



D-4208

CIB

T
621.3191
V436

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

Departamento de Ingeniería Eléctrica

“Circuito Equivalente V del Transformador para Análisis en Sistemas Eléctricos de Potencia”

**TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE
INGENIERO ELECTRICO ESPECIALIZACION POTENCIA**

CARLOS VELEZ M.



ESPOL

GUAYAQUIL - ECUADOR

JUNIO 1981

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

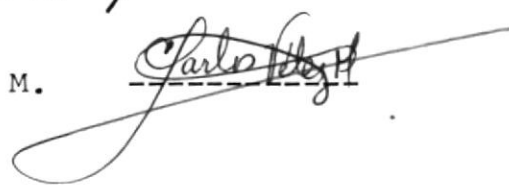
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA

" CIRCUITO EQUIVALENTE V DEL TRANSFORMADOR PARA
ANALISIS EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA "

DIRECTOR: ING. ALBERTO HANZE B.



AUTOR: SR. CARLOS VELEZ M.





DECLARACION EXPRESA

Declaro que:

Hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis son de mi exclusiva responsabilidad y que el patrimonio intelectual de la misma corresponde a la Escuela Superior Politécnica del Litoral.

(Reglamento de exámenes y títulos Profesionales de la ESPOL).



D E D I C A T O T I A S

* * * * *

A MIS PADRES

Quienes me han brindado amor y dedicación

A MI ESPOSA

Quien me ha dado amor y comprensión

A MI HIJO

Que representa mi realización y esfuerzo constante

A MIS HERMANOS

Agradeciéndoles su ejemplo

A G R A D E C I M I E N T O
* * * * *

A los Ingenieros Eduardo León C.
y Alberto Hanze B., por su co
laboración y guía para la culmi
nación de este trabajo.-

I N D I C E

	Págs.
CAPITULO I	
Introducción	1
1.1 Gráfica Lineal: Generalidades	1
1.2 Matriz de Incidencia Aa y Matriz Circuito Ba.	5
1.3 Transformación Trifásica: Generalidades	9
1.4 Componentes Simétricas y redes de secuencia	16
1.5 Cortocircuitos Asimétricos	18
CAPITULO II	
El Equivalente "V"	20
- 2.1 Introducción	20
2.2 Un modelo de transformador	26
2.3 El equivalente "V"	33
- 2.4 El equivalente V en la ecuación de nudos	35
- 2.5 Ejemplo de la formación de la matriz de admittancia Yn.	45
CAPITULO III	
Formación de la matriz de Impedancia incluyendo el equivalente V.	55
3.1 Introducción	55
3.2 Algoritmo para la construcción de la matriz - Z_{BARRA} sin el equivalente V.	56
3.3 Algoritmo para la construcción de la matriz - de Impedancia incluyendo el equivalente V.	82

CAPITULO IV

Análisis de cortocircuito incorporando el equivalente V.	92
4.1 Introducción	92
4.2 Consideraciones generales para el estudio del cortocircuito incorporando el equivalente V.	94
4.3 Ejemplo de la construcción de la Z_{BARRA} sin el equivalente V para falla de línea a tierra.	101
4.4 Ejemplo de la formación de la Matriz de Impedancia Z, incluyendo el equivalente V, para estudio de cortocircuito de una línea a tierra.	122
4.5 Conclusiones y recomendaciones	172
4.6 Bibliografía	175
TABLAS:	
Capítulo II, Tabla I	31
Tabla II	32
Capítulo III Tabla I	83
Tabla II	84

CAPITULO I

INTRODUCCION

1.1 GRAFICA LINEAL: GENERALIDADES

Cuando se analice el equivalente V de los diferentes elementos de un Sistema Eléctrico, se representarán los mismos por medio de gráficos, razón por la cual en este Capítulo en su inicio, se abordará sobre la Teoría de Gráfica Lineal, definiéndose algunos conceptos que son necesarios para el objetivo final.

En el laboratorio de circuitos para simular las condiciones de un Sistema de Energía Eléctrica se utiliza elementos tales como resistencias, fuentes, capacitancias conectadas entre si a través de sus terminales. En igual forma podemos observar en un plano, símbolos eléctricos que representan los diferentes elementos de un sistema.

A continuación se representa un circuito con todos sus elementos, de acuerdo a sus condiciones de funcionamiento según se observa en la figura 1.1.

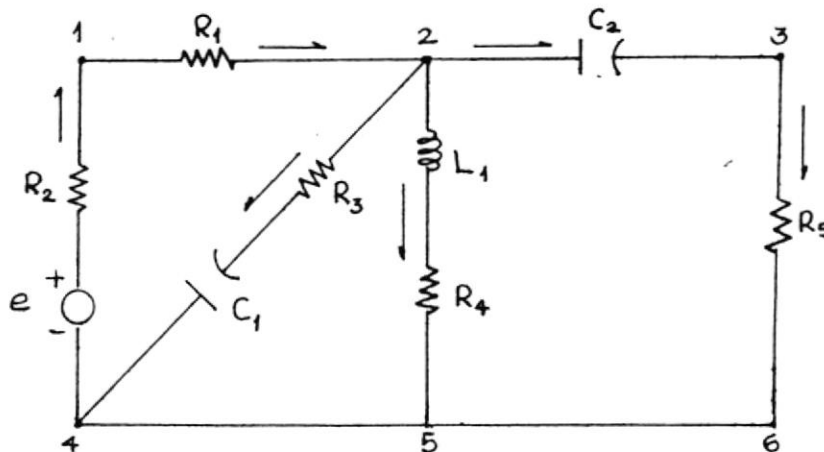


Fig. 1.1
Circuito
Eléctrico

Se observa interconexión entre resistencias, capacitancias, inductancias. Si este mismo circuito lo representamos según la figura 1.2, sin dibujar el elemento eléctrico, interconectado por medio de segmentos de línea, se obtendrá un gráfico lineal. La materia de gráfica lineal trata sobre los gráficos

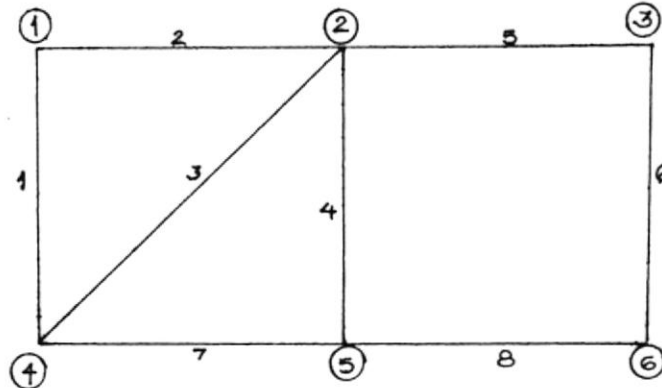


Fig. 1.2
Gráfico Lineal

Los segmentos de línea serán las aristas y los puntos de interconexión, serán los vértices del gráfico.

Como primera idea de lo analizado hasta el momento, un gráfico lineal sería una relación entre vértices y aristas en un número finito. Según Teoría de Gráfica Lineal se tiene por arista a un segmento de línea que tiene su punto final expreso. Un Vertex es el punto fin de una arista. Conocidos los conceptos de aristas y vertex, se tiene que gráfico lineal, es pues entonces una colección de Aristas, no dos de las cuales tienen un punto en común que no es un vertex.

La aplicación de la teoría de Gráfica Lineal en Ingeniería Eléctrica, se basa en las leyes de Kirchhoff.

Las leyes de Kirchhoff, pueden ser escritas en notación matricial de la manera siguiente:

$$\underline{Aa I(t) = o} \quad \underline{1.1}$$

$$\underline{Ba V(t) = o} \quad \underline{1.2}$$

Las Matrices Aa y Ba son las Matrices de Incidencia del Gráfico Lineal del Circuito. Con las matrices de Incidencia de un gráfico lineal se pueden obtener las ecuaciones 1.1 y 1.2.

Estas matrices de incidencia tienen rangos definidos que son independientes de las leyes de Kirchhoff. De linealidad independiente y asociadas con el gráfico lineal.

Los rangos de estas matrices Aa y Ba, no tienen ninguna relación con las corrientes o voltajes, pero sirven para establecer rápidamente las ecuaciones de corriente y voltaje.

Otra aplicación de las matrices de incidencia del gráfico lineal, está en la construcción de las matrices de Impedancia y Admitancia de un Sistema Eléctrico.

Estas Matrices de Impedancia y Admitancia, se representan de la siguiente forma.

$$\underline{Zm = BZB'} \quad \underline{1.3}$$

$$\underline{Yn = AYA'} \quad \underline{1.4}$$

Las Matrices B' y A' serán las transpuestas de B y A respectivamente. En el caso de la Matriz de Admitancia Yn, según la ecuación 1.4, la Matriz A corresponde a los árboles del gráfico.

En el caso de la Matriz de Impedancia Zm, la Matriz B,

corresponde a los complementos de los árboles.

Se define un árbol como un subgrafo conectado, que contiene todos los vértices (nudos) y no contienen ningún lazo.

El complemento sería el conjunto de todos los elementos que no están en el árbol. Se ilustra con un ejemplo lo mencionado anteriormente

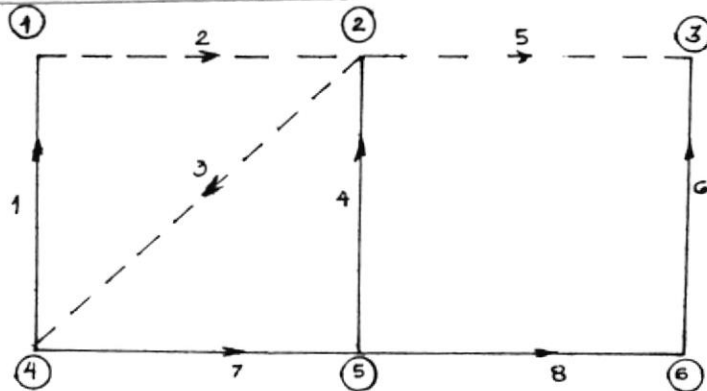


Fig. 1.3
Gráfico y
elementos

El árbol en este gráfico estará representado por la línea continua y el complemento serán las aristas de líneas entre-cortadas. Como se podrá observar, el gráfico cumple con las condiciones necesarias para la conformación de las matrices de incidencia A_a y B_a del gráfico.

Un subgrafo es un subconjunto de aristas del gráfico y que pertenecen al gráfico mismo.

Gráfico Conectado se define a un gráfico en el cual existe entre 2 vértices cualesquiera del gráfico un camino. Gráfico dirigido, se define en esa forma cuando las aristas que lo conforman tienen indicada la dirección de incidencia. En el gráfico de la fig. 1.3 se observan que las aristas están dirigidas y esto está determinado por las flechas de las aristas.

Los conceptos analizados servirán para explicar la representación gráfica del equivalente V y su introducción en las matrices Y_n y Z_m .

1.2 MATRIZ DE INCIDENCIA A_a Y MATRIZ CIRCUITO B_a .

En este punto se tratará sobre las matrices de incidencia A_a y B_a que intervienen en la formación de la Matriz de Impedancia Z_m y de Admitancia Y_n respectivamente de un Circuito Eléctrico, según se indicó en las ecuaciones 1.1 y 1.2.

En el estudio de un Sistema Eléctrico se asignan orientaciones que representan el flujo de potencia entre barras.

Si este sistema se lo grafica en un plano, las aristas serán entonces orientadas.

La orientación asignada a una arista está basada en una referencia que se tratará a continuación.

La teoría de circuitos eléctricos esta formulada en términos de dos variables, corriente y voltaje asociadas con cada elemento del circuito.

Estas dos variables serviran para tener una arista dirigida y poder representar un sistema eléctrico por medio de un gráfico dirigido.

Un elemento eléctrico, se lo puede representar de la siguiente forma según se observa en el gráfico 1.4

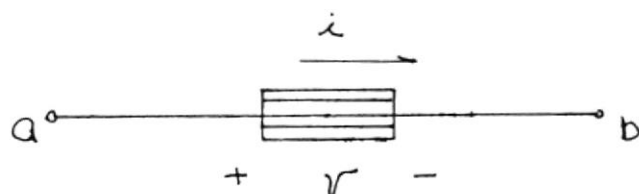


Fig. 1.4

Elemento Eléctrico

En esta figura se observa la dirección de la corriente (i), así como el voltaje y su polaridad instantánea.

Un gráfico en teoría de gráfica lineal que representa el elemento eléctrico anterior será el mostrado en la figura 1.5



Fig. 1.5

Gráfico de un elemento eléctrico

Esta será la referencia para representar los elementos de un sistema eléctrico por medio de un gráfico lineal.

A continuación se ilustra con un ejemplo lo indicado anteriormente, para lo cual se analizará el siguiente circuito.

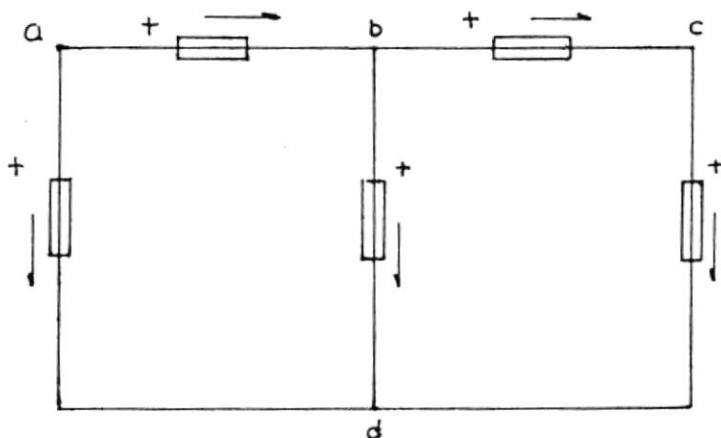


Fig. 1.6

Circuito Eléctrico

El gráfico lineal dirigido de la fig. 1.6 será entonces el mostrado en la fig. 1.7

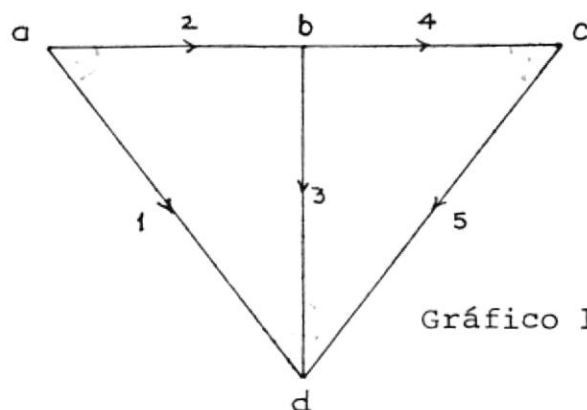


Fig. 1.7

Gráfico lineal dirigido

Para encontrar la Matriz de Incidencia A_a de un gráfico dirigido, se deben observar las siguientes reglas.

$A_a = a_{ij}$ Esta matriz es de orden $v \times e$ para un gráfico de V vértices y e aristas.

$a_{ij} = 1$ Si la arista j es incidente en el vértice i y está orientada como saliendo del vértice i .

$a_{ij} = -1$ Si la arista j es incidente en el vértice i y está orientada como entrando al vértice i .

$a_{ij} = 0$ Si la arista j no es incidente en el vértice i .

La matriz A_a es pues la matriz de incidencia de un gráfico lineal. Considérese el gráfico lineal de la figura 1.8.

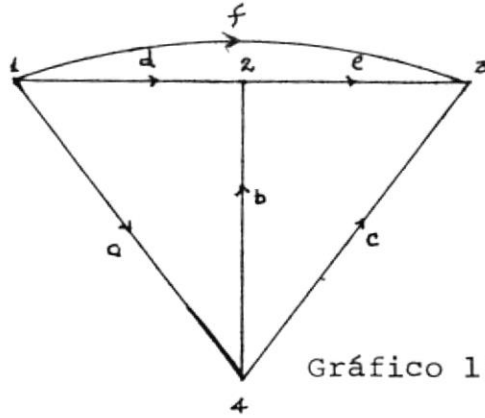


Fig. 1.8

Gráfico lineal dirigido

La Matriz Aa será la siguiente:

$$Aa = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d & e & f \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ -1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ 4 \times 6 \end{matrix}$$

La Matriz Aa será del orden (4x6) según lo indicado anteriormente.

La otra matriz de incidencia es la Matriz Ba que se la incluye en la formación de la Matriz de Admitancia Yn.

Para la formación de esta Matriz Ba, se debe regir por las reglas siguientes:

Ba = Bij La Matriz Circuito Ba de un número finito de filas y columnas es de orden ($l \times n$); es decir, el número de filas está supeditado al número de lazos y las columnas al número de elementos.

Sea el circuito siguiente

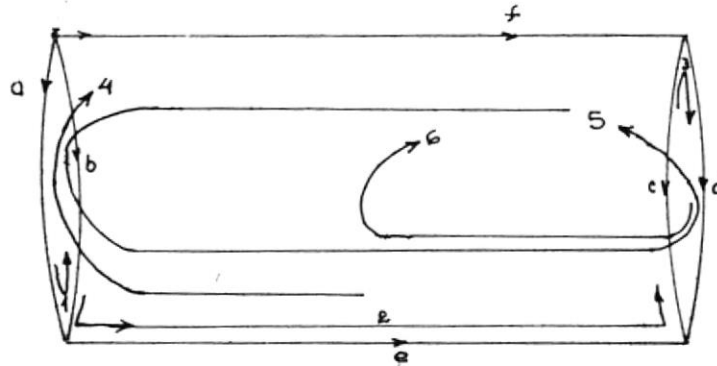


Fig. 1.9

Gráfico
Lineal
dirigido

Aplicando las reglas se obtendrá la matriz Circuito Ba del gráfico de la figura 1.9

$$B_a = \begin{matrix} & a & b & c & d & e & f \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

1.3 TRANSFORMACIÓN TRIFÁSICA: GENERALIDADES

El tratado de las transformaciones trifásicas se incluye en el desarrollo de la tesis. El desfazamiento de los 30° resultante de la conexión trifásica $Y-\Delta$ reviste especial importancia para el desarrollo del equivalente V. Cada conexión trifásica se representará por medio del equivalente V.

Con la inclusión del equivalente "V" se obviarán ciertos problemas en el análisis matemático que se

presentan por el desfazamiento en la conexión $Y-\Delta$.

Estas generalidades a considerarse son necesarias para explicar la utilidad del equivalente V.

Cuatro tipos de conexiones trifásicas son utilizados con mayor frecuencia, dependiendo de las características de las cargas, funcionamiento del sistema, etc.

Estos tipos de conexión son:

- 1) Conexión $Y - Y$
- 2) Conexión $\Delta - \Delta$
- 3) Conexión $\Delta - Y$
- 4) Conexión $Y - \Delta$

La transformación $Y - Y$ es utilizada con mayor frecuencia en transformadores de distribución de potencia mediana.

Los arrollamientos soportan una tensión equivalente a $U/\sqrt{3}$, razón por la cual estos serán de sección mayor y su aislamiento menor, resultando ser más económicos.

Los esfuerzos mecánicos originados por corrientes de cortocircuito son soportados en mejor forma.

No existe desfazamiento entre los voltajes de línea del lado secundario y primario, dependiendo esta condición de la polaridad de los arrollamientos originados por sus conexiones internas. Pero en general, para este tipo de conexiones el desfazamiento es de 0° .

La Conexión Trifásica $\Delta-\Delta$ al no disponer de un neutro ni en el lado primario ni en el lado secundario, no permite la protección a tierra y el servicio de redes de cuatro conductores no es posible, limitándose el campo de aplicación de este tipo de conexión. Una ventaja sería el hecho que se interrumpe la tensión de un arrollamiento, el transformador puede seguir funcionando aunque a potencia reducida, con la misma tensión compuesta y con una intensidad de línea igual a la que permite una fase, obteniéndose la conexión delta abierta. Este tipo de conexión, con la limitación anotada, se utilizan en transformadores de pequeña potencia para alimentación de redes de baja tensión. El desfazamiento entre los voltajes de línea del lado primario y secundario es 0°

Cuando las cargas son balanceadas y los transformadores idénticos, cada transformador de un banco $\Delta-\Delta$ entrega un tercio de la capacidad necesaria y el valor de la corriente en los devanados es $1/\sqrt{3}$ del valor efectivo de la corriente de línea.

La conexión $\Delta-Y$ y $Y-\Delta$ se utiliza especialmente para transmisión de energía, partiendo esta transmisión de una estación elevadora ($\Delta-Y$) y conectándose un $Y-\Delta$ en el lado final de la línea, donde se ubica la estación reductora.

Según lo indicado anteriormente este tipo de conexión trifásica se aplica con mayor frecuencia en sistemas de Potencia. Estudios de flujo de carga, cortocircuitos, estabilidad, conllevan el desfazamiento de los 30° entre el lado primario y secundario.

El estudio de un equivalente para incluir este desfazamiento y obtener directamente valores de voltaje y corriente, trajo como consecuencia el equivalente V , que como se indicará posteriormente en su ecuación que lo define se incluye este desfazamiento.

Cuando el voltaje del circuito es alto, es deseable tener la conexión Y en el lado de alta tensión, aprovechándose para tener un aterrizamiento simétrico y voltaje de distribución balanceados entre las fases y tierra.

El aterrizamiento es hecho algunas veces a través de una impedancia cuyo propósito es limitar la corriente, resultante de una falla simple de línea a tierra, producidos por un corto circuito. En la ecuación que define el equivalente V , permite la inclusión de este tipo de impedancia, especialmente en la confección de la Matriz de Secuencia Cero.

Se utiliza la conexión $\Delta - Y$ en ocasiones para sistemas en los cuales el voltaje secundario es 120/208 en el lado Y , conectándose de esta forma cargas monofásicas de 120 volt y cargas 3ϕ que operan a 208 voltios.

A continuación se indicará con un diagrama vectorial, para secuencia ABC, la conexión $\Delta - Y$.

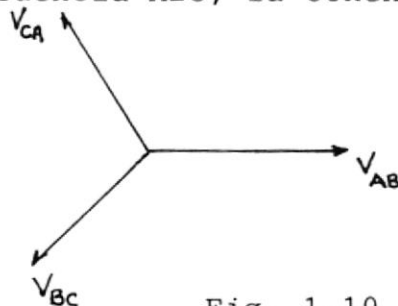


Fig. 1.10

Diagrama Vectorial -
de los voltajes de -
Línea-Línea en Conexión Δ .

En el lado Y, los voltajes terminales del transformador igual a los voltajes de línea a neutro, tienen el siguiente diagrama vectorial.

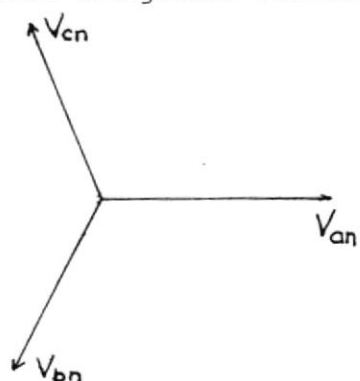


Fig. 1.11

Diagrama Vectorial de los voltajes de línea a neutro en la conexión Y.

En la figura 1.12 se observa la conexión esquemática de la conexión Δ - Y.

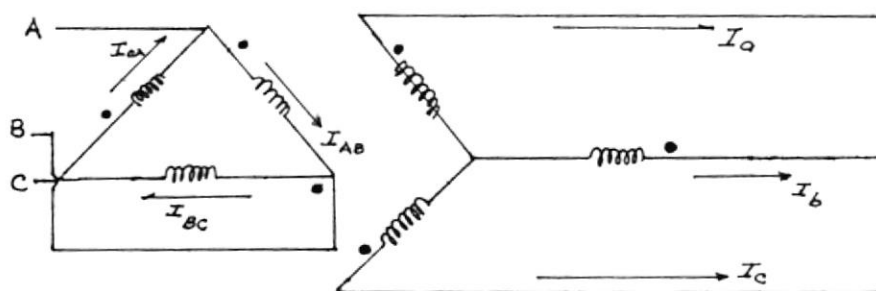


Fig. 1.12

Cuando los voltajes de impedancia de pérdida en el lado Y son pequeños, los voltajes terminales de los transformadores están muy cercanamente en fase, tomando sus direcciones positivas con la misma polaridad relativa. Según esto el voltaje V_{an} en el lado Y esta muy cercanamente en fase con el voltaje V_{AB} del lado conectado en Δ . El voltaje de línea a línea V_{ab} en lado Y, adelanta en 30° al voltaje de línea - línea V_{AB} en el lado Δ , independientemente de que el devanado Y o el Δ correspondan al lado de alta tensión. Este desfazamiento de los 30° se considera directamente en la ecuación que

define el equivalente V. En el diagrama de la figura 1.13 se observa este desfazamiento.

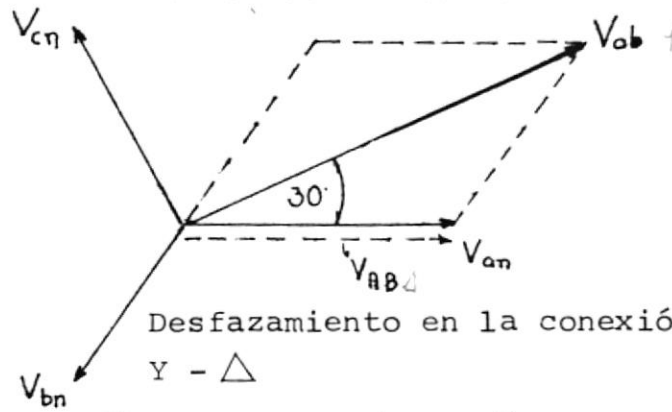


Fig. 1.13

Desfazamiento en la conexión
Y - Δ

Van cercanamente en fase con V_{AB} .
Se cumple la siguiente ecuación:

$$V_{ab} = \sqrt{3} \quad V_{an} \quad 30^\circ \quad 1.5$$

Este desfazamiento entre los voltajes V_{ab} y V_{AB} en una conexión Y - Δ , ha sido motivo de profundos estudios con el afán de simplificar los métodos de cálculos para lo cual como resultado surgió el equivalente V.

El diagrama vectorial presentado, está bajo el supuesto de cargas balanceadas y para un factor de potencia de 1.

Este tipo de conexión tiene relacionados sus voltajes - primario y secundario según la expresión.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{\sqrt{3} N_2} \quad 1.6$$

La conexión Y - Δ es utilizada en transformadores reductores. Se pueden tener voltajes de servicio en el lado Δ de 240 volt para cargas 3 \emptyset y aterrizando una bobina

en un punto medio se puede conectar cargas de 120 volt.

La desventaja que se presenta es que no existe simetría con respecto la conexión a tierra, pues hay más de 240 - volt entre la otra fase y la tierra.

La presencia de la conexión Δ , elimina los terceros armónicos en el secundario, de tal forma que las tensiones secundarias no están afectadas de terceros armónicos.

El diagrama vectorial en el lado Y será:

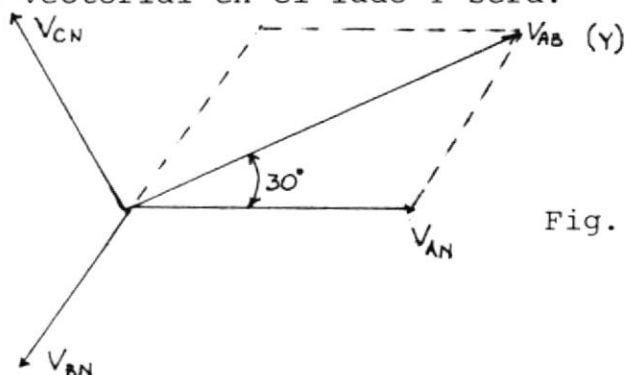


Fig. 1.7

En este tipo de conexión se cumple la siguiente ecuación"

$$V_{AB} = \sqrt{3} \quad V_{AN} \quad \left| \quad 30^\circ \right. \quad 1.8$$

En el lado Δ , el voltaje de línea a línea estará en fa se con el voltaje en los terminales del transformador en el lado Y, luego el diagrama vectorial será:

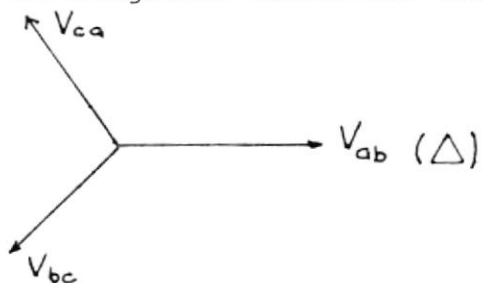


Fig. 1.8

En todo caso el voltaje en el lado Y de línea a línea - adelanta en 30° al voltaje de línea-línea en el lado Δ .

X El desfazamiento de los voltajes en la secuencia positiva y en la secuencia negativa son de la misma magnitud, pero de diferentes signos. Cuando se aplique el equivalente V, θ que representa el desfazamiento valdrá -30° en la secuencia positiva y $+30^\circ$ para la secuencia negativa.

1.4 COMPONENTES SIMÉTRICAS Y REDES DE SECUENCIA

La aplicación del equivalente V conduce a la revisión - de las componentes simétricas y redes de secuencias, pues el equivalente V, cuando se analice el caso de cortocircuito y se necesite formar las matrices de Impedancia, debe ser introducido en cada secuencia positiva, negativa y cero.

Las impedancias trifásicas tienen también su representación propia, cuando se requiere un estudio del comportamiento de un sistema ante una falla desbalanceada, denominándose redes de secuencia a esta representación.

La Red de Secuencia Positiva, tiene una representación en la cual aparece una fuente de voltaje en serie con - la impedancia de secuencia positiva de la red. Cuando se analiza el caso de cortocircuito, incluyendo el equilente V , esta representación no se emplea, pues como se estudiará en el ejemplo, interesa el número de barras y las interconexiones para ir formando la matriz -

de secuencia positiva.

