



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**Facultad de Ingeniería Marítima y Ciencias del Mar**

**COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS CARGAS DE PANDEO**  
**DE PLANCHAS CON REFUERZOS**

**TESIS DE GRADO**

Previa la obtención del Título de

**INGENIERO NAVAL**

**Presentado por:**

José María Rodríguez Lamchang

Guayaquil – Ecuador

2009

## AGRADECIMIENTO

Expreso un agradecimiento especial a mi Director de tesis, Dr. José Rolando Marín L. por su apoyo, colaboración y paciencia en dirigirme para la culminación de este trabajo.

## DEDICATORIA

La elaboración de este trabajo se lo dedico en primer lugar a Dios quien ha sido mi sostén y mi ayuda con su gran fidelidad, a mis padres por sus consejos y apoyo que me brindaron durante todo este tiempo de estudio, a mis compañeros y amigos que han hecho de este caminar más ameno y a todos aquellos que sin mencionar sus nombres, de antemano ya se sienten aludidos.

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis, corresponden exclusivamente a su autor, y el patrimonio intelectual de la Tesis de Grado corresponderá a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL".

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profesionales de la ESPOL)

José María Rodríguez Lamchang

## TRIBUNAL DE GRADO

---

Jerry Landívar Zambrano, M.Sc.

Presidente del Tribunal

---

José R. Marín López, Ph.D.

Director de Tesis

---

Bolívar Vaca R., M.Sc.

Miembro Principal

---

Patrick Townsend V., Ing. Naval

Miembro Principal

## RESUMEN

Debido a la poca experiencia en el medio sobre la estimación de Cargas Críticas de estructuras formadas por planchas con refuerzos, se desarrolló el presente proyecto que pretendía revisar formulaciones para evaluar el parámetro mencionado, y compararlas con resultados de experimentación. La referencia clásica [7], describe cuatro modos de pandeo típicos para dichas estructuras: Plancha entre refuerzos, Flexural de refuerzos longitudinales, Torsional de refuerzos longitudinales, y, Total del panel. Se implementaron formulaciones para cada Modo de Pandeo: plancha simplemente soportada, flexión de refuerzo longitudinal sumando el ancho efectivo de plancha, torsión de refuerzo longitudinal, asumiendo que el eje de giro coincidía con el punto de conexión con la plancha, y, teoría de plancha Ortotrópica para representar paneles con refuerzos en ambas direcciones.

Las formulaciones revisadas para la estimación de la Carga Crítica para pandeo de paneles reforzados fueron implementadas, y luego, variando los parámetros geométricos se logró definir cuatro paneles, cada uno de los cuales tenía como mínimo el esfuerzo crítico de uno de los Modos de pandeo ya descritos. Luego, empleando plancha de acero inoxidable de 1.5 mm de espesor, se construyeron dos especímenes de cada tipo de panel, con una longitud máxima de 1.20 m, considerando el equipo disponible. Antes de

desarrollar las pruebas, se midieron los espesores y las pre-deformaciones resultantes. Los espesores tenían poca variación; en cambio las pre-deformaciones resultaron elevadas, del orden del espesor de la plancha.

Las pruebas experimentales fueron realizadas en la Máquina Universal de Ensayos de la FIMCP, y se determinó la fuerza máxima que soportaba cada espécimen. En el Pandeo de la plancha entre refuerzos, los resultados experimentales son mayores que los analíticos, porque los bordes de la plancha están soldados a los refuerzos, mientras que el modelo analítico los considera simplemente soportados. En el Pandeo Flexural de refuerzos longitudinales, los resultados teóricos son más altos que los experimentales, porque hubo falla local entre ala y alma de los refuerzos, por la distancia entre puntos de soldadura. En el Pandeo Torsional, quien se torció fue la plancha y no el refuerzo, debido a que no se rigidizó lo suficiente los bordes laterales; esto redujo sustancialmente el esfuerzo crítico experimental. En el Pandeo del panel total, los refuerzos longitudinales se flexionaron en forma paralela, dado que los bordes laterales no fueron suficientemente rigidizados, lo que trajo una diferencia sustancial entre los resultados.

## INDICE GENERAL

	Pág.
RESUMEN-----	IV
ÍNDICE GENERAL-----	VI
ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS-----	VIII
ÍNDICE DE TABLAS-----	X
ÍNDICE DE FIGURAS-----	XI
INTRODUCCIÓN-----	XIV

### CAPÍTULO 1

#### Descripción del Fenómeno de Pandeo en Paneles Reforzados

1.1 Breve Descripción del fenómeno de Pandeo en Paneles Reforzados-----	1
1.2 Revisión de Zonas Típicas con posibilidad de Pandeo en el Casco-----	3
1.3 Descripción de los Tipos de Pandeo en Paneles Reforzados-----	3

### CAPÍTULO 2

#### Formulaciones para el Cálculo de Carga Crítica por Pandeo en Paneles Reforzados

2.1 Pandeo de Paneles entre Refuerzos-----	10
2.2 Pandeo Flexural-----	15
2.3 Pandeo Torsional-----	18
2.4 Pandeo Total de Plancha Reforzada en dos direcciones-----	24

### CAPÍTULO 3

#### Programa Experimental de Pandeo en Paneles Reforzados

3.1 Descripción del Equipo de Experimentación-----	30
3.2 Construcción de los Paneles Reforzados-----	32
3.3 Pre-deformaciones de los Paneles Reforzados-----	38
3.4 Resultados Experimentales-----	44



## **CAPÍTULO 4**

### **Comparación de los Resultados Teóricos con los Experimentales**

4.1 Resumen de los Resultados Teóricos y Experimentales----- 63

4.2 Comparación entre los Resultados Teóricos y experimentales- 65

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

ANEXOS

BIBLIOGRAFIA

## SIMBOLOGÍAS

ABS	American Bureau of Shipping
b	Ancho de la plancha
$b_e$	Ancho efectivo
Bb	Babor
cm	Centímetro
$\sigma_y$	Esfuerzo de fluencia del acero
L	Eslora de la embarcación
s	Espaciamiento entre longitudinales
t	Espesor
Eb	Estribor
FB	Flat bars
I	Inercia seccional
l	Longitud ni soportada del refuerzo
B	Manga
m	Metros
mm	Milímetros
E	Módulo de Young del acero
"	Pulgadas
$\alpha$	Razón de esbeltez de la plancha.
(L)	Refuerzo tipo ángulo

## ÍNDICE DE TABLAS

No.	Pág.
I.- Resultados de las variables para el cálculo del Radio Efectivo de Giro--	23
II.- Resultados de las variables del cálculo del Esfuerzo Crítico para el Modo N° 4, Pandeo Total-----	28
III.- Valores Medios de los Espesores-----	37
IV.- Cuadro de Resultados de la Fuerza y Esfuerzos Críticos a la cual pandearon los Especímenes-----	62
V.- Resumen de Esfuerzos Críticos, Teóricos y Experimentales-----	65
A-I.- Valores de los espesores, especímenes N° 1 y 2	
A-II.- Valores de los espesores, especímenes N° 3 y 4	
A-III.- Valores de los espesores, especímenes N° 5 y 6	
A-IV.- Valores de los espesores, especímenes N° 7 y 8	
C-I.- Áreas Transversales de aplicación de la Fuerza Compresiva	

## ÍNDICE DE FIGURAS

No.	Pág.
1.- Equilibrio Estático Estable e Inestable-----	2
2.- Zonas de Compresión en el Buque-----	3
3.- Primer Modo de Pandeo de un Panel Reforzado-----	6
4.- Segundo Modo de Pandeo de un Panel Reforzado-----	7
5.- Tercer Modo de Pandeo de un Panel Reforzado-----	7
6.- Cuarto Modo de Pandeo de un Panel Reforzado-----	9
7.- Nomenclatura del Pandeo de Plancha-----	11
8.- Pandeo de una Plancha Longitudinalmente Reforzada-----	12
9.- Representación de la Porción de una Plancha-----	14
10.- Representación del Panel con Refuerzos Longitudinales-----	16
11.- Viga-I con diferente tamaño de alas-----	20
12.- Esquema de Plancha con Refuerzo, Modo N° 3-----	22
13.- Esquema de Plancha con Refuerzos en las dos Direcciones-----	27
14.- Esquema de Distribución de Fuerza-----	33
15.- Esquema del primer espécimen, unidades en cm-----	34
16.- Esquema del segundo espécimen, unidades en cm-----	35
17.- Esquema del tercer espécimen, unidades en cm-----	36
18.- Esquema del cuarto espécimen, unidades en cm-----	37
19.- Esquema de toma de medidas-----	39
20.- Ubicación de los Extensómetros en panel, Primer Modo-----	54

21.- Ubicación de los Extensómetros en panel, Segundo Modo-----	56
22.- Ubicación de los Extensómetros en panel, Tercer Modo-----	58
23.- Ubicación de los Extensómetros en panel, Cuarto Modo-----	60

## ÍNDICE DE FOTOS

No.	Pag.
1.- Equipo de prueba para comprimir estructuras-----	31
2.- Espacio disponible para colocar los especímenes en la máquina Instron -----	31
3.- Espécimen para producir pandeo en el Primer Modo-----	34
4.- Espécimen para producir pandeo en el Segundo Modo-----	35
5.- Espécimen para producir pandeo en el Tercer Modo-----	36
6.- Espécimen para producir pandeo en el Cuarto Modo-----	37
7.- Espécimen para producir pandeo en el Cuarto Modo-----	37
8.- Espécimen deformado N° 1-----	45
9.- Espécimen deformado N° 2-----	45
10.- Espécimen deformado N° 3-----	46
11.- Espécimen deformado N° 4-----	47
12.- Espécimen deformado N° 5-----	48
13.- Espécimen deformado N° 6-----	49
14.- Espécimen deformado N° 7-----	50
15.- Espécimen deformado N° 8-----	51
16.- espécimen N° 5, con los extensómetros-----	52
17.- Equipo de recolección de datos, " <i>Strains Indicator and Recorder</i> "-----	52
18.- Deformaciones localizadas en el espécimen N° 4-----	67
B-1.- Resultados experimentales de los especímenes N° 1 y 2	
B-2.- Resultados experimentales de los especímenes N° 3 y 4	
B-3.- Resultados experimentales de los especímenes N° 5 y 6	
B-4.- Resultados experimentales de los especímenes N° 7 y 8	

## INDICE DE GRÁFICAS

No.	Pag.
1.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 1-----	40
2.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 2-----	40
3.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 3-----	41
4.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 4-----	41
5.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 5-----	42
6.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 6-----	42
7.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 7-----	43
8.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 8-----	43
9.- Valores de deformaciones unitarias para el "Primer Modo"-----	55
10.- Valores de deformaciones unitarias para el "Segundo Modo, espécimen N° 3"-----	56
11.- Valores de deformaciones unitarias para el "Segundo Modo, espécimen N° 4"-----	57
12.- Valores de deformaciones unitarias para el "Segundo Modo, espécimen N° 5"-----	58
13.- Valores de deformaciones unitarias para el "Tercer Modo, espécimen N° 6"-----	59

14.- Valores de deformaciones unitarias para el "Cuarto Modo, espécimen N°

7"----- 60

15.- Valores de deformaciones unitarias para el "Cuarto Modo, espécimen N°

8"----- 61



## INTRODUCCIÓN

Cuando una barra o estructura lo suficientemente larga es sometida a una fuerza compresiva, podría llegar a una situación de inestabilidad lateral, o sea, la barra está pronta a sufrir una deflexión o colapso. Si la estructura falla, ha ocurrido el fenómeno denominado "pandeo". Este fenómeno ocurre más bien repentinamente y la carga compresiva que lo produce se la denomina "crítica". En general, se observa que las fallas estructurales por pandeo son espectaculares y muy peligrosas.

Actualmente el cálculo de las cargas críticas por pandeo se lo realiza con formulaciones de las Sociedades Clasificadoras y formulaciones clásicas, deducidas de la teoría. Sin embargo no se tiene experiencia en el medio acerca del uso de algunas de estas formulaciones, dado que no se entiende adecuadamente la ocurrencia y complejidad de este fenómeno. Por esto es necesario el desarrollo de un programa experimental, con lo que se ganará confianza en el uso de estas formulaciones y las diferentes formas de fallas por pandeo de planchas reforzadas.

El Objetivo General de este trabajo es determinar experimentalmente y comparar con formulaciones disponibles en el medio, las cargas críticas de planchas con refuerzos.

### Objetivos Específicos:

- Describir los tipos de pandeo de planchas con refuerzo, típicos de estructuras de buques.
- Revisar formulaciones para el cálculo de la carga crítica por pandeo de plancha reforzada disponibles en el medio.
- Desarrollar un programa experimental para comprobar los esfuerzos críticos de panchas con refuerzos.
- Comparar los resultados obtenidos en el programa experimental, con los resultados de la aplicación de las fórmulas disponibles.

### Justificación:

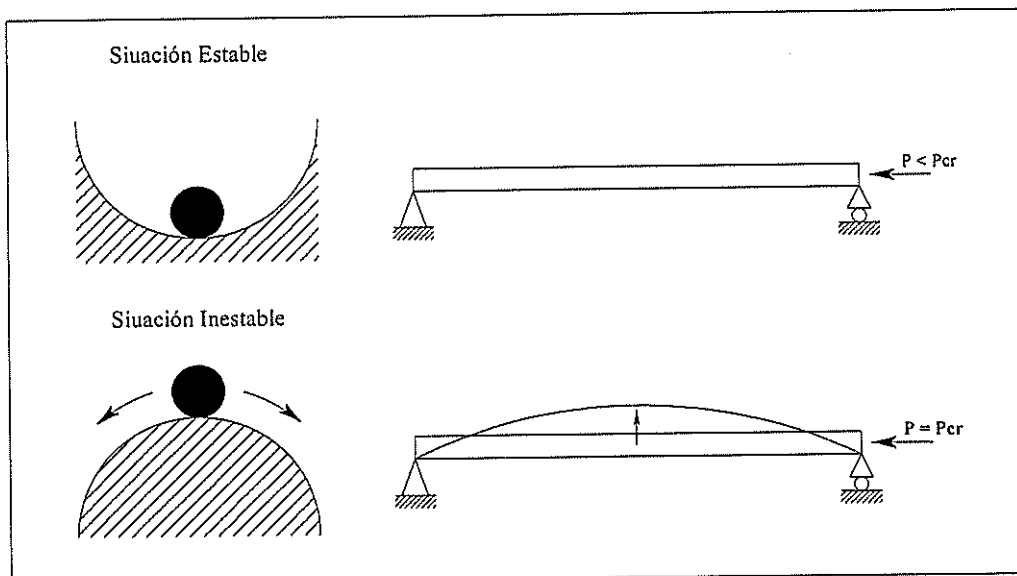
Dado que el estudio del pandeo de estructuras en forma analítica es muy complicado, al terminar el programa experimental, se obtendrán valores de cargas críticas reales, los cuales podrán ser comparados con valores teóricos, y así se ganará confianza en el uso de estas formulaciones. Además se comprenderá mejor como ocurren los diferentes tipos de pandeo, observando la geometría de los paneles de prueba y la deformación resultante.

## **CAPÍTULO 1**

### **DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO DE PANDEO EN PANELES REFORZADOS**

#### **1.1.- Breve Descripción del Fenómeno de Pandeo en Paneles Reforzados**

Pandeo es un fenómeno de "Inestabilidad Elástica", que puede ocurrir en cualquier tipo de estructura larga o "esbelta", debido a una fuerza compresiva en dirección longitudinal, dando como resultado una deformación en dirección perpendicular a la carga; véase la Figura 1. La fuerza a la cual se produce la deformación lateral o "deflexión adicional" por llamarla así, se la denomina "Carga Crítica", [1].



**Figura No. 1.-** Equilibrio Estático Estable e Inestable.

Partiendo de la descripción de una columna, el fenómeno de pandeo en el caso de paneles reforzados (plancha más refuerzo) producido por una compresión en sus extremos, depende de las condiciones de los extremos, geometría del panel y del módulo de elasticidad del material. La geometría del panel está definida por el espesor del planchaje, las separaciones entre refuerzos laterales y longitudinales, la geometría de la sección de los refuerzos, y, las condiciones de frontera que tiene el panel. Obviamente las expresiones para el cálculo de la carga crítica de un panel reforzado serán más complicadas que para el caso de una columna simple.

## 1.2.- Revisión de Zonas Típicas con Posibilidad de Pandeo en el Casco

Al navegar un barco, en las diferentes condiciones de mar y de trabajo a las que está sometido, soporta esfuerzos de diferente naturaleza. En *Arrufo* o *Quebranto*, que son dos situaciones idealizadas en que el barco se encuentra con respecto a las olas del mar, se presenta la posibilidad de que se produzcan esfuerzos compresivos y por tanto la posibilidad de pandeo en paneles reforzados. Las zonas de cubierta y el fondo son las que se encuentran a las máximas distancias del eje neutro y por tanto desarrollan los máximos esfuerzos normales de compresión, ver Figura 2.

