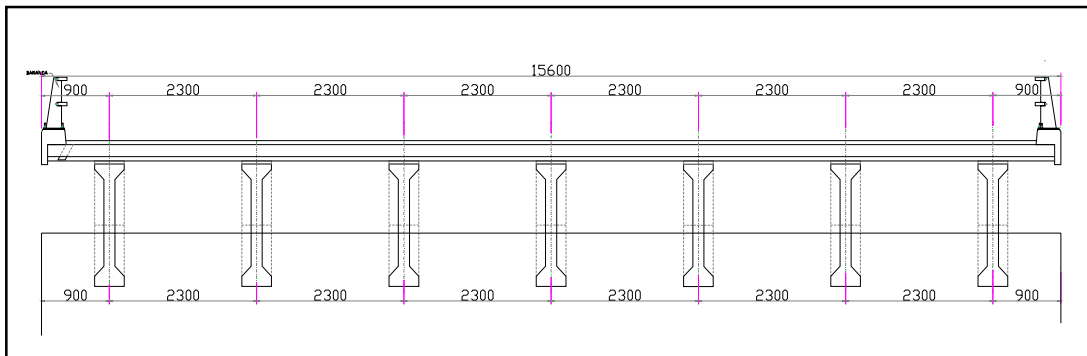


Figura 5.343: Superestructura del Puente Tipo.

### 5.3.2.2. Materiales

El puente será de concreto armado con las siguientes especificaciones:

- $f_c = 35$  MPa para las columnas y losa del tablero
- $f_y = 415$  MPa para el acero de refuerzo.

Las vigas I longitudinales serán de hormigón precomprimido.

### 5.3.2.3. Secciones

Las secciones transversales de los elementos se detallan en las figuras 5.344, 5.345 y 5.346.

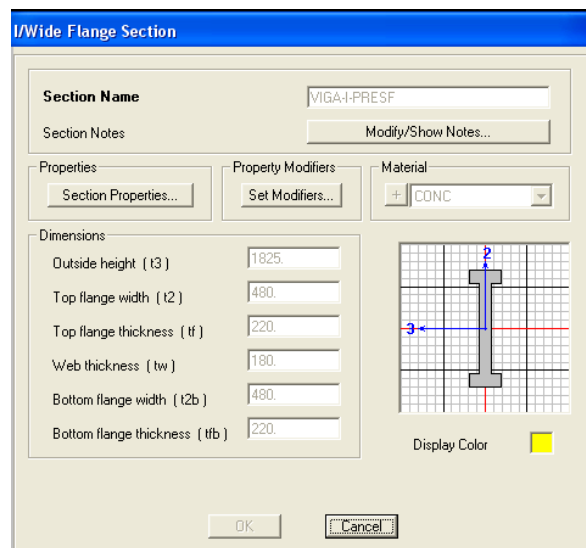


Figura 5.344: Sección de la Viga I postensada.

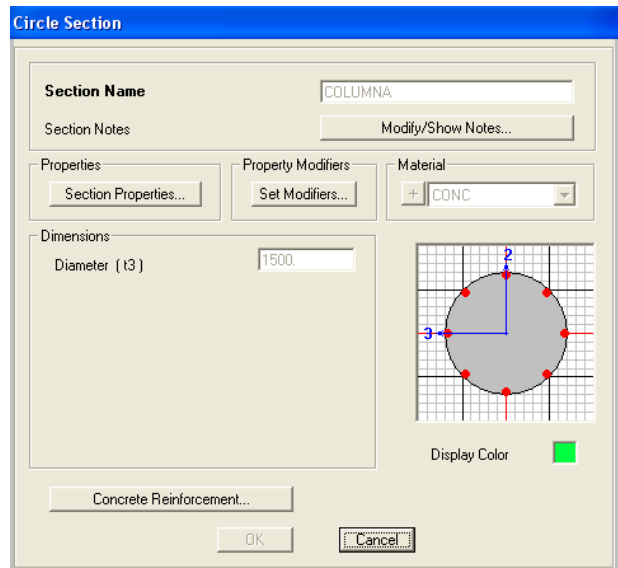


Figura 5.345: Sección de la columna circular.

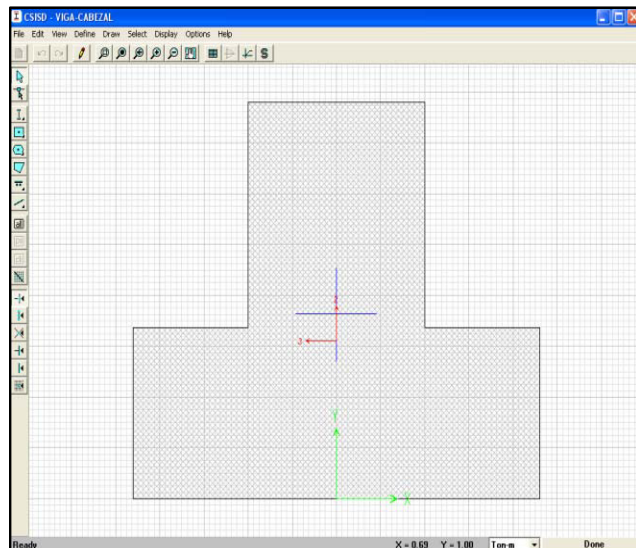


Figura 5.346: Sección de la Viga Cabezal tipo T.

#### **5.3.2.4. Cargas consideradas**

##### **5.3.2.4.1. Cargas Muertas**

Se considera como cargas muertas las que actúan permanentemente, tales como el peso propio de la estructura, el peso del asfalto, barandas y postes.

- Asfalto (e =75 mm): 0.165 Ton/m<sup>2</sup>, aplicada en toda el área de la losa.
- Barandas y postes: 0.10 Ton/m, aplicada en las vigas exteriores del puente.

##### **5.3.2.4.2. Cargas Sísmicas**

Se adopta un espectro elástico para un suelo tipo IV que representa un

estrato blando como los suelos típicos de la ciudad de Guayaquil, de acuerdo con la especificación AASHTO LRFD 2006 los valores de período y aceleración se presentan en la tabla 5.1. (Figura 5.347).