La matriz de secuencia negativa es diferente de la positiva, cuando analizamos el caso de cortocircuito incluyendo el equivalente V de un banco Y - Δ , pues el desfazamiento de los 30° origina esta diferencia.

La Red de Secuencia Cero, no es un Sistema trifásico, en consecuencia las corrientes de fase y voltajes son iguales en magnitud y en fase. La Red de Secuencia Cero reviste gran importancia para el estudio del equivalente V para casos de cortocircuitos.

En esta secuencia, circulará la corriente de secuencia - cero únicamente si existe un camino de retorno por el cual pueda completarse el circuito.

La representación de la Secuencia Cero para un sistema - conectado en Y o en Δ varía según la Y este o no aterrizada y en la Δ por no disponer de camino de retorno, - presentará una impedancia infinita a las corrientes de línea de Secuencia Cero.

Para el caso de una carga conectada en Y, la representación de la secuencia Cero varía, según esté o no aterrizada y sí al estar aterrizada tiene o no una impedancia limitadora de la corriente de secuencia cero.

Una atención especial merecen los circuitos equivalentes de secuencia cero, de los transformadores trifásicos en especial por las diversas combinaciones posibles entre las conexiones de los transformadores los mismos que hacen variar el equivalente de la red de Secuencia Cero.

Las Redes de Secuencia se interconexionan entre si para representar diversas condiciones de fallas desequilibra

as. Como se analizará más adelante en el ejemplo, la representación gráfica del sistema a tratarse es invaria -
ble en las tres secuencias. Los valores de los elementos varían, lo cual conlleva a la formación de matrices dife -
rentes.

1.5 CORTOCIRCUITOS ASIMETRICOS

El equivalente V de un transformador en $Y-\Delta$, es intro-
ducido en el algoritmo para la formación de la Matriz de
Impedancia Z_{BUS} , para cada una de las secuencias, que -
servirán para el análisis de cortocircuito de una línea
a tierra.

El cortocircuito es un tipo de falla asimétrico que pue-
de ocurrir en un Sistema de Potencia Simétrico.

Las interconexiones de las redes de secuencia revisten
singular importancia para el análisis de cortocircuito.

Los circuitos simétricos bajo condiciones normales de -
operación son balanceados en lo referente a Corrientes y
Voltajes.

En el análisis de cortocircuito incluyendo el equivalen-
te V , se debe tomar una barra como referencia y en base
a ésta se irán añadiendo los demás elementos del sistema
hasta formar la Matriz de Impedancia, según el método -
que se detalla en capítulos posteriores. Si se trata -
del caso de un fallo de una línea a tierra, se construi-
rán las tres matrices de Impedancia, correspondiente a -
cada secuencia, positiva, negativa y cero.

En el caso de considerar el equivalente V, las matrices de Impedancia positiva y negativa no son iguales, por lo que se hace necesario el cálculo de las tres matrices.

Esto se debe a que el factor de desfazamiento para el caso del Y - Δ es de signo diferente en cada secuencia, lo cual origina valores distintos en las matrices.

El Cálculo de Corrientes y Voltajes en cualquier parte del sistema una vez obtenidos las tres matrices, es directo, y los resultados obtenidos no necesitarán ser recalculados, pues con la inclusión del equivalente V se obviará este procedimiento.

CAPITULO II

EL EQUIVALENTE "V"

2.1 INTRODUCCION

Se denomina equivalente "V" a un modelo nuevo equivalente del transformador desde el punto de vista matemático, no físico, el mismo que puede ser utilizado en el estudio de un Sistema de Potencia.

El gráfico lineal que representa al equivalente "V" es invariante para todos los tipos de conexiones de bancos de transformadores.

Los valores de los parámetros que definen al equivalente "V" están determinados por el transformador representado y para el caso del banco de transformadores en Y - Δ , el desfazamiento de los 30° grados está incluido en el equivalente V para este tipo de conexión de transformadores.

El equivalente V, puede ser incluido dentro de la Matriz de Admitancia de un circuito por un método que será analizado más adelante.

En igual forma, el equivalente V es aplicable para estudios de cortocircuitos para lo cual es necesario la formación de un nuevo algoritmo, para la formación de la -

Matriz de Impedancia de barra, el cual se lo presentará en capítulo posterior.

El equivalente tradicional de los transformadores, varía por varios aspectos, los mismos que pueden ser originados por cambios en los taps, conexiones nuevas, cambios en el material y muchos otros.

El desfazamiento de los 30° de un banco en $Y - \Delta$ implicaría un equivalente activo, el cual conduciría a ecuaciones especiales y poco prácticas, complicando cálculos y programas de análisis.

Los cambios mencionados anteriormente, que alteran el equivalente tradicional, el desfazamiento de los 30° en un banco $Y - \Delta$, impulsaron la investigación que permitiera la creación de un nuevo equivalente del transformador, que supere los problemas anteriores y que minimize los cambios en los programas de análisis. El equivalente V es resultado de estas investigaciones.

En el equivalente V se incorpora el desfazamiento de los 30° de un banco en $Y - \Delta$ y puede ser manipulado rutinariamente en el análisis de un Sistema de Potencia.

El equivalente V se integra a cambios continuos que se originan por las interconexiones complejas y que incrementan la complejidad de los circuitos a ser analizados.

Este nuevo equivalente puede aceptar cambios de taps, -
 pues en la ecuación que lo define, existe un factor que
 puede ser cambiado de valor dependiendo del nuevo tap y
 por ende de la relación del número de vueltas.

El equivalente "V" no altera gráficos de circuitos, ni
valores de admitancias ni las conexiones del circuito.

La formación de la ecuación de nudos no se altera signi-
ficativamente para circuitos que contengan cualquier nú-
mero de equivalentes "V".

Como medio que permita el desarrollo de la ecuación que
 define al equivalente "V", se analizará como primer pa-
 so las interrelaciones entre las admitancias y los pará-
 metros de cascada, que existen en un circuito de 2 puer-
 tas y 3 terminales como se indica en la figura 2.1.

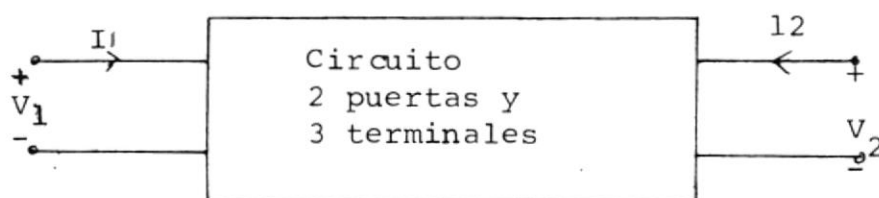


Figura 2.1

Los parámetros de admitancia para el circuito de la fi-
 gura 2.1, están incluidos en la ecuación 2.1

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad 2.1$$

Los parámetros de cascada se incluyen en la ecuación - 2.2 para el mismo circuito.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad 2.2$$

El signo (-) de I_2 es por la dirección de la corriente en esta puerta.

De la ecuación 2.1 se tiene:

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \quad \text{signo}$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2$$

De la ecuación 2.2 se tiene:

$$V_1 = AV_2 + B(-I_2) \quad \text{cascada}$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

De las ecuaciones anteriores, se procederá a expresar - los parámetros de cascada en términos de los parámetros de Admitancia de la siguiente forma:

Sea $I_1 = I_k$ y $V_1 = V_k$ en ambas ecuaciones

De 2.1 se tiene:

$$I_k = Y_{11} V_k + Y_{12} V_2 \quad (a)$$

$$I_2 = Y_{21} V_k + Y_{22} V_2 \quad (b)$$

de (b)

$$V_k = \frac{I_2 - Y_{22} V_2}{Y_{21}} \quad (c)$$

Reemplazando (c) en (a) se tendrá:

$$I_k = Y_{11} \left(\frac{I_2 - Y_{22} V_2}{Y_{21}} \right) + Y_{12} V_2$$

$$I_k = V_2 \left(Y_{12} - \frac{Y_{11} Y_{22}}{Y_{21}} \right) + I_2 \frac{Y_{11}}{Y_{21}} \quad (d)$$

$$V_k = -V_2 \frac{Y_{22}}{Y_{21}} + I_2 \frac{1}{Y_{21}} \quad (e)$$

Expresando (d) y (e) en forma matricial se obtendrá:

$$\begin{bmatrix} V_k \\ I_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} & \frac{-1}{Y_{21}} \\ \frac{Y_{12} - \frac{Y_{11} Y_{22}}{Y_{21}}}{Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad 2.3$$

Comparando las ecuaciones 2.3 con 2.2 se tiene lo siguiente:

$$A = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} \quad B = -\frac{1}{Y_{21}}$$

$$C = -\left[\frac{Y_{11} Y_{22} - Y_{12}}{Y_{21}} \right] \quad D = -\frac{Y_{11}}{Y_{21}}$$

Similarmente, la manipulación de la ecuación 2.2, permite definir los parámetros de admitancia en función de los parámetros de cascada.

$$V_1 = A V_2 - B I_2 \quad (a)$$

$$I_1 = C V_2 - D I_2 \quad (b)$$

de (a)

$$- I_2 = \frac{V_1 - A V_2}{B} =$$

$$I_2 = \frac{A V_2}{B} - \frac{V_1}{B} \quad (c)$$

Reemplazando (c) en (b)

$$I_1 = C V_2 - \left(\frac{A V_2 - V_1}{B} \right) D$$

$$I_1 = \frac{D}{B} V_1 + \left(\frac{C - AD}{B} \right) V_2 \quad (d)$$

$$I_2 = \frac{A V_2}{B} - \frac{V_1}{B} \quad (e)$$

Expresadas (d) y (e) en forma matricial se tiene los parámetros de admitancia en función de los parámetros de cascada.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{B} & C - \frac{AD}{B} \\ -\frac{1}{B} & \frac{A}{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

2.4

de donde

$$Y_{11} = \frac{D}{B} \qquad Y_{12} = C - \frac{AD}{B}$$

$$Y_{21} = -\frac{1}{B} \qquad Y_{22} = \frac{A}{B}$$

Este desarrollo preliminar servirá para obtener la ecuación que define el equivalente "V".

2.2 UN MODELO DE TRANSFORMADOR

Para el desarrollo del circuito equivalente para diferentes tipos de conexiones trifásicos y otros elementos de un Sistema de Potencia, se representará un circuito de 2 puertas y 3 terminales en cascada.

Este circuito está conformado por un transformador ideal, las admitancias del transformador y un circuito de desfase, el cual se asocia con el equivalente Y - Y de un banco de transformadores $\Delta - Y$.

El circuito mencionado se lo representa en la figura 2.2.

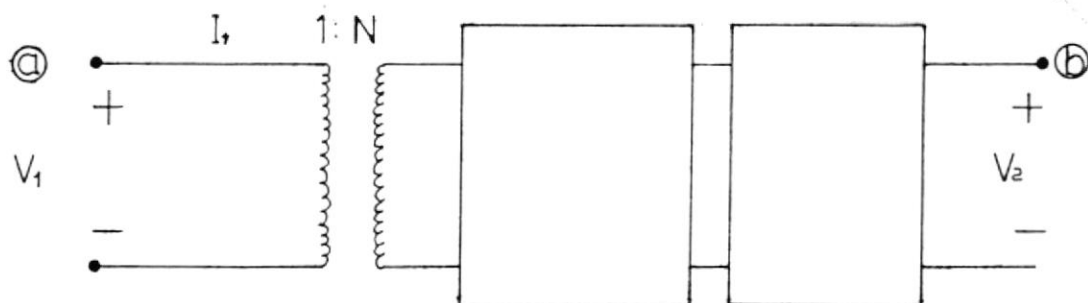


Fig. 2.2 Transformador Ideal Admitancias 2 puertas θ grados de desfase

La interrelación de los parámetros de cascada para este diagrama es la siguiente, según se expresa en la ecuación 2.5.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{J\theta} & 0 \\ 0 & e^{J\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad 2.5$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} A & \frac{1}{N} B \\ NC & ND \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{J\theta} & 0 \\ 0 & e^{J\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} A e^{J\theta} & \frac{1}{N} B e^{J\theta} \\ NC e^{J\theta} & ND e^{J\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad 2.6$$

La ecuación 2.6 servirá para obtener las expresiones de las corrientes I_2 e I_1 de la manera siguiente.

$$V_1 = \frac{1}{N} A e^{J\theta} V_2 - \frac{1}{N} B e^{J\theta} I_2 \quad (a)$$

$$I_1 = N C e^{J\theta} V_2 - N D e^{J\theta} I_2 \quad (b)$$

Despejando de (a) la corriente I_2 se tiene

$$I_2 = - \frac{V_1}{\frac{1}{N} B e^{J\theta}} + \frac{A}{B} V_2$$

Intercalando esta expresión de I_2 en la ecuación de la corriente I_1 , se tiene:

$$I_1 = Nce^{J\theta} V_2 - NDe^{J\theta} \left(\frac{-V_1 + \frac{1}{N} \frac{Ae^{J\theta} V_2}{Be^{J\theta}}}{\frac{1}{N}} \right) =$$

$$I_1 = N^2 \frac{D}{B} V_1 - N \frac{AD}{B} V_2 + Nce^{J\theta} V_2$$

$$I_1 = N^2 \frac{D}{B} V_1 - \left(\frac{AD - BC}{B} \right) Ne^{J\theta} V_2$$

Expresado en forma matricial las corrientes I_1 , e I_2 se tiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N^2 \frac{D}{B} & -Ne^{J\theta} \frac{AD - BC}{B} \\ -\frac{N}{B} e^{-J\theta} & \frac{A}{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad 2.7$$

Del desarrollo anterior en el punto analizado, acerca de las expresiones de las admitancias en función de los parámetros de cascada se obtuvo lo siguiente:

$$Y_{11} = \frac{D}{B} \qquad Y_{12} = C - \frac{AD}{B}$$

$$Y_{21} = -\frac{1}{B} \qquad Y_{22} = \frac{A}{B}$$

Luego expresando la ecuación 2.7 en función de los parámetros de admitancia, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 Y_{11} & N e^{J\theta} Y_{12} \\ N Y_{21} e^{-J\theta} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad 2.8$$

La ecuación matricial 2.8 sirve para establecer el equivalente del circuito de 2 puertos y de 3 terminales de la figura 2.2 siendo de esta forma esta ecuación 2.8, la ecuación de nudos del circuito.

El diagrama que se presenta a continuación muestra el circuito equivalente del circuito de la figura 2.2, considerando que $Y_{12} e^{J\theta} = Y_{21} e^{-J\theta}$. Este equivalente π , no es en general correspondiente a un circuito físico, ya que algunos de los parámetros de admitancia de la figura 2.3 deben tener parte real negativa.

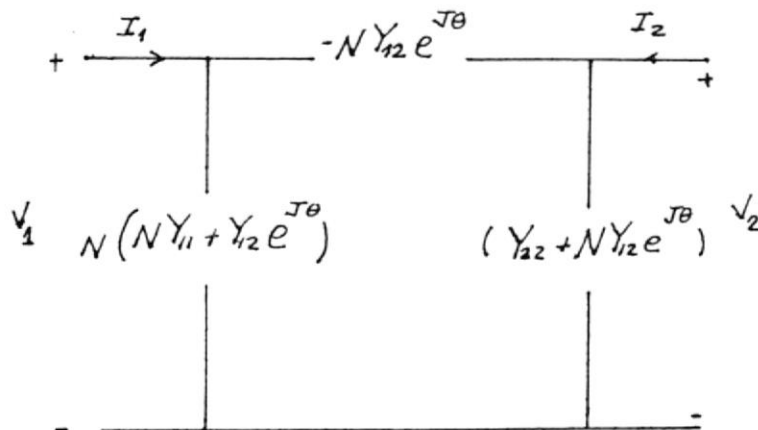


Fig. 2.3
Circuito
equivalente
 π

Es de mencionar que la correspondencia física no es requerida, porque la solución que se presenta a la formación de la Matriz de Admitancia, está en función de un método matemático que incluya los cambios de taps o el ángulo de desfazamiento de 30° que se presenta en un banco de transformadores en Δ -Y.

Si el circuito de 2 puertas mostrado en la figura 2.3 es pasivo, entonces $Y_{12} = Y_{21}$ y de acuerdo a esta condición $\theta = 0^\circ$, con lo que la ecuación 2.8 corresponde a un circuito pasivo.

En los cuadros I y II se presentan diagramas y ecuaciones, que corresponden a un π equivalente de la figura 2.2 y que cumplen con la condición $Y_{12} = Y_{21}$, para diferentes tipos de conexiones, diferentes valores de N.

En las figuras 2.4, 2.5 y 2.6, N representa la razón de vueltas de un banco Y - Y o Δ - Δ .

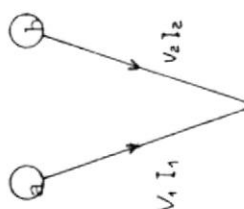
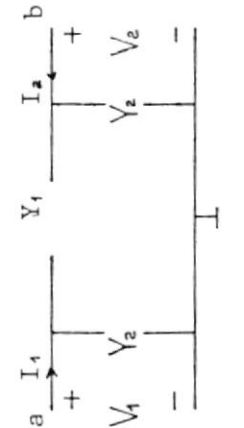
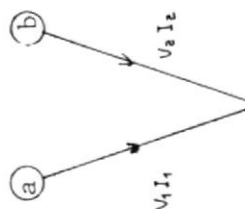
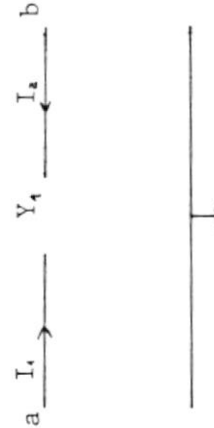
Además, en las figuras mencionadas se cumplen las condiciones de que $Y_{12} = Y_{21}$ y $\theta = 0^\circ$ para circuitos pasivos. La ecuación 2.8 se la puede interpretar como la ecuación de nudos de algunos equivalentes activos, pero sin embargo, este equivalente activo es diferente de los demás equivalentes activos conocidos, usados en los modelos matemáticos en los análisis de sistemas de potencia.

En la figura 2.7, N representa la razón de vueltas de -

TABLA I

COMPONENTE DEL SISTEMA	ADMITANCIA DE 2 PUERTAS	GRAFICO V	CIRCUITO EQUIVALENTE	ECUACION MATRICIAL DEL EQUIVALENTE
TRANSFORMADORES $Y-Y \quad \Delta-\Delta$ $N \neq 1, \quad \theta = 0^\circ$		 FIG. 2.4	 $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 Y_{11} & N Y_{12} \\ N Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$	
$Y-Y \quad \Delta-\Delta$ $N \neq 1, \quad \theta = 0^\circ$		 FIG. 2.5	 $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 Y_r & -N Y_r \\ -N Y_r & Y_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$	
$Y-Y \quad \Delta-\Delta$ $N=1, \quad \theta=0^\circ$		 FIG. 2.6	 $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_r & -Y_r \\ -Y_r & Y_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$	
$\Delta-Y$ $N \neq 1, \quad \theta \pm 30$		 FIG. 2.7	 $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 Y_{11} & N Y_{12} \\ N Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$	

TABLA II

COMPONENTE DEL SISTEMA	ADMITANCIA DE 2 PUERTAS	GRAFICO V	CIRCUITO EQUIVALENTE	ECUACION MATRICIAL DEL EQUIVALENTE
Líneas de Transmisión Líneas largas		 <p style="text-align: center;">FIG. 2.8</p>		$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_1 + Y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
Líneas Cortas		 <p style="text-align: center;">FIG. 2.9</p>		$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_1 \\ -Y_1 & Y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$

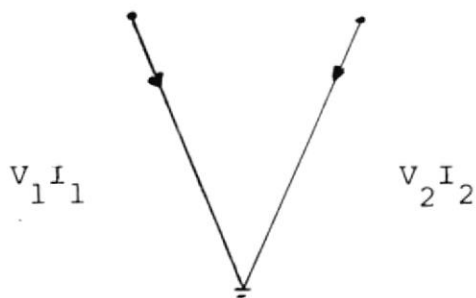
un banco $Y - Y$; es decir, es el equivalente del transformador $Y - \Delta$.

En las figuras 2.5 y 2.6, se asume que las admitancias del transformador pueden ser representadas por completo en una admitancia serie Y_T .

Con estos diagramas, como se verá más adelante, se podrá representar un Sistema de Potencia, que incluya equivalentes "V" para diferentes tipos de conexiones de transformadores en un circuito, que servirá para la construcción de la Matriz de Admitancia Y_n .

2.3 EL EQUIVALENTE "V"

El gráfico lineal que se presenta en la figura 2.2 se lo ilustra en la figura 2.10, por medio de su gráfico V.



2.10

Gráfico del equivalente V

El equivalente V del circuito de la figura 2.2 y que sirvió para encontrar los equivalentes de las diferen-

tes conexiones trifásicos y otros elementos de un Sistema de Potencia, como son las líneas de transmisión, está entonces definido por la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 Y_{11} & NY_{12}e^{J\theta} \\ N Y_{21}e^{-J\theta} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \text{EC. 2.9}$$

Esta ecuación representa en general la ecuación de admitancia para un transformador.

Algunas observaciones importantes concernientes al equivalente "V" pueden ser hechas de los diagramas mostrados en las tablas I y II.

El cambio de parámetros se refleja sólo en la Matriz de Admitancia del transformador representando y no en el gráfico V mismo.

En las ecuaciones equivalentes se observa la existencia de un equivalente V para valores de parámetros, para los cuales un equivalente pasivo no existe, pues algunos de los parámetros de admitancia pueden tener parte real negativa.

Del estudio del diagrama de la figura 2.7 en la tabla I, se concluye que cada fase del equivalente Y - Y de un banco de transformadores $\Delta - Y$, incluye los 30° grados de desfase inherente a este tipo de conexión.

Se nota además en forma significativa que el gráfico "V" no cambia con cambios de taps, como se puede apreciar - en las figuras 2.5 y 2.6 para valores de $N = 1$ y $N \neq 1$.

Con el uso del equivalente V se obtienen valores de corrientes con sus valores reales en los terminales a diferencia de otros equivalentes, donde las corrientes calculadas deben ser combinadas para obtener las corrientes terminales.

El equivalente "V" del correspondiente Π simétrico de una línea de transmisión, como se muestra en las figuras 2.8 y 2.9 se deducen directamente de la ecuación de nudos del circuito Π .

Los voltajes y corrientes asociadas con cada elemento del gráfico V , representan los voltajes y corrientes en cada uno de sus terminales respectivos.

Recálcase el hecho que la diagonal de entrada de la ecuación 2.9, se la puede interpretar como la admitancia propia de los elementos del gráfico y la diagonal final, se la interpreta como la admitancia mutua entre los elementos del gráfico.

2.4 EL EQUIVALENTE V EN LA ECUACION DE NUDOS

Todo equivalente tiene que presentar medios posibles y accesibles para poder ser incorporados dentro de las -

ecuaciones del circuito, pues de lo contrario se vería limitado su uso.

El equivalente V presenta estos medios y a continuación se presenta el método para incorporarlo dentro de la Matriz de Admitancia Y_n del circuito.

El método de incorporar el equivalente V en las ecuaciones de nudo, es muy similar al método para procesamiento de capacitores e inductores.

A continuación se ilustrará el trabajo técnico para formar la Matriz de Admitancia de nudos Y_n .

La Matriz coeficiente de un sistema de ecuaciones de nudo puede ser representada por la Matriz de producto triple, que se indica a continuación:

$$Y_n = A Y A' \quad 2.10$$

A , es una matriz de incidencia del gráfico lineal del circuito, donde cada una de sus filas representan a los nudos no aterrizados del circuito y cada columna a cada uno de los elementos que no son fuentes.

Para un mejor desarrollo del método, representamos un gráfico lineal de un circuito en el que se incluyen equivalentes "V".

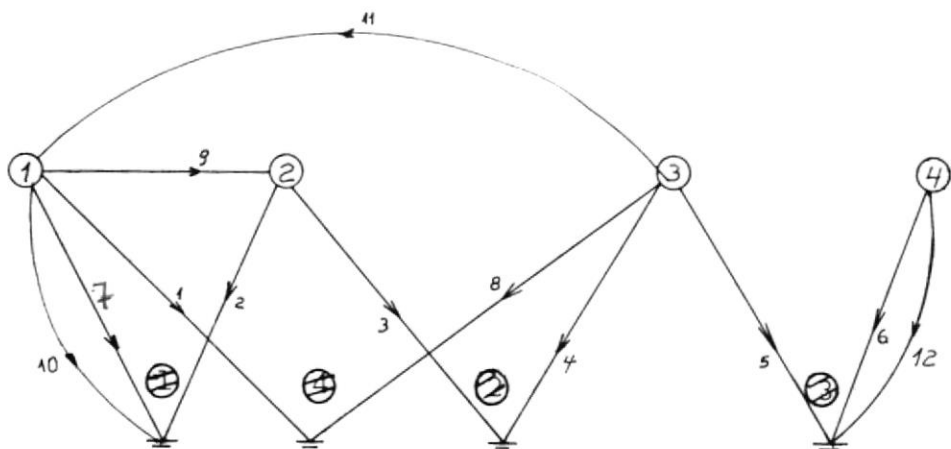


Figura 2.11

En este gráfico hay 4 equivalentes "V" incorporados en el sistema y que están representados por los círculos - sombreados.

Se pueden apreciar además 4 nudos.

El elemento 12 es una fuente, el mismo que como se verá a continuación no formará parte de la Matriz de Admitancia Y n.

Para el circuito representado en la figura se encontrará la Matriz de Admitancia primitiva Y , la cual es obtenida en forma general y esta dada por:

El equivalente q es pues incidente a las barras i y j .

Se formará entonces cada Y_{vq} del gráfico representado

$$Y_{v1} = \begin{bmatrix} 1^Y_1 & 1^Y_{12} \\ 1^Y_{21} & 1^Y_2 \end{bmatrix} \quad Y_{v2} = \begin{bmatrix} 2^Y_3 & 2^Y_{32} \\ 2^Y_{23} & 2^Y_2 \end{bmatrix}$$

$$Y_{v3} = \begin{bmatrix} 3^Y_4 & 3^Y_{43} \\ 3^Y_{34} & 3^Y_3 \end{bmatrix} \quad Y_{v4} = \begin{bmatrix} 4^Y_1 & 4^Y_{13} \\ 4^Y_{31} & 4^Y_3 \end{bmatrix}$$

Para la formación de Y_{v1} se ha procedido de la forma siguiente tomando en consideración que el equivalente 1 es incidente en las barras 1 y 2.

1^Y_1 es el elemento del equivalente 1 incidente en la barra 1. 1^Y_2 es el elemento del equivalente 1 incidente en la barra 2. 1^Y_{12} y 1^Y_{21} es el acoplamiento entre las barras a las cuales es incidente el equivalente 1.

En la Matriz de Admitancia primitiva, en la diagonal se colocó después de Y_{v4} , los elementos Y_9 , Y_{10} y Y_{11} , con lo cual se abarcan todas las admitancias, pues con el equivalente Y_{v4} , se incluye el elemento $4Y_3$, que corresponde al elemento 8 del circuito.

Esta es la razón del orden que se sigue para la forma -

ción de la Matriz Y de admitancia primitiva.

Hay que hacer notar que el estudio que se está realizando, es el desarrollo de una técnica que concluirá en un método práctico para la formación de la Matriz de Admitancia Y_n , incluyendo equivalentes V.

La Matriz incidente A del gráfico representado, propiamente ordenada y que corresponde al orden de la Matriz de Admitancia Y está dada por la siguiente Matriz.

$$\begin{array}{l}
 \text{nudos no aterrizados} \leftarrow \\
 \begin{array}{c} A = \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccccccccccc}
 1 & 2 & 4 & 3 & 6 & 5 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \rightarrow \text{número de elementos}
 \end{array}$$

El elemento 12, no se lo incluye pues es una fuente que no interviene dentro de la Matriz incidente como parte de la formación de esta Matriz. La Matriz A' será pues la transpuesta de la Matriz A.

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

De la definición de Y_n indicada anteriormente se tienen pues las 3 admitancias que conforman la ecuación 2.10

$$Y_n = A Y A'$$

Como nota a tomarse en consideración, es el orden de la matriz de incidencia A en la manera como se enumeran los elementos, los mismos que van de la siguiente forma: 1, 2, 4, 3, 6, 5 etc. Este orden depende de la construcción de los equivalentes V y de su inclusión en la Matriz de Admitancia primitiva.

Representando la Matriz de Admitancia primitiva, incluyendo los equivalentes V se tiene lo siguiente:

$$Y = \left[\begin{array}{cc} \begin{matrix} \left[\begin{array}{cc} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{array} \right] = Y_{V1} \\ & \left[\begin{array}{cc} Y_{33} & Y_{32} \\ Y_{23} & Y_{22} \end{array} \right] = Y_{V2} \\ & & \left[\begin{array}{cc} Y_{44} & Y_{43} \\ Y_{34} & Y_{33} \end{array} \right] = Y_{V3} \\ & & & \left[\begin{array}{cc} Y_{41} & Y_{13} \\ Y_{31} & Y_{33} \end{array} \right] = Y_{V4} \\ & & & & Y_9 \\ & & & & & Y_{10} \\ & & & & & & Y_{11} \end{matrix} \right]$$

1^Y_1 es el elemento 1 del circuito, 1^Y_2 el elemento 2 pero 2^Y_3 es el elemento 4, 2^Y_2 el elemento 3. Es decir, hasta este equivalente el orden es 1, 2, 4, 3. En YV_3 , se tiene el elemento 3^Y_4 que corresponde al elemento 6 del circuito, 3^Y_3 el elemento 5 luego los elementos de la Matriz de Incidencia A se representarán en el orden 1 - 2-4 - 3 - 6 - 5.

