



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación**

**“DISEÑO DEL CONTROLADOR PREDICTIVO MULTIVARIABLE PARA EL  
CONTROL DE LA TEMPERATURA Y LA VELOCIDAD EN UNA EXTRUSORA DE  
POLÍMEROS”**

**TRABAJO DE TITULACIÓN**

**PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:**

**MAGISTER EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL INDUSTRIAL**

**ING. VITERBO EFRAÍN PALACIOS ZAMBRANO**

**ING. FREDDY GEOVANNY FRANCO GARCÍA**

**GUAYAQUIL – ECUADOR**

**AÑO: 2020**

## **AGRADECIMIENTOS**

### **Viterbo Palacios:**

Agradezco a Dios por haberme guiado con bienestar en cada viaje que realicé para los estudios de maestría, por darme la sabiduría para comprender cada materia de estudio y por lograr finalmente que este sueño se haya hecho realidad. Agradezco a mi compañera de vida mi esposa Diana Vera, por haber sido la parte fundamental y principal en la realización de este sueño quien juntos lo iniciamos y juntos lo hemos concluido, su confianza, comprensión y apoyo en todo momento siempre fue la base para haber logrado la meta tan soñada. Agradezco a mis padres Ruti Zambrano y Viterbo Palacios, por el apoyo incondicional que me dieron en todo momento en este proyecto de estudio, sus consejos de seguir preparándose en la vida siempre los llevo en mi memoria, siendo ellos parte de este triunfo. Agradezco a nuestro Director de Tesis Ms.C. Aristides Reyes, por habernos guiado y entregado sus conocimientos, sabiduría y sabios consejos como persona y maestro durante el recorrido hacia la obtención de nuestro trabajo de titulación. Agradezco a nuestro Revisor de Tesis PH.D. Wilton Agila, por habernos aportado con sus conocimientos para las correcciones respectivas de nuestra tesis. Agradezco a todos nuestros profesores que durante este tiempo nos impartieron de profundos conocimientos y consejos que nunca se olvidarán. Agradezco a mi compañero de tesis Ing. Freddy Franco por el compromiso aportado para la obtención de nuestra tesis.

### **Freddy Franco:**

Es muy importante para la vida de cada persona estudiar para hacerle frente al futuro o para especializarse en alguna área del conocimiento.

Quiero dar gracias a Dios que me permite disfrutar de mi familia, gracias a mi esposa e hijos que me han apoyado y comprendido en este proyecto durante el tiempo de duración, gracias a mis padres por haberme mostrado el camino hacia la superación desde el inicio de mis estudios, gracias a mis hermanos porque con ellos siempre puedo contar, gracias a la familia de mi esposa porque han sido de mucho apoyo durante este tiempo.

Mi agradecimiento también a ESPOL, por haberme acogido en su regazo, donde logre adquirir nuevos conocimientos, gracias al Mgsc. Aristides Reyes Bacardi quien como tutor nos brindó todo el soporte necesario para poder realizar este trabajo, a cada uno de los catedráticos de ESPOL, que con su dedicación en la MACI aportaron con nuevos conocimientos.

Agradezco también a cada de mis compañeros de la MACI, de igual manera mis sinceros agradecimientos a mis amigos Luis Mendoza, Danny Ramírez y Viterbo Palacios.

## DEDICATORIA

### **Viterbo Palacios:**

Mi tesis está dedicada con mucho amor, respeto y cariño a mi esposa Diana Vera quien es mi motor de vida y motivo principal del inicio, de constancia y superación de este largo, pero fructífero camino de estudio y que hoy se ve reflejado el resultado con el logro alcanzado que es la obtención del Título de Magister. Dedicado a mis padres Viterbo Palacios y Ruti Zambrano quienes no solo me dieron la vida sino la dirección correcta tanto como ser humano y por supuesto mediante los estudios, pues con este se logran alcanzar cosas buenas en la vida y disfrutar de las bondades y beneficios conseguidos mediante los logros. Y por último dedicado al creador de nuestra existencia Dios, quien nos dio el mundo y el mayor de los tesoros como es la vida para habitarla en él y aprovechar del tiempo en que estamos para lograr cosas positivas, alcanzando sueños, metas y proporcionar felicidad a quienes nos rodean con las buenas acciones y toma de decisiones correctas.

### **Freddy Franco:**

Este trabajo está dedicado a mi esposa Paola Moreira e hijos Dara y Freddy, quienes me motivaron y han acompañado en este nuevo deseo de superación, brindándome también su tiempo.

A mis padres Víctor Franco y Rosa García, por haberme inculcado desde mis inicios en los estudios, la preparación hacia el futuro y el camino a la superación.

**TRIBUNAL DE EVALUACIÓN**

.....

Juan Avilés Castillo, Ph. D.

SUBDECANO DE LA FIEC



.....

Arístides Reyes Bacardí, MSc.

DIRECTOR



.....

Wilton Agila, Ph.D.


PROFESOR EVALUADOR

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad y la autoría del contenido de este Trabajo de Titulación, me(nos) corresponde exclusivamente; y doy(damos) mi(nuestro) consentimiento para que la ESPOl realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual"



-----  
Ing. Viterbo Efraín Palacios Zambrano



-----  
Ing. Freddy Geovanny Franco García

## RESUMEN

En el presente Trabajo de Titulación se analiza una extrusora de plástico para la fabricación de mangueras con el objetivo de diseñar un control de las zonas más importantes de calentamiento del material fundido.

Se parte del modelo de extrusora seleccionado en [23] como continuación del estudio sistemático del desempeño de diferentes controladores en sistemas modelados como sistema MIMO.

Se diseñan controladores de varios tipos, a saber, el controlador que emplea desacoplamiento entre los lazos de control, un controlador del tipo LQR MIMO y el controlador predictivo.

Se comparan los resultados de los tres controladores y se verifica que el Control Predictivo presenta las mejores prestaciones en el desempeño de las tareas de control y rechazo a las perturbaciones.

Se proporcionan los gráficos auxiliares para de manera visual y con mediciones poder fundamentar las conclusiones finales del trabajo.

Para llevar a cabo esta tarea se revisaron un número de artículos, monografías y libros de la teoría de control y de control de procesos.

Se dan recomendaciones para el posterior estudio del control de procesos donde existen zonas de calentamiento que interactúan entre sí.

DEDICATORIA .....	IV
TRIBUNAL DE EVALUACIÓN .....	V
DECLARACIÓN EXPRESA .....	VI
RESUMEN .....	VII
CAPÍTULO 1 .....	11
ANTECEDENTES .....	11
1.1 Descripción del problema .....	11
1.2 Solución propuesta .....	11
1.3 Objetivo general .....	14
1.4 Objetivos específicos .....	14
1.5 Metodología .....	14
1.6 Alcance del trabajo .....	23
CAPÍTULO 2 .....	26
ESTADO DEL ARTE DEL CONTROL MULTIVARIABLE DE EXTRUSORAS .....	26
2.1 Introducción .....	26
2.2 Funcionamiento de las extrusoras .....	27
2.2.1 Breve descripción del funcionamiento de las extrusoras .....	27
2.2.2 Variables del proceso de extrusión .....	28
2.2.3 Modelos matemáticos del proceso de extrusión .....	29
2.2.4 Estado del arte en el control multivariable de extrusoras .....	36
CAPÍTULO 3 .....	43
DISEÑO DE LOS CONTROLADORES MULTIVARIABLES DE EXTRUSORAS SIMPLES .....	43
3.1 Determinación de los requerimientos de control para una extrusora simple .....	43
3.2 Diseño del controlador multivariable para el modelo matemático de la extrusora simple .....	45
3.2.1 Diseño del controlador multivariable LQR para la extrusora .....	51



3.3 Diseño del controlador predictivo para el modelo matemático de la extrusora simple .....	60
CAPÍTULO 4.....	71
COMPARACIÓN DE LOS RENDIMIENTOS DE LOS CONTROLADORES DISEÑADOS.....	71
4.1 Perturbaciones en los sistemas de control de extrusora .....	71
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	78
Conclusiones.....	78
Recomendaciones.....	80
BIBLIOGRAFÍA.....	81
ANEXOS.....	84

## **Introducción**

El uso de materiales poliméricos ha aumentado mucho en las últimas décadas debido a sus muchas propiedades atractivas tales como la facilidad de transformación a formas complejas, ligero con alta resistencia a la tracción/impacto/desgarre, además, a altas temperaturas tiene alta resistencia química, alta claridad, re-procesabilidad y bajo coste. Esto ha dado lugar a nuevas aplicaciones industriales para materiales poliméricos mientras permite que los productos sean más rentables, flexibles y eficientes.

El control de la temperatura en las diferentes zonas de calor y de la velocidad del tornillo sin fin en las extrusoras se efectúa, generalmente, con controladores convencionales proporcional-integral-derivativo.

De la bibliografía consultada para encarar este Trabajo de Titulación se conoce que generalmente el desempeño de tales controladores es deficiente debido a que estos procesos térmicos son procesos multivariados, o sea, que existe una gran interacción entre los lazos de control.

En lo que sigue se desarrolla un estudio sistemático de bibliografías sobre la extrusión y del tema del control de las mismas.

Se enfoca el presente trabajo al control de las zonas principales de la extrusora, o sea de aquellas que determinan la temperatura del material fundido antes de entrar en la zona del dosificador de la extrusora diseñando y poniendo a prueba, mediante simulación de los controladores, el primero el controlador LQR MIMO y el segundo el Controlador Predictivo Multivariable.

Se evalúa finalmente, el desempeño de todos los controladores diseñados y se indica el de mejor desempeño con fundamento en las evidencias de las características temporales de sus respuestas.

## CAPÍTULO 1

### ANTECEDENTES

#### 1.1 Descripción del problema

En la extrusión de polímeros, el suministro de una masa fundida homogénea en su composición y el perfil de temperatura a lo largo del barril de la extrusora son primordiales para lograr productos extruidos de alta calidad.

El control de la temperatura en las diferentes zonas de calor y de la velocidad del tornillo sin fin se efectúa, generalmente, con controladores convencionales proporcionales que además involucran la integración y la derivación [1], los cuales parecen ser incapaces de funcionar bien en los sistemas multivariables con saturación en los actuadores de la extrusora.

Por ejemplo, en [2] se plantea que en el proceso de extrusión de plástico se probaron dos tipos de controladores por realimentación, el primero un controlador PI y el segundo un Predictor de Smith ya que su extrusora presentó cierto retardo en el control. Pudieron evidenciar que, ante cambios en las referencias ambos controladores mostraron buen desempeño; sin embargo, para los cambios en la carga, tanto el control por realimentación PI como el predictor de Smith no tuvieron prestaciones satisfactorias, por ejemplo para los cambios en la velocidad del tornillo sin fin.

En [3] se afirma que se requiere del control de proceso avanzado para reducir las variaciones de temperatura en el flujo de masa fundida, lo que puede resultar en una mala calidad del producto.

El tema del Trabajo de Titulación presenta un enfoque de control predictivo basado en el modelo para reducir las variaciones de la temperatura en las zonas de calentamiento del polímero logrando una temperatura promedio de fusión adecuada y mantener bajo control la velocidad del tornillo sin fin ante perturbaciones.

#### 1.2 Solución propuesta

El proceso de extrusión se utiliza para la producción de productos básicos en diversos sectores industriales como el envasado, productos para el hogar, en la industria automotriz, en la aeroespacial, en la marina y la construcción.

También se aprecian tales productos en aplicaciones eléctricas, electrónicas y médicas. A pesar de este éxito, en [3] se plantea que el monitoreo térmico eficaz y el control del perfil de la temperatura a lo largo del barril de la extrusora siguen siendo un problema.

La extrusión de polímeros es un proceso complicado. Una línea de extrusión típica se muestra en la figura 1. En la misma no se muestran las diferentes zonas de calor necesarias para fundir el polímero para simplificar el dibujo.

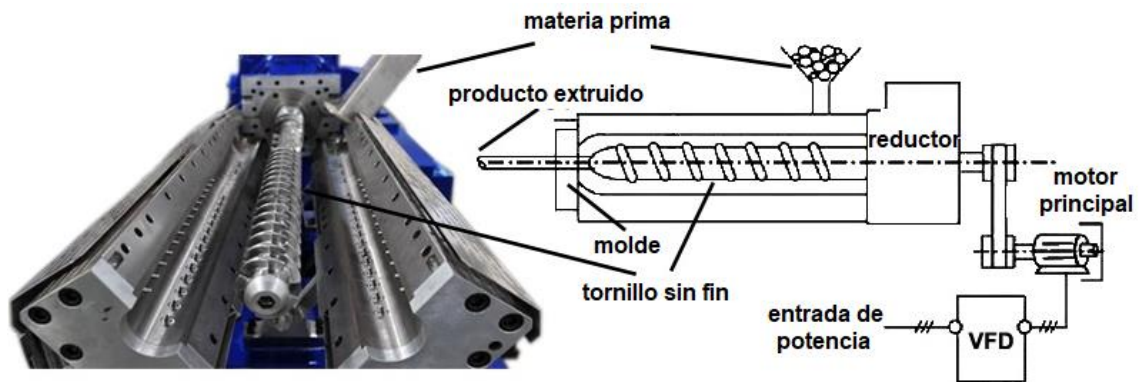


Figura 1.1 Composición de una extrusora

La materia prima entra en la extrusora en forma sólida, siendo transportado continuamente por el tornillo sin fin de la extrusora, en el cilindro de la extrusora el polímero se derrite y se bombea hacia la matriz o molde de salida.

El éxito de la extrusión de polímeros se basa en producir un producto de alta calidad a una alta tasa de producción.

La calidad del producto de la extrusión se garantiza mediante el control automático de las temperaturas en las diferentes zonas que pueden estar en el barril, controlando la presión que se ejerce sobre el polímero fundido contra el molde.

Generalmente se desea tener un modelo matemático para verificar las bondades del control automático antes de instalar todos los medios técnicos de automatización e implementar el controlador por realimentación elegido según las exigencias al desempeño.

Tan temprano como en 1974 [4] se propuso un modelo teórico para la simulación del funcionamiento dinámico de un extrusor de plastificación. El modelo es un sistema de ecuaciones diferenciales parciales y puede ser recomendado como una herramienta para estudiar diversas situaciones dinámicas de interés en la operación de un extrusor. Se discuten varias respuestas a los cambios en las condiciones de operación. Se dan conclusiones de gran interés tales como:

- el control de la velocidad de flujo mediante el ajuste de la apertura o cierre gradual de una válvula de control en la matriz parece causar picos locales elevados en la presión,
- su control a través de la velocidad del tornillo parece ser "satisfactorio".

Estas conclusiones dirigen la selección de las variables de control desde la presión hacia la velocidad de rotación del tornillo sin fin, manteniéndose la temperatura como la primera variable a controlar.

Así las cosas, estamos en presencia de dos variables de salida y dos variables de entrada como son la corriente que pasa por las resistencias eléctricas de las zonas de temperatura y la frecuencia aplicada como entrada del pre actuador "variador de frecuencia" (VFD).

Es conocido que las resistencias eléctricas empleadas en la industria también tienen un rango permisible de la corriente que puede fluir por ellas, o sea hay limitaciones para esta corriente, tanto por valores máximos como por valores mínimos que produzcan suficiente calor para fundir el polímero.

Por otro lado, los motores eléctricos tienen limitaciones en su velocidad máxima y por supuesto en la velocidad mínima que produzca la presión mínima requerida para trasladar la masa del polímero hasta el molde de salida.

Por lo antes expuesto, estamos en presencia de un proceso de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO por sus siglas en inglés) con saturaciones en el control.

El control de la extrusora encara un problema complejo por su estructura de modelo de múltiples entradas y múltiples salidas y por su no linealidad. En [2], además se pone de manifiesto la actualidad del tema reflejando en su bibliografía la búsqueda sistemática actual de nuevos controladores y/o la mezcla de controladores establecidos en la industria y en la academia para solucionar el problema de aumentar la calidad del producto extruido con el mínimo gasto de material y consumo de energía eléctrica.

El tema propuesto se dirige a diseñar el controlador predictivo (MPC) multivariable con restricciones al control, en presencia de cambios en la referencia de temperatura y con perturbaciones de carga, o sea en la velocidad del tornillo sin fin.

### 1.3 Objetivo general

Diseñar un controlador predictivo del tipo MPC multivariable para el control de la temperatura de la extrusora con viscosidad variable que mejore el comportamiento del sistema ante cambios en la referencia y perturbaciones en la carga mediante el análisis de un proceso de extrusión típicamente multivariable y el diseño del regulador considerando restricciones en el control.

### 1.4 Objetivos específicos

1. Analizar los modelos existentes en la bibliografía que describen el comportamiento dinámico del proceso de temperatura en las zonas de calentamiento de la extrusora y la dinámica de la presión en extrusoras de un solo eje empleando las herramientas de análisis de los sistemas MIMO para la selección de aquel modelo del cual se tenga la mayor cantidad de información cuantitativa y, mediante las técnicas de análisis de modelos multivariados, establecer su comportamiento bajo diferentes entradas de prueba.
2. Formular las restricciones (saturaciones) en los actuadores de la extrusora analíticamente para considerarlas en el control del proceso de extrusión,
3. Diseñar el control multivariable simple de la extrusora para posteriormente comparar su desempeño mediante los resultados obtenidos por simulación con las técnicas del Regulador Lineal Cuadrático (LQR por sus siglas en inglés),
4. Diseñar el Controlador Predictivo mediante el empleo del ayudante mpc Designer para comparar su rendimiento con el LQR.
5. Comparar el desempeño de los controladores diseñados mediante los resultados por simulación para proponer el empleo del controlador ganador en el control de la temperatura de las zonas de calentamiento y la velocidad del tornillo sin fin.

### 1.5 Metodología

La pregunta a responder es: ¿existen las herramientas teóricas para desarrollar al menos una técnica de síntesis de control por realimentación general para los sistemas de Múltiples Entradas y Múltiples Salidas o MIMO?

Así, se aplicarán dos métodos de la Metodología de la Investigación en el estudio de la dinámica controlada de los procesos de calentamiento en extrusoras. Estos métodos son:

Cuantitativo donde se emplearán los datos obtenidos mediante pruebas realizadas por simulación lo cual pone de manifiesto una investigación participativa.

Cualitativo: se implementa por la observación e interpretación de resultados obtenidos por simulación del proceso de extrusión, controlando las zonas de calentamiento en el barril donde gira el tornillo sin fin.

El diseño de los controladores de temperaturas en la extrusora, en general, es un desafío actual que requiere de los principios del control moderno, de analizar el problema mediante simulación computacional y aplicar el control de procesos.

En [6] y [7] se exponen las técnicas de análisis de los sistemas multivariables y el diseño de reguladores LQR es una técnica bien desarrollada y se encuentra expuesta en [8]. Los controladores no lineales se revisan en [9] y las técnicas explicadas en [10], sobre los sistemas con actuadores saturados, sirven también de soporte teórico para el desarrollo de los controladores en presencia de limitaciones en la actuación.

La formulación entrada-estado, también llamada en el espacio de estados, es ideal para el desarrollo del análisis y el diseño de sistemas de control a lazo cerrado. Muchas son las monografías publicadas, [11] y [12] entre otras, las cuales desarrollan la teoría del análisis y diseño de controladores en tal formalismo.

Tan temprano como en 1975, Horowitz y Shaked [13] publicaron sus consideraciones sobre la superioridad de emplear el formalismo de función de transferencia frente al formalismo de variables de estado. Se examinan los objetivos y logros de los métodos basados en la formulación de "variables de estado" en la síntesis de los sistemas lineales invariantes en el tiempo con realimentación.

En este Trabajo de Titulación se escoge el formalismo entrada/salida (de funciones de transferencia) para el desarrollo del análisis y el diseño de los controladores multivariables en general y el formalismo de representación en el espacio de estados para el diseño de los controladores LQR y el controlador predictivo.

Por el contrario, las consideraciones y limitaciones prácticas importantes han sido claramente reveladas y consideradas en la formulación de función de transferencia [13]. Por ejemplo, para el análisis del grado de interacción entre las variables controladas se han desarrollado las técnicas del arreglo de ganancias relativas (RGA) y la descomposición en valores singulares (SVD).

El problema fundamental en los sistemas llamados MIMO radica en que difieren sustancialmente de los sistemas SISO debido a que las entradas se consideran vectores, mismas que tienen dirección y son dirigidas a la salida del sistema modelado por la matriz de funciones de transferencia.

Los sistemas MIMO presentan una gran dificultad en comparación con aquellos sistemas que pueden ser modelados mediante los sistemas SISO. Estos últimos son sistemas que tienen entradas del tipo escalar, o sea  $u \in \mathbb{R}$  a diferencia de los modelos MIMO donde su entrada es un vector de  $u \in \mathbb{R}^m$  siendo  $m$  el número de entradas de control de la planta.

Se analiza brevemente el problema de las entradas vectoriales mediante las herramientas del Álgebra Lineal. Se supone un sistema cuyo modelo es de  $2 \times 2$  y requiere de un vector de entrada de dos filas y una columna. Los vectores que se analizan se muestran en la figura 1.2 y se analizarán varios valores:

Suponiendo que el vector de entrada se denomine como  $v_i$  y que los valores sean

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0.707 \\ -0.707 \end{pmatrix}; v_2 = \begin{pmatrix} -0.6 \\ 0.8 \end{pmatrix}; v_3 = \begin{pmatrix} -0.707 \\ -0.707 \end{pmatrix}; v_4 = \begin{pmatrix} -0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix}; v_5 = \begin{pmatrix} 0.6 \\ -0.8 \end{pmatrix};$$

A continuación, en la figura 1.2, se muestran las direcciones de las entradas  $v_i$ . Puede verse que la dirección del vector de entrada gira alrededor del origen del sistema de coordenadas según varía el valor de las componentes del vector.