Período	Aceleración
0.0	0.625
0.9	0.625
1.2	0.5313
1.4	0.4794
1.6	0.4386
1.8	0.4055
2.0	0.3780
2.5	0.3257
3.0	0.2884
3.5	0.2603
4.0	0.2381
4.5	0.2019
5.0	0.1754
5.5	0.1545
6.0	0.1376
6.5	0.1237
7.0	0.1120
7.5	0.1022
8.0	0.0938
8.5	0.0865
9.0	0.0801
9.5	0.0746
10.0	0.0696

Tabla 5.1: Valores para el espectro elástico para un suelo tipo IV de acuerdo con las especificaciones AASHTO LRFD 2006.

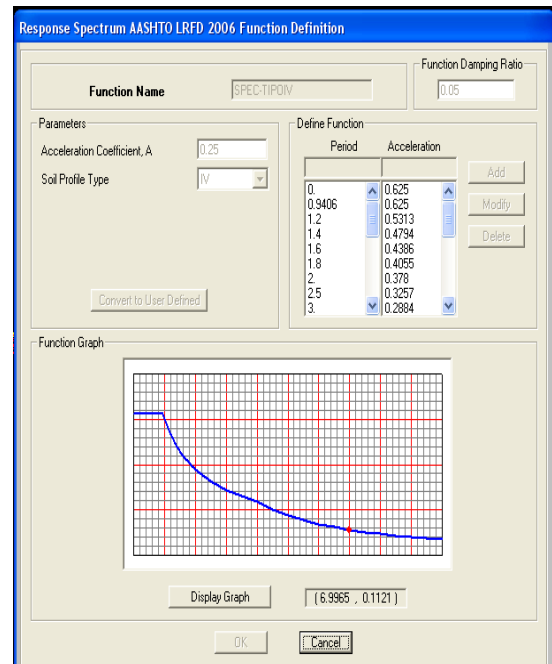


Figura 5.347: Espectro de respuesta elástico.

Para las cargas muertas sobrepuestas aplicadas al modelo, tales como la de asfalto y barandas, se creó un Load Pattern denominado SUPERDEAD. En las figuras 5.348 y 5.349 se pueden apreciar estas cargas aplicadas al modelo.

#### **5.3.2.5. Apoyos**

Se consideró que las columnas estuvieran empotradas en las bases y en ambos extremos del puente se consideró un soporte de rodillo en el sentido longitudinal.

#### **5.3.2.6. Combinaciones**

Las combinaciones que se utilizaron para el análisis en el modelo estructural son:

1. Combinación: Carga Muerta + Sismo en sentido longitudinal
2. Combinación: Carga Muerta + Sismo en sentido transversal

El modelo tridimensional se presenta en la figura 5.350.



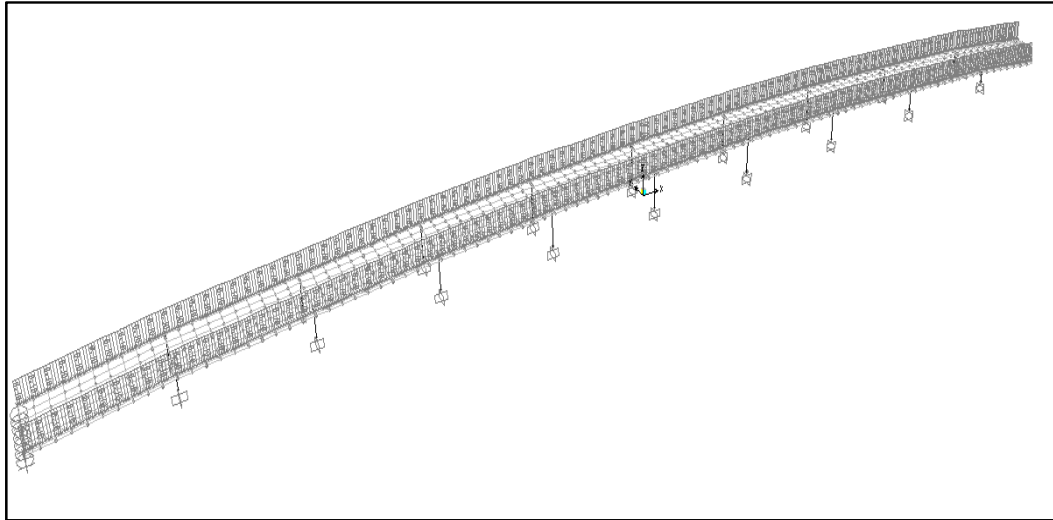


Figura 5.348: Carga de barandas uniformemente repartida en las vigas exteriores del puente.

0.00, 8.88, -0.17	0.00, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -0.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -0.17	0.00, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00
0.00, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -0.17	0.00, 8.88, -8.17	8.88, 0.00, -0.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -0.17	0.00, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00
0.00, 8.88, -0.17	0.00, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -0.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 8.88, -8.17	0.00, 8.88, -8.17	0.00, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 8.88, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00
8.88, 0.00, -0.17	0.00, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	8.88, 0.00, -0.17	8.88, 0.00, -0.17	8.88, 0.00, -0.17	8.88, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00
0.00, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -0.17	8.88, 0.00, -0.17	8.88, 8.88, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00
8.88, 8.88, -0.17	0.00, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 8.88, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	8.88, 0.00, -0.17	8.88, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00
0.00, 0.00, -8.17	8.88, 0.00, -8.17	0.00, 8.88, -8.17	8.88, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00
8.88, 8.88, -0.17	0.00, 8.88, -8.17	0.00, 8.88, -8.17	8.88, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	8.88, 8.88, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00, -8.17	0.00, 0.00

Figura 5.349: Carga de asfalto uniformemente distribuida en toda el área de la losa.