El orden de la construcción de los equivalentes en esa forma, depende de la relación del número de vueltas del transformador como se explicará claramente en el ejemplo más adelante.

Multiplicando las 3 matrices se obtiene la Matriz de Admitancia Y_n .

$$Y_n = \begin{bmatrix} 1Y_1 + 4Y_1 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} & 1Y_{12} - Y_9 & 4Y_{13} - Y_{11} & 0 \\ 1Y_{21} - Y_9 & 1Y_2 + 2Y_2 + Y_9 & 2Y_{23} & 0 \\ 4Y_{31} - Y_{11} & 2Y_{32} & 2Y_3 + 3Y_3 + 4Y_3 + Y_{11} & 3Y_{34} \\ 0 & 0 & 3Y_{43} & 3Y_4 \end{bmatrix}$$

Esta matriz se la puede dividir en 2 submatrices, lo cual servirá para obtener el método general de la formación de la Matriz de Admitancia Y_n .

$$Y_n = \begin{bmatrix} {}_1Y_1 + {}_4Y_1 & {}_1Y_{12} & {}_4Y_{13} & 0 \\ {}_1Y_{21} & {}_1Y_2 + {}_2Y_2 & {}_2Y_{23} & 0 \\ {}_4Y_{31} & {}_2Y_{32} & {}_2Y_3 + {}_3Y_3 + {}_4Y_3 & {}_3Y_{34} \\ 0 & 0 & {}_3Y_{43} & {}_3Y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_9 + Y_{10} + Y_{11} & -Y_9 & -Y_{11} & 0 \\ -Y_9 & Y_9 & 0 & 0 \\ -Y_{11} & 0 & Y_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2.13$$

La submatriz (1) contiene solo los parámetros de los equivalentes "V". La submatriz (2) de Y_n , está formada por los elementos que no pertenecen a equivalentes V.

En la submatriz (1) todos los elementos de los equivalentes V son incluidos con signo positivo.

El signo se lo considera en la submatriz (2) como se podrá observar, que los elementos propios se suman y los que se relacionan con otros nudos tienen signo negativo. Los elementos q V_{ij} de los equivalentes son incluidos en la ecuación de nudos con el mismo signo que tienen en Y_{vq} .

La Matriz de Admitancia Y_n no es simétrica si uno o más de los Y_{vq} no lo es, como sería el caso del equivalente V de un banco de transformadores en Δ - Y .

Del estudio anterior, se puede concluir que la Matriz de Admitancia Y_n , puede ser obtenida por inspección. Los elementos que forman la diagonal de Y_n se los puede incluir según la fórmula general.

$$Y_{ii} = \sum_q Y_{qi} + \sum_q Y_q \quad 2.14$$

$\sum_q Y_{qi}$ es la suma de los valores de los elementos que pertenecen a un equivalente V y que son incidentes al nudo i .

$\sum_q Y_q$ es la sumatoria de las admitancias que no pertenecen a equivalentes V y que no son incidentes al nudo i . Esta ecuación de Y_{ii} , se puede observar en la Matriz Y_n se cumple en cada uno de los nudos a considerarse.

Los elementos restantes de la Matriz Y_n , se los encuentra aplicando la ecuación siguiente:

$$Y_{ij} = \sum_q Y_{qij} + \sum_q (-Y_q) \quad 2.15$$

$\sum_q Y_{qij}$ es la sumatoria de los elementos de los gráficos V que son incidentes a ambos nudos i y j .

$\sum_q (-Y_q)$ es la sumatoria negativa de las admitancias que no pertenecen a equivalentes V y que son incidentes

a ambos nudos i y j .

$Y_{ji} = Y_{ij}$ cuando la matriz es simétrica, razón por la que con la ecuación anterior prácticamente se encuentra todos los elementos de la Matriz de Admitancia Y_n . En caso de no tener equivalentes simétricos, se encontrará la matriz Y_n en la forma analítica descrita anteriormente.

Si un circuito a ser analizado contiene solo equivalentes V entonces la Matriz Admitancia, es formada usando solo la primera parte de las submatrices Y_{ii} y Y_{ij} .

En el ejemplo se ilustra a continuación se aclararán algunos detalles. Fijándose en el elemento correspondiente en el equivalente V de acuerdo a la fórmula de Y_{ij} - se pueden calcular todos los elementos.

2.5 EJEMPLO DE LA FORMACION DE LA MATRIZ DE ADMITANCIA Y_n

A continuación se presenta un ejemplo para ilustrar el método de la formación de la Matriz de Admitancia Y_n , - en la misma que se incluyen equivalentes "V".

La técnica en general no se diferencia en mayor grado de la forma tradicional para la formación de la matriz Y_n .

La diferencia se basa en el hecho de que se deberá to - mar en cuenta la presencia del equivalente V .

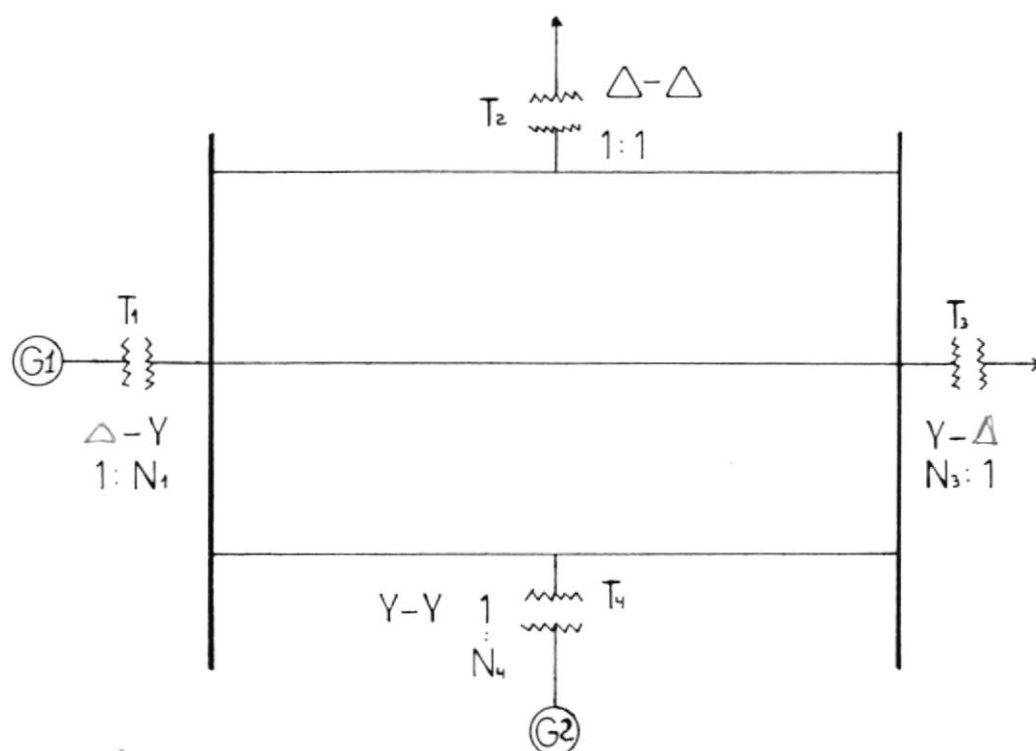
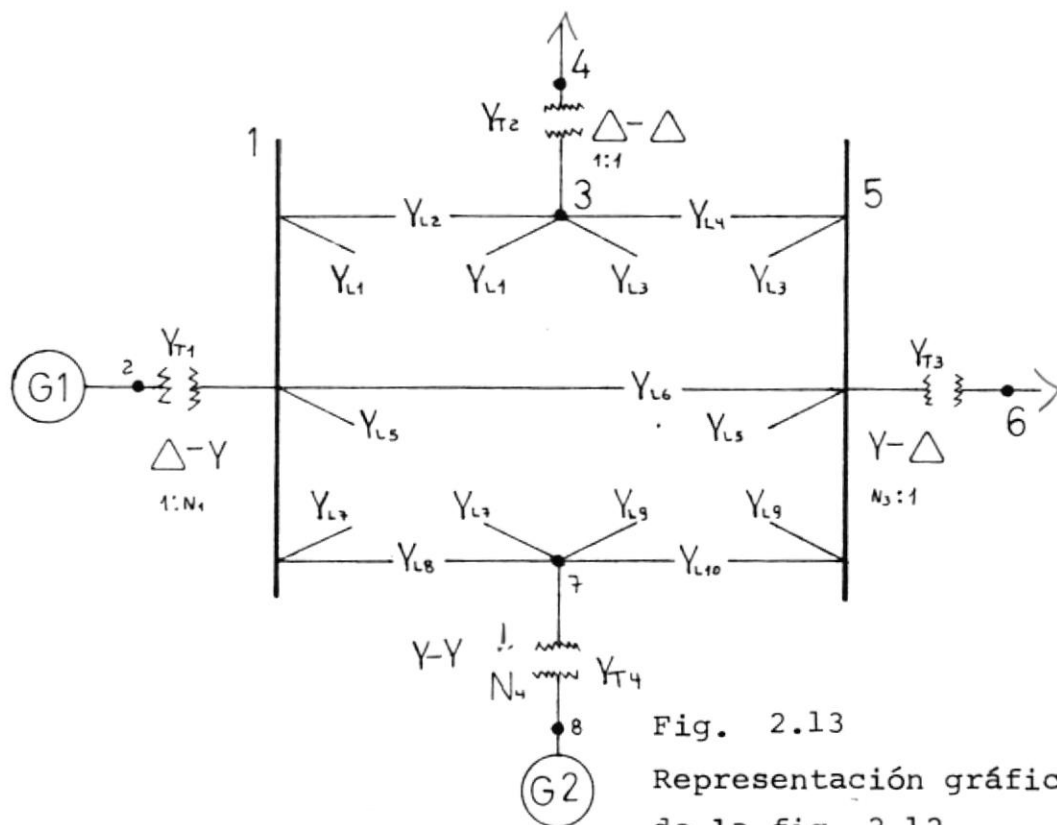


Diagrama unifilar de un sistema eléctrico

Fig. 2.12

Este sistema unifilar, representa el ejemplo a tratar se, especificándose las generaciones, conexiones de los transformadores, número de vueltas relacionadas y las cargas a servirse.

Como primer paso se indicarán los equivalentes V para los elementos que están formando parte del sistema, para lo cual se indican las admitancias y los puntos que serán los nudos y de esa forma introducir el método.



Una vez señalados los puntos que servirán para introducir gráficamente los equivalentes V , se procede a representar el diagrama anterior en forma gráfica incluyendo los equivalentes V .

Las condiciones del sistema original no se han alterado, únicamente se ha procedido a señalar las admitancias que serán incluidas en la Matriz.

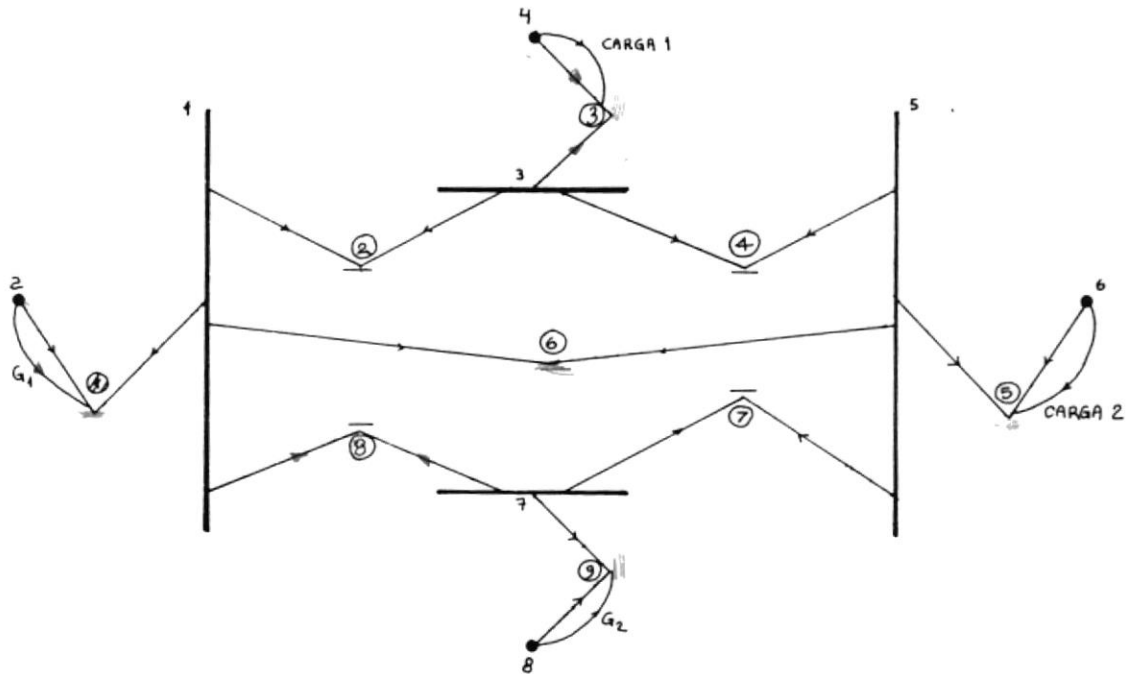


Fig. 2.14

Gráfico incluyendo los equivalentes V

En esta representación se encuentran 9 equivalentes V, los mismos que están señalados por los círculos sombreados. Es decir, hay 9 Y_{vq} para elementos como son los transformadores y las líneas de transmisión.

Se representará su equivalencia en forma matricial Y_{vq} y luego se los introducirá de acuerdo a las fórmulas generales en la Matriz de Admitancia Y_n .

Como se puede notar lo que se ha realizado en la figura 2.14 es representar cada banco de transformadores y lí-

neas con su equivalente V. A continuación se formará - la Matriz de Admitancia para cada uno de los gráficos - V.

$$Y_{V1} = \begin{bmatrix} 1^Y_2 & 1^Y_{21} \\ 1^Y_{12} & 1^Y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 Y_{T1} & -N_1 Y_{T1} e^{-j30} \\ -N Y_{T1} e^{j30} & Y_{T1} \end{bmatrix}$$

Normalmente el orden sería 1^Y_1 como primer elemento de la Matriz, pero se deberá tomar en cuenta el lado en el cual está el 1 de la relación 1: N 1 y de este elemento se partirá la construcción de la Matriz que para este - corresponde a 1^Y_2 .

Y_{T1} representa la admitancia del transformador 1, N_1 - es la relación del número de vueltas del lado primario al lado secundario. En este caso, θ tiene valores $\pm 30^\circ$ pues se trata de la representación de un banco en Δ -Y.

$$Y_{V2} = \begin{bmatrix} 2^Y_1 & 2^Y_{13} \\ 2^Y_{31} & 2^Y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{L1} + Y_{L2} & -Y_{L2} \\ -Y_{L2} & Y_{L1} + Y_{L2} \end{bmatrix}$$

Y_{V2} corresponde al equivalente V de una línea larga se-
gún se representa en la tabla II.

$$Y_{V3} = \begin{bmatrix} 3^Y_3 & 3^Y_{34} \\ 3^Y_{43} & 3^Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{T2} & -Y_{T2} \\ -Y_{T2} & Y_{T2} \end{bmatrix}$$

Y_{V3} se refiere a un banco de transformadores Δ - Δ con $N=1$ y $\theta = 0^\circ$.

$$Y_{V4} = \begin{bmatrix} 4^Y_3 & 4^Y_{35} \\ 4^Y_{53} & 4^Y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{L3} + Y_{L4} & -Y_{L4} \\ -Y_{L4} & Y_{L3} + Y_{L4} \end{bmatrix}$$

Y_{V4} es el equivalente de una línea larga entre el nudo 3 y el nudo 5.

$$Y_{V5} = \begin{bmatrix} 5^Y_6 & 5^Y_{65} \\ 5^Y_{56} & 5^Y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_3^2 Y_{T3} & -N_3 Y_{T3} e^{-j30} \\ -N_3 Y_{T3} e^{j30} & Y_{T3} \end{bmatrix}$$

Y_{V5} es el equivalente V del banco T_3 que está conectado en $\Delta - Y$, considerando la relación $N_3: 1$ del lado del nudo 6. $\theta = \pm 30$ según la ecuación del equivalente V de un banco en $\Delta - Y$.

$$Y_{V6} = \begin{bmatrix} 6^Y_1 & 6^Y_{15} \\ 6^Y_{51} & 6^Y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{L5} + Y_{L6} & -Y_{L6} \\ -Y_{L6} & Y_{L5} + Y_{L6} \end{bmatrix}$$

Y_{V6} representa el equivalente V de una línea larga que responde a la ecuación general mostrada anteriormente para este tipo de elementos.

$$Y_{V7} = \begin{bmatrix} 7^Y_5 & 7^Y_{57} \\ 7^Y_{75} & 7^Y_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{L9} + Y_{L10} & -Y_{L10} \\ -Y_{L10} & Y_{L9} + Y_{L10} \end{bmatrix}$$

Y_{V7} es el equivalente V de una línea larga.

$$Y_{V8} = \begin{bmatrix} 8^Y_{11} & 8^Y_{17} \\ 8^Y_{71} & 8^Y_{77} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{L7} + Y_{L8} & -Y_{L8} \\ -Y_{L8} & Y_{L7} + Y_{L8} \end{bmatrix}$$

Similar al caso de Y_{V7}

$$Y_{V9} = \begin{bmatrix} 9^Y_{77} & 9^Y_{78} \\ 9^Y_{87} & 9^Y_{88} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_4^2 & Y_{T4} & -N_4 & Y_{T4} \\ -N_4 & Y_{T4} & Y_{T4} & \end{bmatrix}$$

Y_{V9} es el equivalente V de un banco de transformadores $Y-Y$ que tiene como relación $N_4:1$ y $\theta = 0^\circ$ en este caso

Aplicando las fórmulas generales estudiadas en el numeral anterior, se puede encontrar la Matriz de Admitancia del sistema. Tomando en consideración lo que representan cada uno de los factores.

$$\begin{cases} Y_{ii} = \sum_q Y_{iq} + \sum_q Y_{qi} \\ Y_{ij} = \sum_q Y_{ij} + \sum_q -Y_{iq} \end{cases}$$

A continuación se presenta la Matriz Y_n , obtenidas en base a las ecuaciones anteriores.

$$Y_n = \begin{bmatrix} Y_{T1} + Y_{L1} + Y_{L2} + Y_{L3} + Y_{L6} + Y_{L7} + Y_{L8} & -N_1 Y_{T1} e^{J_{30}} & -Y_{L3} & 0 & -Y_{L6} & 0 & -Y_{L8} & 0 \\ -N_1 Y_{T1} e^{J_{30}} & N^2 Y_{T1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_{L2} & 0 & Y_{T2} + Y_{L1} + Y_{L2} + Y_{L3} + Y_{L4} & -Y_{T2} & -Y_{L4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_{T2} & Y_{T2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_{L6} & 0 & -Y_{L4} & 0 & Y_{T3} + Y_{L4} + Y_{L5} + Y_{L6} + Y_{L3} + Y_{L9} + Y_{L10} & -N_3 Y_{T3} e^{J_{20}} & -Y_{L10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -N_3 Y_{T3} e^{J_{30}} & N_3 Y_{T3} & 0 & 0 \\ -Y_{L8} & 0 & 0 & 0 & -Y_{L10} & 0 & N_4^2 Y_{T4} + Y_{L9} + Y_{L10} + Y_{L8} & -N_4 Y_{T4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -N_4 Y_{T4} & Y_{T4} \end{bmatrix}$$

La relación de un nudo con otro cualquiera debe verse en el equivalente que ha sido obtenido para cada elemento del sistema.

Hay que resaltar el hecho de que N_1 y N_3 para los bancos $Y-\Delta$ y que corresponden en el caso estudiado a los transformadores T_1 y T_3 , representan la razón de vueltas del equivalente $Y-Y$ de un banco $\Delta-Y$.

Se asume que el lado de alta en un banco $\Delta-Y$ adelante 30° al lado de baja independiente si el lado de alta es tácn Δ o en Y conectado.

Este sistema de representación llamado el equivalente V , permite de una manera unificada incorporar la variedad de transformadores tanto en la representación del circuito como en el cálculo matemático.

Se puede observar que el desfase originado por la conexión de un banco de transformadores en $\Delta-Y$, es incorporado en la Matriz de Admitancia, directamente a diferencia de otros equivalentes que originan cambios poco prácticos en las ecuaciones y en los programas de computación.

Los cambios de taps pueden ser incluidos con variaciones mínimas en la Matriz de Admitancia, pues se cambiaría el valor de la relación N , minimizándose de esta forma los cambios en los cálculos.

En el ejemplo estudiado se ha representado a líneas largas por medio de su equivalente V.

CAPITULO III

FORMACION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIA INCLUYENDO EL EQUIVALENTE V.

3.1 INTRODUCCION

Este capítulo se refiere a la introducción del equivalente V dentro de la Matriz de Impedancia de barra, Z_B , para lo cual se hace necesario un nuevo algoritmo en la formación de la Matriz Z_B .

A continuación del numeral presente se revisará por medio de un ejemplo el algoritmo que forma la Z_B , sin el equivalente V , conformada por elementos bilaterales y con acoplamiento simétrico y para un sistema balanceado.

La introducción del equivalente V , origina un acoplamiento mutuo asimétrico para lo cual es necesario realizar algunas consideraciones especiales en el algoritmo, para de esta forma obtener la Matriz Z_B .

La finalidad del estudio del nuevo algoritmo es introducir el equivalente V en la Matriz Z_B , para luego poder ser aplicado en un estudio de cortocircuito.

Se revisará todas las consideraciones que deben tomarse en cuenta para la introducción de los elementos del gráfico V , según los valores de impedancia de la secuencia

cero, que condicionan el procedimiento. Estas consideraciones serán ilustradas con un ejemplo en el capítulo siguiente.

W. Stagg y A.H. El Abiad desarrollaron un argumento para la formación de la Z_B , cuando el circuito está formado por elementos bilaterales, pasivos y que corresponden a un sistema balanceado.

Se hace pues necesario, que se incluya el método ya analizado y explicarlo para luego presentar el nuevo método y las modificaciones a tomarse en cuenta para la inclusión del equivalente V.

3.2 ALGORITMO PARA LA CONSTRUCCION DE LA MATRIZ $Z_{BARRA SIN}$ EL EQUIVALENTE V.

En este numeral se revisará el procedimiento de la formación de las diferentes ecuaciones que permitirán encontrar la Matriz Z_B , según que exista o no acoplamiento mutuo entre sus elementos.

Además, se estudiará los casos en los cuales el nudo de referencia es tomado como tal, cuando se va añadiendo un elemento del circuito en la construcción de la Z_B , lo cual condiciona también y origina ecuaciones diferentes.

El principio en el cual descansa el algoritmo sin in -

cluir el equivalente V , es la formación de la Matriz Impedancia en pasos, simulando la construcción del circuito por adición de un elemento en un tiempo.

Después de cada paso, es decir, después de añadir un elemento del circuito sea éste considerado como rama o como lazo, se irán formando matrices de Impedancia Z_B - parciales, hasta que al añadir el último elemento del circuito, se tendrá la Matriz de Impedancia Z_B definitiva.

Este procedimiento lo analizaron W. Stagg y A.H. El Abiad el mismo que se lo expondrá, pues sirve de base para la formación del algoritmo que permite la construcción de la Z_B , incluyendo el equivalente V .

Asúmase que se conoce la Matriz Z_B para un circuito parcial de m barras y un nudo de referencia designado por 0 .

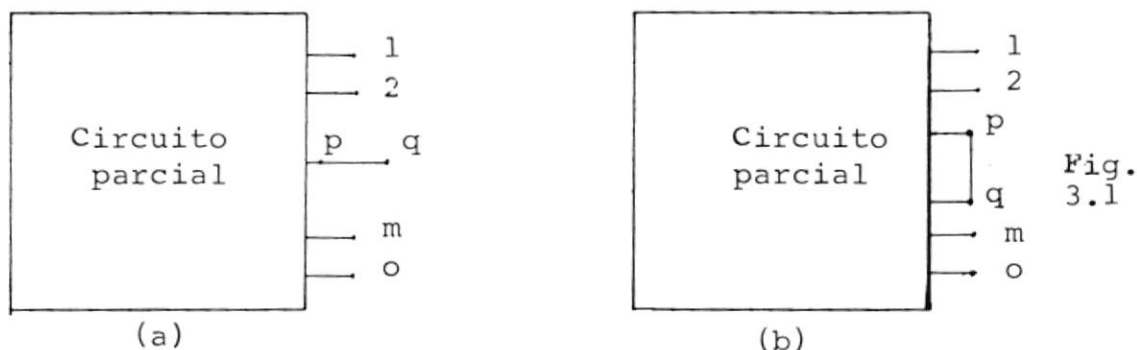
La ecuación de preformación del circuito es:

$$\underline{\bar{E}}_B = \underline{\bar{Z}}_B \times \underline{\bar{I}}_B \quad 3.1$$

$\underline{\bar{E}}_B$ = es un vector $m \times 1$ de voltajes de barra medidos con respecto al nudo de referencia.

$\underline{\bar{I}}_B$ = es un vector $m \times 1$ de corriente de barra

Cuando un elemento es añadido al circuito parcial, este elemento puede ser incorporado como una rama o un lazo, según se aprecia en los siguientes gráficos.



En la figura 3.1 (a) p-q es añadido como una rama y en (b) p-q es añadido como un lazo. El hecho de que p-q se añada como una rama altera las dimensiones de la Matriz de Impedancia de barra, aumentándose en una fila y en una columna.

E_B será $(m + 1) \times 1$ y de igual forma la dimensión de la Matriz de Corrientes. El método permite encontrar los nuevos elementos de la nueva fila y columna en la Matriz de Impedancia, hasta ir sucesivamente completando el circuito.

Ahora si p-q es añadido como un lazo, las dimensiones de la Matriz de Impedancia Z_B no cambia, pero todos los elementos de la Matriz Z_B , deben ser recalculados, para incluir el efecto del lazo añadido.

Asímismo el método indica las ecuaciones a ser utiliza

das para encontrar los valores recalculados de los elementos que conforman la Matriz Z_B sin alterar la dimensión de la misma.

Z_B , permanecen con dimensiones $m \times m$ al añadir el elemento $p-q$ como un lazo. La deducción de las ecuaciones para el caso de añadir un elemento $p-q$ como una rama se presenta brevemente a continuación, indicándose que esta revisión es necesaria para una mejor comprensión del método incluyendo el equivalente V.

3) La ecuación del circuito parcial al añadir una rama $p-q$ se representa de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_p = p \\ \vdots \\ E_m \\ E_q \end{array}
 \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ p \\ \vdots \\ m \\ q \end{array}
 \left[\begin{array}{cccc|c|c}
 & 1 & 2 & \dots & p & \dots & m & q & \\
 \hline
 & & & & & & & Z_{1q} & \\
 & & & & & & & Z_{2q} & \\
 & & & & & & & - & \\
 & & & & & & & Z_{pq} & \\
 & & & & & & & - & \\
 & & & & & & & Z_{mq} & \\
 \hline
 & Z_{q1} & Z_{q2} & \dots & Z_{qp} & \dots & Z_{qm} & Z_{qq} & \\
 \end{array} \right]
 \begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_p \\ \vdots \\ I_m \\ I_q \end{array}
 \end{array}$$

Se asumirá elementos pasivos bilaterales donde

$$Z_{qi} = Z_{iq} \quad \text{siendo } i = 1, 2, \dots, m$$

Sin incluir la nueva barra q. Al añadir un elemento - una rama, se necesitan calcular los elementos Z_{qi} y el elemento Z_{qq} .- Se revisarán esas ecuaciones.

Para el cálculo de los elementos Z_{qi} , se inyecta una corriente en la barra i_{th} y se calcula el voltaje en la barra q_{th} con respecto al nudo de referencia según se observa en la figura 3.2 +

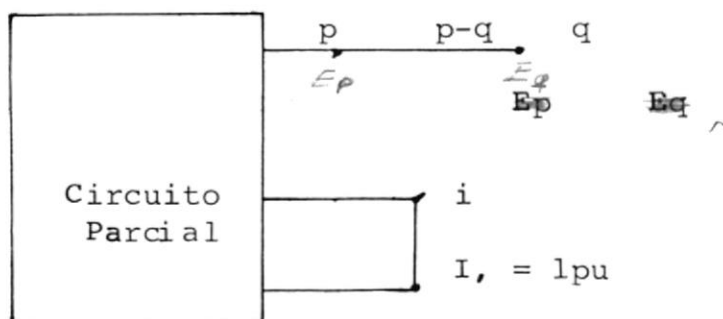


Fig. 3.2

Ya que todas las otras corrientes de barra son iguales a cero, de la ecuación anterior se tendrá:

$$E_1 = Z_{1i} I_i$$

$$E_2 = Z_{2i} I_i$$

$$E_p = Z_{pi} I_i$$

$$E_m = Z_{mi} I_i$$

$$E_q = Z_{qi} I_i$$

Si $I_i = 1 \text{ pu}$, Z_{qi} puede ser obtenida directamente por el cálculo de E_q . El voltaje en el elemento añadido es:

$$v_{pq} = E_p - E_q$$

3.2

La corriente en los elementos del circuito son expresadas en términos de las admitancias primitivas y los voltajes a través de los elementos por la ecuación siguiente.

$$\begin{array}{|c|} \hline i_{pq} \\ \hline i_{\delta\delta} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline Y_{pq, pq} & Y_{pq, \delta\delta} \\ \hline Y_{\delta\delta, pq} & Y_{\delta\delta, \delta\delta} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline v_{pq} \\ \hline v_{\delta\delta} \\ \hline \end{array} \quad 3.3$$

i_{pq} se refiere al elemento sumado, $v_{\delta\delta}$ es una variable que se refiere a los otros elementos, entonces:

i_{pq} y v_{pq} son la corriente y el voltaje a través del elemento sumado.