Para una matriz de funciones de transferencia que a cierto valor de frecuencia  $f_k$  tenga las entradas

$$G(f_k) = \begin{bmatrix} g_{11}(f_k) & g_{12}(f_k) \\ g_{21}(f_k) & g_{22}(f_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Se pueden calcular las direcciones de las salidas de los vectores de entrada como sigue:



1) La norma 2 de estas entradas es:

$$\|v_1\|_2 = \sqrt{(-0.707)^2 + (0.707)^2} = 1;$$

$$\|v_2\|_2 = \sqrt{(-0.6)^2 + (0.8)^2} = 1;$$

$$\|v_3\|_2 = \sqrt{(-0.707)^2 + (-0.707)^2} = 1;$$

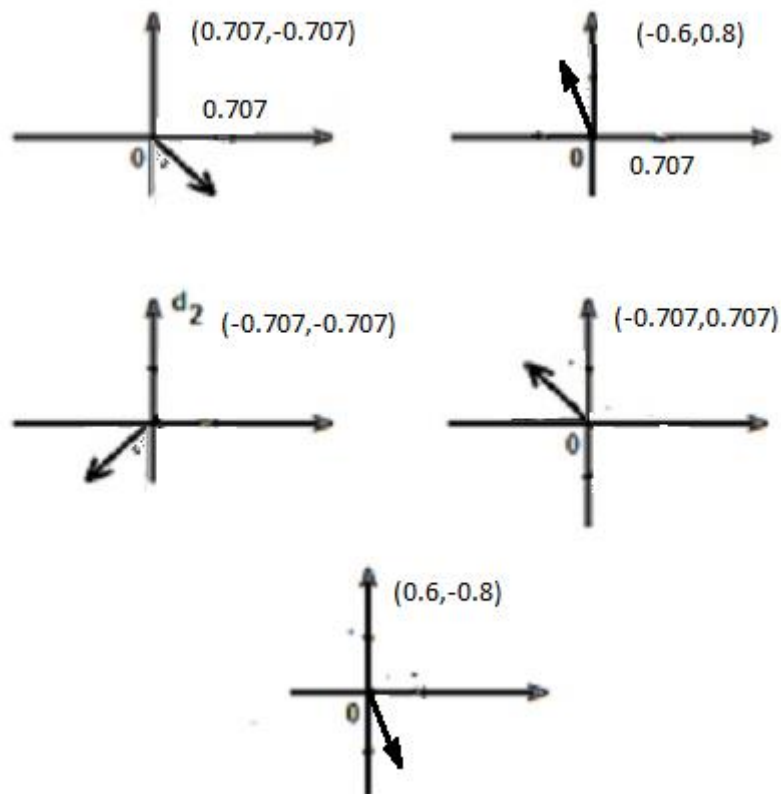


Figura 1.2 Direcciones de los vectores de prueba a la entrada de  $G(f_k)$

$$\|v_4\|_2 = \sqrt{(-0.707)^2 + (0.707)^2} = 1$$

$$\|v_5\|_2 = \sqrt{(0.707)^2 + (-0.707)^2} = 1$$

La ganancia del sistema a esa frecuencia  $f_k$  se podrá calcular como la relación de las normas, o sea:

$$K(f_k) = \frac{\|G(f_k)v_i\|_2}{\|v_i\|_2}$$

Los valores máximos y mínimos de ganancia, para cualquier dirección de entrada, se fija con la magnitud del valor singular máximo de  $G(f_k)v_i$ , o sea:

$$\max_{d \neq 0} \frac{\|Gd\|_2}{\|d\|_2} = \max_{\|d\|_2=1} \|Gd\|_2 = \bar{\sigma}(G)$$

Y mínimo

$$\min_{d \neq 0} \frac{\|Gd\|_2}{\|d\|_2} = \min_{\|d\|_2=1} \|Gd\|_2 = \underline{\sigma}(G)$$

2) Cálculo de los valores singulares empleando MATLAB®. Para el sistema dado

$$\text{por la matriz } G = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

```
>> G=[2 3;4 5];
```

```
>> svd(G)
```

```
ans = 7.3434
```

```
0.2724
```

3) Calculando  $\|G(j\omega)d(\omega)\|_2$

$Gd_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.707 \\ -0.707 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.707 \\ -0.707 \end{pmatrix}$	$\ G(j\omega)d(\omega)\ _2 = \left\  \begin{pmatrix} 0.707 \\ -0.707 \end{pmatrix} \right\ _2 = 0.9998$
$Gd_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.6 \\ 0.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.2 \\ 1.6 \end{pmatrix}$	$\ G(j\omega)d(\omega)\ _2 = \left\  \begin{pmatrix} 1.2 \\ 1.6 \end{pmatrix} \right\ _2 = 2$
$Gd_3 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.707 \\ -0.707 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.535 \\ -6.363 \end{pmatrix}$	$\ G(j\omega)d(\omega)\ _2 = \left\  \begin{pmatrix} -3.535 \\ -6.363 \end{pmatrix} \right\ _2 = 7.279$

$Gd_4 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix}$	$\ G(j\omega)d(\omega)\ _2 = 0.9998$
$Gd_5 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.6 \\ -0.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.2 \\ -1.6 \end{pmatrix}$	$\ G(j\omega)d(\omega)\ _2 = 2$

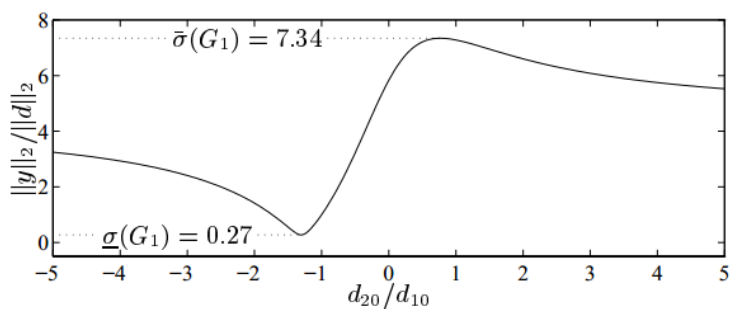


Figura 1.3 Ganancia en función de la relación de  $\frac{d_{20}}{d_{10}}$

La ganancia en la dirección de las entradas se ilustra en la figura 1.3, donde se emplea la relación  $\frac{d_{20}}{d_{10}}$  como variable independiente para representar la dirección de entrada.

Vemos que, dependiendo de la relación  $\frac{d_{20}}{d_{10}}$ , la ganancia varía entre 0.27 y 7.34.

Que son los valores máximo y mínimo de los valores singulares de  $G(f_k)$

En los sistemas multivariables los valores singulares y sus direcciones asociadas varían con la frecuencia. Es costumbre para el control que el rango de frecuencias usado sea el correspondiente al ancho de banda del lazo cerrado pues esta es la de mayor interés en el control.

Al variar la dirección de entrada, variará la ganancia. El valor máximo de ganancia, para cualquier dirección de entrada, se fija con la magnitud del valor singular máximo de G.

Para el análisis en el dominio de la frecuencia se considera la forma compleja de las funciones de transferencia en la matriz  $G(s)$ , sustituyendo  $s=j\omega$  y se analiza como sistema, el comportamiento de los valores singulares en el dominio de la frecuencia, de la función de sensibilidad, de la sensibilidad complementaria, etc.

Se hace énfasis en los conceptos de realizaciones mínimas, polos y ceros de sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas o MIMO por sus siglas en inglés.

Por ejemplo, el modelo matemático aportado en [13] es la matriz de funciones de transferencia mostrada en (1.1):

$$Q(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.05299}{s^2+0.2s+0.05383} & \frac{0.492s}{10s^2+2.5s+0.4} \\ \frac{1.3s}{20s^2+6s+0.2} & \frac{0.7988}{22s^2+4s+0.8057} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Como se observa (1.1) es la matriz que expresa la relación entre las entradas de control  $u_1$  y  $u_2$  con las variables de salida “Temperatura zona 1” y “Temperatura zona 2” de manera que se puede estructurar la relación dada en (1.2):

$$y_1(s) = \frac{0.05299}{s^2+0.2s+0.05383} u_1(s) + \frac{0.492s}{10s^2+2.5s+0.4} u_2(s)$$

$$y_2(s) = \frac{1.3s}{20s^2+6s+0.2} u_1(s) + \frac{0.7988}{22s^2+4s+0.8057} u_2(s)$$

Dónde:

$y_1(s)$  – Temperatura zona 3

$y_2(s)$  – Temperatura zona 4

Control PID con desacoplamiento

Para tener una referencia en el desempeño de los controladores que se desarrollarán en este Trabajo de Titulación, se diseña el control del modelo de la extrusora mediante la técnica de diseño del desacoplador expuesta en [14].

En la figura 1.4 se muestra el diagrama de la extrusora como un modelo MIMO 2x2 controlado mediante dos controladores denominados  $C_1(s)$  y  $C_2(s)$  mismos que controlan el modelo de la extrusora a través del desacoplador (1.3) que garantiza transformar el sistema MIMO en dos sistemas SISO independientes.

Como se sabe, el desacoplador se diseña considerando que el controlador estará definido como un controlador diagonal, o sea

$$C(s) = \begin{pmatrix} c_1(s) & 0 \\ 0 & c_2(s) \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

En [14], se plantea que la representación más simple será asumiendo los términos en la diagonal principal iguales a uno, entonces se obtendrá:

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{Q_{12}(s)}{Q_{11}(s)} \\ -\frac{Q_{21}(s)}{Q_{22}(s)} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_{12} \\ d_{21} & 1 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

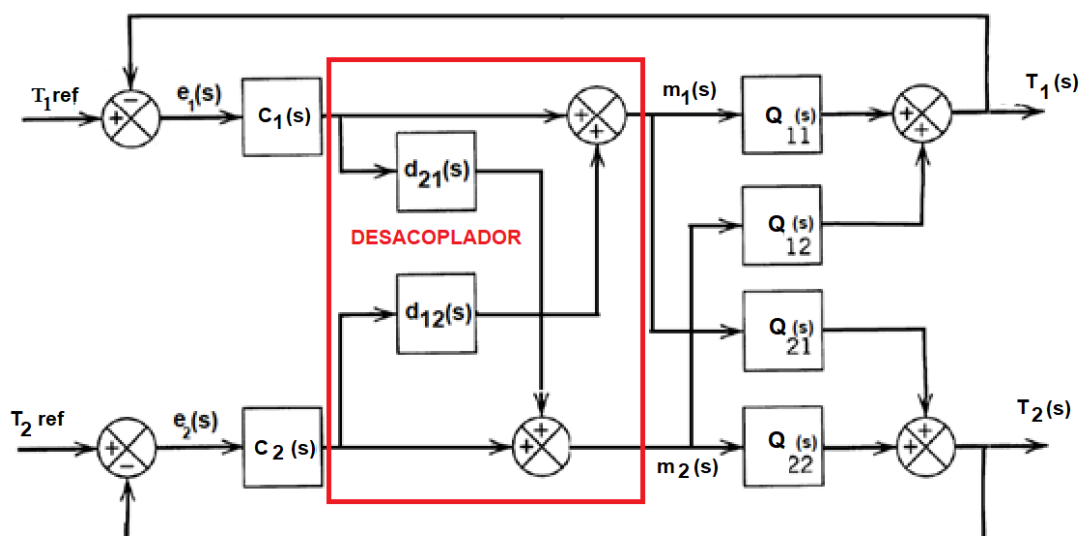


Figura 1.4 Diagrama en bloques del controlador por desacople.

Y los controladores ven el producto (1.4)

$$G(s)D(s) = \begin{pmatrix} Q_{11}(s) - \frac{Q_{12}(s)}{Q_{11}(s)} & 0 \\ 0 & Q_{22}(s) - \frac{Q_{21}(s)}{Q_{22}(s)} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

como la planta a controlar.

Así, el controlador a diseñar puede realizarse por la técnica más adecuada, incluso un controlador del tipo PID.

El controlador PID con desacoplo puede ser diseñado considerando la expresión dada en [14] para el caso de una matriz de funciones de transferencia 2x2.

Controlador LQR con acción integral [15]

Considerando un sistema lineal con parámetros invariantes con el tiempo, las ecuaciones de estado y de salida con entrada de control pueden ser escritas como se muestra en la ecuación (1.5):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.5)$$

$$y = Cx$$

El problema de diseño convencional LQR [14] es minimizar el funcional cuadrático denominado índice de funcionamiento dado en (1.6):

$$I = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (1.6)$$

La entrada de control es lineal y la penalización al control es  $(u^T R u)$  donde  $R \in \mathfrak{R}^{m \times m}$  es una matriz positiva definida. La penalización del estado es dada por  $(x^T Q x)$ , donde  $Q \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  es una matriz semi definida positiva. El valor de control  $u$  representa la entrada al sistema, misma que se desea optimizar, o sea minimizar el gasto de energía en el control.

Para ello se forma el Hamiltoniano de la manera siguiente:

$$H = x^T Q x + u^T R u + \lambda(Ax(t) + Bu(t))$$

Obteniendo las derivadas:

$$\dot{x} = \frac{dH}{d\lambda} = Ax(t) + Bu(t)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{dH}{dx} = -Qx - A^T \lambda$$

$$0 = uR + \lambda B^T \rightarrow u = -R^{-1} B^T \lambda$$

Como sabemos, la realimentación de estados se realiza mediante un factor que multiplica a los estados, o sea  $u = -Kx(t)$ , entonces esperamos que este valor del control también dependa de  $x(t)$ , así  $\lambda = Px(t)$  por lo cual, sustituyendo tendremos:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (1.7)$$

La matriz  $K$  se determina de manera que se minimice el índice de desempeño.  $P$ , es la solución de la ecuación de Riccati, y  $K$  es la matriz con los valores óptimos para las ganancias de retroalimentación lineal de estados. La ecuación de Riccati se puede resolver con la ecuación algebraica siguiente:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (1.8):$$

Las matrices  $Q$  y  $R$  juegan un papel importante en el desempeño general del sistema, por lo tanto, deben elegirse adecuadamente.

Al agregar una acción integral, se agregará un nuevo estado que es multidimensional a los estados originales del sistema (1.5). Entonces el sistema tiene el vector de estado  $[x(t), x_a(t)]^T$ , donde  $x_a(t)$  es el nuevo estado integral, por lo tanto, tenemos:

$$\dot{x}_a(t) = r - y(t) = r - \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (1.9)$$

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} -\mathbf{K} & \mathbf{K}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_a(t) \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Dónde:  $r$  es la señal de referencia y  $K_e$  es la ganancia de acción integral. Al sustituir las ecuaciones. (1.9) y (1.10) en la ecuación (1.5) tenemos:

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{x}_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K} & \mathbf{B}\mathbf{K}_e \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ x_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} r \quad (1.11)$$

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ x_a \end{pmatrix}$$

En (1.11) se muestra la representación en el espacio de estados del control por realimentación de estados con acción integral. Al elegir la ganancia apropiada de realimentación de estados y la ganancia de acción integral que hace que el sistema sea asintóticamente estable, la salida del sistema seguirá con precisión la señal de referencia.

#### Control predictivo en base al modelo

Las técnicas de control predictivo han sido verificadas en aplicaciones prácticas en áreas tales como en la industria química y del petróleo con mucho éxito [16] y están bien desarrolladas desde los puntos de vista teóricos [17], [18]. Es por eso que en este trabajo se espera que las mismas proporcionen buenos resultados al aplicarlas a una extrusora

de plásticos, proceso menos complejo que por ejemplo columnas de destilación, intercambiadores de calor, etc.

La mayoría de los controladores, como el proporcional-integral-derivativo (PID), el regulador lineal cuadrático (LQR) y el control predictivo en base al modelo (MPC) contienen parámetros de ajuste que definen el comportamiento del controlador.

El ajuste de estos parámetros utilizando enfoques clásicos como el de “prueba y error” es una práctica tediosa y no garantiza el rendimiento deseado [14]. Para tener un sistema de control óptimo, los parámetros del controlador deben ajustarse correctamente y con mucho cuidado.

Sin embargo, esto no siempre es posible debido a algunas razones, como los fuertes acoplamientos entre las variables de control, los parámetros de control mal ajustados y los fenómenos del embalamiento del integrador (integrador wind up) que deterioran significativamente la respuesta transitoria.

En [15] se plantea que los resultados de los experimentos por ellos realizados mostraron que el controlador LQR integral desacoplado (DILQRC) exhibe un mejor rendimiento en términos de respuestas transitorias y de estado estacionario con una reducción significativa del tiempo de establecimiento, porcentaje de rebasamiento e índice de error, también produce señales de control menos agresivas y suaves en comparación con el controlador PID con desacoplamiento sintonizado por el fabricante.

Así, en este trabajo de titulación se aplicarán estas técnicas de diseño del controlador y se verificará, por simulación el control LQR de la extrusora, como parte de los métodos cuantitativos empleados en la metodología.

Por último, se aplica la comparación de los resultados del desempeño de los controladores diseñados por las técnicas de control por realimentación de la familia de reguladores PID, Regulador Lineal Cuadrático (LQR) y el Controlador Predictivo multivariable.

#### 1.6 Alcance del trabajo

El trabajo se limita al estudio sistemático del modelo de la planta (extrusora de plástico) dado en [19], mismo que se analiza de manera rigurosa, para determinar la estabilidad de la planta, la sensibilidad a las incertidumbres, ubicación de los polos y los ceros, robustez de la estabilidad y del desempeño.

Por el lado del diseño del controlador multivariable se avanza hasta el diseño de los controladores de desacoplamiento dinámico, el Regulador Lineal Cuadrático (LQR) y el control predictivo empleando el asistente mpc Design de MATLAB®

El desempeño logrado con dichos controladores se investiga considerando perturbaciones de carga sobre la planta y las incertidumbres empleando datos sintéticos.

La propuesta resultante se propone emplearla en el control de las zonas de calentamiento de las extrusoras y además puede ser propuesta para el control de los hornos para la fabricación industrial de panes y galletas, como por ejemplo el mostrado en la figura 1,5.



Figura 1.5 Horno para galletas.

El horno continuo u horno tipo túnel de la figura 1.5, es aquel en que el producto a hornear entra por uno de sus extremos y sale por el otro, pudiéndose utilizar a temperaturas muy bajas las resistencias eléctricas.

Este tipo de horno tiene otras aplicaciones en las industrias del cemento, etc., tales como el temple, el recocido, revenido, cementación, el precalentamiento, endurecimiento, envejecimiento artificial, recocido blando y secado.

En el presente Trabajo de Titulación no se podrán implementar los controladores diseñados ya que físicamente no se cuenta con la extrusora.

Los aportes de este Trabajo de Titulación serán:

- El análisis multivariable del comportamiento del modelo seleccionado,



- El diseño del control predictivo de las temperaturas en el barril de la extrusora.

El soporte programático para el diseño de la estrategia de control predictivo se compone de programas en código MATLAB.

Como elemento diferenciador en este trabajo se señala el enfoque no lineal del diseño de controladores MIMO dada la presencia de saturación (restricciones) en el control el cual se representa como una función lineal por tramos con puntos angulosos y por tanto se trata de una función no diferenciable.

## CAPÍTULO 2

### ESTADO DEL ARTE DEL CONTROL MULTIVARIABLE DE EXTRUSORAS

#### 2.1 Introducción

La extrusión de polímeros fue vista inicialmente como un proceso en estado estacionario [20]. En consecuencia, los modelos teóricos desarrollados en aquellos años eran modelos que describían el proceso en estado estacionario.

Estos modelos se utilizan aun hoy en día para el diseño de extrusoras y predecir el estado estacionario en condiciones de funcionamiento fijas. Sin embargo, hoy en día, la mayoría de las extrusoras en operación están controladas y mantienen condiciones de operación aproximadamente constantes mediante la supervisión de un operador o mediante control por realimentación convencional, y los resultados son satisfactorios siempre que no haya restricciones estrictas a la calidad del producto.

En la práctica, un cambio en cualquiera de las variables de la máquina generalmente causa un cambio en varias variables producto, dependiendo de las condiciones particulares que prevalecen en ese momento.

Sin embargo, no es posible utilizar el modelo en estado estacionario para predecir el comportamiento de las variables del producto durante la transición de un estado estacionario a otro producto de las perturbaciones, ni la velocidad a la que ocurre este cambio.

Esto es de interés actual en los modelos de extrusión dinámica. Tal modelo es esencial en el diseño de un sistema de control para el proceso de extrusión. Es particularmente necesario como primer paso en el desarrollo de un sistema de control computarizado, donde los cambios en las variables del material se detectarían antes de su aparición en la salida, permitiendo así la prevención del deterioro del producto mediante la manipulación oportuna de las variables controladas de la máquina.

Una razón importante adicional para desarrollar un modelo dinámico para el proceso de extrusión de polímeros es la necesidad de simular los procesos de moldeo por inyección y soplado alternativos, que en realidad son procesos de extrusión y ocurren en continuo tránsito de estados.

La respuesta dinámica de la extrusora de polímeros ha sido investigada recientemente tanto teórica como experimentalmente. En lo que sigue se hará referencia a estos artículos publicados en revistas indexadas.

## 2.2 Funcionamiento de las extrusoras

### 2.2.1 Breve descripción del funcionamiento de las extrusoras

Hay dos tipos básicos de extrusoras de plásticos; la extrusora de un solo tornillo y la extrusora de tornillo doble. En [20] se detallan aspectos experimentales completamente asociados con la extrusora de plástico de un solo tornillo.

El proceso de extrusión de un solo tornillo se muestra en la Fig. 1.1. El tornillo gira en un barril cilíndrico calentado que tiene una matriz en la salida. Para comenzar el proceso de extrusión se añaden gránulos de polímero sólido a la tolva de alimentación y se transporta el material por el tornillo hacia la matriz o salida del barril. Como consecuencia del cizallamiento en el tornillo y la transferencia de calor a través del barril el polímero es derretido.

La masa fundida se extruye a través de la matriz y se moldeada a altas presiones hasta, típicamente, 1000 atm. Idealmente, el tornillo debe entregar la masa fundida a la matriz con temperatura controlada  $T_d$  y presión  $P_d$  que gobiernan en gran medida la característica de flujo de la matriz.

La calidad del material extruido depende de la uniformidad de la distribución de la temperatura, la magnitud de la temperatura e indirectamente, a través del efecto de la contrapresión, la homogeneidad de la mezcla física.

El sistema de control debe minimizar las fluctuaciones en la temperatura y la presión. Se ha determinado que estas fluctuaciones surgen principalmente por los cambios casuales en las propiedades del polímero empleado, el calor específico, la conductividad térmica y la viscosidad, así como de cambios ambientales y es claro que los mismos no pueden ser constantemente medidos.