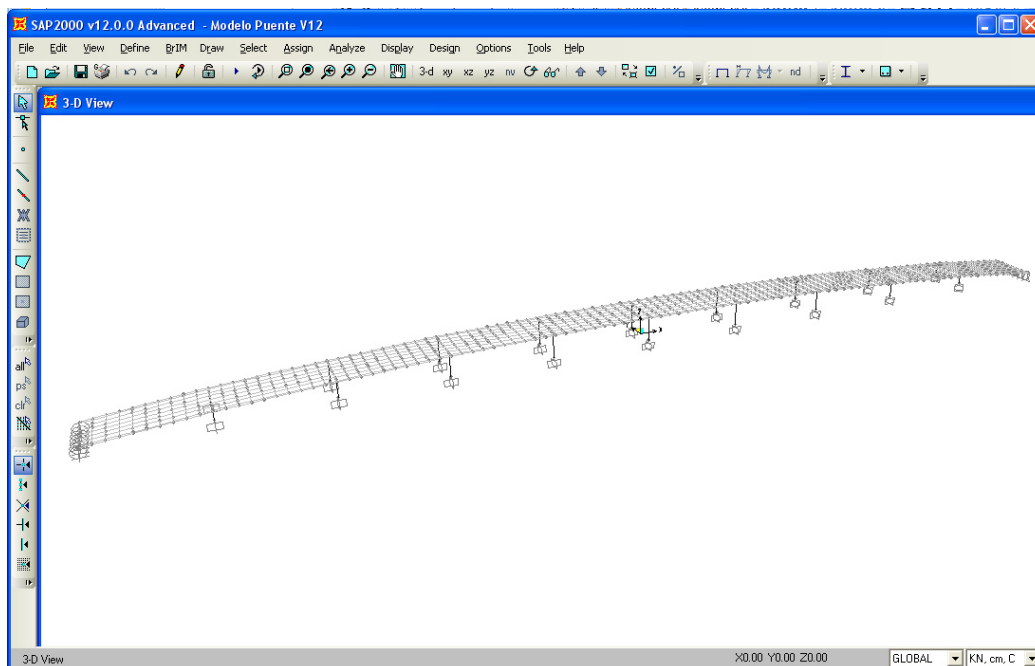


Figura 5.350: Modelo Estructural del Puente Tipo.

### 5.3.3. Diseño Preliminar de Pilas

#### ***Sentido Longitudinal***

La Verificación consiste en demostrar, en algunos casos, que la sección y el refuerzo proporcionado satisfacen la demanda sísmica obtenida del ANÁLISIS ESTRUCTURAL ELÁSTICO, en otras palabras, que el punto: carga axial-momento flector, cae dentro del diagrama de interacción; y en otros casos, cuando el

punto (M, P) cae fuera se entenderá que la columna se ha plastificado por el sismo (Ver figura 5.351). Para estos casos se demostrará que la columna tiene una capacidad de deformación plástica lateral mayor que la demanda por el sismo de diseño mediante la fórmula:

$$\Delta_y = \frac{\phi_y L^2}{3} \quad (3.32)$$

Reemplazando  $\phi_y$  con la ecuación:

$$\phi_y = \frac{M_y}{EI} \quad (3.29)$$

La rigidez  $k$  para una columna empotrada en voladizo tomada de la ecuación (4.17) del texto “Seismic Design and Retrofit of Bridges”, citado en la bibliografía se define por medio de la fórmula:

$$K = \alpha \frac{EI}{L^3}$$

Donde  $\alpha$  es un factor que representa las condiciones de frontera y para este caso es igual a 3.

Entonces,

$$\Delta_y = \frac{M_y}{KL} \quad (5.1)$$

De los resultados del análisis Momento-Curvatura ( $M-\phi$ ), se obtiene la rotación plástica de la columna  $\theta_p$ , producto de la plastificación de la región plástica, la misma que permitirá obtener el valor de la deformación plástica,  $\Delta_p$ , por medio de la fórmula:

$$\Delta_p = \theta_p (L - 0.5L_p) \quad (3.33)$$

Entonces:

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p \quad (3.34)$$

La figura 5.352 también ilustra el comportamiento elástico e inelástico de una estructura, esta vez mediante la relación Cortante-Desplazamiento, donde se puede notar que la ecuación que se deriva de tal gráfico es exactamente igual a la ecuación (5.1).

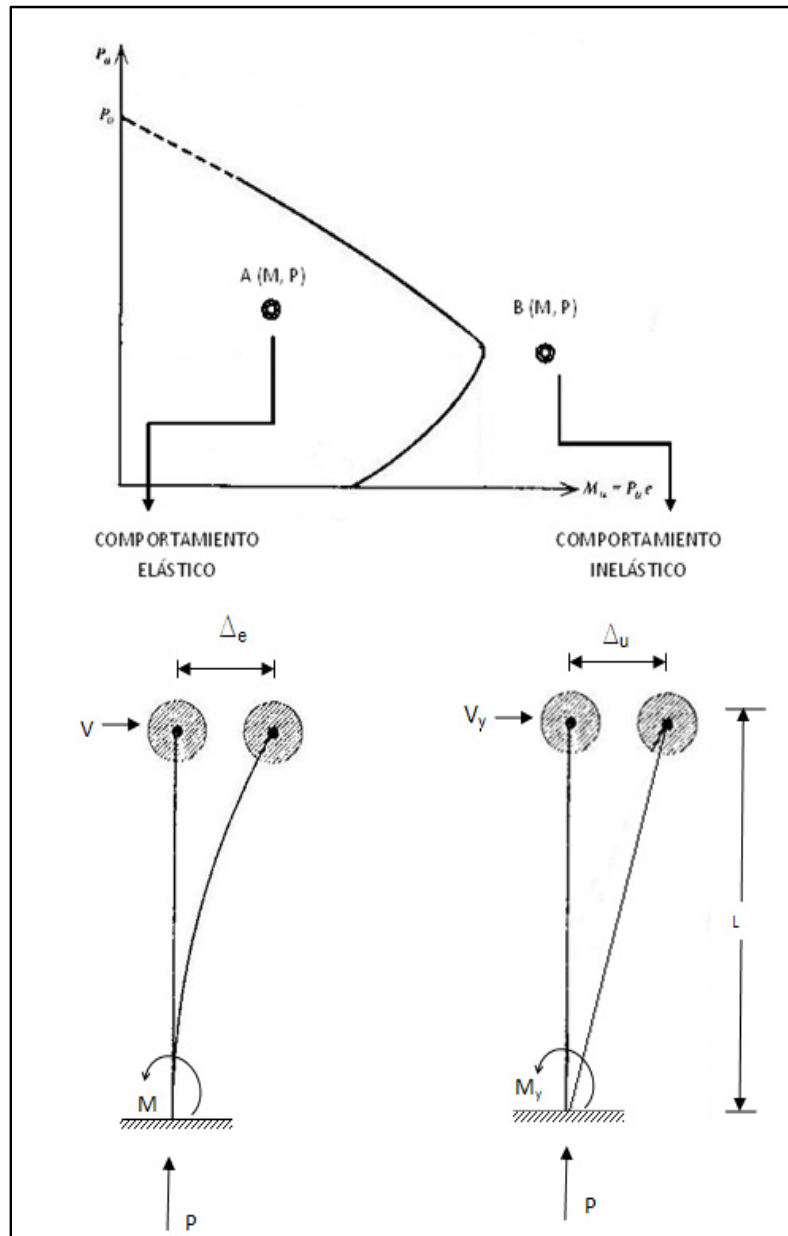


Figura 5.351: Comportamiento elástico e inelástico de una columna.

