



ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación



“DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PÉNDULO INVERTIDO SOBRE UNA PLATAFORMA MÓVIL PARA EL LABORATORIO DE MECATRÓNICA DE LA FIMCP APLICANDO LA ESTRATEGIA DE CONTROL POR UBICACIÓN DE POLOS.”

Examen Complexivo, Componente Práctico

## **Informe Profesional**

Previa la obtención del título de:

**MAGISTER EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL  
INDUSTRIAL**

Autor: Ing. Darwin Ronquillo C.

GUAYAQUIL - ECUADOR

AÑO: 2015

## AGRADECIMIENTO

A Dios en primer lugar por brindarme salud y sabiduría en el desarrollo de este informe profesional.

A mi Madre por su infinita comprensión y guiarme hacia la excelencia, a mis hermanos por su apoyo incondicional en cada momento de mi vida.

A mi mis amigos en especial a la Arq. Lina Augusto por su apoyo incondicional día a día durante las dos etapas del examen complejo.

# DEDICATORIA

A DIOS

A MI MADRE

A MIS HERMANOS

A MIS AMIGOS

# TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN



---

M.Sc. Sara Rios O.  
PRESIDENTE



---

PhD. Douglas Plaza G.  
VOCAL



---

M.Sc. Denny Cortez A.  
VOCAL

## DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad del contenido desarrollado en el presente Examen Complexivo me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual del mismo a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”

(Reglamento de Graduación de la ESPOL)



---

DARWIN ROLANDO  
RONQUILLO CEPEDA

Ingeniero en Electricidad

## RESUMEN

Los péndulos invertidos son una familia de dispositivos que constituyen un banco de pruebas complejo e interesante para la ingeniería de control lineal y no lineal.

Un modelo muy estudiado es el llamado péndulo invertido sobre una plataforma móvil, al que comúnmente se denomina carro.

Es un sistema flexible que permite la investigación y posterior validación del diseño y aplicación de controladores óptimos y robustos, brindando la posibilidad a la investigación en los centros de formación superior.

El péndulo invertido sobre una plataforma móvil al ser un sistema subactuado, con dos grados de libertad para las entradas y un grado de libertad para la señal de control como salida, no permite realizar con una sola estrategia de control llevar el péndulo desde su posición de equilibrio estable a su posición de equilibrio invertida o inestable, para ello es necesario utilizar dos técnicas de control: una para levantar el péndulo y otra para la regulación o estabilización del péndulo alrededor del punto de equilibrio.

Para lo cual, en este informe profesional se documenta el diseño e implementación de las estrategias de control por ubicación de polos para un equipo de péndulo invertido simple aplicado a su auto-levantamiento y estabilización del mismo en su posición vertical de equilibrio inestable.

El procedimiento a seguir es aplicar la técnica que realiza el levantamiento del péndulo que se denomina swing-up, la cual inyecta energía al péndulo y es presentada en (Astrom y Furuta, 1996)[1]. Una vez que se tiene suficiente energía para alcanzar una región cercana al punto de equilibrio inestable, se intercambia la ley de control, finalmente se utiliza la estrategia de control por ubicación de polos a través de la realimentación del vector de estado para la estabilización alrededor del punto de equilibrio inestable. La herramienta de software que se utiliza para la simulación y para el control en tiempo real será Matlab y Simulink.

En los resultados obtenidos se analizan el comportamiento del sistema de control para levantar el péndulo desde una posición cercana al punto de equilibrio estable y en posicionarlo alrededor del punto de equilibrio inestable para diferentes ubicaciones de polos, así como también, cuando el péndulo es perturbado alrededor de la posición invertida.

## ABREVIATURAS

ESPOL	Escuela Superior Politécnica del Litoral
FIEC	Facultad de Ingeniería en electricidad y Computación
FIMCP	Facultad de Ingeniería Mecánica y Ciencias de la Producción
CAMPRO	Campo Avanzado de Mecanización y Prototipado Rápido
DCL	Diagrama de Cuerpo Libre
RVE	Realimentación del Vector de Estado
BLDCM	Brushless Direct Current Motor (Motor de Corriente Directa sin Escobillas)
FCEM	Fuerza Contra Electro-Motriz
RPM	Revoluciones Por Minuto
MOSFET	Metal–Oxide–Semiconductor Field-Effect Transistor (transistor de efecto de campo metal-óxido-semiconductor)
PWM	Pulse Width Modulation (Modulación de Ancho de Pulso)
NEMA	National Electrical Manufacturers Association



**SIMBOLOGIA**

G	Gramo
M	Metro
Vdc	Voltios de corriente directa
S	Segundo
m/s	Metros por segundo
$\pi$	Pi
$\Theta$	Teta (ángulo)
$\varphi$	Phi (ángulo)
$\omega$	Omega (velocidad angular)
$\Omega$	Ohmios (unidad de resistencia eléctrica)
$\zeta$	Coefficiente de amortiguamiento
ts.	Tiempo de establecimiento
$\omega_n$	Frecuencia Natural
Mp	Sobrepaso Máximo

## ÍNDICE GENERAL

<b>CAPÍTULO I .....</b>	<b>1</b>
<b>1. Metodología o Solución Tecnológica Implementada.....</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción General.....	1
1.2. Objetivos.....	3
1.2.1. Objetivos Generales.....	3
1.2.2. Objetivos Específicos.....	3
1.3. Hipótesis.....	4
1.4. Metodología Tecnológica Implementada.....	4
1.4.1. Descripción del funcionamiento del sistema péndulo invertido sobre una plataforma móvil para el Laboratorio de Mecatrónica de la FIMCP.....	4
1.4.2. Modelo Matemático del Sistema.....	10
1.4.3. Simulación del Modelo Matemático del Sistema.....	27
1.4.4. Diseño del Controlador por Realimentación del Vector de Estados y Ubicación de Polos.....	29
1.4.4.1. Selección de Parámetros de Desempeño.....	29
1.4.4.2. Proceso de Diseño del Controlador.....	30
1.4.4.3. Simulación del Controlador.....	43

1.4.4.4.	Implementación del Controlador en un Entorno Gráfico de Programación.....	45
1.4.5.	Selección del Equipamiento.....	71
1.4.5.1.	Equipamiento de Actuación.....	71
1.4.5.1.1	Motor DC de imanes permanentes sin escobillas.....	71
1.4.5.1.2	Caja de engranajes reductora.....	72
1.4.5.1.3	Amplificador de corriente.....	72
1.4.5.1.4	Fuente de Voltaje.....	73
1.4.5.1.5	Otros elementos: poleas y banda.....	73
1.4.5.2	Equipamiento del Proceso.....	75
1.4.5.2.1	Plataforma móvil.....	75
1.4.5.2.2	Eslabón con masa en el extremo.....	76
1.4.5.2.3	Encoders incrementales.....	77
1.4.5.2.4	Rieles.....	78
1.4.5.3	Equipamiento de la Interfaz Hombre – Máquina..	78
1.4.5.3.1	Computador.....	78
1.4.5.3.2	Tarjetas de adquisición de datos de National Instruments.....	78
1.4.5.3.3	Software Matlab como herramienta de control.....	79

<b>CAPÍTULO II</b> .....	82
2. Resultados Obtenidos.....	82
2.1. Análisis de los Resultados.....	84
Conclusiones y Recomendaciones.....	85
Bibliografía.....	87
Anexos.....	88
Anexo A.....	88
Anexo B.....	91
Anexo C.....	93
Anexo D.....	95
Anexo E.....	102
Anexo .....	103

## INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Diagrama simplificado del péndulo invertido en un carro móvil.....	2
Figura 1.2. Diagrama del Sistema de Péndulo Invertido.....	5
Figura 1.3. Diagrama de Conexiones Disponibles en el Driver del Motor.....	7
Figura 1.4. Ensamblaje de Driver, Motor, Reductora y Polea Conductora...7	7
Figura 1.5. Detalle del Móvil, Banda, Guías de Deslizamiento y Péndulo....9	9
Figura 1.6. Diagrama de un Encoder Óptico Incremental.....	9
Figura 1.7. Detalle de encoders Instalados para Medición de Posición Lineal (Izq.) y Posición Angular (Der.).....	10
Figura 1.8. Diagramas De Configuración “Y” o “Estrella” .....	11
Figura 1.9. Relación entre Voltaje de Referencia del Driver y la Fuerza Producida.....	17
Figura 1.10. Relación Linealizada Entre Voltaje de Referencia del Driver y la Fuerza Producida.....	17
Figura 1.11. Esquema Simplificado del Péndulo Invertido.....	18
Figura 1.12. Diagrama de Cuerpo Libre del Carro o Móvil.....	19
Figura 1.13. Diagrama de Cuerpo Libre del Péndulo.....	20
Figura 1.14. Respuesta del Sistema Péndulo Invertido no Lineal en Lazo Abierto .....	28

Figura 1.15. Respuesta del Sistema Péndulo Invertido Lineal en Lazo Abierto. ....	28
Figura 1.16. Respuesta del Sistema Péndulo Invertido Linealizado en Lazo Cerrado.....	35
Figura 1.17. Modelo del Autolevantamiento del Sistema Péndulo Invertido.....	38
Figura 1.18. Diagrama para conmutación de ley de control.....	44
Figura 1.19. Diagrama para simular el autolevantamiento y estabilización del péndulo.....	45
Figura 1.20. Ventana de error que muestra la imposibilidad de simular el autolevantamiento con etapa de regulación .....	47
Figura 1.21. Bloques de la Librería Real-Time Windows Target (SIMULINK® DESKTOP REAL-TIME™.).....	47
Figura 1.22. Diagrama de Ejecución del Simulink Desktop Real-Time en Modo Externo.....	49
Figura 1.23. Configuración de la Ventana de Generación de Código.....	50
Figura 1.24. Datos del Procesador en Ventana de Implementación de Hardware.....	50
Figura 1.25. Control del Péndulo Invertido por Ubicación de Polos y Autolevantamiento en Tiempo Real.....	51
Figura 1.26. Bloque de Control del Péndulo Invertido por Ubicación de Polos en Tiempo Real.....	52

Figura 1.27 Configuración de Bloque Entrada de Encoder para Medición de Posición Angular del Péndulo.....	53
Figura 1.28. Configuración de la Tarjeta De Adquisición de Datos para la Entrada de Encoder.....	54
Figura 1.29. Configuración de Ganancia de Conversión de Pulsos a Radianes.....	56
Figura 1.30. Inicialización de la Medición de Posición Angular del Péndulo..	57
Figura 1.31. Diagrama de Bloques de Medición de la Posición Angular.....	58
Figura 1.32. Diagrama de Bloques de Medición de la Velocidad Angular (Sombreado En Celeste).....	59
Figura 1.33. Diagrama de Bloques de Medición de la Posición Lineal del Carro.....	60
Figura 1.34. Configuración del Bloque de Salida Analógica de Voltaje.....	61
Figura 1.35. Diagrama de Bloques de la Salida Analógica de Voltaje.....	62
Figura 1.36. Configuración del Bloque de Salida Digital de Dirección.....	63
Figura 1.37. Diagrama de Bloques de Salida Digital de Dirección.....	64
Figura 1.38. Configuración del Bloque de la Salida Digital de Parada/Arranque.....	65
Figura 1.39. Diagrama de Bloques de la Lógica de Protección de Extremos.....	67
Figura 1.40. Sub-Sistema de Protección de Extremos.....	67
Figura 1.41. Diagrama de Bloques de Manejo de Paradas.....	68

Figura 1.41. Diagrama de Bloques Completo de la Planta.....	69
Figura 1.42. Bloque Sub-Sistema de la Planta.....	69
Figura 1.43. Bloque Selector de Control.....	70
Figura 1.44. Conexión del Selector de Parada con el Bloque Planta.....	70
Figura 1.45. Motor sin escobillas de corriente directa.....	71
Figura 1.46. Caja de engranajes reductora.....	72
Figura 1.47. Amplificador de corriente (DRIVER o Conductor del Motor).....	73
Figura 1.48. Fuente de poder o de voltaje.....	73
Figura 1.49. Polea conductora.....	74
Figura 1.50. Polea conducida, con eje y rodamientos.....	75
Figura 1.51. Banda dentada.....	75
Figura 1.52. Plataforma móvil.....	76
Figura 1.53. Péndulo con peso en el extremo libre.....	77
Figura 1.54. Encoder óptico incremental.....	77
Figura 1.55. Rieles para desplazamiento del carro.....	78
Figura 1.56. Tarjeta de adquisición de datos NI PCI-6221.....	79
Figura 1.57. Bornera y cable.....	79
Figura 1.58. Detalle del despiece del péndulo invertido.....	80
Figura 1.59. Detalle de la caja de conexiones, borneras y tarjetas de adquisición de datos.....	81
Figura 1.60. Sistema de péndulo invertido real con detalle	



de caja de conexiones.....	81
Figura 2.1. Auto-levantamiento y cambio de control.....	82
Figura 2.2. Estabilización o regulación del péndulo en el punto de equilibrio inestable.....	83
Figura 2.3. Respuesta a perturbaciones.....	83
Figura 2.4. Recuperación desde el auto-levantamiento .....	84

**INDICE DE TABLAS**

Tabla 1.1.	Valores de Parámetros Técnicos del Motor de acuerdo a su Hoja de Datos.....	16
Tabla 1.2.	Parámetros Físicos del Sistema de Péndulo Invertido.....	23

## INTRODUCCION

En el capítulo I se inicia describiendo la importancia del péndulo invertido como una plataforma didáctica para realizar control, ya que es un sistema subactuado.

Luego en el mismo capítulo se definen los objetivos generales y los específicos. En los objetivos se indica que se va a construir una planta física que permita obtener una plataforma didáctica dedicada a levantar el péndulo desde una posición cercana al punto de equilibrio estable hasta su posición de equilibrio inestable y estabilizarlo en tiempo real, controlado a través de la cantidad de voltaje de referencia al driver del motor BLDC, utilizando para ello tarjetas de adquisición de datos y la herramienta de software Matlab-Simulink.

A continuación se describe la metodología tecnológica implementada y la Facultad de Ingeniería Mecánica y Ciencias de la Producción de la ESPOL que será la beneficiada en el desarrollo de la misma.

En el capítulo II se muestran los resultados obtenidos, donde se observan gráficas que demuestran que se logra el control por ubicación de polos ayudado o complementado con una técnica de inyección de energía.

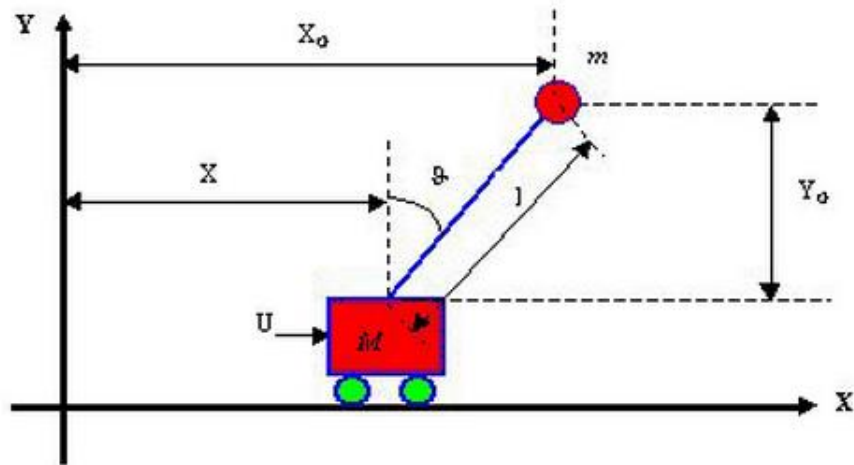
Luego se concluye el capítulo con las respectivas conclusiones y recomendaciones.

# CAPÍTULO I

## 1 Metodología o Solución Tecnológica Implementada.

### 1.1 Descripción General

El péndulo invertido lineal o en un carro, es un sistema no-lineal, sub-actuado y naturalmente inestable. Consiste en un carro o móvil de masa  $M$  en el cual esta pivoteado el péndulo considerado en este caso como una varilla de masa despreciable y longitud  $l$  con una masa  $m$  en su extremo, este péndulo gira libremente en el plano  $xy$  perpendicular al eje de rotación (Figura 1.1), el carro a su vez, se desplaza de forma lineal en una pista o riel de longitud finita, el control de la posición del péndulo en su modo invertido se logra aplicando una fuerza  $F$  sobre el móvil lo cual provoca su desplazamiento y éste a su vez afecta la posición angular  $\Theta$  del péndulo.



**Figura 1.1. Diagrama simplificado del péndulo invertido en un carro móvil**

Con el desarrollo, mayor disponibilidad y mejoras en capacidad de procesamiento de las computadoras, además del aparecimiento de software dedicado, se hizo posible también simular el sistema de péndulo invertido en tiempo real. A pesar de no brindar todas las particularidades del sistema real, la simulación tiene otras ventajas, pues se elimina el costo de obtención del equipo real, lo cual tiene repercusión en la educación, pues los estudiantes tienen así libertad para probar sus algoritmos de control sin tener que contar con el equipo; y si ya se cuenta con el equipo da mayor holgura para la organización de prácticas de laboratorio. También por cuestiones de seguridad, es deseable tener la posibilidad de probar un programa en una simulación para poder detectar a tiempo errores que podrían derivar en daños tanto de equipo como en el estudiante.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1. Objetivos Generales**

El objetivo es construir una planta y diseñar el sistema de control del péndulo invertido simple sobre una plataforma móvil finita, que permita obtener una plataforma didáctica dedicada a levantar el péndulo desde una posición cercana al punto de equilibrio estable hasta su posición de equilibrio inestable y estabilizarlo en tiempo real, controlado a través de la cantidad de voltaje de referencia al driver del motor BLDC, utilizando para ello tarjetas de adquisición de datos y la herramienta de software Matlab-Simulink.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

- Determinar el modelo matemático del péndulo invertido simple sobre una plataforma móvil.
- Diseñar un controlador a través de técnicas de inyección de energía para realizar el levantamiento del péndulo por simulación.
- Diseñar un controlador lineal por ubicación de polos y realimentar el vector de estado para estabilizar el péndulo por simulación.
- Implementar los controladores en tiempo real para controlar el autolevantamiento del péndulo y mantenerlo alrededor del punto de equilibrio inestable.

### 1.3 Hipótesis

- Se desprecia la influencia del peso del eslabón del péndulo, asumiendo que toda la carga se concentra en una masa puntual que se coloca en su extremo.
- Se desprecia la influencia de la fuerza de coriolis por rotación del péndulo.
- El equipo a implementar servirá para realizar prácticas de control en laboratorio y fomentará el entendimiento de los diferentes algoritmos de control.

### 1.4 Metodología Tecnológica Implementada

#### 1.4.1 Descripción del funcionamiento del sistema péndulo invertido sobre una plataforma móvil para el Laboratorio de Mecatrónica de la FIMCP.

El equipo del péndulo invertido fue en su mayoría diseñado, construido y ensamblado en el Laboratorio de Control y Mecatrónica en conjunto con CAMPRO (Campo Avanzado de Mecanización y Prototipado), ambos de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Ciencias de la Producción de la ESPOL.

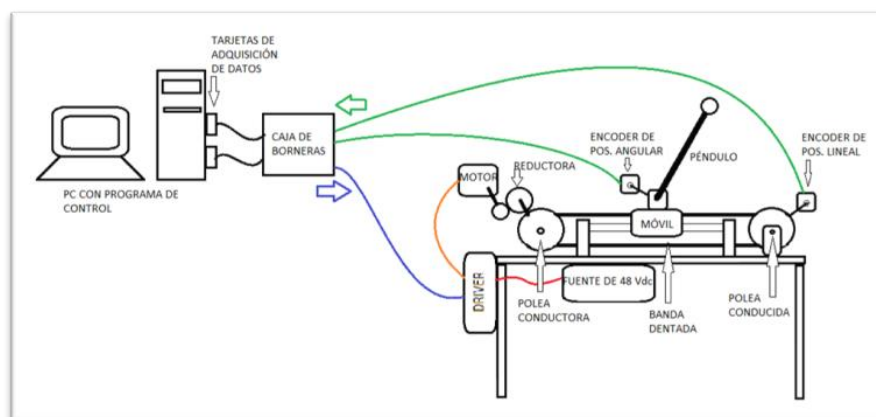
Las especificaciones para el sistema fueron las siguientes:

- El tipo de péndulo es el de un “carro” o móvil desplazándose sobre una guía horizontal, cuya longitud debe estar entre 1 y 1.5 m.



- Motor eléctrico de corriente continua sin escobillas (tipo BLDC, Brushless Direct Current), con o sin la necesidad de un reductor de velocidad.
- Construcción robusta para que pueda ser usado como equipo demostrativo en el laboratorio.

En el diagrama, las señales de entrada de los sensores de posición están en color verde, las de control en azul, la alimentación al driver en rojo y la alimentación al motor en naranja. (Figura 1.2).



**Figura 1.2. Diagrama del Sistema de Péndulo Invertido**

El motor es controlado por una señal previamente trabajada que sale del driver (Figura 1.3).

El driver es alimentado por los 48 Vdc proporcionados por la fuente de poder en las terminales Vin y Gnd.

Las señales de entrada de control principales que maneja el driver son Speed (Velocidad), Run/Stop (Arranque/Parada) y Direction (Dirección).

La señal de entrada Velocidad está dada por un voltaje analógico admisible de 1 a 4 Vdc, que controla el ciclo de trabajo del PWM mediante el cual el driver alimenta voltaje a las fases del motor.

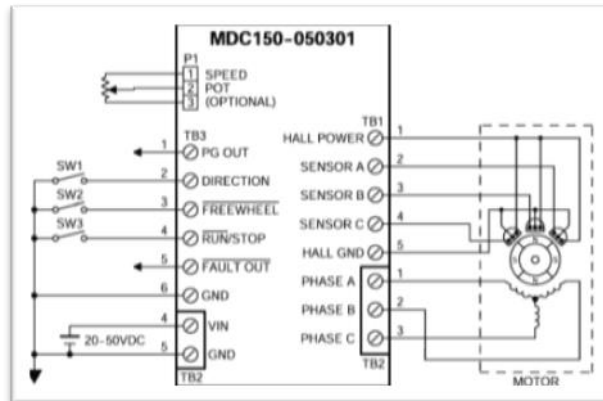
La señal de entrada Arranque/Parada es de tipo lógica, es decir que solo admite dos estados lógicos (“1” ó “0”) donde “0” está dado por una señal de 0 a 0.8 Vdc y “1” de 4.5 a 5 Vdc. En este caso, “1” corresponde a parada y “0” al arranque o habilitación del motor.

La señal de entrada Dirección también es de tipo lógica, donde “1” es giro en el sentido horario y “0” anti-horario, visto desde la parte posterior del motor, en el sistema final esto quiere decir que “1” hace mover al móvil hacia la izquierda y “0” hacia la derecha.

El driver también tiene como entrada las señales de los sensores Hall del motor (Sensor A, B, y C), pero no cuentan como señales de control pues no son manejables por el usuario y solo sirven como referencia de la posición del rotor y así el driver conoce qué fases alimentar de acuerdo al tipo de movimiento que se requiere de acuerdo a las señales de entrada de control.

El mismo driver se encarga de alimentar con voltaje a los sensores Hall en los bornes nombrados como Hall Power y Hall Gnd.

El driver alimenta con pulsos de 48 Vdc a las tres fases del motor en los bornes de salida (Phase A, B, y C), la alimentación sigue un patrón sincronizado de acuerdo a los requerimientos de las señales de control y las señales de los sensores Hall.



**Figura 1.3. Diagrama de Conexiones Disponibles en el Driver del Motor.**

La salida del motor está conectada a una reductora de 3:1, reduciendo por lo tanto la velocidad de salida en una razón de tres y aproximadamente triplicando el torque dada la eficiencia de la reductora que es del 95% (Figura 1.4)

En el eje de salida de la reductora va la polea conductora, la que a su vez mueve a la banda dentada, y ésta última mueve a la polea conducida y a la plataforma móvil o carro.



**Figura 1.4. Ensamblaje de Driver, Motor, Reductora y Polea Conductora**

La polea conducida cumple la función de transmisión de movimiento y ayuda en la medición de la posición del móvil puesto que en su eje va instalado el

encoder de posición lineal, y despreciando la elasticidad de la banda se puede determinar que el movimiento de la polea conducida es análogo al de la conductora, y que la posición lineal del móvil se obtiene por simple geometría. Conociendo el diámetro de paso de las poleas ( $D = 79.48 \text{ mm}$ ), se puede calcular el perímetro de paso de la polea y esa longitud será el avance lineal del carro por cada revolución de la polea (Ec. 1.1).

$$P = \pi D = \pi * 79.48(\text{mm}) = 249.69 \text{ mm} \quad \text{Ec. 1.1}$$

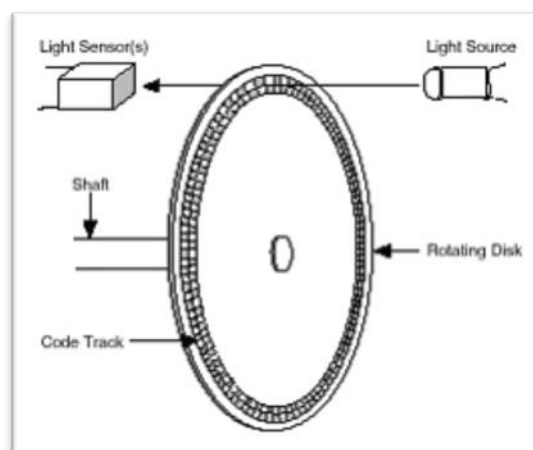
El móvil se desliza sobre dos guías conformadas por barras de sección circular de acero con la ayuda de un par de rodamientos lineales. Las guías están sostenidas por un par de soportes en sus extremos, lo cual nos una carrera total de 1.05 m.