$i_{\delta\delta}$ y $v_{\delta\delta}$ son los vectores de corriente y voltaje de los elementos del circuito parcial.

$Y_{pq, pq}$ es la admitancia propia del elemento añadido.

$Y_{pq, \delta\delta}$ es el Vector de las admitancias mutuas entre el elemento pq y los elementos $\delta\delta$ del circuito parcial.

$Y_{\delta\delta, pq}$ es la transpuesta del Vector $Y_{pq, \delta\delta}$

$Y_{\delta\delta, \delta\delta}$ es la Matriz de Admitancia primitiva del circuito parcial.

$i_{pq} = 0$ en la rama añadida pero v_{pq} no lo es

$$V_{\varrho\delta} = E_{\varrho} - E_{\delta}$$

De 3.3

$$ipq = Y_{pq,pq} V_{pq} + Y_{pq,\varrho\delta} V_{\varrho\delta} \quad 3.4$$

pero $ipq = 0$ luego despejando V_{pq} de 3.4 se tiene

$$V_{pq} = \frac{-Y_{pq,\varrho\delta} V_{\varrho\delta}}{Y_{pq,pq}} \quad 3.5$$

$$V_{pq} = E_p - E_q \quad 3.6$$

Reemplazado 3.6 en 3.5 y la expresión de $V_{\varrho\delta}$ en 3.5 se tiene:

$$E_q = E_p + \frac{Y_{pq,\varrho\delta} (E_{\varrho} - E_{\delta})}{Y_{pq,pq}}$$

$$E_q = Z_{qi} I_i$$

$$E_p = Z_{pi} I_i$$

$$E_{\varrho} = Z_{\varrho i} I_i$$

$$E_{\delta} = Z_{\delta i} I_i$$

Y como $I_i = 1$ pu, luego

$$\boxed{Z_{qi} = Z_{pi} + \frac{Y_{pq,\varrho\delta} (Z_{\varrho i} - Z_{\delta i})}{Y_{pq,pq}}} \quad 3.7$$

$$\boxed{\begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ i \neq q \end{array}}$$

Esta es la expresión general para encontrar los elementos Z_{qi} , cuando existe acoplamiento mutuo, en sistemas balanceados y p no es el nudo de referencia.

Ahora si p es nudo de referencia la ecuación 3.7, se reducirá a lo siguiente:

$$Z_{qi} = \frac{y_{pq, q} (Z_{qi} - Z_{di})}{y_{pq, pq}} \quad 3.8$$

Si p no es nudo de referencia pero en cambio no existe acoplamiento mutuo se tiene:

$$Z_{qi} = Z_{pi}$$

Si se dan ambos casos, es decir no hay acoplamiento mutuo y p es nudo de referencia $Z_{qi} = 0$.

Los elementos Z_{qq} pueden ser calculados inyectando una corriente en la barra qth y calculando el voltaje en esa barra. Como las corrientes en las otras barras son cero se tiene:

$$E_1 = Z_{1q} I_q$$

$$E_2 = Z_{2q} I_q$$

$$E_p = Z_{pq} I_q$$

$$E_m = Z_{mq} I_q$$

$$E_q = Z_{qq} I_q$$

Como $I_q = 1$, se puede calcular Z_{qq} una vez obtenido E_q . En este caso $i_{pq} = -I_q = -1$. Es decir, las condiciones de admitancias primitivas se mantienen, y procediendo de la misma manera es factible despejar V_{pq} , según la ecuación siguiente.

$$V_{pq} = - \left(\frac{1 + Y_{pq, \delta} V_{\delta}}{Y_{pq, pq}} \right) \quad 3.9$$

$$E_q = E_p + \frac{1 + Y_{pq, \delta} V_{\delta}}{Y_{pq, pq}}$$

$$E_q = E_p + \frac{1 + Y_{pq, \delta} (E_{\delta} - E_{\delta})}{Y_{pq, pq}} \quad \text{luego}$$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + \frac{1 + Y_{pq, \delta} (Z_{\delta q} - Z_{\delta q})}{Y_{pq, pq}} \quad 3.10$$

Con la ecuación 3.10 se puede calcular el elemento Z_{qq} , cuando existe acoplamiento mutuo y p no es nudo de referencia. Si no hay acoplamiento mutuo la Ec. 3.10 se convierte en la siguiente expresión:

$$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq, pq} \quad 3.11$$

$$\text{siendo } z_{pq, pq} = \frac{1}{Y_{pq, pq}}$$

Si existe acoplamiento mutuo, pero p es el nudo de re

ferencia se tiene

$$Z_{qq} = \frac{1 + Y_{pq} \delta (Z_{pq} - Z_{\delta q})}{Y_{pq, pq}} \quad 3.12$$

Si no existe acoplamiento mutuo y además p es nudo de referencia.

$$Z_{qq} = z_{pq, pq}$$

Un caso diferente se presenta cuando se añade el elemento p-q como un lazo al circuito parcial, pues las ecuaciones a encontrarse deberán permitir encontrar los nuevos valores de los elementos de la Matriz, sin alterar las dimensiones de la misma.

El método consiste en conectar en serie con el elemento añadido una fuente de voltaje e_l , como se muestra en la figura.

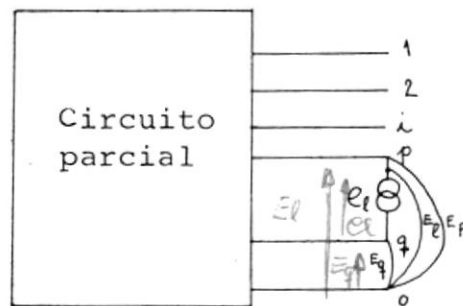


Fig. 3.3

Esto crea un nudo ficticio l el cual será eliminado más tarde. La fuente de voltaje es adicionado de tal forma que la corriente a través del lazo añadido es cero. La ecuación del circuito parcial con el elemento

p-1 y con la fuente e_l en serie es:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_p \\ e_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & - & - & Z_{1p} & - & - & Z_{1l} \\ Z_{p1} & - & - & Z_{pp} & - & - & Z_{pl} \\ Z_{l1} & - & - & Z_{lp} & - & - & Z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_p \\ I_l \end{bmatrix} \quad 3.13$$

$$e_l = E_l - E_q$$

Inyectando una corriente en el nudo i th y calculando el voltaje en el nudo l th con respecto a la barra q , Z_{li} puede ser determinado. Como todas las otras corrientes son iguales a cero, se obtienen de la ecuación 3.13, lo siguiente:

$$E_k = Z_{ki} I_i \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

$$e_l = Z_{li} I_i$$

Haciendo $I_i = 1$ pu, y conociendo e_l , se puede encontrar Z_{li} . Lo importante es encontrar e_l . En el elemento y con la fuente de voltaje serie se tiene:

$$e_l = E_p - E_q - V_{pl}$$

$$i_{pq} = 0$$

El elemento p-l puede ser tratado como una rama.

La corriente en este elemento en términos de las Admittancias primitivas y de los voltajes a través de los elementos es:

$$i_{pl} = Y_{pl, pl} V_{pl} + Y_{pl, \delta\delta} V_{\delta\delta}$$

$$i_{pl} = 0$$

$$V_{pl} = - \frac{Y_{pl, \delta\delta} V_{\delta\delta}}{Y_{pl, pl}}$$

Además $Y_{pl, \delta\delta} = Y_{pq, \delta\delta}$

$Y_{pl, pl} = Y_{pq, pq}$ luego

$$V_{pl} = - \frac{Y_{pq, \delta\delta} V_{\delta\delta}}{Y_{pq, pq}}$$

$$V_{pl} = E_{li} - E_{pi}$$

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} + \frac{Y_{pq, \delta\delta} (Z_{\delta i} - Z_{\delta i})}{Y_{pq, pq}}$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$i \neq l$$

De esta forma obtenemos el elemento Z_{li} para diferentes valores de $i \neq l$, cuando existe acoplamiento mutuo y p no es el nudo de referencia.

Si p es nudo de referencia $Z_{pi} = 0$ luego

$$Z_{li} = -Z_{qi} + \frac{Y_{pq, \delta\delta} (Z_{\delta i} - Z_{\delta i})}{Y_{pq, pq}}$$

Si no existe acoplamiento mutuo y p no es nudo de referencia.

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$$

Si no existe acoplamiento mutuo y p es nudo de referencia se tiene:

$$Z_{li} = -Z_{qi}$$

Para calcular Z_{ll} , se inyecta una corriente en la barra l_{th} , con la barra q como referencia, calculándose el voltaje en la barra l_{th} con respecto a la barra q. Como todas las corrientes de barra son iguales a cero, se tiene que:

$$E_k = Z_{kl} I_l$$

$$E_l = Z_{ll} I_l \quad K=1,2, \dots m.$$

Haciendo $I_l = 1$ pu se puede calcular Z_{ll} , conociéndose E_l . La corriente en el elemento p-l es:

$$i_{pl} = -I_l = -1$$

$$i_{pl} = Y_{pl, pl} V_{pl} + Y_{pl, q\delta} V_{q\delta} = -1$$

Y como:

$$Y_{pl, q\delta} = Y_{pq, q\delta}$$

$$Y_{pl, pl} = Y_{pq, pq}$$

entonces:

$$V_{pl} = \frac{-1 + Y_{pq, q\delta} V_{q\delta}}{Y_{pq, pq}} \quad \text{luego según}$$

$$E_l = E_p - E_q - V_{pl} \quad \text{se tiene}$$

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \frac{1 + Y_{pq, \varphi \delta} (Z_{\varphi l} - Z_{\delta l})}{Y_{pq, pq}}$$

Si no hay acoplamiento mutuo, la expresión de Z_{ll} se convierte en:

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq, pq}$$

Si p es nudo de referencia y si existe acoplamiento mutuo se tiene lo siguiente:

$$Z_{ll} = -Z_{ql} + z_{pq, pq} (1 + Y_{pq, \varphi \delta} (Z_{\varphi l} - Z_{\delta l}))$$

Si no hay acoplamiento mutuo y p es nudo de referencia la expresión de Z_{ll} se convierte en:

$$Z_{ll} = -Z_{ql} + z_{pq, pq}$$

Los elementos así calculados por medio de las expresiones de Z_{li} y Z_{ll} , deberán ser modificados con la finalidad de anular la barra o nudo ficticio l .

El nudo ficticio l puede ser eliminado cortocircuitando la fuente de voltaje e_l luego según la expresión.

$$E_{BUS} = Z_{BUS} I_{BUS} + Z_{il} I_l$$

$$e_l = Z_{ij} I_{BUS} + Z_{ll} I_l = 0$$

$i=j = 1, 2, \dots m$

$$I_l = \frac{-Z_{ij} I_{BUS}}{Z_{ll}}$$

$$E_{\text{BUS}} = \left(Z_{\text{BUS}} - \frac{Z_{i\ell} Z_{\ell j}}{Z_{\ell\ell}} \right) I_{\text{BUS}}$$

$$Z_{\text{BUS}} \text{ (Modificada)} = Z_{\text{BUS}} \text{ (antes de la modificación)} - \frac{Z_{i\ell} Z_{\ell j}}{Z_{\ell\ell}}$$

Donde cualquier elemento de la Z_{BUS} (modificada) es:

$$Z_{ij}(\text{modificada}) = Z_{ij} \text{ (antes de la modificación)} - \frac{Z_{i\ell} Z_{\ell j}}{Z_{\ell\ell}}$$

Considérase el ejemplo siguiente, donde se ilustra un sistema de 4 barras interconectado por líneas de transmisión, el mismo que servirá para una mejor comprensión del método.

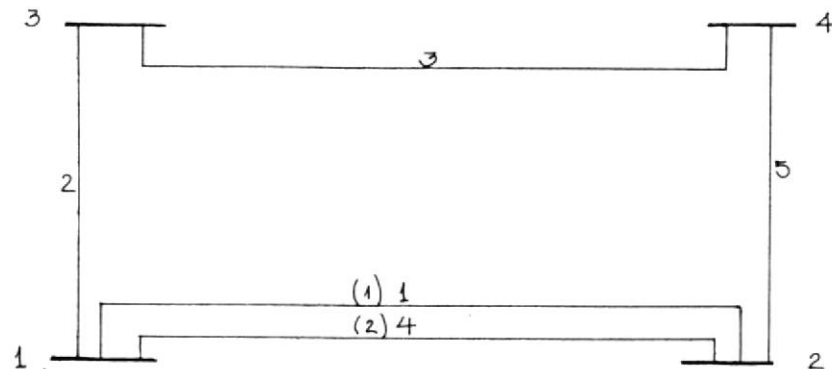


Fig.3.4
Sistema
Eléctrico

Número del elemento	Código de barra p-q	Impedancia propia	Código de barra r-s	Impedancia Z_{pq} , r_s
1	1-2 (1)	0,6		
4	1-2 (2)	0,4	1-2 (1)	0,2
2	1-3	0,5	1-2 (1)	0,1
3	3-4	0,5		
5	2-4	0,2		

Para la formación de la Matriz de Impedancia de barra - se irá añadiendo un elemento a la vez en el orden indicado en la tabla anterior, primera columna.

El nudo 1 es seleccionado como referencia. El orden de añadir los elementos y la ubicación en el sistema determinará si el elemento debe ser considerado como un lazo o como una rama.

- 1) Como primer paso añadimos el elemento 1 desde el nudo 1 al nudo 2 según la figura siguiente.

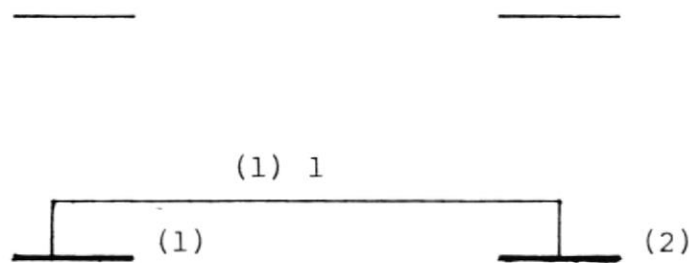


Fig.
3.5

$p = 1$, $q = 2$ y en este caso p es nudo de referencia y como el elemento 1 es una rama, pues no cierra circuito se utilizarán las ecuaciones para Z_{qi} y Z_{qq} , encontradas anteriormente.

$$Z_{BUS} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

Z_{11} , Z_{12} y Z_{21} son cero pues p es nudo de referencia

luego la $Z_{22} = z$ propia del elemento.

$$Z_{\text{BUS}} = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 0,6 \end{array}$$

3) En el paso siguiente se añade el elemento 4, desde $p=1$ a $q=2$, mutuamente acoplado con el elemento 1. En este paso p es nudo de referencia y se formaría la siguiente figura.

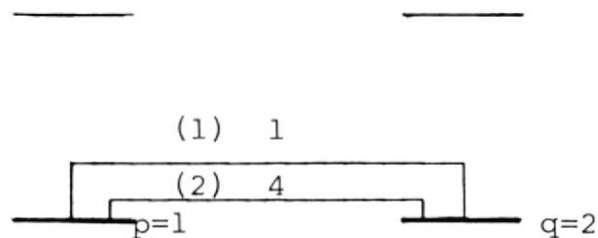


Fig.
3'6

Como se podrá notar en este caso al añadirse este elemento, se forma un lazo, luego se lo incorporará como un lazo.

La Matriz de Admitancia aumentada con el nudo ficticio será:

$$Z_B = \begin{array}{c|cc} & 0,6 & z_{2l} \\ \hline & z_{l2} & z_{ll} \end{array}$$

Los valores de Z_{11} , Z_{12} , Z_{21} , iguales a cero no es ne-

cesario colocarlos y es por esa razón que la Matriz de Impedancia parcial se la representa de esa forma.

Nótese que hay que encontrar los elementos $Z_{2\ell} = Z_{\ell 2}$ y $Z_{\ell\ell}$ y luego anular la fila y columna aumentada, pues - como se analizó anteriormente las dimensiones de la Matriz no varían.

$$Z_{\ell i} = Z_{pi} - Z_{qi} + \frac{Y_{pq, \ell} (Z_{qi} - Z_{\delta i})}{Y_{pq, pq}}$$

p es nudo de referencia luego Z_{pi} es cero en este caso. $i = 2$ luego el elemento a calcularse será:

$$Z_{\ell 2} = Z_{2\ell} = -Z_{22} + \frac{Y_{12(2)12(1)} (Z_{12} - Z_{22})}{Y_{12(2)12(2)}}$$

q=2 luego $Z_{qi} = Z_{22}$.-

$Y_{12(2)12(1)}$ representa la Admitancia mutua entre el valor de la Admitancia propia del elemento añadido con el vector de Admitancia primitiva antes de añadir el segundo elemento.

$$Z_{\ell\ell} = -Z_{2\ell} + \frac{1 + Y_{12(2)12(1)} (Z_{1\ell} - Z_{2\ell})}{Y_{12(2)12(2)}}$$

De la Matriz parcial del paso 1 se tiene que $Z_{12} = Z_{1\ell} = 0$ pues sus valores no existen.

La Matriz de Impedancia primitiva del Circuito Parcial se la representará a continuación para una vez obtenida la inversa obtener los valores de admitancia deseados.

$$Z_{\delta\delta} = \begin{array}{c} 1-2(1) \\ 1-2(2) \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 0,6 & 0,2 \\ \hline 0,2 & 0,4 \\ \hline \end{array}$$

Los valores encerrados se los obtiene de los datos del problema.

$$Z_{\delta\delta}^{-1} = Y_{\delta\delta} = \begin{array}{c} 1-2(1) \\ 1-2(2) \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & -1 \\ \hline -1 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$Z_{22} = Z_{\ell 2} = -Z_{22} + \frac{Y_{12}(2) \quad 12(1) (Z_{12} - Z_{22})}{Y_{12}(2) \quad 1 \quad 2(2)}$$

$$Z_{22} = Z_{\ell 2} = -0,6 + \frac{(-1) (0 - 0,6)}{3} = -0,4 = Z_{12} = Z_{21}$$

$$Z_{\ell\ell} = 0,4 + \frac{1 + (-1) (0 + 0,4)}{3} = 0,6 = Z_{11} = Z_{22}$$

La nueva matriz parcial será entonces:

$$Z_{\text{BUS}} = \begin{array}{|c|c|} \hline 0,6 & -0,4 \\ \hline -0,4 & 0,6 \\ \hline \end{array}$$

Pero como el elemento añadido era un lazo, la dimensión de la matriz obtenida en el primer paso no cambia, para lo cual empleamos las ecuaciones para hallar la $Z_{\text{modificada}}$.

$$\begin{aligned} Z'_{22} &= Z_{22} - \frac{Z_{2l} Z_{l2}}{Z_{ll}} \\ &= 0,6 - \frac{(-0,4) (-0,4)}{0,6} = 0,3333 \\ Z_{22} &= 2 \begin{matrix} 2 \\ \boxed{0,333} \end{matrix} \end{aligned}$$

El valor de la Matriz parcial del primer paso cambio de 0,6 a 0,333 pero su dimensión permanece la misma.

(3) Como siguiente paso se añade el elemento 2, desde la barra 1, que es la referencia a $q=3$ mutuamente acoplado con el elemento 1, según se puede apreciar en la figura 3.7.

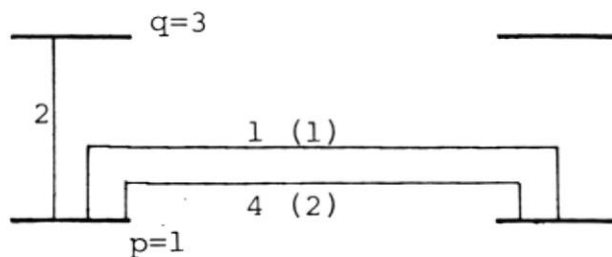


Fig.
3.7

Al añadir el elemento 2 se lo hará considerándose como una rama, lo cual modificará la impedancia de la barra Z_{BUS} parcial aumentando una nueva fila y columnas de elementos según se observa en la Matriz siguiente.

$$Z_{\text{BUS}} \begin{array}{|c|c|} \hline 0,333 & Z_{23} \\ \hline Z_{32} & Z_{33} \\ \hline \end{array}$$

p es nudo de referencia luego $Z_{pi} = 0$

$$* Z_{qi} = Z_{iq} = \frac{(Z_{\varphi i} - Z_{\delta i}) Y_{pq, \varphi \delta}}{Y_{pq, pq}}$$

$$i = 1, 2 \dots m$$

$$i \neq q$$

$$i = 2 \text{ elemento}$$

$$* Z_{23} = Z_{32} = \frac{Y_{13,12(1)} Y_{13,12(2)} (Z_{12} - Z_{22})}{Y_{13,13}}$$

$$* Z_{qq} = Z_{pq}^0 + \frac{1 + Y_{pq, \varphi \delta} (Z_{\varphi q} - Z_{\delta q})}{Y_{pq, pq}}$$

$$* Z_{33} = \frac{1 + Y_{13,12(1)} Y_{13,12(2)} (Z_{13} - Z_{23})}{Y_{13,13}}$$

$Z_{12} = Z_{13} = 0$ pues son valores inexistentes

Se deberá obtener la Matriz de ZImpedancia primitiva, - sacar la inversa y de esa forma se conseguirán los valores de Admitancias necesarios.

$$\left[z_{\rho\delta, \rho\delta} \right] = \begin{array}{l} \begin{array}{c} 1-2(1) \\ 1-2(2) \\ 1-3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1-2(1) \\ 1-2(2) \\ 1-3 \end{array} \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1-2(1) & 1-2(2) & 1-3 \\ \hline 0,6 & 0,2 & 0,1 \\ \hline 0,2 & 0,4 & \\ \hline 0,1 & & 0,5 \\ \hline \end{array}$$

$$z_{\rho\delta, \rho\delta} = Y_{\rho\delta, \rho\delta} \begin{array}{l} \begin{array}{c} 1-2(1) \\ 1-2(2) \\ 1-3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1-2(1) \\ 1-2(2) \\ 1-3 \end{array} \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1-2(1) & 1-2(2) & 1-3 \\ \hline 2,08333 & -1,0417 & -0,4167 \\ \hline -1,0417 & 3,0208 & 0,2083 \\ \hline -0,4167 & 0,2083 & 2,0833 \\ \hline \end{array}$$

Entonces:

$$Z_{32} = Z_{23} = \frac{(-0,4167) (0,2083) \frac{(-0,333)}{2,0833}}{2,0833} = 0,0333$$

$$Z_{32} = Z_{23} = 0,0333$$

$$Z_{33} = \frac{1 + (-0,4167) (0,2083) \frac{(-0,333)}{2,0833}}{2,0833} = 0,4833$$

Luego la nueva Matriz de Impedancia de barra parcial será la siguiente:

$$Z_{BUS} = \begin{array}{l} \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 3 \\ \hline 0,333 & 0,0333 \\ \hline 0,333 & 0,4833 \\ \hline \end{array}$$

El siguiente paso consiste en añadir el elemento 3, desde $p=3$ a $q=4$ no acoplado mutuamente a ningún elemento. En este caso p no es nudo de referencia. Se añade este elemento según se muestra en la figura 3.8.

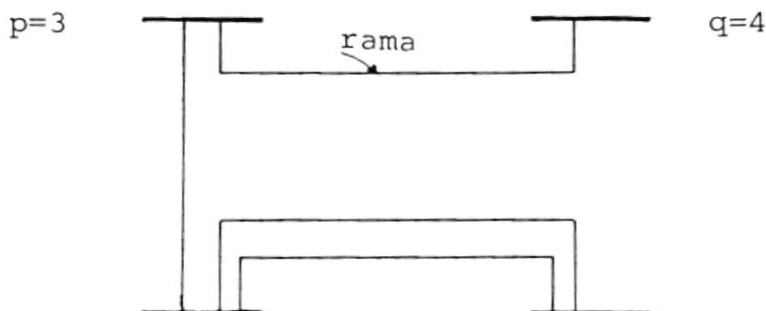


Fig.
3.8

Como al añadir el elemento 3 no forma un circuito cerrado, este elemento se lo considerará como una rama.

Luego la Matriz de Impedancia se aumentará en una fila y en una columna según se ilustra en la Matriz.

$$Z_{BUS} = \begin{array}{c|ccc} & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 0,333 & 0,0333 & Z_{24} \\ 3 & 0,0333 & 0,4833 & Z_{34} \\ 4 & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{array}$$

de la Eq 3.1

$$Z_{qi} = Z_{pi}$$

$$Z_{24} = Z_{42} = Z_{32} = 0,0333$$

$$Z_{34} = Z_{43} = Z_{33} = 0,4833$$

$$Z_{qq} = Z_{44} = Z_{34} + Z_{pq,pq} = 0,4833 + 0,5 = 0,9833$$

Se utiliza $Z_{qi} = Z_{pi}$ por que se trata del caso de añadir una rama cuando no existe acoplamiento mutuo y p no es nudo de referencia.

La nueva Matriz de Impedancia parcial será:

$$Z_{BUS} =$$

	2	3	4
2	0,3333	0,0333	0,0333
3	0,0333	0,4833	0,4833
4	0,0333	0,4833	0,9833

El elemento Z_{qq} resulta de la ecuación

$$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq,pq}$$

$z_{pq,pq}$ es la impedancia propia del elemento entre las barras 3 y 4, obteniéndose este valor de la tabla del problema donde se observan los datos.

Por último se añade el elemento 5 como un lazo desde $p=2$ hasta $q=4$, no existiendo acoplamiento mutuo y en este caso p no es nudo de referencia.

$$Z_{BUS} =$$

	2	3	4	ℓ
2	0,333	0,0333	0,0333	$Z_{2\ell}$
3	0,0333	0,4833	0,4833	$Z_{3\ell}$
4	0,0333	0,4833	0,9833	$Z_{4\ell}$
ℓ	$Z_{\ell 2}$	$Z_{\ell 3}$	$Z_{\ell 4}$	$Z_{\ell\ell}$

Se utilizarán las expresiones siguientes:

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} \quad \text{para los elementos } Z_{li} \text{ y}$$

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq,pq}$$

$$Z_{2l} = Z_{l2} = Z_{22} - Z_{42} = 0,333 - 0,0333 = 0,3$$

$$Z_{3l} = Z_{l3} = Z_{23} - Z_{43} = 0,0333 - 0,4833 = 0,45$$

$$Z_{4l} = Z_{l4} = Z_{24} - Z_{44} = 0,0333 - 0,9833 = -0,95$$

$$Z_{ll} = Z_{2l} - Z_{4l} + z_{pq,pq} = 0,3 + 0,95 + 0,2 = 1,45$$

La Matriz aumentada será entonces:

	2	3	4	l
2	0,333	0,0333	0,0333	0,30
3	0,033	0,4833	0,4833	-0,45
4	0,0333	0,4833	0,9833	-0,95
l	0,3	-0,45	-0,95	1,45

Ahora se debe eliminar la fila y columna según la expresión.

$$Z_{ij} \text{ (modificada)} = Z_{ij} \text{ (antes de la modificación)} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

En estas expresiones i y j van tomando los valores siguientes:

$$Z'_{22} = Z_{22} - \frac{Z_{2l} Z_{l2}}{Z_{ll}} = 0,333 - \frac{(0,3)(0,3)}{1,45} = 0,2712$$

$$Z'_{23} = Z_{32} = Z_{23} - \frac{Z_{2l} Z_{l3}}{Z_{ll}} = 0,0333 - \frac{(0,3)(-0,45)}{1,45} = 0,1263$$

$$Z'_{24} = Z'_{42} = Z_{24} - \frac{Z_{2l} Z_{l4}}{Z_{ll}} = 0,2298$$

$$Z'_{33} = Z_{33} - \frac{Z_{3l} Z_{l3}}{Z_{ll}} = 0,3436$$

$$Z'_{34} = Z_{43} = Z_{34} - \frac{Z_{3l} Z_{l4}}{Z_{ll}} = 0,1885$$

$$Z'_{44} = Z_{44} - \frac{Z_{4l} Z_{l4}}{Z_{ll}} = 0,36$$

Luego la Matriz de Impedancia de barra definitiva será la siguiente:

$$Z_{\text{BUS}} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0,2712 & 0,1263 & 0,2298 \\ \hline 0,1263 & 0,3436 & 0,1885 \\ \hline 0,2298 & 0,1885 & 0,3609 \\ \hline \end{array}$$

Se ha revisado pues la construcción de la Matriz Z_{BUS} , sin incluir el equivalente V , la misma que servirá para el nuevo método.

3.3 ALGORITMO PARA LA CONSTRUCCION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIA INCLUYENDO EL EQUIVALENTE V.-

En el numeral anterior se revisó el algoritmo para la formación de la Matriz de Impedancia de barra, con acoplamiento simétrico para sistemas balanceados, es decir $Z_{iq} = Z_{qi}$.

La introducción del equivalente V de un banco de transformadores en Δ - Y introduce un acoplamiento no simétrico, lo cual conlleva variaciones en la manera o procedimiento de la formación de la Matriz de Impedancia de barra. De lo anterior se tendrá entonces que $Z_{iq} \neq Z_{qi}$.

Por lo tanto un nuevo algoritmo se hace necesario implementar para la inclusión del equivalente V con cada uno de sus elementos.

Las condiciones que deben cumplirse para introducir un elemento del equivalente V como una rama o como un lazo dentro del método de la formación de la Matriz de Impedancia, se explicarán con detalle, de tal forma que se facilite una mejor comprensión.