El proceso dinámico que tiene lugar en la extrusora se describe por un sistema de ecuaciones que surge de aplicar las leyes de conservación de la energía, el momento y la masa, así como de las propiedades constitutivas del polímero.

La no linealidad del sistema de ecuaciones se debe a varias razones [20], siendo una de ellas el comportamiento de flujo no newtoniano de la masa fundida y no es posible resolver estas ecuaciones, acopladas entre sí y muy complejas, en situaciones de estado transitorio, incluso si las propiedades del polímero y los datos de transferencia de calor estuvieran disponibles continuamente.

El material extruido y conformado en la matriz de salida, en el caso de fabricación de mangueras, debe ser enfriado, lo cual se lleva a cabo en una piscina cuya agua, por supuesto, está a una temperatura ambiente.

Después de enfriado se enrolla en bobinas adecuadas y en las cantidades requeridas para la comercialización.

### 2.2.2 Variables del proceso de extrusión

El "estado" de un proceso de extrusión en cualquier instante de tiempo puede definirse por:

- a) Las variables que caracterizan al plástico extruido en cada punto del equipo, como son la temperatura, la presión, la velocidad de flujo y la composición. En adelante, se denominarán "variables del material"
- b) Las variables que pertenecen a la extrusora, como objeto mecánico, en cada punto a lo largo de su longitud, como son la temperatura de la pared y la velocidad del tornillo, que se denominan "variables de máquina".

Como regla general, las variables de máquina se pueden medir y controlar más o menos directamente, mientras que las variables del material son menos accesibles para la medición o el control.

Las propiedades de la materia prima que alimenta al extrusor no son uniformes. Tampoco es posible mantener siempre las condiciones de funcionamiento de las extrusoras perfectamente constantes.

Como resultado, la calidad del producto fluctúa dentro de algunos límites (aceptables o inaceptables). Una forma simple de garantizar la uniformidad del producto parece ser el control por realimentación de las variables del material a la salida. Por lo tanto, la medición (o estimaciones) de tales variables se alimentan a un mecanismo de control, ajustando las variables de la máquina correspondientemente [21].

### 2.2.3 Modelos matemáticos del proceso de extrusión

En la literatura sobre el modelado de las extrusoras en general aparecen diferentes modelos matemáticos obtenidos durante la experimentación con un tipo dado de extrusor, uno o dos tornillos sin fin y diferentes materiales a extruir.

Por ejemplo, en [22] encontramos los resultados de 160 experimentos realizados con diferentes valores de los parámetros del proceso de extrusión, tales como las temperaturas de las zonas de calentamiento en el barril (tres valores diferentes) y la velocidad del tornillo sin fin (nueve valores diferentes de velocidad del tornillo), mismas que fueron variadas sistemáticamente y en orden aleatorio.

Las variables a controlar típicas en la extrusión de plástico son: la temperatura del material derretido y la presión del material fundido sobre la matriz o dado de la extrusora.

En [22], cuando se fijan los valores de las temperaturas de cada zona de calentamiento (cinco zonas en esta extrusora) se puede regular la temperatura del material fundido.

Generalmente se utilizan los controladores PID para regular la temperatura del material fundido al valor deseado en las zonas de calentamiento. El objetivo del control de temperatura es mantener la temperatura en diferentes puntos de la extrusora lo más cerca posible de los valores deseados.

En el control de presión, la presión ejercida por el material fundido sobre la matriz debe mantenerse regulada dentro de los límites predeterminados mediante la velocidad del tornillo sin fin.

El modelo que presenta [22], se proporciona a manera de sistema de ecuaciones algebraico-diferencial no lineal que puede ser representado como muestra la figura 2.1

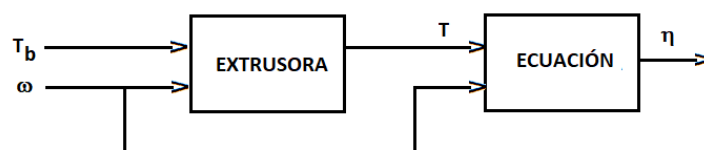


Figura 2.1 Diagrama representativo del modelo matemático dado en [21]

En [23] encontramos el modelo matemático que emplearemos en este Trabajo de Titulación expresado en la relación entrada salida como se muestra en (2.1)

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{100}{125s+1} & \frac{60}{200s+1} & 0 \\ \frac{20}{110s+1} & \frac{130}{110s+1} & 0 \\ \frac{25}{120s+1} & \frac{70}{120s+1} & \frac{0.25}{2s+1} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Como se observa, en esta matriz de funciones de transferencia se involucran subsistema que modela la relación existente entre las temperaturas de las zonas 3 y 4 de calentamiento del material fundido desplazado por el tornillo sin fin dentro de la extrusora.

Este subsistema se expresa por la submatriz dada en (2.2)

$$Q_1(s) = \begin{pmatrix} \frac{100}{125s+1} & \frac{60}{200s+1} \\ \frac{20}{110s+1} & \frac{130}{110s+1} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Las expresiones que relacionan las entradas (corrientes de los calentadores,  $i_3$  e  $i_4$ ) con las temperaturas de las zonas de calentamiento 3 y 4 ( $T_3$  y  $T_4$ ) se dan a continuación:

$$T_3(s) = \frac{100}{125s+1} i_3 + \frac{60}{200s+1} i_4 \quad (2.3)$$

$$T_4(s) = \frac{20}{110s+1} i_3 + \frac{130}{110s+1} i_4 \quad (2.4)$$

El análisis del comportamiento de este modelo se puede encontrar en el Trabajo de Titulación de los magister Mendoza, L. y Ramírez, D. [23], donde se realizó el diseño de controladores difusos lo cual servirá como referencia para comparar de manera adicional los desempeños obtenidos en ambos trabajos.

Así, el modelo matemático a emplear en este Trabajo de Titulación es el dado por (2.2), y que presentamos en lo adelante como (2.5)

$$H(s) = \begin{pmatrix} \frac{100}{125s+1} & \frac{60}{200s+1} \\ \frac{20}{110s+1} & \frac{130}{110s+1} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Para analizar el modelo matemático dado por (2.5) comenzaremos por determinar los polos y ceros del mismo. Sigue el análisis de la sensibilidad del modelo a los cambios en los parámetros de las funciones de transferencia mediante el número de condición, ya que los mismos son estimaciones logradas con cierta incertidumbre del orden del 2% del valor nominal.

Posteriormente se analiza el grado de influencia entre los posibles lazos de control de (2.5), así, trabajaremos en el orden indicado a continuación:

- los polos y ceros,
- el número de condición,
- los valores singulares,

Para determinar los polos y ceros se obtiene el determinante de (2.5).

$$\begin{aligned} \det H(s) &= \frac{100}{125s+1} * \frac{130}{110s+1} - \frac{20}{110s+1} * \frac{60}{200s+1} = \frac{13000*(200s+1) - 1200*(125s+1)}{(125s+1)(110s+1)(200s+1)} \\ &= 1200 * \frac{2045s+9.8}{(125s+1)(110s+1)(200s+1)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Del denominador de (2.6) obtenemos los polos de la matriz de funciones de transferencia, cuyos valores se muestran en la Tabla 2.1:

Tabla 2.1 Relación de los polos con sus datos característicos

Polinomio 11		Polinomio 12	
Polos	-0.008	Polos	-0.005
Amortiguación	1	Amortiguación	1
Frecuencia	$0.008 \frac{1}{s}$	Frecuencia	$0.005 \frac{1}{s}$
Constante de tiempo	125 s	Constante de tiempo	200 s
Polinomio 21		Polinomio 22	
Polos	-0.009;	Polos	-0.009
Amortiguación	1	Amortiguación	1
Frecuencia	$0.009 \frac{1}{s}$	Frecuencia	$0.009 \frac{1}{s}$
Constante de tiempo	110 s	Constante de tiempo	110 s

Los polos de la matriz de funciones de transferencia todos tienen parte real negativa, por lo que la matriz corresponde al modelo de múltiples entradas y múltiples salidas estable.

Para determinar los ceros de la matriz de transferencia del modelo de la extrusora se procesa el numerador, empleando el programa "calculo\_ceros", como es posible ver hay un cero cuyo signo es negativo, o sea no hay ceros de fase no mínima y se relaciona en la Tabla 2.2



Tabla 2.2 Relación de los ceros con sus datos característicos

Ceros	Amortiguación	Frecuencia [rad/s]	Constante de tiempo [s]
$z_1 = -0.0047$	1	0.0047	209

El Diagrama de Bode de cada función de transferencia del modelo de la extrusora se muestra en la figura 2.2. Los gráficos están dispuestos por filas de la siguiente manera:

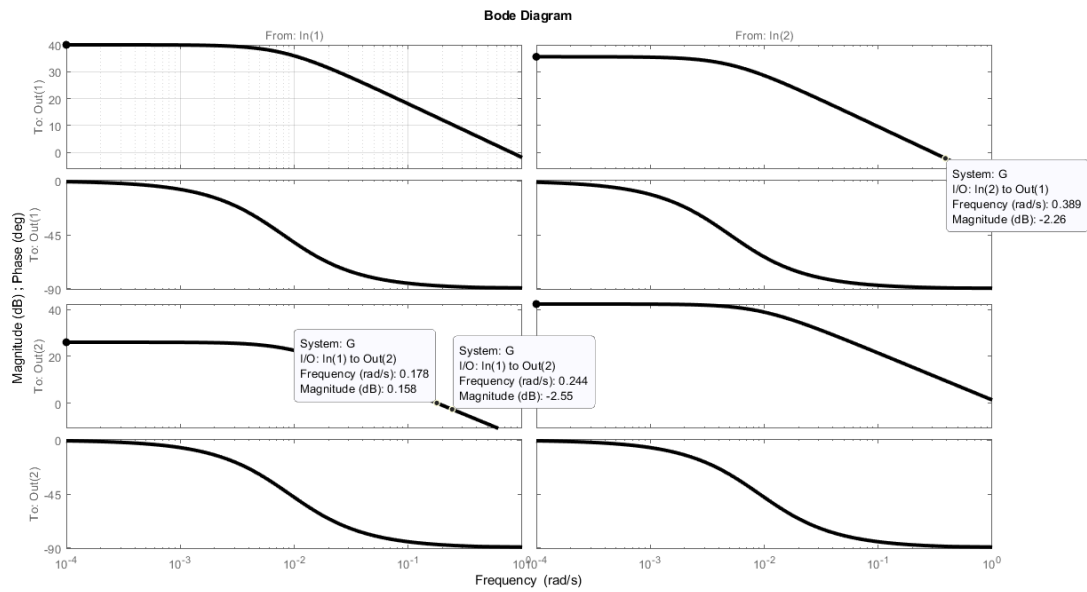


Figura 2.2 Diagrama de Bode de las funciones de transferencia del modelo de la extrusora.

En la primera fila el diagrama de amplitud de las funciones de transferencia correspondientes a la primera salida (output 1), sobre la cual influyen las dos entradas (input 1 e input 2).

En la segunda fila están dispuestos los diagramas de fase correspondientes. En el diagrama de amplitud se indican los valores de los picos, mismos que ocurren a muy baja frecuencia.

La banda de cada función de transferencia (medida a los -3 db) está aproximadamente entre 0.4 y 0.5 rad/s para las funciones de transferencia de la diagonal principal. El valor de la fase que introducen cada función de transferencia en el valor de cruce por cero db, de forma aproximada, es de  $-90^\circ$  aproximadamente lo que garantiza estabilidad interna del modelo.

En la tercera fila de gráficos se muestran las características de amplitud del diagrama de Bode para las funciones de transferencia entre las entradas 1 y 2 y la salida 2 (output 2) y en la cuarta fila las características de fase respectivas.

Conclusiones semejantes a las anteriores se pueden sacar de estas características del diagrama de Bode. De igual manera las reservas de estabilidad por amplitud son grandes.

Las respuestas a un paso escalón en cada entrada del modelo se muestran en la figura 2.3.

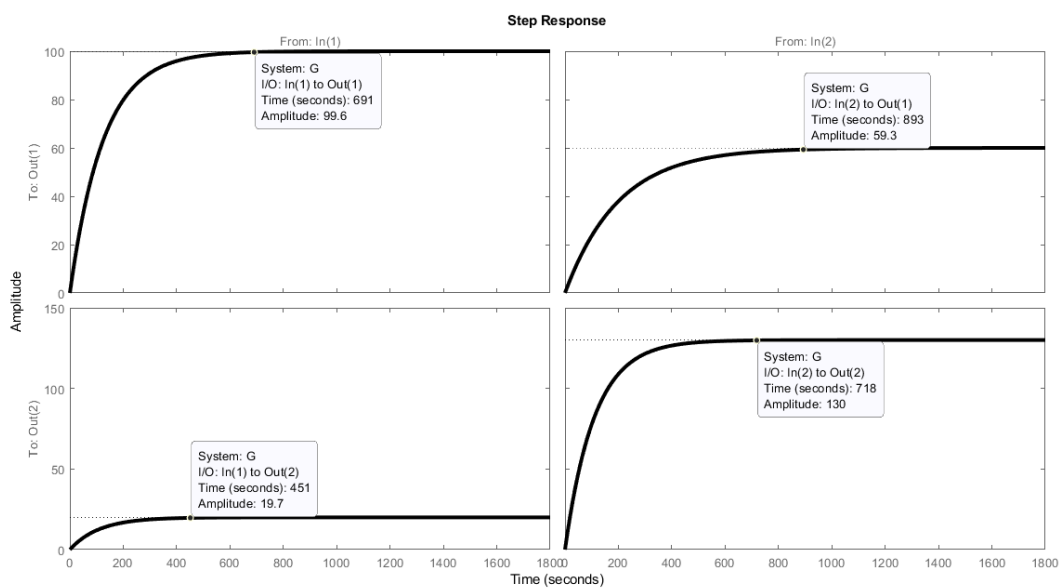


Figura 2.3 Respuestas en el tiempo del modelo a lazo abierto

Los gráficos mostrados en la diagonal principal de la figura 2.3 muestran las respuestas de las variables que necesitan ser controladas. Esas variables se establecen en los valores finales correspondientes al producto de la amplitud del escalón por la ganancia en estado estacionario de cada función de transferencia. Las respuestas son de carácter exponencial como era de esperar.

Los valores de las constantes de tiempo de cada función de servirán de referencia para evaluar el correcto desempeño de los controladores diseñados, o sea de los lazos cerrados.

El cálculo de los valores singulares se realiza también por programa y el resultado en función de la frecuencia puede verse en la figura 2.4

El número de condición que presenta el modelo multivariable de la extrusora calculado es la unidad, mucho menor a 15, valor máximo permisible lo que garantiza que el modelo está bien condicionado, o sea que pequeñas variaciones de los valores de los parámetros de la función de transferencia no conllevarán a inestabilidad del modelo.

El cálculo de la Matriz de Ganancias Relativas (RGA) para el estado estacionario se puede calcular considerando que la matriz de funciones de transferencia en el estado estacionario toma los valores en sus entradas como sigue:

$$G(0) = \begin{pmatrix} 100 & 60 \\ 20 & 130 \end{pmatrix}$$

Aplicando el programa mostrado en el Anexo obtenemos la matriz de ganancias relativas (2.7), misma que muestra las relaciones entre las variables manipuladas y las controladas.

$$rga = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Esta matriz indica que la mejor opción para establecer los pares de variables controlada-variable manipulada es 1-1; 2-2.

En la figura 2.4 se muestran los valores singulares calculados considerando un rango de frecuencias que incluye el ancho de la banda de paso del modelo multivariable y que coincide con el rango de frecuencia mostrado por el Diagrama de Bode de la figura 2.2.

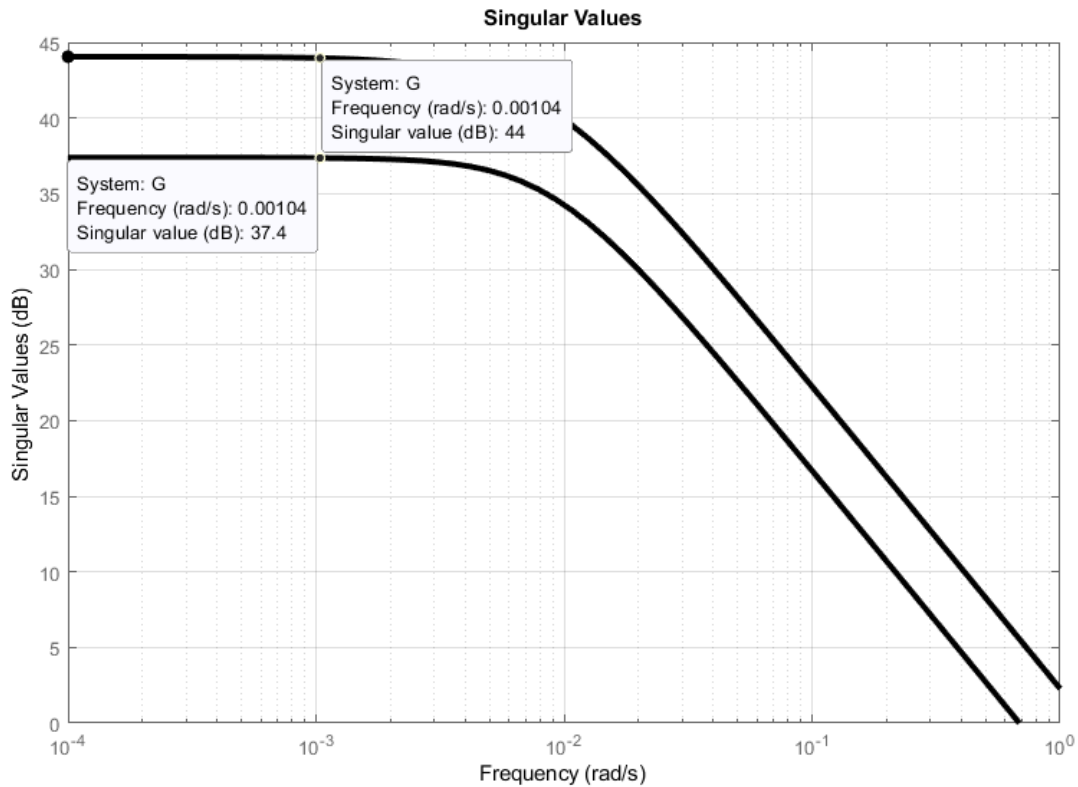


Figura 2.4 Variación con la frecuencia de los valores singulares de la matriz (1.1)

#### 2.2.4 Estado del arte en el control multivariable de extrusoras

En [20] se proporcionan métodos alternativos de modelos del proceso de extrusión de plástico adecuados para el alto nivel de control y se demuestra la importancia de las series temporales para el control feedforward. Se sugiere que el control de la presión y la temperatura de fusión de los plásticos en la matriz es un medio indirecto eficaz para controlar el caudal de la matriz en la mayoría de las situaciones industriales.

En [22] se revisa la literatura sobre dinámica y control de extrusoras de plastificación de manera crítica. Se identificaron dos funciones de transferencia considerando, primero; la velocidad del tornillo como entrada y la presión del troquel como salida y segundo la velocidad del tornillo como entrada y la temperatura de fusión como salida. En los artículos que referencia, se utilizaron las pruebas de paso escalón y con PRBS para obtener los modelos matemáticos mediante experimentación de la dinámica del proceso de la extrusora. Se informa que se compararon los controladores estándar proporcional-integral (PI) con un controlador adaptativo en línea: el regulador de autoajuste. Se estudiaron, finalmente, las variaciones en la calidad del plástico de

alimentación introduciendo cambios del tipo pulso y paso escalón simulando cambios bruscos en la composición del polímero de entrada.

Más tarde, en [24] el control informático en línea del espesor del extruido se llevó a cabo usando una extrusora plastificadora de un solo tornillo de 2-9.2 pulgadas. Se extruye poli (metacrilato de metilo) (PMMA) previamente secado a través de una boquilla ranurada. Se dice que probaron dos métodos de control por retroalimentación, un controlador PI convencional y el predictor de Smith, tanto para cambios de set point (es decir, cambios de espesor de la extrusión) como para cambios de carga (es decir, cambios de velocidad del tornillo). Los resultados mostraron que tanto el control de retroalimentación PI y el predictor de Smith fueron satisfactorios ante los cambios del set point a largo plazo pero no para cambios de carga. Dado que el predictor de Smith puede compensar el tiempo muerto del proceso, podría utilizarse para regular los cambios del set point a corto plazo, tales como el ajuste de la temperatura del barril.

Posteriormente en 1988 [19] se examina el control MIMO robusto y el control adaptativo descentralizado de una extrusora de un solo eje. Estas estrategias de control pueden manejar incertidumbres y parámetros de la planta que varían en el tiempo o dependen de la carga. La temperatura de fusión, que es el parámetro de calidad del producto de extrusión, y el perfil de temperatura a lo largo de la extrusora se controlan mediante el calentamiento correspondiente y la velocidad del tornillo de la extrusora. Los estudios de simulación indican que estas técnicas de control son herramientas poderosas para el ingeniero de control en la industria química.

Este artículo [25] demuestra el uso de herramientas informáticas para mejorar la productividad en el trabajo experimental. Estas herramientas fáciles de usar ayudaron en el diseño y optimización de un sistema de control de temperatura del barril de la extrusora. Los resultados de optimizar el sistema de control hicieron más rápida la puesta en marcha, el mejoramiento del control durante los cambios de material y se logró un control más estricto de la temperatura.

En [26], el autor analiza las características de los sistemas de control de temperatura en la industria, los cuales tienen un gran retardo de transporte, constantes de tiempo grandes y fuertes efectos de interacción. El autor introduce una red neuronal proporcional, integral y derivada (PIDNN) y logra con ello un controlador multivariable. Se muestran los resultados de la simulación para un calentador de tres zonas en una

máquina de inyección de plástico. Demuestra que la red neuronal PID tiene un desempeño perfecto de control de desacoplamiento y autoaprendizaje en el sistema de temperatura con interacción.