La banda va sujeta al móvil entre el bloque principal inferior y los soportes superiores. En la parte superior del móvil hay dos soportes para el eje del péndulo, en el soporte posterior va montado el cuerpo del encoder de posición angular y el soporte frontal sirve de apoyo extra, ambos tienen rodamientos. A la salida del eje del péndulo va montado un bloque que sirve de conexión entre el eje y el péndulo. El péndulo va sujeto a este bloque con un perno prisionero (Figura 1.5).



**Figura 1.5. Detalle del Móvil, Banda, Guías de Deslizamiento y Péndulo.**

Un encoder es un dispositivo electro-mecánico que convierte desplazamiento lineal o rotacional en señales digitales o de pulso. El más popular es el del tipo óptico, el cual consiste en un disco rotatorio, una fuente de luz, y un fotodetector (sensor de luz). El disco, que está montado en el eje rotatorio, tiene patrones de sectores opacos y transparentes codificados en el disco (Figura 1.6) al rotar el disco, estos patrones interrumpen la luz emitida hacia el fotodetector, generando una señal de salida digital o de pulso.



**Figura 1.6. Diagrama de un Encoder Óptico Incremental.**

Siendo más específico, un encoder incremental genera un pulso por cada paso incremental. Aunque el encoder incremental no muestra posición absoluta, provee mayor resolución a un menor precio.

Los encoders necesitan de un eje saliente y una superficie perpendicular al eje de rotación para ser instalados, pues se instala primero el disco codificado y luego la carcasa con el emisor-lector empernado a la superficie, la transmisión de datos se da por un cable de cinco terminales de fácil instalación (Figura 1.7).



**Figura 1.7. Detalle de encoders Instalados para Medición de Posición Lineal (Izq.) y Posición Angular (Der.)**

#### **1.4.2 Modelo Matemático del Sistema**

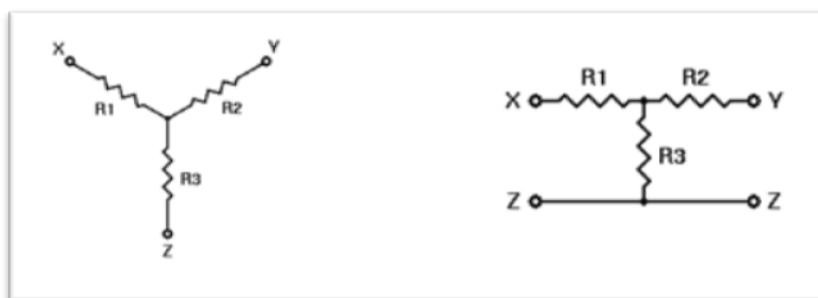
Para determinar el modelo del sistema, se lo separará en dos partes principales, la etapa de actuación y la etapa de péndulo invertido en sí o péndulo invertido básico.

## Etapa de actuación

La etapa de actuación está conformada por el driver, el motor, la reductora, las poleas y la banda.

Se necesitarán hacer varias asunciones para hacer más sencillo el análisis de estos componentes. La dinámica del driver será despreciable, la relación entre el voltaje alimentado al motor y el torque que se obtiene a la salida puede ser aproximado a una función de primer orden con retardo, también se despreciará el “backlash” o efecto de pequeñas holguras entre engranajes.

El motor usado en el equipó del péndulo invertido viene con la configuración estrella por defecto y no ha sido alterada (Figura 1.8).



**Figura 1.8. Diagramas De Configuración “Y” o “Estrella”**

Para desarrollar el modelo matemático del motor BLDC, se harán algunas consideraciones adicionales, tomando como referencia el trabajo de Chin-Long Cham y Bin Samad titulado “Brushless DC Motor Electromagnetic Torque Estimation with Singe-Phase Current Sensing” [2]:

- Los tres bobinados de las fases son simétricos.

- No se produce saturación magnética.
- No hay pérdidas por histéresis o corrientes de Eddy
- El espaciado entre los imanes del rotor y los electroimanes o bobinas del estator es uniforme.
- Se desprecia la inductancia mutua.
- Se desprecia la reacción de la armadura.

Los voltajes de excitación

$$V_A = i_A R + L \frac{di_A}{dt} + e_A \quad \text{Ec. 1.2}$$

$$V_B = i_B R + L \frac{di_B}{dt} + e_B \quad \text{Ec. 1.3}$$

$$V_C = i_C R + L \frac{di_C}{dt} + e_C \quad \text{Ec. 1.4}$$

Las FCEM tienen forma trapezoidal están desfasadas 120 grados eléctricos entre sí, por lo que pueden ser representadas de la siguiente forma:

$$e_A = K_V f(\theta_e) \omega_m \quad \text{Ec. 1.5}$$

$$e_B = K_V f(\theta_e - 2\pi/3) \omega_m \quad \text{Ec. 1.6}$$

$$e_C = K_V f(\theta_e + 2\pi/3) \omega_m \quad \text{Ec. 1.7}$$

Donde  $\omega_m$  es la velocidad del rotor en rad/s,  $K_V$  la constante de FCEM,  $f(\theta_e)$  una función trapezoidal, que está en función de  $\theta_e$  que es el ángulo eléctrico del rotor.

De las ecuaciones de voltaje en las fases (ecuaciones 1.2 a 1.4), restando la segunda de la primera y la tercera de la segunda se obtiene:



$$V_{AB} = (i_A - i_B)R + L \left( \frac{di_A}{dt} - \frac{di_B}{dt} \right) + (e_A - e_B) \quad \text{Ec. 1.8}$$

$$V_{BC} = (i_B - i_C)R + L \left( \frac{di_B}{dt} - \frac{di_C}{dt} \right) + (e_B - e_C) \quad \text{Ec.1.9}$$

Las tres fases están conectadas en modo estrella o Y, por lo tanto la corriente total de acuerdo a las leyes de Kirchhoff es:

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad \text{Ec. 1.10}$$

El torque electro-magnético tomando en cuenta los aportes de cada fase puede ser representado por:

$$T_s = \frac{e_A i_A + e_B i_B + e_C i_C}{\omega_m} \quad \text{Ec.1.11}$$

La corriente está actuando en solo dos de las fases en cualquiera de los 6 estados de un ciclo completo de conmutación, por lo tanto, se puede inferir que aproximadamente en cualquier momento el torque esta definido por:

$$T_s = \frac{2 e_F i_F}{\omega_m} \quad \text{Ec. 1.12}$$

Donde  $e_F$  e  $i_F$  son la FCEM y corriente diferente de cero en cualquier fase, en Voltios y Amperios respectivamente.

La constante de FCEM  $K_V$  relaciona la FCEM con la velocidad angular del rotor de la siguiente manera:

$$K_V = \frac{e}{\omega} \quad \text{Ec. 1.13}$$

Por lo tanto, la ecuación queda expresada así:

$$T_s = 2K_V i_F \quad \text{Ec. 1.14}$$

Donde  $K_{V(F)}$  es la constante de FCEM por fase, esta distinción será explicada más adelante.

La ecuación Ec. 1.14 se la dejará en función del voltaje, ya que es sobre lo que se tiene control directamente a través del driver del motor:

$$\text{Si } V = i * R \quad \text{Ec. 1.15}$$

Entonces,

$$T_s = 2K_{V(F)} \frac{V_F}{R_F} \quad \text{Ec. 1.16}$$

De los datos técnicos del motor:

$$R_F = \frac{R_{L-L}}{2} \quad \text{Ec. 1.17}$$

$$K_{V(F)} = \frac{K_V (L-L)}{1.73} \quad \text{Ec. 1.18}$$

Introduciendo las expresiones 1.18 y 1.17 en la ecuación 1.16, se obtiene:

$$T_s = 2 \left( \frac{K_V (L-L)}{1.73} \right) \frac{V_F}{\left( \frac{R_{L-L}}{2} \right)} = 2.31 K_{V(L-L)} \frac{V_F}{R_{L-L}} \quad \text{Ec. 1.19}$$

Despreciando las pérdidas mecánicas en el motor, entonces:

$$T_m = T_s \quad \text{Ec. 1.20}$$

El torque a la salida del motor es multiplicado por la reductora, la razón de reducción es de 3 a 1, con una eficiencia del 95%, por lo tanto, en términos generales el torque determinado a la salida de la caja de engranajes es:

$$T_r = T_m * n * e = T_m * 3 * 0.95 = 2.85 T_m \quad \text{Ec. 1.21}$$

Considerando despreciables los efectos de elasticidad de la banda, el torque en la polea ejerce una fuerza F sobre el carro bajo la siguiente expresión:

$$F = \frac{T_r}{R_g} \quad \text{Ec. 1.22}$$

Finalmente, se obtiene una expresión que relaciona el voltaje de fase como entrada y fuerza ejercida sobre el carro:

$$F = \frac{2.85T_m}{R_e} \quad \text{Ec. 1.23}$$

Reemplazando  $T_m$  en la Ec. 1.23, se obtiene:

$$F = \frac{2.85}{R_e} \left( 2.31 K_{V(L-L)} \frac{V_F}{R_{L-L}} \right) \quad \text{Ec. 1.24}$$

El elemento que proporciona voltaje al motor es el driver que tiene una entrada de voltaje de referencia para controlar la velocidad, en realidad ese voltaje controla el ciclo de trabajo del PWM del voltaje en las fases. La entrada de referencia está entre 1 y 4 Vdc de acuerdo a la hoja de datos. Sin embargo, pruebas en el driver y motor permitieron observar que en realidad recién comienza movimiento a partir de una entrada de alrededor de 1.61 a 1.62 Vdc; además, que dada la capacidad de la fuente de poder y las exigencias de corriente en los repentinos cambios de dirección, la fuente no es capaz de proporcionar corriente suficiente en cambios de dirección repentinos cuando la entrada es mayor a 2.4 Vdc. En resumen, la entrada real de voltaje de referencia utilizable está entre 1.6 y 2.4 Vdc.

La ecuación que relaciona al  $V_F$  (voltaje de alimentación de una fase del motor, y  $V_{ref}$  (voltaje de referencia a la entrada del driver) es:

$$V_F = 4(5V_{ref} - 8) \quad \text{Ec. 1.25}$$

Por lo tanto, se introduce esta expresión en la del torque mecánico del motor, y se obtiene una ecuación que relaciona el voltaje de referencia del driver como entrada y la fuerza como salida:

$$F = \frac{2.85}{R_e} \left( 2.31 K_{V(L-L)} \frac{4(5V_{ref} - 8)}{R_{L-L}} \right) \quad \text{Ec. 1.26}$$

**Tabla 1.1. Valores de Parámetros Técnicos del Motor de acuerdo a su Hoja de Datos.**

Parámetro	Valor en Hoja Técnica
$K_V (L-L)$	13.5 [V/kRPM] ó 0.0135 [V/RPM]
$R_{L-L}$	0.2 [ $\Omega$ ]

Conociendo que el radio de paso de la polea es:

$$R_g = 0.03974 [m] \quad \text{Ec. 1.27}$$

Reemplazando los valores anteriores se obtiene:

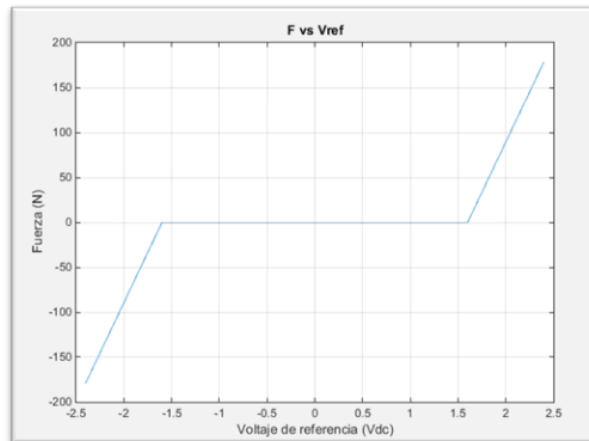
$$F = \frac{2.85}{0.03974} \left( 2.31 (0.0135)^{\frac{4(5V_{ref}-8)}{0.2}} \right) \quad \text{Ec. 1.28}$$

$$F = 44.73(5V_{ref} - 8) [N] \quad \text{Ec. 1.29}$$

En vista que el sistema péndulo invertido está en función de velocidad y dirección del carro y este a su vez está en función de la fuerza, ecuación 1.29, se debe adaptar esta ecuación al driver del motor en el cual se debe indicar dirección y voltaje en valor absoluto, de esta forma se tiene la siguiente expresión:

$$F(V_{ref}) \begin{cases} F = 44.73(5V_{ref} - 8) , si 2.4 \geq V_{ref} > 1.6 \\ F = 0, si -1.6 \leq V_{ref} \leq 1.6 \\ F = 44.73(5V_{ref} + 8) , si -2.4 \leq V_{ref} < -1.6 \end{cases} \quad \text{Ec. 1.30}$$

La gráfica de la ecuación 1.30 en Matlab obtenida es la figura 1.9.

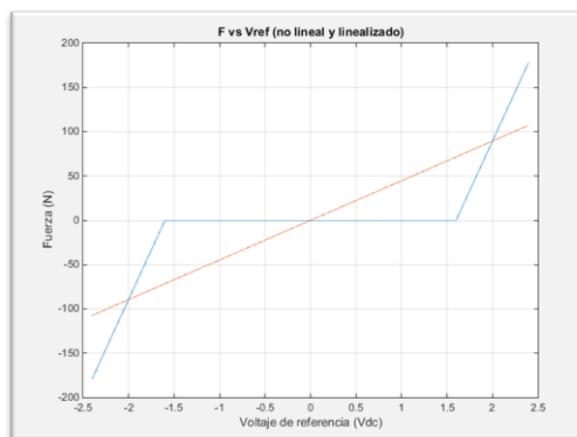


**Figura 1.9. Relación entre Voltaje de Referencia del Driver y la Fuerza Producida.**

Al linealizar, debido a la zona muerta y discontinuidad observada en la figura 1.9 se obtiene lo siguiente:

$$F = 44.73(V_{ref}) \quad \text{Ec. 1.31}$$

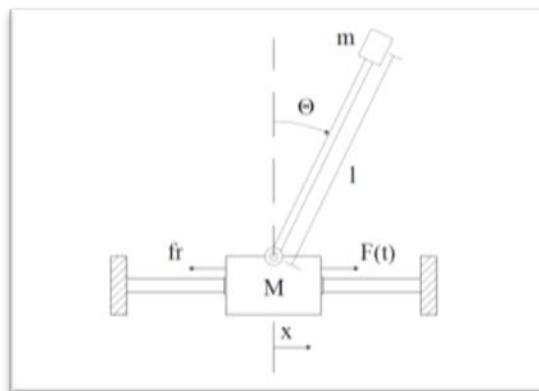
Y su gráfica correspondiente (Fig. 1.10), superpuesta a la anterior con zona muerta para contraste:



**Figura 1.10. Relación Linealizada Entre Voltaje de Referencia del Driver y la Fuerza Producida.**

### Etapa Planta de péndulo invertido

La planta del péndulo invertido se refiere a las partes mecánicas del sistema que no están incluidas en la etapa de actuación. Sus componentes principales son el carro o móvil de masa “M”, los rieles o guías de desplazamiento, y el péndulo que a su vez tiene una masa “m” en su extremo libre cuyo centro de masa está a una distancia “l” del pivote o eje de rotación.(Fig. 1.11)

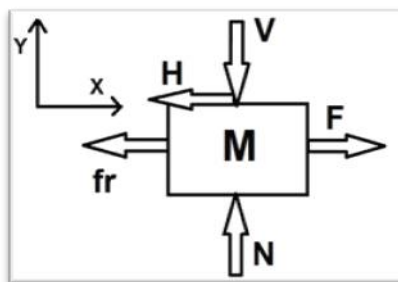


**Figura 1.11. Esquema Simplificado del Péndulo Invertido**

### Modelo para la Estabilización

Para la parte de estabilización [3] necesitamos determinar las ecuaciones que rigen el movimiento del sistema, tomando como base la figura 1.11, desarrollando los diagramas de cuerpo libre de las dos partes principales del sistema: el carro y el péndulo (ver figuras 1.11 y 1.12).

De acuerdo a la figura 1.12, y tomando como referencia que en el eje horizontal "x", la dirección hacia la derecha es la positiva y que para el eje vertical "y", la dirección hacia arriba es la positiva, se realiza una sumatoria de fuerzas aplicando de la Segunda Ley de Newton, representada en la ecuación 1.32:



**Figura 1.12. Diagrama de Cuerpo Libre del Carro o Móvil**

$$\sum \vec{F} = m * \vec{a} \quad \text{Ec. 1.32}$$

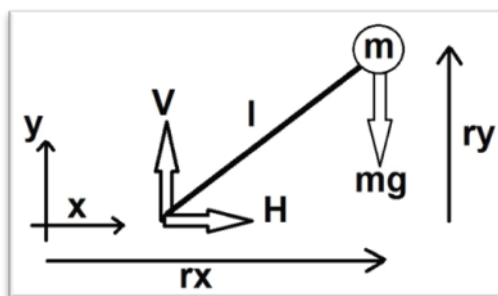
Haciendo sumatoria de fuerzas en el eje "x" para el carro se obtiene lo siguiente:

$$F - H - fr = M \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{Ec. 1.33}$$

$$F - H - b \frac{dx}{dt} = M \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{Ec. 1.34}$$

De acuerdo a la figura 1.13, se tiene que la distancia en el eje "x" del centro de masa del péndulo (el centro de masa del peso en el extremo, pues se desprecia al cuerpo del péndulo como un péndulo simple ideal) es  $r_x$  con la siguiente expresión:

$$r_x = x + l \text{sen}(\theta) \quad \text{Ec. 1.35}$$



**Figura 1.13. Diagrama de Cuerpo Libre del Péndulo**

La sumatoria de fuerzas en x para el péndulo está dada por:

$$H = m \left( \frac{d^2 r_x}{dt^2} \right) \quad \text{Ec. 1.36}$$

Introduciendo la expresión para  $r_x$ :

$$H = m \left( \frac{d^2 (x + l \sin(\theta))}{dt^2} \right) \quad \text{Ec. 1.37}$$

En el eje vertical, la distancia del centro de masa del péndulo está dada por la expresión de  $r_y$ :

$$r_y = l \cos(\theta) \quad \text{Ec. 1.38}$$

Realizando la sumatoria de fuerzas en el eje y para el péndulo se tiene:

$$V - mg = m \frac{d^2 r_y}{dt^2} \quad \text{Ec. 1.39}$$

Introduciendo la expresión para  $r_y$ :

$$V - mg = m \left( \frac{d^2 (l \cos(\theta))}{dt^2} \right) \quad \text{Ec. 1.40}$$

La Segunda Ley de Newton para movimiento rotacional está descrita por la ecuación 1.41:

$$\sum \vec{M} = I * \vec{\alpha} \quad \text{Ec. 1.41}$$



Aplicando sumatoria de momentos alrededor del centro de masa y tomando la dirección horaria como positiva se obtiene:

$$V(l\text{sen}(\theta)) - H(l\text{cos}(\theta)) = I\alpha \quad \text{Ec. 1.42}$$

$$V\text{sen}(\theta) - H\text{cos}(\theta) = \frac{I\alpha}{l} \quad \text{Ec. 1.43}$$

Considerando que para la estabilización lo que interesa es que el ángulo del péndulo se mantenga lo más cercano a 0, es razonable que el punto de operación alrededor del cual se linealizarán las ecuaciones sea  $\Theta=0$  radianes.

$$\theta \approx 0 \quad \text{Ec. 1.44}$$

$$\text{cos}(\theta) \approx 1 \quad \text{Ec. 1.45}$$

$$\text{sen}(\theta) \approx \theta \quad \text{Ec. 1.46}$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad \text{Ec. 1.47}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (\dot{x}) = \ddot{x} \quad \text{Ec. 1.48}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \quad \text{Ec. 1.49}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\theta}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (\dot{\theta}) = \ddot{\theta} \quad \text{Ec. 1.50}$$

La ecuación 1.34 no necesita ser linealizada pero se pueden aplicar las expresiones 1.47 y 1.48, con lo cual se obtiene:

$$F = M\ddot{x} + b\dot{x} + H \quad \text{Ec. 1.51}$$

Se linealiza la ecuación 1.37 aplicando la identidad 1.46:

$$H = m \left( \frac{d^2(x+l\theta)}{dt^2} \right) \quad \text{Ec. 1.52}$$

Se la desarrolla aplicando las expresiones 1.48 y 1.49:

$$H = m \left( \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2l\theta}{dt^2} \right) \quad \text{Ec. 1.53}$$

$$H = m \left( \frac{d^2x}{dt^2} + l \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) \quad \text{Ec. 1.54}$$

$$H = m(\ddot{x} + l\ddot{\theta}) \quad \text{Ec. 1.55}$$

Al linealizar la ecuación 1.40 y aplicando la identidad 1.45 se obtiene:

$$V - mg = m \left( \frac{d^2(l)}{dt^2} \right) \quad \text{Ec. 1.56}$$

Desarrollando la ecuación anterior, se obtiene:

$$V - mg = ml \left( \frac{d^2(1)}{dt^2} \right) \quad \text{Ec. 1.57}$$

$$V - mg = ml(0) \quad \text{Ec. 1.58}$$

$$V = mg \quad \text{Ec. 1.59}$$

Finalmente, se linealiza la ecuación 1.43 haciendo uso de las identidades 1.45 y 1.46:

$$V\theta - H = \frac{I\alpha}{l} \quad \text{Ec. 1.60}$$

La aceleración angular se puede expresar como la segunda derivada del ángulo, y por tanto usar la expresión 1.50:

$$V\theta - H = \frac{I\ddot{\theta}}{l} \quad \text{Ec. 1.61}$$

Ahora se tiene cuatro ecuaciones diferenciales lineales que describen el movimiento del péndulo invertido simple (1.51, 1.55, 1.59, y 1.61), las cuales se pueden relacionar para reducirlas a dos.

Introduciendo la ecuación 1.55 en la 1.51 se obtiene:

$$F = M\ddot{x} + b\dot{x} + m(\ddot{x} + l\ddot{\theta}) \quad \text{Ec. 1.62}$$

$$F = (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \quad \text{Ec. 1.63}$$

Introduciendo las ecuaciones 1.55 y 1.59 en la 1.61 se obtiene:

$$mg\theta - (m(\ddot{x} + l\ddot{\theta})) = \frac{l\ddot{\theta}}{l} \quad \text{Ec. 1.64}$$

$$mg\theta - m\ddot{x} - ml\ddot{\theta} = \frac{l\ddot{\theta}}{l} \quad \text{Ec. 1.65}$$

Reordenando se obtienen las dos ecuaciones simplificadas y linealizadas que rigen el movimiento del péndulo invertido simple:

$$F = (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \quad \text{Ec. 1.66}$$

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} - mgl\theta = -m\ddot{x}l \quad \text{Ec. 1.67}$$

### Modelo en Variables de Estado del Sistema no Lineal

A partir de las cuatro ecuaciones anteriormente obtenidas 1.34, 1.37, 1.40 y 1.43, que rigen la dinámica del sistema, se procede a obtener la ecuación de estado del sistema.

$$a1 = \left( \frac{I}{l \sin \theta} + ml(\sin \theta)^2 \right) (-bx + ml(\sin \theta)\dot{\theta}^2 + F)$$

$$a2 = -ml \cos \theta (bx \cos \theta + mg \sin \theta - ml \sin \theta \cos \theta \dot{\theta}^2 - F \cos \theta)$$

$$a3 = M \cos \theta (-bx + ml \sin \theta \dot{\theta}^2 + F)$$

$$a4 = (M + m)(bx \cos \theta + mg \sin \theta - ml \sin \theta \cos \theta \dot{\theta}^2 - F \cos \theta)$$

$$\Delta = (M + m) \frac{I}{l \sin \theta} + mMl + m^2 l (\sin \theta)^2 \quad \text{Ec. 1.68}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} a1 + a2 \\ a3 + a4 \end{bmatrix}$$

Se definen las variables de estado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}x_1 &= x \\x_2 &= \dot{x} \\x_3 &= \theta \\x_4 &= \dot{\theta}\end{aligned}$$

Por lo tanto las dos ecuaciones diferenciales de segundo orden de la ecuación 1.68, se pueden reescribir como un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\begin{aligned}a1 &= \left( \frac{I}{l \sin x_3} + ml(\sin x_3)^2 \right) (-bx + ml(\sin x_3)x_4^2 + F) \\a2 &= -ml \cos x_3 (bx \cos x_3 + mg \sin x_3 - ml \sin x_3 (\cos x_3)x_4^2 - F \cos x_3) \\a3 &= M \cos x_3 (-bx + ml(\sin x_3)x_4^2 + F)\end{aligned}$$

$$a4 = (M + m)(bx \cos x_3 + mg \sin x_3 - ml \sin x_3 (\cos x_3)x_4^2 - F \cos x_3)$$

$$\Delta = (M + m) \frac{I}{l \sin x_3} + mMl + m^2l (\sin x_3)^2$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{a1 + a2}{\Delta} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{a3 + a4}{\Delta}\end{aligned}$$

Ec. 1.69

### Modelo en Variables de Estado del Sistema Linealizado

A partir de las ecuaciones anteriormente obtenidas 1.66 y 1.67, que rigen la dinámica del sistema, se procede a obtener la ecuación de estado del sistema haciendo uso del álgebra matricial.