El algoritmo fue desarrollado usando la notación y metodología general adoptada por G.W.Stagg y A.H. El-Abiad.

Las ecuaciones usadas en el método se las indican en -

las tablas I y II que a continuación se presentan.

TABLA I

Adición de una rama con acoplamiento no simétrico.-

$$Z_{qi} = Z_{pi} + \frac{(Z_{ri} - Z_{si}) Y_{pq,rs}}{Y_{pq,pq}}$$

donde $i = 1, 2, \dots, m$

siendo $i \neq q$

$$Z_{iq} = Z_{ip} + \frac{Y_{rs,pq} (Z_{ir} - Z_{is})}{Y_{pq,pq}}$$

donde $i = 1, 2, \dots, m; i \neq q$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + \frac{1 + Y_{pq,rs} (Z_{rq} - Y_{sq})}{Y_{pq,pq}}$$

Cuando no existe acoplamiento.-

$$Z_{qi} = Z_{pi} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq q$$

$$Z_{iq} = Z_{ip} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq q$$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq,pq}$$

TABLA II

Adición de un lazo con acoplamiento no simétrico.-

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} + \frac{Y_{pq,rs} (Z_{ri} - Z_{si})}{Y_{pq,pq}}$$

donde $i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq l$

$$Z_{il} = Z_{ip} - Z_{iq} + \frac{Y_{rs,pq} (Z_{ir} - Z_{is})}{Y_{pq,pq}}$$

donde $i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq l$

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \frac{1 + Y_{pq,rs} (Z_{rl} - Z_{sl})}{Y_{pq,pq}}$$

Cuando no existe acoplamiento.

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l$$

$$Z_{il} = Z_{ip} - Z_{iq} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l$$

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq,pq}$$

Para la modificación de los valores encontrados, pues - la adición de un lazo no altera las magnitudes o dimensiones de la Matriz será:

$$Z_{ij} \text{ modificada} = Z_{ij} \text{ original} + \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$$

Las tablas sumorizan las ecuaciones necesarias para la formación de la Matriz de Impedancia cuando se añade una rama o un lazo al circuito parcial, existiendo equivalentes V . Las ecuaciones se ven alteradas también si p es nudo de referencia, en este caso como en el método ya analizado los elementos Z_{pi} o Z_{ip} son cero.

Lo que se resalta en este método es que se obtiene una Matriz asimétrica, es decir $Z_{iq} \neq Z_{qi}$.

Las ecuaciones presentadas permiten la formación de la Matriz de Impedancia e incorporan los elementos del equivalente V según condiciones que serán analizadas a continuación.

Las técnicas usadas en computación para el método tradicional se ven prácticamente alteradas pero en un grado mínimo, es decir el nuevo método se adapta fácilmente a la computación.

La Matriz de Admitancia primitiva del equivalente V de un banco de transformadores es singular pues la corriente magnetizante del transformador se desprecia. Luego el equivalente V requiere algunas consideraciones especiales en atención de incorporarlo en la Matriz Z_{BUS} .

El algoritmo que forma la Matriz de Impedancia añade un elemento en un tiempo, sea éste rama o lazo al circuito parcial. Los elementos del gráfico V acoplados entre -

si, son añadidos en igual forma, uno a un tiempo.

Para proceder a la incorporación del primer elemento del gráfico V, este se lo debe considerar como elemento desacoplado, pues el otro elemento al cual está acoplado no forma parte aún del circuito parcial.

Por esta razón el primer elemento del gráfico V se lo añadirá como una rama o un lazo, de acuerdo a las ecuaciones presentadas en las tablas I y II, considerándose que no está acoplado.

Esta primera consideración es importante, pues al añadirlo se lo considera como elemento no acoplado, lo cual en cierta forma facilita el método.

La Matriz Coeficiente de Admitancias, es una matriz singular, es decir las impedancias propias y mutuas del equivalente V son infinitas o indefinidas.

Esta Matriz de Admitancia, que forma parte de la ecuación que define el equivalente V, forma parte tanto en la secuencia positiva como negativa. Luego si la impedancia propia del elemento del equivalente V es infinita, entonces el primer elemento del gráfico V no puede ser añadido como una rama.

La adición de una rama con impedancia infinita es teóricamente posible, pero resultan cálculos incorrectos, -

cuando se añade un lazo de impedancia finita al circuito parcial.

Esto resulta del análisis de la ecuación siguiente:

$$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq} \text{ } pq$$

Luego Z_{qq} tendería al infinito y si luego se añade un lazo la siguiente ecuación:

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq,pq}$$

presentaría problemas, pues si es introducido en métodos computacionales, la limitación de la computadora sería un obstáculo cuando se debe ejecutar la modificación de la Z_{BUS} , cuando se debe computar la diferencia entre números grandes cercamente iguales.

Cuando se añade un lazo de impedancia infinita al circuito parcial, la Matriz de Impedancia no se modifica - pues de acuerdo a la ecuación:

$$Z_{ij} \text{ (modificada)} = Z_{ij} \text{ (original)} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll} \rightarrow \infty}$$

Luego el cálculo para este elemento puede ser ^{MUY} paseado del todo y el cálculo del próximo elemento ejecutado. Por lo tanto, si el primer elemento de un gráfico V en la secuencia positiva o negativa, tiene una impedancia propia infinita, este elemento debe ser añadido como un lazo como sucedería si la Matriz Coeficiente de Admitancia es singular.

- Para tener el valor de la $z_{pq,pq}$, del elemento, en la secuencia positiva o negativa se deberá obtener la ecuación del equivalente V del elemento en ambas secuencias para ver si este valor es infinito y luego añadirlo como un lazo.

En la secuencia cero del equivalente V de un banco de transformadores Δ -Y no hay desface o acoplamiento mutuo.

Esto resulta del hecho que la secuencia cero de las corrientes y voltajes terminales en el lado Δ son cero.

Para esta secuencia, las Matrices de Impedancia y Admitancias primitivas del equivalente V se reducen a una Matriz diagonal en este caso.

La impedancia diagonal, correspondiente a la impedancia propia del elemento sobre el lado delta del equivalente V es infinito o lo que es lo mismo, la admitancia propia es cero ya que no hay conexión eléctrica a tierra.

La impedancia infinita del elemento de secuencia cero debe ser añadida como un lazo cuando es incorporado dentro del circuito parcial.

El elemento de secuencia cero es añadido como el primero o el segundo elemento del gráfico V.

El primer elemento entonces, viene a ser el elemento de admitancia que en las ecuaciones tienen las letras r y s.

→ Resumiendo las condiciones que deben ser cumplidas para introducir los elementos del equivalente V dentro del método que forma la Matriz de Impedancia de barra, se anotará lo siguiente:

- a) Asumir que todos los elementos correspondientes en todas las secuencias son sumadas en el mismo orden.
- b) Asumir que la Matriz de Admitancia primitiva para todos los equivalentes V son singulares. *(supuesto)*
- c) Para todas las secuencias, el primer elemento del gráfico V es añadido como un lazo.
- d) El segundo elemento del gráfico V se lo añade como un lazo si la Impedancia propia de la secuencia cero es infinita, de lo contrario debe ser añadido como una rama.

En el capítulo siguiente se ilustrará con un ejemplo la aplicación del método y además se compara con el método que no considera el equivalente V.

Como se puede observar entonces, se han expuesto las vías o medios por los cuales se pueden introducir los

Es recomendable que los elementos correspondientes en las tres secuencias del circuito deben ser añadidos en el mismo orden; es decir, si un elemento del gráfico V en la secuencia positiva del circuito es el tercer elemento a ser añadido al circuito parcial, los elementos correspondientes en la secuencia negativa y cero deberán ser añadidos como tercer elemento al circuito parcial.

Si el lado Y de un banco Δ -Y está aterrizada, el valor de la admitancia del elemento en el equivalente V tiene un valor finito. Entonces el segundo elemento de los gráficos V en todas las secuencias se lo añade como una rama o un lazo dependiendo del valor de la Admitancia propia del segundo elemento en la secuencia Cero del Circuito.

Es decir, si el valor de la Admitancia del segundo elemento en la secuencia cero es cero, el segundo elemento del gráfico V se lo añadirá como un lazo y se lo añadirá como una rama a este segundo elemento, si el valor de la admitancia en la secuencia cero es finita.

Al añadir el segundo elemento del gráfico V, se introduce el efecto de acoplamiento mutuo; es decir, se deberán emplear las ecuaciones que consideren el efecto de acoplamiento.

equivalentes V dentro del algoritmo que forma la Matriz de Impedancia de barra con acoplamiento asimétrico.

CAPITULO IV

ANÁLISIS DE CORTO CIRCUITO INCORPORANDO EL EQUIVALENTE V.

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analizará con un ejemplo la formación de la Matriz de Impedancia Z_B .

Se procederá a continuación a revisar la formación de la Matriz de Impedancia Asimétrica Z_B con el mismo ejemplo, indicándose las diferencias y ventajas.

Se indicará además las consideraciones necesarias para la implementación de la Matriz Z asimétrica en el Análisis de Corto Circuito.

Durante muchos años y hasta la actualidad el estudio de modelos matemáticos que representen el Comportamiento de Sistemas Complejos ha sido, es y será un campo muy -
basta para la investigación.

Las investigaciones han sido dirigidas también a considerar la inclusión de elementos de fase desfazada en el análisis de sistemas.

Como ejemplo de uno de esos elementos se tiene, el banco de transformadores en Δ - Y , el cual es directamente incluido en el análisis considerando el desfaze de los 30° .

En parte se analizó, en el capítulo anterior esta inclusión del banco de transformadores en $\Delta - Y$. Recién por el año 1961, empieza a descubrirse las ventajas del uso de la Computación para análisis de Corto Circuito en - Sistemas de Potencia, gracias a los trabajos de G.E.Taylor y E.H.Mac Donald quienes comenzaron a dar puntos de vista diferentes que hacían resaltar las ventajas del uso de la Computación.

Ante tal crecimiento, se hizo necesaria la creación de modelos matemáticos de elementos de fase desfazada los mismos que serían incorporados dentro de estudios completos de Sistemas Eléctricos para métodos Computacionales.

Pero no todos los modelos presentan técnicas factibles para ser incorporados, pues cada cual tiene condiciones especiales y no prácticas.

El modelo que representa el banco de transformadores en $\Delta - Y$, y que se denomina el equivalente V es de práctica inclusión y su método es factible.

Esta inclusión por medio del equivalente V es factible no solo para el tipo de conexión antes mencionado, sino para cualquier tipo de conexión de transformadores 3ϕ .

En otras palabras, el equivalente V provee una solución significativa al modelo matemático del banco de transformadores $\Delta - Y$.

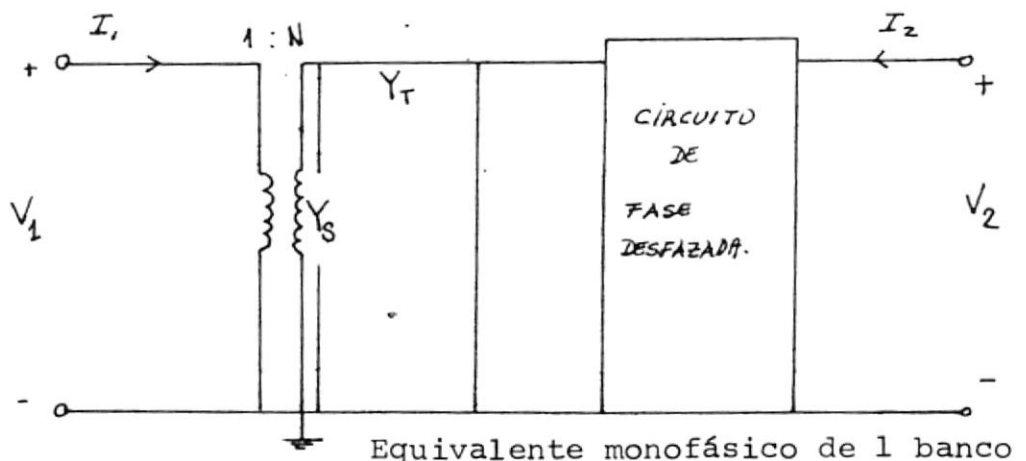
Una vez incorporado el equivalente V de un banco de transformadores en $\Delta - Y$ en la Matriz de Impedancia, para cada secuencia, positiva, negativa y cero, se utilizan en las ecuaciones de Corto Circuito para una falla de línea a tierra.

De los resultados obtenidos se concluye que elementos de fase desfazada, pueden integrar un modelo de un Sistema de Potencia.

Como comentario final, se puede decir que los valores de corriente y voltaje pueden ser obtenidos directamente y sus valores correctos sin necesidad de realizar cálculos posteriores para corregir los valores obtenidos por efecto de la fase desfazada.

4.2 CONSIDERACIONES GENERALES PARA EL ESTUDIO DEL CORTOCIRCUITO INCORPORANDO EL EQUIVALENTE V .

Se considera en primera instancia, el equivalente monofásico de un banco trifásico en $\Delta - Y$ como se muestra en la figura 4.1.



Equivalente monofásico de l banco

Fig. 4.1

Y - Δ

Este equivalente monofásico del banco 3ϕ en $\Delta - Y$ consiste de una cascada de 2 puertas conformada por:

- Un transformador ideal con un equivalente línea a neutro de N número de vueltas.
- Un bloque de 2 puertas de Admitancias, el cual contiene resistencias e inductancias asociadas con el transformador.
- Un bloque de 2 puertas de fase desfazada para simular o representar el desfazamiento de un transformador en $\Delta - Y$.

Es materia de este capítulo revisar el equivalente V de un banco de transformadores en $\Delta - Y$ para luego entrar en las consideraciones necesarias para el estudio de Corto Circuito.

En la fig. 4.1, si $\theta = 0^\circ$ es decir si no hay desfaze, entonces el equivalente se traduce en un equivalente de línea neutro de un banco Y-Y ó $\Delta - \Delta$.

Para uniformidad del modelo, las admitancias y el desfaze son transferidos al lado de alta del transformador.

En el Capítulo II se encontró que la Ecuación que define al circuito de la fig. 4.1 está representada por:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 Y_{11} & N Y_{12} e^{j\theta} \\ N Y_{21} e^{-j\theta} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.1}$$

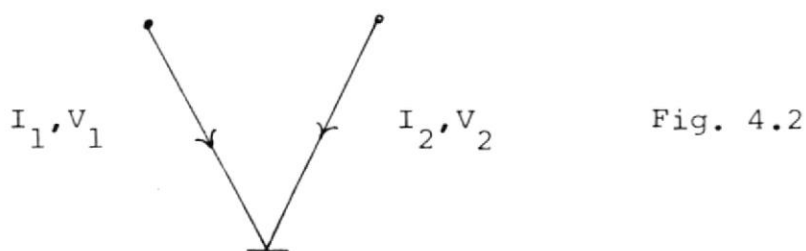
Si se reemplaza los valores de admitancia del circuito equivalente, entonces la ecuación general 4.1 se particulariza al caso tratado de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 (Y_T + Y_S) & N(-Y_T) e^{j\theta} \\ N (-Y_T) e^{-j\theta} & Y_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.2}$$

Despreciando la corriente de excitación del transformador, la ecuación se traduce en la siguiente:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 Y_T & -N Y_T e^{j\theta} \\ -N Y_T e^{-j\theta} & Y_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.3}$$

El gráfico V del equivalente se lo representa según la figura 4.2



Los voltajes y corrientes asociados con cada elemento del gráfico representa los voltajes y corrientes en cada uno de los terminales.

En la ecuación 4.3, la Matriz Coeficiente de Admitancias,

tiene la diagonal de entrada con valores propios de admitancia y la diagonal final, representa la Admitancia Mutua entre los elementos del gráfico.

La Ecuación 4.3 y el gráfico de la figura 4.2 representan el equivalente V de un transformador de una fase a tierra.

La Ecuación 4.3 demuestra que los elementos del gráfico V están acoplados asimétricamente pues $-NY_T e^{-j\theta} \neq -NY_T e^{j\theta}$ para $\theta \neq 0^\circ$.

La Matriz Coeficiente de la ecuación 4.3 es singular - porque se asumió que $Y_s = 0$.

Ambas de estas consideraciones, es decir el acoplamiento asimétrico y la singularidad de la Matriz Coeficiente de Admitancias tienen que ser tomadas en cuenta por el algoritmo para la construcción de la Matriz Z_{BUS} , según se revisó en el capítulo anterior.

El equivalente V será usado en cada una de las secuencias del circuito que servirá de ejemplo, resaltándose de singular importancia el banco en $\Delta - Y$.

La Matriz Z_B con el equivalente V del banco en $\Delta - Y$ incluido, debe construirse para cada secuencia.

Los valores de los diferentes elementos de las matrices así encontrados son usados en las ecuaciones de corto -

circuito, que en nuestro caso será la de una línea a tierra o puede ser para cualquier caso de fallo asimétrico.

Cuando se modela a un componente de fase desfazada sin transformación de voltaje y corriente, entonces debe omitirse el transformador ideal, en este caso entonces el valor de N será igual a 1.

Si se quiere representar un banco Y-Y o Δ - Δ por el equivalente V , el gráfico de la figura 4.2 permanece igual solo que en este caso $\theta = 0$ en la ecuación 4.3.

Es decir, se trata de salvar los equivalentes "activos" que origina la representación de un banco en Δ -Y los mismos que introducen complicaciones en las ecuaciones para buscar una solución.

La rotación asumida sera a-b-c para los elementos rotantes del circuito 3ϕ .

Las recomendaciones de la American Standard para el tipo de conexión Δ -Y se deben tomar en cuenta; es decir, el lado de las X y el lado de las H para voltajes y corrientes para las secuencias (+) y negativas se relacionan como sigue.

$$V_{AN1} = V_{an1} e^{-j30^\circ}$$

$$V_{AN2} = V_{an2} e^{j30^\circ}$$

$$I_{A1} = I_{a1} e^{-j30^\circ}$$

$$I_{A2} = I_{a2} e^{j30^\circ}$$

Representando las letras mayúsculas el lado de baja tensión y las letras menores el lado de alta tensión.

$\theta = -30^\circ$ para la secuencia positiva y $\theta = 30^\circ$ para la secuencia negativa.

Para la Secuencia Cero, no hay fase desfazada luego $\theta = 0^\circ$.

Las ecuaciones de Corto Circuito deberán implementarse para aceptar acoplamiento mutuo en las secuencias + y - pues el equivalente V tiene acoplamiento mutuo asimétrico.

Como θ es diferente en las secuencias + y - no puede ser asumido que las impedancias para ambos circuitos sean del mismo valor, por lo tanto Z_{BUS} de la secuencia positiva será diferente de la Z_{BUS} de la secuencia negativa.

Los voltajes de prefalla a través del sistema para el cálculo de las corrientes y voltajes en la falla y a través del sistema son de singular importancia.

Esto es, debe existir una norma o capacidad para situar los voltajes de prefalla en las barras en cualquier ángulo deseado y en magnitud para luego confeccionar las Ecuaciones de Corto Circuito.

Despreciando las corrientes de prefalla, la magnitud de los voltajes para todas las barras en el circuito es 1.0 p.u. pero el valor del ángulo para cada voltaje de barra de prefalla puede variar dependiendo de la región en la cual está la barra localizada.

A continuación se define lo que es una región en un Circuito Eléctrico. Se conoce como región a un subcircuito del circuito del cual está eléctricamente aislado, pero magnéticamente acoplado a sus componentes.

El American Standard recomienda para transformadores Δ -Y que el voltaje H1 a H2 adelanta al voltaje X1 a X2 por 30° ya sea que el devanado Δ o Y esté sobre el lado de alta o el lado de baja tensión.

De lo anterior se tiene que en la secuencia positiva del circuito, cuando una región está adyacente y acoplada a una región de referencia por medio de un banco de transformadores Δ -Y, el vector de voltaje de prefalla en la región adyacente adelanta al vector de voltaje en la región de referencia por 30° grados si el transformador es elevador y atrasa 30° si el transformador es reductor.

Es decir, si se tiene que los voltajes de prefalla en la región de referencia son 1 p.u en un ángulo de 0° , las regiones adyacentes conectadas por un transformador elevador tienen un voltaje de 1 p.u con un ángulo de $+$

30°grados. En igual forma, las regiones adyacentes conectadas a la región de referencia por un transformador reductor tienen un voltaje de 1 p.u con un ángulo de 30°grados.

El gráfico equivalente del Circuito de Potencia total, incluyendo el equivalente V es el mismo para todas las secuencias del circuito, pero los valores de admitancia propia y mutua de los equivalentes V son diferentes para cada secuencia.

4.3 EJEMPLO DE LA CONSTRUCCION DE LA Z_{BARRA} SIN EL EQUIVALENTE V PARA FALLA DE LINEA A TIERRA.

Las conexiones de los transformadores se asumen, están realizadas según el Standard Americans.

Sea el sistema siguiente:

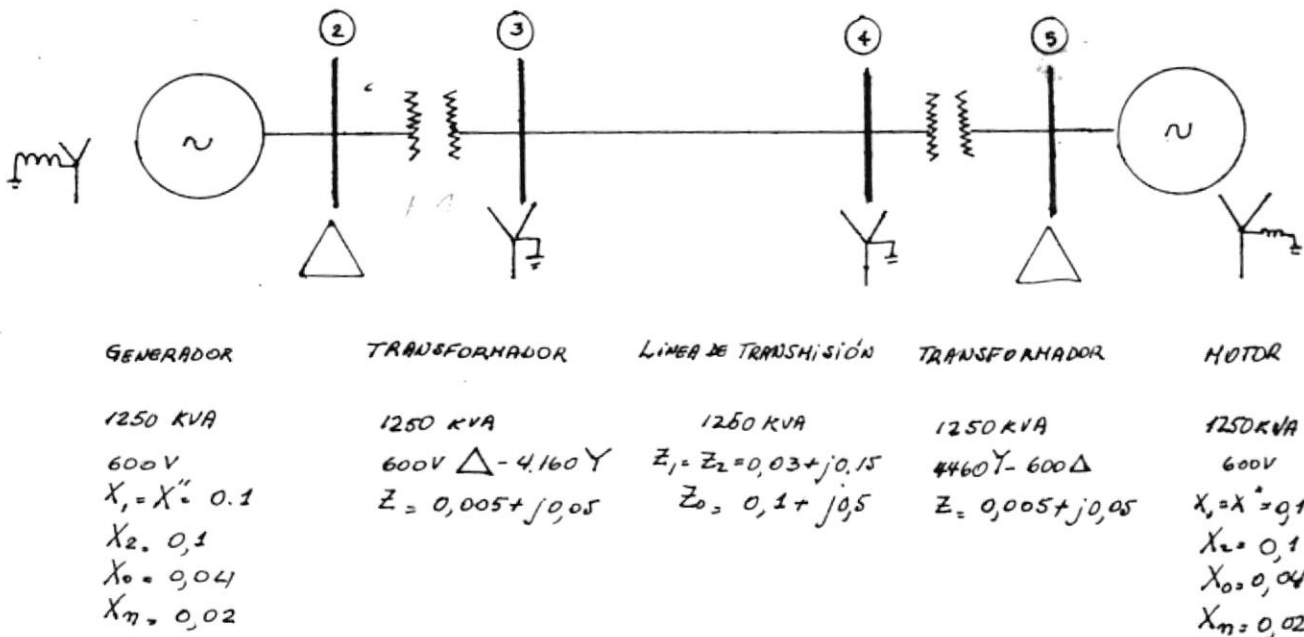


Fig. 4.3

Sistema eléctrico

*Según datos del problema la Matriz Z_1 de secuencia positiva, será igual a la matriz de secuencia negativa Z_2 , pues los valores de impedancia tanto para la secuencia negativa como positiva son los mismos. No existe acoplamiento mutuo entre los elementos.

Para la construcción de la Matriz de Impedancia de barra Z_1 de secuencia positiva, se irán añadiendo los elementos según el orden que se observa en la figura 4.4

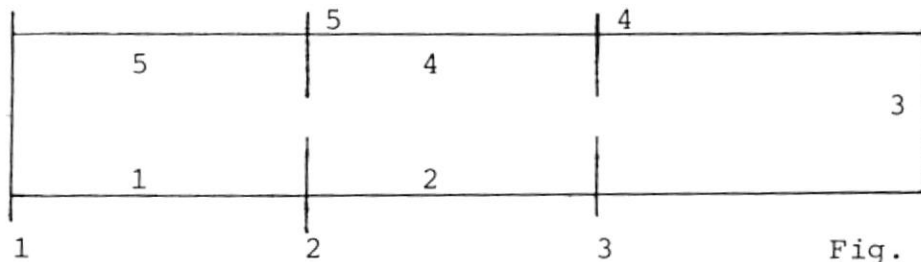


Fig. 4.4

Como primer paso se añade el elemento 1 desde la barra $p=1$ hasta la barra $q=2$,

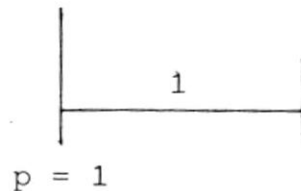


Fig. 4.5

La barra p en este caso es barra de referencia y no existe acoplamiento mutuo luego:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

$Z_{11} = 0$ por ser la referencia

de la barra 1.

$$Z_{12} = Z_{21} = \cancel{Z_{pi}} + 0 \rightarrow \text{este valor por no existir elementos acoplados.}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = 0$$

$$Z_{qq} = Z_{22} = \cancel{Z_{pq}} + j_{p,pq} \quad \text{La impedancia propia del elemento.}$$

$$Z_{22} = j \, 0,1$$

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & 2 \\ 2 & \boxed{j0,1} \end{matrix} \quad (1)$$

Esta matriz parcial resulta de añadir el primer elemento desde la barra 1 hasta la barra 2.

Siguiendo con el método, tocaría añadir el elemento 2 - desde la barra $p=2$ hasta la barra $q=3$ según se observa en la figura.



Fig. 4.6

La adición de este elemento se lo hará como una rama, - no hay elementos acoplados y p no es barra de referencia. Como se añade el elemento como una rama, la Matriz de Impedancia parcial del primer paso, se aumentará en una fila y en una columna de la forma siguiente:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & \begin{matrix} 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{array}{|c|c|} \hline j0,1 & Z23 \\ \hline Z32 & Z33 \\ \hline \end{array} \end{matrix} \quad (1)$$

$$Z_{qi} = Z_{iq} = Z_{pi} + 0$$

$$Z_{32} = Z_{23} = Z_{22} + 0 = j0,1$$

$$\begin{aligned} Z_{qq} = Z_{33} &= Z_{23} + z_{23,23} \\ &= j0,1 + 0,005 + j0,05 = 0,005 + j0,15. \end{aligned}$$

$$Z_{23} = Z_{32} = j0,1$$

$$Z_{33} = 0,005 + j0,15$$

$$Z_{\text{BUS}} = \begin{matrix} & & \begin{matrix} 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{array}{|c|c|} \hline j0,1 & j0,1 \\ \hline j0,1 & 0,005+j0,15 \\ \hline \end{array} \end{matrix}$$

El paso siguiente consiste en añadir el elemento 3 desde p=3 a q=4 como una rama, no hay acoplamiento mutuo y p no es nudo de referencia. En igual forma, la Matriz parcial del paso 2 se aumentará en una fila y en una columna de elementos.

$$Z_{\text{BARRA}} = (1)$$

	2	3	4
2	$j0,1$	$j0,1$	Z_{24}
3	$j0,1$	$0,005+j0,15$	Z_{34}
4	Z_{42}	Z_{43}	Z_{44}

$$Z_{24} = Z_{42} = Z_{32} + 0 = j0,1$$

$$Z_{34} = Z_{43} = Z_{33} + 0 = 0,005 + j0,15$$

$$Z_{44} = Z_{34} + g_{34,34} = 0,005 + j0,15 + 0,03 + j0,15$$

$$Z_{44} = 0,035 + j0,3$$

$$Z_{\text{BARRA}} = (1)$$

	2	3	4
2	$j0,1$	$j0,1$	$j0,1$
3	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,005+j0,15$
4	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,035+j0,3$

En el siguiente paso, se añade el elemento 4, desde la barra $p=4$ a la barra $q=5$ como una rama. No hay acoplamiento mutuo entre los elementos y p no es nudo de referencia.

$$Z_{\text{BARRA}}(1)$$

	2	3	4	5
2	$j0,1$	$j0,1$	$j0,1$	$Z25$
3	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,005+j0,15$	$Z35$
4	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,035+j0,3$	$Z45$
5	$Z52$	$Z53$	$Z54$	$Z55$

$$Z25 = Z52 = Z42 + 0$$

$$= j0,1$$

$$Z35 = Z53 = Z43 + 0$$

$$= 0,005 + j0,15$$

$$Z45 = Z54 = Z44 + 0$$

$$= 0,035+j0,3$$

$$Z55 = Z45 + Z_{pq,pq}$$

$$= 0,035 + j0,3 + 0,005 + j0,15$$

$$Z55 = 0,04 + j0,8$$

$$Z_{\text{BARRA}}(1)$$

	2	3	4	5
2	$j0,1$	$j0,1$	$j0,1$	$j0,1$
3	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,005+j0,15$	$0,005+j0,15$
4	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,035+j0,3$	$0,035+j0,3$
5	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,035+j0,3$	$0,04+j0,8$

En el paso final, se añade el elemento 5 desde $p=1$ a -

$q=5$, como un lazo, pues este último elemento si forma un lazo. No hay acoplamiento mutuo y \emptyset es nudo de referencia en este caso.

La Matriz obtenida en el paso anterior se verá aumentada en una fila y en una columna de elementos pero posteriormente se recalcularán los valores y la Matriz mantendrá sus dimensiones.