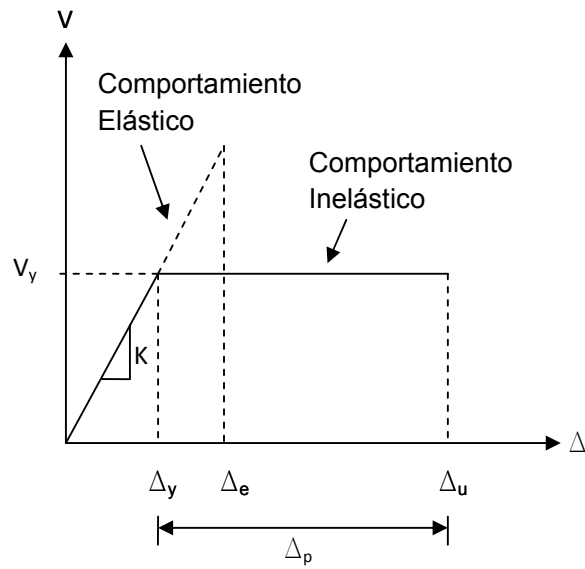


Figura 5.352: Relación Cortante-Desplazamiento.

Donde:

$V$  = Cortante Elástico

$\Delta_e$  = Deformación Elástica

$V_y$  = Cortante cedente

$\Delta_y$  = Deformación Cedente

$\Delta_p$  = Deformación Inelástica

$\Delta_u$  = Deformación última

Para las columnas de puentes la solución satisfactoria será:

$$\Delta_u \gg \Delta_e \quad (5.2)$$

Además de la figura 5.352 se puede concluir que la Rigidez K es igual a:

$$K = \frac{V}{\Delta_e} = \frac{V_y}{\Delta_y} \quad \therefore \Delta_y = \frac{V_y}{K} \quad (5.3)$$

Reemplazando  $\Delta_y$  con la ecuación (5.1) se obtiene que el cortante está definido por:

$$V_y = \frac{M_y}{L} \quad (5.4)$$

Luego de correr el modelo en SAP 2000, se procede a extraer los resultados a EXCEL, los mismos que se organizan de acuerdo a los pórticos como se presenta en la Tabla 5.2. De esta tabla se toman los valores de Carga Axial-Momento para graficarlos en el Diagrama de Interacción de la Columna Circular de 1500 mm de diámetro con  $f'_c=35$  MPa. (Ver figura 5.353)

Tabla 5.2: Resumen de resultados para las columnas

COMBINACIÓN: DEAD+SISMO LONGITUDINAL

P1C1	P1N1-P1N2	AXIAL	KN	3140.60400	3990.41100
		MOMENTO	KN-m	15449.38150	14613.87210
		CORTANTE	KN	6448.60800	-6099.86400
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	-0.01219	
P2C1	P2N1-P2N2	AXIAL	KN	2838.14300	3631.14100
		MOMENTO	KN-m	5529.05410	5850.27500
		CORTANTE	KN	1287.09300	-1361.86900
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	-0.01384	
P3C1	P3N1-P3N2	AXIAL	KN	2836.46400	3981.38000
		MOMENTO	KN-m	3442.13120	3484.61980
		CORTANTE	KN	574.09300	-581.18000
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	-0.01515	
P4C1	P4N1-P4N2	AXIAL	KN	3038.06600	3785.18500
		MOMENTO	KN-m	2822.74240	2848.63790
		CORTANTE	KN	415.36800	-419.17800
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	-0.01595	
P5C1	P5N1-P5N2	AXIAL	KN	3427.41900	3427.44500
		MOMENTO	KN-m	2641.67640	2641.67640
		CORTANTE	KN	377.61100	-377.61100
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	-0.01618	
P6C1	P6N1-P6N2	AXIAL	KN	3038.05800	3785.19300
		MOMENTO	KN-m	2848.63760	2822.74220
		CORTANTE	KN	419.17800	-415.36800
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.01595	
P7C1	P7N1-P7N2	AXIAL	KN	2836.47600	3981.36800
		MOMENTO	KN-m	3484.62110	3442.13250
		CORTANTE	KN	581.18000	-574.09300
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.01515	
P8C1	P8N1-P8N2	AXIAL	KN	2838.14600	3631.13800
		MOMENTO	KN-m	5850.27520	5529.05430
		CORTANTE	KN	1361.86900	-1287.09300
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.01384	
P9C1	P9N1-P9N2	AXIAL	KN	3140.60100	3990.41400
		MOMENTO	KN-m	14613.88090	15449.39030
		CORTANTE	KN	6099.86800	-6448.61200
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.01219	



