

# **Análisis del Comportamiento de Columnas de Puentes de Concreto Reforzado a través de Diagramas de Interacción y Relaciones Momento-Curvatura**

Karla Morán Castillo <sup>(1)</sup>, Ing. Pablo Lindao Tomalá <sup>(2)</sup>  
Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra <sup>(1)</sup>, Consulsísmica <sup>(2)</sup>  
Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)  
Campus Gustavo Galindo, Km. 30.5 Vía Perimetral, Apartado 09-01-5863, Guayaquil, Ecuador  
kkmoran@espol.edu.ec

## **Resumen**

*Este proyecto de investigación tiene como objetivo establecer una serie de curvas, Diagramas de Interacción y Relaciones Momento-Curvatura, que ayuden a los ingenieros en el análisis de columnas de puentes. Estas curvas se elaboraron con el programa XTRACT v. 3.0.8, que permite crear secciones transversales de diferentes formas geométricas, a diferencia de otros programas. Los Diagramas de Interacción son muy importantes para el diseño de las columnas ya que presentan las combinaciones de carga y momento flector y sobretodo la carga de falla que separa la zona de tensión de la de compresión y las Relaciones Momento-Curvatura presentan los valores de curvatura última y de cedencia, las cuales permiten obtener la rotación plástica y la deformación máxima de una columna en el rango inelástico. Por lo tanto, se analizaron secciones de formas típicas y que son comunes en los puentes de la ciudad de Guayaquil, circulares y secciones Oblong (forma elíptica, ovalada o de un círculo alargado en una dirección), para obtener estos dos tipos de gráficos. Las curvas se han recopilado a manera de ábacos de acuerdo a su geometría, resistencia de hormigón y cuantía de acero, considerando los requisitos de la norma AASHTO 2002, para una mejor y fácil utilización de los ingenieros estructuralistas al momento de diseñar. Por último, al final de esta investigación se ha realizado un ejemplo para comprobar y demostrar el uso de estos ábacos en el diseño de un puente tipo.*

**Palabras Claves:** *Diagramas de Interacción, Momento-Curvatura, XTRACT, puentes, secciones circulares, secciones Oblong,*

## **Abstract**

*The objective of this investigation is to set a series of curves with Axial Force and Moment Interaction and Moment Curvature to help the engineers in bridge columns analysis. These graphs were elaborated with the program XTRACT V.3.0.8 which allows you to create cross sections of different shapes, unlike other programs. Column Interaction Diagrams are very important for columns design because they show the combination of axial load and moment in the compression and tension regions which are separated by the load of failure at the ultimate moment and the Moment Curvature relationships presents the equivalent yield curvature and the ultimate curvature to obtain the plastic rotation capacity and the maximum displacement of a column in the inelastic range. Therefore, they were analyzed typical and common sections used in Guayaquil city such as circular and oblong sections to make this type of graphics. The curves have been compiled as abacuses according the geometry, concrete strength and steel ratio, considering the standard specifications for highway bridges AASHTO 2002, for a better and easier use to structural designers. Finally, at the end of this research an example was done to demonstrate the utility of these abacuses in a typical bridge design.*

## 1. Introducción

Desde hace muchos años los puentes alrededor del mundo han sufrido daños y muchas veces el colapso de los mismos debido a la acción de los sismos que han azotado a diversas ciudades y países en todo el planeta. El problema de su comportamiento según estudios realizados se debe a las filosofías de diseño adoptadas en conjunto con la falta de importancia a los detalles de diseño, lo cual incrementa la discusión acerca de la filosofía de diseño sísmico.

Es por esto que el diseño de puentes ha ocupado un lugar muy importante en el trabajo de los ingenieros estructuralistas, quienes cada día se esfuerzan por lograr estructuras donde el diseño haga mayor énfasis en el desplazamiento y capacidad de ductilidad adecuada y no en la resistencia.

Este proyecto de tesis tiene como objetivo analizar las secciones típicas de columnas de puentes a través de curvas momento-curvatura y diagramas de interacción. La importancia de las relaciones momento-curvatura radica en predecir los valores de sobrerresistencia en los niveles de diseño de rotación plástica; es decir que con las curvas momento-curvatura se puede hacer una aproximación bilineal que determina la curvatura de fluencia y la curvatura última obteniendo a través de su diferencia la capacidad de curvatura plástica y con su cociente la capacidad de ductilidad del miembro, la misma que nos permite predecir el comportamiento de las columnas de la estructura ante la presencia de sismos.