La matriz previa a la matriz definitiva será entonces:

	2	3	4	5	
2	$j0,1$	$j0,1$	$j0,1$	$j0,1$	Z_{2l}
3	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,005+j0,15$	$0,005+j0,15$	Z_{3l}
4	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,035+j0,3$	$0,035+j0,3$	Z_{4l}
5	$j0,1$	$0,005+j0,15$	$0,035+j0,3$	$0,04+j0,8$ <small>0,35</small>	Z_{5l}
l	Z_{l2}	Z_{l3}	Z_{l4}	Z_{l5}	Z_{ll}

$Z_{\text{BARRA}} =$
(1)

$$Z_{il} = Z_{li} = -Z_{qi}$$

$$Z_{2l} = Z_{l2} = -Z_{52} = -j0,1$$

$$Z_{3l} = Z_{l3} = -Z_{53} = -0,005 - j0,15$$

$$Z_{4l} = Z_{l4} = -Z_{54} = -0,035 - j0,3$$

$$Z_{5l} = Z_{l5} = -Z_{55} = -0,04 - j0,8$$

$$Z_{ll} = -Z_{5l} + \sum_{pq} g_{pq}$$

$$= 0,04 + j0,8 + j0,1$$

$$Z_{ll} = 0,04 + j0,9$$

Utilizando las ecuaciones para modificar los valores obtenidos se obtiene lo siguiente:

$$Z'_{22} = Z_{22} - \frac{Z_{2l} Z_{l2}}{Z_{ll}}$$

$$= j0,1 - \frac{(-j0,1) (-j0,1)}{0,04 + j0,9}$$

$$j0,1 - \left(\frac{-0,01}{0,9 \angle 87,45} \right) =$$

$$j0,1 + 0,01 \frac{\angle -87,45}{\infty}$$

$$j0,1 + 0,000445 - j0,01$$

$$\underline{\underline{Z'_{22} = j0,09}}$$

$$Z'_{23} = Z'_{32} = Z_{23} - \frac{Z_{2l} Z_{l3}}{Z_{ll}}$$

$$= j0,1 - \frac{(-j0,1) (-0,005 - j0,15)}{0,9 \angle 87,45} =$$

$$= j0,1 - \frac{(-j0,1) (0,15 \angle -88,09)}{0,9 \angle 87,45} =$$

$$= j0,1 - \frac{0,1 \angle -90 \times 0,15 \angle -88,09}{0,9 \angle 87,45} =$$

$$j0,1 - 0,02 \angle -265,54$$

$$= j0,1 + 0,0015 - j0,02$$

$$\underline{\underline{Z'_{23} = Z'_{32} = 0,0015 + j0,08}}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{24} = Z'_{42} &= Z_{24} - \frac{Z_{2l} Z_{l4}}{Z_{ll}} \\
 &= j0,1 - \frac{(-j0,1)(-0,035 - j0,3)}{0,9 \angle 87,45} \\
 &= j0,1 + \frac{(0,1 \angle 90)(0,3 \angle -96,65)}{0,9 \angle 87,45} \\
 &= j0,1 + 0,03 \angle -94,1 \\
 &= j0,1 - 0,0021 - j0,03
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{Z'_{24} = Z'_{42} = j0,07}}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{25} = Z'_{52} &= Z_{25} - \frac{Z_{2l} Z_{l5}}{Z_{ll}} \\
 &= j0,1 - \frac{(-j0,1)(-0,04 - j0,8)}{0,9 \angle 87,45} \\
 &= j0,1 + \frac{0,1 \angle 90 \quad 0,8 \angle -92,86}{0,9 \angle 87,45} \\
 &= j0,1 + 0,09 \angle -90,31 \\
 &= j0,1 - 0,00049 - j0,09
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{Z'_{25} = Z'_{52} = j0,01}}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{33} &= Z_{33} - \frac{Z_{3l} Z_{l3}}{Z_{ll}} \\
 &= 0,005 + j0,15 - \frac{(-0,005 - j0,15)(-0,005 - j0,15)}{0,9 \angle 87,45} \\
 &= 0,005 + j0,15 - \frac{0,15 \angle -91,91 \times 0,15 \angle -91,91}{0,9 \angle 87,45} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 0,005 + j0,15 - 0,03 \underline{-291,27} \\
 & = 0,005 + j0,15 - 0,00066 - j0,03
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{Z'_{33} = 0,0044 + j0,12}}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{34} = Z'_{43} &= Z_{34} - \frac{Z_{3l} Z_{l4}}{Z_{ll}} \\
 &= 0,005 + j0,15 - \frac{(-0,005 - j0,15)(-0,035 - j0,3)}{0,9 \underline{87,45}} = \\
 &= 0,005 + j0,15 - \frac{0,15 \underline{-91,91} \times 0,30 \underline{-96,65}}{0,9 \underline{87,45}} = \\
 &= 0,005 + j0,15 - 0,05 \underline{-276,01} = \\
 &= 0,005 + j0,15 - 0,0052 - j0,05 \\
 &= -0,0002 + j0,1
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{Z'_{34} = Z'_{43} = j0,1}}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{35} = Z'_{53} &= Z_{35} - \frac{Z_{3l} Z_{l5}}{Z_{ll}} \\
 &= 0,005 + j0,15 - \frac{(-0,005 - j0,15)(-0,04 - j0,8)}{0,9 \underline{87,45}} = \\
 &= 0,005 + j0,15 - \frac{0,15 \underline{-91,91} \times 0,8 \underline{-92,86}}{0,9 \underline{87,45}} = \\
 &= 0,005 + j0,15 - 0,13 \underline{-272,22} \\
 &= 0,005 + j0,15 - 0,0052 - j0,1332
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{Z'_{35} = Z'_{53} = j0,017}}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{44} &= Z_{44} - \frac{Z_{4l} Z_{l4}}{Z_{ll}} = \\
 &= 0,035 + j0,3 - \frac{(-0,035 - j0,3)(-0,035 - j0,3)}{0,9 \cdot 87,45} = \\
 &= 0,035 + j0,3 - \frac{0,30 \angle -96,65^\circ \times 0,3 \angle -96,65^\circ}{0,9 \cdot 87,45} \\
 &= 0,035 + j0,3 - 0,1 \angle -280,75^\circ \\
 &= 0,035 + j0,3 - 0,02 - j0,1 \\
 \underline{\underline{Z_{44} = 0,015 + j0,2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{45} = Z'_{54} &= Z_{45} - \frac{Z_{4l} Z_{l5}}{Z_{ll}} \\
 &= 0,035 + j0,3 - \frac{(-0,035 - j0,3)(-0,04 - j0,8)}{0,9 \cdot 87,45} \\
 &= 0,035 + j0,3 - \frac{0,3 \angle -96,65^\circ \times 0,80 \angle -92,86^\circ}{0,9 \cdot 87,45} \\
 &= 0,035 + j0,3 - 0,27 \angle -276,96^\circ \\
 &= 0,035 + j0,3 - 0,03 - j0,27 \\
 \underline{\underline{Z_{45} = Z_{54} = 0,005 + j0,03}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{55} &= Z_{55} - \frac{Z_{5l} Z_{l5}}{Z_{ll}} \\
 &= 0,04 + j0,8 - \frac{(-0,04 - j0,8)(-0,04 - j0,8)}{0,04 + j0,9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 0,04 + j0,8 - 0,8 \frac{-92,86 \times 0,80 \frac{-92,86}{0,9 \cdot 87,45}}{0,9 \cdot 87,45} \\
 & = 0,04 + j0,8 - 0,711 \frac{-273,17}{0,9 \cdot 87,45} \\
 & = 0,04 + j0,8 - 0,039 - j0,70 \\
 & \underline{\underline{z_{55} = 0,001 - j0,1}}
 \end{aligned}$$

La Matriz de Impedancia de barra para la secuencia positiva será:

$$\begin{matrix}
 & & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 & 2 & j0,09 & 0,0015+j0,08 & j0,07 & j0,01 \\
 & 3 & 0,0015+j0,08 & 0,0044+j0,12 & j0,01 & j0,017 \\
 & 4 & j0,017 & j0,1 & 0,015+j0,2 & 0,005+j0,03 \\
 & 5 & j0,01 & j0,017 & 0,005+j0,03 & 0,001-j0,1
 \end{matrix}$$

$z_{\text{BARRA}} =$
 (1)

La Matriz de Impedancia de barra de secuencia negativa, $z_{\text{BARRA}}^{(2)}$, será igual a la $z_{\text{BARRA}}^{(1)}$ de secuencia positiva, pues los elementos son de valores iguales en la secuencia positiva y negativa, es decir, los valores de reactancia de los elementos del sistema en la secuencia negativa son iguales a los valores de la secuencia positiva.

Luego"

$$\begin{matrix}
 z_{\text{BARRA}}^{(2)} = z_{\text{BARRA}}^{(1)} \\
 (1) \qquad \qquad (2)
 \end{matrix}$$

Como se notará después, esto no se cumple en las construcciones de las matrices cuando se incluyen los equivalentes V , siendo ésta una de las diferencias más notables.

En la formación de la Matriz de Impedancia de secuencia cero, se calculará la impedancia de secuencia cero, tanto del generador como del motor, considerando los valores de las reactancias limitadoras, ésto es:

$$Z_G = 3X_n + X_{G0} = 3(0,02) + 0,04 = 0,1$$

$$Z_M = 3X_n + X_{M0} = 3(0,02) + 0,04 = 0,1$$

Como primer paso, se añadirá el elemento 1 desde $p=1$ a $q=2$, siendo p nudo de referencia, como una rama.

$$Z_{0\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & 2 \\ & & \boxed{j0,1} \\ 2 & & \end{matrix}$$

Cualquiera sea el tipo de transformador, se supone que las impedancias de todas las secuencias son iguales. Entonces como segundo paso, se añade el elemento 2 desde $p=2$ hasta $q=3$, p no es nudo de referencia y no hay acoplamiento mutuo entre los elementos. La Matriz parcial será entonces:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & 2 & 3 \\ & 2 & \boxed{j0,1} & \boxed{Z_{23}} \\ & 3 & \boxed{Z_{32}} & \boxed{Z_{33}} \\ (o) & & & \end{matrix}$$

$$Z_{23} = Z_{32} = Z_{22} + 0 = j0,1$$

$$\begin{aligned} Z_{33} &= Z_{23} + y_{23,23} \\ &= j0,1 + 0,005 + j0,05 \\ &= 0,005 + j0,15 \end{aligned}$$

		2	3
$Z_{\text{BARRA=}}$ (o)	2	j0,1	j0,1
	3	j0,1	0,005+j0,15

Al añadir en un siguiente paso el elemento 3 desde $p=3$ hasta $q=4$, como una rama, siendo p una barra que no es de referencia, sin existir acoplamiento mutuo, la Matriz de Impedancia de secuencia Cero, del paso segundo, se aumenta en una fila y columna de elementos según se observa a continuación.

		2	3	4
$Z_{\text{BARRA=}}$ (o)	2	j0,1	j0,1	Z24
	3	j0,1	0,005+j0,15	Z34
	4	Z42	Z43	Z44

$$\begin{aligned} Z_{24} &= Z_{42} = Z_{32} + 0 \\ &= j0,1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{34} &= Z_{43} = Z_{33} + 0 \\ &= 0,005 + j0,15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{44} &= Z_{34} + z_{34,34} \\
 &= 0,005 + j0,15 + 0,1 + j0,5 \\
 Z_{44} &= 0,105 + j0,65
 \end{aligned}$$

La Matriz parcial será entonces:

		2	3	4
Z _{BARRA} = (o)	2	j0,1	j0,1	j0,1
	3	j0,1	0,005+j0,15	0,005+j0,15
	4	j0,1	0,005+j0,15	0,105+j0,65

En el paso cuarto, se añade el elemento 4 desde p= 4 - hasta q=5 como una rama. P, no es barra de referencia y no hay acoplamiento mutuo, luego la Z parcial será:

		2	3	4	5
Z _{BARRA} = (o)	2	j0,1	j0,1	j0,1	Z25
	3	j0,1	0,005+j0,15	0,005+j0,15	Z35
	4	j0,1	0,005+j0,15	0,105+j0,65	Z45
	5	Z52	Z53	Z54	Z55

$$\begin{aligned}
 Z_{25} = Z_{52} &= Z_{42} + 0 \\
 &= j0,1 \\
 Z_{35} = Z_{53} &= Z_{43} + 0 \\
 &= 0,005 + j0,15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{45} &= Z_{54} = Z_{44} + 0 \\ &= 0,105 + j0,65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{55} &= Z_{45} + \beta_{45,45} \\ &= 0,105 + j0,65 + 0,005 + j0,05 \\ &= 0,110 + j0,7 \end{aligned}$$

La Matriz será entonces:

	2	3	4	5
2	j0,1	j0,1	j0,1	j0,1
3	j0,1	0,005+j0,15	0,005+j0,15	0,005+j0,15
4	j0,1	0,005+j0,15	0,105+j0,65	0,105+j0,65
5	j0,1	0,005+j0,15	0,105+j0,65	0,11+j0,7

$Z_{\text{BARRA}} =$
(o)

En el último paso, se añade el elemento 5 como un lazo desde $p = 1$, como barra de referencia hasta $q=5$. No hay acoplamiento mutuo. La Matriz parcial del paso cuarto, se aumentará en una fila y columna l de elementos, los mismos que servirán para la obtención de la Matriz de - Secuencia Cero definitiva. Los elementos a calcularse serán:

$$\begin{aligned} Z_{2l} &= Z_{l2} = Z_{pi} - Z_{qi} \\ &= - Z_{52} + 0 = - j0,1 \\ Z_{3l} &= Z_{l3} = - Z_{53} \\ &= - 0,005 - j0,15 \end{aligned}$$

$$z_{4l} = z_{l4} = -z_{54}$$

$$= -0,105 - j0,65$$

$$z_{5l} = z_{l5} = -z_{55}$$

$$= -0,11 - j0,7$$

$$z_{ll} = -z_{5l} + z_{15,15}$$

$$0,11 + j0,7 + j0,1$$

$$z_{ll} = 0,11 + j0,8$$

Aplicando las ecuaciones para recalcular los valores de Impedancia se tiene:

$$z'_{22} = z_{22} - \frac{z_{2l} z_{l2}}{z_{ll}}$$

$$= j0,1 - \frac{(-j0,1)(-j0,1)}{0,11 + j0,8}$$

$$= j0,1 + \frac{0,01}{0,81 \quad | \quad 82,17}$$

$$= j0,1 + 0,01 \quad | \quad -82,17$$

$$= j0,1 + 0,0013 - j0,01$$

$$\underline{\underline{z'_{22} = 0,0013 + j0,09}}$$

$$z'_{23} = z'_{32} = z_{23} - \frac{z_{2l} z_{l3}}{z_{ll}}$$

$$= j0,1 - \frac{(-j0,1)(-0,005 - j0,15)}{0,81 \quad | \quad 82,17}$$

$$\begin{aligned}
 &= j0,1 + \frac{0,1 \angle 90 \times 0,15 \angle -91,9}{0,81 \angle 82,17} \\
 &= j0,1 + 0,02 \angle -84,07 \\
 &= j0,1 + 0,0020 - j0,02
 \end{aligned}$$

$$\underline{Z'_{23} = Z'_{32} = 0,002 + j0,08}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{24} = Z'_{42} &= Z_{24} - \frac{Z_{2l} Z_{l4}}{Z_{ll}} \\
 &= j0,1 - \frac{(-j0,1)(-0,105 - j0,65)}{0,81 \angle 82,17} \\
 &= j0,1 + \frac{0,1 \angle 90 \times 0,66 \angle -99,18}{0,81 \angle 82,17} \\
 &= j0,1 + 0,08 \angle -91,35 \\
 &= j0,1 - 0,0019 - j0,08 \\
 &\quad -0,0019 + j0,02
 \end{aligned}$$

$$\underline{Z'_{24} = Z'_{42} = -0,0019 + j0,02}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{25} = Z'_{52} &= Z_{25} - \frac{Z_{2l} Z_{l5}}{Z_{ll}} \\
 &= j0,1 - \frac{(-j0,1)(-0,11 - j0,7)}{0,81 \angle 82,17} \\
 &\quad j0,1 + \frac{0,1 \angle 90 \times 0,71 \angle -98,93}{0,81 \angle 82,17}
 \end{aligned}$$

$$j0,1 + 0,09 \underline{-91,1}$$

$$j0,1 - 0,0017 - j0,09$$

$$\underline{Z'_{25} = Z'_{52} = -0,0017 + j0,01}$$

$$Z'_{33} = Z_{33} - \frac{Z_{3l} Z_{l3}}{Z_{ll}}$$

$$= 0,005 + j0,15 - \frac{(-0,005-j0,15)(-0,005-j0,15)}{0,81 \underline{82,17}}$$

$$0,005 + j0,15 - \frac{0,15 \underline{-91,91} \times 0,15 \underline{-91,91}}{0,81 \underline{82,17}}$$

$$= 0,005 + j0,15 - 0,03 \underline{-265,99}$$

$$Z_{33} = 0,005 + j0,15 + 0,0021 - j0,03$$

$$\underline{Z_{33} = 0,0071 + j0,12}$$

$$Z'_{34} = Z'_{43} = Z_{34} - \frac{Z_{3l} Z_{l4}}{Z_{ll}}$$

$$= 0,005 + j0,15 - \frac{(-0,005-j0,15)(-0,105-j0,65)}{0,81 \underline{82,17}}$$

$$= 0,005 + j0,15 - \frac{0,15 \underline{-91,91} \times 0,66 \underline{-99,18}}{0,81 \underline{82,17}}$$

$$= 0,005 + j0,15 - 0,12 \underline{-273,26}$$

$$= 0,005 + j0,15 - 0,12 - \underline{-273,26}$$

$$= 0,005 + j0,15 - 0,01 - j0,12$$

$$\underline{\underline{Z'_{34} = Z'_{43} = -0,005 + j0,3}}$$

$$Z'_{35} = Z'_{53} = Z_{35} - \frac{Z_{3l} Z_{l5}}{Z_{ll}}$$

$$= 0,005 + j0,15 - \frac{(-0,005 - j0,15)(-0,11 - j0,7)}{0,81 \underline{82,17}}$$

$$= 0,005 + j0,15 - \frac{0,15 \underline{-91,91} \times 0,71 \underline{-98,93}}{0,81 \underline{82,17}}$$

$$0,005 + j0,15 - 0,13 \underline{-273,01}$$

$$0,005 + j0,15 - 0,01 - j0,13$$

$$\underline{\underline{Z'_{35} = Z'_{53} = -0,005 + j0,02}}$$

$$Z'_{44} = Z_{44} - \frac{Z_{4l} Z_{l4}}{Z_{ll}}$$

$$= 0,105 + j0,65 - \frac{(-105 - j0,65)(-0,105 - j0,65)}{0,81 \underline{82,17}}$$

$$= 0,105 + j0,65 - \frac{0,66 \underline{-99,18} \times 0,66 \underline{-99,18}}{0,81 \underline{82,17}}$$

$$= 0,105 + j0,65 - 0,54 \underline{-280,53}$$

$$= 0,105 + j0,65 - 0,1 - j0,53$$

$$\underline{\underline{Z_{44} = 0,005 + j0,12}}$$

$$\begin{aligned}
 Z'_{45} = Z_{54} &= Z_{45} - \frac{Z_{4l} Z_{l5}}{Z_{ll}} \\
 &= 0,105 + j0,65 - \frac{(-0,105 - j0,65)(-0,11 - j0,7)}{0,81 \underline{82,17}} \\
 &= 0,105 + j0,65 - \frac{0,66 \underline{-99,18} \times 0,71 \underline{-98,93}}{0,81 \underline{82,17}} \\
 &= 0,105 + j0,65 - 0,58 \underline{-280,28} \\
 &= 0,105 + j0,65 - 0,1 - j0,57 \\
 \underline{Z'_{45} = Z_{54}} &= \underline{0,005 + j0,08}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{55} &= Z_{55} - \frac{Z_{5l} Z_{l5}}{Z_{ll}} \\
 &= 0,11 + j0,7 - \frac{(-0,11 - j0,7)(-0,11 - j0,7)}{0,81 \underline{82,17}} \\
 &= 0,11 + j0,7 - 0,62 \underline{-280,03} \\
 &= 0,11 + j0,7 - 0,11 - j0,61 \\
 \underline{Z_{55}} &= \underline{j0,09}
 \end{aligned}$$

Luego la Matriz de Impedancia de Secuencia Cero será

	2	3	4	5
$Z_{BUS} =$				
(o)	2	3	4	5
	0,0013+j0,09	0,002+j0,08	-0,0019+j0,02	-0,0017+j0,01
	3	0,002+j0,08	0,0071+j0,12	-0,005+j0,3
	4	-0,0019+j0,02	-0,005+j0,3	0,005+j0,12
	5	-0,0017+j0,01	-0,005+j0,02	0,005+j0,08
				j0,09

De tal forma se han obtenido las 3 matrices de Impedancia, sin considerar el equivalente V del transformador $\Delta - Y$. Es decir, los valores de Corriente y Voltaje en el lado Y o Δ variarán de los cálculos obtenidos, pues hay que ubicarlos, con el método siguiente se obviará esta reconsideración.

4.4 EJEMPLO DE LA FORMACION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIA Z INCLUYENDO EL EQUIVALENTE V , PARA ESTUDIO DE CORTO CIRCUITO DE UNA LINEA A TIERRA.

Se analizará el mismo sistema utilizado en el numeral anterior, reemplazando el transformador $\Delta - Y$ por su equivalente V . Los datos del problema a tratarse son los mismos que en el paso anterior y las innovaciones se indicarán a continuación.

Se representará el sistema en las 3 secuencias, incluyendo el equivalente V , indicándose según la teoría expuesta anteriormente, que la representación será la misma para las 3 secuencias, positiva, negativa y cero.

Representación gráfica para las 3 secuencias, incluyendo gráficos del equivalente V y los transformadores en Δ -Y.

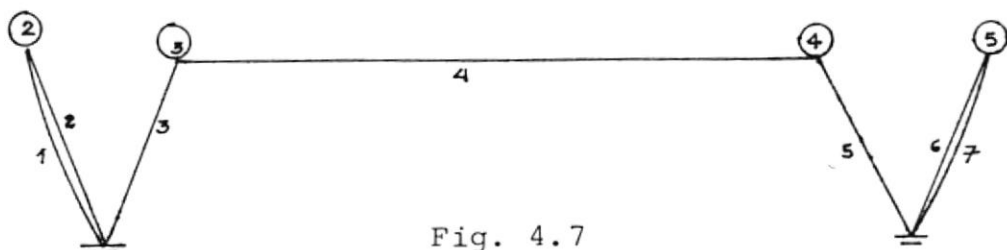


Fig. 4.7

La ecuación de los equivalentes V de los transformadores en cada secuencia se define por la ecuación siguiente:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 Y_T & -NY_T e^{J30} \\ -NY_T e^{-J30} & Y_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Esta ecuación fue revisada en la parte primera de este Capítulo. La Matriz Coeficiente de Admitancias es singular y asimétrica.

Donde

$$N = 1$$

$$Y_T = \frac{1}{Z}$$

Además, como se mencionó en el Capítulo anterior para la secuencia positiva $\theta = -30^\circ$ y para la secuencia negativa $\theta = 30^\circ$.

Los números en el diagrama 4.7, 2 y 3, 5 y 7 representan los elementos que conforman el equivalente V del transformador elevador y reductor respectivamente, luego para la secuencia positiva se tendrá:

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ (1) \\ I_3 \\ (1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1)^2 \frac{1}{Z} & -1 \times \frac{1}{Z} e^{-j30} \\ -1 \frac{1}{Z} e^{j30} & \frac{1}{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ (1) \\ V_3 \\ (1) \end{bmatrix}$$

$$Z = 0,005 + j0,5$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{0,005 + j0,05} = \frac{1}{0,0502 \angle 84,2894} =$$

$$= 19,9203 \angle -84,29^\circ = 1,9819 - j19,82$$

$$e^{-j30} = \cos(-30) + j\sin(-30) = 0,866 - j0,5 = 1 \angle -30$$

$$e^{j30} = \cos(30) + j\sin(30) = 0,866 + j0,5 = 1 \angle 30$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ (1) \\ I_3 \\ (1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1^2 \times (1,9819 - j19,82) & (-1) \times 19,9203 \angle -84,29 \times 1 \angle -30 \\ (-1) \times 19,9203 \angle -84,29 \times 1 \angle 30 & 1,9819 - j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ (1) \\ V_3 \\ (1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ (1) \\ I_3 \\ (1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,9819 - j19,82 & (-1) \times 19,9203 \angle -114,29 \\ (-1) \times 19,9203 \angle -54,29 & 1,9810 - j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ (1) \\ V_3 \\ (1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ (1) \\ I_3 \\ (1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & 8.1943+j18.1569 \\ -11,6271+j16,1749 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ (1) \\ V_3 \\ (1) \end{bmatrix}$$

Para la secuencia negativa se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ (2) \\ I_3 \\ (2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & (-1) \times 19.9203 \underline{-84,29} \times 1 \underline{30} \\ (-1) \times 19.203 \underline{-84,29} \times 1 \underline{30} & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ (2) \\ V_3 \\ (2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ (2) \\ I_3 \\ (2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & (-1) \times 19.203 \underline{-54,29} \\ (-1) \times 19,203 \underline{-114,29} & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ (2) \\ V_3 \\ (2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ (2) \\ I_3 \\ (2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & -11,6271+j16,1749 \\ 8,1943+j18,1569 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ (2) \\ V_3 \\ (2) \end{bmatrix}$$

Para la S_ecuencia Cero los elementos 2 y 7 tienen impedancia infinitos o admitancias Cero para simular el Circuito abierto del lado Δ del transformador.

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ (0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ (0) \\ V_3 \\ (0) \end{bmatrix}$$

Para el caso del transformador reductor Y - Δ , las ecuaciones encontradas previamente son las mismas, pero los números subíndices serán en este caso el 5 y 7, por lo tanto:

Secuencia positiva:

$$\begin{bmatrix} I_7 \\ (1) \\ I_5 \\ (1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & 8.1943+j18.1569 \\ -11,6271+j16,1749 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_7 \\ (0) \\ V_5 \\ (1) \end{bmatrix}$$

Secuencia negativa:

$$\begin{bmatrix} I_7 \\ (2) \\ I_5 \\ (2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & -11,6271+j16,1749 \\ 8,1943+j18,1569 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_7 \\ (2) \\ V_5 \\ (2) \end{bmatrix}$$

Secuencia cero:

$$\begin{bmatrix} I_7 \\ (0) \\ I_5 \\ (0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_7 \\ (0) \\ V_5 \\ (0) \end{bmatrix}$$

Ahora se obtendrán las inversas de las matrices coeficientes de Admitancias de cada secuencia, positiva, negativa y cero.

Para el caso del transformador elevador en Δ -Y, obtendremos la inversa de la Matriz de Admitancias para cada secuencia, para de esta forma obtener la Matriz de Impedancias en cada secuencia del equivalente V, paso que nos permitirá saber el valor de las impedancias propias y mutuas que nos servirán para tener el criterio de añadir los elementos del gráfico V como una rama o como un lazo.

En la secuencia positiva:

$$Y_{23,23} = \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & 8.1943+j18.1569 \\ -11,6271+j16,1749 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix}$$

$$z_{23,23} = Y_{23,23}^{-1}$$

$$z_{23,23} = \frac{1}{\text{DET}} \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & +11,6271-j16,1749 \\ -8.1943-j18.1569 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix}$$

$$\text{DET} = 19,9188 \underline{-84,2897} \times 19,9188 \underline{-84,2897} - 19,9203 \underline{65,7101} \times 199$$

$$\underline{125.7099}$$

$$\text{DET} = 396,7586 \underline{-168,5794} - 396,8184 \underline{191,42}$$

$$\text{DET} = 0,0598 \underline{11,38}$$

$$z_{23,23}^{(1)} \begin{bmatrix} 333,0903 \underline{-95,6697} & 333,1154 \underline{-65,6701} \\ 333,1154 \underline{-125,6699} & 333,0903 \underline{-95,6697} \end{bmatrix}$$

En igual forma para la secuencia negativa

$$y_{23,23}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & -11,6271+j16,1749 \\ 8.1943+j18.1569 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix}$$

$$z_{23,23}^{(2)} = y_{23,23}^{(2)-1}$$

$$z_{23,23}^{(2)} = \frac{1}{\text{DET}} \begin{bmatrix} 1.9819-j19,82 & -8,1943-j18,1569 \\ 11,6271-j16,1749 & 1.9819-j19,82 \end{bmatrix}$$

$$\text{DET} = (19,9188 \underline{-84,2897})^2 - 396,8184 \underline{-168,58}$$

$$\text{DET} = 0,0598 \underline{11,38}$$

$$z_{23,23}^{(2)} = \frac{1}{0,0598 \underline{11,38}} \begin{bmatrix} 1.9819 - j19,82 & -8,1943 - j18,1569 \\ 11,6271 - j16,1749 & 1.9819 - j19,82 \end{bmatrix}$$

$$z_{23,23}^{(o)} = Y_{23,23}^{(o)}$$

$$z_{23,23}^{(o)} = \frac{1}{\text{DET}} \begin{bmatrix} 1.9819 - j19,82 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{DET} = 0$$

$$z_{23,23}^{(o)} = \frac{1}{0} \begin{bmatrix} 1.9819 - j19,82 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para el caso del transformador acoplado a la carga

Secuencia positiva:

$$z_{57,57}^{(1)} = Y_{57,57}^{-1} =$$

$$\text{DET} = 0,0598 \underline{11,38}$$

$$z_{57,57}^{(1)} = \frac{1}{0,0598 \cdot 11,38} \begin{bmatrix} 1,9819-j19,82 & 11,6271-j16,1749 \\ -8,1943-j18,1569 & 1,9819-j19,82 \end{bmatrix}$$

Secuencia negativa:

$$z_{57,57}^{(2)} = \frac{-1}{Y_{57,57}} \quad (2)$$

$$z_{57,57}^{(2)} = \frac{1}{0,0598 \cdot 11,38} \begin{bmatrix} 1,9819-j19,82 & -8,1943-j18,1569 \\ 11,6271-j16,1749 & 1,9819-j19,82 \end{bmatrix}$$

Secuencia cero:

$$z_{57,57}^{(0)} = \frac{1}{0} \begin{bmatrix} 1,9819-j19,82 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para la formación de la Matriz de Impedancia Z_{BARRA} , se añadirán los elementos en el orden 1,2,3,4,5,6 y 7 al circuito parcial, tomando en cuenta las consideraciones anotadas en el capítulo anterior.