Reordenando las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} = -b\dot{x} + F \quad \text{Ec. 1.70}$$

$$ml\ddot{x} + (I + ml^2)\ddot{\theta} = mgl\theta \quad \text{Ec. 1.71}$$

Representando el sistema anterior de dos ecuaciones a través de una representación matricial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} M + m & ml \\ ml & I + ml^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b\dot{x} + F \\ mgl\theta \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 1.72}$$

Reordenando los términos de la ecuación anterior se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} M + m & ml \\ ml & I + ml^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -b\dot{x} + F \\ mgl\theta \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 1.73}$$

Donde:

$$\Delta = (M + m)I + mMl^2 \quad \text{Ec. 1.74}$$

Resolviendo la parte derecha de la ecuación 1.73, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} -(I + ml^2)b\dot{x} - m^2l^2g\theta + (I + ml^2)F \\ mlb\dot{x} + mgl(M + m)\theta - mlF \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 1.75}$$

Para definir las variables de estado se escribe lo siguiente:

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= \dot{x} \\ x_3 &= \theta \\ x_4 &= \dot{\theta} \end{aligned} \quad \text{Ec. 1.76}$$

Por lo que la ecuación de estado en forma matricial queda así:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX + DU \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(I+ml^2)b}{\Delta} & \frac{-m^2l^2g}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mlb}{\Delta} & \frac{mgl(M+m)}{\Delta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I+ml^2} \\ 0 \\ \frac{-ml}{\Delta} \end{bmatrix} F \quad \text{Ec. 1.77}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Donde la acción de control  $u = F$ , que en este caso es la fuerza aplicada al carro, además, de la ecuación 1.77 se determinan las matrices de estado A, B, C y D.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(I + ml^2)b}{\Delta} & \frac{-m^2l^2g}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mlb}{\Delta} & \frac{mgl(M + m)}{\Delta} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I + ml^2} \\ 0 \\ \frac{-ml}{\Delta} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 1.78}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En cuanto a la etapa de auto levantamiento, dado que se trabaja con ecuaciones no lineales, no es posible obtener funciones de transferencia o ecuaciones de estado, y la resolución de estas es trabajada mediante simulación más adelante.

### 1.4.3 Simulación del Modelo Matemático del Sistema

#### Representación del Sistema en una Plataforma Matemática de Programación

**Tabla 1.2. Parámetros Físicos del Sistema de Péndulo Invertido.**

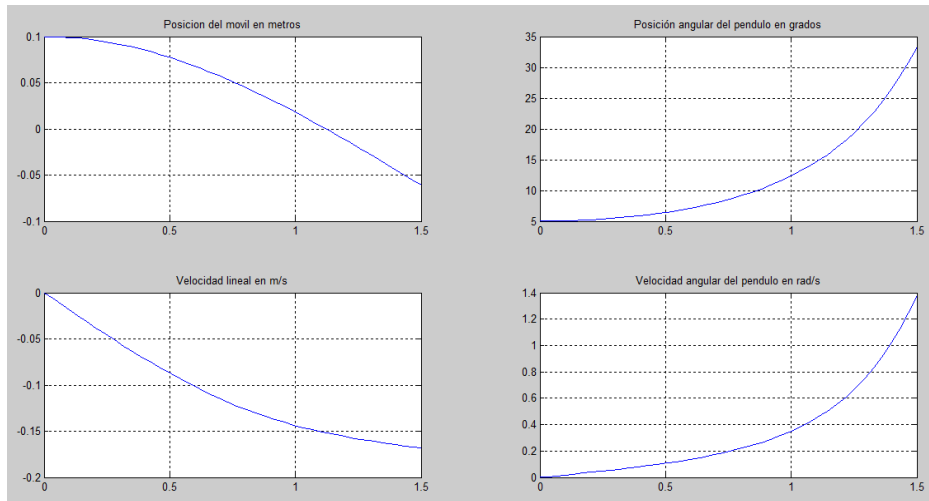
PARÁMETRO	VALOR
M	1 Kg
m	0.13 Kg
l	0.45 m
b	2

Para simular en Matlab [4] se han creado 03 archivos, el `spend.m`, el `mpendnldarwin.m` y el `lpendul.m`. El `spend.m` sirve para simular el sistema péndulo invertido no lineal, el `lpendul.m` sirve para simular el sistema linealizado y el `mpendnldarwin.m` es una función que contiene las ecuaciones diferenciales de primer orden.

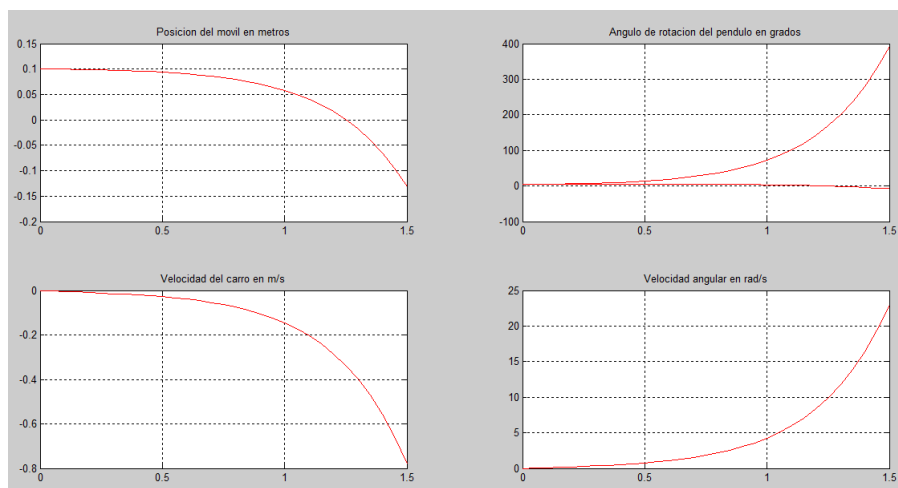
Las constantes que se deben declarar están: la gravedad **g**, la masa del carro **M**, la masa en el extremo del péndulo **m**, longitud del péndulo **l**, y el coeficiente de fricción viscosa **b**.

La variable a declarar está la inercial del péndulo **I**.

Luego de ejecutar los dos programas en la línea de comando obtenemos las siguientes gráficas:



**Figura 1.14. Respuesta del Sistema Péndulo Invertido no Lineal en Lazo Abierto**



**Figura 1.15. Respuesta del Sistema Péndulo Invertido Linealizado en Lazo Abierto**



En el anexo A, se pueden observar el contenido de los programas y funciones.

#### **1.4.4 Diseño del Controlador por Realimentación del Vector de Estados y Ubicación de Polos**

En este capítulo se detalla el proceso de diseño del controlador, empezando por la selección del tipo de controlador, los parámetros de desempeño que servirán para medir la efectividad del mismo para lograr los objetivos, el diseño en sí y su simulación en la plataforma de Simulink usando diagramas de bloques.

##### **1.4.4.1 Selección de Parámetros de Desempeño**

Para el auto-levantamiento, el requerimiento principal es que el tiempo de auto-levantamiento debe ser menor a un minuto.

Para la etapa de estabilización se requiere lo siguiente: ante una perturbación impulso de fuerza con una amplitud de 20 N-s, la respuesta temporal debe ser la siguiente:

$$\zeta = 0.7, t_s = 3s.$$

Donde:

$\zeta$  es el coeficiente amortiguamiento y  $t_s$  es el tiempo de establecimiento.

Los valores anteriormente indicados han sido seleccionados para obtener una respuesta satisfactoria con sobrepaso máximo  $M_p$  del 5% y un criterio de error del 2% al transcurrir el tiempo de establecimiento [5, 6].

Como consecuencia de lo anteriormente indicado se espera:

Para el péndulo

La posición angular del péndulo no debe desviarse más allá de  $\pm 0.2$  radianes.

Error en estado estable no mayor a  $\pm 0.005$  radianes

Para el carro

La posición lineal no debe desviarse más allá de  $\pm 0.2$  m.

#### 1.4.4.2 Proceso de Diseño del Controlador

Habiendo elegido el método de control de realimentación del vector de estado por ubicación de polos, para la sintonización de sus parámetros hay que encontrar la matriz de controlabilidad del sistema linealizado, luego su rango, el mismo que debe ser del mismo orden que la matriz  $\mathbf{A}$  del espacio de estado, después, utilizando los valores de diseño para  $\zeta$  y  $t_s$ , se obtienen las ganancias del lazo de realimentación de estado vector  $\mathbf{K}$ ; si se define que sea  $\mathbf{u}$  la señal de control, entonces  $\mathbf{u} = -\mathbf{KX}$  corresponde al controlador diseñado.

Utilizando la herramienta de software Matlab se calcula el rango de la matriz de controlabilidad, de la siguiente manera:

```

%% Parámetros de las matrices A y B
b = 2; m = 0.13; M = 1; l = 0.45;
g = 9.8;
I = m*l^2;

D = (M+m)*I+M*m*l^2;
a22 = -(I+m*l^2)*b/D;
a23 = -m^2*l^2*g/D;
a42 = m*l*b/D;
a43 = m*l*g*(M+m)/D;
b21 = (I+m*l^2)/D;
b41 = -m*l/D;

%% Matrices de estado A y B
A = [0 1 0 0;
0 a22 a23 0;
0 0 0 1;
0 a42 a43 0];
B = [0;
b21;
0;
b41];

%% Cálculo de la matriz de controlabilidad
control = [B A*B A^2*B A^3*B];
rangodeM = rank(control);

```

Como se puede observar el sistema es controlable ya que el rango de la matriz de controlabilidad es 4.

A continuación se calculan las ganancias para realimentar el vector de estado.

```

% parámetros de diseño de controlador
zi = 0.7; ts = 3;
wn = 4/zi/ts;
wd = wn*sqrt(1-zi^2);

a = -zi*wn-wd*i; a1 = -zi*wn+wd*i;
c = -5*zi*wn; d = -8*zi*wn;
polos = [d c a1 a];

%% Parámetros de las matrices A y B
b = 2.0; m = 0.13; M = 1; l = 0.45;
g = 9.8;
I = m*l^2;

D = (M+m)*I+M*m*l^2;
a22 = -(I+m*l^2)*b/D;
a23 = -m^2*l^2*g/D;
a42 = m*l*b/D;
a43 = m*l*g*(M+m)/D;
b21 = (I+m*l^2)/D;
b41 = -m*l/D;

%% Matrices de estado A y B
A = [0 1 0 0;
0 a22 a23 0;
0 0 0 1;
0 a42 a43 0];
B = [0;
b21;
0;
b41];

%% fórmula de Ackerman, determina matriz K
K = acker(A,B,polos);

```

Escribiendo **K** en la línea de comando de Matlab, se obtiene:

```
K = [-25.2339 -266977 -149.7261 -41.3979]
```

Con estos valores de **K** se arma la señal de control  $\mathbf{u} = -\mathbf{KX}$ , con lo cual se simula en Matlab y se observa la respuesta.

```

%% Inicialización del programa
clear
clc
%% Parametros
global M m l I b g
%% Movil
M = 1.00; % masa
b = 2; % constante de fricción

%% Péndulo
m = 0.13; % masa puntual en péndulo
l = 0.45; % longitud del pendulo desde el eje al centro
de la masa
I = m*l^2; % momento de inercia alrededor del centro de
gravedad
g = 9.8; % aceleracion de gravedad

%% condiciones iniciales
x0 = [0; 0; 15*pi/180; 0];

%% tiempo de simulacion
ti = 0; tf = 3;

%% Simulación
[t,x] = ode45('mpend3',[ti tf],x0);

%% Señal de control u
k1 = -25.2339; k2 = -26.6977; k3 = -149.7261; k4 = -
41.3979;
theta = 0;
Xeq = 0;
u = -k1*(x(:,1)-Xeq)-k2*x(:,2)-k3*(x(:,3)-theta)-
k4*x(:,4);

%% Graficas
subplot(221),plot(t,x(:,1))
title('Posicion del movil en metros'),grid
subplot(222),plot(t,x(:,3)*180/pi)
title('Angulo de rotacion del pendulo en grados'),grid
subplot(223),plot(t,u)
title('Señal de Control en Newton'),grid
%%subplot(223),plot(t,x(:,2)*180/pi)
%%title('Velocidad del carro en m/s'),grid
subplot(224),plot(t,x(:,4))
title('Velocidad Angular del péndulo en rad/s'),grid

```

Para que funcione el programa de simulación anterior hay que definir la siguiente función.

```
function xdot = mpend3(t,x)
%% mpend3.m
%% modelo del pendulo invertido sobre una plataforma
movil
%% para utilizarlo hay que ejecutar el programa spend3.m

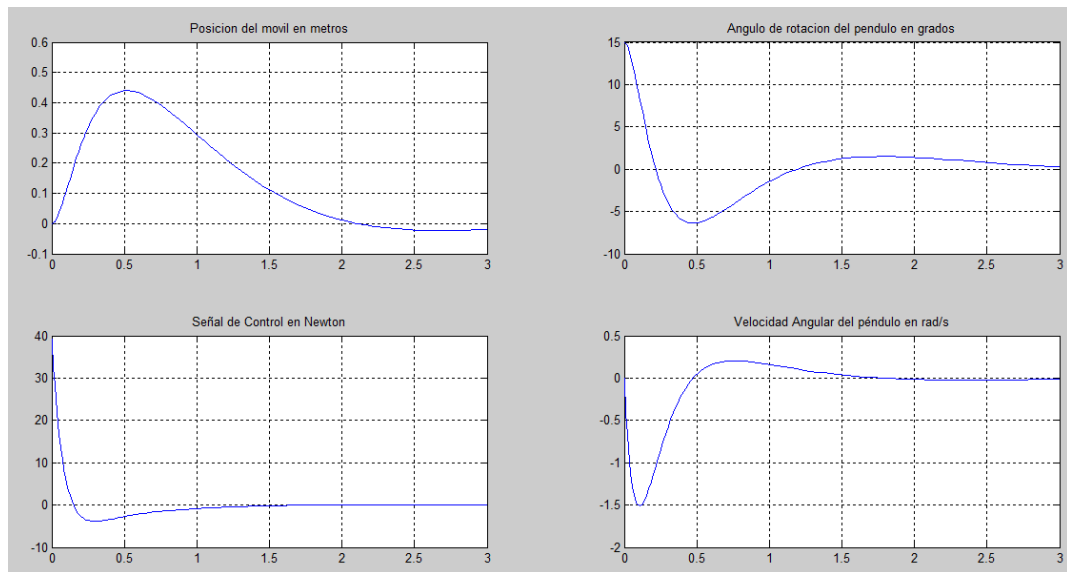
%% Parametros
global M m l I b g

%% variables auxiliares
D = (M+m)*I+M*m*l^2;
a1 = (I+m*l^2)/D;
a2 = m^2*l^2*g/D;
a3 = m*l/D; a4 = m*l*g*(M+m)/D;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Señal de control
k1 = -25.2339; k2 = -26.6977; k3 = -149.7261; k4 = -
41.3979;
theta = 0;
Xeq = 0;
u = -k1*(x(1)-Xeq)-k2*x(2)-k3*(x(3)-theta)-k4*x(4);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Ecuación de estado
xdot = [x(2); -a1*b*x(2)-a2*x(3)+a1*u;
        x(4); a3*b*x(2)+a4*x(3)-a3*u];

%% fin de mpend3.m
end
```



**Figura 1.16. Respuesta del Sistema Péndulo Invertido Linealizado en Lazo Cerrado**

Como se puede observar el sistema es controlado en los 3 segundos que se había establecido.

#### **Diseño del Controlador de Auto-Levantamiento:**

Para el auto-levantamiento se tomará como referencia el trabajo de Furuta [1], donde el auto-levantamiento se hace por el método de inyección de energía, dado que esta ley de control fue diseñada para el tipo de péndulo invertido del mismo Furuta, no se toma en cuenta el desplazamiento, pues en el equipo mencionado el movimiento es circular y prácticamente infinito, en el péndulo invertido en un carro, la carrera es finita, por lo tanto en lo posible se

debe ajustar esta ley para que el valor de  $x$  no sobrepase los límites físicos de los apoyos de los rieles. La ley de control es la siguiente:

$$u = \text{sat}_{ng}(k(E - E_0)\text{sign}(\dot{\theta}\text{Cos}\theta)) \quad \text{Ec. 1.79}$$

Donde  $(E - E_0)$  calcula el error entre la energía medida versus la energía del punto de ajuste o a donde se quiere llegar, que es la energía cuando el péndulo está en su posición vertical invertida.

La función  $\text{sign}(\dot{\theta}\text{Cos}\theta)$  se encarga de realizar el cambio de dirección de la señal de control aplicada, su argumento está en función de la velocidad angular y el coseno de la posición angular del péndulo, por lo tanto cuando el péndulo está en su posición de equilibrio estable, el valor de esta función es cero, para iniciar la rutina por tanto se necesita de alguna excitación inicial.

La función  $\text{sat}_{ng}$  satura la salida del controlador entre los valores  $\pm ng$ , y está definida por las restricciones del sistema, la máxima energía que el sistema está físicamente habilitado a dar, en este caso es la fuerza al voltaje máximo con el que se puede trabajar.

La constante  $k$  define las zonas en las que el control se comporta de forma lineal o no lineal, cuando el error es alto la amplitud de la variación de la función es alta, cuando está cercana al punto de ajuste (posición invertida) se



comporta como un controlador lineal, de esta forma al estar saturada la señal, mientras más alto sea  $k$ , la región en la que se comporte similar a un controlador “bang-bang” será mayor.

La energía del péndulo medida está en función de constantes como inercia, masa, gravedad y longitud del péndulo, y variables como velocidad angular y posición angular del péndulo, las cuales son las entradas al controlador, tanto para calcular la energía, como para calcular el argumento de la función signo descrita anteriormente.

$$E = 0.5I(\dot{\theta})^2 + mgl(\cos\theta - 1) \quad \text{Ec. 1.80}$$

El punto de ajuste o energía a alcanzar (cuando el péndulo está en su posición vertical invertida)

$$E_0 = mgl \quad \text{Ec. 1.81}$$

Este control es más fácil de analizarlo en Simulink, introducido en forma de bloque de funciones de Matlab [7], dentro de la librería de Funciones definidas por el usuario.

El código para el bloque función de Matlab se crea usando el procedimiento descrito en Mathworks:

```
function u = auto_lev_f(teta,w,ng,K)
m=0.13; %masa puntual del péndulo en Kg
g=9.81; %gravedad en m/s^2
```

```

l=0.43; %longitud del péndulo en metros
I=m*(l^2); %Inercia del péndulo en Kg x m^2

%Energía del péndulo
E=0.5*I*(w^2)+m*g*l*(cos(teta)-1);

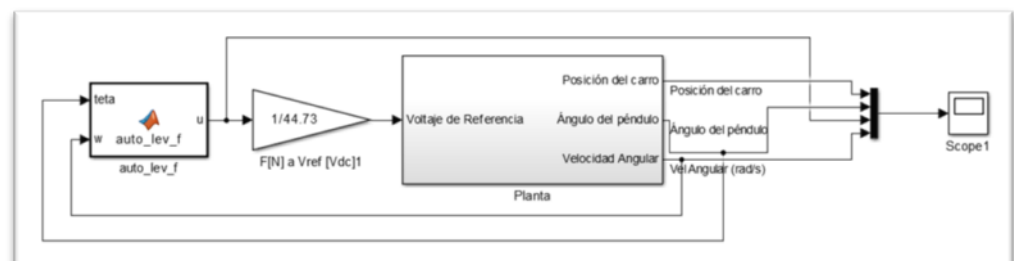
%Energía en la posición invertida
E0=m*g*l;

%Ecuación o ley de control del auto-
levantamiento(método de Furuta)
c=K*((E-E0)*sign(w*cos(teta)));

%saturación de la señal de control en el rango +ng
-ng
u= min(ng, max(-ng, c));

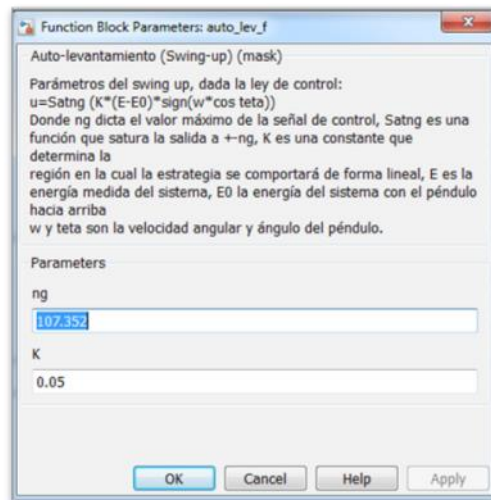
```

La rutina de auto-levantamiento debe probarse con el modelo no lineal, para que la señal de control no se quede en cero, se introduce un ángulo ligeramente menor a pi (3 radianes), el diagrama de bloques debe verse así:

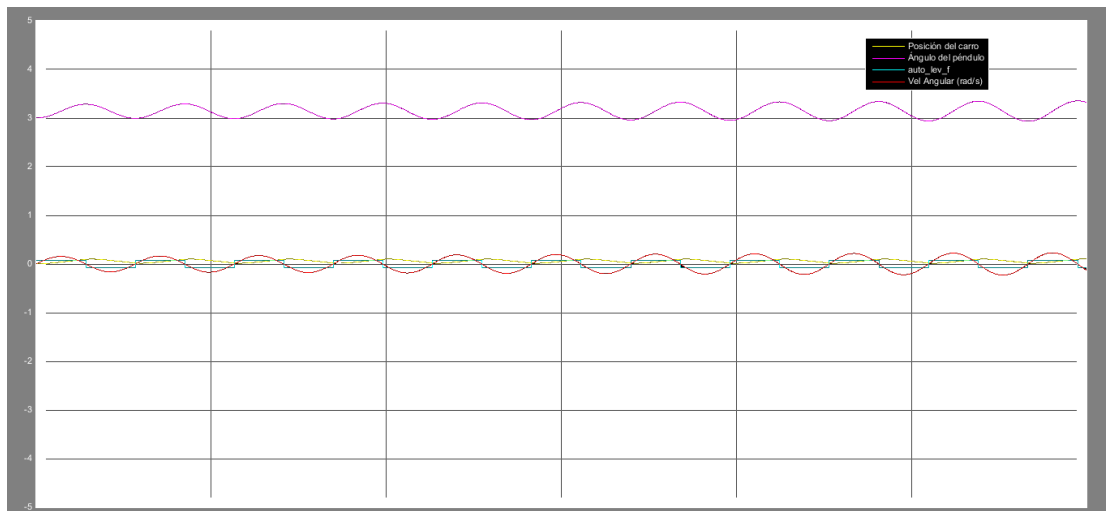


**Figura 1.17. Modelo del Autolevantamiento del Sistema Péndulo Invertido**

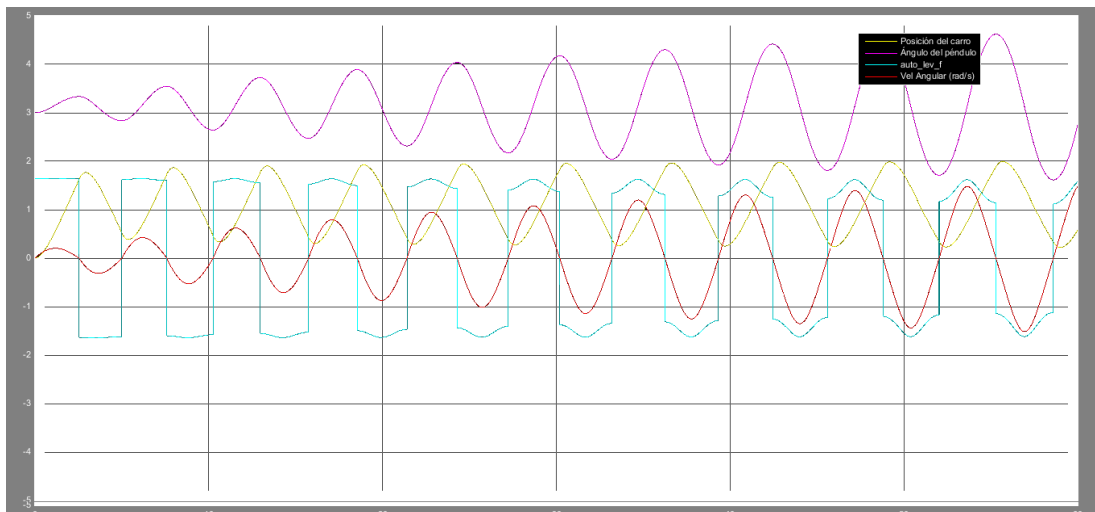
Para poder ingresar los parámetros como ng y k en el bloque de auto-levantamiento se crea una máscara, la misma debe verse como indica la figura:



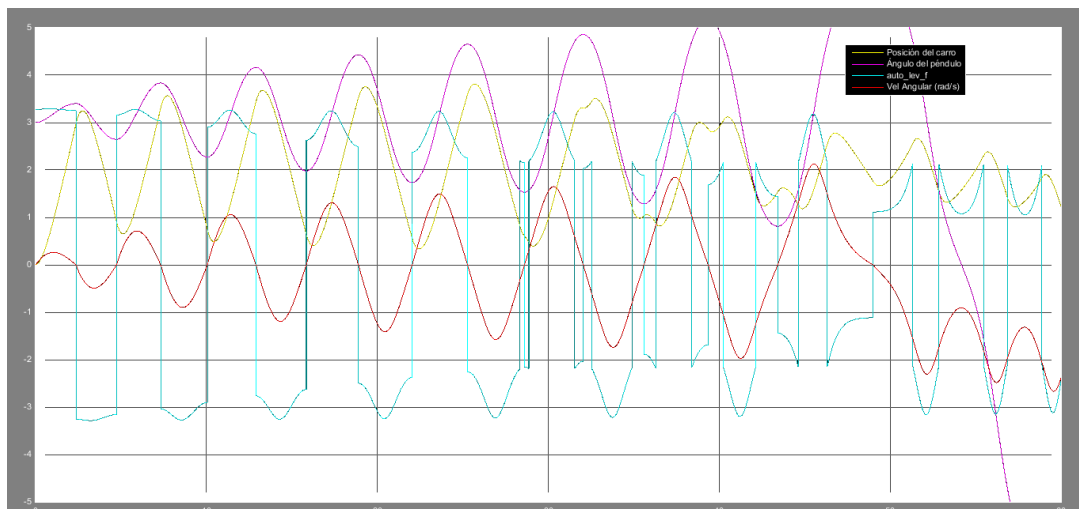
En ng se introduce la fuerza máxima correspondiente al voltaje máximo usable y de acuerdo a la ganancia de la linealización Vref-F (107.352), se prueba con un valor de k pequeño  $k=0.05$ , la respuesta es:



Se puede ver que el ángulo tiende a oscilar a una amplitud constante, se introduce un valor de  $k=1$  y se observa luego la siguiente respuesta:



Se ve una clara tendencia oscilatoria de amplitud creciente, pero aun después de casi un minuto no llega a cero o cerca de cero, se introduce a continuación un valor de  $k=2$



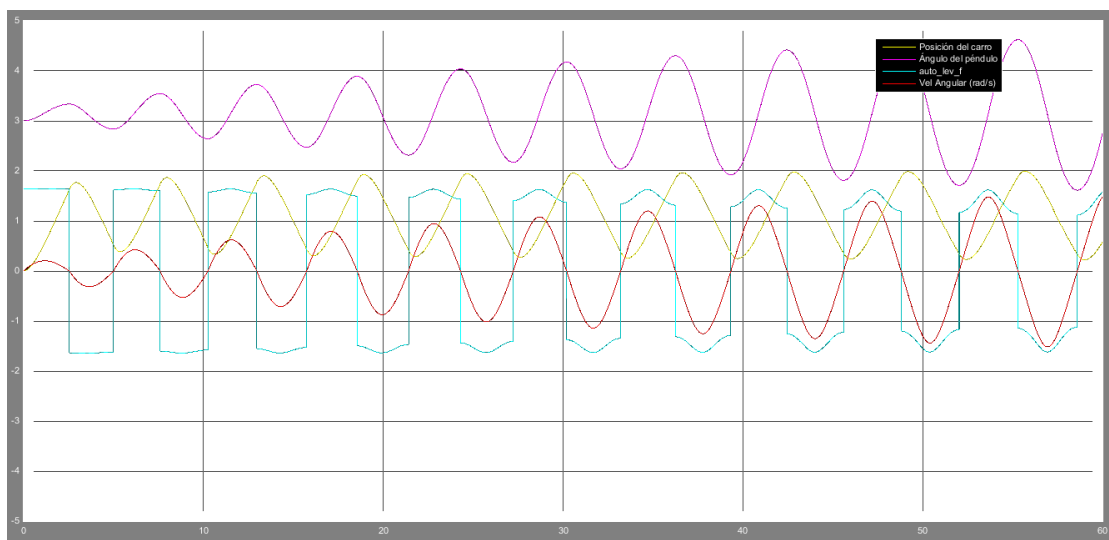
Ahora el ángulo llega a cero luego de unos 55 segundos, pero llega con suficiente velocidad angular como para prácticamente dar la vuelta, de esta forma el cambio de control sería muy difícil. Además la posición del carro está fuera de los límites reales del equipo, lo cual se arregla parcialmente en la implementación del control.