Además de las relaciones Momento-Curvatura, los diagramas de interacción de dichas secciones son un aporte a los estudiantes e ingenieros que podrán consultar de manera más rápida y eficiente estas gráficas de gran importancia en el momento de diseñar columnas ya que presentan las combinaciones de carga y momento flector para determinar su falla.

Este trabajo tiene como propósito brindar una ayuda al diseñador en el conocimiento del comportamiento de la estructura mediante el comportamiento individual de los miembros para lo cual se han considerado las normas AASHTO 2002 para el diseño y refuerzo de columnas.

## 2. Propiedades del concreto reforzado para el diseño sísmico

El concreto reforzado en la actualidad sigue siendo uno de los materiales más usados en la construcción de obras de Ingeniería Civil debido a su versatilidad y

economía, es por eso que desde hace más de tres décadas los ingenieros han desarrollado una serie de investigaciones con el objetivo de lograr que el concreto reforzado presente un buen comportamiento ante sismos.

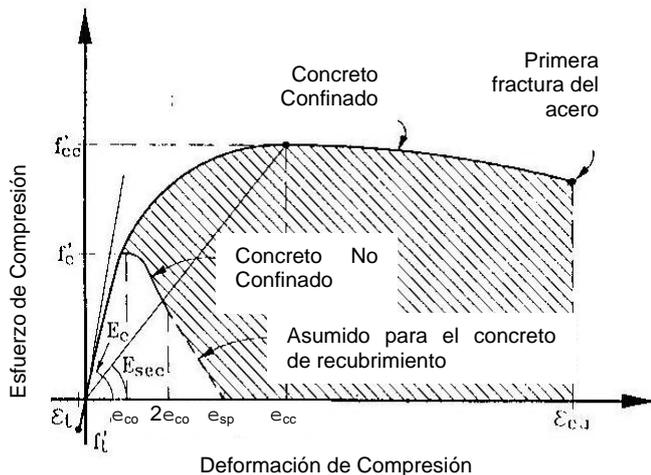
El hormigón armado está compuesto por el hormigón simple y el acero de refuerzo. El primero, es un material heterogéneo producto de la mezcla del cemento, agregados y agua que resiste los esfuerzos de compresión y el segundo, está conformado por varillas longitudinales y transversales que le dan a los elementos la resistencia a la tensión que el concreto simple no puede soportar. El hormigón armado posee un comportamiento complejo que ha sido analizado en gran parte por medio de la experimentación en laboratorios y para comprender mejor su comportamiento se estudian las propiedades mecánicas de sus componentes por separado.

El concreto simple tiene como característica principal ser resistente a la compresión, esto lo hace apropiado para construir elementos sometidos principalmente a este tipo de esfuerzos, tales como columnas o arcos; sin embargo, es un material relativamente frágil, con una baja resistencia a la tensión en comparación con la resistencia a compresión. De hecho, generalmente se desprecia el concreto a tensión en los cálculos de resistencia de los miembros de una estructura. Por esta razón es que en la práctica se puede confinar el concreto mediante el uso de refuerzo transversal en forma de hélices o aros de acero espaciados a una cierta distancia.

El objetivo del confinamiento es incrementar la resistencia a la compresión y la deformación última del concreto. Se han desarrollado muchas relaciones esfuerzo-deformación para el concreto confinado y la mayoría de ellas son aplicables a un rango restringido de condiciones, por ejemplo para secciones circulares o rectangulares. El modelo de Mander se publicó en 1988 y es aplicable para todas las formas de secciones y todos los niveles de confinamiento. (Ver figura 1)

La resistencia útil tanto a tensión como a compresión de los aceros comunes; es decir la resistencia a la fluencia, es aproximadamente quince veces la resistencia a la compresión del concreto estructural común y más de 100 veces su resistencia a la tensión. El acero es un material mucho más caro que el concreto, por lo cual se los utiliza en combinación para que el acero resista los esfuerzos de tensión y el concreto los de compresión. El refuerzo también se utiliza para resistir esfuerzos de compresión, especialmente cuando se desea reducir la sección transversal de elementos a compresión. Aunque no