En 2006 [27] presenta el diseño y las pruebas experimentales de un prototipo de sistema de control de realimentación para la regulación del flujo volumétrico en una extrusora de polímero de un solo tornillo. La regulación del caudal se consigue mediante la regulación conjunta de la temperatura y la presión en la matriz. Presentan tres lazos de control el interno, de las temperaturas locales a lo largo del barril; el control del lazo externo de la temperatura en la salida de la extrusora y el control de la presión en la salida de la extrusora. Se presenta todo el procedimiento de diseño (modelado, diseño de controladores y pruebas). Mediante pruebas exhaustivas demostraron que el sistema reacciona rápidamente a los cambios y rechaza eficazmente las perturbaciones debidas a cambios inesperados en la calidad del material. La regulación lograda proporciona errores de estado estacionario muy pequeños tanto para la presión como para la temperatura. Además, se demuestran que este sistema de control es una alternativa rentable para las bombas volumétricas mecánicas.

En la extrusión de polímeros, el suministro de una masa fundida que sea homogénea en composición y temperatura es importante para una buena calidad del producto [28]. El proceso es intrínsecamente propenso a fluctuaciones de temperatura que son difíciles de monitorear y controlar mediante termopares convencionales basados en un solo punto. En este trabajo, el perfil de temperatura de fusión de la matriz fue monitoreado por una red de termopares y los datos obtenidos se utilizaron para generar un modelo de predicción del perfil de temperatura de fusión de la matriz. En base a esto se propuso un nuevo modelo no lineal el cual había capturado el comportamiento de la extrusora, el cual se utilizó para seleccionar los ajustes óptimos del proceso y lograr la temperatura de fusión promedio deseada en todo el troquel mientras que la homogeneidad de la temperatura mejoró sustancialmente. Los resultados de la simulación indican una reducción en las variaciones de temperatura de la masa fundida de hasta un 60%.

En [29] los autores indican que la estabilidad de fusión puede ser difícil de determinar mediante la instrumentación típica de termopar y presión de fusión, lo cual puede conllevar a un funcionamiento ineficaz debido a condiciones de funcionamiento no optimizadas o a la geometría del tornillo de la extrusora. En este trabajo se investiga, experimentalmente, la homogeneidad de la temperatura de fusión en un solo tornillo sin fin utilizando la técnica de redes de termopar, así como el efecto de los ajustes de la

temperatura del barril y la velocidad del tornillo sobre la homogeneidad de la temperatura de fusión del troquel. Finalmente, se investigan varios métodos inferenciales para determinar la estabilidad de fusión en el proceso con el objetivo de desarrollar técnicas de modelado y control para mejorar la calidad y eficiencia del proceso.

En [30] se investiga el consumo de energía del motor basado en variables eléctricas del motor (solo para motores de corriente continua (CC)) y Se desarrollan nuevos modelos para predecir el consumo de energía del motor a partir de configuraciones de proceso fácilmente medibles para una geometría de máquina en particular. Los modelos desarrollados concuerdan con el entrenamiento y los datos no vistos al representar las condiciones reales con más del 95% de precisión. Estos modelos ayudarán a determinar los efectos de los ajustes de procesos individuales en el consumo de energía del motor de accionamiento y los ajustes óptimos de eficiencia energética del motor para extrusoras de un solo tornillo.

En el artículo [31] se investiga una aplicación de algoritmos genéticos (GA) en el diseño y la implementación de controladores lógicos difusos (FLC). La idea se utiliza en una extrusora para plástico. La comparación de varios parámetros muestra que los GA son útiles para mejorar el rendimiento de FLC.

En el proceso de extrusión, se requieren avances en el control del proceso para reducir las variaciones de temperatura a lo largo del flujo de masa fundida, mismas que pueden resultar en una mala calidad del producto. La mayoría de los métodos de monitoreo térmico proporcionan solo mediciones de temperatura de fusión a granel o en un punto con baja precisión y provocan un rendimiento deficiente del controlador. En [32] se afirma que los controladores convencionales proporcionales-integrales-derivados más comunes parecen ser incapaces de funcionar bien en la región operativa no lineal. Es por esto que este artículo presenta un enfoque de control difuso basado en un modelo para reducir las variaciones de temperatura de la masa fundida a lo largo del flujo de masa fundida mientras se logra la temperatura promedio deseada de la masa fundida. Los resultados de la simulación confirman la eficacia del controlador propuesto.

En [33] se plantea que el control de temperatura del sistema de extrusión de plástico sufre problemas relacionados con un mayor tiempo de asentamiento y un exceso de temperatura no deseado. Convencionalmente, el controlador PID ofrece una restricción importante en la selección de las ganancias del controlador, pero no puede controlar el

proceso de temperatura debido a su comportamiento no lineal. Se utilizan conceptos inteligentes basados en la lógica difusa para controlar el proceso de temperatura.

En el artículo [34] se desarrolla un método de diseño de controlador ANFIS para el control de temperatura en un sistema de extrusión de plástico con diferentes cambios del punto de ajuste, así como con perturbaciones repentinas de entrada con diferentes técnicas de control. La temperatura del sistema de extrusión de plástico tiene un amplio rango de variación sujeto a diversas perturbaciones. El sistema generalmente no es lineal, por lo que controlar la temperatura es un proceso tedioso, ya que tiene múltiples etapas y el sistema está acoplado entre sí. El proceso de extrusión de plástico utiliza la función de transferencia de primer orden. Las cuatro técnicas de control son tradicionalmente PI, PID y dos controladores inteligentes FUZZY y ANFIS. Los cuatro métodos de control se simulan usando Matlab / simulink. Se concluyó que el controlador ANFIS ofrece un mejor rendimiento que otros tres controladores.

En [35] se plantea que en investigaciones recientes se han estudiado las aplicaciones de técnicas de identificación estocástica para construir los modelos entrada-salida o del tipo "función de transferencia" para la extrusora. En ellos se ha estudiado la relación entre la velocidad del tornillo y la presión y temperatura del dado, o sea se han relacionado como variable manipulada la velocidad del tornillo de la extrusora con la presión y con la temperatura en el dado.

Por otro lado, informa que los problemas de control más significativos resultaron debido al ruido de medición, mismo que apareció en el valor de frecuencia de la velocidad de rotación del tornillo.

En la actualidad, constantemente, los plásticos encuentran nuevas aplicaciones, por lo que muchos productos comerciales son extruidos. Sin embargo, el precio de los polímeros a base de petróleo está en constante aumento, por lo que se vuelve crucial la necesidad de minimizar las fluctuaciones en las condiciones de operación de la extrusora, más aún con especificaciones del producto mucho más precisas.

Resumiendo: se analizaron 15 artículos que barren los años desde 1977 hasta 2016. De ellos se analizaron 4 del siglo pasado, 9 de principio de siglo 21 y uno entre 2015 y 2020.

Dedicados a la modelación matemática del perfil de temperatura a lo largo del barril encontramos 8 artículos de los cuales uno propone modelación no lineal. Cuatro de



ellos solo se dedican al modelado lineal del proceso de extrusión. De igual manera, dedicados solo a la investigación del modelado del consumo de energía tanto por las zonas de calentamiento como por el consumo del motor del tornillo sin fin se encontraron dos publicaciones.

En lo que respecta al controlador diseñado y comprobado en las extrusoras la cantidad de artículos revisados se muestran en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3 Relación de controladores encontrados en el proceso de extrusión.

TIPO DE CONTROLADOR DISEÑADO	CANTIDAD
PID	3
PIDNN (PID Red neuronal)	1
DIFUSO	2
ADAPTATIVO	1
CONTROL OPTIMO	1
PREDICTOR DE SMITH	1
ANFIS	1
GAFUZZY	1

Como se puede observar de la Tabla 2.3 los controladores que más atención recibieron fueron el controlador PID y el controlador difuso.

Es evidente que las variables controladas en las extrusoras de un solo tornillo sin fin fueron el perfil de temperatura a lo largo del barril y la presión ejercida sobre el dado de la extrusora, esta última a través de la velocidad del tornillo. El perfil de temperatura es controlado mediante zonas de calentamiento, las cuales están presentes en un número variable, siendo generalmente cuatro zonas las de mayor influencia en el perfil.

Considerando la revisión de la bibliografía el planteamiento del control de dichas variables mediante el control óptimo y el control predictivo para el modelo multivariable es actual.



## CAPÍTULO 3

### DISEÑO DE LOS CONTROLADORES MULTIVARIABLES DE EXTRUSORAS SIMPLES

#### 3.1 Determinación de los requerimientos de control para una extrusora simple

En los casos prácticos, se especifican las características de desempeño deseadas del sistema de control en términos de cantidades en el dominio del tiempo. Las especificaciones se formulan para las variables de interés ante cambios en la referencia y ante perturbaciones de entrada, siendo estas últimas las de mayor interés en el diseño del controlador.

En Ogata, [36], se indica que “con frecuencia, las características de desempeño de un sistema de control se especifican en términos de la respuesta transitoria para una entrada o perturbación escalón unitario, puesto que esta es fácil de generar y es suficientemente drástica.

Es costumbre, al comparar respuestas transitorias de varios sistemas, usar la condición inicial estándar cuando el sistema, al inicio, está en un estado estacionario dado por lo cual la variación de la salida y todas las derivadas de ella con respecto al tiempo son cero.

Con frecuencia la respuesta transitoria del sistema práctico muestra oscilaciones amortiguadas alrededor del valor de la variable en estado estacionario antes de alcanzar ese valor.

Es común especificar los siguientes parámetros [36] de la respuesta transitoria para evaluar la calidad del comportamiento de sistemas a lazo cerrado ante un estímulo paso escalón unitario:

1. Tiempo de retardo,  $t_d$
2. Tiempo de subida,  $t_r$
3. Tiempo pico,  $t_p$
4. Sobreregulación,  $M_p$
5. Tiempo de establecimiento,  $t_s$

En la figura (3.1) se muestran los parámetros mencionados para evaluar la calidad del desempeño de los sistemas a lazo cerrado mediante sus repuestas en el dominio del tiempo.

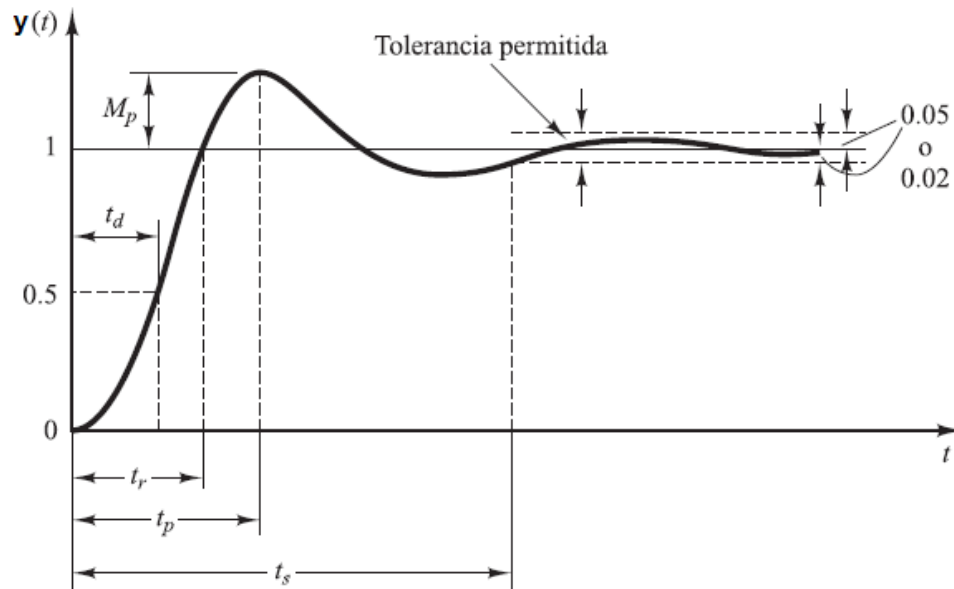


Figura 3.1 Especificaciones a los parámetros del desempeño en el tiempo.

Los requisitos de diseño para las zonas de temperatura 1 y 2, obtenidos del análisis de los resultados presentados en los artículos (2), (3), (4) y (5) son los siguientes :

1. Tiempo de retardo,  $t_d \leq 0.02s$
2. Tiempo de subida,  $t_r \leq 0.04s$
3. Tiempo pico,  $t_p \leq 0.05s$
4. Sobrerregulación,  $M_p \leq 13.5\%$
5. Tiempo de establecimiento,  $t_s \leq 25s$

### 3.2 Diseño del controlador multivariable para el modelo matemático de la extrusora simple

Se considera el modelo matemático de una extrusora de polímeros para la fabricación de mangueras, descrito por la matriz de funciones de transferencia dada en (1.1)

$$H(s) = \begin{pmatrix} \frac{100}{125s+1} & \frac{60}{200s+1} \\ \frac{20}{110s+1} & \frac{130}{110s+1} \end{pmatrix}$$

Iniciando el diseño se prueba con un controlador del tipo PID, cuyos parámetros se ajustan por prueba y error formando lazos cerrados independientes, o sea sin las influencias entre lazos de control.

Se declaran los reguladores del tipo PID para cada lazo de control de las variables temperaturas de las zonas de la extrusora.

$$C_1(s) = \frac{k_{p1}s+k_{i1}}{s} \quad (3.1)$$

$$C_2(s) = \frac{k_{p2}s+k_{i2}}{s} \quad (3.2)$$

Donde:

$k_{ij}$  – Ganancia del integrador de la j-ésima zona con  $j=1,2$

$k_{pj}$  – Ganancia proporcional de la j-ésima zona con  $j=1,2$

$k_{dj}$  – Ganancia derivativa de la j-ésima zona con  $j=1,2$

Los parámetros del controlador ajustados por prueba y error, para la tercera zona de calentamiento fueron

$$k_{p1} = 5$$

$$k_{i1} = 1$$

Para el control de la segunda zona de calentamiento:

$$k_{p2} = 5$$

$$k_{i2} = 1$$

Estos valores de las ganancias del controlador del tipo PI reubicar los polos de las funciones de transferencia a lazo abierto en los valores dados por la siguiente tabla:

Tabla 3.1 Ubicación de los polos por el lazo cerrado

$pol_{den11} = s(125s + 1) + 80(k_{p1}s + k_{i1}) \Big _{\substack{k_{p1}=5 \\ k_{i1}=1}} = 125s^2 + 401s + 1$
--

Ubicación del Polo rápido lazo cerrado $q_{11}(s)$	Ubicación del Polo a lazo abierto $q_{11}(s)$
-0.0025	- 0.008
$pol_{den22} = s(110s + 1) + 130(k_{p2}s + k_{i2}) \Big _{\substack{k_{p1}=5 \\ k_{i1}=1}} = 110s^2 + 651s + 1$	
Ubicación del Polo rápido lazo cerrado $q_{22}(s)$	Ubicación del Polo a lazo abierto $q_{22}(s)$
-0.0015	- 0.009

La respuesta al paso escalón desplazado en tres segundos en la tercera zona de temperatura se muestra en la figura 3.2

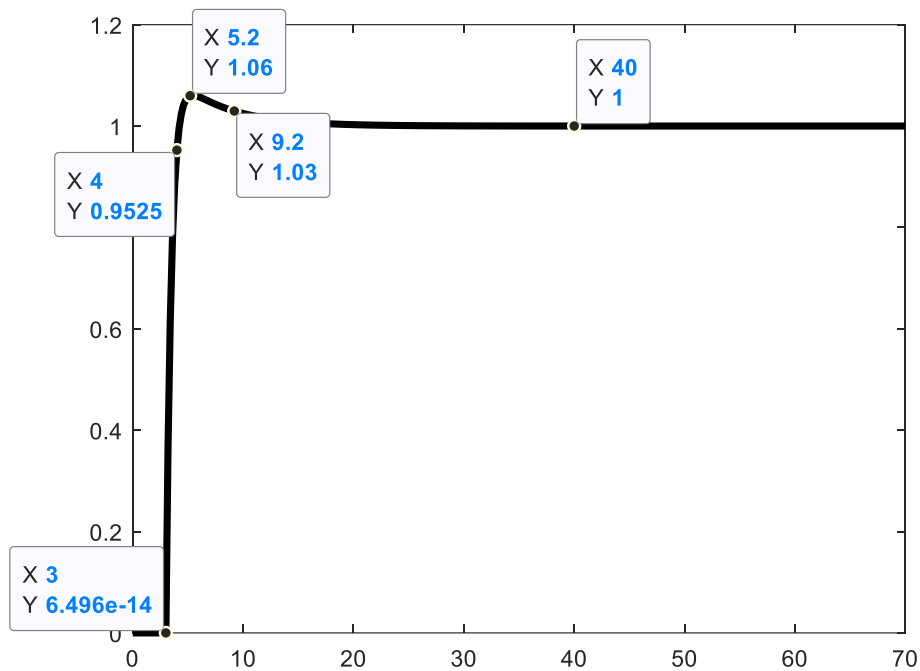


Figura 3.2 Respuesta al paso escalón desplazado en tres segundos en la tercera zona de control de temperatura.

Los parámetros logrados para las exigencias técnicas fueron:

1. Tiempo de retardo,  $t_d = 3.5 \text{ s}$
2. Tiempo de subida,  $t_r = 1 \text{ s}$
3. Tiempo pico,  $t_p = 5.2 \text{ s}$

4. Sobreregulación,  $M_p = 6 \%$
5. Tiempo de establecimiento,  $t_s = 9.2 \text{ s}$

La respuesta al paso escalón en la zona cuatro de temperatura se muestra en la figura 3.3

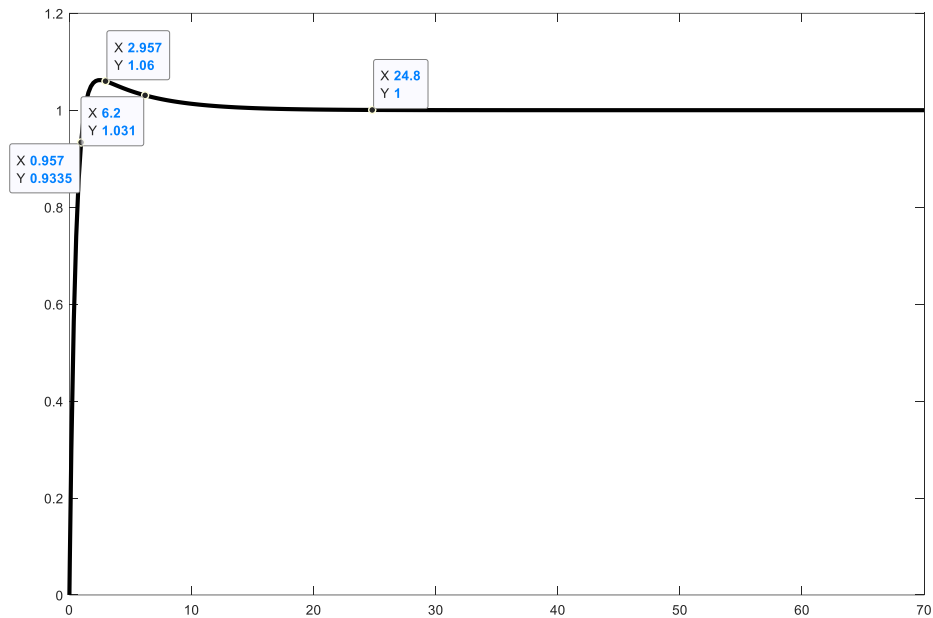


Figura 3.3 Respuesta al paso escalón en la zona cuatro de temperatura.

Los parámetros logrados para la segunda zona fueron:

1. Tiempo de retardo,  $t_d = 0.415s$
2. Tiempo de subida,  $t_r = 0.967s$
3. Tiempo pico,  $t_p = 2.96s$
4. Sobre regulación,  $M_p = 6 \%$
5. Tiempo de establecimiento,  $t_s = 6.2 \text{ s}$

El diagrama Simulink para realizar el ajuste de las ganancias de los controladores PID se muestra en la figura 3.4

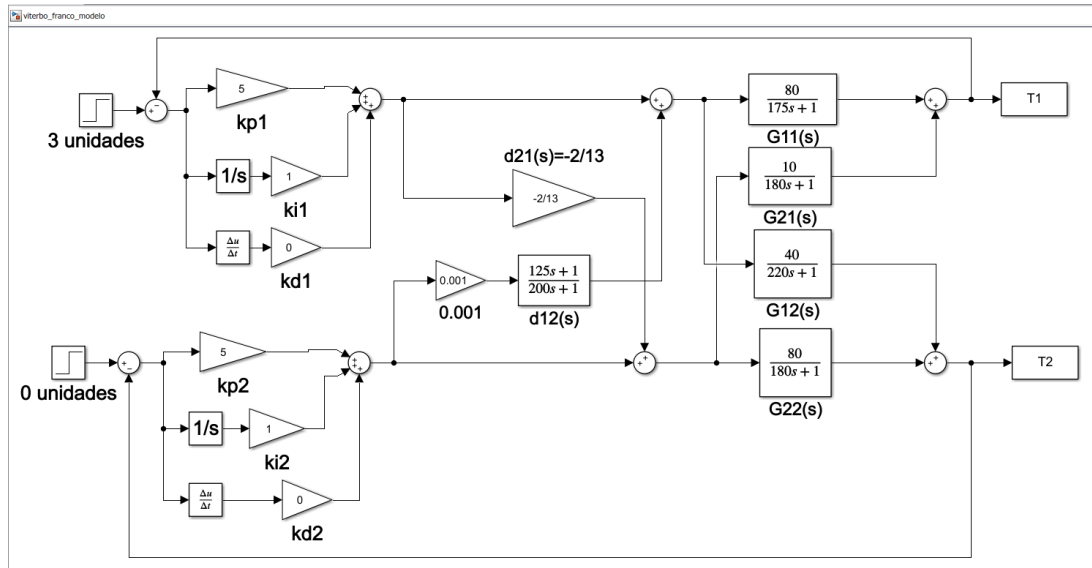


Figura 3.4 Diagrama Simulink para realizar el ajuste de las ganancias de los controladores PID,

A continuación, se desarrolla el algoritmo para realizar el diseño del sistema desacoplado para el modelo matemático de la extrusora de polímeros dado en (1.1).

El fundamento para realizar el diseño del desacoplador se toma de la bibliografía [14] y que fue expuesto en el Capítulo 1 expresión (1.3).