Quedan varias opciones, jugar con valores de  $k$  entre 1 y 2, o disminuir el rango de saturación.

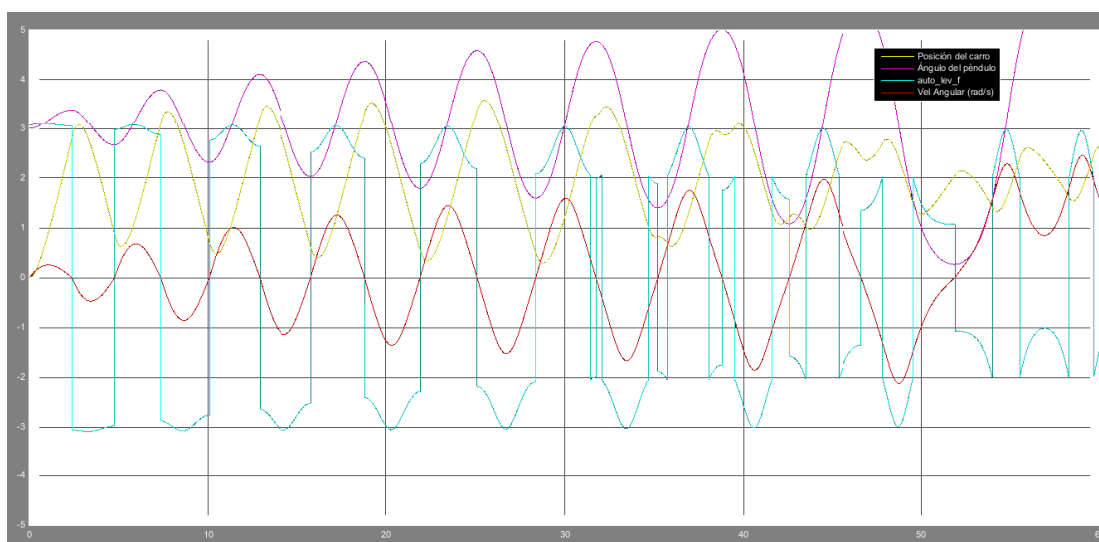
Primero manteniendo el  $ng$  máximo, se intenta hallar un  $k$  que haga que el péndulo llegue a cero o cerca de cero con velocidad angular cero, pero no se obtiene un resultado satisfactorio.

Se procede entonces a disminuir  $ng$  a la fuerza equivalente a 2 V (89.46 N) y se prueba con  $k=1$

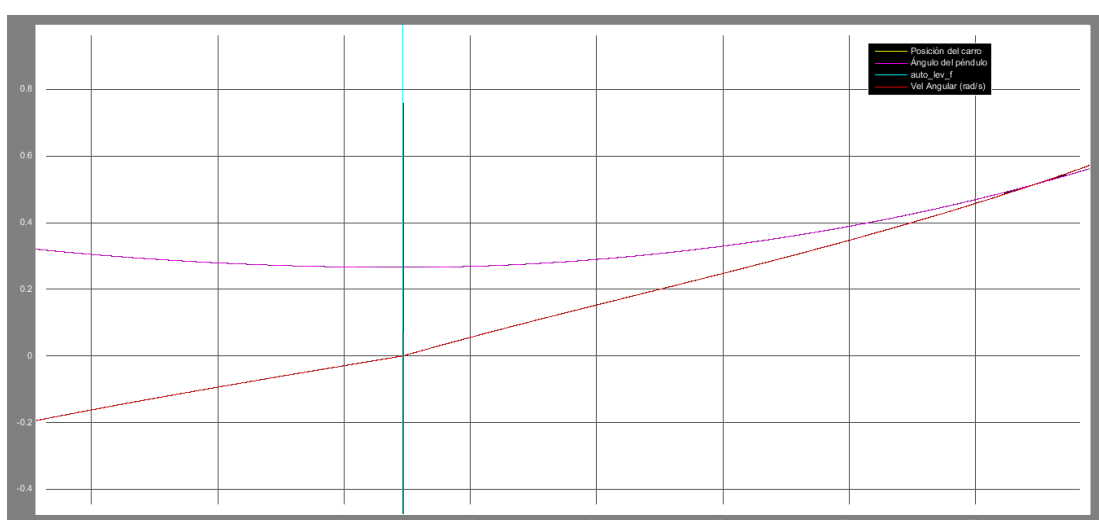
Y la respuesta es una oscilatoria creciente pero que no llega a cero dentro del minuto:



Después de un proceso de prueba y error se llega a que con  $k=1.88$  y  $\eta_g=89.46$ , el péndulo llega a algo menos de 0.3 radianes, con velocidad angular cero, en un momento entre los 51 y 52 segundos.



Ese instante es también el ideal para realizar el cambio de control, incluso si el ángulo no es específicamente cero, la velocidad angular nula brinda un momento de estabilidad para cambiar al control de estabilización. Visión de detalle del momento óptimo para hacer el cambio de control:

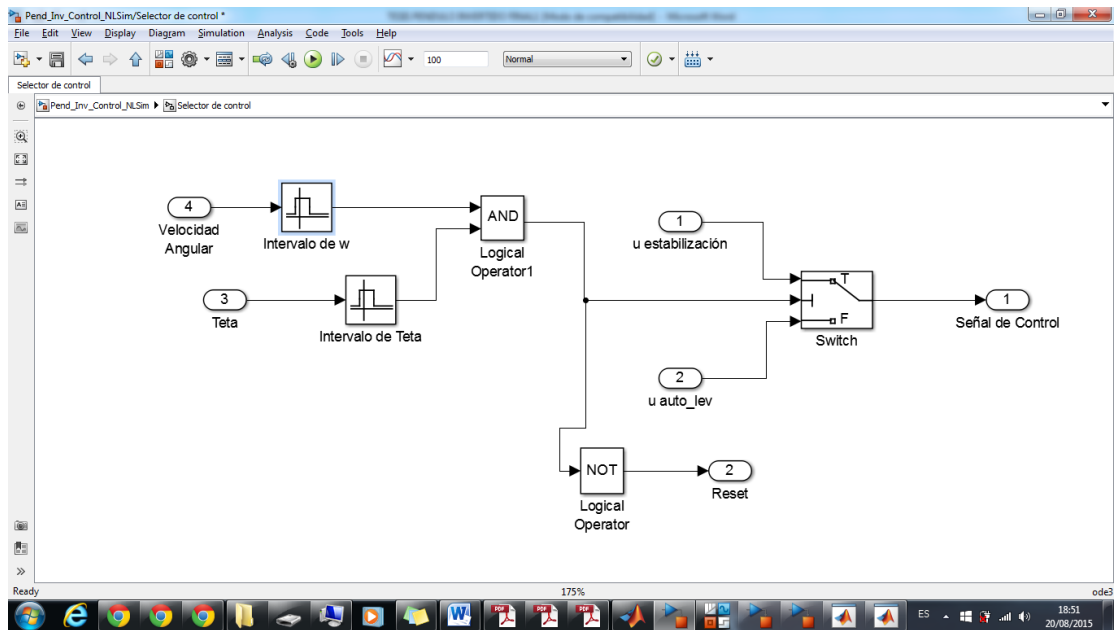


#### 1.4.4.3 Simulación del Controlador

La simulación o validación de los datos obtenidos del proceso de diseño del controlador se la lleva a cabo en el modelo no lineal, primeramente solo la etapa de estabilización, luego solo el auto-levantamiento y por último la rutina completa, las ganancias así obtenidas luego se aplican en el modelo obtenido en la implementación y sus resultados analizados en el capítulo 2.

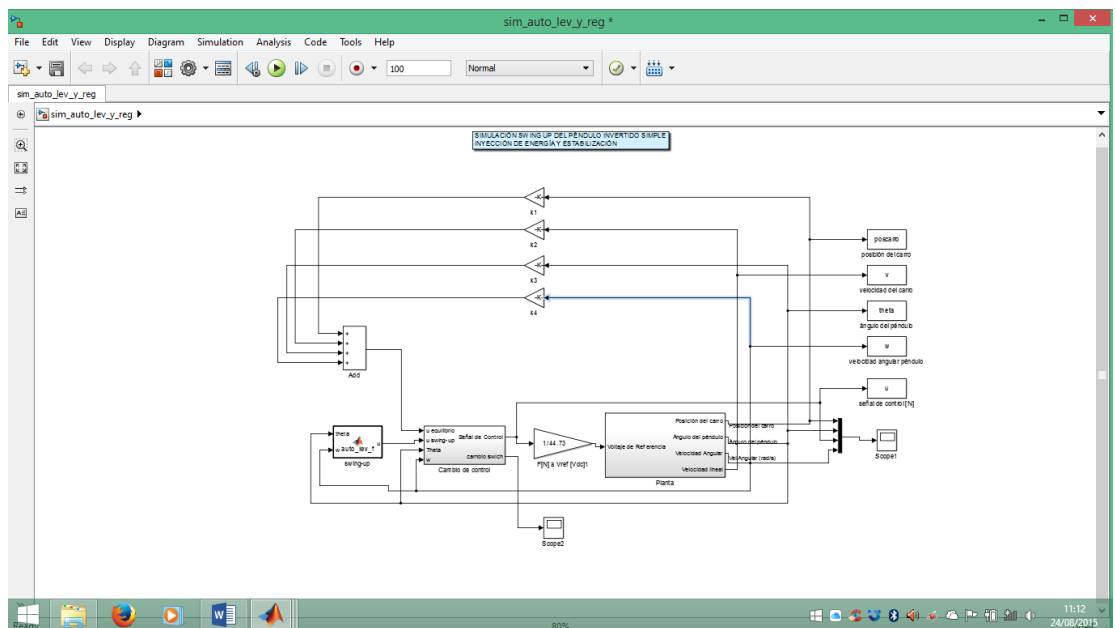
Con los resultados de la simulación del auto-levantamiento, se establece que el mejor ángulo para realizar el cambio de control debe ser algo mayor que el ángulo más cercano a cero y con velocidad angular cero, Sea el rango de  $\pm 0.3$  radianes.

Se arma un subsistema que tiene como entrada las dos señales de control (la de estabilización y la de auto-levantamiento), el ángulo y la velocidad angular para saber dónde hacer el cambio, lo cual es evaluado con un bloque de intervalo, si el ángulo esta fuera del intervalo de estabilización ( $\pm 0.4$  radianes) el bloque emite señal falsa, esto va en conjunto con otro bloque de intervalo que evalúa que la velocidad angular esté dentro de un valor pequeño ( $\pm 0.3$  rad/s) lo cual activa el selector y elige pasar la señal de auto-levantamiento, caso contrario de pasar solo a la señal de estabilización, el diagrama debe verse como en la figura:



**Figura 1.18. Diagrama para conmutación de ley de control**

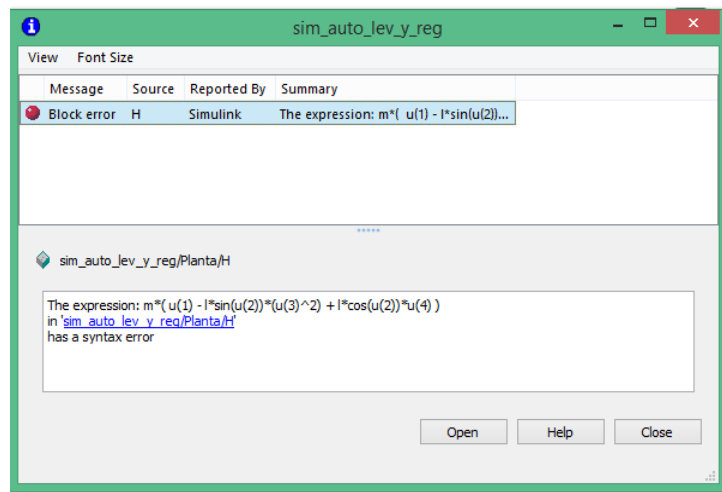
El diagrama completo debe verse como en la figura:



**Figura 1.19. Diagrama para simular el autoelevamiento y estabilización del péndulo.**



Se realizaron algunos intentos de simular pero no se logró que el sistema haga la conmutación de la ley de control, por tal motivo, se pasó directamente a la etapa de implementación.



**Figura 1.20. Ventana de error que muestra la imposibilidad de simular el autolevantamiento con etapa de regulación**

Este mensaje está relacionado con el hecho de que una derivada en las ecuaciones del ángulo theta tiene valores muy pequeños y el Matlab no los puede seguir operando.

En el auto-levantamiento se mantienen los valores de  $n_g=89.46$  y  $K=1.88$ .

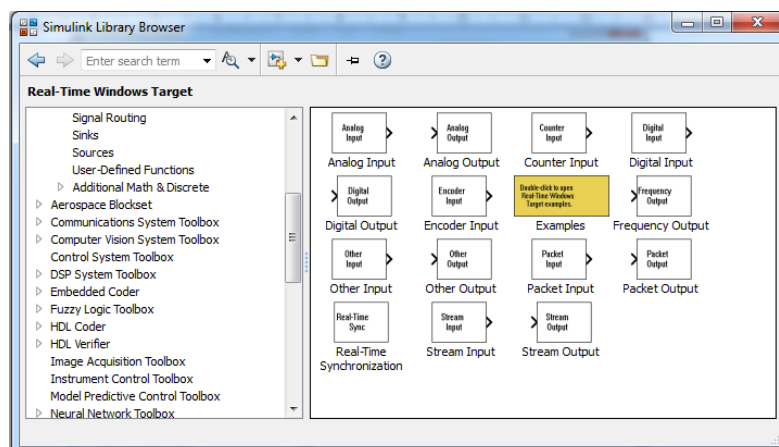
#### **1.4.4.4 Implementación del Control en un Entorno Gráfico de Programación**

Una vez obtenidos y simulados los controladores y sus parámetros en el capítulo anterior, estos son aplicados al sistema o equipo real utilizando el entorno gráfico de programación, que es el mismo Simulink pero con una librería de bloques especiales para comunicación en tiempo real. En este capítulo se detalla cómo fue llevada a cabo la implementación del sistema de control, previa descripción de la librería de bloques

### **Introducción a la Herramienta Gráfica para Programación en Tiempo Real.**

Aparte de los bloques básicos de programación en Simulink, para poder comunicarnos con el hardware (el equipo del péndulo invertido) a través de las tarjetas de adquisición, se hará uso de los bloques de la librería Real-Time Windows Target, también conocida en una forma general como Simulink® Desktop Real-Time™.

Esta librería ofrece diferentes bloques de entradas y salidas analógicas, digitales, y genéricas (fig. 1.21).



**Figura 1.21. Bloques de la Librería Real-Time Windows Target  
(SIMULINK® DESKTOP REAL-TIME™.)**

### **Configuración de parámetros para simulación y adquisición - generación de datos en tiempo real con Windows Real Target**

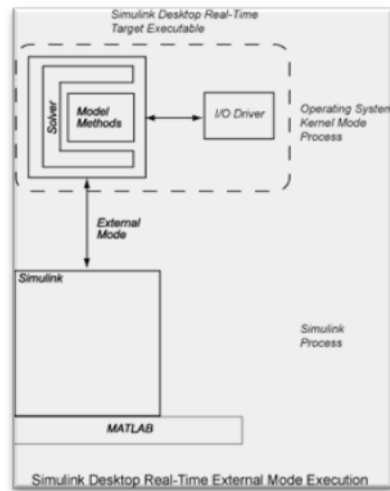
Tomando como referencia los tutoriales en línea en la página de MathWorks [6], se describe a continuación el proceso de configuración de Simulink para trabajar en tiempo real.

Una alternativa de más alto rendimiento que el Modo Normal es la ejecución en tiempo real en Modo Externo. En este modo, se usa Simulink® Coder™ para enlazar dinámicamente el código del algoritmo generado con el código del driver de entradas y salidas generado por los bloques de entradas y salidas. El ejecutable resultante corre en el modo de kernel del sistema operativo en la computadora anfitriona e intercambia datos de parámetros con Simulink vía una interfaz de memoria compartida.

Adquisición de señales — Se pueden capturar y visualizar señales desde la aplicación de tiempo real mientras está corriendo. La información de las señales es recuperada de la aplicación de tiempo real y visualizada en los mismos bloques de Visualización (Scope) de Simulink que se usaron para simular el modelo.

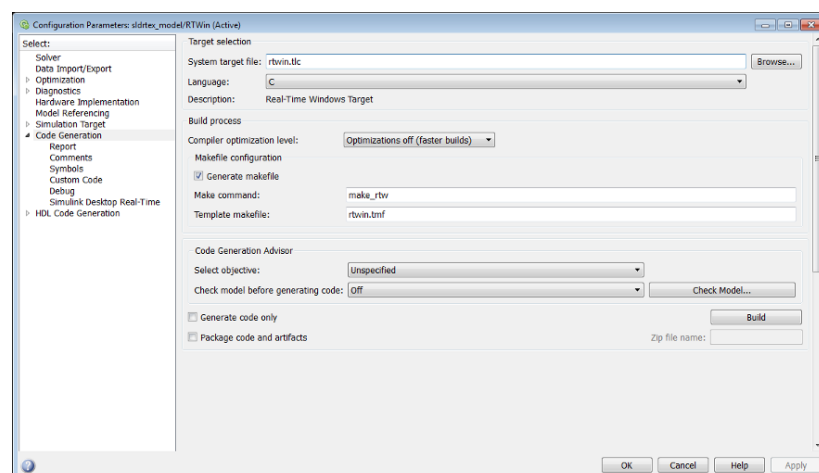
Ajuste de parámetros — Se pueden cambiar los parámetros en el diagrama de bloques de Simulink y pasar los nuevos parámetros automáticamente a la aplicación de tiempo real. El modo externo de Simulink cambia los parámetros en la aplicación de tiempo real mientras está corriendo en tiempo real.

El ejecutable del modo externo está totalmente sincronizado con el reloj de tiempo real. El principal rol de Simulink es leer y desplegar los resultados de la simulación retornados desde el ejecutable (Fig. 1.22). Nota: se debe usar un resolvidor de paso fijo en el modo externo.



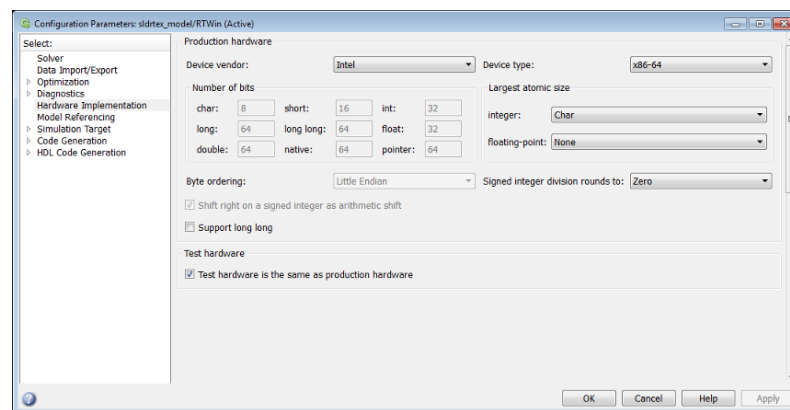
**Figura 1.22. Diagrama de Ejecución del Simulink Desktop Real-Time en Modo Externo**

Después de haber creado el modelo en Simulink, se pueden ingresar los parámetros de simulación para uso del programa de generación de código SimulinkCoder™ para crear código C y construir la aplicación de tiempo real.



**Figura 1.23. Configuración de la Ventana de Generación de Código.**

No seleccionar Inline parameters (Parámetros en línea) en el nodo de Signals and Parameters (Señales y Parámetros) bajo Optimization (Optimización).



**Figura 1.24. Datos del Procesador en Ventana de Implementación de Hardware.**

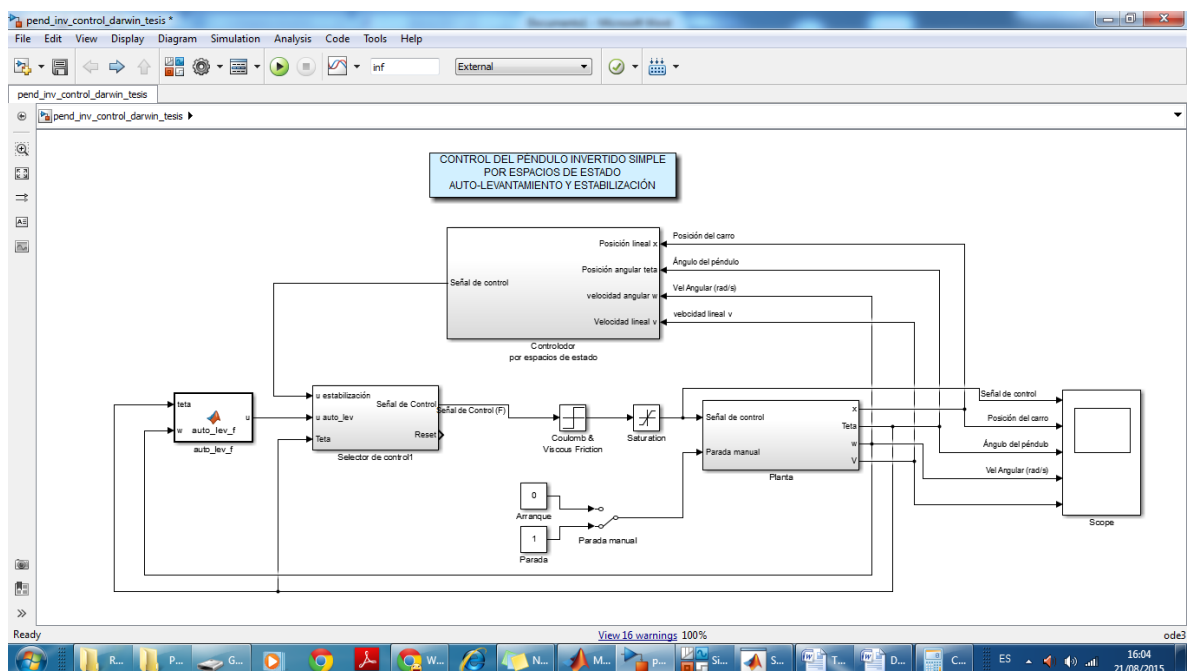
Hacer click en OK para aplicar los cambios al modelo y cerrar el cuadro de dialogo.