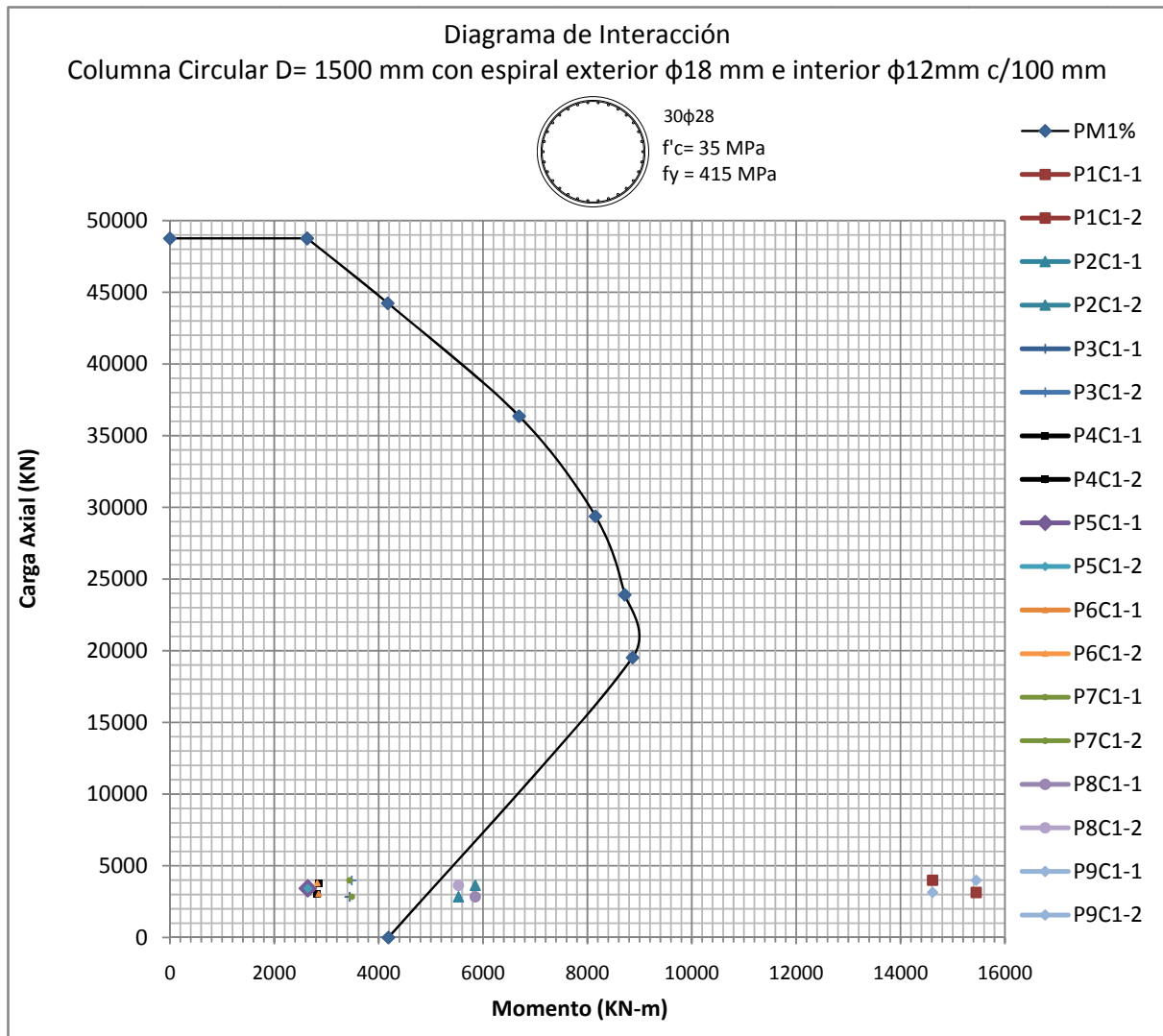


Figura 5.353: Diagrama de Interacción

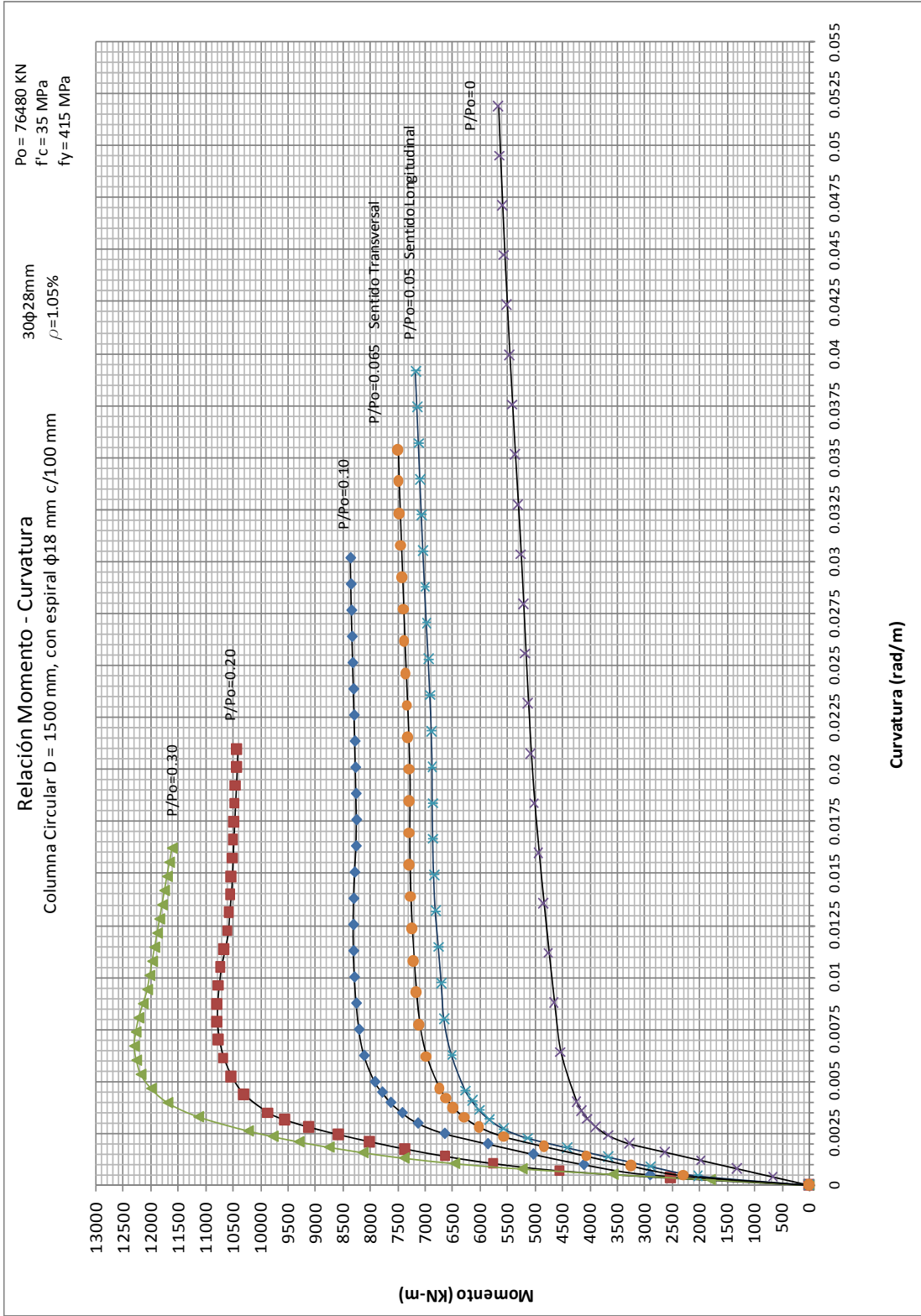


Figura 5.354: Relación Momento-Curvatura

En la figura 5.353, se pueden observar como los puntos de los pórticos 1, 2, 8 y 9 caen fuera del Diagrama. Para estos puntos que caen fuera de la curva se obtendrá el Momento correspondiente trasladándolos con su respectivo valor de P sobre el diagrama.