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{Q_{12}(s)}{Q_{11}(s)} \\ -\frac{Q_{21}(s)}{Q_{22}(s)} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_{12} \\ d_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo los valores de las funciones de transferencia del modelo matemático (1.1), tendremos.

$$-\frac{Q_{12}(s)}{Q_{11}(s)} = -0.6 \frac{125s+1}{200s+1} \quad (3.3)$$

$$-\frac{Q_{21}(s)}{Q_{22}(s)} = -\frac{2}{13} \frac{110s+1}{110s+1} = -\frac{2}{13} \quad (3.4)$$

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & -0.6 \frac{125s+1}{200s+1} \\ -\frac{2}{13} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

En el diagrama de la figura 3.4 se muestran las interacciones, así como los controladores PI diseñados. En la figura 3.5 y 3.6 se muestran las respuestas en el dominio del tiempo de la temperatura en la zona 3 y 4 respectivamente, considerando



que la referencia cambia en el instante de tiempo  $t=3$  para la zona 3, lo cual se logra desplazando en el tiempo el escalón aplicado a la referencia.

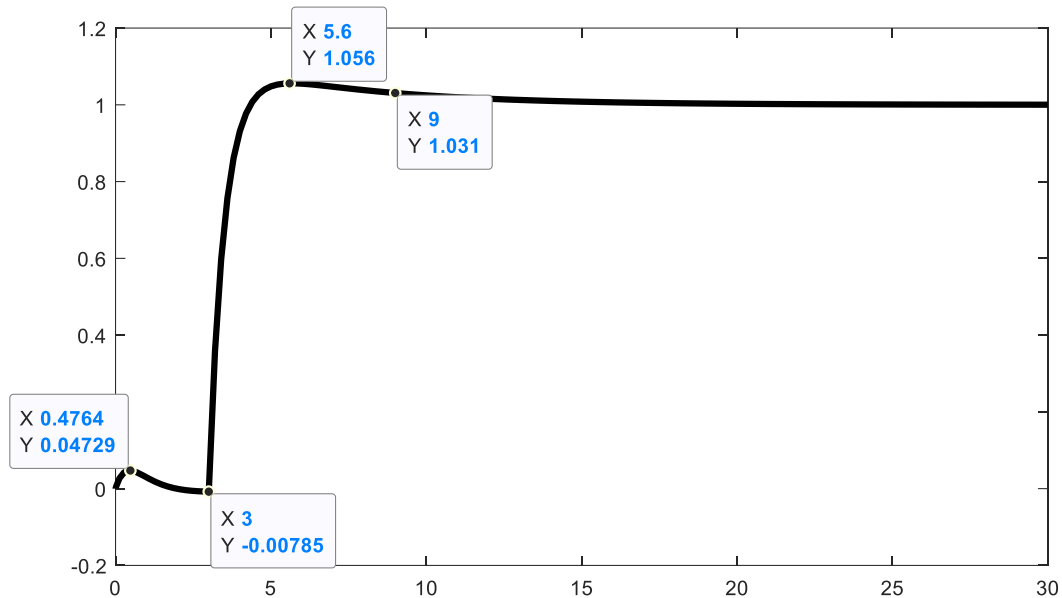


Figura 3.5 Respuesta en el dominio del tiempo al paso escalón zona 3

Como se observa las respuestas cumplen con las exigencias, sin embargo, existe interacción entre los canales de regulación de las variables controladas. Esta interacción se manifiesta en la presencia de un pico en el canal de la zona 3 a los 0.4764 segundos con valor de  $0.047^{\circ}\text{C}$  y para la zona 4 el pico ocurre en el instante de tiempo 3.4 segundos con valor de  $1.153^{\circ}\text{C}$ .

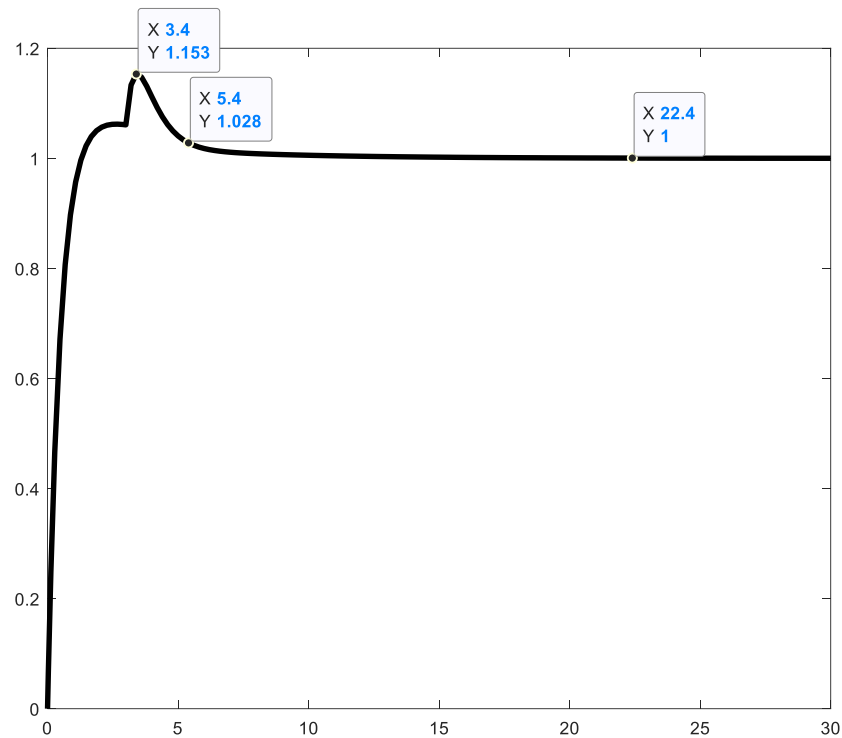


Figura 3.6 Respuesta en el dominio del tiempo al paso escalón zona 4

Por tanto, se requiere eliminar esta influencia nociva entre los lazos de control de las temperaturas de las zonas.

Para el diseño del desacoplador considerando las interacciones entre los canales de control de las temperaturas en las zonas 1 y 2 se procedió según [14].

La matriz del desacoplador es calculada a partir de los valores de los parámetros de las funciones de transferencia obtenidos mediante identificación, esto significa que los valores del desacoplador pueden no corresponderse en la práctica con los requeridos debido a las incertidumbres propias de las mediciones y estimaciones por el Método de los Mínimos Cuadrados.

Entonces, en la práctica los resultados de los cálculos de los valores del desacoplador se reajustan para su implementación.

### 3.2.1 Diseño del controlador multivariable LQR para la extrusora

Recordando que: un control es óptimo si minimiza una función de costo  $J$  previamente declarada, en la cual se pone de manifiesto un compromiso entre las especificaciones de diseño y las restricciones a las variables. Entonces debemos tener la función de costo a minimizar, a saber:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3.6)$$

Donde:

$x(t)$  – variables de estados

$u(t)$  – variables de control

$Q$  – matriz simétrica definida positiva para los estados (hermítica)

$R$  – matriz simétrica definida positiva para los controles (hermítica)

Obsérvese que el segundo término del miembro derecho de (3.6) considera el costo de energía de las señales de control. Las matrices  $Q$  y  $R$  determinan la importancia relativa del error y del costo de esta energía. En este problema, se supone que el vector de control  $u(t)$  no está restringido.

Sujeta a las restricciones dadas por el modelo en espacio de estados:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

La idea es encontrar los valores de las ganancias similares a como se hacía para la realimentación de estados, o sea:

$$u(t) = -kx(t) \quad (3.7)$$

Pero ahora tendríamos que la función a minimizar es:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \left( x^T Q x + (kx(t))^T R kx(t) \right) dt = \int_{t_0}^{t_f} \left( x^T Q x + x^T(t) k^T R k x(t) \right) dt = \int_{t_0}^{t_f} x^T (Q + k^T R k) x dt \quad (3.8)$$

El problema así planteado es el problema de regulación. Sin embargo, si queremos desarrollar el problema de seguimiento de referencia, entonces es necesario plantear las ecuaciones como sigue:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \left( \left( y_{ref}(t) - Cx(t) \right)^T Q \left( y_{ref}(t) - Cx(t) \right) + u^T R u \right) dt \quad (3.9)$$

En la figura 3.7 se muestra un diagrama en bloques explicativo del seguimiento óptimo cuadrático en los casos cuando se perturba la entrada de referencia de la extrusora. Como se muestra, la realimentación de los estados se realiza como se acostumbra, pero el estado que se regula debe compararse con la referencia de manera que primero se realiza la resta entre la referencia y el estado en cuestión, después se multiplica por la

ganancia correspondiente y por último se adiciona algebraicamente a la realimentación de estados para formar el control  $u(t)$ .

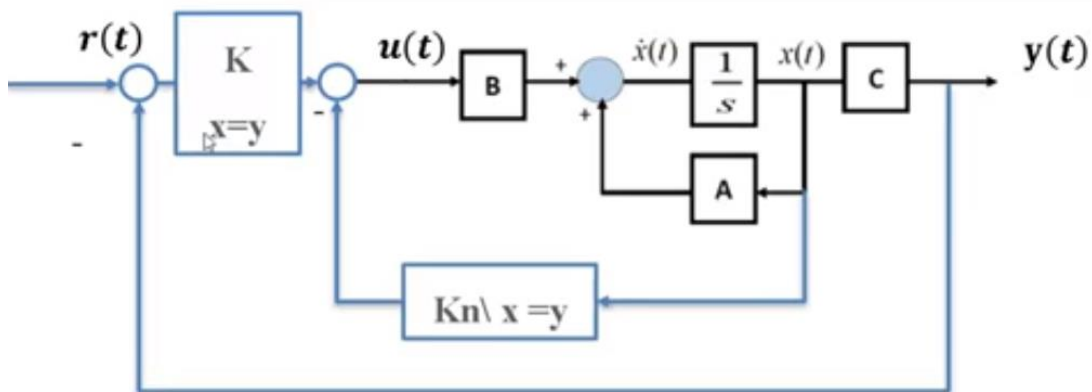


Figura 3.7 Diagrama en bloques de la regulación óptima cuadrática con seguimiento. Bajo el supuesto que se tenga un sistema en espacio de estados de tercer orden podemos ejemplificar los desarrollos como sigue:

$$u(t) = [r_1(t) - x_1(t)]k_1 + [r_2(t) - x_2(t)]k_2 - k_3x_3(t) = r_1(t)k_1 + r_2(t)k_2 - [x_1(t)k_1 + k_2x_2(t) + k_3x_3(t)]$$

Y finalmente:

$$u(t) = r_1(t)k_1 + r_2(t)k_2 - K \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}; K = (k_1 \quad k_2 \quad k_3) \quad (3.10)$$

Se recomienda [Villota Cerna, E. Control Moderno y Optimo. Universidad Nacional de Ingeniería- Lima, Perú. 2010] que para estos sistemas con referencia la matriz  $Q = C' * C$  para que tenga un mejor desempeño en la salida. Por otro lado, para estas matrices proporciona otra sugerencia, a saber, por la Regla de Bryson para la selección de las matrices Q y R:

$$Q_{ii} = \frac{1}{(t_f - t_0) \max([x_i(t)]^2)}$$

$$R_{ii} = \frac{1}{(t_f - t_0) \max([u_i(t)]^2)}$$

Si el tiempo no es importante en la aplicación evaluada el intervalo de tiempo entre paréntesis,  $(t_f - t_0)$  puede elegirse igual a 1.

Aplicando una subrutina de cómputo en MATLAB se convierte (2.5) en el formalismo de variables de estados:

```
H=[tf(100, [125 1]), tf(60, [200 1]);tf(20, [110 1]) tf(130, [110 1])];
sist=ss(H)
AA=sist.A;
```

```

BB=sist.B;
CC=sist.C;
DD=sist.D;
size(sist)%
sist2=ss(sist,'min')

```

Se ha obtenido un modelo de espacio de estados con 2 salidas, 2 entradas y 3 estados.

La realización mínima de  $H(s)$  se ha obtenido mediante el comando `ss(sist,'min')`.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -0.008 & 0 & 0 \\ 0 & -0.005 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0091 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 0.182 & 1.182 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}, \text{ con } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Definiendo la controlabilidad y observabilidad de este sistema en espacio de estados, tendremos [39] que la matriz de controlabilidad es:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.0080 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & -0.0025 & 0 & 0 \\ 0.182 & 1.182 & -0.0017 & -0.0107 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

Con un rango  $\text{rank}(C) = 3$ , ya que el sistema es  $3 \times 3$  entonces el par  $(A,B)$  es totalmente controlable.

Analizando la observabilidad, tendremos:  $O = \text{obsv}(A, C)$ , tendremos que esta matriz es:

$$O = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.0064 & -0.003 & 0 \\ 0 & 0 & -0.009 \\ 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}, \text{ con } \text{rank}(O) = 3$$

Por lo que la realización mínima también es totalmente observable. Resolviendo el problema de control, se encuentra inicialmente la solución de la ecuación algebraica de Riccati, conociendo que:

$$AA = \begin{bmatrix} -0.008 & 0 & 0 \\ 0 & -0.005 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0091 \end{bmatrix}; BB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 0.182 & 1.182 \end{bmatrix}$$

Se eligen las matrices  $Q$  y  $R$  diagonales de manera que se pueda ajustar posteriormente:

$$Q_{ii} = 10 ; R_{ii} = 1, Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Recordando de (1.8) la ecuación de Riccati:  $PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{P} \begin{bmatrix} -0.008 & 0 & 0 \\ 0 & -0.005 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0091 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.008 & 0 & 0 \\ 0 & -0.005 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0091 \end{bmatrix}^T \mathbf{P} - \\
 & \mathbf{P} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 0.182 & 1.182 \end{bmatrix} \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 0.182 & 1.182 \end{bmatrix}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}
 \end{aligned}$$

Para resolver la ecuación de Riccati se corre la rutina de cómputo dada a continuación empleando la función de MATLAB disponible:

```
>> Q=CC'*CC;R=eye(2);
```

```
>> [P, L, G]=care(AA,BB,Q,R)
```

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.8306 & 0.6255 & -0.2226 \\ 0.6255 & 0.4717 & -0.1684 \\ -0.2226 & -0.1684 & 0.9090 \end{bmatrix} - \text{solución de la ecuación algebraica de Riccati}$$

$\mathbf{K} = (-1.3 \quad -0.6853 \quad -0.0048)^T$  – matriz de ganancias del control

Considerando los resultados del diseño del controlador lineal cuadrático podemos plantear el nuevo sistema de ecuaciones diferenciales como sigue:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= -0.008x_1(t) + u_1(t) \\
 \dot{x}_2(t) &= -0.005x_2(t) + 0.5 * u_2(t) \\
 \dot{x}_3(t) &= -0.0091x_3(t) + 0.182 * u_1(t) + 1.182 * u_2(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

El sistema (3.12) es un sistema en espacio de estados el cual está desconectado, o sea, la razón de cambio del estado  $x_i(t)$  no depende de los demás estados  $\forall i = 1,2,3$  y pueden ser controlables. Es de notar que el estado tres es un estado parásito que surge por la transformación de la matriz de funciones de transferencia 2x2 al espacio de estados, que como se sabe proporciona una realización mínima, misma que puede contener estados no físicos, que en este caso es el estado  $x_3(t)$  cuyo comportamiento no determina en el comportamiento del nuevo sistema.

De esta forma las dos primeras ecuaciones no solo son independientes entre sí, sino que también son independientes de la tercera ecuación, misma que no se tendrá en cuenta en lo adelante.

Luego hemos obtenido un sistema de ecuaciones diferenciales lineales de la forma mostrada a continuación:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= -0.008x_1(t) + u_1(t) \\
 \dot{x}_2(t) &= -0.005x_2(t) + 0.5 * u_2(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

Con  $u_1(t) = k_1[r_1 - x_1(t)]$ ;  $u_2(t) = k_2[r_2 - x_2(t)]$ , donde  $r_i \forall i = 1,2$  son las referencias correspondientes para las temperaturas requeridas de las zonas de calentamiento.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= -0.008x_1(t) + k_1[r_1 - x_1(t)] = k_1r_1 - (0.008 + k_1)x_1(t) \\
 \dot{x}_2(t) &= -0.005x_2(t) + k_2[r_2 - x_2(t)] = k_2r_2 - (0.005 + k_2)x_2(t)
 \end{aligned}$$

Finalmente, el sistema de ecuaciones controlado puede escribirse como sigue:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= k_1r_1 - (0.008 + k_1)x_1(t) \\
 \dot{x}_2(t) &= k_2r_2 - (0.005 + k_2)x_2(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

En la figura 3.8 se muestra un diagrama Simulink el cual resuelve el sistema controlado mediante la realimentación de estados a partir del sistema mostrado en (3.14).

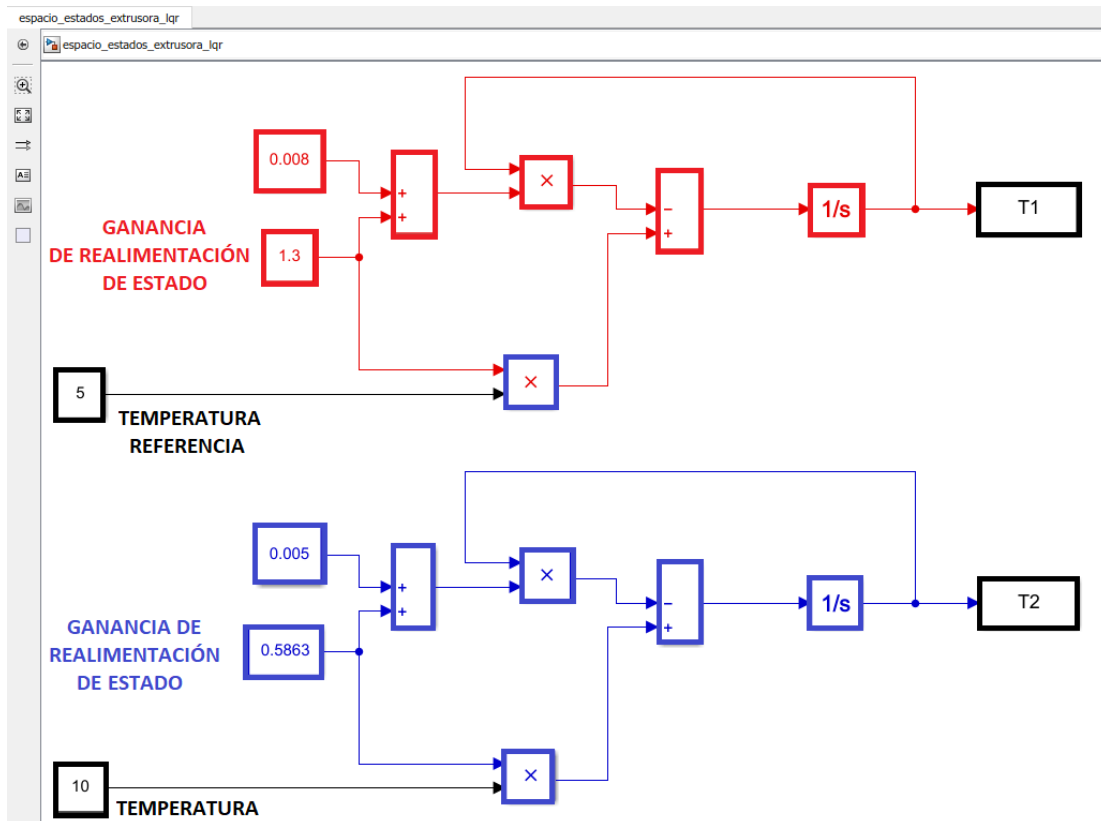


Figura 3.8 Diagrama de bloques del sistema en espacio de estados

En la figura 3.9 se muestran las respuestas de las temperaturas de las zonas tres y cuatro al cambio en las referencias desde cero hasta 5 para la zona tres y desde cero hasta 10 para la zona 4.

Como se puede observar las respuestas presentan un error en el estado final. Este error es inherente al control mediante la realimentación de estados y del control LQR simple.

En lo adelante se verifican estos resultados desplazando las señales de entrada con la idea de observar si existe interacción entre los lazos de control. Para ello se diseña un nuevo diagrama empleando el bloque de espacio de estados que proporciona Simulink. La configuración empleada se muestra en la figura 3.10



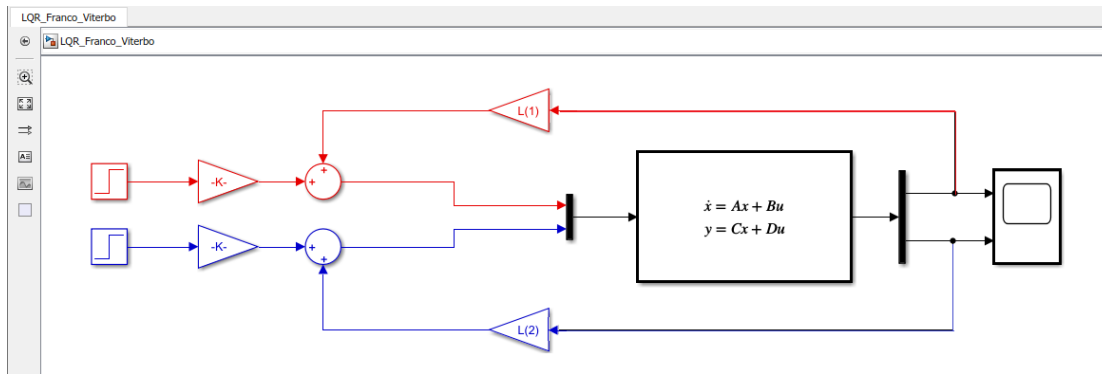


Figura 3.10 Diagrama Simulink empleando el espacio de estados multivariable.

En la figura 3.11 se muestra la programación del bloque “espacio de estados”, esta programación se ha realizado considerando que antes de correr el programa Simulink se debe tener en el Workspace de MATLAB® los datos para las matrices AA, BB, CC, DD, así como para las ganancias de realimentación de los estados, L. No se ha diseñado ningún observador de estados ya que en la práctica se tienen los sensores de temperatura mismos que miden tales valores y están disponibles para su empleo.