Se añadirá como paso 1, el elemento 1 desde $p=1$ hasta $q=2$, como una rama. En este caso p no es nudo de referencia y no hay acoplamiento mutuo, luego la Matriz de

Impedancia parcial será:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & 2 \\ & & \boxed{j0,1} \\ (1) & 2 & \end{matrix}$$

Como segundo paso, se añadirá el primer elemento del gráfico V. Este segundo elemento del sistema, representa al primer elemento del gráfico V, el mismo que será añadido como un lazo, según el método revisado en el capítulo anterior. Este elemento se lo añade desde $p=1$ a $q=2$, siendo p en este caso barra se referencia. Este elemento se lo añade como un lazo, pues la Matriz de Admitancia es singular y el valor de la impedancia es infinita o indefinida para el caso de la conexión Δ . Se asume que este elemento no está acoplado magnéticamente ni eléctricamente a ningún otro elemento.

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & 2 & & 2 \\ & & \boxed{j0,1} & & \boxed{z_{2l}} \\ (1) & 2 & & & \\ & l & \boxed{z_{l2}} & & \boxed{z_{ll}} \end{matrix}$$

$$z_{2l} = Z_{ip} - Z_{iq} \qquad z_{2l} \neq z_{l2}$$

$$= Z_{11} - Z_{22}$$

$$z_{2l} = -j0,1$$

$$z_{l2} = Z_{12} - Z_{22}$$

$$= -j0,1$$

$$z_{ll} = z_{pl} - z_{ql} + z_{12,12}$$

$$z_{ll} = z_{1l} - z_{2l} + \infty$$

$$z_{ll} = \infty \quad \text{luego}$$

$$z'_{22} = z_{22} - \frac{z_{l2} \times z_{2l}}{z_{ll}}$$

$$z'_{22} = j0,1 - \frac{(-j0,1)(-j0,1)}{\infty}$$

$$z'_{22} = j0,1$$

La Z_{BARRA} parcial será entonces:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & 2 \\ & & \boxed{j0,1} \\ 2 & & \end{matrix}$$

Como paso 3, se añade el elemento 3 del sistema que corresponde al elemento segundo del equivalente V. El valor de la admitancia propia del elemento en la secuencia Cero es finita, luego se lo añadirá como una rama. Las barras entre las cuales será añadido el elemento serán $p=1$ a $q=3$, existiendo acoplamiento mutuo no simétrico.

Este paso introduce en la Matriz de Impedancia una nueva fila y columna de elementos según se ilustra en la Matriz parcial siguiente:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{array}{c} (1) \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & \begin{array}{c} 2 \\ \hline 3 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 2 \\ \hline 3 \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline j0,1 \\ \hline Z32 \end{array} \\ \hline & \begin{array}{|c|} \hline Z23 \\ \hline Z33 \end{array} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

En igual forma $Z23 \neq Z32$

$$Z32 = \cancel{Z12} + \frac{(\cancel{Z12} - Z22) Y13,12}{Y13,13}$$

$$Z23 = \cancel{Z21} + \frac{(\cancel{Z21} - Z22) Y12,13}{Y13,13}$$

$$Z33 = \cancel{Z13} + \frac{1 + Y13,12 (\cancel{Z13} - Z23)}{Y13,13}$$

$$Y13,12 = \begin{array}{c} (1) \\ \begin{array}{|c|} \hline 1-2 \\ \hline 1-3 \\ \hline \end{array} \left[\begin{array}{|c|c|} \hline \begin{array}{c} 1-2 \\ \hline 1-3 \end{array} & \begin{array}{c} 1-3 \\ \hline 1-3 \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline 1.9819-j19,82 \\ \hline -11,6271+j16,1749 \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 8.1943+j18,1569 \\ \hline 1.9819-j19,82 \end{array} \\ \hline \end{array} \right]$$

$$Y_{13,12} = (-11,6271 + j16,1749)$$

$$Y_{13,13} = 1.9819 - j19,82$$

$$Z32 = \frac{(-j0,1)(-11,6271+j16,1749)}{1.9819 - j19,82} = \frac{0,1 \angle -90 (19,9203 \angle 125,7099)}{19,9199 \angle -84,2897} =$$

$$Z23 = \frac{(8.1943+j18,1569)(-j0,1)}{1.9819-j19,82} = \frac{19,9203 \angle 65,701 \times 0,1 \angle -90}{19,9188 \angle -84,2897} =$$

$$Z_{33} = \frac{1 + (-11,6271 + j16,1749) (-Z_{23})}{1,9819 - j19,82}$$

$$Z_{32} = \frac{0,1 \angle -90^\circ \times 19,9203 \angle 125,7099^\circ}{19,9199 \angle -84,2897^\circ} =$$

$$Z_{32} = 0,1 \angle 119,99^\circ = (-0,05 + j0,0866)$$

$$Z_{23} = 0,1 \angle 60^\circ = 0,005 + j0,0866$$

$$Z_{33} = \frac{1 + (-11,6271 + j16,1749) (-0,05 - j0,0866)}{1,9819 - j19,82} =$$

$$= \frac{1 + (19,9203 \angle 125,7099^\circ) \times (0,1 \angle 60^\circ)}{19,9188 \angle -84,2897^\circ} =$$

$$= \frac{1 + 1,99203 \angle 185,7099^\circ}{19,9188 \angle -84,2897^\circ} =$$

$$\frac{1 - 1,9821 - j0,1982}{19,9188 \angle -84,2847^\circ} =$$

$$= \frac{1,0019 \angle -168,5903^\circ}{19,9188 \angle -84,2897^\circ} =$$

$$Z_{33} = 0,005 - j0,0501$$

Luego la Matriz de Impedancia parcial será la siguiente

		2	3
$Z_{\text{BARRA}} =$ (1)	2	$j0,1$	$0,05+j0,0866$
	3	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,0501$

En el paso cuarto, se añade el elemento 4 desde $p=3$ hasta $q=4$, como una rama. No existe acoplamiento mutuo y p no es nudo de referencia. La adición de esta rama, originará una nueva fila y columnas de elementos, luego:

		2	3	4
$Z_{\text{BARRA}} =$ (1)	2	$j0,1$	$0,05+j0,0866$	Z_{24}
	3	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,0501$	Z_{34}
	4	Z_{42}	Z_{43}	Z_{44}

$$Z_{24} = Z_{23} = 0,05 + j0,0866$$

$$Z_{42} = Z_{32} = -0,05 + j0,0866$$

$$Z_{34} = Z_{33} = 0,005 - j0,0501$$

$$Z_{43} = Z_{33} = 0,005 - j0,0501$$

$$Z_{44} = Z_{34} + z_{34,34} =$$

$$= 0,005 - j0,0501 + \cancel{0,1} + j\cancel{0,5} =$$

$$Z_{44} = 0,105 + j0,5$$

$$0,015 + 0,0999$$

$$0,03 + 0,15$$

La Matriz parcial será:

	2	3	4
2	$j0,1$	$0,05+j0,0866$	$0,05+j0,0866$
3	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,0501$	$0,005-j0,0501$
4	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,0501$	$0,105+j0,5$

$Z_{\text{BARRA}} =$
(1)

En el quinto paso, toca añadir el primer elemento del equivalente V del transformador reductor $Y-\Delta$ que corresponde al elemento 5 del sistema. Este elemento se lo añade como un lazo desde $p=1$ hasta $q=4$, siendo p , barra de referencia y no hay acoplamiento mutuo entre los elementos.

En este paso al calcular el elemento Z_{ll} , su valor será infinito, luego al recalcular los valores de los elementos, éstos serán los mismos, según la expresión general siguiente.

$$Z_{ij} \text{ (modificada)} = Z_{ij} \left(\begin{array}{c} \text{antes de la} \\ \text{modificación} \end{array} \right) - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll} \rightarrow \infty} \text{ luego}$$

$$Z_{ij}(\text{modif}) = Z_{ij} \left(\begin{array}{c} \text{antes de la} \\ \text{modificación} \end{array} \right)$$

Es decir, la Matriz de Impedancia no cambia de dimensiones, permanece la misma.

En el paso sexto, añadimos el elemento ~~6~~⁷ desde $p=1$ a $q=5$, el mismo que corresponde no al segundo elemento - del equivalente V , sino a la impedancia del motor. Se lo hace en esta forma, pues lo recomienda el autor, a más de que no se sufre mayor modificación. P es en este caso nudo de referencia y no hay acoplamiento mutuo. La matriz parcial se verá aumentada en una fila y columna de elementos, según se aprecia en la matriz siguiente:

	2	3	4	5
2	$j0,1$	$0,05+j0,0866$	$0,05+j0,0866$	Z_{25}
3	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,0501$	$0,005-j0,0501$	Z_{35}
4	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,0501$	$0,105+j0,5$	Z_{45}
5	Z_{52}	Z_{53}	Z_{54}	Z_{55}

$$Z_{25} = Z_{21} = 0$$

$$Z_{52} = Z_{12} = 0$$

$$Z_{35} = Z_{31} = 0$$

$$Z_{53} = Z_{13} = 0$$

$$Z_{45} = Z_{41} = 0$$

$$Z_{55} = \overset{\uparrow}{Z_{15}} + z_{15,15} = j0,1$$

$$Z_{\text{BARRA}} = (1)$$

	2	3	4	5
2	$j0,1$	$0,05+j0,0866$	$0,05+j0,0866$	0
3	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,0501$	$0,005-j0,0501$	0
4	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,0501$	$0,105+j0,5$	0
5	0	0	0	$j0,1$

En el último paso, se añade el elemento 7 desde $p=1$ hasta $q=5$, tomando a p como barra de referencia y si existe acoplamiento mutuo en este caso. Este elemento será añadido como un lazo, pues la impedancia es de un valor grande para simular el lado Δ del transformador, luego la Matriz será:

$$Z_{\text{BARRA}} = (1)$$

	2	3	4	5	ℓ
2	$j0,1$	$0,05+j0,0866$	$0,05+j0,0866$	0	$z_{2\ell}$
3	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,0501$	$0,005-j0,0501$	0	$z_{3\ell}$
4	$-0,05+j0,0866$	$0,005-j0,059$	$0,105-j0,5$	0	$z_{4\ell}$
5	0	0	0	$j0,1$	$z_{5\ell}$
ℓ	$z_{\ell 2}$	$z_{\ell 3}$	$z_{\ell 4}$	$z_{\ell 5}$	$z_{\ell \ell}$

$$z_{2\ell} = -z_{25} + \frac{Y_{14,15} (z_{24} - z_{25})}{Y_{15,15}}$$

$$z_{l2} = - \cancel{z_{32}} + \frac{Y_{15,14} (z_{42} - \cancel{z_{52}})}{Y_{15,15}} =$$

$$z_{3l} = - \cancel{z_{35}} + \frac{Y_{14,15} (z_{34} - \cancel{z_{35}})}{Y_{15,15}} =$$

$$z_{l3} = - \cancel{z_{53}} + \frac{Y_{15,14} (z_{43} - \cancel{z_{53}})}{Y_{15,15}} =$$

$$z_{4l} = - \cancel{z_{45}} + \frac{Y_{14,15} (z_{44} - \cancel{z_{45}})}{Y_{15,15}} =$$

$$z_{l4} = - \cancel{z_{54}} + \frac{Y_{15,14} (z_{44} - \cancel{z_{54}})}{Y_{15,15}} =$$

$$z_{5l} = - z_{55} + \frac{Y_{14,15} (z_{54} - z_{55})}{Y_{15,15}}$$

$$z_{l5} = - z_{55} + \frac{Y_{15,14} (z_{45} - z_{55})}{Y_{15,15}}$$

$$z_{ll} = z_{1l} - z_{5l} + \frac{1 + Y_{15,14} (z_{4l} - z_{5l})}{Y_{15,15}} =$$

	1-4	1-5
1-4	1.9819-j19,82	-11,6271+j16,1749
1-5	8.1943+j18.1569	1.9819-j19,82

 $Y_{14,15} =$

v. 126

$$z_{2l} = \frac{(-11,6271 + j16,1749)(0,05 + j0,0866)}{(1,9819 - j19,82)} = \frac{19,9203 \sqrt{125,7099} \times 0,1 \angle 60^\circ}{19,9288 \angle -84,2897^\circ}$$

$$z_{l2} = \frac{(8,1943 + j18,1569)(-0,05 + j0,0866)}{1,9819 - j19,82} = \frac{19,9203 \sqrt{65,710} \times 0,1 \angle 120^\circ}{19,9188 \angle -84,2897^\circ}$$

$$z_{3l} = \frac{(-11,6271 + j16,1749)(0,05 - j0,0501)}{1,9819 - j19,82} =$$

$$z_{l3} = \frac{(8,1943 + j18,1569)(0,005 - j0,0501)}{1,9819 - j19,82} =$$

$$z_{4l} = \frac{(-11,6271 + j16,1749)(0,105 + j0,5)}{1,9819 - j19,82} =$$

$$z_{l4} = \frac{(8,1943 + j18,1569)(0,105 + j0,5)}{1,9819 - j19,82} =$$

$$z_{5l} = -j0,1 + \frac{(-11,6271 + j16,1749)(-j0,1)}{1,9819 - j19,82} =$$

$$z_{l5} = -j0,1 + \frac{(8,1943 + j18,1569)(-j0,1)}{1,9819 - j19,82}$$

$$z_{ll} = -z_{5l} + \frac{1 + (8,1943 + j18,1509)(z_{4l} - z_{5l})}{1,9819 - j19,82} =$$

$$z_{2l} = 1,001 \angle 210^\circ \times 0,1 \angle 60^\circ = 0,1 \angle 270^\circ = -j0,1$$

$$z_{l2} = 1,001 \underline{150} \times 0,1 \underline{120} = 0,1 \underline{270} = -j0,1$$

$$z_{3l} = 1,001 \underline{210} \times 0,0503 \underline{-84,3007} = 0,0504 \underline{125,7}$$

$$z_{3l} = -0,0294 + j0,0409$$

$$z_{l3} = 1,001 \underline{150} \times 0,0503 \underline{-84,3} = 0,0504 \underline{55,7}$$

$$z_{l3} = 0,0284 + j0,0416$$

$$z_{4l} = 1,001 \underline{210} \times 0,5109 \underline{78,14^\circ} = 0,5114 \underline{288,14^\circ} =$$

$$z_{4l} = 0,1592 - j0,4860$$

$$z_{l4} = 1,001 \underline{150} \times 0,5109 \underline{78,14} = 0,5114 \underline{228,14}$$

$$z_{l4} = -0,3413 - j0,3809$$

$$z_{5l} = -j0,1 + 1,001 \underline{210} \times 0,1 \underline{-90} =$$

$$= -j0,1 + 0,1001 \underline{120}$$

$$= -j0,1 - 0,05 + j0,0867$$

$$z_{5l} = -0,05 - j0,0133$$

$$z_{l5} = -j0,1 + 1,001 \underline{150} \times 0,1 \underline{-90}$$

$$= -j0,1 + 0,1001 \underline{60}$$

$$= -j0,1 + 0,0501 + j0,0867$$

$$z_{l5} = 0,0501 - j0,0133$$

$$z_{ll} = -(-0,05 - j0,0133) + \frac{1 + 19,9203 \sqrt{65,7101(0,1592 - j0,486 + 0,05 + j0,0133)}}{19,9188 \sqrt{-84,2897}}$$

$$z_{ll} = 0,05 + j0,0133 + \frac{1 + 19,203 \sqrt{65,7101(0,2092 - j0,472)}}{19,9188 \sqrt{-84,2897}} =$$

$$z_{ll} = 0,05 + j0,0133 + \frac{1 + 19,9203 \sqrt{65,7101 \times 0,5169 \sqrt{-66,12750}}}{19,9188 \sqrt{-84,2897}} =$$

$$z_{ll} = 0,05 + j0,0133 + \frac{1 + 10,2965 - j0,0752}{19,9188 \sqrt{-84,2897}}$$

$$z_{ll} = 0,05 + j0,0133 + \frac{11,2968 - j0,3814}{19,9188 \sqrt{-84,2897}}$$

$$z_{ll} = 0,5847 \sqrt{79,1365} = 0,1102 + j0,5742$$

$$z'_{22} = z_{22} - \frac{z_{2l} z_{l2}}{z_{ll}}$$

$$= j0,1 - \frac{0,1 \sqrt{270} \times 0,1 \sqrt{270}}{0,5847 \sqrt{79,1365}} =$$

$$z'_{22} = j0,1 - 0,0171 \sqrt{100,8636} =$$

$$z'_{22} = j0,1 + 0,0032 - j0,168$$

$$\underline{\underline{z'_{22} = 0,0032 - j0,68}}$$

$$\begin{aligned}
 z_{23} &= z_{23} - \frac{z_{2l} z_{l3}}{z_{ll}} \\
 &= 0,05 + j0,0866 - \frac{0,1 \sqrt{270} \times 0,0504 \angle 55,7^\circ}{0,5847 \sqrt{79,1365}} = \\
 &= 0,05 + j0,086 - 0,0086 \angle 246,5635 \\
 \underline{\underline{z'_{23} &= 0,0534 + j0,0945}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{24} &= z_{24} - \frac{z_{2l} z_{l4}}{z_{ll}} = \\
 &= 0,05 + j0,0866 - \frac{0,1 \sqrt{270} \times 0,5114 \angle 228,14^\circ}{0,5847 \sqrt{79,1365}} = \\
 &= 0,05 + j0,0866 - 0,0875 \angle 59^\circ = \\
 \underline{\underline{z'_{24} &= 0,005 + j0,0116}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{25} &= z_{25} - \frac{z_{2l} z_{l5}}{z_{ll}} \\
 &= 0 - \frac{0,1 \sqrt{270} \times 0,0518 \angle -14,8673^\circ}{0,5847 \sqrt{79,1365}} = \\
 &= -0,0089 \angle 176^\circ = \\
 \underline{\underline{z_{25} &= 0,0084 - j0,0006}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{32} &= z_{32} - \frac{z_{3l} z_{l3}}{z_{ll}} \\
 &= -0,0309 + j0,0951 - \frac{0,0504 \angle 125,7^\circ \times 0,1 \angle 270^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \\
 &= -0,0309 + j0,0951 - 0,0086 \angle 316,5635^\circ = \\
 &\quad \underline{\underline{z'_{32} = -0,0371 + j0,101}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{33} &= z_{33} - \frac{z_{3l} z_{l3}}{z_{ll}} \\
 &= 0,005 - j0,0501 - \frac{0,0504 \angle 125,7^\circ \times 0,0504 \angle 55,7^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \\
 &= 0,005 - j0,0501 - 0,0043 \angle 102,2635^\circ = \\
 &= 0,005 - j0,0501 + 0,0009 - j0,0042 \\
 &\quad \underline{\underline{z'_{33} = 0,0059 - j0,0543}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{34} &= z_{34} - \frac{z_{3l} z_{l4}}{z_{ll}} \\
 &= 0,005 - j0,0501 - \frac{0,0504 \angle 125,7^\circ \times 0,5114 \angle 228,14^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \\
 &= 0,005 - j0,0501 - 0,0441 \angle 247,7035^\circ = \\
 &= 0,005 - j0,0501 + 0,0167 + j0,0408 \\
 &\quad \underline{\underline{z'_{34} = 0,0217 - j0,0093}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{35} &= z_{35} - \frac{z_{3l} z_{l5}}{z_{ll}} \\
 &= 0 - \frac{0,0504 \angle 125,7^\circ \times 0,0518 \angle -14,8673^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \\
 &= -0,0045 \angle 31,6962
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{z'_{35} = -0,0038 - j0,0024}}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{42} &= z_{42} - \frac{z_{4l} z_{l2}}{z_{ll}} \\
 &= -0,0309 + j0,0951 - \frac{0,514 \angle 288,14^\circ \times 0,1 \angle 270^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \\
 &= -0,0309 + j0,0951 - 0,0875 \angle 119,0036
 \end{aligned}$$

$$= -0,0309 + j0,0951 + 0,0424 - j0,0765$$

$$\underline{\underline{z'_{42} = 0,0115 + j0,0186}}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{43} &= z_{43} - \frac{z_{4l} z_{l3}}{z_{ll}} \\
 &= 0,005 - j0,0501 - \frac{0,5114 \angle 288,14^\circ \times 0,0504 \angle 55,7^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} =
 \end{aligned}$$

$$0,005 - j0,0501 + 0,0041 + j0,0439$$

$$\underline{\underline{z'_{43} = 0,0091 - j0,0062}}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{44} &= z_{44} - \frac{z_{4l} z_{l4}}{z_{ll}} \\
 &= 0,105 + j0,5 - \frac{0,5114 \angle 288,14^\circ \times 0,5114 \angle 228,14^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \\
 &= 0,105 + j0,5 - 0,4473 \angle 77,1435^\circ = \\
 &= 0,105 + j0,5 - 0,0995 - j0,4361 \\
 \underline{\underline{z'_{44} &= 0,0055 + j0,0639}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{45} &= z_{45} - \frac{z_{4l} z_{l5}}{z_{ll}} \\
 &= 0 - \frac{0,5114 \angle 288,14^\circ \times 0,0518 \angle -14,8673^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \\
 &= -0,0453 \angle 194,1362^\circ \\
 \underline{\underline{z'_{45} &= 0,0451 - j0,0042}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{52} &= z_{52} - \frac{z_{5l} z_{l2}}{z_{ll}} = \\
 &= 0 - \frac{0,0517 \angle -183,45^\circ \times 0,1 \angle 270^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \\
 &= -0,0088 \angle 7,4135^\circ = \\
 \underline{\underline{z'_{52} &= -0,0087 - j0,001}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z'_{53} &= Z_{53} - \frac{Z_{5l} Z_{l3}}{Z_{ll}} \\ &= 0 - \frac{0,0517 \angle -183,45^\circ \times 0,0504 \angle 55,7^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \end{aligned}$$

$$Z'_{53} = 0,0045 \angle -206,8865$$

$$\underline{\underline{Z'_{53} = 0,0045 - 0,0005}}$$

$$\begin{aligned} Z'_{54} &= Z_{54} - \frac{Z_{5l} Z_{l4}}{Z_{ll}} \\ &= 0 - \frac{0,0517 \angle -183,45^\circ \times 0,5114 \angle 228,14^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} = \end{aligned}$$

$$= -0,0452 \angle -34,4465^\circ =$$

$$\underline{\underline{Z'_{54} = -0,0387 + j0,0233}}$$

$$\begin{aligned} Z'_{55} &= Z_{55} - \frac{Z_{5l} Z_{l5}}{Z_{ll}} \\ &= j0,1 - \frac{0,0517 \angle -183,45^\circ \times 0,0518 \angle -14,8673^\circ}{0,5847 \angle 79,1365^\circ} \end{aligned}$$

$$= -0,0046 \angle -277,4537$$

$$\underline{\underline{Z'_{55} = 0,0016 - j0,0043}}$$

Luego, la Matriz de Impedancia de barra de secuencia po

sitiva, será la siguiente:

$$Z_{\text{BARRA}}^{(1)} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,0032 - j0,68 & 0,0534 + j0,0945 & 0,005 + j0,0116 & 0,0084 - j0,0006 \\ \hline -0,0371 + j0,1010 & 0,0059 - j0,0543 & 0,0217 - j0,0093 & -0,0038 - j0,0024 \\ \hline 0,0115 + j0,0186 & 0,0091 - j0,0062 & 0,0055 + j0,0639 & 0,0451 - j0,0072 \\ \hline -0,0087 - j0,0011 & 0,0045 - j0,0005 & -0,0387 + j0,023 & 0,0016 - j0,0043 \\ \hline \end{array}$$

Esta matriz representa a la Matriz de Impedancia de barra de secuencia positiva. Es una matriz asimétrica. A continuación se procederá a la construcción de la matriz de barra de secuencia negativa, pues como se revisó anteriormente $Z_1 \neq Z_2$.

El circuito gráficamente representado y que va a servir para ir añadiendo los elementos a un tiempo es el siguiente:

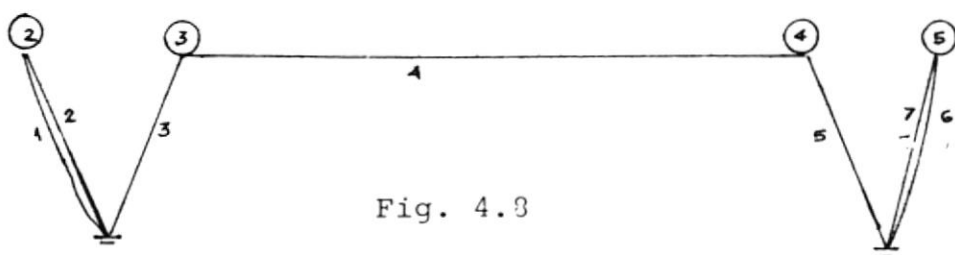


Fig. 4.3

Como se verá, el esquema es el mismo que el de la secuencia positiva.

El orden en el cual se irán añadiendo los elementos será 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

Como primer paso, se añade el elemento 1 desde $p=1$ hasta $q=2$, como una rama, siendo p nudo de referencia y no hay acoplamiento mutuo. La Matriz de Impedancia parcial será:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & 2 \\ & 2 & \boxed{j0,1} \\ (2) & & \end{matrix}$$

En el segundo paso, se añade el elemento 2 del sistema que corresponde al primer elemento del equivalente $V -$ del transformador $\Delta - Y$, elevador, sin acoplamiento mutuo entre los elementos. El elemento se lo añadirá desde la barra de referencia $p = 1$ hasta la barra $q=2$, resultando lo siguiente:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & 2 & & l \\ & & & & \\ & 2 & \boxed{\begin{matrix} j0,1 & z_{2l} \\ z_{l2} & z_{ll} \end{matrix}} \\ (2) & & & & \\ & l & & & \end{matrix}$$

Por ser la Matriz de Admitancia singular y tomando en consideración la impedancia infinita del primer elemento $z_{l2,12}$, la matriz de impedancia parcial permanece la misma, luego:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & 2 \\ & 2 & \boxed{j0,1} \\ (2) & & \end{matrix}$$

En el paso 3, se añade el tercer elemento del Sistema, desde la barra de referencia $p=1$ hasta $q=3$, con acoplamiento mutuo asimétrico. Este elemento se lo añadirá - como una rama, por lo que se aumentarán una fila y una columna de elementos, según la matriz siguiente:

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & \begin{matrix} 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} j0,1 \\ Z32 \end{matrix} & \begin{matrix} Z23 \\ Z33 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$Z_{qi} = Z_{pi} + \frac{(Z_{ri} - Z_{si}) Y_{pq,rs}}{Y_{pq,pq}}$$

$$Z_{32} = \cancel{Z_{12}} + \frac{(Z_{12} - Z_{22}) Y_{13,12}}{Y_{13,13}}$$

$$Z_{iq} = Z_{ip} + \frac{(Z_{ir} - Z_{is}) Y_{rs,pq}}{Y_{pq,pq}}$$

$$Z_{23} = \cancel{Z_{21}} + \frac{(Z_{21} - Z_{22}) Y_{12,13}}{Y_{13,13}}$$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + 1 + \frac{(Z_{rq} - Z_{sq}) Y_{pq,rs}}{Y_{pq,pq}}$$

$$Z_{33} = \cancel{Z_{13}} + \frac{1 + Y_{13,12} (\cancel{Z_{13}} - Z_{23})}{Y_{13,13}}$$

Z_{12} , Z_{21} , Z_{13} son iguales a 0 por ser ^pnudo de referencia, luego

$$Z_{32} = \frac{(-j0,1)(8,1943+j18,1569)}{1,9819-j19,82} = 0,1 \angle 60^\circ = 0,05+j0,0866$$

$$Z_{32} = 0,05 + j0,0866$$

$$Z_{23} = \frac{(-j0,1)(-11,6271+j16,1749)}{1,9819-j19,82} = 0,1 \angle 119,99^\circ = -0,0500+j0,0866$$

$$Z_{23} = -0,005 + j0,0866$$

$$Z_{33} = \frac{1 + (8,1943+j18,1569)(+0,05-j0,0866)}{1,9819-j19,82}$$

$$Z_{33} = \frac{1 + 19,9203 \angle 65,7101^\circ \times 0,1 \angle -60^\circ}{19,9188 \angle -84,2897^\circ}$$

$$Z_{33} = \frac{1 + 1,992 \angle 5,7101^\circ}{19,9188 \angle -84,2897^\circ}$$

$$Z_{33} = \frac{2,9821 + j0,1982}{19,9188 \angle -84,2897^\circ}$$

$$Z_{33} = \frac{2,9887 \angle 3,8025^\circ}{19,9188 \angle -84,2897^\circ}$$

$$Z_{33} = 0,15 \angle 88,01^\circ$$

La Matriz de Impedancia de barra de secuencia negativa parcial hasta este paso, será la siguiente:

	2	3
$Z_{\text{BARRA}} =$	j0,1	-0,05+j0,0866
(2)	0,05+j0,0866	0,0052+j0,1499

Paso 4.-

El paso Cuarto conduce a la inclusión de la impedancia de la línea de transmisión, en la formación de la Matriz de Impedancia de secuencia negativa, desde la barra $p=3$ hasta $q=4$ como una rama, no existiendo acoplamiento mutuo y p no es nudo de referencia. La Matriz de Impedancia de barra se aumentará en una nueva fila y columna de elementos.