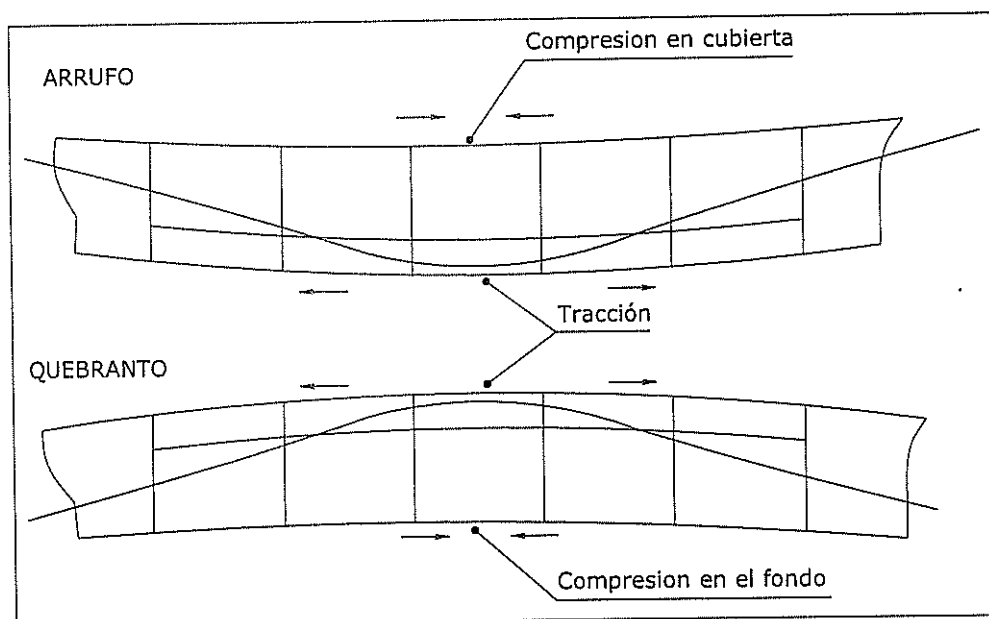


Figura No. 2.- Zonas de Compresión en el buque, [2].

Los esfuerzos normales de compresión, que se presentan en las dos situaciones ideales, anteriormente mencionadas, se los denominan "Esfuerzos Primarios", considerando al barco como una viga de sección variable. Estos esfuerzos primarios se desarrollan por la acción de los momentos flectores en Aguas Tranquilas y en Olas, los que resultan en Esfuerzos Compresivos en cubierta o el fondo. Dado que la Carga Crítica de pandeo está en función de la geometría del panel, la ocurrencia de este fenómeno dependerá de la eslora del barco y su tipo de construcción (sea este de construcción transversal, longitudinal o mixta). Esto se nota en las reglas de construcción y clasificación de buques, en las cuales la resistencia al pandeo de paneles de planchas y refuerzos longitudinales debe ser mayor que los esfuerzos primarios.

### **1.3.- Descripción de los Tipos de Pandeo en Paneles Reforzados**

Los tipos o modos de pandeo en paneles reforzados son cuatro y son los siguientes, [3]:

1. Pandeo de planchaje entre refuerzos,
2. Pandeo flexural de refuerzos más planchaje,
3. Pandeo torsional de los refuerzos, y,
4. Pandeo Total de plancha más refuerzos transversales y longitudinales.

A continuación se presentará una descripción de cada uno de los modos de pandeo y de las expresiones para estimar los esfuerzos críticos correspondientes:

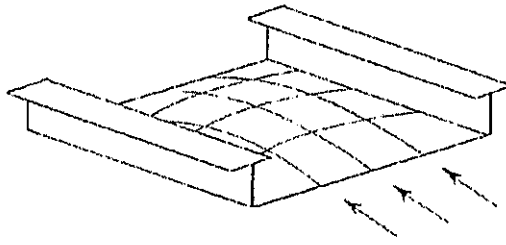
**Modo 1.-** El primer modo corresponde al pandeo simple del panel de plancha entre refuerzos. Para el cálculo del "esfuerzo crítico" de este modo de pandeo, existen fórmulas que consideran la razón de aspecto de la plancha, las condiciones de frontera en los bordes y el tipo de carga aplicada. A continuación se presenta la fórmula para el cálculo del esfuerzo crítico en un planchaje rectangular con bordes simplemente soportados y carga compresiva uniformemente distribuida, [3]:

$$\sigma_c = k_c \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2, \quad (1)$$

en donde  $k_c$  es una función de la razón de aspecto  $\alpha = a/b$ , habiéndose asumido que el panel está simplemente soportado:

$$k_c = \left(\frac{n}{\alpha} + \frac{\alpha}{n}\right)^2, \quad (2)$$

en donde  $n$  es el número de medias ondas que presenta la plancha deflectada, en dirección transversal. En la figura No. 3, [3] se muestra el perfil de deformación en este modo de pandeo:



**Figura No. 3.-** Primer Modo de Pandeo de un Panel Reforzado, [3].

**Modo 2.-** El segundo modo de pandeo, típico de cuadernaje longitudinal, en los que refuerzos del panel sufre una deflexión de manera conjunta con el ancho efectivo del planchaje; este fenómeno es similar al pandeo de una columna simple. A continuación se presenta la fórmula para el cálculo del esfuerzo crítico de este modo, tomada de [3]:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{A l^2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E I}{l^2 G A_s}} \right], \quad (3)$$

en donde,

$I$  es el "Momento de Inercia Efectivo" del refuerzo más el planchaje asociado,

$A$ , es el área transversal total,

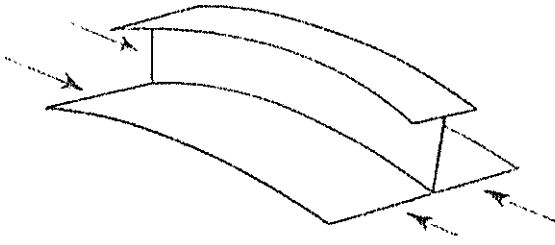
$A_s$ , es el área de corte,

$l$ , es la longitud del refuerzo, y,

$G$ , es el módulo de corte.

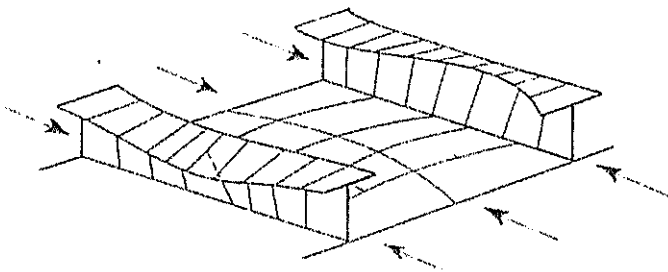


La figura No. 4, muestra la deformación en este modo de pandeo:



**Figura No. 4.-** Segundo Modo de Pandeo de un Panel Reforzado, [3].

**Modo 3.-** Este modo es referido a las deformaciones Lateral-Torsional que sufren los refuerzos del panel, debido a que estos son relativamente más débiles en torsión que en flexión. Esta falla se inicia por la torcedura de los refuerzos, de tal manera, que las juntas entre los refuerzos y la plancha no se mueven lateralmente. La figura No. 5, muestra la forma de pandeo de este modo, [3] y [4]:



**Figura No. 5.-** Tercer Modo de Pandeo de un Panel Reforzado, [3].

A continuación se presenta la fórmula para el cálculo del esfuerzo crítico, [2] y [7]:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{r_e}\right)^2}, \quad (4)$$

en donde,

$l$ , es la longitud del refuerzo, y,

$r_e$ , es el radio efectivo de giro de la sección transversal.

**Modo 4.-** Este modo de pandeo ocurre en paneles que tienen refuerzos tanto en dirección longitudinal como transversal. El estudio de este fenómeno ha sido tratado por Mansour [5], entre otros, usando la "Teoría de Planchas Ortotrópicas". Según dicha teoría, la fórmula a utilizarse para el cálculo de esfuerzo crítico es la siguiente, [4], [5] y [7]:

$$\sigma_{xcr} = k \frac{\pi^2 \sqrt{D_x D_y}}{h_x B^2}, \quad (5)$$

en donde,

$B$ , ancho transversal del panel,

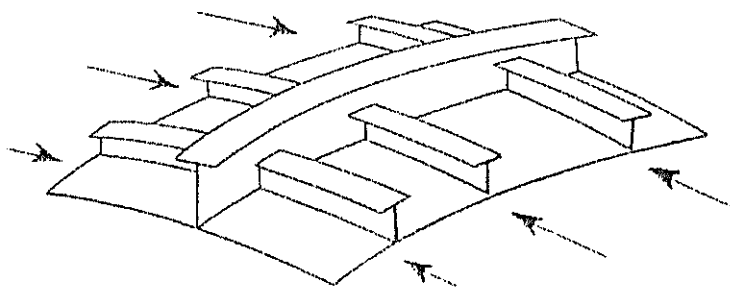
$h_x$ , espesor efectivo

$k$  , valor calculado dependiendo de las condiciones de frontera.

$D_x$  , rigidez flexural en la dirección x, y,

$D_y$  , rigidez flexural en la dirección y.

La figura. No. 6., presenta la deformación típica del pandeo de un panel con refuerzos en las dos direcciones.



**Figura No. 6.-** Cuarto Modo de Pandeo de un Panel reforzado, [3].

Como se pudo apreciar, las fórmulas para obtener el valor de la carga crítica en los cuatro modos de pandeo de paneles reforzados, dependen tanto de su geometría como de sus propiedades físicas. Sin embargo fuera de los dos primeros modos de pandeo, en nuestro medio la aplicación de las formulaciones para el modo torsional y global no son muy conocidas, por lo que es necesario la realización de experimentación para entender dichos fenómenos y las formulaciones para su determinación.

## CAPÍTULO 2

### FORMULACIONES PARA EL CÁLCULO DE CARGA CRÍTICA POR PANDEO EN PANELES REFORZADOS

#### 2.1.- Pandeo de Paneles entre refuerzos

El primer modo de pandeo de paneles reforzados es el más simple y corresponde a la deformación de la plancha entre los refuerzos, en donde el esfuerzo crítico está en función de la razón de aspecto  $\alpha$  y las condiciones de frontera que tenga el panel. Para el caso de un panel rectangular y con bordes simplemente soportados, [7], se establece la siguiente fórmula:

$$\sigma_c = k_c \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (1)$$

Revisando la fórmula se observa que está en función de la constante  $k_c$ , el espesor  $t$ , y, de sus dimensiones, véase la Figura No. 7.

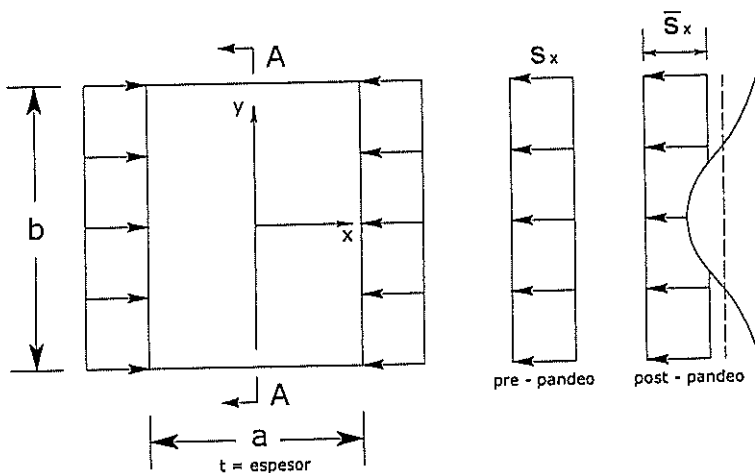


Figura. No. 7. - Nomenclatura del pandeo de Plancha, [3].

La expresión  $k_c$  es un parámetro que está en función de la razón de aspecto  $a/b$  y del # de semi-ondas que se produzcan al deformarse la plancha tanto transversal como longitudinalmente. Dicha constante parte de la siguiente expresión genérica, [7]:

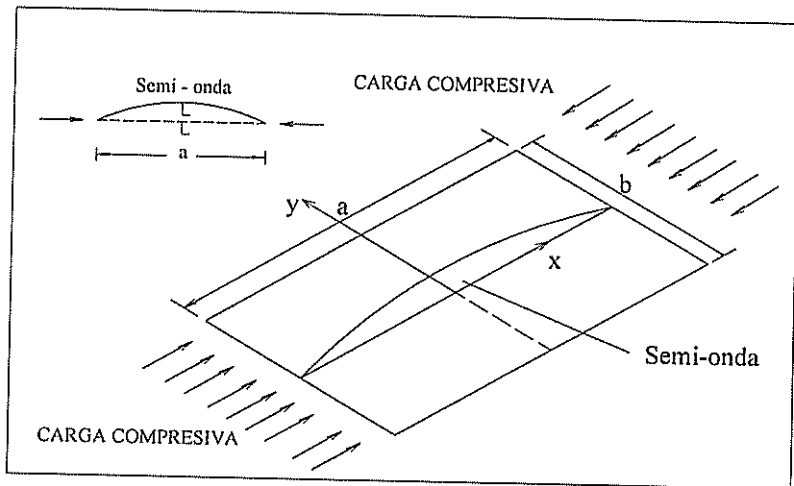
$$k = \left( n \frac{b}{a} + \frac{m^2}{n} \frac{a}{b} \right)^2, \quad (6)$$

en donde,

$m$ : es el # de semi-ondas en dirección  $y$ ,

$n$ : es el # de semi-ondas en dirección  $x$ .

En la Figura. No. 8, se aprecia una semi-onda en la dirección longitudinal y que representa la variable  $n$ .



**Figura. No. 8.** Pandeo de una Plancha Longitudinalmente Reforzada.

Si  $m=1$ , se obtiene el valor mínimo del esfuerzo, entonces se recupera la fórmula (2), descrita en el primer capítulo.

$$k_c = \left( \frac{n}{\alpha} + \frac{\alpha}{n} \right)^2$$

Considerando valores extremos de la razón de aspecto, se tienen las siguientes fórmulas deducidas para el cálculo del Esfuerzo Crítico de una plancha rectangular, simplemente soportada en sus bordes. Si  $\alpha < 1$  (caso en que la plancha se la considera larga) el esfuerzo crítico corresponderá para  $n=1$  y la fórmula para el cálculo del esfuerzo crítico resulta de la siguiente forma:

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{a}\right)^2 (1+\alpha^2)^2. \quad (7)$$

De acuerdo a esta fórmula, cuando la razón de aspecto es mucho menor que 1.0, el esfuerzo crítico es mayor, dado que la longitud "a", en la dirección de acción de las fuerzas compresivas, es muy corta. A continuación se presentará un ejemplo de aplicación para el primer modo de pandeo:

### EJEMPLO N° 1

Se va a calcular el Esfuerzo Crítico para que los paneles de planchas entre refuerzo pandeen:

$$a = 60 \text{ cm}$$

$$b = 60 \text{ cm}$$

$$t = 0.15 \text{ cm}$$

$$h_t = 3 \text{ cm}$$

$$c_t = 2 \text{ cm}$$

$$E = 2 \times 10^6 \text{ Kg / cm}^2$$

$$\nu = 0,3$$

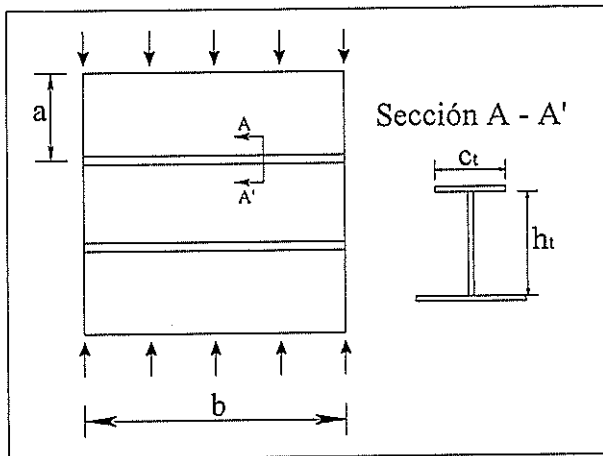


Figura. No. 9. Representación de la porción de una plancha.

Usando la fórmula (1) con los datos arriba presentados y asumiendo los bordes como simplemente soportados, se tiene que calcular primero la constante  $k_c$ :

$$k_c = \left( \frac{1}{3} + \frac{3}{1} \right)^2 = 11.11$$

Ahora se reemplaza este valor en la fórmula (1), y se obtiene:

$$\sigma_c = 126 \text{ Kg/cm}^2.$$

Entonces para que pandee la plancha entre refuerzo y se forme una semi-onda en ambas direcciones es necesario un esfuerzo compresivo de 126 Kg/cm<sup>2</sup>, y una fuerza compresiva de 1247,4 Kg.



## 2.2.- Pandeo Flexural

El segundo modo de pandeo o "Pandeo Flexural", como ya se lo mencionó en el primer capítulo, consiste en la flexión individual, del refuerzo longitudinal en conjunto con el ancho efectivo de la plancha. Recordando la fórmula del esfuerzo crítico de una columna simplemente soportada, multiplicada por el siguiente factor por el que se incluyen los efectos de las "Deformaciones por Corte", [3]:

$$Factor = \left[ \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EI}{l^2 GA_s}} \right] \quad (8)$$

En este caso participa el Módulo de Corte del material "G" y el área de Corte "A<sub>s</sub>" esto es, perpendicular a la dirección de la carga compresiva.

### EJEMPLO N° 2

Se va a calcular el esfuerzo crítico de un panel reforzado en una sola dirección que tiene las siguientes dimensiones:

$$a = 80 \text{ cm}$$

$$b = 60 \text{ cm}$$

$$t = 0.15 \text{ cm}$$

$$w = 1 \text{ cm}$$

$$h = 2 \text{ cm}$$

$$\# \text{ de refuerzos} = 4$$

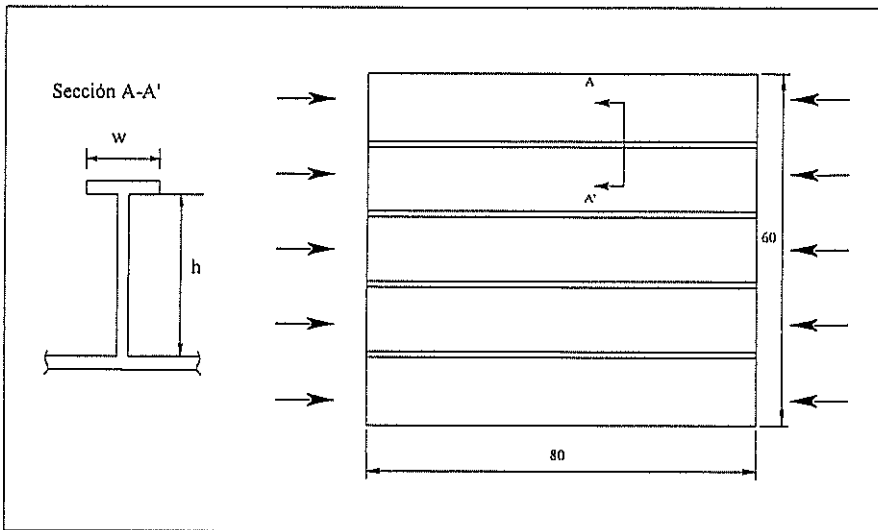


Figura. No. 10. Representación del panel con refuerzos longitudinales.