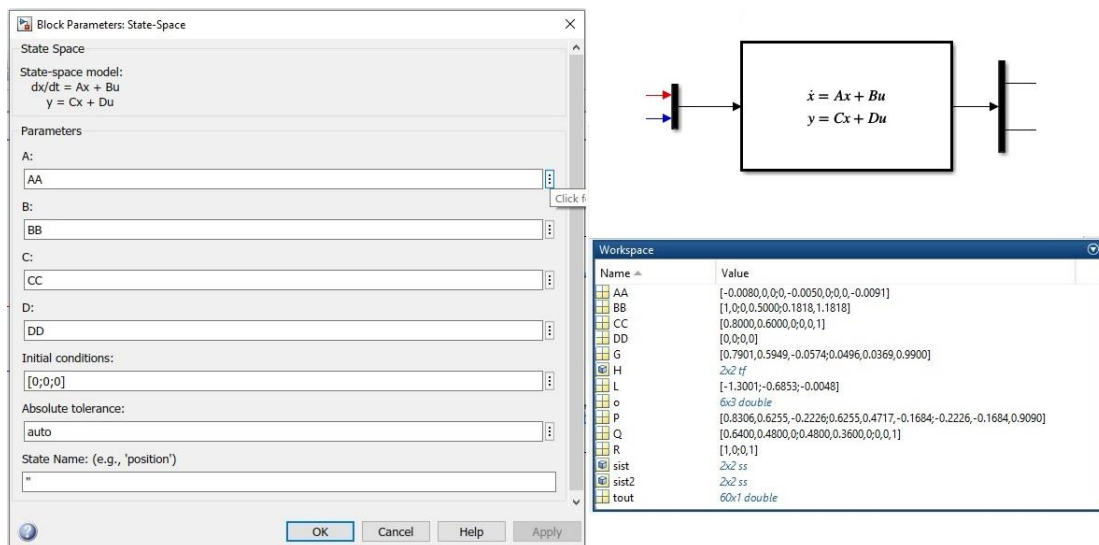


Figura 3.11 Programación del bloque “Espacio de estados”

Los valores mostrados en el Workspace se corresponden con los valores calculados por el programa “prueba conversión” cuyas instrucciones se muestran en la figura 3.12.

```

1  % prueba conversión de tf a ss
2  clc
3  H=[tf(100,[125 1]), tf(60,[200 1]);tf(20,[110 1]) tf(130,[110 1])];
4  sist=ss(H)
5  AA=sist.A;
6  BB=sist.B;
7  CC=sist.C;
8  DD=sist.D;
9  size(sist)%
10 % Se ha obtenido un modelo de espacio de estados con 2 outputs, 2 input y 3
11 % estados. La realización mínima de H(s) se obtiene mediante la sintaxis
12 sist2=ss(sist,'min')
13 % Comprobando la controlabilidad
14 Cont=ctrb(AA,BB)
15 rank(Cont)
16 size(AA)
17 o=obsv(AA,CC)
18 rank(o)
19 % Solución de la ecuación de Riccati
20 Q=CC'*CC;R=eye(2);
21 [P,L,G]=care(AA,BB,Q,R)
22

```

Figura 3.12. Programa desarrollado para calcular las ganancias del controlador LQR.

Inicialmente en el programa se hace la conversión del formalismo entrada salida (matriz de funciones de transferencia) a la formulación en espacio de estados. Se obtiene la realización mínima en la variable “sist2” en cuyo segundo argumento se especifica precisamente ‘min’ para obtenerla.

En el programa se prueba la controlabilidad y la observabilidad de la realización mínima mediante el cálculo de los rangos de las matrices de controlabilidad “Cont” y observabilidad “o”, verificándose la condición de sistema estable requerida para emprender el cálculo de las ganancias del controlador LQR.

Sigue la definición de las matrices Q y R requeridas para encontrar la solución a la ecuación de Riccati y con ellas determinar el valor del vector de ganancias para garantizar el control óptimo de la extrusora.

Se realizaron dos pruebas con este diagrama, la primera para determinar la exactitud y rapidez del sistema diseñado con referencias de diferentes valores que se aplican al unísono y la segunda con referencias desplazadas de manera que se pueda verificar si existe o no la interacción entre los lazos de control de temperatura de la extrusora.

Los resultados de la primera prueba se muestran en la figura 3.13 y los resultados de la segunda prueba se muestran en la figura 3.14

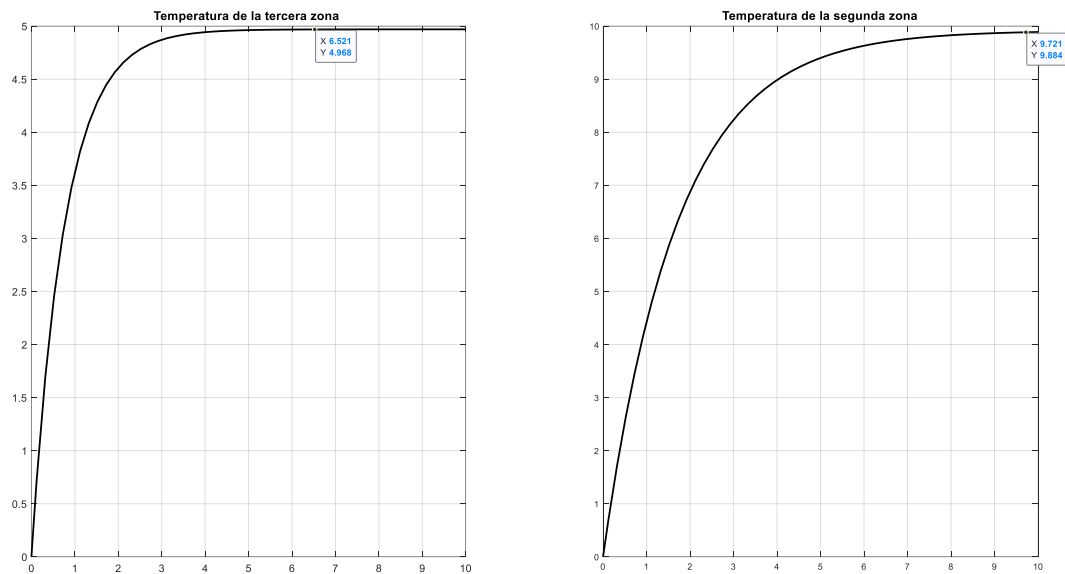


Figura 3.13. Respuestas de las temperaturas de las zonas 3 y 4 al cambio en las referencias al unísono.

De la primera prueba se concluye que el espacio de estados y su control LQR siguen manteniendo la falencia de la realimentación de los estados, o sea presentan un error de establecimiento del 0.64% del valor final para la zona 3 y de 1.16% del valor final para la zona 4. Los tiempos de crecimiento logrados fueron 1.8 segundos para la zona 3 y de 4 segundos para la zona 4.

De la segunda prueba se concluye que la regulación óptima no disminuye la interacción entre los lazos de control, pues como se observa sobre el proceso de tránsito de un estado a otro, en la zona 3 (en color azul), a partir del instante de tiempo 2 segundos hay influencia del paso escalón de referencia de la zona 4.

De igual manera se puede observar en el proceso de tránsito de la zona 4, en color rojo, antes de los 2 segundos se refleja la aplicación del paso escalón en la zona 3. Luego, el regulador LQR no rechaza las perturbaciones entre los lazos de control.

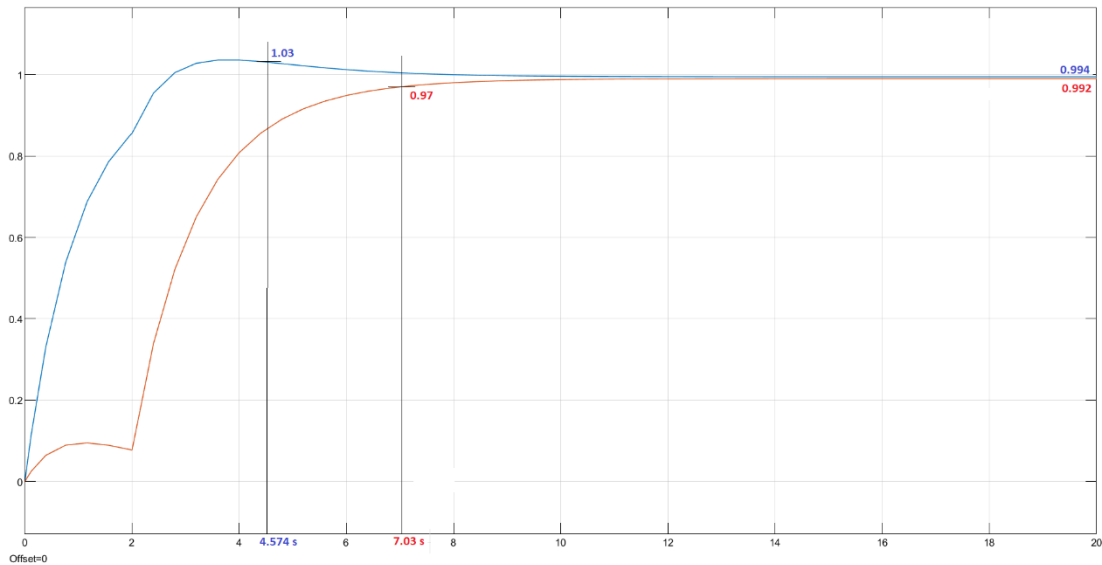


Figura 3.14 Respuestas en el dominio del tiempo de los lazos de control de temperatura en las zonas 3 y 4

Con estos resultados es evidente seguir buscando un controlador que garantice un buen rechazo a las perturbaciones.

### 3.3 Diseño del controlador predictivo para el modelo matemático de la extrusora simple

El paquete profesional MATLAB® presenta un ayudante en el diseño de los controladores predictivos, mismo que se presenta en pantalla cuando es llamado escribiendo en la ventana de comandos el comando "mpcDesigner". Este comando lanza la aplicación del diseñador del controlador MPC.

Como respuesta a esta solicitud, aparece una nueva ventana de diálogo llamada "Control and Estimation Toolbox Manager", la cual se observa en la figura 3.15 este guía para el diseño requiere de cierto orden en la introducción o programación del controlador predictivo. A continuación, se exponen las principales indicaciones que deben tenerse en cuenta para obtener una correcta programación del controlador, así como la descripción breve de las diferentes ventanas y cuadros de diálogos que se presentan al diseñador en el proceso de programación y ajuste del mismo.

Con este ayudante, el diseño y análisis de las prestaciones del controlador predictivo puede llevarse a cabo para sistemas SISO, así como también para sistemas MIMO.

Para comenzar el diseño es menester haber declarado en el espacio de trabajo de MATLAB el modelo matemático de la planta. Este modelo matemático puede ser introducido tanto como función transferencial como en el espacio de estados. Para este Trabajo de Titulación se han corrido con antelación las instrucciones dadas en la sección “Subrutina “extruder:V\_F” para mpcDesigner proporcionado en el Anexo mediante “Run Section” del Editor de MATLAB®.

En la Tabla MPC Designer, mostrada en la figura 3.15, en la parte de “Structure”, hacer click en “MPC Structure”.

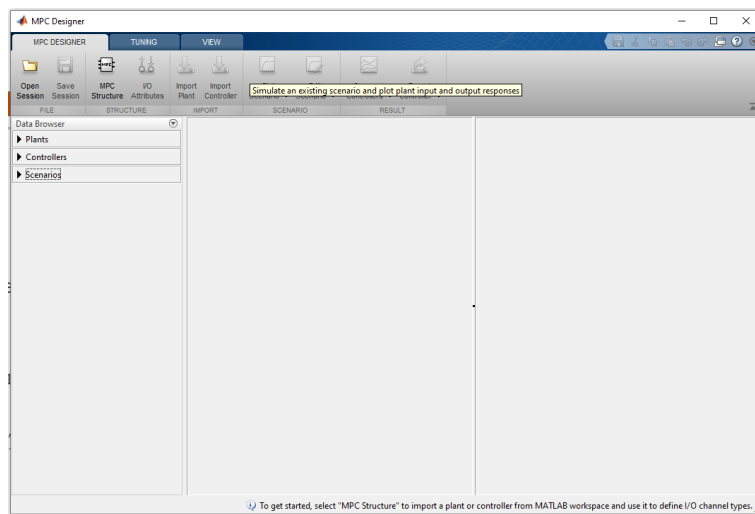
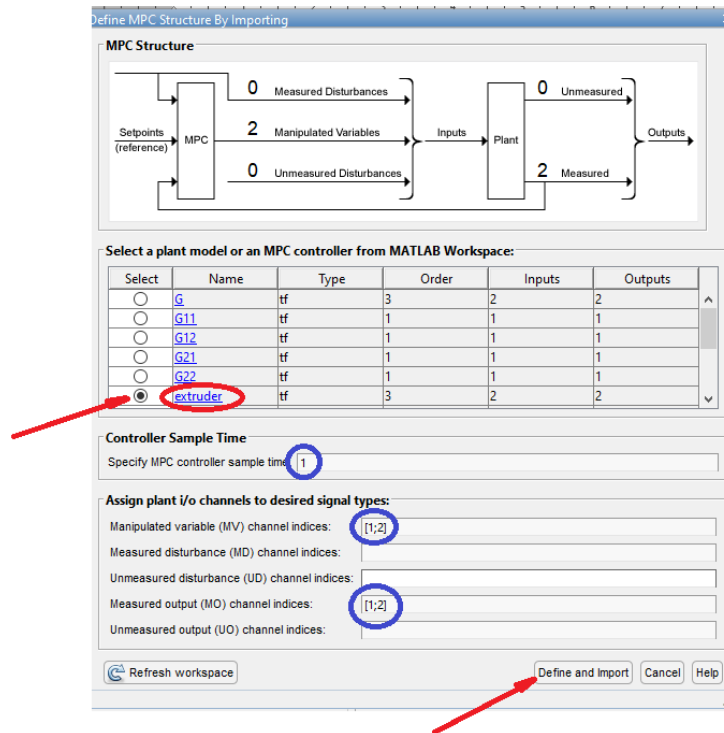


Figure 3.15 Tabla MPC Designer

En la ventana de diálogo “Define MPC Structure By Importing”, debajo del campo “Select a plant model or an MPC controller from MATLAB Workspace” se selecciona el modelo deseado, en este caso “extruder”, señalado en la figura 3.16.

Figura 3,16 Ventana “Define MPC Structure By Importing”.



El diseñador MPC Designer establece, por sí solo, un tiempo de muestreo al seleccionar el modelo “extruder” ya que el mismo es un sistema LTI estable, de tiempo continuo. Sin embargo, se puede establecer por el usuario otro valor. En la figura 3.16 se muestra el valor 1. Además, en los campos correspondientes a las entradas y salidas del modelo se muestran los vectores columnas [1;2] y [1;2] respectivamente indicando que el modelo tiene dos entradas y dos salidas. Posteriormente hacer click en el botón “Define and Import”.

En la ventana “MPCDesigner” se muestran dos espacios uno a la izquierda, que es el Data Browser y otro a la derecha donde aparecen los escenarios de entrada y de salida, mismos que pueden ser seleccionados por el diseñador.

En la parte a la izquierda de la ventana se muestra un árbol con los campos requeridos para realizar el diseño y el análisis del controlador GPC, estos son:

- Plant
- Controllers

## ➤ Scenarios

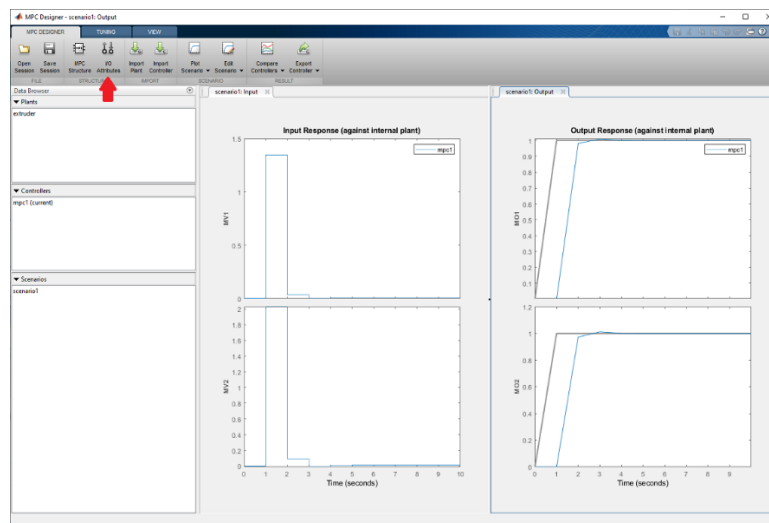


Figura 3.17. Resultado de la simulación de la App con la planta seleccionada.

Al desplegar estos campos haciendo click sobre ellos se despliegan pequeñas ventanas donde aparecen las plantas actuales, los controladores mpc actuales y el escenario actual, como se muestra en la figura 3.17

A la derecha aparecen las señales de prueba que realiza la App, el escenario de entrada “scenario1: Input” muestra las señales de prueba empleadas para la simulación de la planta mostrando en este caso dos señales MV1 y MV2, o sea, las variables manipuladas 1 y 2, como señales tipo escalera. El “scenario 1: Output” muestra las respuestas a estas señales de entrada como MO1 y MO2. En color azul están mostradas las entradas tipo escalera aplicada al modelo y las respuestas simuladas con un controlador mpc1 empleando la planta “extruder”.

Una vez que se defina la estructura del MPC, no se podrá cambiar dentro de la sesión actual de “MPC Designer”. Para utilizar una configuración diferente, habrá que iniciar una nueva sesión de la aplicación. Para definir los atributos de entrada y salida en la pestaña MPC Designer, se selecciona “Atributos de E/S”, como se muestra en la figura 3.17.

En el cuadro de diálogo “Especificaciones de canal de entrada y salida”, se detallan los nombres de las variables, sus unidades valores nominales, etc., como se muestra en la figura 3.18. estas especificaciones son opcionales.

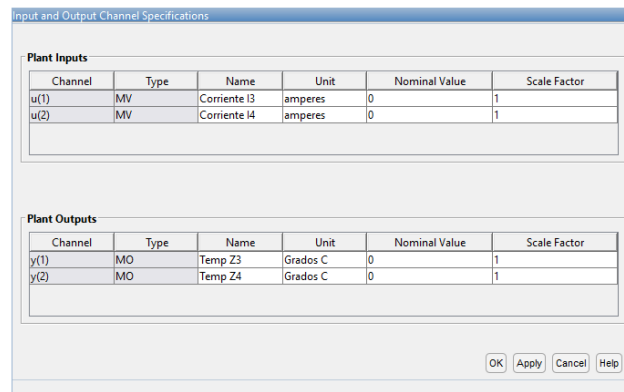


Figura 3.18. Ventana de especificaciones de las variables

Dado que el modelo se define utilizando desviaciones del punto de funcionamiento nominal, se establece el valor nominal para cada canal de entrada y salida en 0. De igual manera se recomienda asignar un valor del factor de escala en el valor predeterminado de 1 y se acepta haciendo clic en el botón ok. Verificar la actualización de los nombres y unidades de medida en los gráficos del escenario 1 para la entrada y salida.

Para configurar los escenarios de simulación, en la pestaña MPCDesigner, en la sección Scenar, se hace click en Edit Scenarío -> escenario1. En el cuadro de diálogo Simulation Scenarío, se estableció la misma duración que fue empleada para la simulación del controlador con desacople (30 segundos).

En la tabla Señales de referencia, en la primera y segunda filas, se especificó un Tamaño del paso de 1 y un Tiempo de 1 y 5 respectivamente para poder observar la influencia de un lazo de control en otro.



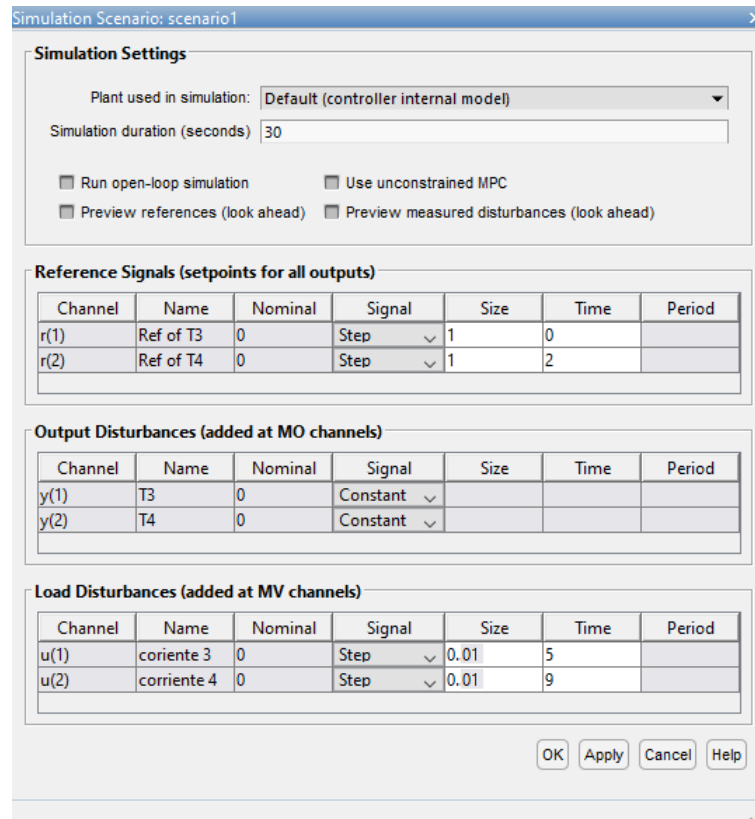


Figura 3.19. Configuración de los escenarios de simulación.

Además, se introdujeron perturbaciones de carga como pasos escalones de amplitud 0.01 de unidades de corriente (variación en 1% del valor nominal) en los instantes de tiempo de 5 y 9 segundos respectivamente para poder observar el rechazo a esas perturbaciones por el controlador predictivo.

Durante la programación del controlador, los gráficos irán actualizándose para mostrar los nuevos escenarios configurados. En el Data Browser, en la sección de Scenarios el “scenario 1” puede renombrarse a elección del diseñador haciendo click dos veces sobre el mismo.

Para configurar los horizontes de control se trabaja con la Tabla Tuning. En la sección Horizons se especifica el horizonte de Predicción deseado o se ajusta a un valor que proporcione una respuesta aceptable por rapidez, con el menor porcentaje M%, la menor influencia entre los lazos de control, etc. En este caso se seleccionaron los valores de: Sample Time =4, Prediction Horizon =15 y Control horizon =3, como se muestra en la figura 3.20.