### **Programación e Implementación del Control.**

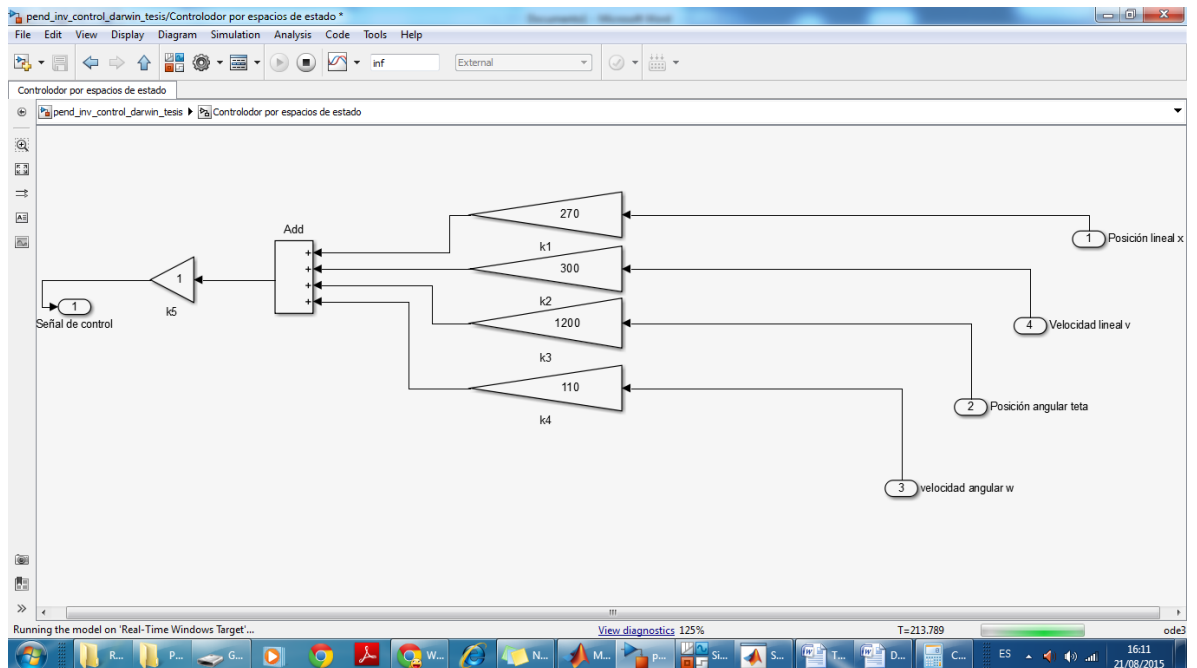
Dada la forma en que se pueden programar y agrupar los bloques en Simulink, el objetivo fue obtener una interfaz final con pocos bloques para la fácil visualización, que los parámetros de control estén disponibles para su modificación, además de contar con alguna forma de control de arranque o parada por parte del usuario y algún medio de visualización de las señales.

En cuanto a la organización de los bloques, se quiso mantener una diagramación lo más parecida posible a la de un diagrama de bloques básico, de tal modo que se tengan cuatro categorías principales:

- Los bloques de control.
- El bloque que realiza el cambio entre auto-levantamiento y estabilización.
- El bloque que representa la planta.
- Bloques adicionales de interfaz de usuario.



**Figura 1.25. Control del Péndulo Invertido por Ubicación de Polos y Autolevantamiento en Tiempo Real.**



**Figura 1.26. Bloque de Control del Péndulo Invertido por Ubicación de Polos en Tiempo Real.**

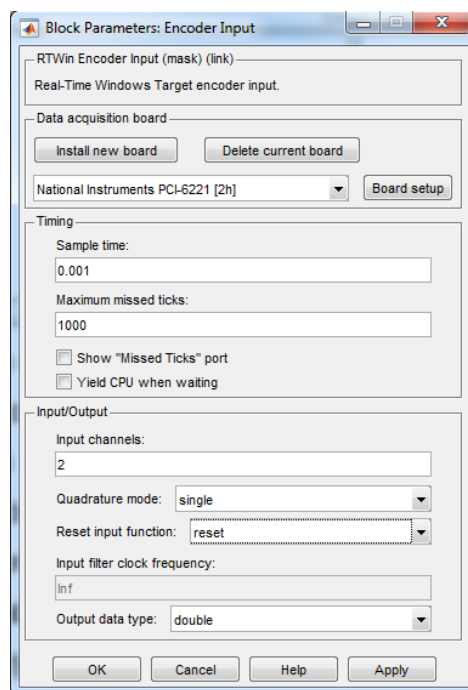
Dentro de la categoría de bloques de control se tiene un bloque que controla la estabilización del péndulo y lo mantiene alrededor del punto de equilibrio inestable, y el bloque encargado del auto-levantamiento. El bloque de cambio de señal de control contiene una lógica de comparación para controlar un selector y re-direccionar la señal de control requerida. Dentro del bloque planta se encuentra el manejo de señales de entrada y salida, en otras palabras el bloque que comunica el programa de Simulink con la planta real a través de las tarjetas de adquisición.

Entre los bloques adicionales de interfaz de usuario están un selector o “switch” de parada manual, y un bloque tipo Scope para visualización de varias señales.



A continuación se detallan la formación y configuración de las partes del programa mencionadas en el párrafo anterior.

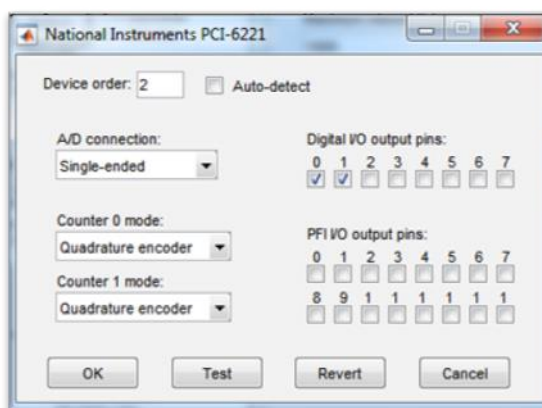
**Bloque “Planta”:** en primer lugar se establecen los bloques de entrada y salida de señales. Como entradas se tienen las señales de los sensores de posición que están dadas por los encoders incrementales, y como salida se tienen el control digital de sentido de giro del motor, el control analógico de voltaje del driver del motor y el control digital de arranque/parada del motor.



**Figura 1.27 Configuración de Bloque Entrada de Encoder para Medición de Posición Angular del Péndulo**

Solo resta configurar la tarjeta en particular, para ello se da click en “board setup”, y se abre una ventana de diálogo. Existen diferentes campo a llenar, por ejemplo en “device order” se ingresa el número con el cual Simulink reconoce a la tarjeta, éste número está relacionado con su instalación física y el slot PCI que ocupa, y que es 2, este número es el mismo para las posteriores configuraciones pues las entradas y salidas usan la misma tarjeta.

En las dos entradas para modos de operación del contador “Counter 0/1 mode”, se elige “Quadrature encoder”, la configuración al final debe lucir como se aprecia en la figura 1.28.

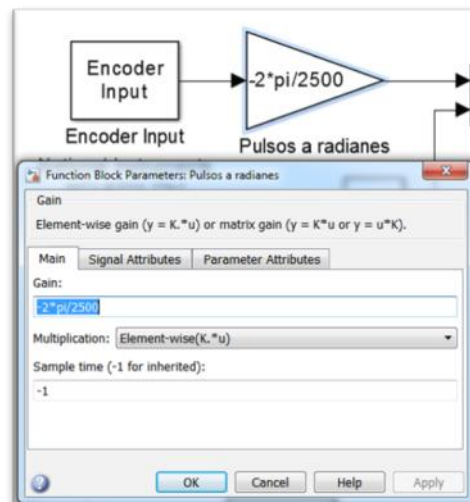


**Figura 1.28. Configuración de la Tarjeta De Adquisición de Datos para la Entrada de Encoder**

La configuración para la entrada de encoder utilizada para la posición lineal, es igual a la de posición angular, con la salvedad de que se usa el canal 1 en lugar del 2 en el campo de "Input Channels".

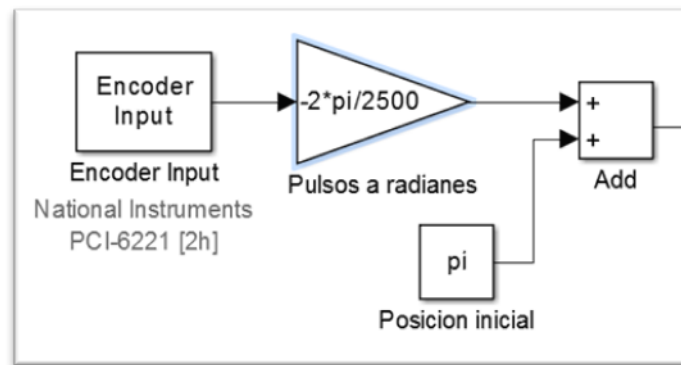
Ambos bloques leen correctamente las señales de los encoders, pero los datos que emiten están en forma de pulsos, éstos necesitan ser transformados a radianes en el caso del encargado de medir la posición angular del péndulo, y a metros para el que mide la posición lineal del carro.

Ambos encoders tienen la misma resolución de 2500 PPR, y en las configuraciones de sus bloques de lectura se escogió la lectura simple, por lo tanto se emiten 2500 pulsos en una vuelta o  $2\pi$  radianes. Además, puesto que ambos encoders están instalados en la parte trasera, los conteos disminuyen con el movimiento horario y viceversa. En el sistema referencial elegido, el ángulo aumenta en el sentido horario, con todo lo anterior en mente se configura un bloque de ganancia que transforme los pulsos a radianes y cambie el sentido con la expresión  $-2\pi/2500$ , como se muestra en la figura 1.29.



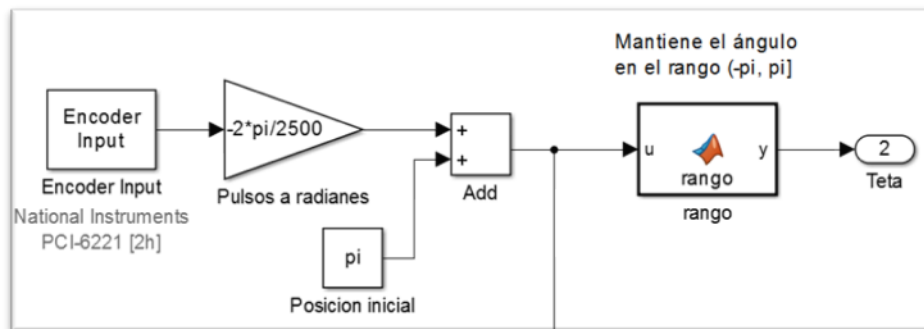
**Figura 1.29. Configuración de Ganancia de Conversión de Pulsos a Radianes**

Adicionalmente, el contador parte de cero, por lo tanto cuando se ejecuta el programa esto se interpreta como si el péndulo parte de 0 radianes en su posición de equilibrio estable, sin embargo, en el análisis del modelo en realidad parte de  $\pi$  radianes. Esto es arreglado insertando un bloque de constante de la librería de “Sources” o fuentes y un bloque de Suma de la librería de “Math Operations” u operaciones matemáticas. En el bloque de constante se ingresa “pi”, el bloque de suma tiene dos entradas se conecta la salida del bloque de conversión y la constante en cada una, como se muestra en la figura 1.30.



**Figura 1.30. Inicialización de la Medición de Posición Angular del Péndulo.**

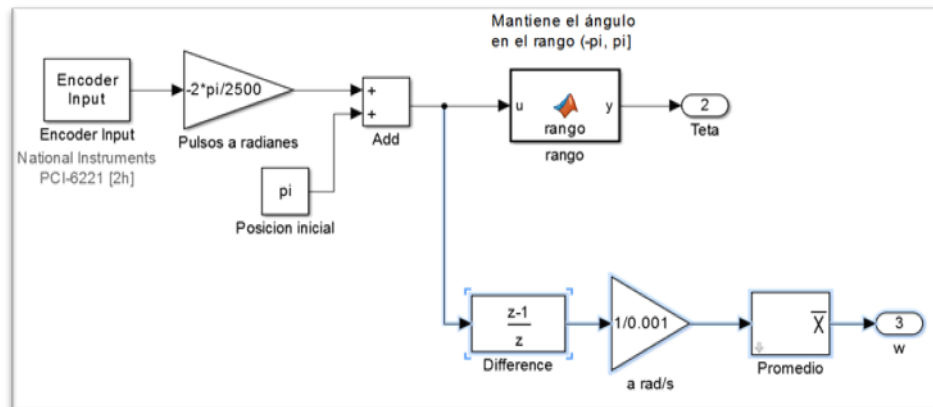
Al igual que en la simulación del modelo controlado, si el péndulo empieza a dar vueltas, el valor del ángulo se acumula y se pierde el cero, la misma solución aplicada en ese caso se usa en el modelo real, a la salida del bloque suma se inserta el bloque de función de Matlab “rango” que mantiene el ángulo en el rango  $(-\pi, \pi)$ , la salida de éste se conecta a un bloque de tipo salida con el nombre de “Teta”, como se puede ver en la figura 1.31.



**Figura 1.31. Diagrama de Bloques de Medición de la Posición Angular.**

Puesto que el bloque de control del auto-levantamiento necesita una retroalimentación de velocidad angular, ésta necesita ser medida a partir de la información del encoder, a diferencia de los modelos simulados donde se obtiene por ejemplo usando un bloque de derivada o tomando la primera integral de la aceleración angular; en el caso de una medición real se enfrenta el problema del ruido.

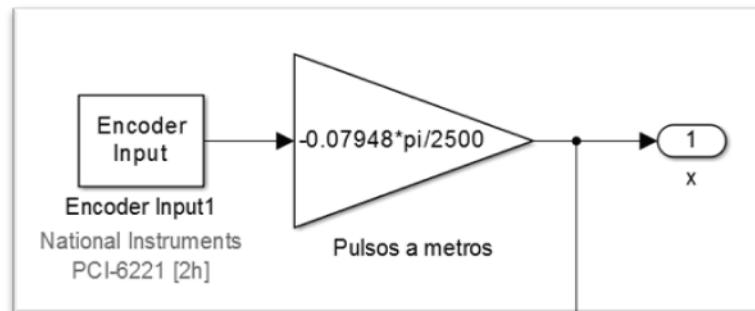
Para medir la velocidad angular con el dato de posición angular, en teoría basta con tomar el valor actual y restarle el anterior y ese resultado dividirlo para el tiempo de toma de cada valor, que es constante y es el tiempo de muestreo (0.001 segundos) [8], usando para ello el bloque "Difference" de la librería "Discrete" y un bloque de ganancia. Sin embargo, la señal así obtenida es altamente ruidosa, lo cual se arregla usando un bloque de promedio "Mean". La señal que entrega se conecta a un bloque de salida con el nombre de "w", como se muestra en la figura 1.32.



**Figura 1.32. Diagrama de Bloques de Medición de la Velocidad Angular (Sombreado En Celeste).**

Una vez completamente configurada la medición de posición y velocidad angular, se aplica un procedimiento similar para la posición lineal, se sabe que en una vuelta completa de la polea en cuyo eje está montado el encoder, se produce un desplazamiento lineal equivalente a la longitud de una circunferencia con diámetro de paso es 0.07948 m.

Conectando la salida del bloque de conversión a un bloque de salida x, se obtiene un diagrama de bloques como el mostrado en la figura 1.33.



**Figura 1.33. Diagrama de Bloques de Medición de la Posición Lineal del Carro.**

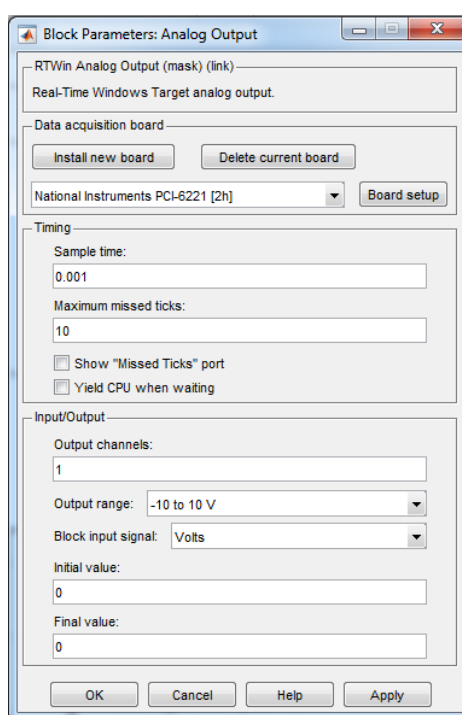
En cuanto a las salidas se necesitan tres bloques, uno que controle la velocidad usando un voltaje analógico con un rango máximo de 1 a 4 voltios, la dirección dada por una señal digital, y el arranque o parada del motor también usando una señal digital, en estas dos últimas la señal digital es de tipo “booleana”.

Para el manejo de la velocidad se ingresa un bloque de salida analógica, con tiempo de muestreo igual al bloque de entrada de encoder y al de la simulación, varias ejecuciones muestran que un valor de 10 en marcas perdidas máximas es suficiente.

La selección de canal es 1, correspondiente a donde se tiene físicamente conectada la entrada de voltaje del driver con la bornera de la tarjeta de adquisición.



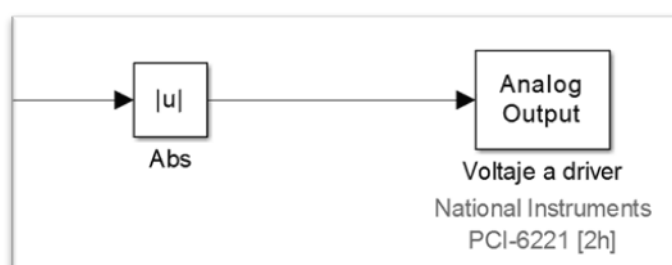
El rango disponible es el nativo de la tarjeta (-10 a +10 voltios), por seguridad se establecen los valores iniciales y finales como 0. Esto garantiza que si ocurre algún error o parada repentina del programa no se siga emitiendo voltaje en salida analógica, es una forma de resetear la señal al inicio y final de la ejecución. La ventana de configuración debe verse como se muestra en la figura 1.34.



**Figura 1.34. Configuración del Bloque de Salida Analógica de Voltaje.**

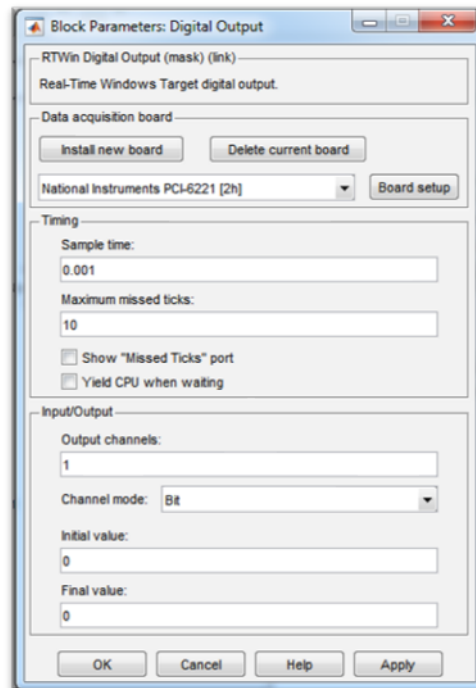
En cuanto a la configuración de la tarjeta en Board Setup, la ventana es la misma que se muestra en la figura 1.34, en el campo de “A/D Connection” se elige “Single Ended”, que es para el tipo de conexión no diferencial, pues solo se conecta un cable que lleva la señal y un cable de tierra).

La señal de control es un valor que puede variar entre valores positivos o negativos, pero la entrada de voltaje referencial en el driver del motor solo acepta valores positivos entre 1 y 4 voltios y determina la dirección con la entrada digital. Por lo tanto, la solución es bifurcar la señal de control de tal forma que al bloque de salida analógica ingrese su valor absoluto, para ello se introduce el bloque “Abs” de la librería “Math Operations”, quedando como se muestra en la figura 1.35.



**Figura 1.35. Diagrama de Bloques de la Salida Analógica de Voltaje.**

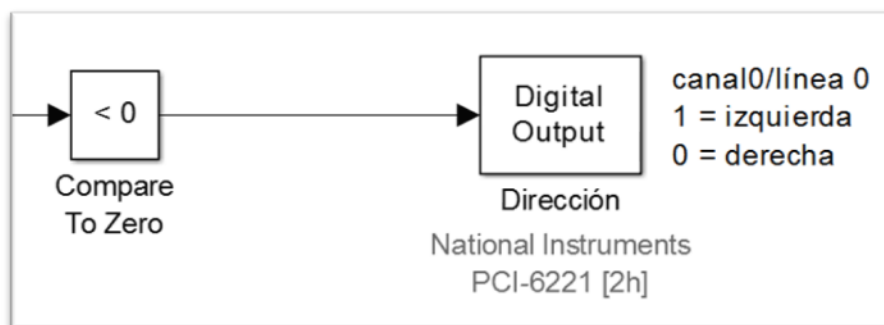
Para la salida digital de la señal de dirección la configuración es similar a los otros bloques, en el canal de salida se elige 1 que es el correspondiente a donde se ha hecho la conexión física, el tipo de dato o modo de canal es Bit (1 ó 0), y como valores iniciales y finales se elige 0 (movimiento horario o hacia la derecha). La ventana de configuración debe verse como en la figura 1.36. en “Board setup”, se activan las casillas de entradas/salidas digitales 0 y 1, correspondientes a los canales 1 y 2, dejando de esta forma ya activada la salida digital del bloque de “Run/Stop” que se describe más adelante.



**Figura 1.36. Configuración del Bloque de Salida Digital de Dirección.**

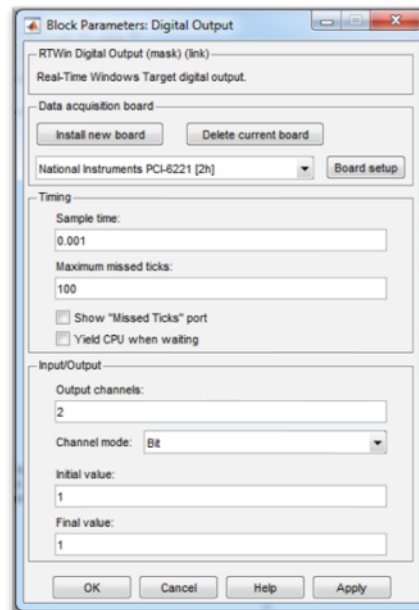
En la configuración de la salida analógica se mencionó que la señal de control necesitaba bifurcarse, teniendo por un lado el valor absoluto para el voltaje de referencia; para manejar el problema de la dirección el otro ramal de la bifurcación de la señal de control se compara con cero.

Se introduce el bloque de comparación con cero de la librería de operación lógicas, cambiando el operador a menor que (<), si la señal de control es negativa, lo cual se interpreta como movimiento a la izquierda, el bloque de comparación emite una señal de verdadero de tipo “booleana” o bit 1, caso contrario emite bit 0. La conexión se muestra en la figura 1.37.



**Figura 1.37. Diagrama de Bloques de Salida Digital de Dirección.**

Para la salida digital de “Run/Stop” o de control de parada y habilitación del motor, la configuración de su bloque es similar al de dirección y se muestra en la figura 1.38, con la diferencia de que el canal de salida utilizado es el número 2, y los valores iniciales y finales son en ambos casos 1, lo cual se hace por seguridad, pues la señal 1 activa la parada inmediata del motor, con esto se asegura que al inicio y al finalizar la ejecución del programa el motor estará en parada.



**Figura 1.38. Configuración del Bloque de la Salida Digital de Parada/Arranque.**

Esta señal de parada bien podría ser activada únicamente de forma manual, pero se deja de lado un problema que no solucionado completamente en las simulaciones: la longitud finita de los rieles guía. Sin nada que le indique al sistema que ha llegado a los límites de desplazamiento, podrían ocurrir choques del carro con los extremos.

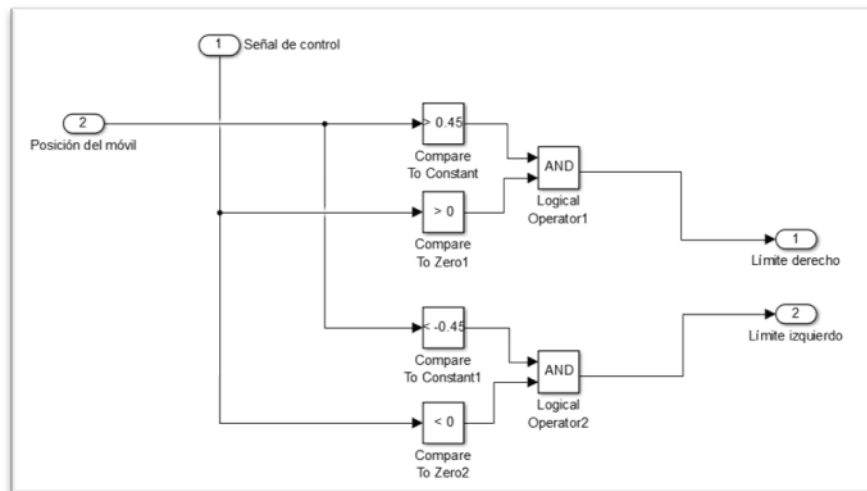
Puesto que no se cuenta con finales de carrera, la protección de extremos se lleva a cabo usando lógica. Asumiendo las condiciones iniciales de que el carro está ubicado en el centro y conociendo que la longitud del riel es de cerca de 1 metro, lo más sencillo sería comparar la posición lineal  $x$  con los

extremos, si el carro ha llegado a alguno de los dos extremos la comparación se vuelve verdadera, emitiendo la señal booleana 1 que se puede direccionar para activar la parada. Sin embargo, si solo se compara la posición, una vez que el carro ha llegado a un extremo y se ha parado, no existiría nada que lo permita volver a la zona de control, por lo tanto hace falta una comparación adicional.