El ancho efectivo de la plancha, se toma  $0.8b$ , entre los refuerzos, [8].

Se va a calcular el factor que esta en función del módulo de corte:

$$\text{Factor} = \left[ \frac{1}{1 + \frac{2.11E6 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \pi^2 0.833 \text{ cm}^4}{(80 \text{ cm})^2 811538 \text{ Kg} / \text{cm}^2 0.3 \text{ cm}^2}} \right] = 0.9889$$

Para luego calcular el esfuerzo crítico al cual pandea este panel reforzado.

$$\sigma_{cr} = 796 \text{ Kg} / \text{cm}^2,$$

y considerando el área de compresión la fuerza Crítica será de 8596 Kg.

Observando el valor obtenido del factor para el cálculo del esfuerzo crítico, se aprecia que no hay mayor influencia del corte es muy pequeña, ya que el valor del factor se aproxima a 1.

### 2.3.- Pandeo Torsional

El Pandeo Torsional se produce cuando una porción de la plancha con el refuerzo participa de manera conjunta en la torsión. La fórmula para obtener el valor del esfuerzo crítico al cual un panel reforzado sufre este modo de pandeo es la que sigue, [3] y [4]:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(l / r_e)^2} \quad (9)$$

Esta fórmula fue presentada en el capítulo 1, y tiene como particularidad la relación  $l / r_e$ , donde,

$l$  : Longitud del refuerzo,

$r_e$  : Radio efectivo de giro de la sección transversal.

Para el cálculo del  $r_e$  se utiliza la siguiente fórmula, [4]:

$$r_e = \sqrt{\frac{n^2(\Gamma + a^2 I_y) + 0.0390 K l^2 + \frac{1}{n^2} \frac{I^4 C}{\pi^4 E}}{I_{pc}}} \quad (9-a)$$

en donde:

$n$ : número de ondas a la cual el espécimen pandea en dirección de la carga,

$\Gamma$  : Propiedad de la sección transversal,

$K$ : Constante de torsión,

$C$ : Constante de resorte,

$I_{pc}$ : Momento de Inercia Polar de la sección transversal con referencia al Centro forzado  $C_E$ .

$I_y$ : Momento de inercia con respecto al eje  $y$ .

La constante de resorte  $C$  puede ser calculada encontrando el valor mínimo del radio de giro con respecto al número de ondas  $n$ , esto es haciendo

$\frac{\partial r_e}{\partial n} = 0$ , de donde se obtiene:

$$n = \frac{l}{\pi} \sqrt[4]{\frac{C}{E(\Gamma + a^2 I_y)}} \quad (9-b)$$

Despejando la constante  $C$  de la ecuación anterior y reemplazando en la ecuación (9-a) se obtiene la fórmula para el radio de giro efectivo:

$$r_e = \sqrt{\frac{2 n^2 (\Gamma + a^2 I_y) + 0.0390 K l^2}{I_{pc}}} \quad (10)$$

Las constantes  $K$  y  $\Gamma$ , dependen de las propiedades de la sección transversal de los refuerzos en conjunto con la plancha. En el caso de una viga-I, que tiene alas de diferentes dimensiones las constantes mencionadas están definidas como:

$$K = 1/3 dt^3 \quad (11)$$

$$\Gamma = \frac{d^2 I_1 I_2}{I_1 + I_2} \quad (12)$$

en donde,

$I_1$  : Inercia del ala de mayor dimensión con respecto al eje x-y,

$I_2$  : Inercia del ala de menor dimensión con respecto al eje x-y,

$d$  : Altura total de la sección.

En la Figura No. 10, se muestra las características de una sección transversal tipo viga-I.

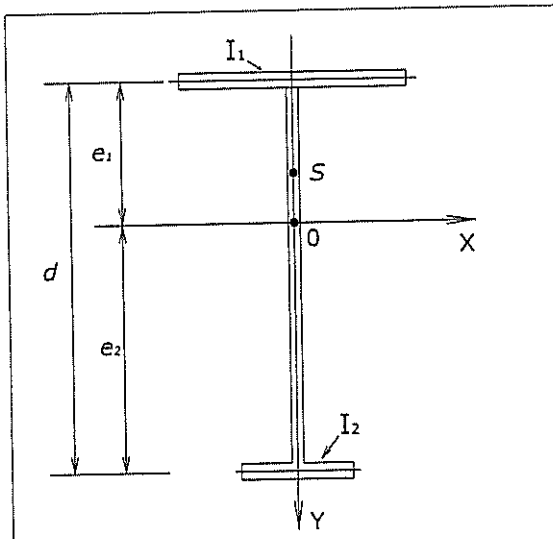


Figura. No. 11. Viga-I con diferente tamaño de alas, [4].

En la figura anterior se destacan dos puntos, O y S en donde:

O: centro de gravedad de la sección transversal,

S: centro de rotación forzado.

Observando la fórmula (9a) se puede notar que a medida que se aumenta la longitud del refuerzo y disminuye su "Radio Efectivo de Giro", se reduce el esfuerzo crítico. También puede notarse que la predicción de la ocurrencia de este modo de pandeo es más complicada que los dos modos mencionados anteriormente.

### EJEMPLO N° 3

Se va a calcular el Esfuerzo crítico de un panel compuesto de un refuerzo en T que tiene las siguientes dimensiones:

$$a = 60 \text{ cm}$$

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$t = 0.15 \text{ cm}$$

$$ala = 3 \text{ cm}$$

$$alma = 4 \text{ cm}$$

$$\# \text{ de refuerzo} = 1$$

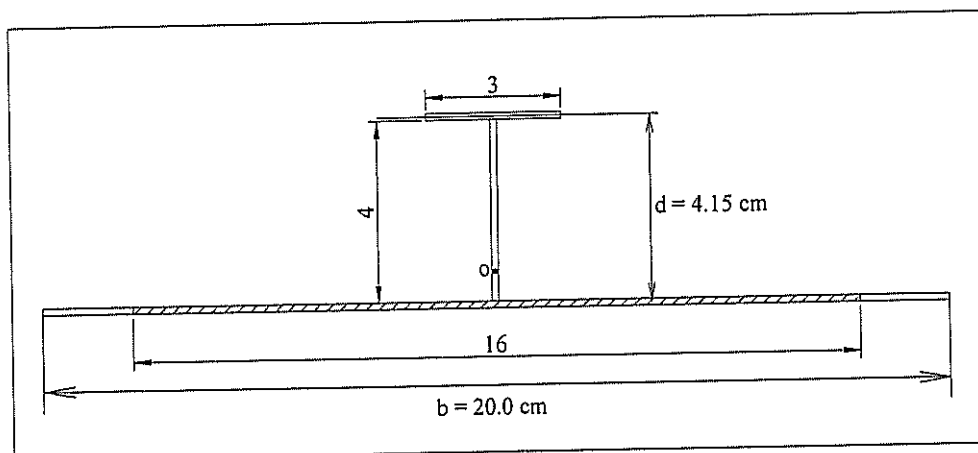


Figura. No. 12. Esquema de plancha con refuerzo, Modo N° 3.

Observando el esquema del panel se aprecia que en la parte inferior hay una región sombreada, la cual representa el ancho efectivo de la plancha que es  $0.8b$ .

Para aplicar la fórmula (9), se tiene que calcular el radio efectivo de giro, para lo cual a su vez se calculan primero  $\Gamma$ ,  $k$  e  $I_{pc}$ . Se realizarán los cálculos con fórmula para un refuerzo en I, teniendo en cuenta el ancho efectivo de la plancha; por tanto las fórmulas a usarse son las siguientes:

$$\Gamma = \frac{d^2 I_1 I_2}{I_1 + I_2},$$

$$K = 1/3 dt^3,$$



$$I_{pc} = I_x + A(h-d)^2$$

A continuación se presenta el cuadro de resultados:

$\Gamma = \frac{d^2 I_1 I_2}{I_1 + I_2}$	$d:$	4,15 cm	$\Gamma = 1,55 E - 2 \text{ cm}^6$
	$I_1:$	4,5 E - 3 cm <sup>4</sup>	
	$I_2:$	1,125 E - 3 cm <sup>4</sup>	
$K = 1/3 dt^3$	$t:$	0,15 cm	$K = 4,67 E - 3 \text{ cm}^4$
$I_{pc} = I_x + A(h-d)^2$	$I_x:$	1,82 cm <sup>4</sup>	$I_{pc} = 10,13 \text{ cm}^4$

**Tabla. No. I.** Resultados de las variables para el calculo del Radio Efectivo de Giro.

Con estos datos se calcula el radio de giro, ecuación (10), y posteriormente el esfuerzo crítico, (9): .

$$r_e = 0,8 \text{ cm}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(l/r_e)^2} = \frac{\pi^2 2.11E6 \text{ Kg/cm}^2}{(60/0,8)^2}$$

$$\sigma_{cr} = 3529 \text{ Kg/cm}^2$$

En el cálculo realizado se asigna a  $n = 1$ .

Con el Esfuerzo calculado y el área transversal total, la Fuerza Crítica es de 8378 Kg.

## 2.4.- Pandeo Total de Plancha Reforzada en Dos Direcciones

El Esfuerzo Crítico por pandeo total de una plancha reforzada es calculado usando la Teoría de Planchas Ortotrópica. La fórmula para obtener el valor de dicho parámetro con más de tres refuerzos en sus dos direcciones es, [6]:

$$\sigma_{xcr} = k \frac{\pi^2 \sqrt{D_x D_y}}{h_x B^2}. \quad (5)$$

Las variables de esta fórmula fueron ya descritas en el primer capítulo, ahora se procederá a explicar su forma de implementación. Para determinar el valor de la constante  $k$  se usan las siguientes fórmulas:

Para paneles simplemente soportados, [3] y [6] :

$$k = \frac{m^2}{\rho^2} + 2\eta + \frac{\rho^2}{m^2}, \quad (5-a)$$

y, para paneles simplemente soportados en dos extremos y empotrados en los otros dos extremos:

$$k = \frac{m^2}{\rho^2} + 2.5\eta + 5 \frac{\rho^2}{m^2}, \quad (5-b)$$

donde,

$m$ : Es el número de medias ondas de la plancha pandeada,

$\rho$ : Radio virtual de aspecto,

$\eta$ : Coeficiente de torsión.

El Radio Virtual de Aspecto se lo obtiene con la siguiente fórmula:

$$\rho = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{D_y}{D_x}} = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{i_b}{i_a}}, \quad (5-c)$$

donde,

$$i_a = \frac{l_{na}}{S_a} + 2 \left( \frac{l_a - l_{na}}{b} \right) \quad (5-d)$$

$$i_b = \frac{l_{nb}}{S_b} + 2 \left( \frac{l_b - l_{nb}}{a} \right), \quad (5-e)$$

$$D_a = \frac{E I_a}{S_b (1 - \nu^2)}, \quad (5-f)$$

$$D_b = \frac{E I_b}{S_a (1 - \nu^2)}, \quad (5-g)$$

donde a su vez:

$D_a$ : Rigidez flexural ortotrópica de plancha en dirección del lado más largo de la plancha,

$D_b$ : Rigidez flexural ortotrópica de plancha en dirección del lado más corto de la plancha,

$I_{na}$ : Momento de inercia del refuerzo más largo incluyendo el ancho efectivo de la plancha,

$I_{nb}$ : Momento de inercia del refuerzo más corto incluyendo el ancho efectivo de la plancha,

$S_a$ : Espaciamiento entre refuerzos del lado más largo,

$S_b$ : Espaciamiento entre refuerzos del lado más corto,

$I_a$ : Momento de inercia del refuerzo central más largo con el ancho efectivo de la plancha (siempre que sea diferente de los otros refuerzos), y,

$I_b$ : Momento de inercia del refuerzo central más corto con el ancho efectivo de la plancha (siempre que sea diferente de los otros refuerzos).

El Coeficiente de torsión se lo obtiene de la siguiente forma:

$$\eta = \frac{D_{ab}}{\sqrt{D_a D_b}} = \sqrt{\frac{I_{pa} I_{pb}}{I_{na} I_{nb}}}$$

donde,

$D_{ab}$ : Rigidez torsional efectiva de la plancha ortotrópica.

$I_{pa}$  : Momento de inercia del ancho efectivo de la plancha trabajando con el refuerzo más largo.

$I_{pb}$  : Momento de inercia del ancho efectivo de la plancha trabajando con el refuerzo más corto.

#### EJEMPLO N° 4

Se va a calcular el Esfuerzo Crítico de un panel con refuerzos en las dos direcciones; el panel tiene las siguientes dimensiones:

$$a = 100 \text{ cm}$$

$$b = 80 \text{ cm}$$

$$\text{Platina dirección } a : 1,5 \times 0,15 \text{ cm}$$

$$\text{T dirección } b : 1 \times 1,5 \times 0,15 \text{ cm}$$

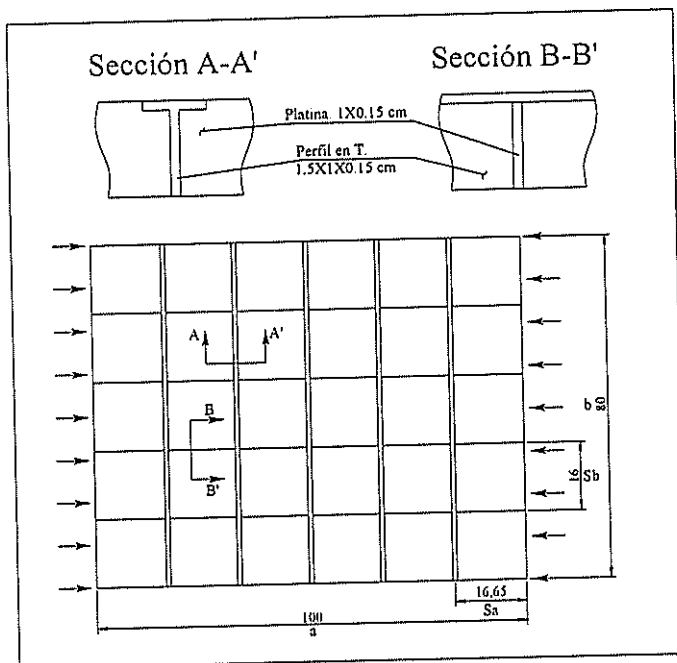


Figura. No. 13. Esquema de plancha con refuerzos en las dos direcciones.

Se procede a realizar los respectivos cálculos, presentándose en el siguiente cuadro de resultados:

FORMULA	RESULTADO
$D_a \equiv \frac{E I_a}{S_b (1 - \nu^2)}$	25940 Kg - cm
$D_b \equiv \frac{E I_b}{S_a (1 - \nu^2)}$	65412 Kg - cm
$C = \frac{G h^3}{12}$	228 Kg - cm
$D_{ab} = \frac{(D_a \nu_b + D_b \nu_a + 4C)}{2}$	56637 Kg - cm
$\rho = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{D_b}{D_a}}$	1,6
$\eta = \frac{D_{ab}}{\sqrt{D_a D_b}}$	0,5
$k = \frac{m^2}{\rho^2} + 2\eta + \frac{\rho^2}{m^2}$	4

**Tabla. No. 2.** Resultados de las variables del cálculo del Esfuerzo Crítico

$$\sigma_{xcr} = 3.81 \frac{\pi^2 \sqrt{25940,24 * 65412.97}}{0.1368 * 80^2}$$

$$\sigma_{xcr} = 2426 \text{ Kg/cm}^2.$$

Este es el esfuerzo mínimo necesario para que todo el panel con refuerzos en las dos direcciones se deforme como un conjunto plancha-refuerzo y la fuerza crítica necesaria para producir la deformación es de 3194 Kg.

En el capítulo 3, se realizarán pruebas destructivas de compresión en paneles reforzados, con especímenes correspondientes a los ejemplos desarrollados en este capítulo, para luego realizar una comparación teoría-experimento.

## **CAPÍTULO 3**

### **PROGRAMA EXPERIMENTAL DE PANDEO DE PANELES REFORZADOS**

#### **3.1.- Descripción del Equipo de Experimentación**

El equipo utilizado para las pruebas de pandeo es una Máquina de Ensayo Universal marca Instron que se encuentra en el Laboratorio de Sólidos de la Facultad de Ingeniería Mecánica. El equipo tiene una fuerza máxima de compresión de 50 ton, ver foto N° 1, y la separación máxima entre la base y el dispositivo compresor es de 1.2 metros, que fue considerado como límite en la construcción de los especímenes, ver foto N° 2.





Foto. No. 1.- Equipo de pruebas para comprimir estructuras.