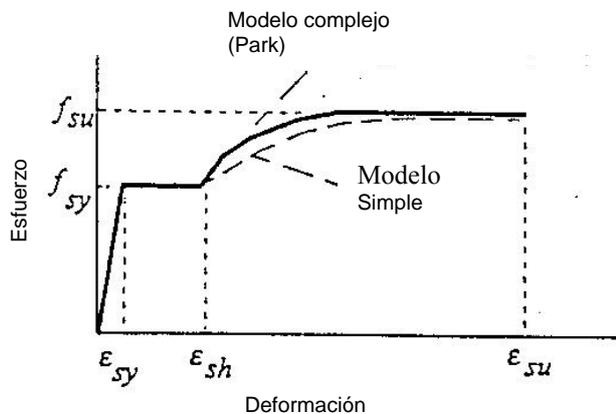
fuera necesario reducir las secciones, es esencial colocar una cuantía mínima de acero para prevenir y soportar esfuerzos de tensión inesperados y producidos por pequeños momentos flectores accidentales que pueden agrietar y producir inclusive la falla del elemento no reforzado.



**Figura 1.** Modelo de Mander para el concreto en compresión. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Para lograr una acción efectiva del acero de refuerzo es necesaria una adherencia fuerte entre los elementos para que éstos se deformen de forma conjunta y evitar movimientos relativos entre las varillas y el concreto circundante.

El modelo de Park, ilustrado en la figura 2, define los valores más importantes de la curva esfuerzo-deformación del acero.



**Figura 2.** Modelo de Park

### 3. Columnas de Puentes de Concreto Reforzado

Las columnas se definen como elementos que sostienen principalmente cargas a compresión. En general, las columnas también soportan momentos flectores con respecto a uno o a los dos ejes de la sección transversal y en esta acción de flexión pueden producirse fuerzas de tensión sobre una parte de la sección transversal. Las columnas pueden dividirse en: columnas cortas, en las cuales la carga última para una excentricidad dada está solamente gobernada por la resistencia de los materiales y las dimensiones de la sección transversal, y las columnas esbeltas en las cuales la carga última también está influida por la esbeltez, lo que produce flexión adicional debido a las deformaciones transversales.

#### 3.1. Secciones típicas de puentes

La figura 3 muestra una serie de alternativas para secciones de columnas sólidas apropiadas para la resistencia sísmica.

Las secciones A-A y B-B representan las opciones más comunes en columnas con una distribución circular del refuerzo longitudinal contenido dentro de los estribos o espirales transversales. La superficie externa puede ser circular, octogonal o de cualquier otra forma. Este tipo de secciones son eficientes, económicas y simples para construir. La curva continua del refuerzo transversal provee una presión de confinamiento continua al concreto y una restricción interna a cada varilla longitudinal para evitar el pandeo. La resistencia a la flexión, al corte y la capacidad de ductilidad son independientes de la dirección de la respuesta sísmica. Aquellas secciones, donde las demandas de momentos son iguales en las direcciones ortogonales, serán las mejores opciones para soportar la respuesta sísmica. La sección circular será la preferida para estos casos.

Por razones arquitectónicas y para dar un mejor soporte a la viga cabezal bajo carga viva excéntrica, es común extender la forma de la sección en la región superior como la sección C-C, donde las columnas se han extendido sólo en la dirección transversal. En esta sección, el refuerzo longitudinal se mantiene en la configuración circular original, con varillas adicionales de menor diámetro colocadas en la región extendida y confinada por aros transversales.

Las secciones desde D-D a F-F muestran alternativas de secciones rectangulares sólidas. La opción D-D tiene solo un estribo de refuerzo periférico. Este no provee un confinamiento efectivo al núcleo de concreto o una

restricción lateral efectiva a las varillas longitudinales excepto a aquellas que están en o inmediatamente adyacentes a las esquinas. Como consecuencia de este comportamiento, este tipo de secciones no pueden ser utilizadas donde se requiera de una respuesta dúctil.

En columnas de edificios es común usar columnas rectangulares para la resistencia sísmica. Por lo tanto, para dar el confinamiento adecuado al concreto y restringir el pandeo de las varillas longitudinales, se colocan estribos traslapados rectangulares y octogonales. Esto es posible porque no es muy común usar más de 16 varillas longitudinales en la sección, a diferencia de las columnas de puentes que generalmente requieren una gran cantidad de varillas. Para dar una adecuada restricción, en estos casos, se pueden requerir combinaciones de estribos transversales no prácticas, como se ilustra en la sección E-E, ésta sección tiene 20 varillas longitudinales, el cual es probablemente el número máximo de varillas que un estribo rectangular puede confinar.

Para columnas rectangulares grandes, que se usan típicamente en puentes, el uso de refuerzo longitudinal dentro de espirales intersecadas es muy común, como se muestra en la sección F-F. Se consideran grandes chaflanes en las esquinas para evitar el excesivo recubrimiento con problemas de desprendimiento. Las espirales se deben traslapar en una cantidad suficiente para asegurar una acción compuesta total por cortante bajo respuesta transversal.