La propuesta es incluir una comparación de la señal de control, de tal modo que las paradas solo se activen si además de haber llegado a un posición límite, la señal de control sigue ordenando moverse en la dirección del límite; así, si la señal de control ordena alejarse del límite la parada se desactiva permitiendo al sistema seguir ejecutando el control.

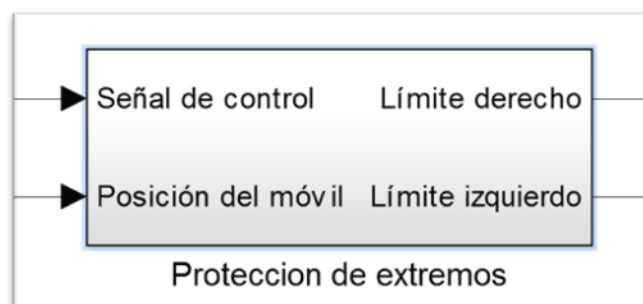
Esto en la práctica, por ejemplo para el límite a la derecha es comparar la señal de control para establecer si es mayor a cero (moverse hacia la derecha) y si la posición lineal  $x$  ha sobrepasado el límite de 0.45 m desde el centro (cerca de 2 cm de distancia entre el carro y el apoyo derecho de los rieles guía). Dado que ambas condiciones deben cumplirse para activar la parada, las salidas de ambos comparadores se introducen en un bloque de lógica "AND", el cual solo será verdadero (bit 1) cuando las dos señales que tiene de entrada sean verdaderas.

Se aplica lo mismo para el límite a la izquierda, únicamente cambiando el signo del límite de posición (-0.45 metros) y los comparadores por menor que (<). Las salidas de los bloques “AND”, se nombran apropiadamente. La estructura de la lógica de protección de extremos se ilustra en la figura 1.39.



**Figura 1.39. Diagrama de Bloques de la Lógica de Protección de Extremos.**

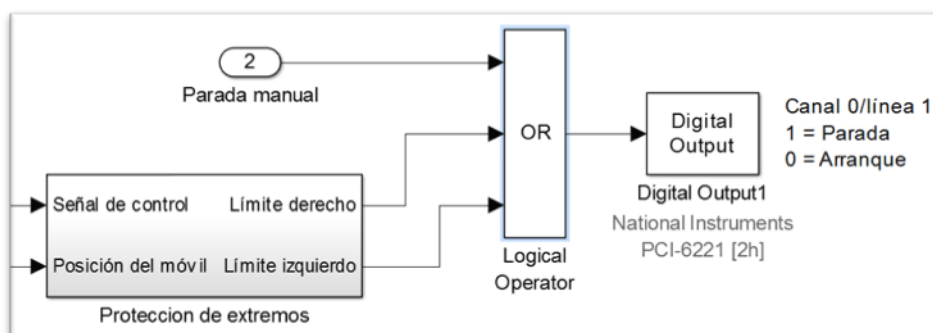
Se seleccionan todos los componentes de la lógica de protección de extremos y se colocan en un sub-sistema como se muestra en la figura 1.40.



**Figura 1.40. Sub-Sistema de Protección de Extremos.**

Con lo anterior se tienen tres posibilidades de activar la parada: de forma manual, activación de límite derecho, y activación de límite izquierdo. Basta con que una de estas esté activa para disparar la parada, lo cual se logra introduciendo las tres señales en un bloque de lógica "OR", éste es obtenido modificando el bloque "Logical Operator" u operador lógico de la librería de "Logic and Bit Operations", una vez ingresado al espacio de trabajo, se da doble click sobre éste y se cambia el número de puertos de entrada a 3, y el operador lógico a OR (tiene a AND por defecto).

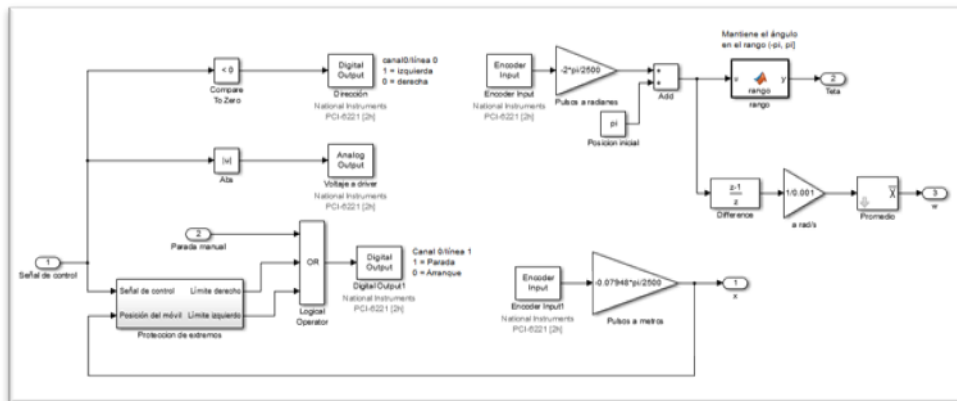
Finalmente el diagrama de bloques completo para manejar las paradas se muestra en la figura 1.41.



**Figura 1.41. Diagrama de Bloques de Manejo de Paradas.**

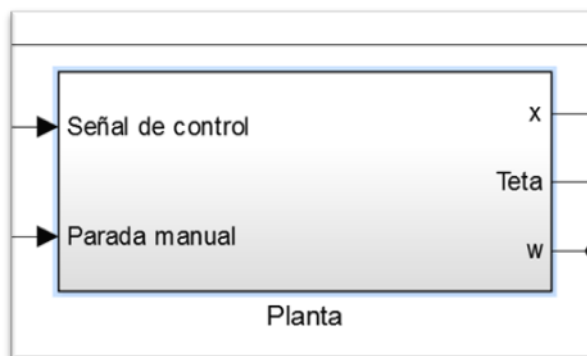
Los diagramas de adquisición y generación de datos de la planta finalmente quedan establecidos, una vista completa del mismo puede observarse en la figura 1.42.





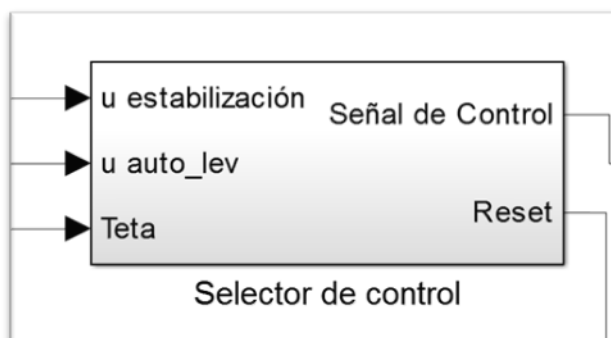
**Figura 1.42. Diagrama de Bloques Completo de la Planta.**

Se seleccionan los componentes que conforman la planta, se da click derecho y se elige crear subsistema, así la planta queda representada por un solo bloque (figura 1.42), si se desea acceder a su contenido basta con dar doble click sobre éste.



**Figura 1.42. Bloque Sub-Sistema de la Planta.**

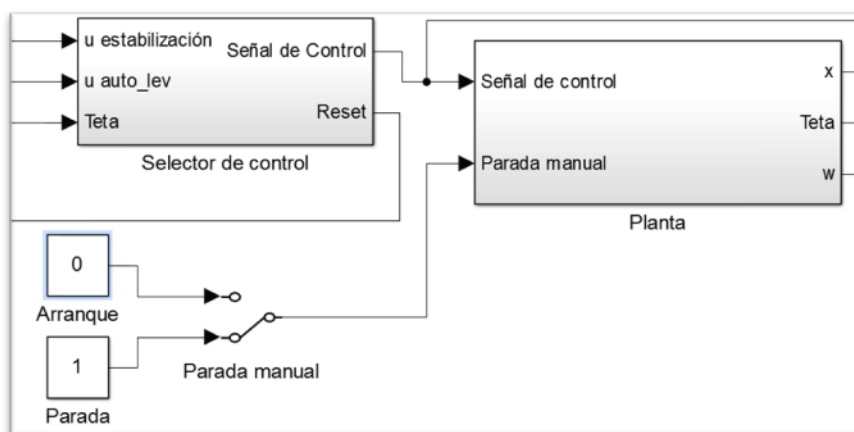
**Bloque Selector de Control:** es prácticamente igual al descrito en la simulación del controlador (figura 1.43).



**Figura 1.43. Bloque Selector de Control.**

**Bloques adicionales de interfaz de usuario:** Básicamente comprende el bloque de visualización de señales y el de parada/arranque manual.

Para la parada manual se introduce un bloque selector de la librería “Signal Routing”, con dos bloques de constantes, 0 para el arranque y 1 para la parada, la salida del selector se introduce a la entrada de parada manual del bloque planta como se observa en la figura 1.44.



**Figura 1.44. Conexión del Selector de Parada con el Bloque Planta.**

## **1.4.5 Selección del Equipamiento.**

### **1.4.5.1 Equipamiento de Actuación**

#### **1.4.5.1.1 Motor DC de imanes permanentes sin escobillas.**

Tipo: BLDC (Brushless Direct Current) o motor sin escobillas de corriente directa.

Factor de forma: NEMA 34

Potencia nominal: 440 W

Voltaje nominal: 48 Vdc

Torque nominal: 198 oz-in

Torque pico: 600 oz-in

Velocidad Nominal: 3200 RPM

Marca: Anaheim Automation

Modelo: BLY343S-48V-3200

Más detalles están incluidos en el Anexo B



**Figura 1.45. Motor sin escobillas de corriente directa.**

### 1.4.5.1.2 Caja de Engranajes Reductora

Etapas: 1

Relación de reducción: 3:1

Eficiencia: 95%

Marca: Anaheim Automation

Modelo: GBPH-0901-NS-003

Más detalles en el Anexo C



**Figura 1.46. Caja de engranajes reductora**

### 1.4.5.1.3 Amplificador de corriente

Alimentación (voltaje de entrada): 20-50 Vdc

Tipo de operación: 2 cuadrantes

Controles: velocidad, sentido de giro, parada

Marca: Anaheim Automation

Modelo: MDC150-050301

Más detalles se encuentran en el Anexo D



**Figura 1.47. Amplificador de corriente (DRIVER o Conductor del Motor)**

#### 1.4.5.1.4 Fuente de voltaje

Voltaje de salida nominal: 48 Vdc

Potencia: 600 W

Marca: TRC Electronics

Modelo: SE-600-48

Para mayor detalle ver Anexo E



**Figura 1.48. Fuente de poder o de voltaje**

#### 1.4.5.1.5 Otros elementos: poleas y banda

- Polea dentada conductora

Esta polea está montada en el eje de salida (que tiene un agujero roscado M6) de la reductora con la ayuda de un anillo de aluminio, anillo de presión y perno M6

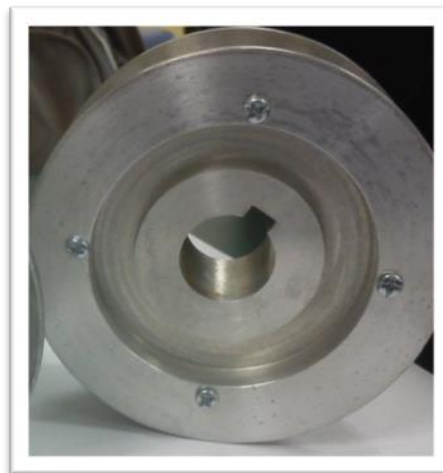
Material: Duraluminio

Número de dientes: 20

Diámetro de paso: 79.48 mm

Diámetro de agujero: 20 mm

Diámetro de anillos guía o bordes (a ambos lados de la polea):  
120 mm



**Figura 1.49. Polea conductora.**

- **Polea dentada conducida**

Mismas características que la polea dentada conductora, salvo por las dimensiones del chavetero. Está montada en un eje de acero inoxidable a presión y asegurada con anillos de presión a cada lado.



**Figura 1.50. Polea conducida, con eje y rodamientos.**

- **Banda dentada**

Número de dientes: 220

Perfil de diente: trapezoidal tipo H

Paso: ½ pulgada

Perímetro de paso: 110 pulgadas (2.794 metros)

Modelo: 1100H100

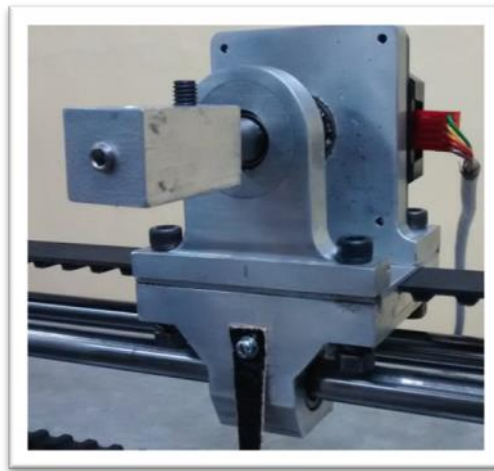


**Figura 1.51. Banda dentada.**

## **1.4.5.2 Equipamiento del Proceso**

### **1.4.5.2.1 Plataforma móvil**

Conformado por varias piezas maquinadas en Duraluminio. El cuerpo principal donde van los rodamientos lineales, el agarre de la banda, placa aseguradora, los ángulos para montaje de encoder y de apoyo del eje (ambos con rodamientos), eje de acero inoxidable y acople entre eje y péndulo.



**Figura 1.52. Plataforma móvil.**

#### **1.4.5.2.2 Eslabón con masa en el extremo**

Conformado por un tubo de aluminio y un peso de acero inoxidable

Diámetro exterior del tubo: 9.6 mm.

Longitud total del tubo: 0.45 m.

Masa del tubo: 34.6 g.

Masa del peso: 130 g.





**Figura 1.53. Péndulo con peso en el extremo libre**

#### **1.4.5.2.3 Encoders incrementales**

Se necesitaron dos encoders, uno para medir posición angular del péndulo y otro para medir posición lineal del móvil.

- **Encoders incrementales**

Tipo: Óptico incremental

Resolución: 2500 PPR (Pulses Per Revolution/Pulsos Por Revolución)

Voltaje de alimentación nominal: 5 Vdc

Tipo de salida: dos canales (A y B) de tipo cuadratura TTL

Más detalles técnicos se encuentran en el Anexo F



**Figura 1.54. Encoder óptico incremental.**

#### **1.4.5.2.4 Rieles**

Se necesitaron dos rieles para el desplazamiento del carro móvil. Los rieles fueron contruidos de aleación de acero, y tienen una longitud de 105 cm cada uno.



**Figura 1.55. Rieles para desplazamiento del carro.**

#### **1.4.5.3 Equipamiento de la Interfaz Hombre - Máquina**

##### **1.4.5.3.1 Computador**

El equipo es un ordenador de escritorio con sistema operativo Windows 7 de 64 bits, procesador Intel core i3, 4 GB de RAM, con capacidad para aceptar hasta 2 tarjetas PCI.

##### **1.4.5.3.2 Tarjetas de adquisición de datos de National Instruments.**

Tipo: PCI

Número de entradas y salidas en general: 68

Modelo: NI PCI6221 (68 pines)

Fabricante: National Instruments

Más detalles y especificaciones técnicas en el Anexo H



**Figura 1.56. Tarjeta de adquisición de datos NI PCI-6221.**

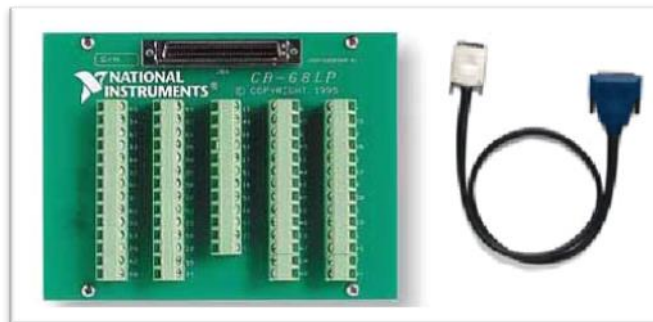
- **Bloques de borneras y cables de conexión**

Modelo (Bornera): NI CB-68LP

Terminales: 68 de tipo tornillo

Modelo (Cable): NI SHC68-68-EPM

Fabricante: National Instruments

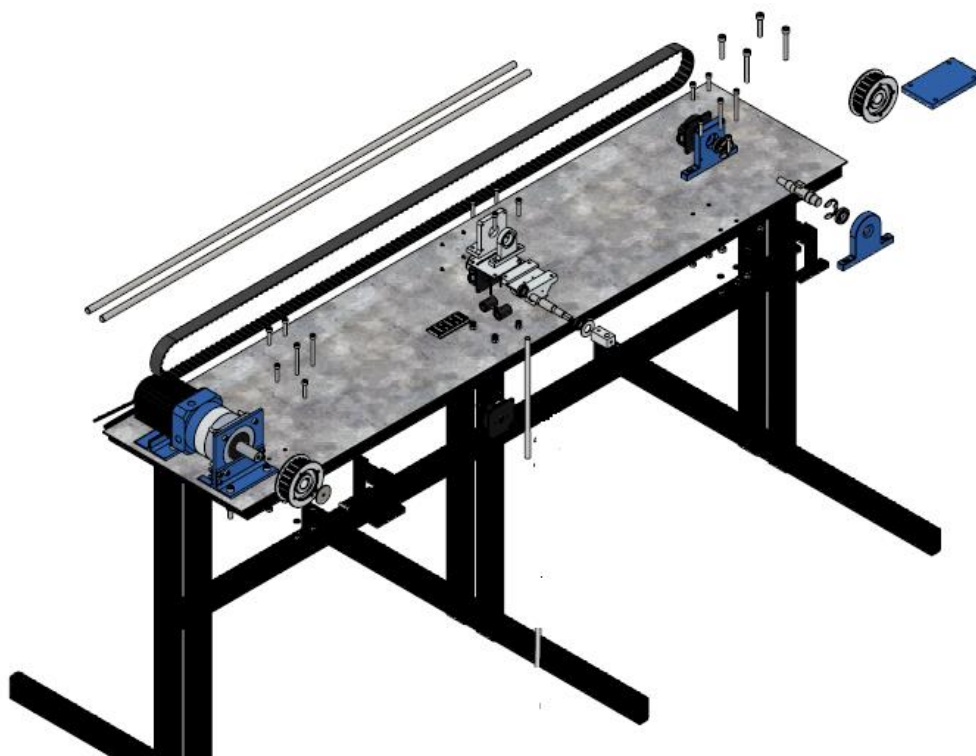


**Figura 1.57. Bornera y cable.**

### 1.4.5.3.3 Software Matlab como herramienta de control.

El software y herramienta de control que se utiliza en este proyecto es el Matlab 2013b en su versión para 64 bits.

Finalmente en la figura 1.58 se puede observar el despiece de la bancada, motor, caja reductora, poleas conductora y conducida de dientes, carro móvil, encoders incrementales, bases de motor y base de la polea, banda sincrónica y ejes o rieles del carro móvil.



**Figura 1.58. Detalle del despiece del péndulo invertido**

Las otras partes que no se observan en la figura 1.58 se detallan a continuación.

Las señales de entrada y salida viajan por cables hasta una caja que contiene las borneras para fácil conexión con las terminales de las tarjetas de adquisición, las borneras están conectadas a las tarjetas mediante el cable especificado en la sección anterior de componentes del equipo (Figura 1.59).



**Figura 1.59. Detalle de la caja de conexiones, borneras y tarjetas de adquisición de datos**

El equipo final puede observarse en la figura 1.60, la fuente no es visible pues está instalada debajo de la mesa, por razones de seguridad en la esquina derecha se ha instalado un botón de emergencia que al presionarlo corta la alimentación a la fuente de voltaje.



**Figura 1.60. Sistema de péndulo invertido real con detalle de caja de conexiones**

# CAPÍTULO II

## 2. Resultados Obtenidos

A continuación se muestra una corrida del programa de control implementado en simulink, donde se puede apreciar los resultados obtenidos del autolevantamiento y cambio de control, estabilización o regulación del péndulo invertido en la posición de equilibrio invertida, la respuesta del sistema a perturbaciones y la recuperación del sistema desde el autolevantamiento.

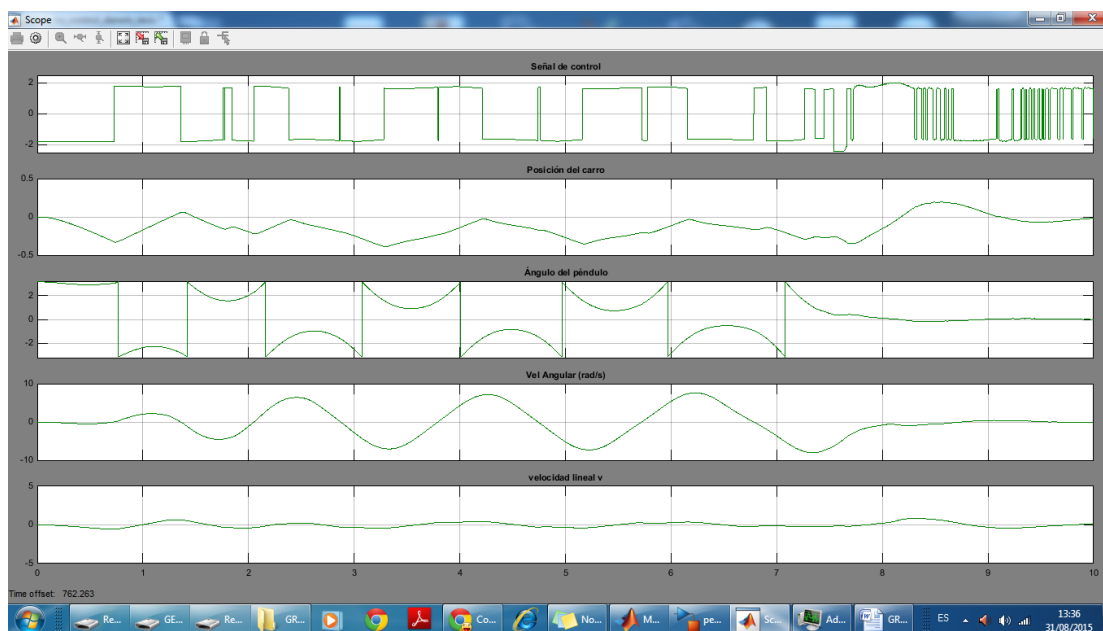


Figura 2.1. Auto-levantamiento y cambio de control

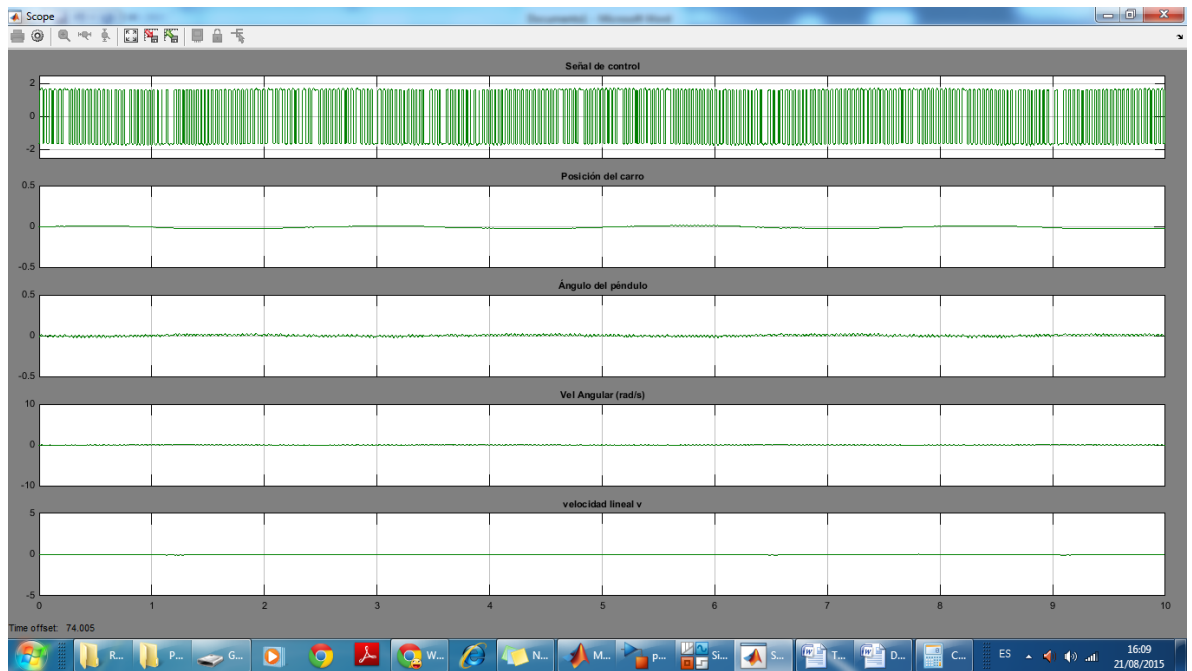


Figura 2.2. Estabilización o regulación del péndulo en el punto de equilibrio inestable