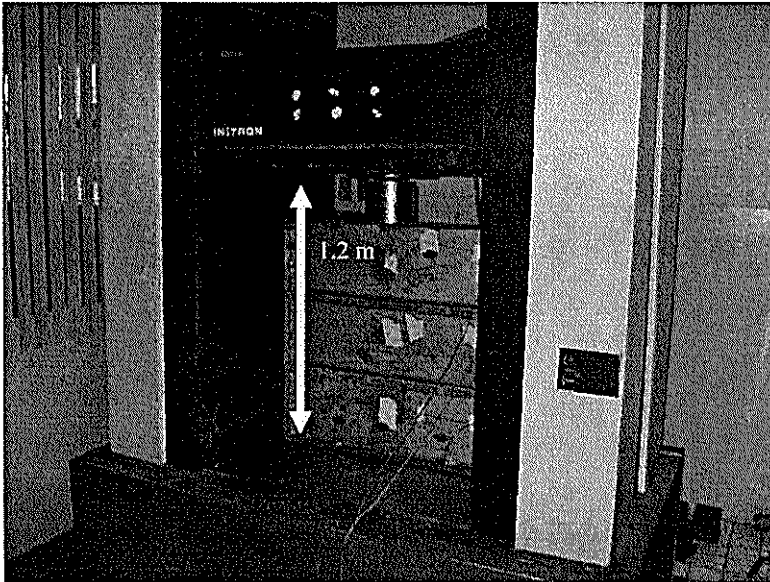
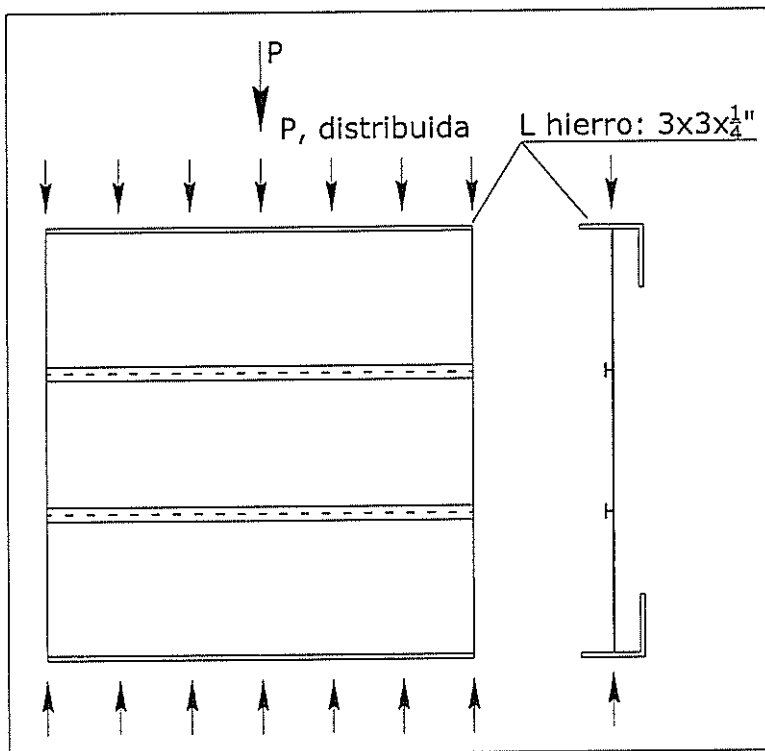


Foto. No. 2.- Espacio disponible para instalar los especímenes en la Máquina Instron.

Durante las pruebas, el dispositivo mecánico que mueve el papel tuvo problemas, y únicamente se pudo trabajar con velocidades de 5 y 10 mm/seg. Esto trajo alguna dificultad al momento de interpretar los resultados.

### **3.2.- Construcción de los Paneles Reforzados**

Para la construcción de los paneles se utilizó plancha de acero inoxidable estándar de 1.5 mm de espesor y soldadura para acero inoxidable. Además, en los extremos se soldaron ángulos de acero de 3"x3"x1/4", para que por su alta rigidez, se pueda distribuir de manera uniforme la fuerza compresiva a todo el borde del panel. Ver la figura N° 14.



**Figura. No. 14.** Esquema de distribución de fuerza

Por limitaciones de presupuesto, para cada modo de pandeo se construyeron únicamente 2 especímenes. A continuación se presentará la descripción de la geometría de los especímenes para su construcción:

#### **Modo de pandeo N° 1:**

La geometría del panel para producir el primer modo de pandeo se lo describe en la figura N° 15. Se espera que los paneles de plancha de 20x60 cm entre cada par de refuerzos, pandee en el modo N° 1.

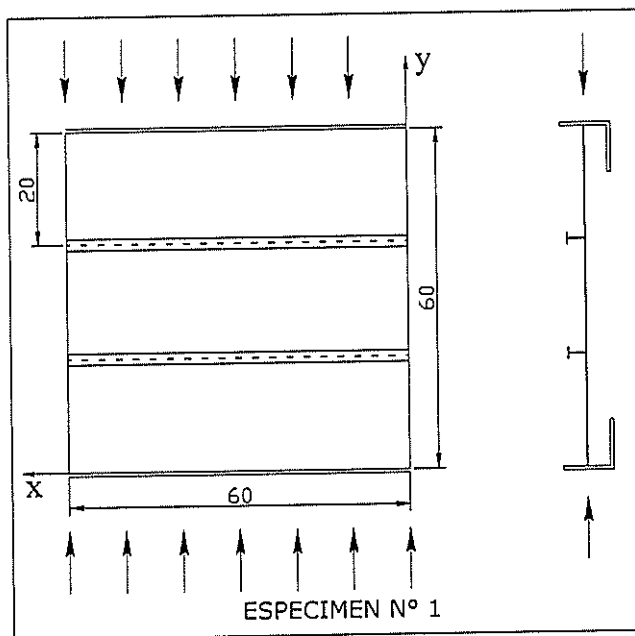


Figura. No. 15. Esquema del Primer Espécimen, unidades en cm.

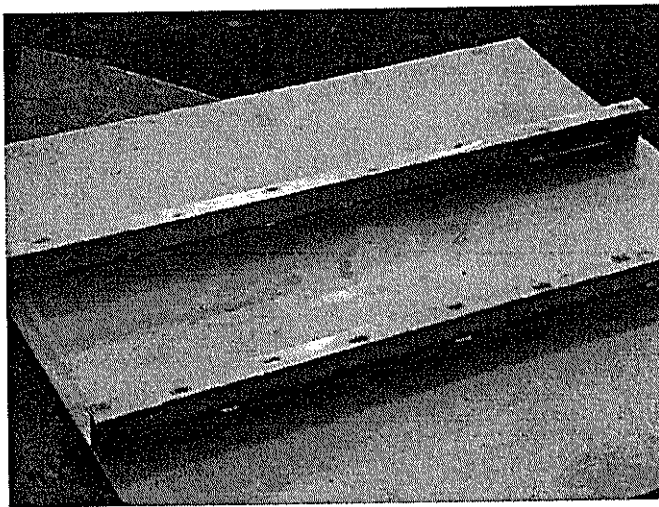


Foto. No. 3.- Espécimen para producir pandeo en el primer modo.

### Modo de pandeo N° 2:

La geometría del panel para producir el segundo modo de pandeo se lo describe en la figura N° 16. Incluye 4 refuerzos longitudinales en forma de T, y los bordes laterales tienen un doblé de 1 cm., en la plancha, para rigidizar.

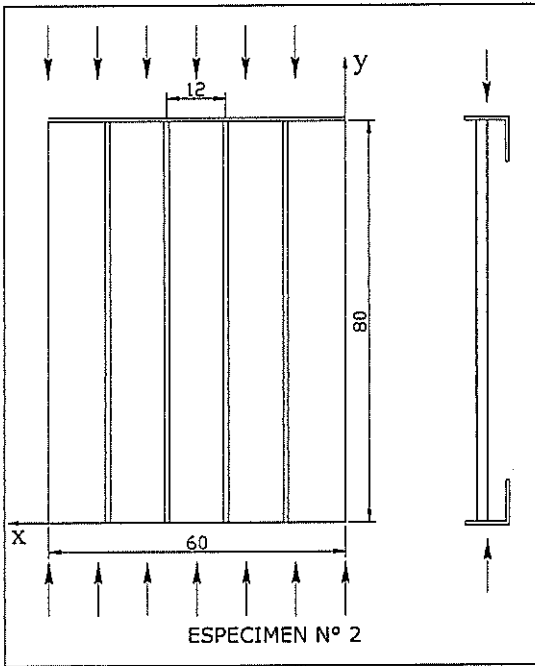


Figura. No. 16. Esquema del Segundo Espécimen, unidades en cm.



Foto No.4.- Especímenes para producir pandeo en el segundo modo.

### Modo de pandeo N° 3

La geometría del panel para producir el tercer modo de pandeo se lo describe en la figura N° 17. Se trata de un solo refuerzo con sección transversal en T y en los bordes laterales tienen un doblé de 1 cm., en la plancha.

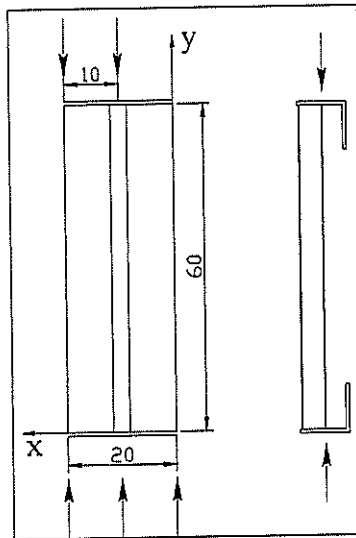


Figura. No. 17. Esquema del Tercer Espécimen, unidades en cm.

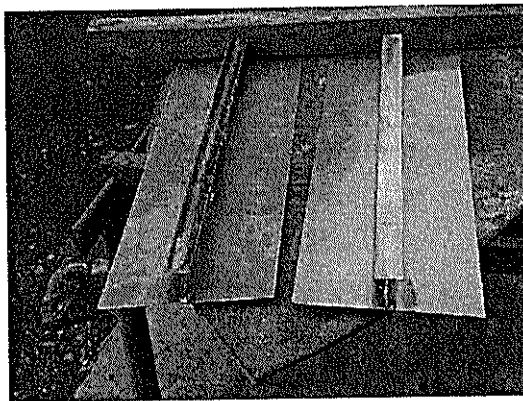


Foto. No. 5.- Espécimen para producir pandeo en el tercer modo.

#### Modo de pandeo N° 4:

La geometría del panel para producir el cuarto modo de pandeo se lo describe en la figura N° 18. Consta de 5 refuerzos longitudinales y 4 transversales, los primeros en platina y los segundos en T. En los bordes laterales se colocaron una platina para rigidizar.

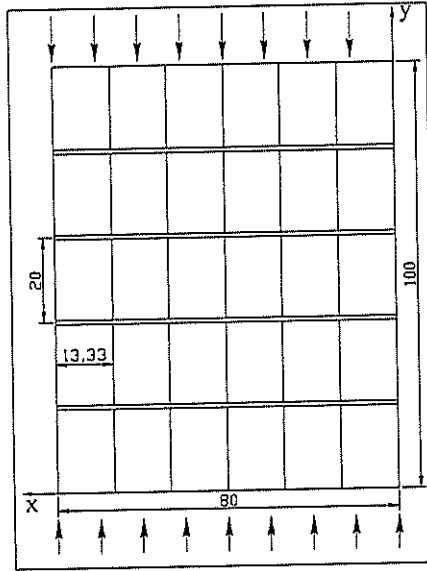


Figura. No. 18. Esquema del Cuarto Espécimen, unidades en cm.

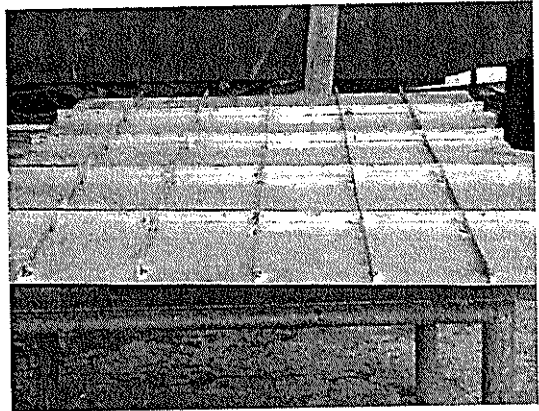
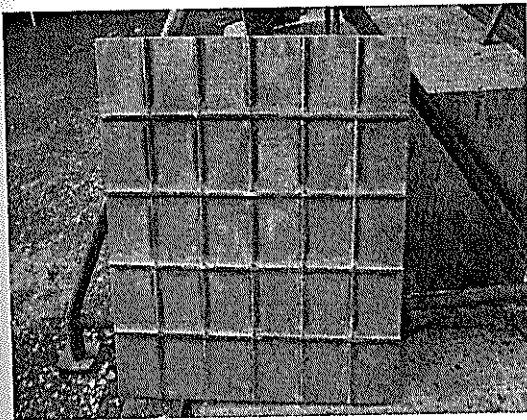


Foto. No. 6 y 7.- Especimen para producir pandeo en el cuarto modo.

Se midieron los espesores en los especímenes, y los resultados se presentan en el apéndice. A continuación se presenta una tabla con los valores medios obtenidos.

MODO DE PANDEO	ESPECIMEN N°	PROMEDIO (mm)	DESV.ESTANDAR (mm)	%
Plancha entre refuerzos	1	1,502	0,0444	2,96
	2	1,498	0,0311	2,08
Flexión	3	1,492	0,0356	2,39
	4	1,486	0,0134	0,90
Torsión	5	1,490	0,0100	0,67
	6	1,510	0,0100	0,66
Total	7	1,555	0,0711	4,57
	8	1,496	0,0119	0,79

**Tabla N° III.- Valores medios de los espesores.**

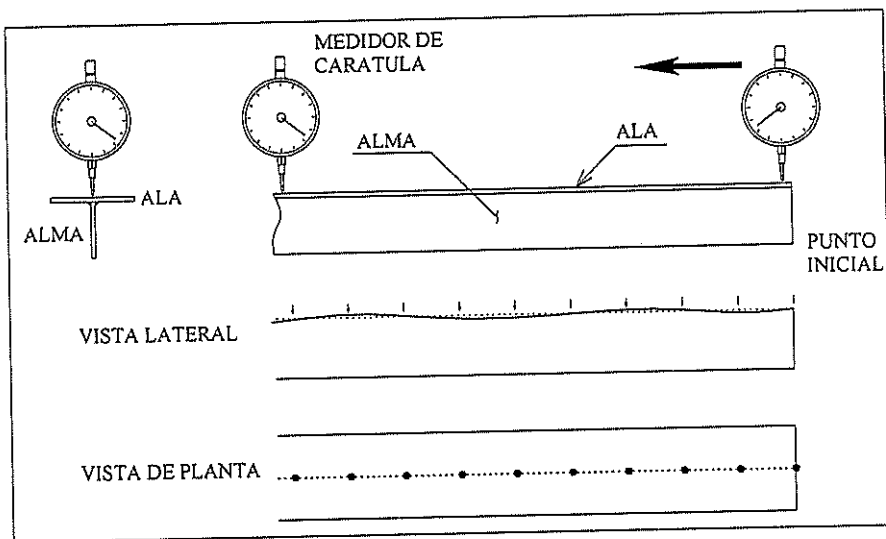
La variación más alta respecto del valor medio se encontró en el espécimen 7, correspondiente al modo de pandeo total, con un valor del 4,57%. Como se considera un valor bajo, se tomó el espesor nominal de 1.5 mm, para las estimaciones teóricas.

### 3.3.- Pre-Deformaciones de los Paneles Reforzados

Una vez construidos los especímenes se realizaron mediciones de las pre-deformaciones en diferentes posiciones del panel. Las mediciones fueron realizadas tanto en los refuerzos como en la plancha.



El proceso fue el siguiente. Se coloca un medidor de carátula en un extremo del ala del refuerzo como punto inicial, encerrando el instrumento; luego se toman medidas del desplazamiento en puntos equidistantes a lo largo del refuerzo, terminando en el otro extremo del mismo. El medidor de carátula estaba sujeto a un peso que se deslizaba sobre una viga cuadrada rígida. En la figura N° 19, se presenta un esquema de cómo se midieron las pre-deformaciones.

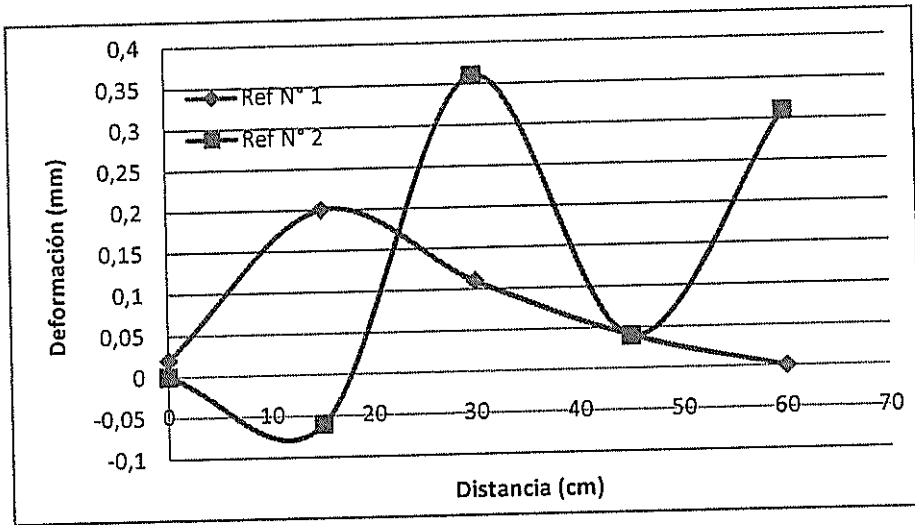


**Figura. No. 19.** Esquema de toma de medidas.

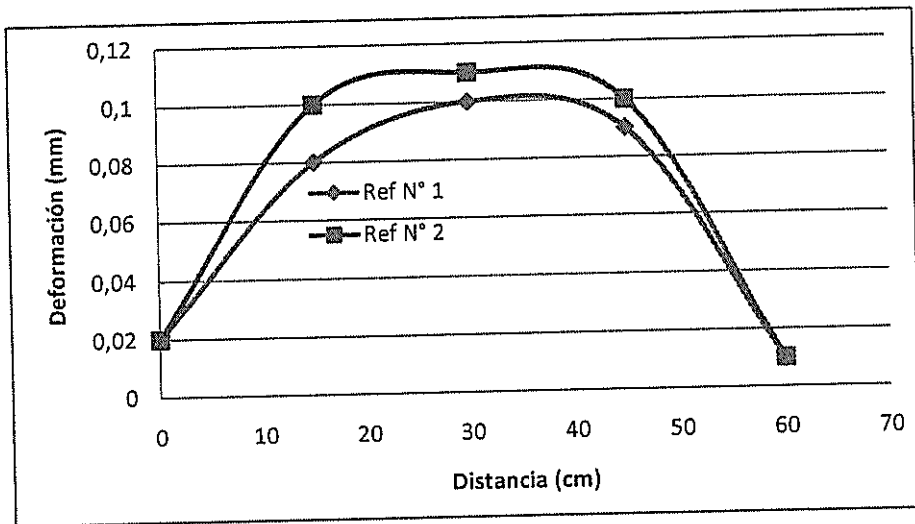
En el caso de los especímenes 7 y 8 para el cuarto modo de pandeo, se tuvo que medir las pre-deformaciones usando "liners" o laines.