Para calcular la rotación plástica de la columna circular de 1500 mm de diámetro con  $f_c = 35$  MPa, se necesita la Relación Momento-Curvatura que se muestra en la figura 5.354. La carga crítica es la correspondiente a los pórticos 1 y 9,  $P = 3990.42$ KN. Esta carga representa el 5% de la carga  $P_0$  que soporta la columna. De esta curva se obtienen las curvaturas de cedencia y última mediante la bilinearización, cuyos valores son:

$$\Phi_u = 0.03914 \text{ rad/m}$$

$$\Phi_y = 0.00290 \text{ rad/m}$$

La curvatura plástica, de acuerdo a la ecuación (3.26) es:

$$\Phi_p = \Phi_u - \Phi_y \quad (3.26)$$

$$\Phi_p = 0.03624 \text{ rad/m}$$

Con el valor de la curvatura plástica, se procede a calcular la longitud de articulación plástica de acuerdo a la ecuación:

$$L_p = 0.08L + 0.022f_{ye}d_{bl} \geq 0.044f_{ye}d_{bl} \quad (3.27)$$

Las alturas de los pórticos son:

$$L = h = \begin{cases} 2.4 \text{ m (Pilas 1 y 9)} \\ 4.3 \text{ m (Pilas 2 y 8)} \end{cases}$$

Y con  $f_y = 415$  MPa, entonces

$$L_p = \begin{cases} 447.64 \text{ mm} > 511.28 \text{ (no se cumple)} \\ 599.64 \text{ mm} > 511.28 \text{ (si se cumple)} \end{cases}$$

La rotación plástica se calcula de acuerdo a la ecuación:

$$\theta_p = L_p \phi_p = L_p (\phi_u - \phi_y) \quad (3.28)$$

Entonces,

$$\theta_p = \begin{cases} 0.01853 \text{ rad} \\ 0.02173 \text{ rad} \end{cases}$$

Con la rotación plástica y la longitud de la articulación plástica, se procede a calcular  $\Delta_y$ ,  $\Delta_p$  y  $\Delta_u$  con las fórmulas:

$$\Delta_y = \frac{M_y}{KL} \quad (5.1)$$

$$\Delta_p = L_p(\phi_u - \phi_y)(L - 0.5L_p) \quad (3.33)$$

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p \quad (3.34)$$

En la tabla 5.3 se muestra el resumen de los resultados de todos los cálculos anteriores. De la tabla 5.2 se tomó los valores de cortante máximo y deformación elástica que se ubican en las dos primeras columnas.

Tabla 5.3: Resumen de resultados del análisis en el sentido longitudinal

PILAS	V	$\Delta e$ (mm)	K (KN/mm)	h (m)	My (KN-m)	$\Delta y$ (mm)	$\Delta p$ (mm)	$\Delta u$ (mm)
1	6448.61	12.19	528.83	2.40	4940.00	3.89	39.73	43.62
2	1361.87	13.84	98.40	4.30	5070.00	11.98	86.93	98.91
8	1361.87	13.84	98.40	4.30	4900.00	11.58	86.93	98.51
9	6448.61	12.19	528.83	2.40	5150.00	4.06	39.73	43.79

El análisis preliminar en el sentido longitudinal demuestra que las columnas que se plastificaron pueden alcanzar una deformación última mucho mayor a la deformación elástica, lo cual refleja un comportamiento satisfactorio en el rango inelástico.

PILAS	$\Delta_u$ (mm) >> $\Delta_e$ (mm)
1	43.62 >> 12.19 OK
2	98.91 >> 13.84 OK
8	98.51 >> 13.84 OK
9	43.79 >> 12.19 OK

### ***Sentido Transversal***

En el sentido transversal se realiza el mismo procedimiento que en el sentido longitudinal siendo las columnas de los pórticos 3, 4, 5, 6, 7 las que se plastificaron, mientras que las otras permanecen elásticas. La figura 5.355 muestra el diagrama de cuerpo libre de las columnas y su comportamiento en la dirección transversal

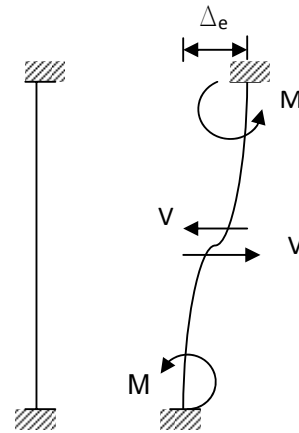


Figura 5.355: Comportamiento inelástico de las columnas en el sentido transversal.

Para este caso la rigidez se define con la misma ecuación (5.3):

$$K = \frac{V}{\Delta_e} = \frac{V_y}{\Delta_y} \therefore \Delta_y = \frac{V_y}{K}$$

Pero esta vez el cortante, conforme la figura 5.16, estará dado por la ecuación:

$$V_y = \frac{2M_y}{L} \quad (5.5)$$

Tabla 5.4: Resumen de resultados para las columnas

COMBINACIÓN: DEAD+SISMO TRANSVERSAL

P1	N1-N4	AXIAL	KN	3596.20100
		MOMENTO	KN-m	795.74470
		CORTANTE	KN	871.54600
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.00060
	N2-N3	AXIAL	KN	3496.44100
		MOMENTO	KN-m	1292.28110
CORTANTE		KN	871.54600	
P2	N1-N4	AXIAL	KN	3605.75900
		MOMENTO	KN-m	2719.53820
		CORTANTE	KN	1228.43600
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.00345
	N2-N3	AXIAL	KN	3426.88300
		MOMENTO	KN-m	2557.53980
CORTANTE		KN	1228.43600	
P3	N1-N4	AXIAL	KN	4252.39500
		MOMENTO	KN-m	5346.23860
		CORTANTE	KN	1685.40800
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.01362
	N2-N3	AXIAL	KN	4002.73100
		MOMENTO	KN-m	4759.07800
CORTANTE		KN	1685.40800	
P4	N1-N4	AXIAL	KN	4770.90800
		MOMENTO	KN-m	7802.43340
		CORTANTE	KN	2155.23700
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.02569
	N2-N3	AXIAL	KN	4487.93300
		MOMENTO	KN-m	6844.05840
CORTANTE		KN	2155.23700	
P5	N1-N4	AXIAL	KN	4992.24200
		MOMENTO	KN-m	8889.13150
		CORTANTE	KN	2381.11800
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.03107
	N2-N3	AXIAL	KN	4700.93800
		MOMENTO	KN-m	7768.62160
CORTANTE		KN	2381.11800	
P6	N1-N4	AXIAL	KN	4770.90000
		MOMENTO	KN-m	7802.43400
		CORTANTE	KN	2155.23700
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.02569
	N2-N3	AXIAL	KN	4487.92400
		MOMENTO	KN-m	6844.05920
CORTANTE		KN	2155.23700	