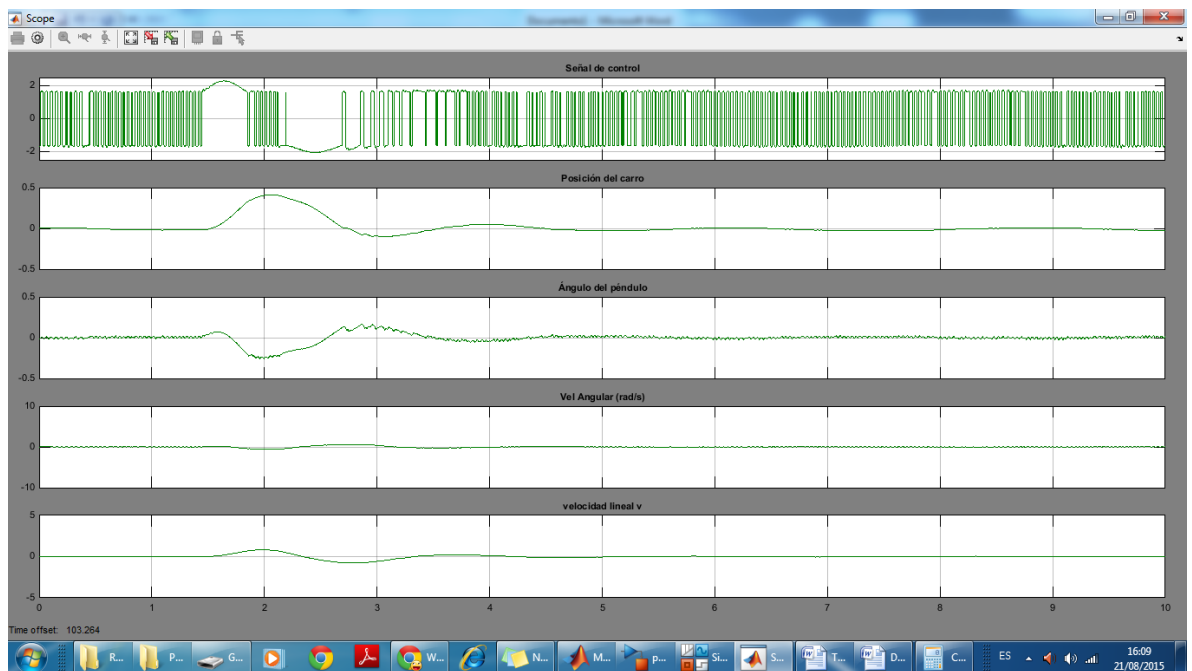


Figura 2.3. Respuesta a perturbaciones

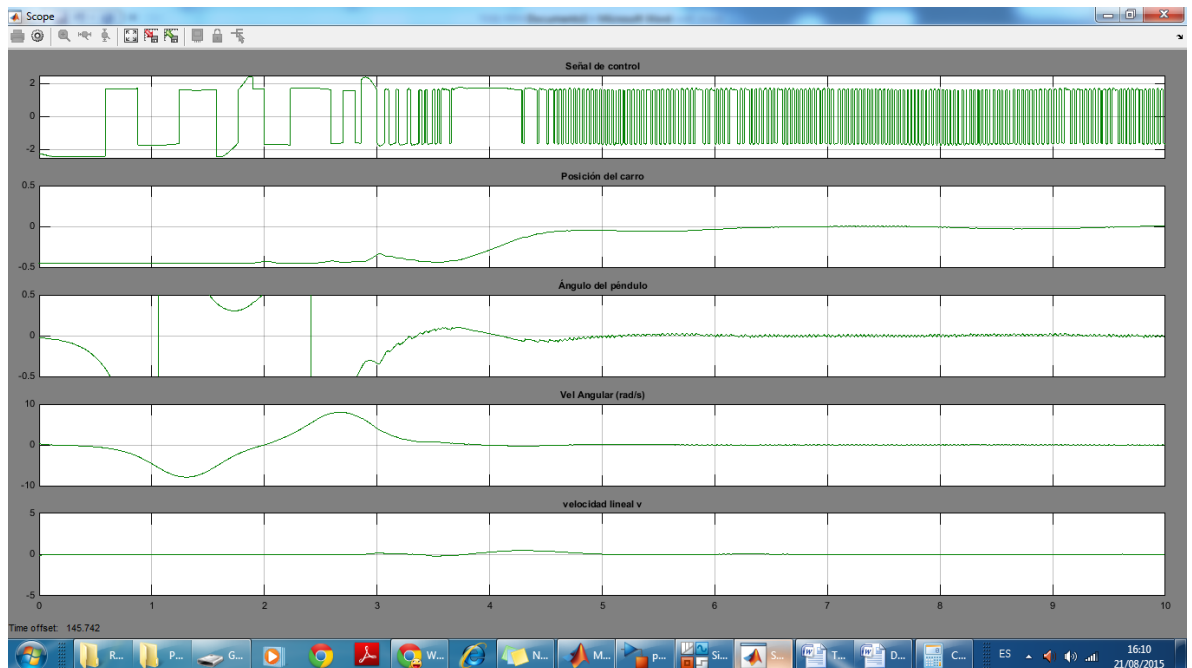


Figura 2.4. Recuperación desde el auto-levantamiento

## 2.1. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.

Para obtener los gráficos anteriormente indicados, es importante señalar que fue necesario obtener varios valores del vector  $K$  para la realimentación de estados, ya que los que fueron obtenidos inicialmente por simulación del sistema linealizado no permitían hacer la regulación del péndulo, es más, ni siquiera se lograba el cambio de la ley de control o simplemente lo hacía pero inmediatamente se salía de la zona de estabilización. Al detectar que no le lograba la estabilización se tomó la decisión de probar únicamente la regulación alrededor del punto de



equilibrio, para lo cual se fueron cambiando valores del coeficiente de amortiguamiento o el tiempo de establecimiento, hasta que probando con  $\zeta = 0.7$  y  $t_s = 1.2$  s, con lo cual el vector  $K = [-985.7 \ -387.9 \ -1622.8 \ -395.2]$ , se pudo obtener una regulación pero que causaba mucha vibración en el sistema para lograr su objetivo, además, se perdía el control sobre la posición del carro, pues el mismo se alejaba de la posición  $x = 0$ . Una vez hecho esto, se observó la proporción entre las ganancias y se procedió al ajuste por prueba y error hasta que la respuesta era satisfactoria, hecho se realizó la simulación completa con autolevantamiento y regulación, verificando que el levantamiento se obtuvo en un tiempo menor a 7.5 segundos con los parámetros  $ng = 89.46$  y  $k = 1.88$ , la regulación mejoró al llegar al siguiente ajuste en las ganancias de  $K = [-270 \ -300 \ -1200 \ -110]$  lo cual permitió mantener el péndulo en la posición invertida y también mejoró el control de la posición del carro hacia el origen  $x = 0$ .

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.**

### CONCLUSIONES

1. El sistema no lineal del sistema péndulo invertido sobre una plataforma móvil finita en lazo abierto es inestable.
2. El sistema linealizado del sistema péndulo invertido sobre una plataforma móvil finita en lazo abierto es inestable pero controlable.

3. Es posible controlar el sistema linealizado del sistema péndulo invertido sobre una plataforma móvil finita a través de la técnica de ubicación de polos por realimentación del vector de estado.
4. Las no linealidades del modelo no lineal del sistema péndulo invertido no permiten la simulación a través de una ley de control por ubicación de polos por realimentación del vector de estado.
5. La herramienta de control permitió comprobar que el control implementado del autolevantamiento se realice en un tiempo menor a 60 segundos.
6. El sistema de control implementado con una ley de control por ubicación de polos por realimentación del vector de estado permite estabilizar el péndulo en su posición de equilibrio inestable manteniendo la posición del carro alrededor del origen.

## RECOMENDACIONES

1. Analizar con otras técnicas de control el funcionamiento y desempeño del sistema péndulo invertido sobre una plataforma móvil.

**BIBLIOGRAFÍA.**

1. K. J. Aström, K. Furuta, "Swinging Up a Pendulum By Energy Control," presented at IFAC 13th World Congress, San Francisco, California, 1996.
2. Chin-Long Cham and Bin Samad. "Brushless DC Motor Electromagnetic Torque Estimation with Single-Phase Current Sensing", Journal of Electrical Engineering and Technology. 2014. May, 9(3): 866-8722014.
3. R. T. Romero. "Modelado, Simulación y Control de un Péndulo Invertido usando Componentes Analógicos Simples", Escuela Superior Politécnica del Litoral, 2004.
4. Autor: Prof. Dr. Valery Moreno Vega. "Herramientas de Software de Ayuda al Control", CUJAE, Cuba, Noviembre 2006.
5. Katsuhiko Ogata. Ingeniería de Control Moderna, 3a. Edición, 1998.
6. Benjamin C. Kuo. Sistemas de Control Automático, 7a. Edición, 1996.
7. Página web [www.matworks.com](http://www.matworks.com)
8. Katsuhiko Ogata. Sistemas de control en tiempo discreto, 2a. Edición, 1996.

## ANEXOS.

### Anexo A1

#### Programas de simulación del péndulo invertido en lazo abierto.

```

%% del pendulo invertido sobre una plataforma movil.
%% Parametros
global M b l I F m g
%% Movil
M = 1.00; % masa en Kg.
b = 2.0; % constante de friccion en N*s/m

%% Péndulo
m = 0.13; % masa puntual en péndulo en Kg.
l = 0.45; % longitud del pendulo desde el eje al centro
de la masa en m.
I = m*l^2; % momento de inercia alrededor del centro de
gravedad en Kg*m^2
g = 9.8; % aceleracion de gravedad en m/s^2
F = 0;
%% condiciones iniciales
x0 = [0.1 0 5*pi/180 0]';
%% tiempo de simulacion
ti = 0; tf = 1.5;

[t,x] = ode45('mpendnldarwin',[ti tf],x0);
subplot(221),plot(t,x(:,1))
title('Posicion del movil en metros'),grid
subplot(222),plot(t,x(:,3)*180/pi)
title('Posición angular del pendulo en grados'),grid
subplot(223),plot(t,x(:,2))
title('Velocidad lineal en m/s'),grid
subplot(224),plot(t,x(:,4))
title('Velocidad angular del pendulo en rad/s'),grid
% fin de spend.m

function xdot = mpendnldarwin(t,x)
%% mpend.m
%% modelo del pendulo invertido sobre una plataforma
movil

```

## Anexo A2

```

%% para utilizarlo hay que ejecutar el programa spend.m
%% Parametros
global M F b l m I g

a1 = (I/l/sin(x(3))+m*l*sin(x(3))^2)*(-
b*x(1)+m*l*sin(x(3))*x(4)^2+F);
a2 = -m*l*cos(x(3))*(b*x(1)*cos(x(3))+m*g*sin(x(3))-...
m*l*sin(x(3))*cos(x(3))*x(4)^2-F*cos(x(3)));
a3 = M*cos(x(3))*(-b*x(1)+m*l*sin(x(3))*x(4)^2+F);
a4 = (M+m)*(b*x(1)*cos(x(3))+m*g*sin(x(3))-...
m*l*sin(x(3))*cos(x(3))*x(4)^2-F*cos(x(3)));
D = m*M*l+m^2*l*sin(x(3))^2+(M+m)*I/l/sin(x(3));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
xdot = [x(2);
(a1+a2)/D;
x(4);
(a3+a4)/D];
%% fin de mpendnldarwin.m
end

%Simulación del sistema lineal y presentación gráfica
lpendul.m
%% lpendul.m
%% Modelo incremental
%% pendulo invertido sobre una plataforma movil.
%%
%% Se debe ejecutar despues de spend.m
%% Los parametros son los mismos de spend.m
D = (M+m)*I+M*m*l^2;
a22 = -(I+m*l^2)*b/D;
a23 = -m^2*l^2*g/D;
a42 = m*l*b/D;
a43 = m*l*g*(M+m)/D;
b21 = (I+m*l^2)/D;
b41 = -m*l/D;

%% Matrices de estado A, B, C y D
A = [0 1 0 0;
0 a22 a23 0;
0 0 0 1;
0 a42 a43 0];

```

**Anexo A3**

```
B = [0;
b21;
0;
b41];
C = [1 0 0 0; 0 0 1 0];
D = 0;
T = (0:0.05:tf)';
U = zeros(size(T));
%% condiciones iniciales x0, ver spend.m
[Y,X] = lsim(A,B,C,D,U,T,x0);
subplot(221),plot(T,X(:,1),'y--',T,X(:,1),'r')
title('Posicion del movil en metros'),grid
subplot(222),plot(T,X(:,3)*180/pi,'y--',T,X(:,3)*180/pi,'r')
title('Angulo de rotacion del pendulo en grados'),grid
subplot(223),plot(T,X(:,2),'y--',T,X(:,2),'r')
title('Velocidad del carro en m/s'),grid
subplot(224),plot(T,X(:,4),'y--',T,X(:,4),'r')
title('Velocidad angular en rad/s'),grid

%% fin de lpendul.m
```

## Anexo B1

### Motor DC de imanes permanentes sin escobillas

#### BLY34 Series - Brushless DC Motors



#### FEATURES

- NEMA Size 34 BLDC Motors
- Compact Size and Power Density
- Lifetime of over 20,000 hours
- Long Life and Highly Reliable
- Can be Customized for
  - Maximum Speed
  - Winding Current
  - Shaft Options
  - Cables and Connectors
- CE Certified and RoHS Compliant



#### DESCRIPTION

The BLY34 Series Brushless DC Motors come in a compact package with high power density. These motors are cost-effective solutions to many velocity control applications. They are available in both single and dual shaft options, and come in four different stack lengths to provide you with just the right torque for your application. A number of windings are available off-the-shelf and the motors can be customized to fit your machine requirements. The motor comes in a standard 11-lead configuration and can be wired for either delta or star configurations. We can also customize the winding to perfectly match your voltage, current, and maximum operating speed. Special shaft modifications, cables and connectors are also available upon request.

#### SPECIFICATIONS

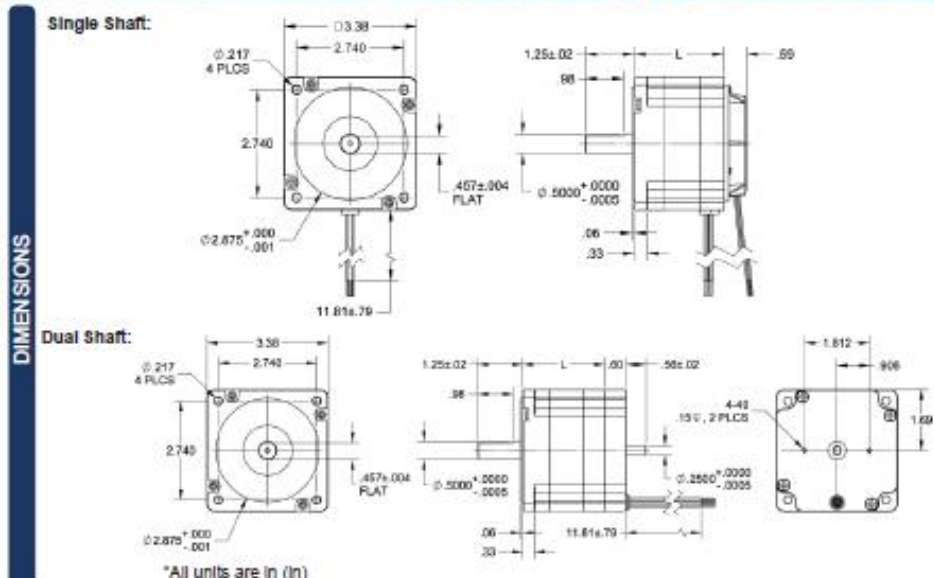
Model #	Rated Voltage (V)	Rated Speed (RPM)	Rated Power (W)	Peak Torque (oz-in)	Peak Current (A)	Line to Line Resistance (ohms)	Line to Line Inductance (mH)	Torque Constant (oz-in/A)	Back EMF Voltage (V/RPM)	Rotor Inertia (oz-in-sec <sup>2</sup> )	Weight (lbs)	"L" Length (in)
BLY341S-24V-3000	24	3000	110	142	10	0.15	0.17	7.50	8.15	0.00586	3.31	2.28
BLY341S-48V-3000	48	3000	110	150	11.0	1.05	2.20	14.0	10.5	0.00586	3.31	2.28
BLY342S-24V-3000	24	3000	220	297	39	0.07	0.08	7.93	6.00	0.01133	4.06	2.80
BLY342S-30V-3000	30	3000	220	297	30.0	0.12	0.11	10.10	7.22	0.01133	4.06	2.80
BLY342S-48V-3000	48	3000	220	300	19.0	0.36	1.06	16.0	11.5	0.01133	4.06	2.80
BLY342S-160V-3000	160	3000	220	297	5.6	3.80	10.96	53.8	29.5	0.01133	4.06	2.80
BLY343S-48V-3000	48	3000	440	600	33.0	0.20	0.48	16.0	13.5	0.02286	5.73	3.96
BLY343S-160V-3000	160	3000	440	594	10.2	1.40	4.57	56.0	29.3	0.02286	5.73	3.96
BLY343S-240V-3000	240	3000	440	595	7.5	3.10	11.20	11.0	61.5	0.02286	5.73	3.96
BLY344S-240V-3000	240	3000	660	862	10.0	2.40	9.50	9.3	61.5	0.03399	8.82	4.04
BLY344S-48V-3000	48	3000	660	900	56.0	0.16	0.30	17.0	11.5	0.03399	8.82	4.04
BLY344S-160V-3000	160	3000	660	862	15.5	0.73	2.67	56	28.3	0.03394	8.82	5.51

Note: The above specs are for motors hooked up with the star configuration. For different rated speeds, please contact the factory. Custom leadwires, cables, connectors, and windings are available upon request. The 7<sup>th</sup> character "S" denotes a single shaft, use "D" for double shaft.

L010350

910 East Orangefair Ln. Anaheim, CA 92801 Tel. (714) 862-8880 Fax. (714) 992-0471 [www.anaheimautomation.com](http://www.anaheimautomation.com)

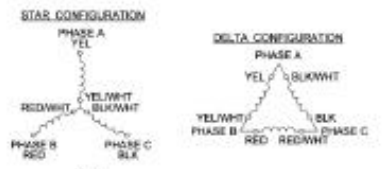
## Anexo B2



DIMENSIONS

WIRING INFORMATION

Description	Motor Wire Color	Cable Aider Color
Hall Supply	Red	Red/White
Hall A	Blue	Orange/White
Hall B	Green	Orange
Hall C	White	Yellow/White
Hall Ground	Black	Black/White
Phase A	Yellow, Yel/Whit	Yellow
Phase B	Red, Red/Whit	Red
Phase C	Black, Blk/Whit	Black



NOTE:  
 1. STAR CONFIGURATION IS DEFAULT.  
 2. FOR DELTA CONFIGURATION:  
 REMOVE PLASTIC CAP.  
 REMOVE 3 SCREWS HOLDING PCB.  
 ROTATE HALL PCB TO LINE UP WITH RED MARKER. REPLACE SCREWS.  
 REPLACE PLASTIC CAP.

SPECIFICATIONS

Hall Effect Angle:	120° Electrical Angle	Insulation Class	Class B
Shaft Run Out:	0.05mm	Dielectric Strength	500VDC for one minute
Radial Play:	0.02mm@450g	Insulation Resistance:	100MOhms Min, 500VDC
End Play:	0.08mm@450g	Number of Poles	8
Max. Radial Force:	220N@20mm from the flange	Number of Phase:	3
Max. Axial Force:	60N	Temperature Rise:	70°C
Typical Efficiency:	80%	Life Expectancy:	Over 20,000 hours




## Anexo C1

### Caja de Engranajes Reductora

GBPH-090x-NS Series

FEATURES

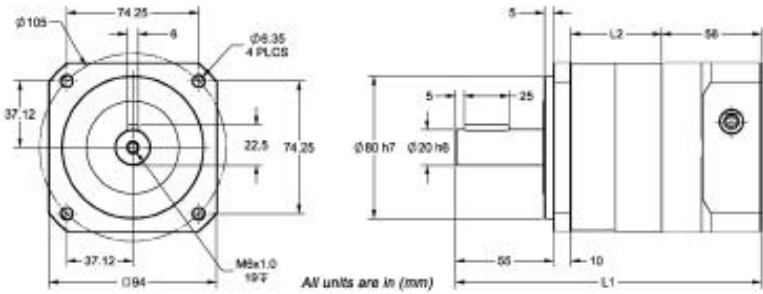
- Backlash as Low as 11 arc-min
- Gear Ratios From 3 to 1000
- Available in 1, 2 and 3 Stage Models
- Patented Precision Clamping System
- Lifetime Lubrication
- High Durability



DESCRIPTION

The GBPH-090-NS Series Planetary Gearbox offers you the precision you need at the prices you want! This Planetary Gearbox is designed with very low backlash for motion control, automation, and robotic applications requiring precise position requirements. This Planetary Gearbox will match many servos or steppers and is ideal for NEMA 34 motors. Designed with the goal of offering a cost-effective product without sacrificing quality, you will find that this Planetary Gearbox offers you an extraordinary value. Please verify all dimensions when matching a gearbox to a specific motor, as critical dimensions will vary among series and manufacturers.

DIMENSIONS



All units are in (mm)

SPECIFICATIONS

**Matching the Gearbox to Your Motor**

To ensure compatibility with the gearbox, it is important to consider that the motor specifications are within the listed ranges below. Motor Bolt Circle Diameter, Input Shaft Diameter, Input Shaft Length, Pilot Thickness, Pilot Diameter and Hole Diameter are required in order to match the motor with the appropriate gearbox, and will be used to determine the complete part number. Please see the Gearbox Mounting form downloadable from our website under *Support - Technical Support - Installations* for more information on required motor data.

Parameter	Range
Bolt Hole Circle Diameter	70mm to 100mm
Input Shaft Diameter	14mm to 19mm
Input Shaft Length	40mm Max
Pilot Thickness	8mm Max
Pilot Diameter	50mm to 80mm
Hole Diameter	Any Size

LD10455

910 East Orangefair Ln. Anaheim, CA 92801
Tel. (714) 992-8880
Fax. (714) 992-0471
www.anaheimautomation.com

## Anexo C2



SPECIFICATIONS

Model #	Gear Ratio (C:1)	Rated Output Torque (oz-in)	Max Output Torque (oz-in)	Maximum Input Speed (RPM)	Stages	Backlash Maximum (arcmin)	L1 Length (mm)	L2 Length (mm)	Weight (lbs)
GBPH-0901-NS-003-xxxxx-yyy	3	23791	71372	4000	1	11	172	51	7.72
GBPH-0901-NS-004-xxxxx-yyy	4	23791	71372	4000	1	11	172	51	7.72
GBPH-0901-NS-005-xxxxx-yyy	5	23791	71372	4000	1	11	172	51	7.72
GBPH-0901-NS-007-xxxxx-yyy	7	23791	71372	4000	1	11	172	51	7.72
GBPH-0901-NS-010-xxxxx-yyy	10	23791	71372	4000	1	11	172	51	7.72
GBPH-0901-NS-012-xxxxx-yyy	12	23791	71372	4000	1	11	172	51	7.72
GBPH-0902-NS-015-xxxxx-yyy	15	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-016-xxxxx-yyy	16	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-020-xxxxx-yyy	20	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-021-xxxxx-yyy	21	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-025-xxxxx-yyy	25	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-028-xxxxx-yyy	28	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-030-xxxxx-yyy	30	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-035-xxxxx-yyy	35	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-040-xxxxx-yyy	40	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-049-xxxxx-yyy	49	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-050-xxxxx-yyy	50	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-070-xxxxx-yyy	70	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0902-NS-100-xxxxx-yyy	100	23791	71372	6000	2	16	198	77	9.92
GBPH-0903-NS-036-xxxxx-yyy	36	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-045-xxxxx-yyy	45	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-060-xxxxx-yyy	60	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-075-xxxxx-yyy	75	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-080-xxxxx-yyy	80	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-090-xxxxx-yyy	90	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-150-xxxxx-yyy	150	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-200-xxxxx-yyy	200	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-300-xxxxx-yyy	300	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-400-xxxxx-yyy	400	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-500-xxxxx-yyy	500	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-700-xxxxx-yyy	700	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13
GBPH-0903-NS-1000-xxxxx-yyy	1000	23791	71372	6000	3	16	224	103	12.13

Part numbers are based on the specifications of the motor being matched to the gearbox.  
 -xxxxx denotes motor plot, -yyy denotes input shaft diameter.  
 Refer to *Matching the Gearbox to Your Motor* on the first page for more information, or contact an Anaheim Automation Applications Engineer for assistance.

Radial Load:	189 lbs - Force	Axial Load:	136 lbs - Force
Operating Temperature:	15° to 134°C	Noise Level:	68 dB
Efficiency:	95%	IP Rating:	IP65

## Anexo D1

Amplificador de corriente (DRIVER o Conductor del Motor)

# MDC150-050301 50V, 30A Brushless Controller

User's Guide



**ANAHEIM AUTOMATION**

910 East Orangefair Lane, Anaheim, CA 92801  
e-mail: [info@anaheimautomation.com](mailto:info@anaheimautomation.com)

(714) 992-6990 fax: (714) 992-0471  
website: [www.anaheimautomation.com](http://www.anaheimautomation.com)

## Anexo D2

### MDC150-050301 Driver Features

- Maximum Current Limit Setting from 10.0-30.0 Amps (peak)
- Internal or External Potentiometer Speed Control
- 2-Quadrant Operation
- Hall Sensor Feedback
- Constant Velocity Mode
- Short Circuit Protection
- Requires 20-50 VDC
- Speed Out
- Fault Out
- Brake, Disable and Direction Inputs
- Selectable Ramp Up/Down
- TTL-CMOS Compatible Inputs
- Compact Size (5.25" x 3.06" x 1.65")
- Dual Mounting Option
- Detachable, Screw Type Terminal Block

### General Description

The MDC150-050301 driver is designed to drive DC brushless motors at currents of up to 30A (peak) and 50V. Using hall sensor feedback, a constant velocity mode can be selected. The driver is protected against over current (cycle-by-cycle or latched), hall sensor error and under voltage. When an error occurs, a fault light is turned on to notify the user. Included on the driver is an internal potentiometer to control the maximum phase current allowed into the motor and an internal potentiometer to control the speed of the motor. An optional external potentiometer (10K) or external voltage (1-4VDC) can be used to control the speed as well. The direction of the motor can be preset by the direction control input. Other inputs to the drive include a run/stop and a motor freewheel input. When using the run/stop input, there are three ramp up profiles from standstill to select from. The run/stop input overrides all other inputs into the driver.