	2	3	4
$Z_{\text{BARRA}} =$	j0,1	-0,05+j0,0866	Z24
(2)	0,05+j0,0866	0,0052+j0,0499	Z34
	Z42	Z43	Z44

$$Z_{24} = Z_{34} = -0,05+j0,0866$$

$$Z_{42} = Z_{32} = 0,05 + j0,0866$$

$$Z_{34} = Z_{33} = 0,0052 + j0,1499$$

$$Z_{43} = Z_{33} = 0,0052 + j0,1499$$

$$Z_{44} = Z_{34} + z_{34,34}$$

$$= 0,0052 + j0,1499 + 0,1 + j0,5$$

$$= 0,1052 + j0,6499$$

Luego la matriz parcial será:

		2	3	4
		$j0,1$	$-0,05 + j0,0866$	$-0,05+j0,0866$
$Z_{\text{BARRA}} =$ (2)	3	$0,05+j0,0866$	$0,0052+j0,1499$	$0,0052+j0,1499$
	4	$0,05+j0,0866$	$0,0052+j0,1499$	$0,1052+j0,6499$

En el paso cinco, se añade el quinto elemento del sistema que corresponde al primer elemento del equivalente V correspondiente al transformador reductor conectado en el lado de la carga. Según regla general, este primer elemento se lo añade como un lazo y según la expresión:

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq,pq}$$

$z_{pq,pq}$ es de impedancia infinita, luego Z_{ll} es infinita.

Según esto, los valores de la matriz de impedancia de secuencia negativa permanecerán los mismos, pues según la fórmula.

$$Z_{ij} \text{ modif.} = Z_{ij} \text{ original} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}} \text{ luego}$$

$$Z_{ij} \text{ mod.} = Z_{ij} \text{ original.}$$

Luego se añade el elemento seis, que corresponde a la -

impedancia del motor desde $p=1$ hasta $q=5$. En este caso p es nudo de referencia y no hay acoplamiento mutuo. Este elemento se lo incluye como una rama lo cual aumentará una fila y una columna de elementos nuevos.

	2	3	4	5
2	$j0,1$	$-0,05+j0,0866$	$-0,05+j0,0866$	Z25
3	$0,05+j0,0866$	$0,0052+j0,1499$	$0,0052+j0,1499$	Z35
4	$0,05+j0,0866$	$0,0052+j0,1499$	$0,1052+j0,6499$	Z45
5	Z52	Z53	Z54	Z55

$$Z_{25} = Z_{21} = 0$$

$$Z_{52} = Z_{35} = Z_{53} = Z_{45} = Z_{54} = 0$$

$$Z_{55} = Z_{15} + z_{15,15} = j0,1$$

Luego la matriz de impedancia de barra de secuencia negativa, será:

	2	3	4	5
2	$j0,1$	$-0,05+j0,0866$	$-0,05+j0,0866$	0
3	$0,05+j0,0866$	$0,0052+j0,1499$	$0,0052+j0,1499$	0
4	$0,05+j0,0866$	$0,0052+j0,1499$	$0,1052+j0,6499$	0
5	0	0	0	$j0,1$

En el siguiente paso se añade el elemento 7 desde $p=1$ hasta $q=5$ tomando a p como referencia. Existe acoplamiento mutuo asimétrico. Este nuevo elemento se lo añadirá como un lazo.

Los elementos entonces a calcularse serán Z_{2l} , Z_{l2} , Z_{3l} , Z_{3l} , Z_{4l} , Z_{l4} , Z_{5l} , Z_{ll} y Z_{l5} . Luego se encontrarán los valores modificados, pues la matriz no cambia de dimensiones.

$$Z_{2l} = - Z_{25} + \frac{Y_{14,15} (Z_{24} - Z_{25})}{Y_{15,15}} =$$

$$Z_{l2} = - Z_{52} + \frac{Y_{15,14} (Z_{42} - Z_{52})}{Y_{15,15}} =$$

$$Z_{3l} = - Z_{35} + \frac{Y_{14,15} (Z_{34} - Z_{35})}{Y_{15,15}} =$$

$$Z_{l3} = - Z_{53} + \frac{Y_{15,14} (Z_{43} - Z_{53})}{Y_{15,15}} =$$

$$Z_{4l} = - Z_{45} + \frac{Y_{14,15} (Z_{44} - Z_{45})}{Y_{15,15}} =$$

$$Z_{l4} = - Z_{54} + \frac{Y_{15,14} (Z_{44} - Z_{54})}{Y_{15,15}} =$$

$$Z_{5l} = - Z_{55} + \frac{Y_{14,15} (Z_{54} - Z_{55})}{Y_{15,15}} =$$

$$z_{l5} = -z_{55} + \frac{y_{15,14} (z_{45} - z_{55})}{y_{15,15}} =$$

$$z_{ll} = z_{1l} - z_{5l} + 1 + \frac{y_{15,14} (z_{4l} - z_{5l})}{y_{15,15}} =$$

	1-4	1-5
1-4	1,9819-19,82	8,1943+j18,1569
1-5	-11,6271+j16,1749	1.9819-j19,82

$$z_{2l} = \frac{(8,1943+j18,1569)(-0,05+j0,0866)}{(1,9819-j19,82)} =$$

$$z_{l2} = \frac{(-11,6271+j16,1749)(0,05+j0,0866)}{(1,9819-j19,82)} =$$

$$z_{3l} = \frac{(8,1943+j18,1569)(0,0052+j0,1499)}{(1,9819-j19,82)} =$$

$$z_{l3} = \frac{(-11,6271+j16,1749)(0,0052+j0,1499)}{(1,9819-j19,82)} =$$

$$z_{4l} = \frac{(8,1943+j18,1569)(0,1052+j0,6499)}{(1,9819-j19,82)} =$$

$$z_{l4} = \frac{(-11,6271+j16,1749)(0,1052+j0,6499)}{(1,9819-j19,82)} =$$

$$z_{5l} = -j0,1 + \frac{(8,1943+j18,1569)(-j0,1)}{(1,9819-j19,82)} =$$

$$Z_{l5} = -j0,1 + \frac{(-11,6271+j16,1749)(-j0,1)}{(1,9819-j19,82)}$$

$$Z_{ll} = -Z_{5l} + 1 + \frac{(8,1943+j18,1569)(Z_{4l} - Z_{5l})}{(1,9819-j19,82)}$$

Luego:

$$Z_{2l} = 1,001 \angle 150^\circ \times 0,1 \angle 120^\circ = 0,1 \angle 270^\circ$$

$$Z_{l2} = 1,001 \angle 210^\circ \times 0,1 \angle 60^\circ = 0,1 \angle 270^\circ$$

$$Z_{3l} = 1,001 \angle 150^\circ \times 0,15 \angle 88,0132^\circ = 0,1502 \angle 238,0132^\circ$$

$$Z_{l3} = 1,001 \angle 210^\circ \times 0,15 \angle 88,0132^\circ = 0,1502 \angle 298,0132^\circ$$

$$Z_{4l} = 1,001 \angle 150^\circ \times 0,6584 \angle 80,8052^\circ = 0,6591 \angle 230,8052^\circ$$

$$Z_{4l} = -0,4165 - j0,5108$$

$$Z_{l4} = 1,001 \angle 210^\circ \times 0,6584 \angle 80,8052^\circ = 0,6591 \angle 290,8062^\circ$$

$$Z_{5l} = -j0,1 + 1,001 \angle 150^\circ \times 0,1 \angle -90^\circ = -j0,1 + 0,05 + j0,0866 =$$

$$\begin{aligned} Z_{5l} &= 0,05 - j0,0134 \\ &= 0,0518 \angle -15,0027^\circ \end{aligned}$$

$$Z_{l5} = -j0,1 + (1,001 \angle 210^\circ) \times 0,1 \angle -90^\circ =$$

$$Z_{l5} = -0,05 + j0,0314 =$$

$$z_{l5} = 0,0518 \angle 164,9973^\circ$$

$$z_{ll} = -z_{5l} + \frac{1 + (19,9203 \angle 65,7101) (0,6591 \angle 230,8052 - z_{5l})}{19,9188 \angle -84,2897}$$

$$z_{ll} = -0,05 + j0,0134 + \frac{1 + (19,9203 \angle 65,7101) (-0,4165 - j0,4974)}{19,9188 \angle -84,2897} =$$

$$z_{ll} = -0,05 + j0,0134 + \frac{1 + 19,9203 \angle 65,7101 \times 0,6488 \angle -50,0587^\circ}{19,9188 \angle -84,2897}$$

$$z_{ll} = -0,05 + j0,0134 + \frac{1 + 12,9243 \angle 15,6514}{19,9188 \angle -84,2897} =$$

$$z_{ll} = -0,05 + j0,0134 + \frac{1 + 12,4451 + j3,4858}{19,9188 \angle -84,2897} =$$

$$z_{ll} = -0,05 + j0,0134 + \frac{13,8899 \angle 14,5386}{19,9188 \angle -84,2897} =$$

$$z_{ll} = -0,05 + j0,0134 - 0,107 + j0,6890$$

$$z_{ll} = -0,1570 + j0,7024$$

$$z_{ll} = 0,7197 \angle 102,5996^\circ -$$

$$z'_{22} = z_{22} - \frac{z_{2l} z_{l2}}{z_{ll}}$$

$$= j0,1 - \frac{0,1 \angle 270 \times 0,1 \angle 270}{0,7197 \angle 102,5996} =$$

$$= j0,1 - 0,0139 \underline{77,4004}$$

$$\underline{\underline{z'_{22} = -0,003 + j0,0864}}$$

$$z'_{23} = z_{23} - \frac{z_{2l} z_{l3}}{z_{ll}}$$

$$= -0,05 + j0,0866 - \frac{0,1 \underline{270} \times 0,1502 \underline{298,0132}}{0,7197 \underline{102,5996}} =$$

$$z'_{23} = -0,05 + j0,0866 - 0,0209 \underline{105,4172}$$

$$z'_{23} = -0,05 + j0,0866 + 0,00056 - j0,0201$$

$$\underline{\underline{z'_{23} = -0,0444 + j0,0665}}$$

$$z'_{24} = z_{24} - \frac{z_{2l} z_{l4}}{z_{ll}}$$

$$z'_{24} = -0,05 + j0,0866 - \frac{0,1 \underline{270} \times 0,6591 \underline{290,8062}}{0,7197 \underline{102,5996}} =$$

$$z_{24} = -0,05 + j0,0866 - 0,0916 \underline{98,2072}$$

$$\underline{\underline{z'_{24} = -0,0369 - j0,0041}}$$

$$z'_{25} = z_{25} - \frac{z_{2l} z_{l5}}{z_{ll}}$$

$$= 0 - \frac{0,1001 \sqrt{270} \times 0,0518 \sqrt{164,9973}}{0,7197 \sqrt{102,5996}} =$$

$$- 0,01 \sqrt{332,4}$$

$$\underline{\underline{z'_{25} = -0,01 + j0,00046}}$$

$$z'_{32} = z_{32} - \frac{z_{3l} z_{l2}}{z_{ll}}$$

$$= 0,05 + j0,0866 - \frac{0,1502 \sqrt{238,0132} \times 0,1 \sqrt{270}}{0,7197 \sqrt{102,5996}} =$$

$$= 0,05 + j0,0866 - 0,0209 \sqrt{45,4136}$$

$$= 0,05 + j0,0866 - 0,0147 - j0,0149$$

$$\underline{\underline{z'_{32} = 0,0353 + j0,0717}}$$

$$z'_{33} = z_{33} - \frac{z_{3l} z_{l3}}{z_{ll}}$$

$$= 0,0052 + j0,1499 - \frac{0,1502 \sqrt{238,0132} \times 0,1502 \sqrt{298,0132}}{0,7197 \sqrt{102,5996}} =$$

$$= 0,0052 + j0,1499 - 0,0313 \sqrt{73,4268}$$

$$= 0,0052 + j0,1499 - 0,0089 - j0,03$$

$$\underline{\underline{z'_{33} = -0,0037 + j0,1199}}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{34} &= z_{34} - \frac{z_{3l} z_{l4}}{z_{ll}} \\
 &= 0,0052 + j0,1499 - \frac{0,1502 \sqrt{238,0132} \times 0,6591 \sqrt{240,8062}}{0,7197 \sqrt{102,5996}} = \\
 &= 0,0052 + j0,1499 - 0,1376 \sqrt{66,2199} \\
 &= 0,0052 + j0,1499 - 0,0555 - j0,1259 \\
 \underline{\underline{z'_{34} &= -0,0503 + j0,0240}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{35} &= z_{35} - \frac{z_{3l} z_{l5}}{z_{ll}} \\
 &= 0 - \frac{0,1502 \sqrt{238,0132} \times 0,0518 \sqrt{164,9973}}{0,7197 \sqrt{102,5996}} \\
 &= -0,0188 \sqrt{300,4109} \\
 \underline{\underline{z'_{35} &= -0,0095 + j0,0162}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{42} &= z_{42} - \frac{z_{4l} z_{l2}}{z_{ll}} \\
 &= 0,05 + j0,0866 - \frac{0,6591 \sqrt{230,8052} \times 0,1 \sqrt{270}}{0,7197 \sqrt{102,5996}} = \\
 &= 0,05 + j0,0866 - 0,0916 \sqrt{38,2056} \\
 &= 0,05 + j0,0866 - 0,072 - j0,0567 \\
 \underline{\underline{z'_{42} &= -0,022 + j0,0299}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{43} &= z_{43} - \frac{z_{4l} z_{l3}}{z_{ll}} \\
 &= 0,0052 + j0,1499 - \frac{0,6591 \sqrt{230,8052} \times 0,1592 \sqrt{298,0132}}{0,7197 \sqrt{102,5996}} = \\
 &= 0,0052 + j0,1499 - 0,1458 \sqrt{66,2188} \\
 &= 0,0052 + j0,1499 - 0,0588 - j0,1334
 \end{aligned}$$

$$\underline{z'_{43} = -0,0536 + j0,0165}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{44} &= z_{44} - \frac{z_{4l} z_{l4}}{z_{ll}} \\
 &= 0,1052 + j0,6499 - \frac{0,6591 \sqrt{230,8052} \times 0,6591 \sqrt{290,8062}}{0,7197 \sqrt{102,5996}} = \\
 &= 0,1052 + j0,6499 - 0,6036 \sqrt{59,0118} = \\
 z_{44} &= 0,1052 + j0,6499 - 0,3108 - j0,5175
 \end{aligned}$$

$$\underline{z'_{44} = -0,2056 + j0,1324}$$

$$\begin{aligned}
 z'_{45} &= z_{45} - \frac{z_{4l} z_{l5}}{z_{ll}} \\
 &= 0 - \frac{0,6591 \sqrt{230,8052} \times 0,0518 \sqrt{164,9973}}{0,7197 \sqrt{102,5996}} =
 \end{aligned}$$

$$z'_{45} = -0,0474 \sqrt{293,2029}$$

$$\underline{z'_{45} = -0,0187 + j0,0436}$$

$$z'_{52} = z_{52} - \frac{z_{5l} z_{l2}}{z_{ll}}$$

$$= 0 - \frac{0,0518 \angle -15,0027 \times 0,1 \angle 270}{0,7197 \angle 102,5996} =$$

$$- 0,0072 \angle 152,3977$$

$$\underline{\underline{z'_{52} = 0,0064 - j0,0033}}$$

$$z'_{53} = z_{53} - \frac{z_{5l} z_{l3}}{z_{ll}}$$

$$= 0 - \frac{0,0518 \angle -15,0027 \times 0,1502 \angle 298,0132}{0,7197 \angle 102,5996} =$$

$$= - 0,0108 \angle 180,4109$$

$$\underline{\underline{z'_{53} = 0,0108 + j0,0001}}$$

$$z'_{54} = z_{54} - \frac{z_{5l} z_{l4}}{z_{ll}}$$

$$= 0 - \frac{0,0518 \angle -15,0027 \times 0,6591 \angle 290,8062}{0,7197 \angle 102,5996} =$$

$$\underline{\underline{z_{54} = 0,0471 - j0,0056}}$$

$$z'_{55} = z_{55} - \frac{z_{5l} z_{l5}}{z_{ll}}$$

$$= j0,1 - \frac{0,0518 \angle -15,0027 \times 0,0518 \angle 164,9973^\circ}{0,7197 \angle 102,5916}$$

$$j0,1 - 0,0037 \sqrt{47.395}$$

$$= j0,1 - 0,0025 - j0,0027$$

$$\underline{Z_{55} = -0,0025 + j0,0973}$$

Luego la Matriz de barra de Impedancia para la secuencia negativa será la siguiente:

	2	3	4	5
2	-0,003+j0,0864	-0,0444+j0,0665	-0,0369-j0,0041	-0,01+j0,00046
3	0,0353+j0,0717	-0,0037+j0,1199	-0,0503+j0,024	-0,0095+j0,0162
4	-0,022+j0,0299	-0,0536+j0,0165	-0,2056+j0,1324	-0,0187+j0,0436
5	0,0064-j0,0038	0,0108+j0,0001	0,0471-j0,0056	-0,0025+j0,0973

$Z_{\text{BARRA}} =$
(2)

Para la formación de la Matriz de Impedancia de secuencia cero, se procederá a añadir los elementos en el mismo orden en el cual fueron añadidos para la formación de las matrices anteriores.

El diagrama del sistema es el mismo al de las anteriores secuencias y es el que a continuación se presenta:

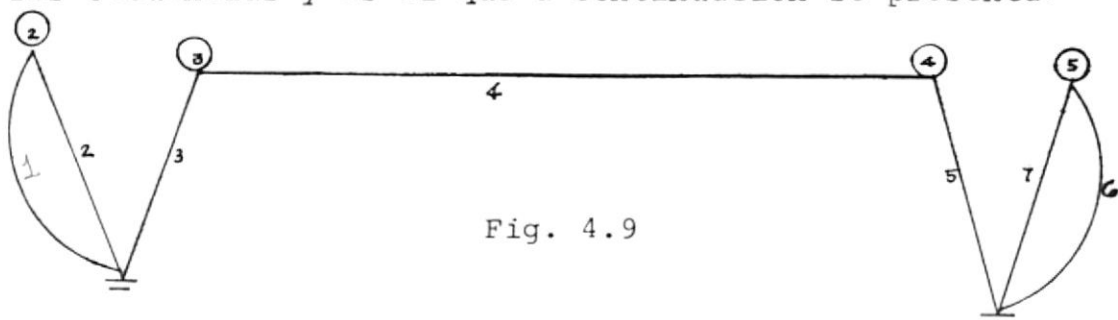


Fig. 4.9

En el paso primero, añadimos el elemento 1 desde $p=1$ hasta $q=2$. P es barra de referencia y no hay acoplamiento mutuo entre los elementos. Este elemento será añadido como una rama. La Matriz de Impedancia de secuencia cero, será

$$Z_{BARRA} = \frac{2}{X_0 + 3 X_n}$$

(o)

$$X_0 + 3 X_n = j0,02 + j3 \times 0,04 = j0,1$$

$$Z_{BARRA} = \frac{2}{j0,1}$$

(o)

En el paso dos, el elemento 2 del sistema se añade, el cual corresponde al primer elemento del equivalente V del transformador elevador. Será añadido desde $p=1$ hasta $q=2$, como un lazo y no existe acoplamiento mutuo. La Impedancia de secuencia cero en el lado es infinita, luego al añadir este elemento en forma de lazo, al calcular los valores modificados, no se altera la matriz original, pues el factor.

$$\frac{Z_i \times Z_j}{Z} \text{ luego}$$

La Matriz de Impedancia de barra de secuencia Cero, será

$$Z_{BARRA} = \frac{2}{j0,1}$$

(o)

El segundo elemento del equivalente V, se lo añade como una rama desde la barra de referencia p=1 hasta q=3. Existe acoplamiento mutuo asimétrico. La Matriz se modificará en sus dimensiones, pues se aumentarán una fila y una columna de elementos.

$$Z_{\text{BARRA}} = \begin{matrix} & & \begin{matrix} 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} j0,1 & Z23 \\ Z32 & Z33 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$Z_{qi} = Z_{pi} + \frac{(Z_{ri} - Z_{si}) Y_{pq,rs}}{Y_{pp,pq}} =$$

$$Z_{32} = \cancel{Z_{12}} + \frac{(Z_{12} - Z_{22}) Y_{13,12}}{Y_{13,13}} =$$

$$Z_{iq} = Z_{ip} + \frac{Y_{rs,pq} (Z_{ir} - Z_{is})}{Y_{pq,pq}} =$$

$$Z_{23} = \cancel{Z_{21}} + \frac{Y_{12,13} (Z_{21} - Z_{22})}{Y_{13,13}} =$$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + 1 + \frac{Y_{pq,rs} (Z_{rq} - Z_{sq})}{Y_{pq,pq}} =$$

$$Z_{33} = \cancel{Z_{13}} + \frac{1 + Y_{13,12} (Z_{13}, Z_{23})}{Y_{13,13}} =$$

Z_{12} , Z_{21} y Z_{13} son cero por ser p nudo de referencia, luego:

$$Z_{32} = \frac{(-j0,1) (0)}{1.9819-j19,82} = 0$$

$$Z_{23} = \frac{(-j0,1) (0)}{Y_{13,13}} = 0$$

$$Z_{33} = Z_{13} + \frac{1 + 0 (0)}{1.9819-j19,82} =$$

$$Z_{33} = \frac{1}{19,92 \mid -84,29} =$$

$$Z_{33} = 0,05 \mid 84,29 =$$

La Matriz Impedancia de barra de secuencia Cero parcial será entonces:

		2	3
$Z_{\text{BARRA}} =$ (o)	2	j0,1	0
	3	0	0,0004+j0,05

Luego se añade el elemento 4 como una rama desde p=3 - hasta q=4. No hay acoplamiento mutuo y p no es nudo - de referencia. La matriz será entonces:

		2	3	4
$Z_{\text{BARRA}} =$ (o)	2	0,1	0	Z ₂₄
	3	0	0,0004+j0,05	Z ₃₄
	4	Z ₄₂	Z ₄₃	Z ₄₄

$$Z_{24} = Z_{23} = 0$$

$$Z_{42} = Z_{pi} = Z_{32} = 0$$

$$Z_{34} = Z_{33} = 0,0004 + j0,05$$

$$Z_{43} = Z_{33} = 0,0004 + j0,05$$

$$Z_{44} = Z_{34} + z_{34,34}$$

$$Z_{44} = 0,0004 + j0,005 + 0,1 + j0,5$$

$$Z_{44} = 0,1004 + j0,505$$

La Matriz será entonces la siguiente:

$Z_{\text{BARRA=}}$ (0)	2	j0,1	0	0
	3	0	0,0004+j0,05	0,0004+j0,05
	4	0	0,0004+j0,05	0,1004+j0,505

En el siguiente paso, se añade el elemento 5 del sistema que representará el primer elemento del equivalente V del transformador reductor. Como en los casos anteriores, al tener el primer elemento del equivalente V - una impedancia infinita por ser la matriz coeficiente - singular en la ecuación matricial, se concluye que los valores a ser calculados no alterarán los encontrados anteriormente.

En el paso 6, se añade el elemento seis del sistema desde $p=1$ hasta $q=5$. P es nudo de referencia y no hay acoplamiento mutuo. Este elemento se lo incluirá como

una rama. La Matriz de Impedancia de barra de secuencia Cero, será hasta el momento la siguiente:

$$Z_{\text{BARRA}} = (c)$$

	2	3	4	5
2	$j0,1$	0	0	Z_{25}
3	0	$0,0004+j0,05$	$0,0004+j0,05$	Z_{35}
4	0	$0,0004+j0,05$	$0,1004+j0,505$	Z_{45}
5	Z_{52}	Z_{53}	Z_{54}	Z_{55}

$Z_{25} = Z_{52} = Z_{35} = Z_{53} = Z_{45} = 0$ pues en este caso, dependen sus valores de la referencia p, lo cual convierte sus valores en Cero.

$$Z_{55} = Z_{15} + z_{15,15} =$$

$$z_{15,15} = X_0 + 3 X_n = 0,04 + 3 \times 0,02 = j0,1$$

$$Z_{55} = j0,1$$

Luego la Matriz de Secuencia Cero, será hasta el momento la siguiente:

$$Z_{\text{BARRA}} = (0)$$

	2	3	4	5
2	$j0,1$	0	0	0
3	0	$0,0004+j0,05$	$0,0004+j0,05$	0
4	0	$0,0004+j0,05$	$0,1004+j0,505$	0
5	0	0	0	$j0,1$

Por último, el elemento 7 se lo añade desde $p=1$ hasta $q=5$ tomando p como referencia. Existe acoplamiento mutuo asimétrico, pero su valor es cero.

Los elementos a calcularse, serán los siguientes:

$$Z_{22} = -Z_{25} + \frac{Y_{14,15} (Z_{24} - Z_{25})}{Y_{15,15}} = 0$$

$$Z_{22} = -Z_{52} + \frac{Y_{15,14} (Z_{42} - Z_{52})}{Y_{15,15}} = 0$$

$$Z_{33} = -Z_{35} + 0 = 0$$

$$Z_{l3} = Z_{4l} = Z_{l4} = Z_{5l} = Z_{l5} = 0$$

$Z_{ll} = 00$ luego la Matriz de Impedancia de secuencia Cero será:

	2	3	4	5
2	$j0,1$	0	0	0
3	0	$0,0004+j0,05$	$0,0004+j0,05$	0
4	0	$0,0004+j0,05$	$0,1004+j0,505$	0
5	0	0	0	$j0,1$

$Z_{\text{BARRA}} = (0)$

Es decir, se ha completado, la formación de las tres ma

trices de secuencia y según la falla se pueden calcular las corrientes de CortoCircuito. El método permite entonces, calcular los valores de Corrientes y Voltajes - de falla en el punto a elegirse sin necesidad de recalcular ningún valor. Por un lado el cálculo es más largo, pues la matriz es asimétrica y $Z_1 \neq Z_2 \neq Z_0$, pero se compensa pues el cálculo arroja los valores directos de Corrientes y Voltajes.-

4.5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Del estudio presentado, se puede concluir que el mismo tiene por finalidad el analizar un nuevo equivalente - del transformador, llamado el equivalente V, para ser - incluido en el análisis de un sistema de potencia.

Este equivalente V, es una nueva representación desde - el punto de vista matemático, no físico del transforma- dor.

El equivalente V, puede concluirse, no altera el gráfi- co del circuito, ni valores de parámetros, ni esquemas de conexiones.

En igual forma, la formación de la ecuación de nudos - no se ve alterada significativamente para circuito que contengan cualquier número de equivalentes V.

Del análisis se concluye que el equivalente V se puede incluir en la formación de la Matriz de Admitancias Y_n .

El equivalente V puede ser introducido dentro del aná- lisis de corto circuito, para lo cual es factible la - formación de la Matriz de Impedancia en las tres secuen- cias con acoplamiento asimétrico.

De lo anterior se concluye, que los valores de corrien- te pueden ser obtenidos directamente en cualquier punto del sistema, sin necesidad de calculos posteriores.

Se recomienda un estudio a fondo de los métodos computa

cionales donde se incluyen matrices con acoplamiento si
métrico, para luego modificar el algoritmo e introducir
matrices con acoplamiento asimétrico.

El estudio de las conexiones trifásicas de transformadores, es necesaria pues permite una mayor visión del nuevo
equivalente.

La bibliografía presentada sirvió de base para la confección
de la presente tesis, recomendándosela como f
fuente de consulta.

En conclusión se puede decir, que este nuevo equivalente
representa algo interesante, pues permite el análisis -
de un sistema, incluyendo directamente elementos que -
por presentar desfazamiento, hacen necesario la inclu-
sión de artificios y originan cálculos posteriores que
dificultan el análisis, lo cual es obviado al emplear -
el equivalente V.

Es de anotarse que la inclusión del equivalente V origina
que la Matriz de Secuencia positiva Z1 sea diferente
a la Matriz de secuencia negativa Z2 por razones ya es-
pecificadas, lo cual ocasiona que el metodo de Cálculo
Computacional se incremente en tiempo y memoria del compu
tador. Esta aparente dificultad puede estar compensada
por el hecho de que el método permite calcular directa
mente valores de corriente y voltaje en cualquier punto
de un sistema que contengan cualquier numero de transfor
madores trifásicos o bancos trifásicos, conectados -
en Y - Δ , ya sea en el lado Y o en lado Δ del banco.

La utilización del método estará supeditada entonces al

criterio del ingeniero, quien considerará los aspectos positivos y negativos comparándolo con el método tradicional.

Se recalca el hecho de que existe la forma matemática - de incluir el equivalente de un transformador Y - Δ en un análisis de un Sistema de Potencia sin alterar mayor mente lo ya establecido.

4.6

BIBLIOGRAFIA

Transformer Engineering
L.F. BLUME, A. BOYAJIAN, G. CAMILLI

Linear Graphs and Electrical Networks
SESHU, Sundaram y REED, Myril B.

Magnetic Circuits and Transformers
E.E. Staff y M.I.T.

Introducción a la Teoría de Grafos
Por: TORANZOS, Fausto A.

Solution of Large Networks by Matrix Methods



A.F. 142696