P7	N1-N4	AXIAL	KN	4252.38300
		MOMENTO	KN-m	5346.23430
		CORTANTE	KN	1685.40600
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.01362
	N2-N3	AXIAL	KN	4002.72000
		MOMENTO	KN-m	4759.07030
CORTANTE		KN	1685.40600	
P8	N1-N4	AXIAL	KN	3605.75100
		MOMENTO	KN-m	2719.53110
		CORTANTE	KN	1228.43200
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.00345
	N2-N3	AXIAL	KN	3426.87500
		MOMENTO	KN-m	2557.52840
CORTANTE		KN	1228.43200	
P9	N1-N4	AXIAL	KN	3596.20400
		MOMENTO	KN-m	795.74670
		CORTANTE	KN	871.54900
	superior	DEFORMACION ELASTICA	m	0.00060
	N2-N3	AXIAL	KN	3496.44400
		MOMENTO	KN-m	1292.28560
CORTANTE		KN	871.54900	

La Curvatura plástica para las columnas que se plastifican en el sentido transversal está definida por la mayor carga axial de la tabla 5.4 ( $P = 4992 \text{ KN}$ ), la misma que representa el 6.52% de la carga  $P_0$  que soporta esta columna. En la figura 5.354 se presenta la Relación Momento Curvatura y los valores de curvatura cedente y última son:

$$\Phi_u = 0.03539 \text{ rad/m}$$

$$\Phi_y = 0.00295 \text{ rad/m}$$

Entonces la curvatura plástica es:

$$\Phi_p = 0.03244 \text{ rad/m}$$

Las alturas de los pórticos son:

$$L = h = \begin{cases} 6.0 \text{ m (Pilas 3 y 7)} \\ 6.8 \text{ m (Pilas 4 y 6)} \\ 7.0 \text{ m (Pila 5)} \end{cases}$$

Con  $f_y = 415 \text{ MPa}$ , entonces la longitud de articulación plástica es:

$$L_p = \begin{cases} 735.64 \text{ mm} > 511.28 \text{ (si se cumple)} \\ 799.64 \text{ mm} > 511.28 \text{ (si se cumple)} \\ 815.64 \text{ mm} > 511.28 \text{ (si se cumple)} \end{cases}$$

La rotación plástica para cada pórtico es:

$$\theta_p = \begin{cases} 0.02386 \text{ rad} \\ 0.02594 \text{ rad} \\ 0.02646 \text{ rad} \end{cases}$$

En la tabla 5.5 se muestra el resumen de los resultados de todos los cálculos anteriores. De la tabla 5.3 se tomó los valores de cortante máximo y deformación elástica que se ubican en las dos primeras columnas.

Tabla 5.5: Resumen de resultados del análisis en el sentido transversal

PILAS	V (KN)	$\Delta e$ (mm)	K (KN/mm)	h (m)	My (KN-m)	Vy (KN)	$\Delta y$ (mm)	$\Delta p$ (mm)	$\Delta u$ (mm)
3	1685.41	13.6150	123.79	6.00	5250.00	1750.00	14.1368	134.39	148.53
4	2155.24	25.6860	83.91	6.80	5370.00	1579.41	18.8233	166.00	184.83
5	2381.12	31.0670	76.64	7.00	5450.00	1557.14	20.3164	174.40	194.72
6	2155.24	25.6860	83.91	6.80	5370.00	1579.41	18.8233	166.00	184.83
7	1685.41	13.6150	123.79	6.00	5250.00	1750.00	14.1368	134.39	148.53

El análisis preliminar en el sentido transversal también resultó satisfactorio. Las columnas que se plastificaron pueden alcanzar una deformación última mucho mayor a la deformación elástica, lo cual como se anotó con anterioridad permite un buen desempeño en rango inelástico.

PILAS	$\Delta_u$ (mm) >> $\Delta_e$ (mm)
3	148.53 >> 13.62 OK
4	184.83 >> 25.69 OK
5	194.72 >> 31.07 OK
6	184.83 >> 25.69 OK
7	148.53 >> 13.62 OK

## 5.4. Análisis de los resultados de las curvas

### Secciones Circulares

- Para los Diagramas de Interacción de las secciones circulares conforme aumenta la cuantía de acero, se incrementa la capacidad para soportar carga axial ( $P_0$ ) y también el momento ( $M_0$ ).
- El incremento de  $P_0$  y  $M_0$  también depende del aumento en el diámetro de las secciones. Para aquellas analizadas con un hormigón de  $f'_c = 28, 32$  y  $35$  MPa y  $\rho=4\%$ , cuyos diámetros son 80, 100, 120, 150 y 200 cm, el incremento de  $P_0$  oscila entre 30 y 50%.
- El programa XTRACT presenta el reporte del análisis para cada Carga (Loading) que se aplica a la sección, se puede observar a partir de este reporte y para cada una de las secciones realizadas en esta tesis el estado de las mismas. Los colores presentan que para los análisis Momento-Curvatura, la zona de compresión en azul se extiende a medida que aumenta el porcentaje de carga

axial, de igual forma sucede con la zona de recubrimiento que está representada por el color blanco y que demuestra que una mayor cantidad del mismo se desprende conforme aumenta la carga. Por otro lado, la mayor parte de las varillas se presentan en color amarillo, lo cual indica que el acero se encuentra en la etapa del endurecimiento por deformación y unas pocas en verde, color que representa la fluencia. (Ver figura 4.40)

- Para las relaciones Momento-Curvatura ocurre lo contrario de lo que pasa con los Diagramas de Interacción, la sección de menor diámetro (80 cm) y con menor cuantía de acero (1%) es la más dúctil de todas, aún con la menor resistencia del concreto  $f'_c=28$  MPa. Esto se debe a que como ya conocemos del diagrama de interacción se desprenden los valores de carga y momento balanceado debajo de los cuales está la zona de falla por tensión que permite que el acero fluya antes de que ocurra el aplastamiento del concreto. Mientras menor sea la cantidad de acero, éste alcanzará la cedencia antes que el concreto su resistencia y así,

como se nota en los gráficos, la columna tendrá una mayor ductilidad.