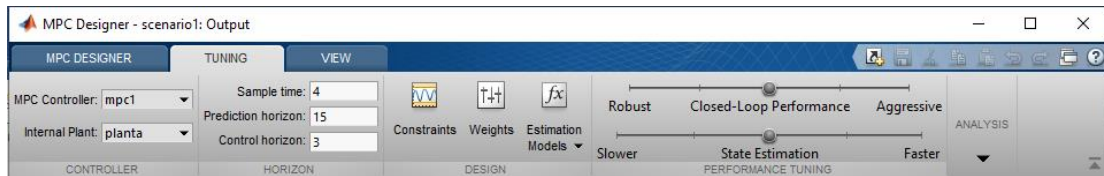


Figura 3.20. Configuración de la Tabla Tuning

Con este ajuste se logra un desempeño del controlador con valores mínimos de M%, como puede apreciarse de la figura 3.21, pero el rechazo a las perturbaciones no es bueno pues se observa que en ambas respuestas a partir de los instantes de introducción de las perturbaciones aumenta el valor de las temperaturas controladas.

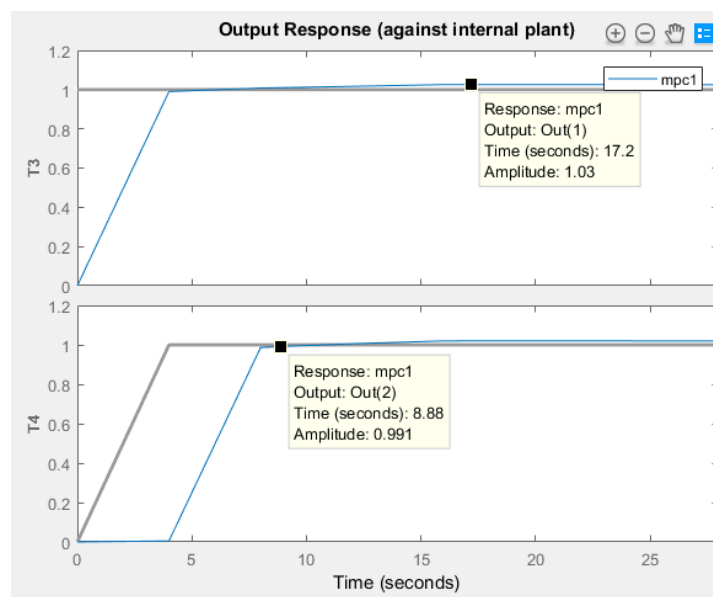


Figura 3.21. Desempeño del controlador con ajuste inicial de los horizontes

Para definir las restricciones o limitaciones que pueden tener los actuadores se selecciona “Constraints” en la sección “**Design**”. En el cuadro de diálogo se ingresan los límites inferior y superior, de igual manera si existen restricciones a la rapidez del actuador se pueden establecer en las columnas más a la derecha “**RateMin**” y “**RateMax**”, como se muestra en la figura 3.22

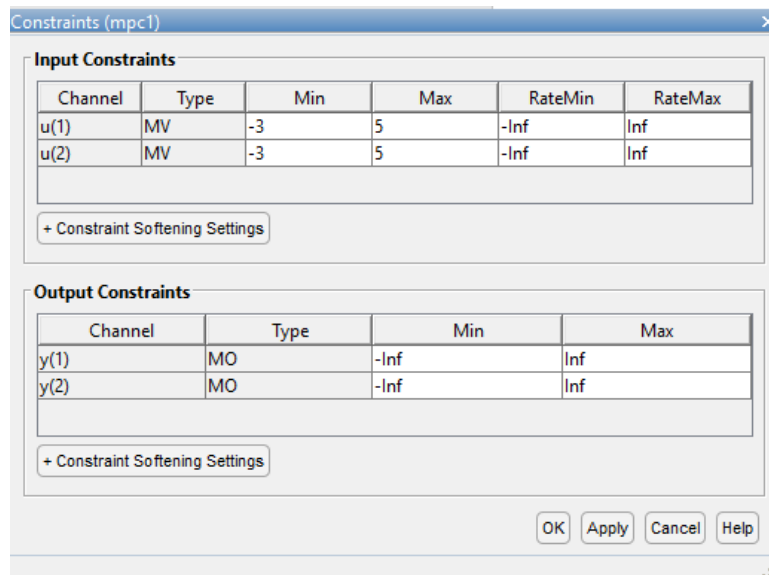


Figura 3.22 Configuración de las restricciones.

Para especificar los pesos de ajuste del controlador en la misma pestaña de Tuning, de la sección Design, se hace click en Weights.

En la tabla de ponderaciones de la entrada, se establece la ponderación nominal de las variables manipuladas (MV), por defecto sale 0.1. Durante el ajuste se comprobó que al aumentar el valor de los pesos empeora la respuesta del controlador mpc ya que el aumento del peso de la tasa de la variable manipulada penaliza los grandes cambios de la variable manipulada en la función de costo de optimización del controlador. En la tabla de pesos de salida, se mantuvieron los valores de peso predeterminados.

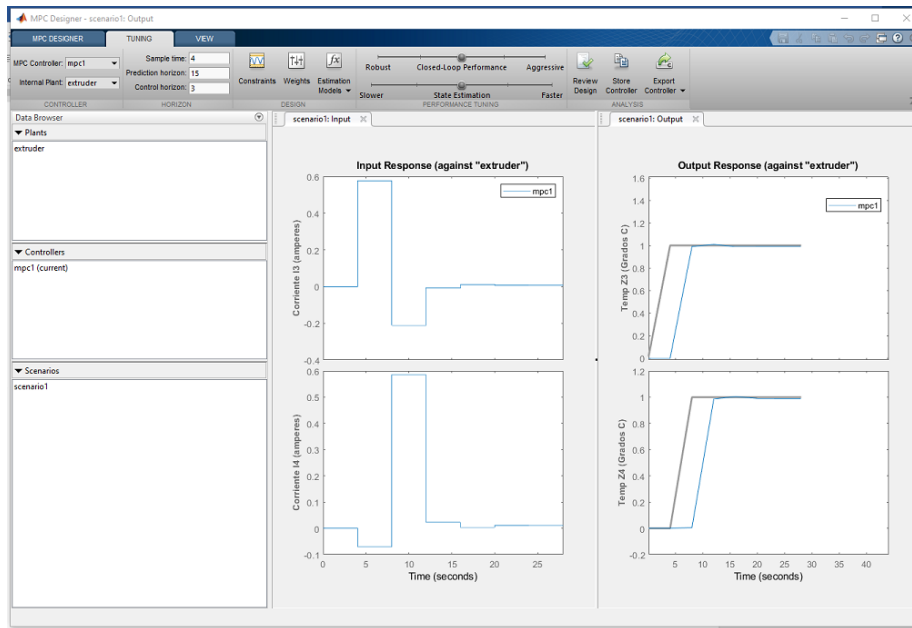


Figura 3.23. Resultados de las restricciones sobre las respuestas del mpc.

Esta App permite además eliminar el sobreimpulso de salida si la planta exige un rebasamiento cero en la respuesta de salida. Para ello en la pestaña “Performance” Tuning, se desplaza el control deslizante de lazo cerrado hacia la izquierda hasta que la respuesta de salida no tenga rebasamiento.

Mover este control deslizante hacia la izquierda simultáneamente aumenta el peso de la tasa variable manipulada del controlador y disminuye el peso variable de salida, produciendo un controlador más robusto.

En el diseño presentado se ha establecido el cursor deslizante hacia la derecha hasta que ha desaparecido el rebasamiento, logrando con esto un mejor ajuste. Lo antes indicado se muestra en la figura 3.24. Cuando ajusta los pesos de ajuste del controlador con el control deslizante Rendimiento de bucle cerrado, MPC Designer no cambia los pesos que se han especificado en el cuadro de diálogo Pesos. En cambio, el control deslizante controla un factor de ajuste, que se utiliza con los pesos especificados por el usuario para definir los pesos reales del controlador.

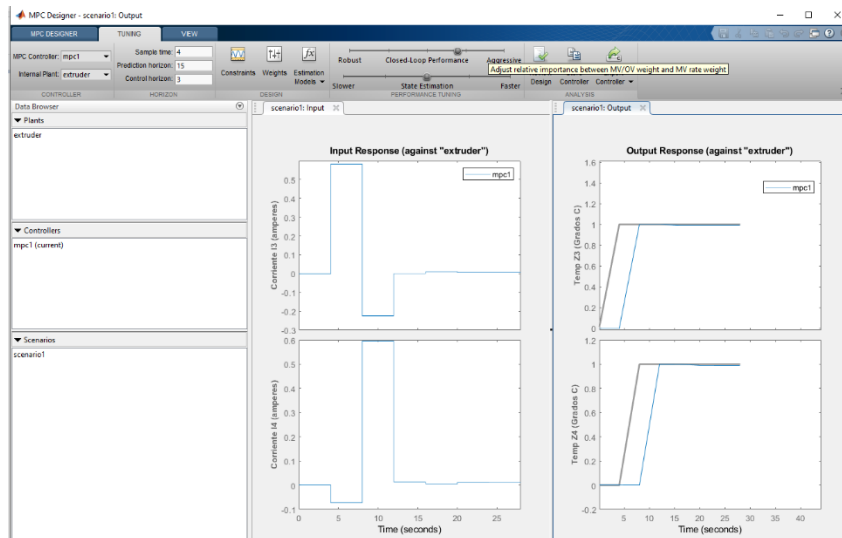


Figura 3.24 Ajuste de los pesos del controlador predictivo

Este factor es 1 cuando el control deslizante está centrado; su valor disminuye a medida que el control deslizante se mueve hacia la izquierda y aumenta a medida que el control deslizante se mueve hacia la derecha. El factor de ponderación multiplica las ponderaciones de las variables manipuladas y de las variables de salida y divide las ponderaciones de tasa variable manipuladas del cuadro de diálogo Pesos.

Prueba de rechazo de perturbaciones del controlador

En una aplicación de control de procesos, el rechazo de perturbaciones suele ser más importante que el seguimiento del punto de ajuste [18]. Esta aplicación también permite probar diferentes perturbaciones y comprobar el desempeño del controlador diseñado.

Exportación del Controlador

En la pestaña Ajuste, en la sección Análisis, se hace click en Exportar controlador para guardar el controlador ajustado, mpc1, en el espacio de trabajo de MATLAB como muestra la figura 3.24.

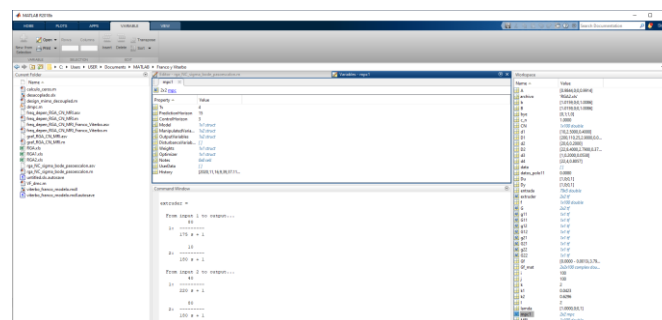


Figura 3.24 Modelo exportado al espacio de trabajo de MATLAB



## CAPÍTULO 4

### COMPARACIÓN DE LOS RENDIMIENTOS DE LOS CONTROLADORES DISEÑADOS

#### 4.1 Perturbaciones en los sistemas de control de extrusora

Considerando la estructura y composición de una extrusora simple, como por ejemplo la mostrada en [3], es evidente que las perturbaciones principales pueden generarse en la velocidad del tornillo sin fin a causa de las variaciones de la alimentación del motor del tornillo sin fin; fluctuaciones en la alimentación de la corriente de las resistencias de los calentadores; fluctuaciones en los flujos de enfriamiento por fluctuaciones de la alimentación de los ventiladores (fans).

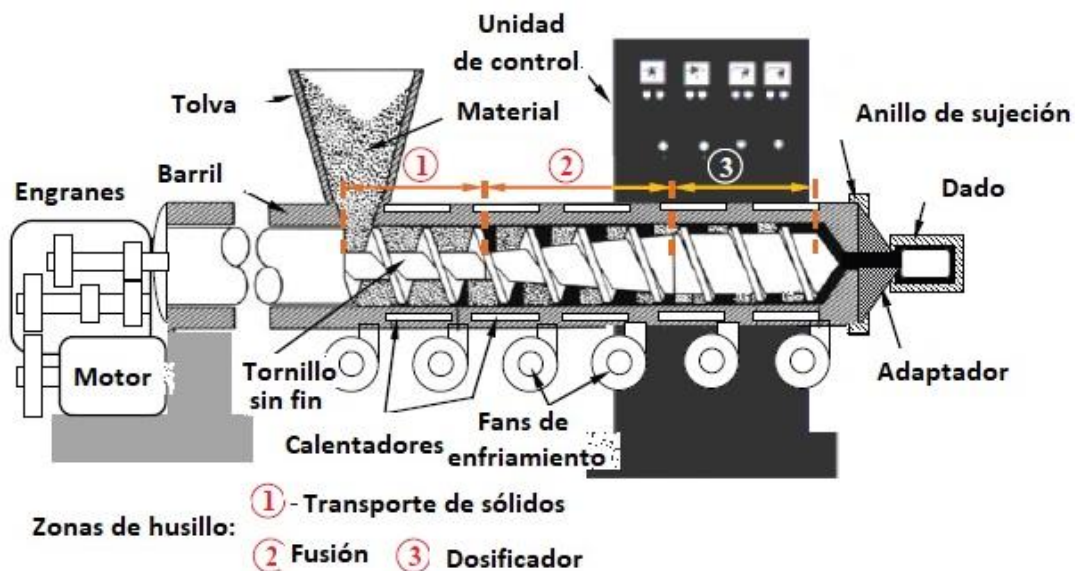


Figura 4.1 Composición de una extrusora moderna de plástico.

Con anterioridad habíamos indicado que una de las deficiencias principales en la fabricación de mangueras en nuestra región era la diversidad de material empleado para la fabricación. Generalmente el material que emplean los productores particulares viene del reciclado de diferentes polímeros y esto conlleva a fluctuaciones tanto en la velocidad del tornillo sin fin como a variaciones en el punto de operación por zonas, dada la irregularidad de los polímeros.

Así las cosas, la mayor perturbación [23] viene de la influencia que existe entre los lazos de control de las temperaturas de las zonas aledañas.

Es por esto que solo se verifica que el control predictivo logre aumentar el rechazo a las perturbaciones dadas por la interacción entre los lazos de control.

#### 4.2 Comparación del rendimiento de los controladores diseñados ante las perturbaciones

En el Capítulo 3 se desplazaron entre sí las señales del tipo paso escalón aplicadas como perturbaciones del punto de operación de cada zona de calentamiento. Fue evidente, de las figuras 3.5 y 3.6, que los controladores con desacoplamiento exigen una gran precisión en su ajuste para lograr seguir los cambios del punto de operación los cuales pueden ocurrir si consideramos que la materia prima de las extrusoras puede variar en su calidad y composición.

Esto se pone de manifiesto en los diferentes artículos analizados para encarar este trabajo de titulación donde se realizaban pruebas con materiales específicos y los datos adquiridos durante los ensayos proporcionaban modelos de extrusoras de diferentes estructuras y valores de sus parámetros.

De igual manera se constató que el controlador LQR diseñado presenta las mismas deficiencias en el rechazo a la perturbación que surge entre los lazos de control, como muestra la figura 3.14.

En este capítulo se trata de analizar las bondades del controlador predictivo para lo cual se realizarán dos ensayos mediante Simulink de MATLAB. Este diagrama se obtendrá luego de ajustar los parámetros con el mpc Designer y construir el diagrama Simulink mediante "Export Controller" y seleccionar el item "Generate Simulink Model"

En la figura 4.1 se muestra un nuevo ajuste de los valores de los horizontes de predicción y de control en el escenario de simulación que se emplea para verificar el funcionamiento del controlador predictivo en presencia de cambios en el punto de operación lo que corresponde a variaciones por salto en los valores de las corrientes de los calentadores de las zonas 3 y 4.

Se han establecido dos señales del punto de operación desplazadas una respecto de la otra en 2 unidades de tiempo en Reference Signals (setpoints for all outputs),



En la figura 4.2 se muestran las entradas aplicadas para la simulación de los cambios en el punto de operación, según la programación antes establecida en la ventana Simulation Scenario: scenario 1 y en el campo Load disturbances y mostrada en la figura 3.19 (magnitud de 0.01 en los instantes de tiempo 5 y 9 segundos).

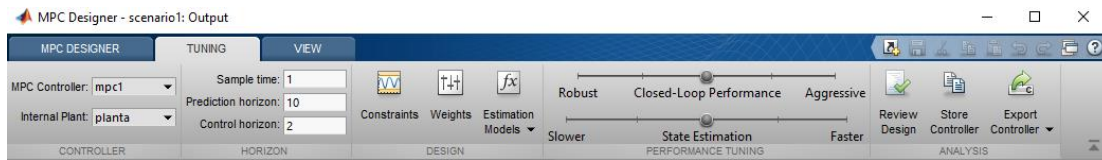


Figura 4.1 Ajuste de los valores de los horizontes de predicción y de control.

En la figura 4.3 se muestran las respuestas de la extrusora controlada mediante el controlador predictivo ajustado en presencia de los cambios en el punto de operación ajustados al valor de amplitud de 0.01 unidades de corriente.

Luego de ajustar el controlador, seleccionando los valores de los parámetros del controlador, tales como los horizontes de control y de predicción, los coeficientes de ponderación y las restricciones como se muestra en la figura 3.22 se exporta el controlador diseñado generando el modelo Simulink, mediante la selección de “Generate Simulink Model” del menú desplegable Export Controller, como se muestra en la figura 4.4

En la figura 4.5 se muestra el modelo generado por el diseñador del controlador predictivo (mpc Designer). Este modelo presenta por defecto, un bloque MPC (controlador MPC), el bloque “Plant” que muestra el nombre generado automáticamente “mpc1\_G”, la fuente de señales de referencia “References” y un bloque Scope.

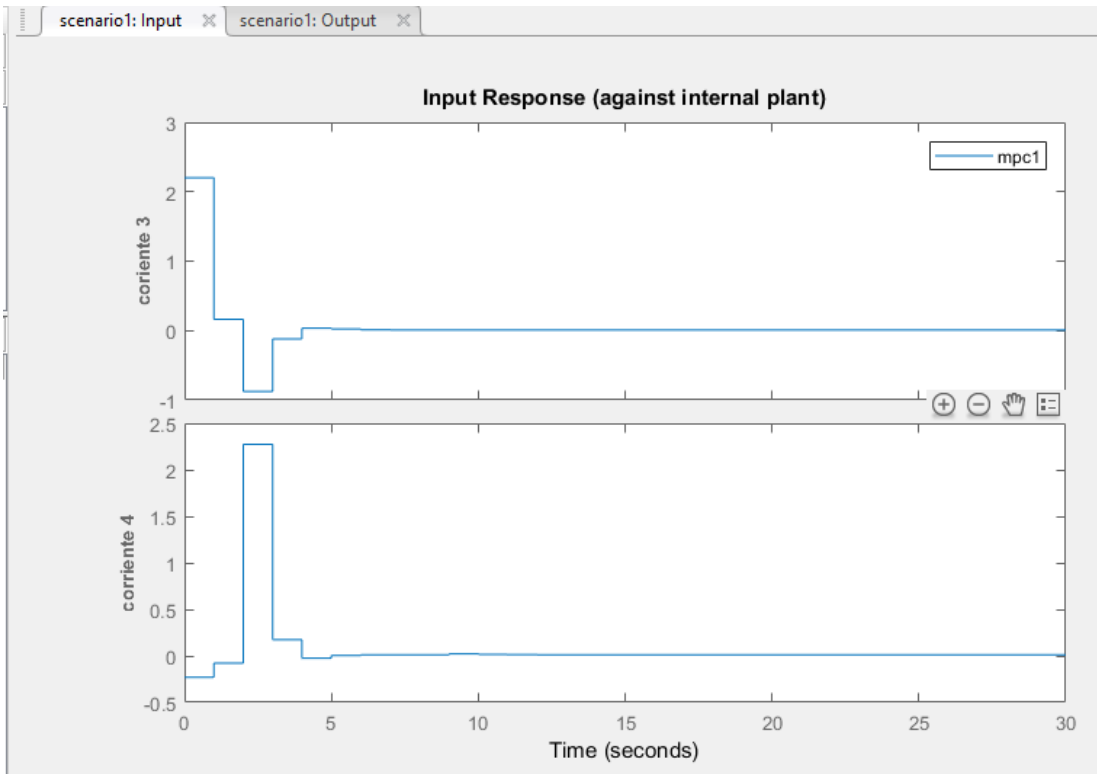


Figura 4.2 Magnitudes de las señales de entrada y la perturbación.

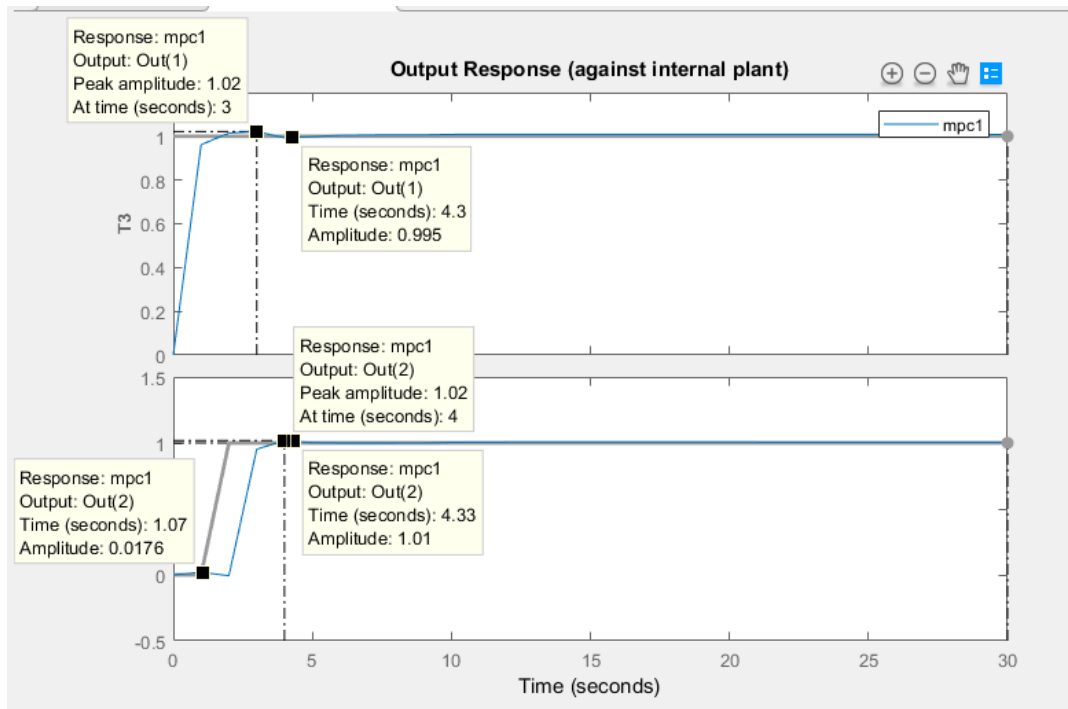


Figura 4.3 Respuesta del controlador predictivo ante las señales de entrada.