### Modo N° 1

En los especímenes del primer modo se encontraron las siguientes pre-deformaciones:



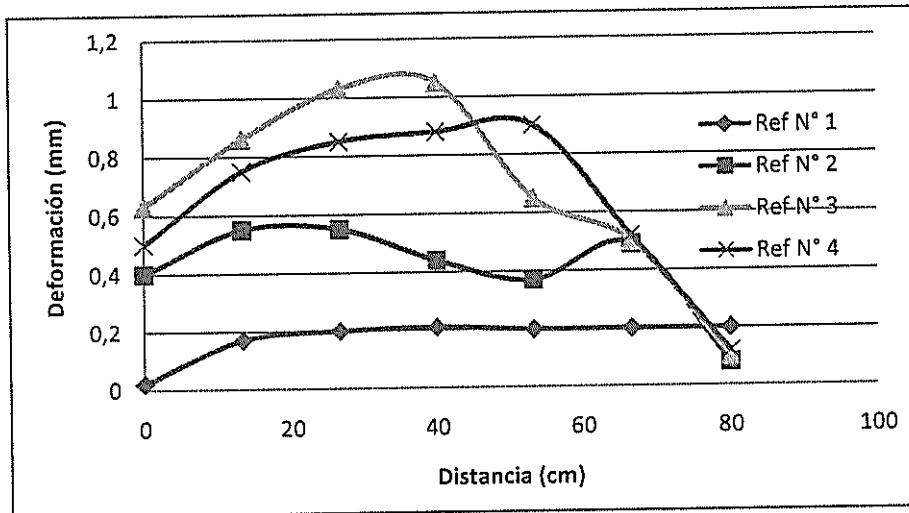
Gráfica N° 1.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 1.



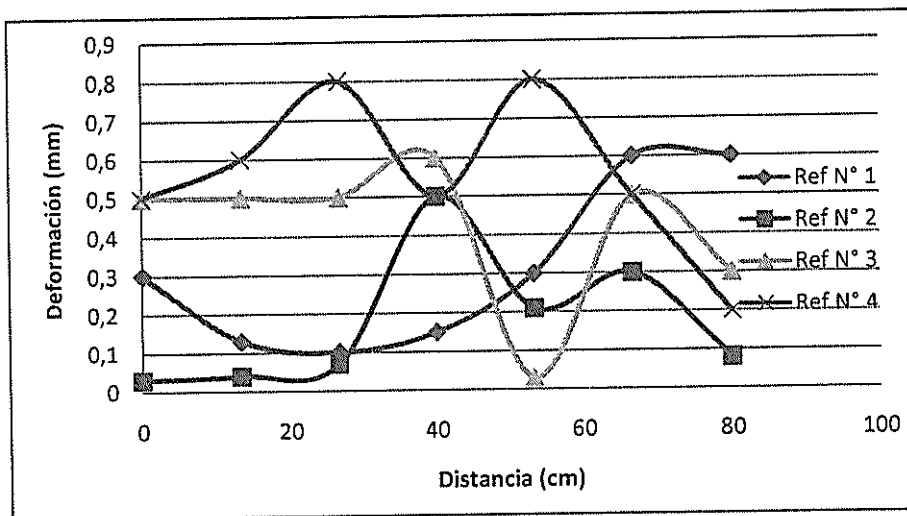
Gráfica N° 2.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 2.

## Modo N° 2

En los especímenes del segundo modo se encontraron las siguientes pre-deformaciones:



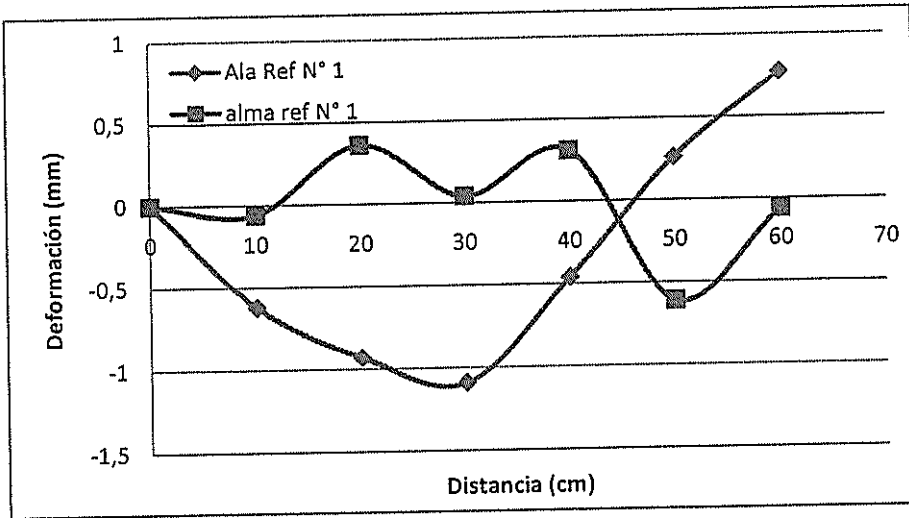
Gráfica N° 3.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 3.



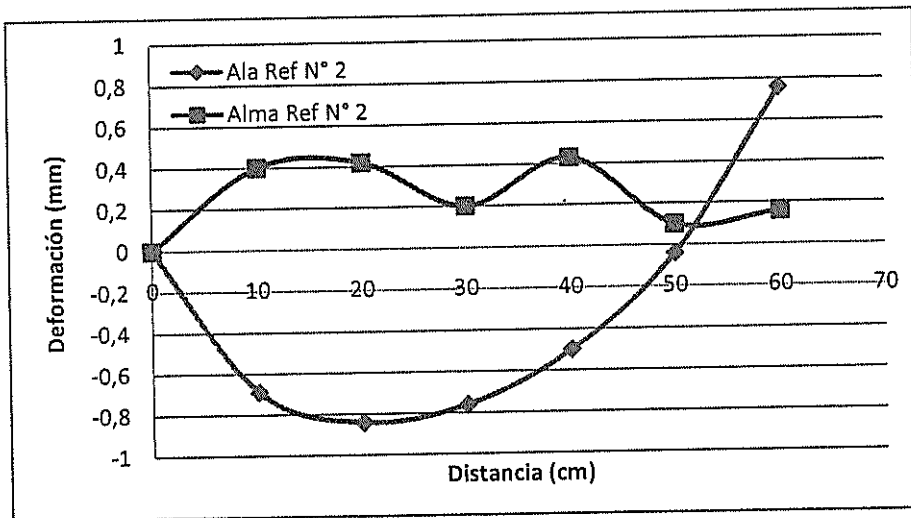
Gráfica N° 4.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 4.

### Modo N° 3

En los especímenes del tercer modo se encontraron las siguientes pre-deformaciones:



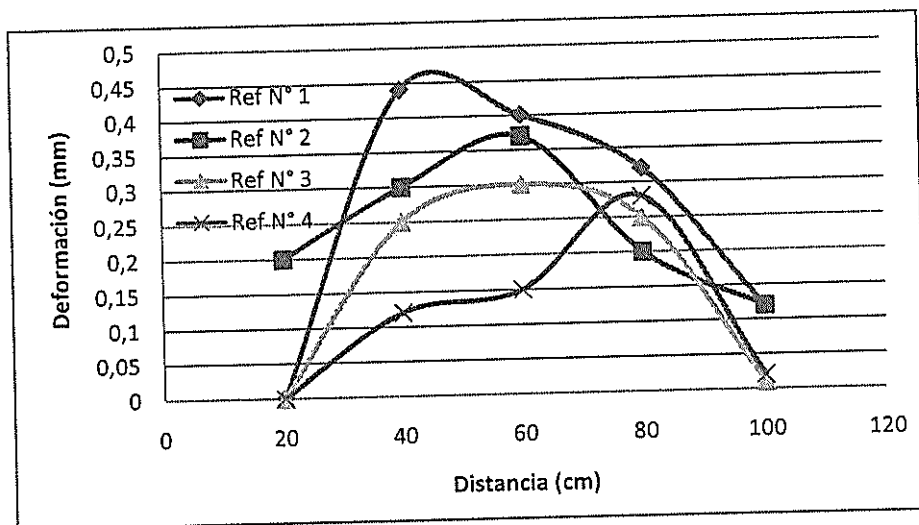
Gráfica N° 5.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 5.



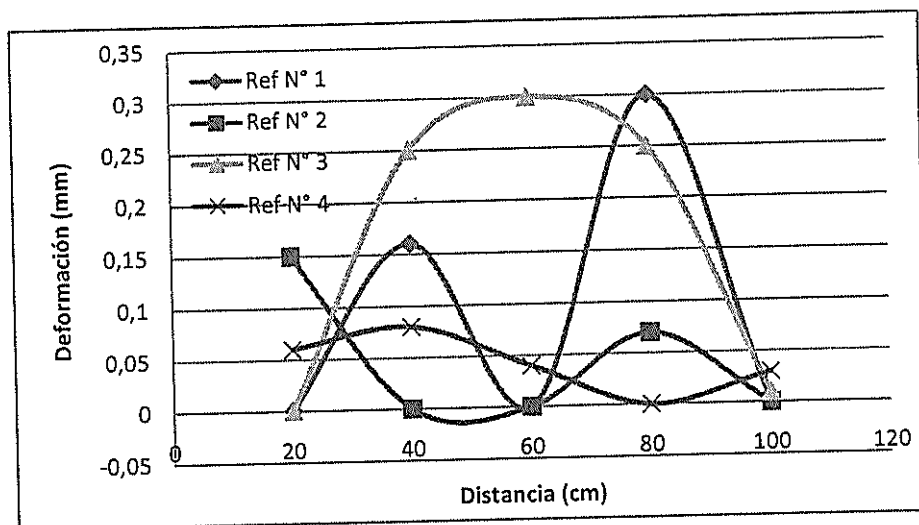
Gráfica N° 6.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 6.

### Modo N° 4

En los especímenes del cuarto modo se encontraron las siguientes pre-deformaciones:



Gráfica N° 7.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 7.



Gráfica N° 8.- Valores de pre-deformaciones del espécimen N° 8.

En general, las pre-deformaciones encontradas fueron altas, con un valor máximo de 1.05 mm., en el espécimen 7 (Modo 4to, Pandeo Total), es decir, casi tanto como el espesor de la plancha. Por ello se espera que el efecto de flexión cause deformación lateral importante conforme se aplican las cargas compresivas.

### **3.4.- Resultados Experimentales**

A continuación se presentan fotografías de los especímenes una vez que llegaron al pandeo. Las curvas de fuerza/desplazamiento del equipo Instron se presentan en el apéndice de este trabajo, y las fuerzas críticas, están al final de este subcapítulo, en la Tabla N° IV.

**Modo N° 1: Pandeo de Plancha entre Refuerzos:** Se notó que el panel superior fue el primero en pandear; luego pandearon los dos inferiores, pero soportaron menor deflexión. Los refuerzos transversales se mantuvieron rectos.

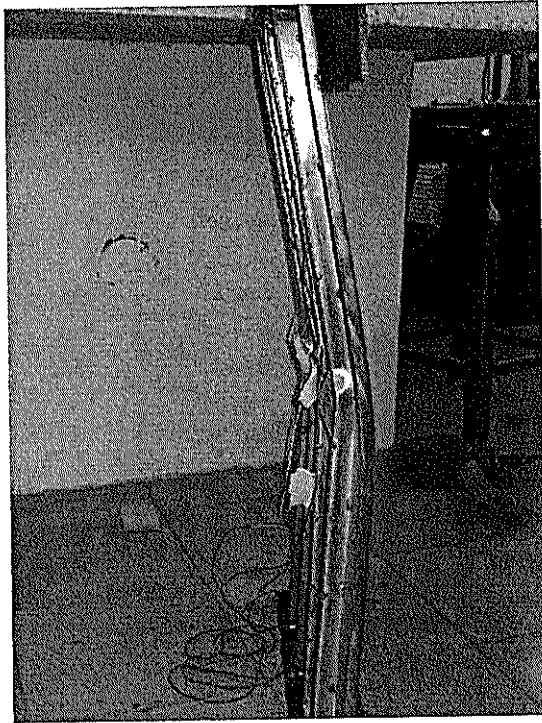


**Foto. No. 8.-** Espécimen deformado N° 1.



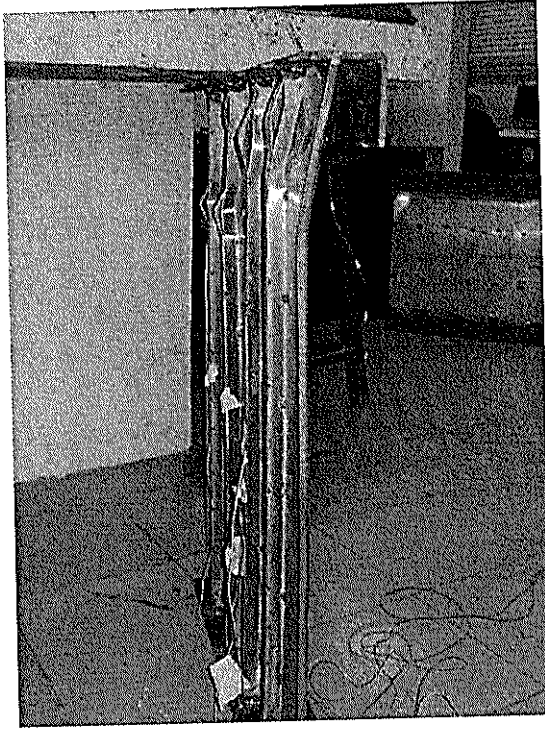
**Foto. No. 9.-** Espécimen deformado N° 2.

**Modo N° 2: Pandeo Flexural:** En este caso, se espera que cada refuerzo en conjunto con la plancha se deforme, dejando una región de plancha en la condición original. En los presentes experimentos todos los refuerzos se flectaron en conjunto con la plancha, sin dejar zona alguna en posición recta.



**Foto. No. 10.** Espécimen deformado N° 3.

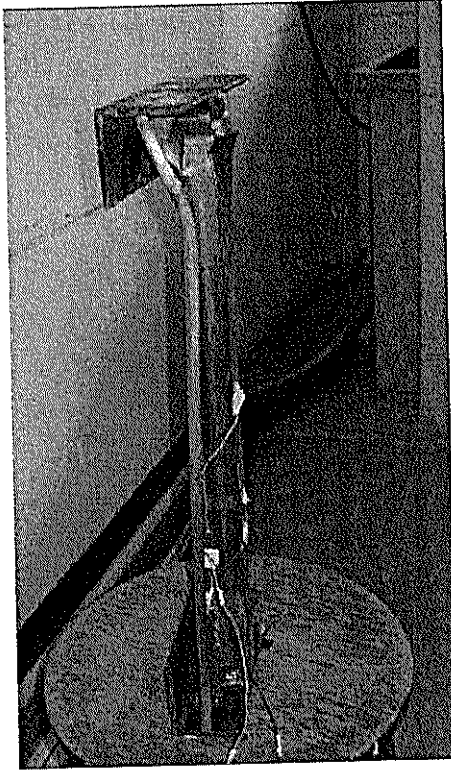




**Foto. No. 11.** Espécimen deformado N° 4.

En la foto N° 10 se nota que la flexión luego del pandeo es simétrica respecto del centro de los refuerzos, mientras que en la foto N° 11 del espécimen 4, la flexión tiene su máximo hacia el extremo superior. Observando el espécimen N° 4, se notó que en la región superior de la plancha había señales de soldadura residuales, lo que provocó el fenómeno descrito.

**Modo N° 3: Pandeo Torsional:** En la foto se nota que el refuerzo no se torció, sino que la plancha fue quien se torció al alcanzar el Pandeo. Considerando como refuerzo a la plancha, esta tendría mayor altura, y más fácilmente podría torcerse, explicando posiblemente el fenómeno observado.