- Se puede notar claramente que conforme aumentan los niveles de carga axial, la ductilidad disminuye y sólo se debe a la deformación inelástica del concreto. Las curvas ilustran que a niveles de carga axial superiores y próximos a la carga de falla balanceada o mayores a ella, la ductilidad disminuye e incluso llega a ser despreciable. Para todas las secciones circulares, la relación Momento-Curvatura con  $P/P_0=0.30$  es aproximadamente el punto de falla balanceada, la misma que presenta una reducción considerable en la ductilidad.

### **Secciones *Oblong***

- Para las columnas *oblong*, los análisis de interacción y momento-curvatura se realizaron alrededor de los dos ejes ortogonales, debido a su asimetría.

- Para los diagramas de interacción en el sentido X y Y las cargas axiales son iguales; sin embargo, el análisis alrededor del eje Y proporciona momentos mayores debido a que estas secciones son más anchas en la dirección de X, proporcionando un brazo de palanca e inercia mayor, lo cual es directamente proporcional al momento.
- De la misma forma que sucede con las secciones circulares, para las secciones *Oblong* y con resistencia del hormigón  $f'_c = 28, 32$  o  $35$  MPa,  $P_0$  aumenta conforme se incrementa el diámetro del semicírculo que es parte de la sección. Para la cuantía máxima del 4% el incremento está entre el 10 y 20%.
- Las Relaciones Momento-Curvatura presentan una reducción en la curvatura conforme aumentan los niveles de carga axial. Se puede anotar que para las curvas analizadas con momentos alrededor del eje X la ductilidad es mayor que la de aquellas analizadas con momentos alrededor de Y. Esto se debe a que la profundidad  $kd$  del eje neutro es menor con respecto al

eje  $X$  e inversamente proporcional a la curvatura de acuerdo a la ecuación (3.12); por lo tanto, a menor profundidad  $kd$ , mayor curvatura.



# CAPÍTULO 6

## 6. Conclusiones y Recomendaciones

### 6.1. Conclusiones

Las principales conclusiones del presente trabajo son:

- El programa XTRACT v. 3.0.8 es una herramienta muy útil y sencilla de usar en el análisis de secciones transversales de distintas formas geométricas y de cualquier material, tales como concreto, acero, presforzado o miembros compuestos, para columnas,

vigas, muros, etc. Con este software se puede realizar análisis de Interacción Carga Axial-Momento, Momento-Curvatura y Contorno de Carga. Los dos primeros son el objetivo de esta tesis y se aplicaron a secciones circulares y *oblong* típicas de los puentes de la ciudad de Guayaquil.

- El XTRACT es un software que comparado con otros, tales como el XSECTION (programa en DOS) y el USC RC (solo para secciones rectangulares y circulares), tiene una interface amigable en Windows y permite analizar cualquier tipo de secciones. El capítulo 4 corresponde a un Manual para que los estudiantes e ingenieros consultores puedan realizar los análisis preliminares para el diseño de columnas o vigas de edificios y puentes.
- Los Diagramas de Interacción tanto para las secciones circulares como para las *oblong* han sido dispuestas a manera de ábacos, ubicando todas las curvas con diferentes porcentajes de refuerzo en un mismo gráfico

de acuerdo al diámetro de la sección y la resistencia del hormigón.

- Las relaciones Momento-Curvatura se dispusieron en ábacos, pero esta vez, según su geometría, porcentaje de refuerzo y resistencia del hormigón debido a que se elaboraron 4 curvas aplicando el 0, 10, 20 y 30% de la carga  $P_o$  para cada sección transversal.
- Los Diagramas de Interacción presentan las disposiciones de seguridad de acuerdo a la AASHTO 2002 para la resistencia de diseño (Artículo 8.16.1.2.2). Estas curvas son de gran ayuda ya que se han elaborado con los valores de carga y momento balanceados obtenidos del XTRACT para conocer el punto de falla y así facilitar el diseño de las columnas.
- Las relaciones Momento-Curvatura revelan los valores de curvatura máxima y de curvatura cedente conforme la bilinearización. A través de estos puntos se obtiene la ductilidad de la columna, la misma que disminuye conforme aumentan los niveles de carga y el refuerzo longitudinal. En el diseño de columnas es muy importante

conocer la ductilidad que poseen estos elementos para asegurar su comportamiento en el rango inelástico y así evitar su falla y el colapso de la estructura.

- El ejemplo realizado de un puente típico de la ciudad de Guayaquil dio como resultado un comportamiento satisfactorio en las columnas, tanto en el sentido longitudinal, como en el transversal. Las deformaciones últimas son mucho mayores que las elásticas lo cual demuestra que las columnas tendrán suficiente ductilidad para desarrollarse en el rango inelástico.

## **6.2. Recomendaciones**

Las recomendaciones del presente trabajo son:

- Es recomendable que los resultados sean extraídos del programa para poder graficarlos en Excel, ya que cuando se grafican dentro del XTRACT y se desea Guardar, el archivo tiene la extensión de una figura de Paint y no es susceptible a cambios ni es útil para los ingenieros.

- El XTRACT permite agregar muchas secciones en un mismo proyecto lo cual es importante para casos como el de la tesis donde una misma sección tiene diferentes porcentajes de acero. Esto permite un análisis más rápido y además tener los resultados dentro de una misma ventana para poder hacer comparaciones de los diferentes comportamientos.
- El programa presenta diferentes modelos para los materiales y además permite agregar un modelo del usuario, si los ingenieros deciden agregar modelos diferentes al de Park y Mander el XTRACT es versátil y permite además que las secciones estén compuestas de muchos materiales, lo cual es importante ya que este software no tiene limitaciones en ese sentido.

## BIBLIOGRAFÍA

- Park, R., Paulay, T., “Estructuras de concreto reforzado”, Primera Edición, México, Editorial Limusa, 1997.
- Priestley, M. N.J., Seible, F., Calvi, G. M., “Seismic Design and Retrofit of Bridges, tenth edition, United States of America, 1996.
- Seyed, M., “User’s Manual for XSECTION”, California, 1995.
- Nilson, A., “Diseño de Estructuras de Concreto”, Duodécima Edición, Colombia, 1999.
- Toro, D., “Elaboración y Análisis de Curvas Momento flector vs. Curvatura para Secciones Transversales de Columnas de Concreto Reforzado diseñadas según el Código ACI 318-2002”, Ecuador, 2006.
- AASHTO, “Standard Specifications for Highway Bridges”, Seventeenth edition, 2002.