Cuando la respuesta sísmica longitudinal es resistida totalmente por los estribos o cuando las variaciones en las alturas de pórticos son muy grandes y se hace antieconómica su construcción con una significativa resistencia longitudinal, puede adoptarse una sección rectangular alargada como la G-G. Esta tiene una gran resistencia y rigidez en la dirección transversal, actuando esencialmente como un muro estructural, pero tiene baja rigidez en la dirección longitudinal, por lo tanto atrae poco cortante longitudinal. Las regiones extremas del muro necesitan refuerzo especial de confinamiento si se requiere ductilidad bajo respuesta transversal.

### 3.2. Diagramas de Interacción

Los diagramas de interacción son la mejor forma de ilustrar el comportamiento de las columnas de acuerdo a las combinaciones de  $P_n$  y  $M_n$  en el intervalo completo de excentricidades desde cero hasta el infinito, definiendo de esta manera la carga y el momento de falla para determinada columna. Para cualquier excentricidad existe un solo par de  $P_n$  y  $M_n$  que producirán un estado inminente de falla y este par

de valores puede dibujarse como un punto del diagrama, los demás puntos de la curva pueden ser calculados como el anterior partiendo de una serie de fórmulas que siguen un proceso y que se encuentran en cualquier texto de diseño de estructuras de hormigón.

En este diagrama, cualquier línea radial representa una excentricidad particular  $e=M/P$ , como se muestra en la figura 4 el eje vertical corresponde a  $e = 0$  y  $P_0$  es la capacidad de la columna para carga concéntrica. El eje horizontal corresponde a un valor infinito de  $e$ , es decir, flexión pura con una capacidad a momento de  $M_0$ . Las excentricidades pequeñas producirán falla regida por compresión de concreto, mientras que las grandes llevarán a una falla iniciada por la fluencia del acero a tensión.

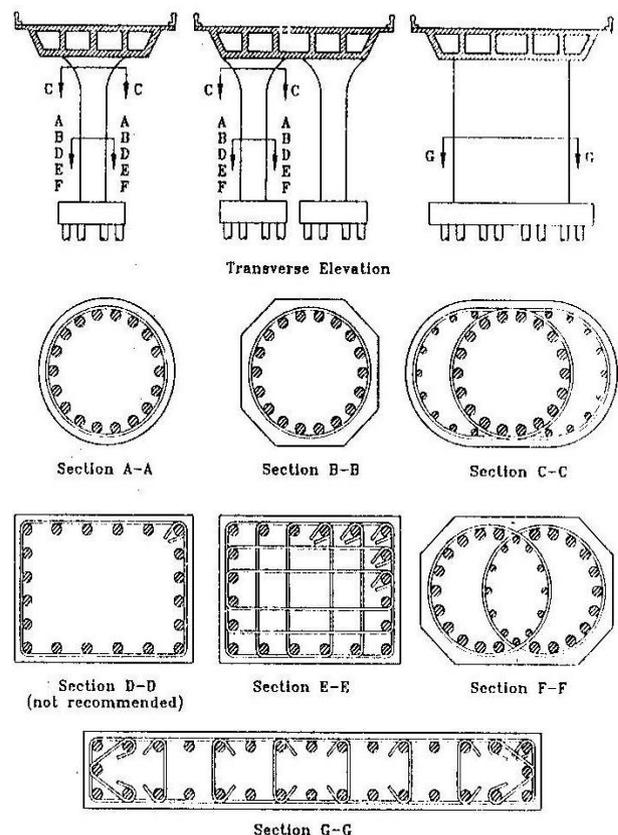


Figura 3. Secciones de columnas sólidas. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi 1996)

En la figura 4 se ilustra el intervalo de fallas, cualquier combinación de carga y excentricidad que esté entre AB provoca una falla a compresión y cualquier combinación en BC provoca una falla a tensión, donde la fluencia del acero de tensión precede al aplastamiento del concreto comprimido. En B ocurre lo que se conoce como falla balanceada, cuya excentricidad  $e_b$ , carga  $P_b$  y momento  $M_b$  actúan en

combinación para producir una falla, en la cual el concreto alcanza su deformación límite en el mismo instante en que el acero a tensión logra su deformación de fluencia. Este punto divide la zona de la falla a compresión (excentricidades pequeñas) de la zona de falla a tensión (excentricidades grandes).