### Fault Protection

Over current protection can be provided by means of a over current latch function by setting the 'FLT LATCH' dip switch on. If a motor current level exceeding the current limit set by the internal or external current limit potentiometer is produced, an over current latch is activated, shutting off the output. When a fault is detected, the driver turns off the motor current, the red FAULT LED alerts the user a fault occurred and the Fault Output (TB3 - Pin 5) goes low. The Fault Output is disabled, logic '1' output, when the 'FLT LATCH' dip switch is in the off position and disabled. This Fault protection alerts the user of the following conditions.

1. Invalid Sensor Input Code
2. Over Current. The driver is equipped with cycle-by-cycle current limiting or over current latch.
3. Undervoltage Lockout activation at 9.1 VDC for the input voltage and 4.5 VDC for the Hall Sensor voltage.

### Ordering Information

Part #	Description
MDC150-050301	Featured BLDC driver 30A, 50V
PSA24V2.7A	DC Power Supply 24VDC at 2.7 Amps
PSA40V4A	DC Power Supply 40VDC at 4 Amps
PSA40V8A	DC Power Supply 40VDC at 8 Amps
CBL-AA5420	Cable, 3 Pins 12In. Long, For External Pot

## Anexo D3

---

### Specifications

**Control Inputs: (TB3, Pins 2-4)**

TTL-CMOS Compatible

Logic "0" = 0-0.8VDC

Logic "1" = OPEN

All three inputs (run/stop, freewheel and direction) are pulled up to through 20k ohm resistors.

**Freewheel: (TB3, Pin 3)**

Logic "1" (open) - Motor is Enabled

Logic "0" - Motor is de-energized and will coast

**Direction Control: (TB3, Pin 2)**

Logic "1" (open) - Clockwise

Logic "0" - Counterclockwise

**Run/Stop: (TB3, Pin 4)**

Logic "1" (open) - Motor will not run and if running will come to a hard stop

Logic "0" - Motor will run and will accelerate according to ramp dip switch setting

**Fault Output: (TB3, Pin 5)**

Logic "1" (5V out) - Status good, normal operation.

Logic "0" - One of the three fault conditions listed in the 'Fault Protection' section has occurred.

**Speed Output: (TB3, Pin 1)**

A 5V signal pulse out is available at a rate of 4 pulses for 1 revolution of an 8-pole motor, 3 pulses for 1 revolution of a 6-pole motor, and 2 pulses for 1 revolution of a 4-pole motor.

8-pole motor RPM = 15 \* PG OUT (in Hz)

6-pole motor RPM = 20 \* PG OUT (in Hz)

4-pole motor RPM = 30 \* PG OUT (in Hz)

**Output Current Rating:**

Adjustable 10.0 - 30.0 amperes per phase maximum operating peak current

(5.0 - 15.0 amperes per phase maximum operating continuous current)

**Power Requirements: (TB2, Pins 1 and 2)**

20VDC (min) - 50VDC (max)

**Operating Temperature**

Heat Sink: 0°-70° C

**Hall Sensor Power Output:**

6.25V @30mA maximum. Typical current draw from hall sensors in 20mA.

All three Hall Sensor inputs are pulled up through 20K ohm resistors.

The external speed control potentiometer must be 10K Ohms.

**Heating Considerations**

The temperature of the heat sink should never be allowed to rise above 70° C. If necessary, mount the unit to an additional heat sink or air should be blown across the heat sink to maintain suitable temperatures.

## Anexo D4

### Commutation Sequence

	Step					
	1	2	3	4	5	6
Phase A	+	Z	-	-	Z	+
Phase B	Z	+	+	Z	-	-
Phase C	-	-	Z	+	+	Z
Hall A	1	1	0	0	0	1
Hall B	0	1	1	1	0	0
Hall C	0	0	0	1	1	1

120° Hall Spacing Sequence Forward

	Step					
	1	2	3	4	5	6
Phase A	+	Z	-	-	Z	+
Phase B	Z	+	+	Z	-	-
Phase C	-	-	Z	+	+	Z
Hall A	1	1	0	0	0	1
Hall B	0	1	1	1	0	0
Hall C	0	0	0	1	1	1

120° Hall Spacing Sequence Reverse

	Step					
	1	2	3	4	5	6
Phase A	+	Z	-	-	Z	+
Phase B	Z	+	+	Z	-	-
Phase C	-	-	Z	+	+	Z
Hall A	1	1	0	0	0	1
Hall B	0	1	1	1	0	0
Hall C	0	0	0	1	1	1

60° Hall Spacing Sequence Forward

	Step					
	1	2	3	4	5	6
Phase A	+	Z	-	-	Z	+
Phase B	Z	+	+	Z	-	-
Phase C	-	-	Z	+	+	Z
Hall A	1	1	0	0	0	1
Hall B	0	1	1	1	0	0
Hall C	0	0	0	1	1	1

60° Hall Spacing Sequence Reverse

+ = Top Transistor ON, Bottom Transistor OFF, Current flows into this wire

- = Top Transistor OFF, Bottom Transistor ON, Current flows out of this wire

Z = Top Transistor OFF, Bottom Transistor OFF, No current into or out of this wire (High Impedance)

### Motor Connection

Refer to the hookup diagram for typical driver applications. When connecting a motor for the first time, connect the hall sensor wires (5 of them) to the driver. **DO NOT CONNECT THE PHASES YET.** Turn on power and rotate the motor by hand. If the RED FAULT LED comes on, the hall phases are incorrectly wired. If the RED FAULT LED does not come on then the hall wires are connected correctly. Power the unit down and proceed to connect the motor phases. If the motor does not run or runs erratically, power down and check the speed potentiometer and make sure the phases are connected correctly. There are six different ways to connect the phase wires, and normally only two will allow the motor to rotate, but only one is correct. If the direction of the motor is changed and the no-load current of the motor is approximately the same and the motor runs smoothly in both directions then the phase wires are correct.

The wiring of the motor phases should be separated from the hall and input connections to not allow a possible source of interference.

## Anexo D5

### Terminal and Dip Switch Descriptions

Pin #	Description
1	Hall Sensor Power
2	Hall Sensor A
3	Hall Sensor B
4	Hall Sensor C
5	Hall Sensor Ground

TB1: Motor Hall Terminals

Pin #	Description
1	Power In (20-50VDC)
2	Ground
3	Phase C
4	Phase B
5	Phase A

TB2: Power and Motor Phase Terminals

Pin #	Description
1	PG OUT
2	Direction
3	Freewheel
4	Run/Stop
5	Fault Out
6	GND

TB3: Control Inputs and Outputs

Pin #	Description
1	+4.0V (Pot Top)
2	Pot Wiper
3	+1.0V (Pot Bottom)

P1: 10K External Pot

SW #	Description
1	O/C LOOP
2	FLT LATCH
3	RAMP 1
4	RAMP 2
5	60/120

SW: Dip Switch

### Dip Switch and Jumper Settings

Function	SW1	SW2	SW3	SW4	SW5	JP2
Constant Speed Mode (Closed Looped)	Off	---	---	---	---	---
Voltage Controlled Speed Mode (Open Loop)	On	---	---	---	---	---
Over Current Latching	---	On	---	---	---	---
Over Current Cycle by Cycle	---	Off	---	---	---	---
Ramp Profile 1 (4 Sec)	---	---	Off	Off	---	---
Ramp Profile 2 (2 Sec)	---	---	Off	On	---	---
Ramp Profile 3 (1 Sec)	---	---	On	Off	---	---
Ramp Profile 4 (500mSec)	---	---	On	On	---	---
60° Hall Sensor Spacing	---	---	---	---	Off	---
120° Hall Sensor Spacing	---	---	---	---	On	---
Internal Speed Control (JP2)	---	---	---	---	---	1-2
External Speed Control (JP2)	---	---	---	---	---	2-3
Standard Product (Ready to Ship)	Off	Off	Off	Off	On	1-2

## Anexo D6

### Motor Freewheel

The motor freewheel feature allows the de-energizing of the motor phases. A high (open) input at this input causes the motor to run at the given speed, while a low at this input causes the motor to coast to a stop.

### Motor Run/Stop

The motor run/stop feature allows the stopping of a motor by shorting out the bottom drives of the three phases. A low at this input allows the motor to run, while a high (open) input does not allow motor operation and if operating causes rapid deceleration.

### Motor Direction

The motor direction feature allows the changing of the rotation of the motor. This input should not be changed while motion is in progress. A high (open) input causes the motor to turn in the CW direction, while a low at this input causes the motor to turn in the CCW direction.

### Speed Adjust Setting

There are two ways to set the speed on this drive. One is to use the on board potentiometer. The other is to use an external 10K potentiometer. To use the on board potentiometer, set jumper JP2 to position 1-2 (default). To use the external 10K potentiometer or external 1V to 4V voltage speed setting, remove cover and set jumper JP2 to position 2-3. A voltage of 1V-4V to control the speed of the motor can be tied to the Pot Wiper connection of P1 with 0V tied to pin 6 of TB3 (GND). The maximum voltage that can be placed on the pot wiper with respect to ground is 6V.

The mating connector for the external 10K potentiometer is Molex part number 3-640440-3.

### Speed Output

The PG OUT terminal (TB3 - pin 1) is used to determine the speed of the motor shaft. A 5V signal pulse out is shown at a rate of 4 pulses for 1 revolution of an 8-pole motor, 3 pulse for 1 revolution of a 6-pole motor, and 2 pulses for 1 revolution of a 4-pole motor.

# Poles	RPM
8	15 * PG OUT (in Hz)
6	20 * PG OUT (in Hz)
4	30 * PG OUT (in Hz)

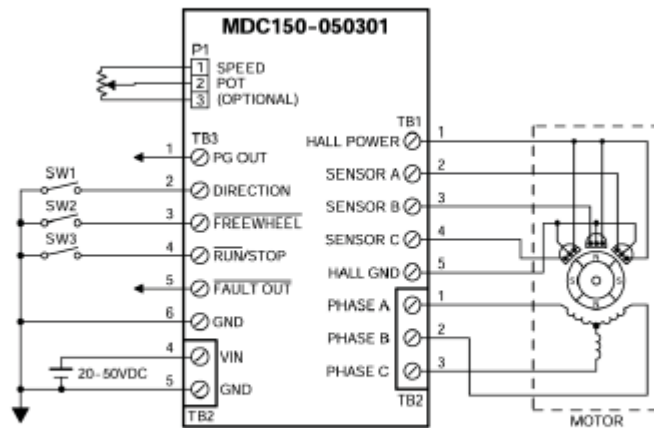
### Fault Output

The Fault Output is only active when the Fault Latch is enabled, setting the 'FLT LATCH' dip switch on. The TTL level Fault Output indicates an over current or failure in the motor/driver operation. The Fault Output is normally at a TTL logic level 1. If a fault occurs, the Fault Output will go to a TTL logic level 0.

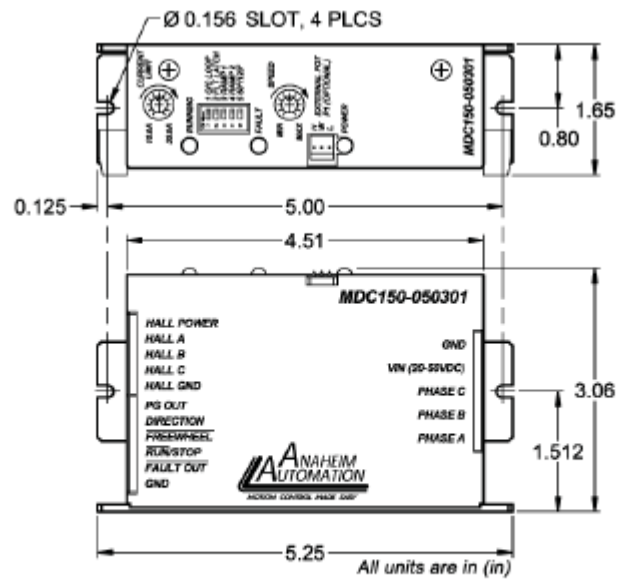


## Anexo D7

### Typical Hookup Drawing



### Dimensions



## Anexo E

## Fuente de poder o de voltaje



伟豪开关电源

600W单组 600W Single output power supply

## 概述

- > 单组输出: 功率600W  
single output: 600W
- > 输入电压: AC110/220V ± 20% 开关选择  
input Voltage range: AC110/220V ± 20%  
selectable by switch

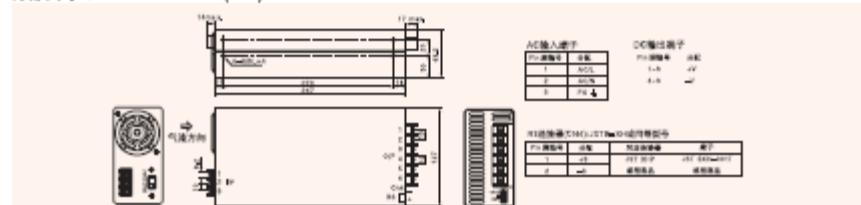


## 常见规格 General Specification

247 × 127 × 63.5mm

性能 Specification	型号 Model	SE-600-5	SE-600-12	SE-600-24	SE-600-48
直流输出电压、电流 DC output		5V 100A	12V 50A	24V 25A	48V 12.5A
纹波及噪音 Wave and noise		150mVp-p	150mVp-p	150mVp-p	180mVp-p
空载稳定性 Inlet stability		± 0.5%	± 0.5%	± 0.5%	± 0.5%
负载稳定性 Load stability		± 1%	± 0.5%	± 0.5%	± 0.5%
效率 Efficiency		78%	83%	87%	88%
直流电压可调范围 Adjustable range for DC voltage		+10%	+10%	+10%	+10%
输入电压范围 AC input voltage range		AC110/220V ± 20% 开关选择 AC110/220V ± 20% selectable by switch			
冲击电流 AC Inrush current		冷启动电流 30A/115V 50A/230V Cold-start current 30A/115V 50A/230V			
过载保护 Overload protection		105%~150% 切断输出, 自动恢复 105%~150% hicup mode, auto-recovery			
过电压保护 Over-voltage protection		120%~140% rated output voltage			
启动、上升、保持时间 Setup, rise, hold up, time		1000ms, 50ms, 16ms at full load and 230VAC			
耐压性 Withstand voltage		输入输出间: 1.5kVAC 输入与外壳间: 1.5kVAC 输出与外壳间: 0.5kVAC 一分钟 IP=O/P: 1.5kVAC, IP=FG: 1.5kVAC, O/P=FG: 0.5kVAC, 1minute			
隔离电阻 Isolation resistance		输入输出间: 输入与外壳间: 输出与外壳间: 500VDC/100MΩ IP=O/P, IP=FG, O/P=FG: 500VDC/100MΩ			
工作温度 Working temperature		-10°C~+50°C			
安全标准 Safety standards		符合GB4943, UL60950, EN60950 Design refer to GB4943, UL60950, EN60950			
EMC标准 EMC standards		符合GB9254, UL55022 等级B Design refer to GB9254, UL55022, classB			
重量 Weight		2.1kg			

## 外形尺寸 Overall dimension(mm)



## Anexo F1

### Encoder óptico incremental

#### ENC-A3I Single-Ended High Resolution Encoder with Index Channel



FEATURES

- Accepts +/- 0.010" Axial Shaft Play
- 100 to 2500 Cycles per Revolution (CPR)
- Tracks 0 to 100,000 Cycles per Second
- 400 to 10,000 Pulses per Revolution (PPR)
- 2-Channel Quadrature TTL Squarewave Outputs
- Third Channel Index
- Operating Temperature of -40° to +100° C
- Powered from a Single +5VDC Power Supply
- RoHS Compliant and REACH Certified



DESCRIPTION

The ENC-A3I, a high resolution single-ended encoder with an optional third index channel, is a transmissive optical encoder module which requires a minimum shaft length of 0.445" and can be attached to shaft sizes ranging from 0.079" to 1" in diameter to provide to provide digital feedback information. The ENC-A3I encoder is designed to detect the rotary position with a code wheel. This single-ended encoder consists of a LED source lens and monolithic detector IC enclosed in a small polymer package. These modules implement phased array detector technology providing superior performance and tolerances over traditional aperture mask type encoders. The ENC-A3I series provides digital quadrature outputs on all resolutions and are capable or sinking and sourcing 8 mA each. These encoders are powered by a single +5VDC power supply and are RoHS compliant and REACH certified.

ORDERING INFORMATION

### ENC - A3I - 1000 - 394 - H - G

Index	CPR			Bore Size			Cover Options
I = Index (3rd Channel)	0100	0512	2000	079-2mm	250-1/4"	551-14mm	E = Cover Extension
	0200	1000	2048	118-3mm	313-5/16"	625-5/8"	H = Hole In Cover
	0400	1024	2500	125-1/8"	315-8mm	750-3/4"	Blank = Default
	0500	1800		156-5/32"	375-3/8"	787-20mm	
			157-4mm	394-10mm	875-7/8"		
			188-3/16"	472-12mm	984-25mm		
			197-5mm	500-1/2"	1000-1"		
			236-6mm				

Note: H, M and T are the only options available for bore sizes exceeding .394 inches.  
 Base must be either M or T when Bore size is 472.  
 Cover must be H when Bore size is greater than 394.

Base Options
3 = Base Mounting Holes Become 0.125"
M = 4-Hole Mounting Adapter Plate
T = Transfer Adhesive
Blank = Default

L010724

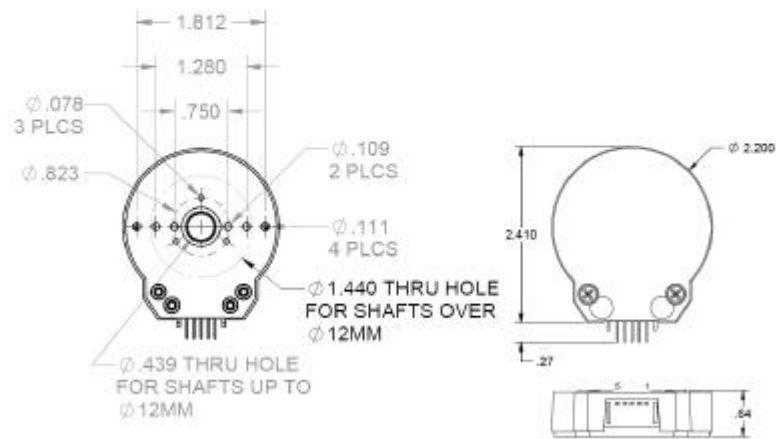
910 East Orangefair Ln. Anaheim, CA 92801 Tel. (714) 992-6990 Fax. (714) 992-0471 www.anahelmautomation.com

## Anexo F2



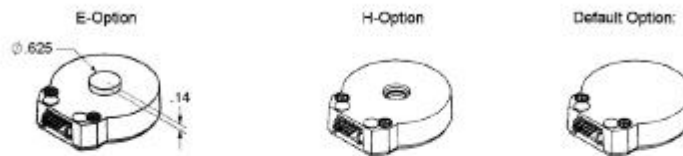
DIMENSIONS: DEFAULT OPTION

### DEFAULT OPTION:



Note: Dimensions are in inches

ENCODER COVER OPTIONS



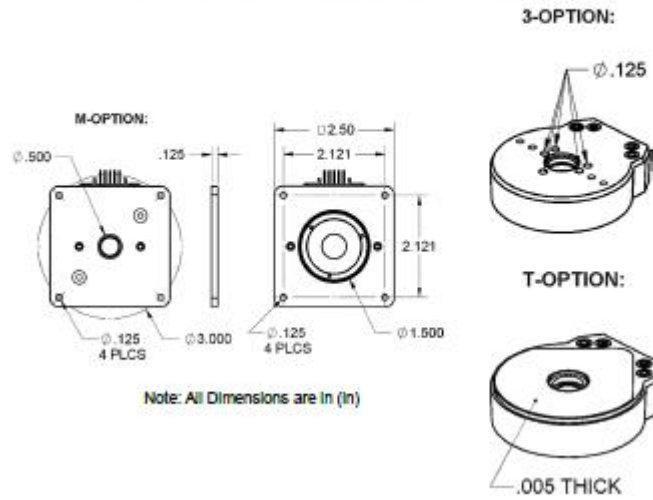
Note: All Dimensions are in (in)

Cover Options:	Description
E - Option	E-Option provides a cylindrical extension cover for larger shafts. For shaft diameters $\leq .472"$ , the required shaft length is $.445"$ to $.670"$ . Note: E-option + M-Option the required shaft length is $.570"$ to $.795"$ .
H - Option	Shaft $\leq 0.5"$ - a 0.55" diameter plate is used Shaft $> 0.5"$ diameter hole is used Required Shaft Length: $> .445"$ Note: H-Option + M-option the required shaft length is $> .570"$
Default Option	The required length is $.445"$ to $.525"$ Note: Default Option + M-Option the required shaft length is $.570"$ to $.650"$

### Anexo F3



ENCODER BASE OPTIONS

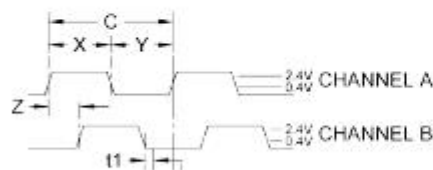


Note: All Dimensions are in (in)

Base Options:	Description
3 - Option	Makes all five hole diameters 0.125".
M - Option	Adds 4-hole mounting adapter plate. Mounting plates requires additional .125" shaft length. A .5" diameter hole is provided for shafts ≤ 10mm and a 1.5" diameter hole is provided for shafts > 10mm.
T - Option	A pre-applied transfer adhesive .005" thick (with peel-off backing) is available for "stick" on mounting.

PIN/TIMING DIAGRAMS

**SINGLE-END ENCODER TIMING DIAGRAMS**




ROTATION:  
CW - A LEADS B, CCW - B LEADS A

**SINGLE-ENDED ENCODER PINOUT**  
TOP OF ENCODER FACING PLUG

Pin #	Function
1	Ground
2	No Connection
3	Channel A
4	+5VDC Input
5	Channel B

## Anexo F4



ELECTRICAL SPECIFICATIONS

Model #	Description	Parameter	Min	Typ	Max	Units
CPR(N):	The Number of Cycles Per Revolution	Supply Current	-	27	30	mA
One Shaft Rotation:	360 mechanical degrees, N cycles	CPR < 1000, no load	-	55	57	mA
One Electrical Degree (*e):	1/360th of one cycle	CPR ≥ 1000, no load	-	-	-	mA
One Cycle (C):	360 electrical degrees (*e). Each cycle can be decoded into 1 or 4 codes, referred to as X1 or X4 resolution multiplication	Output Low (I <sub>OL</sub> = 8mA max)	-	-	0.5	Volts
Symmetry:	A measure of the relationship between (X) and (Y) in electrical degrees, nominally 180 *e	Output High*	-	-	-	Volts
Quadrature (Z):	The phase lag or lead between channels A and B in electrical degrees, nominally 90 *e	I <sub>OL</sub> = -8mA max	2.0	-	-	Volts
Index (CH I):	The Index Output goes high once per revolution, coincident with the low states of channels A and B, nominally 1/4 of one cycle (90*e)	no load	4.2	4.8	-	Volts
		Output Current Per Channel	-8.0	-	8.0	mA
		Output Rise Time		110		nS
		Output Fall Time		35		nS

\* Unloaded high level output voltage is 4.80V typically, 4.2V minimum.

Timing Characteristics	Symbol	Min	Typ	Max	Units
Cycle Error	C	-	3.0	5.5	*e
Symmetry	X,Y	150	180	210	*e
Quadrature	Z	60	90	120	*e
Index Pulse Width	Po	60	90	120	*e
Ch. I Rise After Ch. B or Ch. A Fall	I1	10	100	250	ns
Ch. I Fall After Ch. B or Ch. A Rise	I2	70	150	300	ns

Recommended Operating Conditions	Min	Max	Units
Temperature	-40	100	°C
Supply Voltage	4.5	5.5	Volts
Load Capacitance	-	100	pF
Count Frequency	-	100	kHz

Parameter	Max	Units
Vibration (5 to 2kHz)	20	g
Shaft Axial Play	+/- 0.01	in.
Shaft Eccentricity Plus Radial Play	0.004	in.
Acceleration	250,000	rad/sec <sup>2</sup>

### Cables:

The following cables are compatible with Anaheim Automation's A31 series encoder. Select a cable length from the table below:

Cable Part Number	Length
CBL-AA4032	1 ft.
CBL-AA4032-04	4 ft.
CBL-AA4032-10	10 ft.

NOTE: For pricing and other information on cables and centering tools, please visit Accessories on our website.

### Centering Tools:

Centering tools are optional, but recommended for a more precise installation.

## ENC-CTOOL - 250

Bore Size		
079=2mm	250=1/4"	551=14mm
118=3mm	313=5/16"	625=5/8"
125=1/8"	315=8mm	750=3/4"
156=5/32"	375=3/8"	787=20mm
157=4mm	394=10mm	875=7/8"
188=3/16"	472=12mm	984=25mm
197=5mm	500=1/2"	1000=1"
236=6mm		

910 East Orangefair Ln. Anaheim, CA 92801 Tel. (714) 992-6990 Fax. (714) 992-0471 [www.anaheimautomation.com](http://www.anaheimautomation.com)

ACCESSORIES