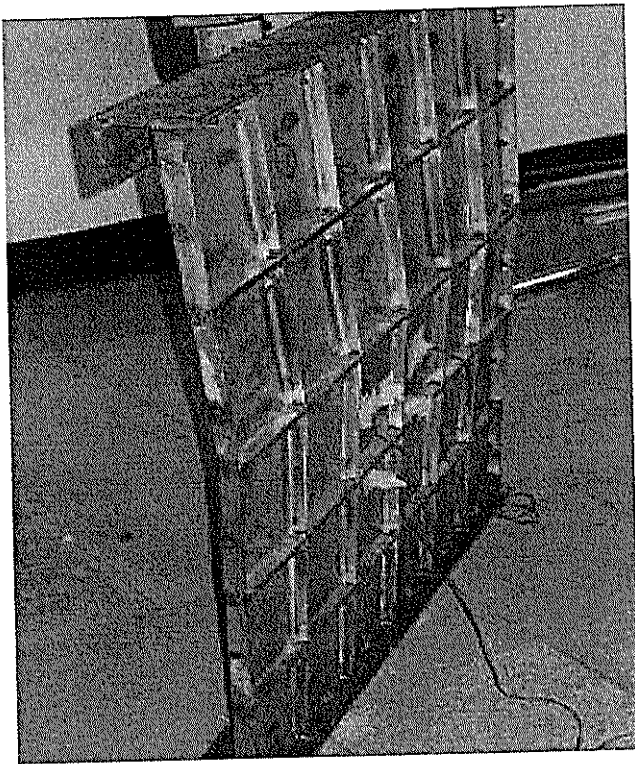


**Foto. No. 12.** Espécimen deformado N° 5.

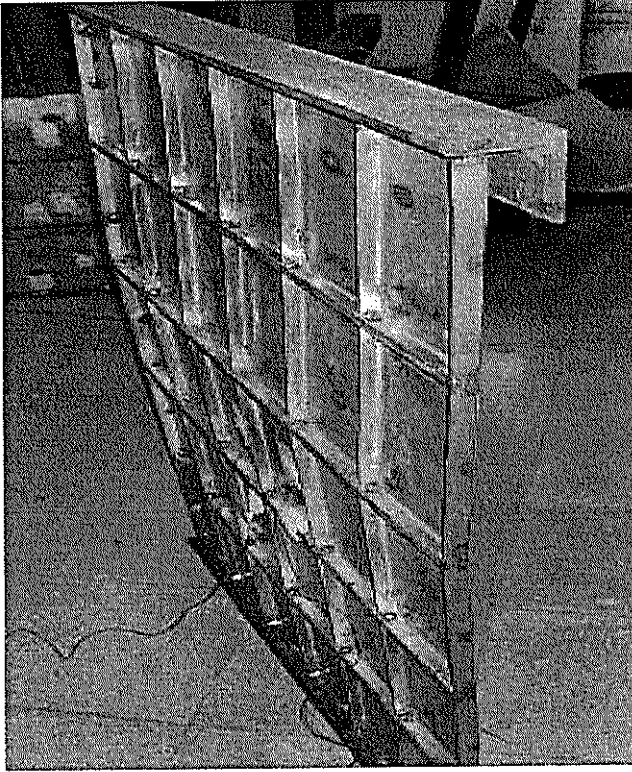


Foto. No. 13. Espécimen deformado N° 6.

**Modo N° 4: Pandeo Total:** La deformación resultante para estos especímenes semejan los resultados del segundo modo de pandeo; esto se debe a que no se colocaron refuerzos en las bordes transversales del panel, suficientemente fuertes para que dichas fronteras trabajen como simplemente soportadas. Al no colaborar los bordes laterales con soporte, se espera que la resistencia al pandeo decrezca ostensiblemente.



**Foto. No. 14.** Especimen deformado N° 7.



**Foto. No. 15.** Especimen deformado N° 8.

Además de los valores de las Fuerzas Críticas que se obtuvieron con el equipo de la Facultad de Ingeniería de Mecánica, se instalaron extensómetros ("strain gages"), para recopilar datos de deformaciones unitarias en refuerzos y/o porciones de plancha del panel.

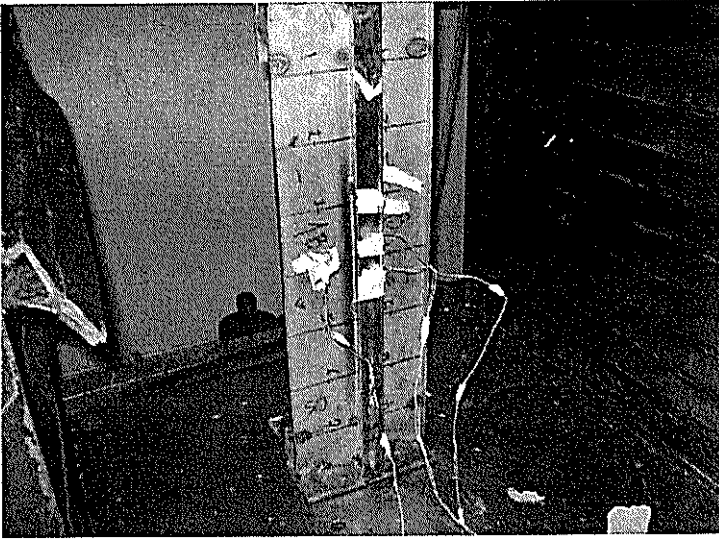


Foto. No. 16. Espécimen N° 5, con los extensómetros.

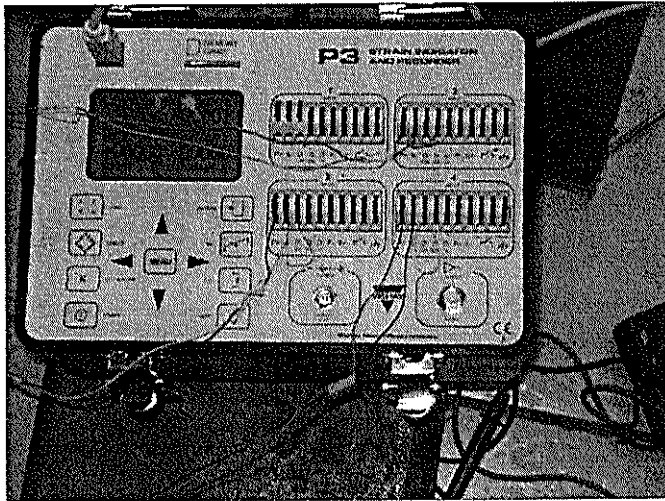


Foto. No. 17. Equipo de recolección de datos, "Strain Indicator and Recorder".

En la foto N° 17, se observa el equipo adicional utilizado para recopilar los esfuerzos unitarios por medios de los extensómetros. Este equipo marca "Vishay", es parte del Laboratorio de Ingeniería Naval, tiene 4 canales de recopilación de datos, los que fueron grabados con una razón de una lectura cada segundo, durante las pruebas.

De modo general, si se aplica una carga compresiva en dirección longitudinal, las deformaciones unitarias en esa dirección deben ser negativas. Si dichos parámetros resultan positivos denotarían flexión local del espécimen como resultado de una alta pre-deformación. En estas situaciones lo recomendable sería instalar dos extensómetros, uno a cada lado de la plancha, para que a través de su promediación determinar el Esfuerzo Compresivo. Debido a limitaciones del equipo únicamente se pudo instalar extensómetros en un lado del panel, de manera que los resultados de las mediciones de deformaciones unitarias son de utilidad limitada.

A continuación se presentan las gráficas de las deformaciones unitarias de los resultados obtenidos por los extensómetros, en donde los datos obtenidos están en micro unidades,  $10^{-6} \epsilon$ .

### Modo N° 1: Pandeo de Plancha entre Refuerzos

En este modo se colocaron los extensómetros en el centro de cada porción de plancha entre refuerzos, en la dirección de la aplicación de la fuerza de compresión:

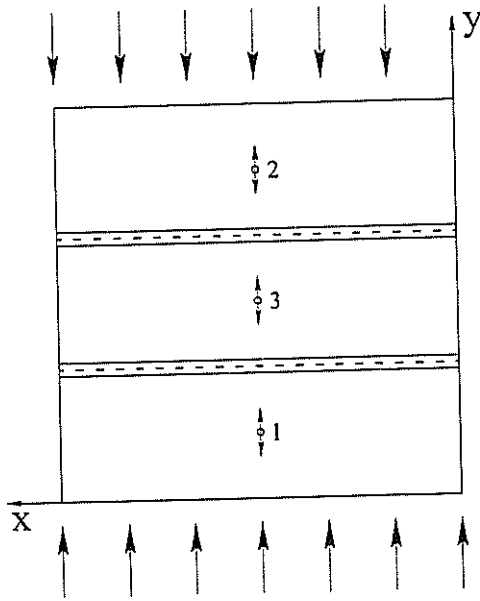
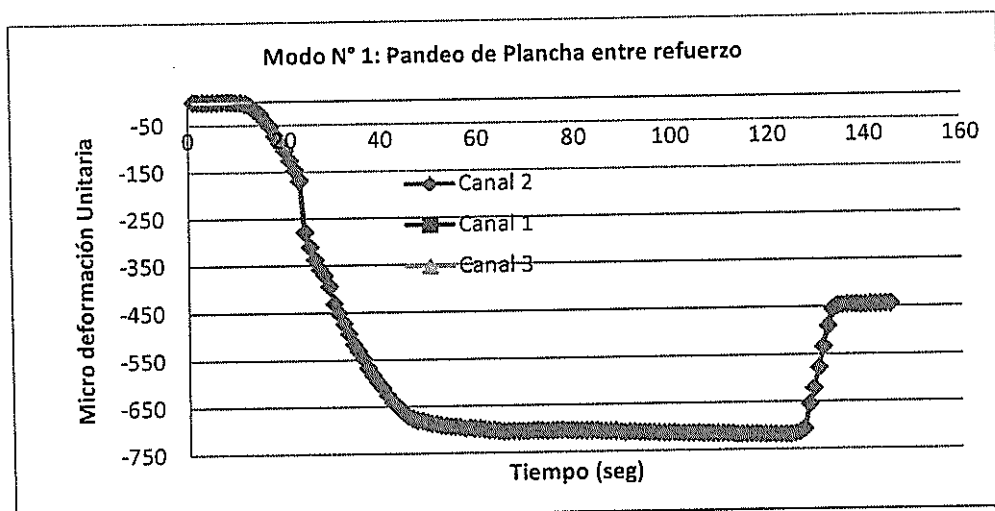


Figura. No. 20. Ubicación de los extensómetros en panel, Primer Modo.





Gráfica N° 9.- Valores de deformaciones unitarias para el "Primer Modo".

Debido a que los canales 1 y 3 mostraban valores positivos, y que las deformaciones deben resultar negativas por la compresión, únicamente se presenta el canal 2. Nótese que alrededor de 23 segundos hay un salto en deformación desde -169 hasta -280, señal de que en ese momento se produjo el pandeo del panel superior. Si se toma el Módulo de Young como  $1.8 \text{ E6 Kg/cm}^2$ , el esfuerzo crítico experimental sería  $304 \text{ Kg/cm}^2$ .

### Modo N° 2: Pandeo Flexural

En este caso la colocación de los extensómetros fueron dos en la plancho, y dos en los refuerzos, paralelos a la fuerza de compresión.

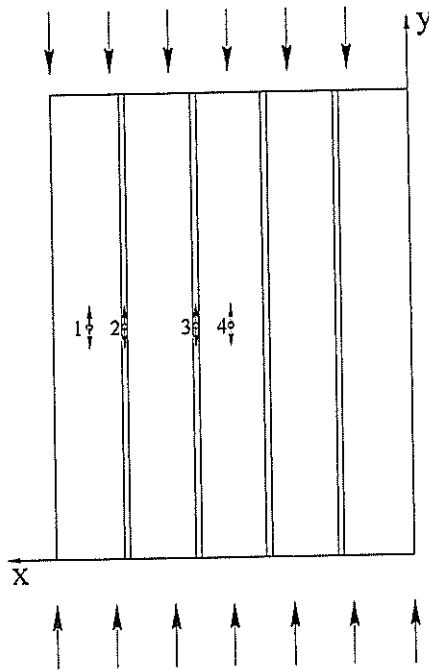
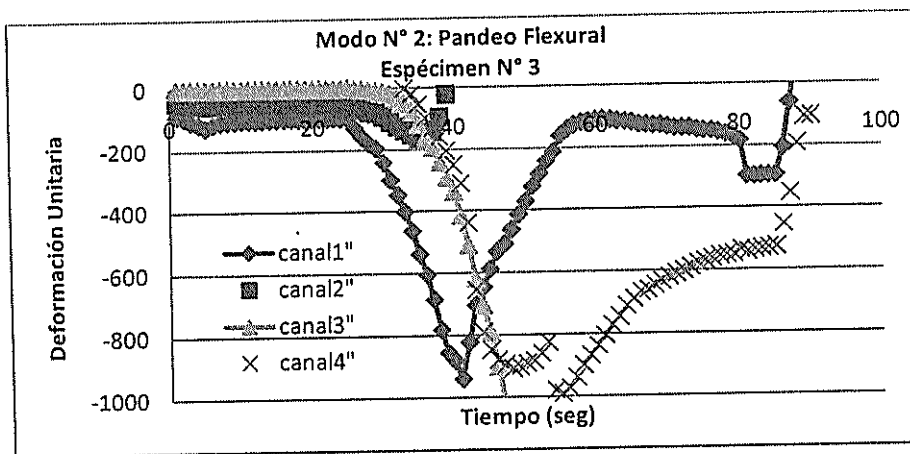
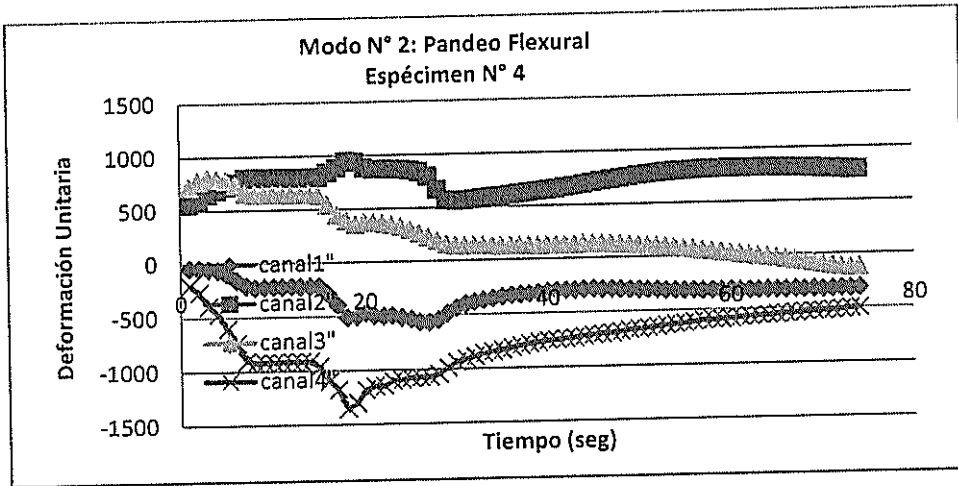


Figura. No. 21. Ubicación de los extensómetros en panel, Segundo Modo.



Gráfica N° 10.- Valores de deformaciones unitarias para el "Segundo Modo, espécimen N° 3".



**Gráfica N° 11.-** Valores de deformaciones unitarias para el "Segundo Modo, espécimen N° 4".

### Modo N° 3: Pandeo Torsional

En este caso se colocaron, tres extensómetros, dos en el refuerzo y uno en la plancha, uno de los dos refuerzos tiene una inclinación de  $45^\circ$ , dado que se espera que el refuerzo se tuerza.

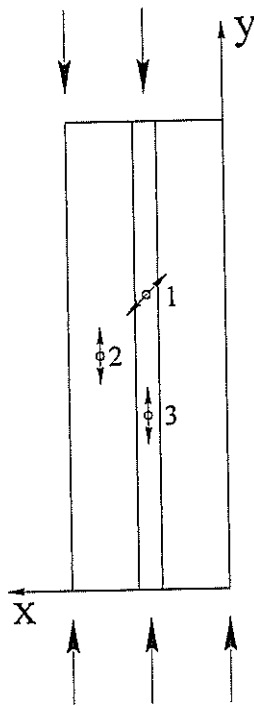
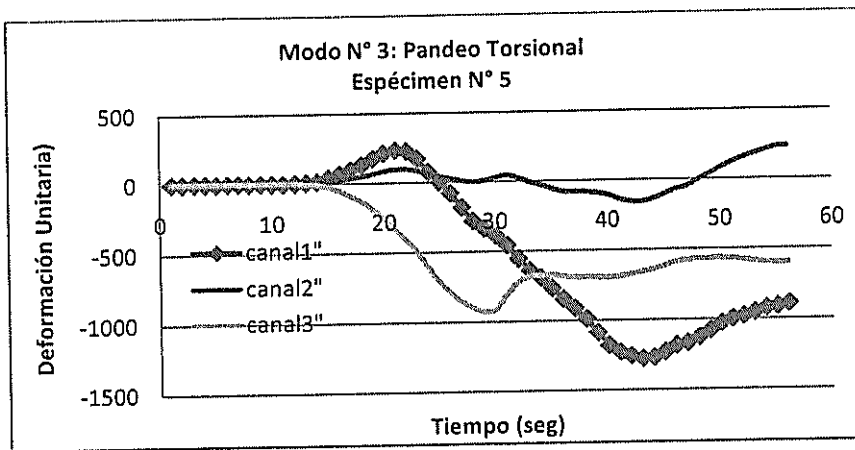
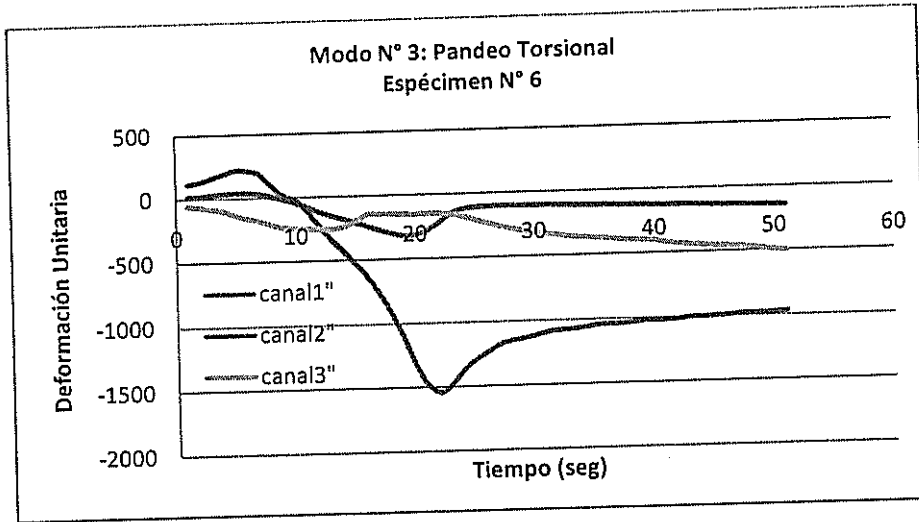


Figura. No. 22. Ubicación de los extensómetros en panel, Tercer Modo.



Gráfica N° 12.- Valores de deformaciones unitarias para el "Segundo Modo, espécimen N° 5".