A diferencia de las vigas, no es posible establecer si las columnas fallarán por la fluencia del acero en lugar de una falla por aplastamiento del concreto. La falla de las columnas depende de la excentricidad que se define por el análisis de carga de la estructura.

Es importante tener en cuenta de acuerdo a la figura 4 que, para la zona de falla a compresión, en cuanto mayor sea la carga axial, menor será el momento que la sección es capaz de resistir antes de la falla. Sin embargo, en la zona de falla a tensión ocurre lo contrario, cuanto mayor sea la carga axial, mayor será la capacidad simultánea a momento.

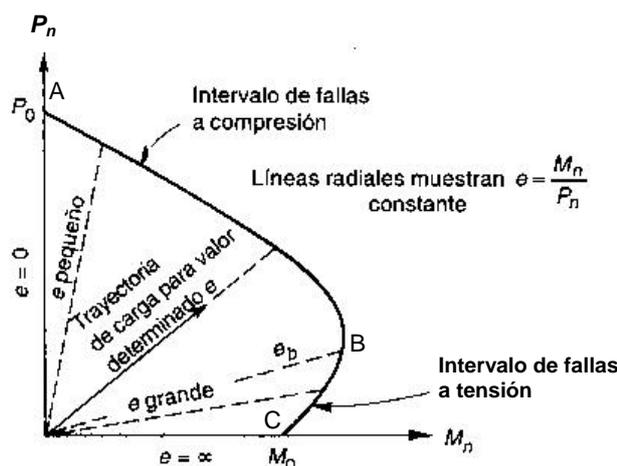


Figura 4. Diagrama de interacción para la resistencia nominal de una columna sometida a flexión y carga axial combinadas. (Tomado de Nilson, 1999).

### 3.3. Relaciones Momento-Curvatura

El comportamiento de elementos de concreto reforzado sometidos a flexión puede comprenderse de manera más clara mediante el uso de las gráficas que relacionan el momento flexionante resistente en una sección con la curvatura correspondiente. La relación momento-curvatura depende principalmente del momento último, en el cual aparte de en la fluencia, se analizan las características de carga y deformación de los miembros a flexión.

La relación momento-curvatura de una sección de hormigón armado se obtiene a partir de los modelos del hormigón y del acero, además depende de la geometría

y refuerzo longitudinal y transversal. Este diagrama es la base para definir un modelo histérico para el análisis no lineal.

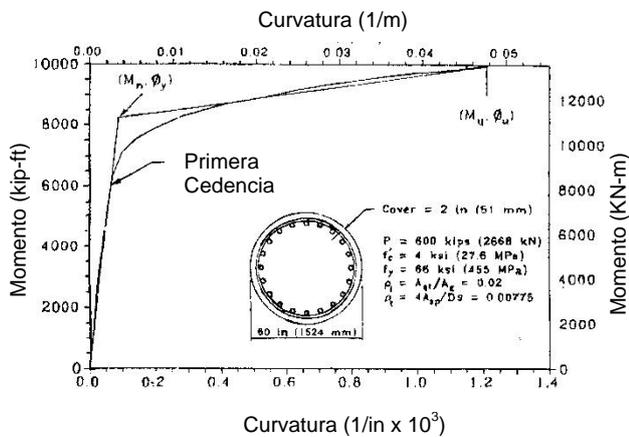
Como una alternativa al diseño usando un bloque equivalente de esfuerzos, la resistencia a flexión de diseño puede basarse en un análisis momento-curvatura de la sección. La relación momento-curvatura será usada para predecir los valores de sobrerresistencia a niveles de rotación plástica de diseño. Cuando se utiliza este análisis, la resistencia a flexión de diseño corresponde a las condiciones en las cuales la deformación en la fibra extrema a compresión alcanza el valor de 0.004 o cuando la deformación por tensión en el refuerzo a máxima tensión alcanza el valor de 0.015, cualquiera que ocurra primero. La relación esfuerzo-deformación del acero debe incluir la fase de endurecimiento por deformación.

Es importante que la relación esfuerzo-deformación del concreto se distinga entre el concreto confinado y el no confinado, con la tolerancia para las diferentes resistencias a compresión y las capacidades de deformación de los dos componentes.