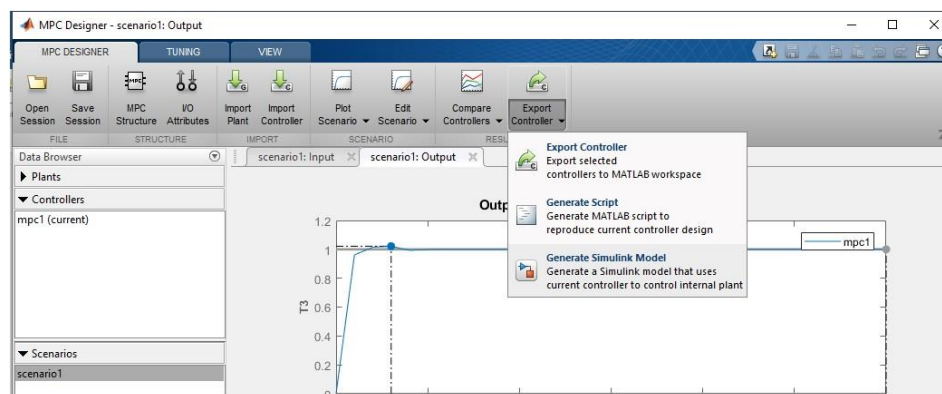


Figura 4.4 Pasos para generar el modelo Simulink

Los puertos del bloque MPC que se presentan por defecto y aquellos puertos agregados para la verificación del desempeño del controlador predictivo se muestran en la Tabla 4.1 “Puertos del bloque MPC”.

Tabla 4.1 Puertos del bloque MPC

Puerto	Nombre	Agregados	Nombre
Entrada 1	mo (model output)	Salida 2	cost (costo)
Entrada 2	ref (entrada para las referencias externas)	Salida 3	mv.seq (secuencia manipulada)
Salida 1	mv (manipulated variable)		

Tabla 4.2 Características de los valores de interés

T1		T2	
t pico	1.985 s	t pico	5.986 s
T1max	1.014	T2max	1.014
M%	1.4%	M%	1.4%
$\Delta T3max\_rechazo$	(4.958, 0.019)	$\Delta T4max\_rechazo$	(1.071, 0.0177)

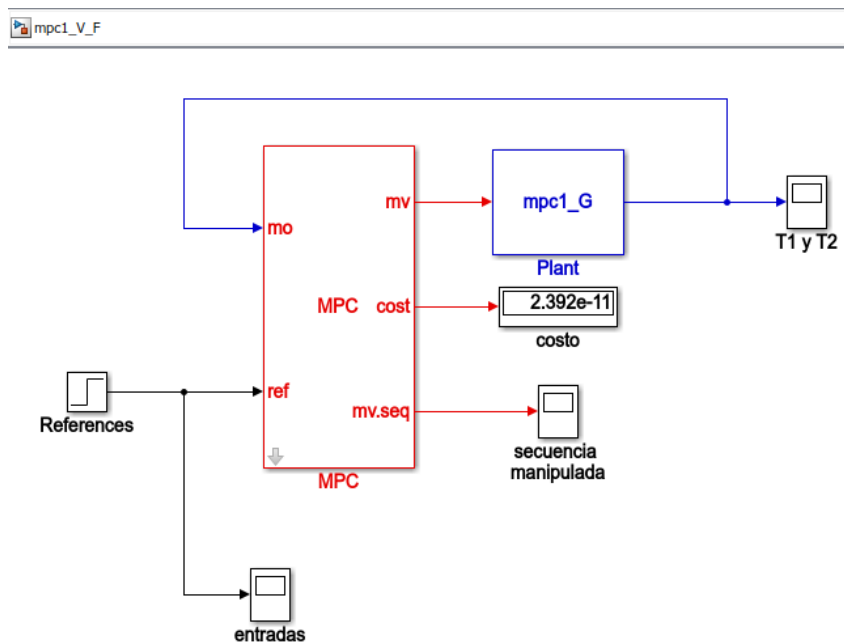


Figura 4.5 Modelo Simulink generado por el mpc Designer.

En la figura 4.6 se muestran las respuestas simuladas mediante el Modelo Simulink mpc1\_V\_F.

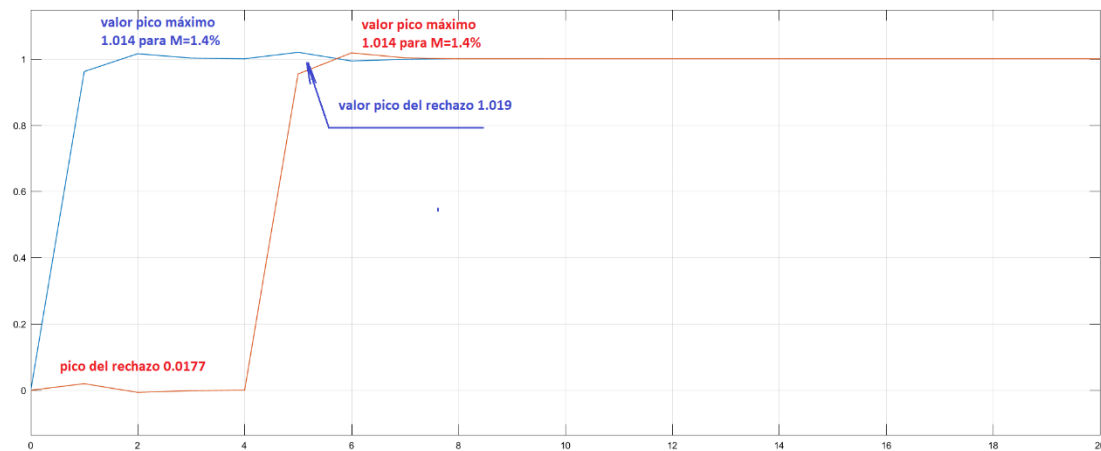


Figura 4.6 Respuestas del controlador predictivo diseñado

Como se puede observar, las mediciones realizadas con “Scope” proporcionan los valores de tiempo y de picos mostrados para ambas respuestas en la Tabla 4.2

Como se muestra en la Tabla 4.2, el controlador diseñado cumple con las especificaciones de diseño establecidas en el capítulo bb ya que la respuesta es rápida, su valor de pico es de 0.014 unidades de temperatura por encima del valor final, mismo que se corresponde con la señal de entrada del paso escalón.

El valor de la sobre regulación es pequeña en ambas respuestas de manera que  $M=1.4\%$

Ya que la principal perturbación en los sistemas multivariables es la interacción entre los lazos de control, el desempeño del controlador predictivo es aceptable pues los valores de los incrementos de la señal filtrada del lazo de control de la temperatura de la zona 3 al lazo de control de la zona 4 es de  $\Delta T4_{\max\_rechazo}=0.0177$  y la influencia del lazo de control de la zona 4 sobre el lazo de control de la zona 3 es de  $\Delta T3_{\max\_rechazo}=0.019$ . estos valores son medidos a partir de los valores inicial y final respectivamente.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### Conclusiones

Durante el desarrollo del Trabajo de Titulación se analizaron 8 artículos que involucran sólo la modelación matemática del perfil de temperatura a lo largo del barril de la extrusora de uno y dos ejes, de los cuales uno propone modelación no lineal.

Con esto se cumple con el objetivo específico:

- Analizar los modelos existentes en la bibliografía que describen el comportamiento dinámico del proceso de temperatura en las zonas de calentamiento de la extrusora.

En el marco de controladores regulatorios se analiza el control de las zonas de calentamiento de una extrusora de un solo tornillo sin fin para procesar de manera eficiente el material polímero de procedencias diversas.

Los controladores diseñados fueron control del modelo multivariable de 2x2 con interacciones no nulas entre los lazos de control con desacoplamiento entre los lazos y con empleo de controladores del tipo PID, un controlador del tipo LQR para modelo multivariable, ambos diseños se realizaron siguiendo la metodología expuesta en [1] y finalmente un controlador predictivo empleando el diseñador mpc que proporciona MATLAB®-Simulink

Con esto se cumple con los objetivos específicos:

- Diseñar el control multivariable simple de la extrusora para posteriormente comparar su desempeño mediante los resultados obtenidos por simulación con las técnicas del Regulador Lineal Cuadrático (LQR por sus siglas en inglés);

Durante el diseño del controlador predictivo se formularon analíticamente las restricciones en correspondencia con los resultados del análisis de la bibliografía consultada sobre las extrusoras y la existencia de la calefacción usada generalmente en estos tipos de extrusoras. Con esto se cumple con el objetivo específico:

- Formular analíticamente las restricciones (saturaciones) en los actuadores de la extrusora para considerarlas en el control del proceso de extrusión.

Durante el desarrollo del trabajo se obtuvieron las respuestas del desempeño de los diferentes controladores de las temperaturas de las zonas de calentamiento de la extrusora. Estos resultados se compactan en la siguiente figura.

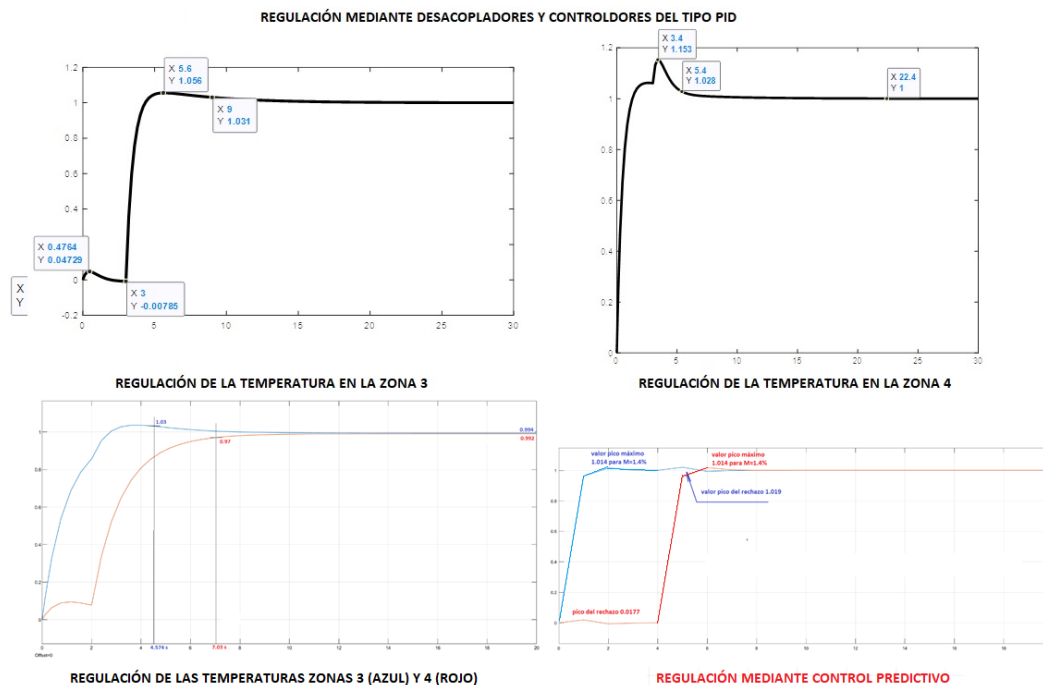


Figura C1. Composición de los resultados del diseño de los controladores

La comparación de los resultados mostrados en la figura C1 proporciona la certeza de que mediante la simulación el mejor controlador es el control predictivo por ser más rápido, presentar menor valor de M% así como menor error de establecimiento. Entonces los resultados de la simulación confirmaron su eficacia. Con esto se cumple con el objetivo específico:

1. Comparar los resultados por simulación para proponer el empleo del controlador ganador en el control de la temperatura de las zonas de calentamiento y la velocidad del tornillo sin fin

El objetivo general:

- Diseñar un controlador predictivo del tipo MPC multivariable para el control de la temperatura de la extrusora con viscosidad variable que mejore el comportamiento del sistema ante cambios en la referencia y perturbaciones en la carga a partir del análisis de un proceso de extrusión típicamente multivariable y el diseño del regulador considerando restricciones en el control.

Ha sido cumplido a cabalidad.

## Recomendaciones

Se propone:

1. continuar con el estudio de los controladores predictivos de manera que se pueda implementar en plantas de dos tornillos sin fin lo cual hace más complejo el modelo matemático y pone prueba las bondades del control predictivo para este tipo de planta de amplio uso en la industria del plástico y alimenticia.
2. considerar además el empleo de la parte de enfriamiento de la planta de extrusora para introducir un nuevo tipo de perturbación en la salida del producto.
3. continuar la investigación incluyendo en la planta algún algoritmo de autoajuste del controlador predictivo mediante Algoritmos Genéticos u otro tipo de agente para optimización de los procesos.
4. probar el controlador predictivo en el control de las zonas de calentamiento de los hornos continuos para la fabricación industrial de panes y galletas,
5. probar en otras aplicaciones en las industrias del cemento, etc., tales como el temple, el recocido, revenido, cementación, el precalentamiento, endurecimiento, envejecimiento artificial, recocido blando y secado.



**BIBLIOGRAFÍA**

1. B. Yang and Lee L. J. Process Control of Polymer Extrusion. Part I: Feedback Control POLYMER ENGINEERING AND SCIENCE, 1986, Vol. 26, No. 3
2. Subramanian, S. S., Durga, S., Loshni, K. R., Kumar, V. D. A Review on Control of Plastic Extrusion Process. International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. Volume 5, Special Issue 1, March 2016.
3. Abeykoon, C., Li, K., Marion McAfee, M., Martin, J. P. and Irwin, G. W. Extruder Melt Temperature Control with Fuzzy Logic. Preprints of the 18th IFAC World Congress. Milano (Italy), 2011
4. Tadmor, Z., Lipshitz, S. D., and Lavie, R: 'Dynamic model of a plasticating extruder', POLYMER ENGINEERING AND SCIENCE., 1974, 14, p.112
5. Brauner, N., Lavie, R., and Tadmor, Z. 'Control of a plasticating extruder'. Int. IFAC Conf. Instrum. & Autom. Paper, Rubber & Plastics Ind., Brussels, 1976.
6. Albertos, P. y Sala, A. Multivariable Control System: An Engineering Approach. Springer-Verlag London Limited. 2004
7. Skogestad, S. and Postlethwaite, I. Multivariable Feedback Control. Analysis & Design. Second Edition. John Wiley & Sons. 2001
8. Aguado, A., Enríquez, J. y Pascual, J. L. Teoría Moderna del Control. Instituto de Matemática, Cibernética y Computación. Editorial Academia. Cuba. 1980
9. Marcopoli, V. R and Phillips, S. M. Control Strategies for Systems with Limited Actuators. NASA Contractor Report 195307. 1994
10. Ogata, K. Ingeniería de control moderna. Pearson Educación, S.A., Madrid, 2010
11. Kuo, B. Sistemas de Control Automático. 1996. Prentice Hall Hispanoamericana
12. Horowitz, I. and Shaked, U. Superiority of Transfer Function Over State-Variable Methods in Linear Time-Invariant Feedback System Design. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-20, No. 1, February 1975
13. Rodríguez, M. R., Perdomo, J., Strefezza, M and Colmenares, W. Plastic extruder control using a fuzzy PI controller adapted with the prediction error model. Revista Ciencia e Ingeniería, Vol. 25, No. 1, 2004
14. Herrera Muentes, E. V. Control Multivariable. MACI. 2018
15. Saeed Al-Haddad, Herman Wahid. Decoupled Integral LQR Controller with Antiwindup Compensator for MIMO Two Rotor Aerodynamical System (TRAS). Journal of Engineering Science and Technology Vol. 14, No. 3 (2019) 1374 – 1397

16. Joe Qina, S. Badgwell, T. A. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice* 11 (2003) 733–764
17. Camacho, E. F, and Bordón, C. *Model Predictive Control*. Springer-Verlag. 1999
18. Maciejowski, J. M. *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall. 2000
19. Dastych, J., Wiemer, P. and Unbehauen, H. Robust and Adaptive Control of a single screw plastics extruder. *IFAC Adaptive Control of Chemical Processes*, Copenhagen, Denmark. 1988
20. Kochhar, A. K and Parnaby, J. Dynamical Modelling and Control of Plastics Extrusion Processes. *Automatica*, Vol. 13, pp. 177-183. Pergamon Press, 1977. Printed in Great Britain.
21. Bekir Cirak, Dynamical Modelling and Control in the Polymer Extrusion Process. *International Journal of Trend in Scientific Research and Development*. ISSN No: 2456-6470, Vol. 2, Issue-1, 2017
22. Patterson, I., Kerf, T. D. The dynamic behavior of extruders. *SPE ANTEC Tech. papers*, 483–487. 1978
23. Ramírez, D. y Mendoza, L. Diseño de un controlador Difuso Multivariable Adaptativo para el control de la temperatura y la velocidad en una Extrusora para fabricar mangueras, MACI, FIEC, ESPOL. 2019
24. Bing Yang and L. James Lee. Process Control of Polymer Extrusion. Part I: Feedback Control. *POLYMER ENGINEERING AND SCIENCE*, 1986, Vol. 26, No. 3
25. Mercure, P. K., Trainor, R., 1989. Modeling and optimization of extruder temperature control. *Computer applications in applied polymer science II – American Chemical Society*, 490–506.
26. Huailin Shu and Youguo Pi. Decoupled Temperature Control System Based on PID Neural Network. *ACSE 05 Conference*, 19-21 December 2005, CICC, Cairo, Egypt.
27. Previdi, F., Savaresi, S. M., Panarotto, A., 2006. Design of a feedback control system for real-time control of flow in a single-screw extruder. *Control Eng. Pract.* 14, 1111– 1121
28. Abeykoon, C., Li, K., McAfee, M., Martin, P. J., Niu, Q., Kelly, A. L., Deng, J., 2010a. A new model based approach for the prediction and optimisation of thermal homogeneity in single screw extrusion, Accepted for publication in *Control Eng. Pract.*

29. Abeykoon, C., McAfee, M., Li, K., Kelly, A. L., Brown, E. C., 2010b. Monitoring the effect of operating conditions on melt temperature homogeneity in single-screw extrusion. SPE ANTEC Tech. papers, 1799–1806.
30. Abeykoon, C., McAfee, M., Li, K., Martin, P. J., Deng, J., Kelly, A. L., 2010c. Modelling the effects of operating conditions on motor power consumption in single screw extrusion. LSMS/ICSEE 2010 - (Part II, LNCS 6329), 9–20.
31. Yusuf, I., Iksan, N. and Herman, N. S. A Temperature Control for Plastic Extruder Used Fuzzy Genetic Algorithms. Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists. 2010 Vol II
32. Abeykoon, C., Li, K., McAfee, M., Martin, P. J., Irwin, G. W. Extruder Melt Temperature Control With Fuzzy Logic. Preprints of the 18th IFAC World Congress Milano (Italy) August 28 - September 2, 2011
33. Manikiran. P, Ramesh. G. Intelligent PID controller Design for Extrusion Process International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). Vol. 2 Issue 12, 2013
34. Prabhat Kumar Mahto, Rajendra Murmu Temperature Control for Plastic Extrusion Process International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology Vol. 4, Issue 7, 2015
35. Subramanian, S. S., Durga, S., Loshni, K. R., Kumar, V. D. A Review on Control of Plastic Extrusion Process. International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. Volume 5, Special Issue 1, March 2016
36. Ogata, K. Ingeniería de control moderna. 5ta Edición. Prentice Hall. 2010

## ANEXOS

---

```

%% Viterbo Franco Calculo de RGA CN Respuesta al paso Bode
clc
s=tf('s');
G = [(100)/(125*s+1) (60)/(200*s+1); (20)/(110*s+1) (130)/(110*s+1)];
%G = [(100)/(125*s+1) (60)/(200*s+1); (20)/(110*s+1) (130)/(110*s+1)];
figure(1)
sigma(G)% se grafican los valores singulares
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
A=[0.05299/0.05383 0;0 0.7988/0.8057];
b=inv(A); %se calcula la inversa de A
B=b';%se transpone el resultado
%se calcula la matriz de ganancias relativas mediante el producto
%elemento por elemento (Hadamard or Schur product)
lamda=A.*B% Matriz de Ganancia Relativa (RGA)
[U,S,V] = svd(lamda)
c_n=cond(lamda)
figure(2)
step(G)% respuesta al paso escalón
figure(3)
bode(G)% diagrama de bode

```

---

```

%% Calculo de los polos y ceros
% polos de las funciones de transferencia
clc
p11=[125 1];
damp(p11)% crea una tabla con los valores del polo, el factor de
% amortiguación, la frecuencia wn y la constante de tiempo
p22=[110 1];
damp(p22)
p12=[200 1];
damp(p12)
p21=[2045 9.8];
damp(p21)

```

---

```

%% Subrutina "extruder_V_F" para mpcDesigner
clc
% Para crear el modelo MIMO en el Workspace en funciones de
transferencia
% entradas de la matriz de funciones de transferencias
G11=tf(80,[175 1],'ioDelay',0);
G12=tf(40,[220 1],'ioDelay',0);
G21=tf(10,[180 1],'ioDelay',0);
G22=tf(80,[180 1],'ioDelay',0);
planta=[G11,G12;G21,G22];
extruder=tf(planta)

```