**Gráfica N° 13.-** Valores de deformaciones unitarias para el "Segundo Modo, espécimen N° 6".

En las gráficas se observa que los valores obtenidos por el extensómetro colocado 45° sobre el ala del refuerzo, son muy bajos, esto podrí ser debido a que al realizar las pruebas fue la plancha quien se torció mayormente, no así el refuerzo.

### Modo N° 4: Pandeo Total

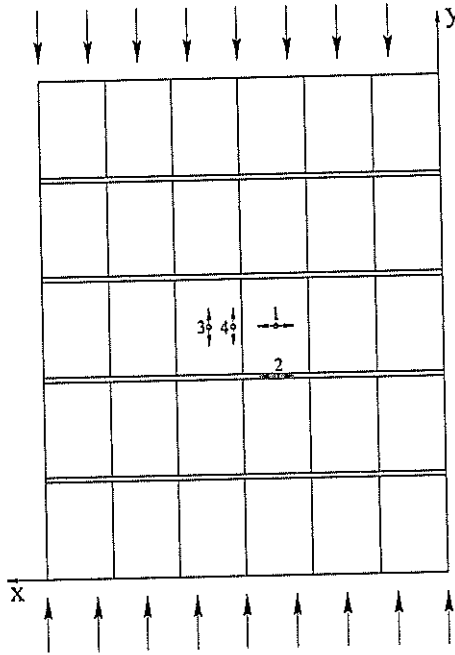
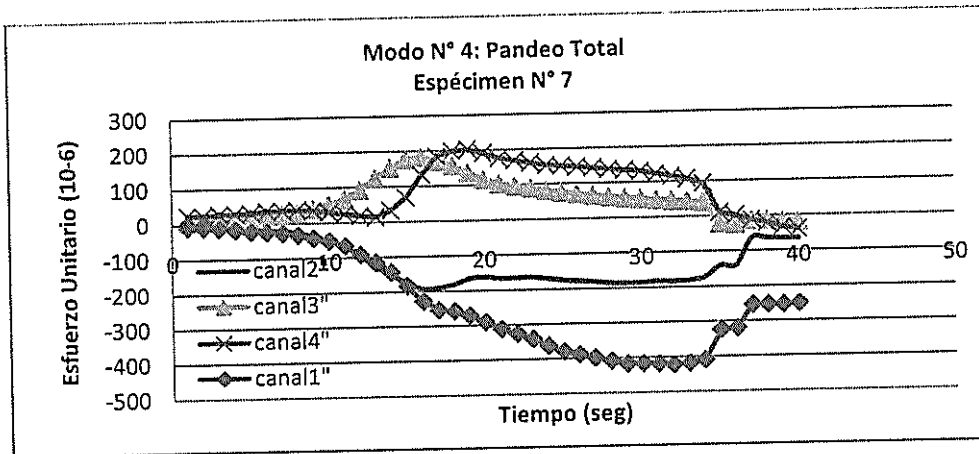
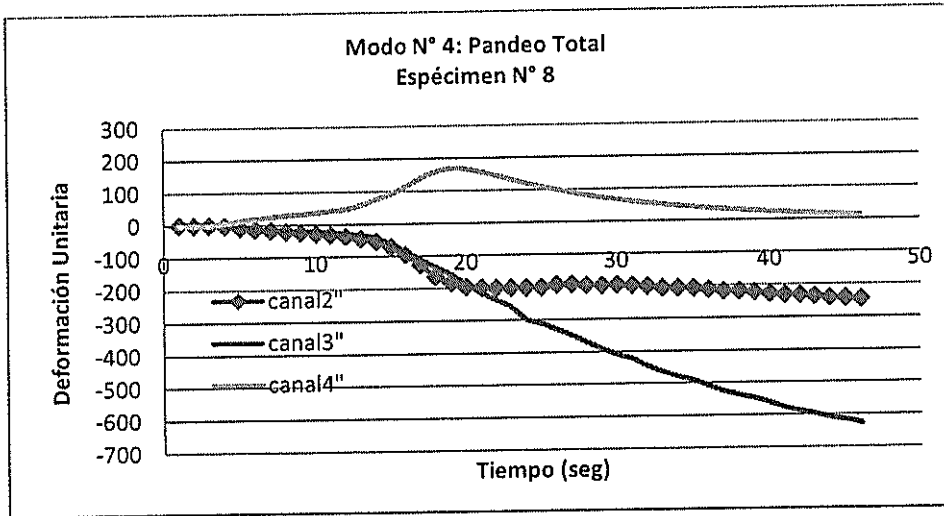


Figura. No. 23. Ubicación de los extensómetros en panel, Cuarto Modo.



Gráfica N° 14.- Valores de deformaciones unitarias para el "Cuarto Modo, espécimen N° 7".



**Gráfica N° 15.-** Valores de deformaciones unitarias para el "Cuarto Modo, espécimen N° 8".

A continuación se presenta el cuadro de resultados de las fuerzas críticas obtenida experimentalmente para cada espécimen. Se incluye también el área transversal del espécimen que va a desarrollar el esfuerzo crítico:

Modo	Espec.	F.Crit	F. Prom.	Area	Es.Critico
	und	kg	kg	cm <sup>2</sup>	Kg/cm <sup>2</sup>
Pandeo .P.R	1	2600	2800	9,9	283
	2	3000			
Pandeo Flexural	3	6250	6125	10,8	570
	4	6000			
Pandeo Torsional	5	3400	4100	4,01	1024
	6	4800			
Pandeo Total	7	5000	4850	13,6	357
	8	4700			

**Tabla N° IV.-** Cuadro de resultado de la Fuerza y Esfuerzo Crítico a la cual pandearon los especímenes.

En el capítulo final se compararán los resultados analíticos del capítulo 2, con los experimentales del presente.



## CAPÍTULO 4

### COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS TEÓRICOS CON LOS EXPERIMENTALES

#### 4.1.- Resumen de los Resultados Teóricos y Experimentales

Cuando una columna totalmente recta y esbelta es sometida a una fuerza de compresión en sus extremos, se espera que falle por pandeo al llegar a su máxima carga crítica [9] y [10]. Sin embargo, si la columna es corta, la fuerza de compresión necesaria para que falle es tan grande, que antes de que pandee es seguro que falle por exceder el límite de fluencia del material. De manera que el criterio de falla debe considerar tanto el Esfuerzo Crítico de Euler, como el de fluencia, dependiendo de la esbeltez de la columna.

De acuerdo a lo descrito anteriormente la Sociedad de Clasificación ABS, presenta en sus reglas (*Reglas para Construcción y Clasificación ABS, 1996*,

Parte 3, Apéndice 3C.3; Esfuerzos Críticos de Pandeo) las siguientes formulaciones para estimar la Carga Crítica para alcanzar pandeo para planchas, [11]:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \sigma_E; \quad \sigma_E \leq \frac{\sigma_F}{2}, \\ \sigma_c &= \sigma_E \left( 1 - \frac{\sigma_F}{4\sigma_E} \right); \quad \sigma_E > \frac{\sigma_F}{2} \end{aligned} \quad (10)$$

donde,

$\sigma_c$ , esfuerzo crítico por la Sociedad Clasificadora,

$\sigma_E$ , esfuerzo crítico teórico, y,

$\sigma_F$ , esfuerzo de fluencia del material, 2400 Kg/cm<sup>2</sup>.

Observando las fórmulas descritas anteriormente, solo si el esfuerzo crítico calculado analíticamente es menor o igual a la mitad del esfuerzo de fluencia del material, dicho valor se lo considera como el esfuerzo crítico que considera el pandeo propiamente dicho. Si la estructura es muy "corta", se aplica el otro criterio que incluye la posibilidad de alcanzar el límite de fluencia del material.

Dado que en los resultados experimentales lo que se obtiene son las fuerzas críticas, en el Anexo C se presenta la geometría y el área de la fuerza de aplicación.

En la siguiente tabla se resumen los valores de Esfuerzo Crítico estimados analíticamente en el Capítulo N° 2. Luego se aplica la formulación de la Sociedad Clasificadora ABS, considerando la posibilidad de pandeo/fluencia, por la Sociedad Clasificadora y finalmente se incluyen los resultados experimentales del Capítulo N° 3:

Modo	Esfuerzo Crítico	Esfuerzo Crítico ABS	Esfuerzo Crítico Exp
	Kg/cm <sup>2</sup>	Kg/cm <sup>2</sup>	Kg/cm <sup>2</sup>
Panel de Plancha	126	126	283
Flexión Ref. Long.	796	796	570
Torsión Ref. Long	3529	1992	1024
Pandeo Panel Total	2426	1806	357

**Tabla. No. V.-** Resumen de Esfuerzos Críticos Teóricos y Experimentales

A continuación en el siguiente subcapítulo se compararán los resultados teóricos y experimentales.

#### 4.2.- Comparación entre los Resultados Teóricos y Experimentales

Al comparar los resultados de los Esfuerzos Crítico analíticos con los experimentalmente, se tuvo en cuenta las pre-deformaciones ocasionadas por el calor generado en la construcción de los especímenes, así como también, la distancia entre cada punto de soldadura.

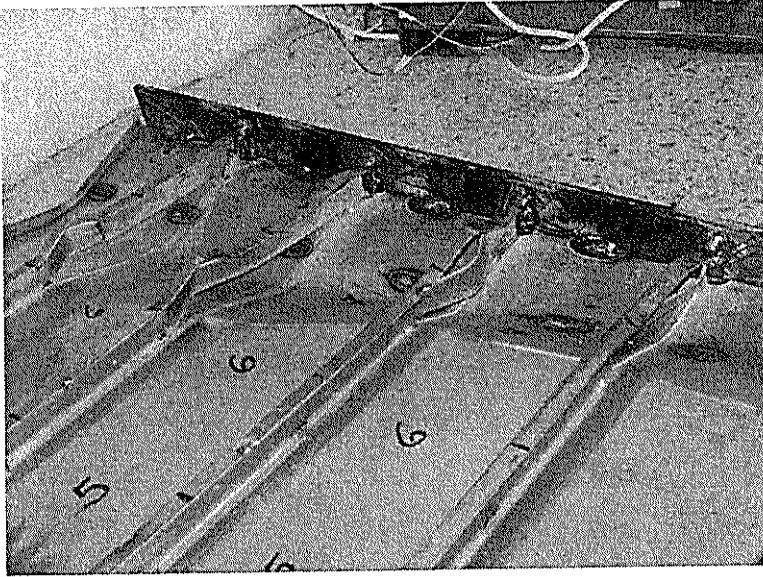
### **Modo N° 1: Pandeo de Plancha entre Refuerzos.**

Observando los resultados en la tabla N° V de las pruebas en los especímenes para el Pandeo de Plancha entre Refuerzos se puede decir que el Esfuerzo Crítico teórico es la mitad del Crítico Experimental. Aquí debe recordarse que para la solución analítica se asumieron los bordes como simplemente soportados, pero en la realidad estaban soldados, aumentando su resistencia.

También se notó que en el primer espécimen hubo una deformación localizada, esto debido a que en los extremos laterales solo se había colocado un punto de soldadura, ocasionando que se deforme primero esa porción del panel.

## Modo N° 2: Pandeo Flexural.

En este caso se observó una deformación del ala respecto del alma. Es como si la plancha entre punto de soldadura hubiera pandeado localmente.



**Foto. No. 18.** Deformaciones localizadas en el espécimen N° 4

En la foto anterior se puede apreciar que los bordes de aplicación de la fuerza estaban empotrados, mientras que los cálculos obtenidos en la teoría se asumieron simplemente soportados, es posible que esta sea la razón de la diferencia entre los resultados teóricos y experimentales.

### **Modo N° 3: Pandeo Torsional.**

En este caso la diferencia fue aproximadamente del 50%, siendo el Esfuerzo teórico mayor que el experimental, con la particularidad de que en vez de ser el refuerzo que se tuerza, lo fue la plancha haciendo la vez de refuerzo, posiblemente a que no se colocaron refuerzos en los bordes laterales que impidan a la plancha ceder.

También en uno de los especímenes ocurrió primero una deformación local en el momento de la prueba, al inicio del extremo del espécimen, muy posiblemente por la separación de los puntos de soldadura.

### **Modo N° 4: Pandeo Total.**

Como se describió en el Capítulo 3, en estos especímenes los refuerzos longitudinales pandearon básicamente en flexión con los transversales, posiblemente a que no se reforzó los extremos laterales con platinas de mayor dimensión para provocar de alguna forma que el panel se flectara también lateralmente. Esto hubiera incrementado la carga crítica.

Finalmente para este caso se presentó la más alta diferencia entre los resultados teórico con los experimentales (1437 Kg), debido a que tenían los valores más alto de pre-deformaciones, esto consecuencia de que se soldaron refuerzos en las dos direcciones, ocasionando una deflexión inicial considerable que afectaron los resultados finales.

## CONCLUSIONES

1. En este trabajo se trató el fenómeno de Pandeo causado por esfuerzos compresivos en paneles de plancha con refuerzos, de uso común en buques, alcanzando experiencia en la determinación de las Cargas Críticas, al aplicar formulaciones teóricas para su determinación y experimentación para corroborarlas.
2. Se encontró que existen cuatro modos o formas en que los paneles se deforman luego de alcanzar el Pandeo, y también algunas fórmulas para estimar las cargas críticas, esto es, aquellas Fuerzas que deberían aplicarse para que ocurra este fenómeno. Estos modos son: Pandeo de la plancha entre refuerzos, Pandeo flexural de los refuerzos alineados en la dirección de aplicación de la carga, Pandeo por torsión de los refuerzos, y, el Pandeo con flexión total del panel reforzado.
3. Los fenómenos mencionados anteriormente, se consideran como posibles en estructuras de barcos si es que los esfuerzos primarios exceden el límite de la carga crítica. Dependiendo de la geometría que posean los paneles, en el cuadernaje transversal se produce el primer modo de pandeo, esto es, flexión del panel de plancha entre



refuerzos; esto porque la razón de aspecto influye sobre el esfuerzo crítico, reduciéndolo y haciendo más fácil alcanzar la falla. En el caso de cuaternaje longitudinal, debido a la mayor distancia no soportada de los refuerzos longitudinales de cubierta y fondo, se producen tanto el segundo, flexión del refuerzo, como el tercero, torsión del refuerzo, modos de Pandeo.

4. Las formulaciones existentes para estimar el valor de la Carga Crítica para cada uno de los modos de pandeo, se basan comúnmente en el Principio de Mínima Energía Potencial, [2], [7] y [5], y están en función de la geometría de los paneles y de las propiedades mecánicas del material. Típicamente para la determinación de la Carga Crítica, las referencias revisadas consideran que todos los bordes están simplemente soportados, lo que suma un factor de seguridad al aplicar los resultados a las situaciones reales, en donde la soldadura conlleva algo de empotramiento de los bordes.
  
5. Los especímenes empleados para comprobar la aplicabilidad de las formulaciones teóricas, fueron contruidos con una alta razón de escala por el reducido espacio disponible en la máquina de Ensayos Universales que se empleó para las pruebas. Esto condujo a utilizar plancha de bajo espesor. Una vez contruidos los especímenes se

encontró que no se pudieron controlar algunos parámetros, especialmente las pre-deformaciones ocasionadas por el calor de la soldadura; esto, aún cuando se aumentó la distancia entre puntos de soldadura. Por el contrario, si se reducía la distancia entre puntos de soldadura, se hubieran incrementado las pre-deformaciones, lo que condujo a que algunos especímenes pandeados mostraban rotura en puntos de soldadura.

6. En el caso de columnas, cuando la razón de Esbeltez ( $=\text{Longitud}/\text{Radio de giro}$ ) se reduce, [8], el esfuerzo crítico se incrementa, inclusive por encima del esfuerzo de cedencia. En esas situaciones, antes de llegar al Pandeo, ya se habría alcanzado la Fluencia, y se debe considerar esta influencia para determinar la carga crítica. En el presente caso, planchas con refuerzos, también se obtuvieron esfuerzos críticos teóricos por encima de la Cedencia del material, se podría decir que los paneles de plancha reforzados eran "cortos". Entonces, antes de comparar los resultados teóricos con los experimentales, se corrigió los primeros siguiendo las recomendaciones de una sociedad de clasificación de buques, [1].

#### 7. Primer Modo: Pandeo de Plancha entre refuerzos

Comparando los resultados de los Esfuerzos Críticos experimentales y teóricos se ve que hay una diferencia de aproximadamente el 50%, siendo mayores los valores experimentales. Se piensa que en esto influyó el hecho de que al estimar la Carga Crítica por medio de la formulación de la literatura se asumieron los bordes como simplemente soportados; en cambio en el caso experimental, se soldaron los bordes, pudiendo esta situación asumirse más bien como empotrados.

#### 8. Segundo Modo: Pandeo Flexural

La forma de Pandear estos especímenes, fue la esperada, esto es, los refuerzos se flectaron con una semionda entre extremos; sin embargo, se esperaba que una zona de la plancha entre refuerzos permaneciera plana, lo que no ocurrió en las pruebas. También, al observar detalladamente los especímenes, después de las pruebas, se encontró que algunos puntos de soldadura se habían separado, en la zona entre ala y alma, véase la foto No 19 del capítulo 4. Comparando los resultados teóricos con los experimentales, se encontró que los primeros resultaron mayores (40%) que los segundos, posiblemente a causa de las pre-deformaciones y también

a la separación de los puntos de soldadura que habían en los refuerzos.

#### 9. Tercer Modo: Pandeo Torsional

La formulación que se encontró para estimar el Esfuerzo Crítico, en la referencia clásica sobre Pandeo, [2], asume que el eje de giro cuando el refuerzo pandea torsionalmente coincide con el punto de conexión con el planchaje. Además, asume que no hay distorsión del alma del refuerzo. Aceptando estas limitaciones, al implementar el cálculo del Esfuerzo Crítico en una hoja electrónica, se observa que cuando se incrementa la altura del refuerzo longitudinal, la resistencia a la flexión aumenta, pero el esfuerzo crítico Torsional se reduce. La diferencia encontrada entre los resultados experimentales y los teóricos fue alta, alrededor del 50%, y observando los especímenes luego del pandeo, posiblemente se deba a que la plancha no estaba suficientemente reforzada en los bordes laterales, ocasionando que los especímenes fallaran mucho antes del valor del Esfuerzo Crítico teórico estimado. Como si se hubieran cambiado los papeles, el refuerzo fuera plancha, y la plancha el refuerzo, véase las fotos No 12 y 13, del capítulo 3.

#### 10. Cuarto Modo: Pandeo Total del panel

Los especímenes 7 y 8, véase las fotos 14 y 15, del capítulo 3, pandearon básicamente en el modo 2, es decir los refuerzos longitudinales se flectaron con medias ondas. Los bordes laterales se levantaron en forma "paralela" a los refuerzos longitudinales, lo cual reduce considerablemente la resistencia al pandeo del panel total. Todo esto llevó a una gran diferencia entre los resultados experimentales con los teóricos.

## RECOMENDACIONES

1. En general, el corroborar resultados teóricos con dos pruebas experimentales es muy poco confiable, aún cuando en ciertos casos la diferencia entre los resultados de los dos especímenes era pequeña, se piensa que lo recomendable sería probar al menos tres, por cada tipo de falla esperada. Esto por supuesto es muy dependiente del presupuesto disponible para el proyecto.
2. Para próximos cálculos de esfuerzos Críticos, por medio de las fórmulas aplicadas, se debería escoger formulaciones adecuadas que incluyan otras condiciones de frontera que asemejen más cercanamente a la realidad. O bien, aunque es más complicado, tratar de que las pruebas se desarrollen con los especímenes con bordes simplemente soportados.
3. Con respecto a la elaboración de los especímenes, sería recomendable incrementar el espesor de planchas y refuerzos, para reducir las pre-deformaciones resultantes y de esta forma se podría aumentar el número de puntos de soldadura para tratar de evitar fallas locales. Sin embargo, esto posiblemente incrementaría el tamaño de

los especímenes, lo cual depende del espacio disponible en la Máquina de Ensayos disponible para las pruebas.

4. Dado que las pre-deformaciones no se las va a poder eliminar completamente, y debido a que aplicando una carga axial, se produce flexión aún para bajos valores de fuerza aplicada, se podrían colocar extensómetros en ambas caras del panel. De esta forma, promediando las lecturas, se podría estimar el esfuerzo compresivo que se desarrolla en distintos puntos de la estructura.

## ANEXO A

### MEDICIÓN DE ESPESORES

Para las mediciones se utilizó un equipo Marca Nova NDT Systems, Modelo TG110 – DL, "Ultrasonic Thickness Gage".

Especímenes para el Pandeo de Plancha entre Refuerzos

ESPECIMEN N°	TOMA N°	MEDIDA (MM)
1	1	1,49
	2	1,44
	3	1,55
	4	1,49
	5	1,54
2	1	1,55
	2	1,5
	3	1,49
	4	1,47
	5	1,48

Tabla N° A-I.- Valores de los espesores, especímenes N° 1 y 2.

Especímen para el Pandeo Flexural

ESPECIMEN N°	TOMA N°	MEDIDA (MM)
3	1	1,45
	2	1,46
	3	1,52
	4	1,53
	5	1,5
4	1	1,48
	2	1,5
	3	1,48
	4	1,47
	5	1,5

Tabla N° A-II.- Valores de los espesores, especímenes N° 3 y 4.



Especimen para el Pandeo Torsional

ESPECIMEN N°	TOMA N°	MEDIDA (MM)
5	1	1,5
	2	1,48
	3	1,49
6	1	1,51
	2	1,52
	3	1,5

Tabla N° A-III.- Valores de los espesores, especímenes N° 5 y 6.

Especimen para el Pandeo Total

ESPECIMEN N°	TOMA N°	MEDIDA (MM)
7	1	1,68
	2	1,48
	3	1,57
	4	1,58
	5	1,59
	6	1,49
	7	1,58
	8	1,47
8	1	1,5
	2	1,48
	3	1,49
	4	1,49
	5	1,52
	6	1,5
	7	1,49
	8	1,5

Tabla N° A-IV.- Valores de los espesores, especímenes N° 7 y 8.

## **ANEXO B**

### **GRÁFICAS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES**

A continuación se presentan las fotos de las gráficas obtenidas experimentalmente por el equipo experimental del Laboratorio de Sólidos de la Facultad de Ingeniería Mecánica. Los valores de las ordenadas son proporcionales a la fuerza aplicada, mientras que la abscisa es proporcional al desplazamiento relativo entre los extremos:

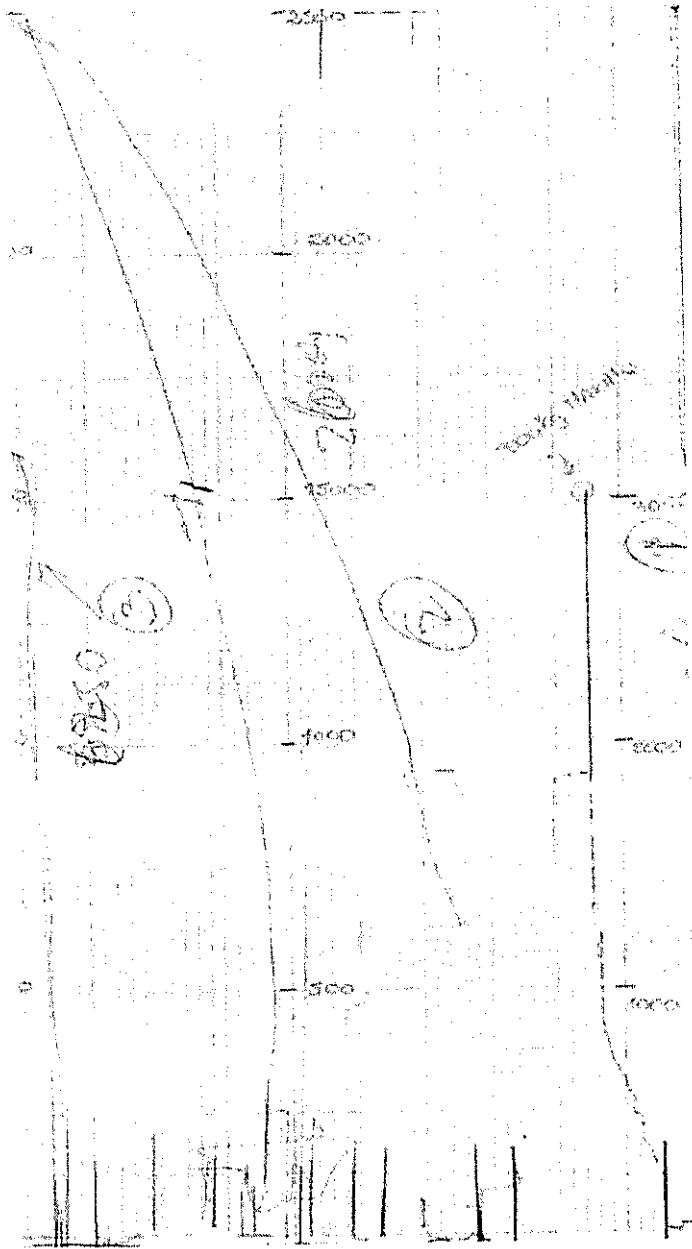


Foto N° B-1 Resultados Experimentales de los Espécimen N° 1 y 2.

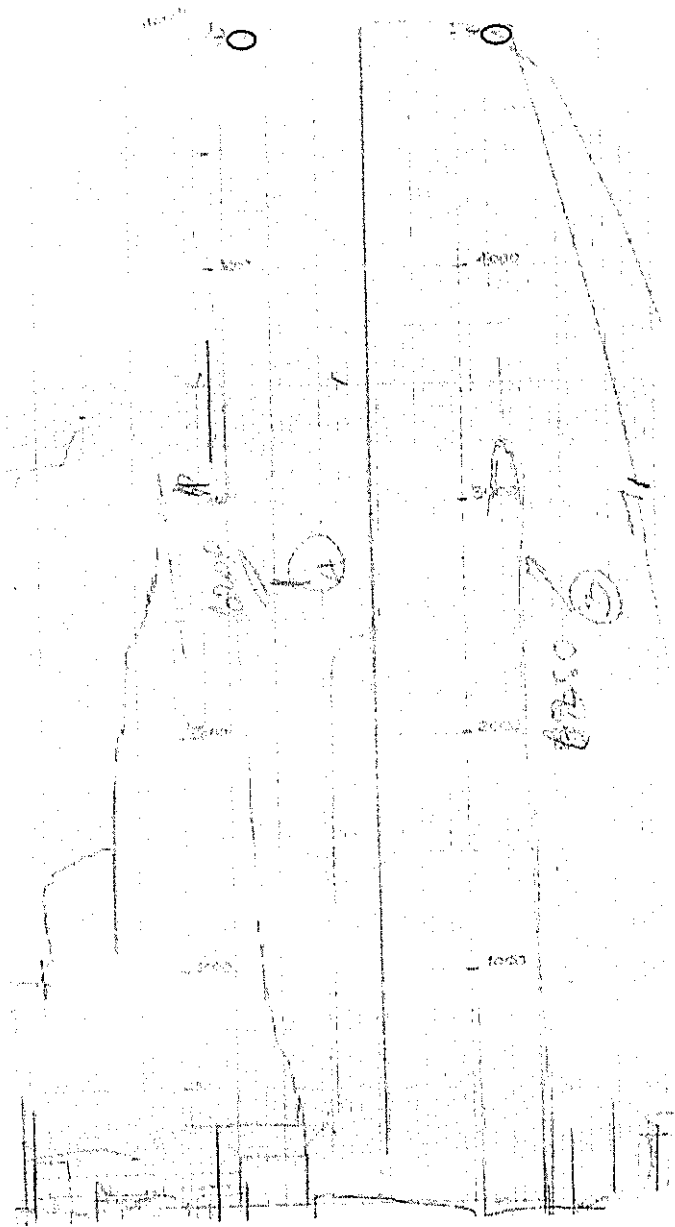


Foto N° B-2 Resultados Experimental de los Espécimen N° 3 y 4.

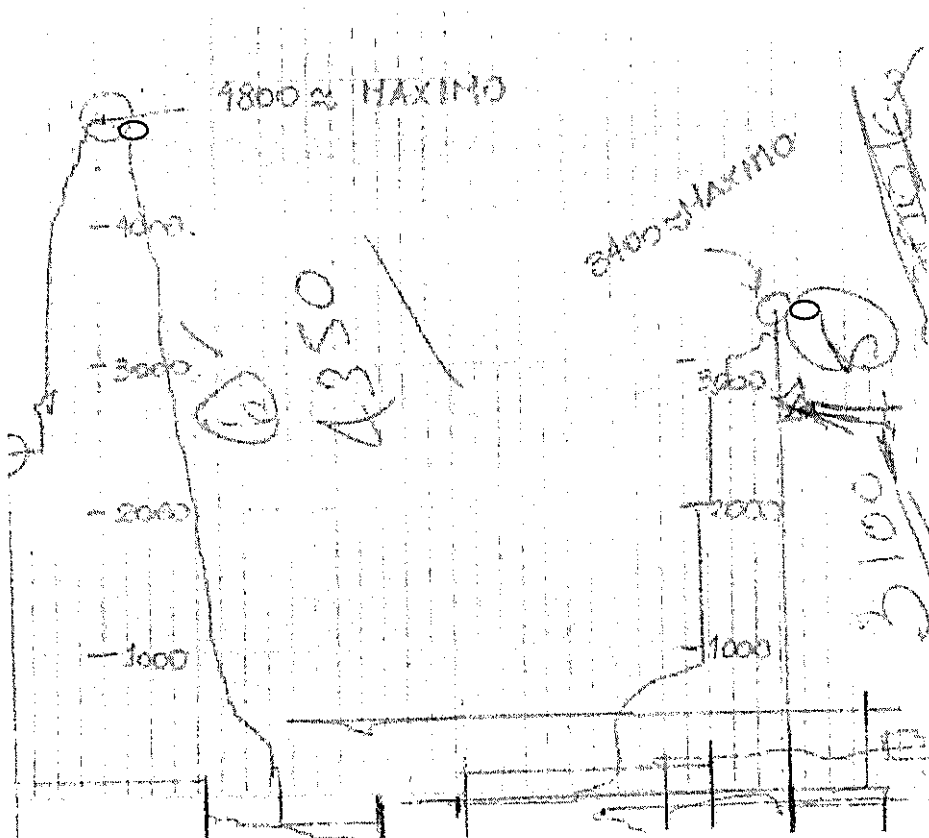


Foto N° B-3 Resultados Experimental de los Espécimen N° 5 y 6.

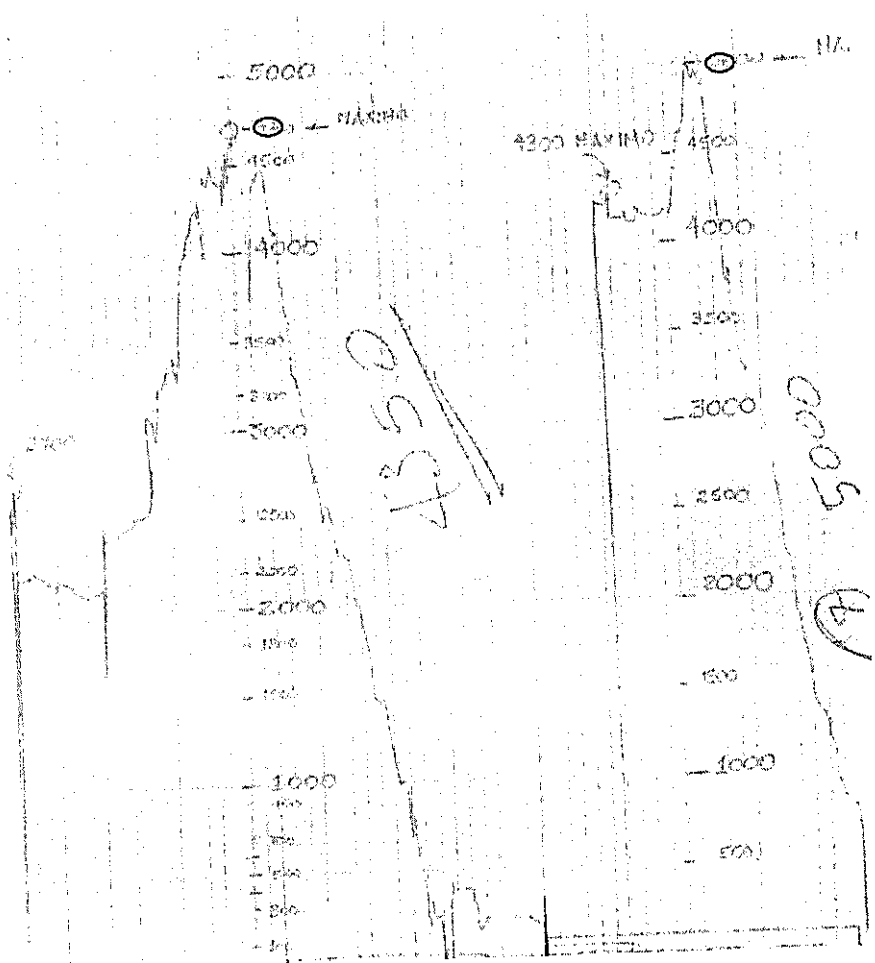


Foto N° B-4 Resultados Experimental de los Espécimen N° 7 y 8.

## ANEXO C

### CUADRO DE ÁREAS TRANSVERSALES DE APLICACIÓN DE LA FUERZA COMPRESIVA

En el siguiente cuadro se muestran las áreas transversales en donde se distribuyeron las fuerzas de compresión para obtener el fenómeno de pandeo para cada caso.

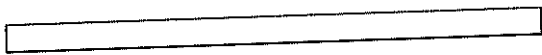
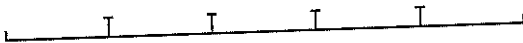

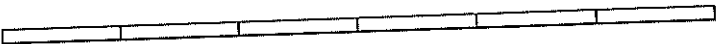
Modo N°	Area Transversal de aplicación de la carga	Area cm <sup>2</sup>
1		9.9
2		10.8
3		4.01
4		13.6

Tabla N° C-I.- Áreas Transversales de aplicación de la Fuerza Compresiva.

## BIBLIOGRAFIA

1. Timoshenko, S., y Gere J. Theory of Elastic Stability. McGraw – Hill, Segunda Edición, 1961.
2. Boom, B., Arrangement and Structural Component Design. Cap 17, en Ship Design and Construction Vol. II., editado por Lamb, T. SNAME, 2003.
3. Paulling, R., Load Carrying Capability and Structure Performance Criteria, Segunda revisión, editado por Lewis, E. SNAME, 1988.
4. Bleich, F., Buckling Strength of Metal Structures. Editado por Bleich, H., Primera Edición, Columbia, 1952.
5. Mansour, E., Charts for Buckling and Post – Buckling Analysis of Stiffened plates under combined load. SNAME, Julio de 1976.
6. Mansour, E., Gross Panel Strength Under Combined Loading, Cap 2. Ship Structure Committee, Diciembre de 1977.
7. Muckle, W., Strength of Ships' Structures, Great Britain by the Camelot Press Ltd., Primera Edición 1967
8. DNV, Hull Estructure Design Ships with Length less than 100 meters, Section 13. Buckling Control, 1991.
9. Popov, E., Introducción a la Mecánica de Sólidos. Editorial Limusa, Primera Edición 1976.



10. Coello, R, Estructuras Navales I, Apuntes de clases. Facultad de Ingeniería Marítima y Ciencias del Mar, ESPOL, 2004.
11. ABS, Rules for Building and Classing, Hull Construction and Equipment, Parte 3. ABS 1996.