Cuando se diseña usando el método de diseño basado en fuerzas, la capacidad de ductilidad de la estructura debería ser conocida para determinar el factor apropiado de reducción de fuerzas. Las consideraciones geométricas, incluyendo los efectos de la flexibilidad de la cimentación, influyen en la relación entre el factor de ductilidad de desplazamiento de la estructura y el factor de ductilidad de un elemento de la estructura, el cual puede ser expresado en unidades de curvatura, rotación o desplazamiento. Usando el diseño basado en desplazamientos, es la rotación plástica de las potenciales articulaciones plásticas la que tiene gran importancia en el diseño. A partir de las rotaciones plásticas se calculan los desplazamientos permitidos y por ende, se establecen los requerimientos de fuerza. Nótese que en ambos enfoques de diseño, es necesario que seamos capaces de determinar la rotación inelástica y la capacidad de ductilidad, ya que están interrelacionadas, de los elementos en forma individual.

Para mayor facilidad, se considera una aproximación bilineal para la relación momento curvatura para una sección crítica como se muestra en la figura 5. La curvatura de cedencia equivalente  $\Phi_y$  se encuentra extrapolando las secantes a las dos líneas que representan a la parte elástica y plástica de la relación Momento-Curvatura. En el punto de cruce de las secantes se tiene la capacidad nominal de momento y la primera cedencia y al final de la curva se tiene el momento último y la curvatura última. La capacidad de curvatura plástica  $\Phi_p$  es la diferencia entre la curvatura

última  $\Phi_u$ , correspondiente a la deformación límite por compresión ecu y la curvatura de fluencia.



**Figura 5.** Aproximación bilineal de la relación momento-curvatura de una columna. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

#### 4. Descripción del Software XTRACT v. 3.0.8 para elaboración de Diagramas de Interacción y Relaciones Momento-Curvatura

El programa UCFyber fue creado originalmente en la Universidad de California en Berkeley por el Dr. Charles Chadwell. En el 2001 Imbsen Software Systems adquirió el UCFyber y este fue renombrado como XTRACT. Desde el inicio del XTRACT, Imbsen Software Systems ha estado y sigue trabajando actualmente con la colaboración con el Dr. Charles Chadwell.

##### 4.1. Características

El XTRACT es en general un programa de análisis de secciones transversales de cualquier forma geométrica y material sujetas a cualquier tipo de carga. Las funciones de análisis disponibles que posee son:

- Análisis Momento – Curvatura
- Análisis de Interacción Fuerza Axial – Momento
- Análisis de Interacción Momento – Momento

El XTRACT permite la entrada de Modelos de Materiales No Lineales, generación de las Secciones Transversales y ubicación del acero con un solo click del mouse. Las secciones transversales típicas pueden ser ingresadas manualmente usando el *Input file* a través del editor de texto o gráficamente dentro del programa siguiendo una serie de pasos que se explicarán más adelante. Con el modelo de sección

transversal creado, el análisis puede correrse, modificarse y ser visto en la interfase. La clave que facilita el manejo del software es el Project Manager que permite la organización de toda la información producida por el programa. Cada análisis ofrece al usuario un resumen de una página, denominado *Analysis Report*. Además, se puede revisar un archivo de salida detallado desde el *Interactive Output* y por último el XTRACT también posee una serie de características para la impresión de resultados.

El XTRACT es gratis para todos los estudiantes y las facultades alrededor del mundo y es usado actualmente como una herramienta de enseñanza en algunas universidades en los Estados Unidos y fuera de ese país.

##### 4.2. Manejo del Software

- Se selecciona New Project en el *Menú File*. Al abrir el asistente, se requiere como única información el nombre del nuevo proyecto.
- Una vez que se haya ingresado el nombre del nuevo proyecto en el recuadro que aparece a continuación se selecciona la forma como iniciar el proyecto, las unidades en la que se va a trabajar y el material si la aplicación está disponible.
- El siguiente paso será seleccionar uno de los tipos de secciones básicas que suelen ser usados comúnmente en el diseño. Entre los tipos de secciones están: columnas circulares, rectangulares, vigas rectangulares, Te, etc.
- Luego se ingresan los detalles del refuerzo transversal, la separación y el diámetro de las varillas de los estribos o espirales.
- La siguiente ventana permitirá el ingreso de los datos referentes a la geometría: diámetro, si es el caso de una sección circular, recubrimiento, número de varillas longitudinales y su medida.
- El siguiente paso es definir los materiales, el primero es el *Cover Concrete* (Concreto No Confinado), el siguiente el *Column Core Concrete* (Concreto Confinado) y el último el *Longitudinal Steel* (Acero Longitudinal). El programa posee muchas opciones para los modelos de los materiales. Para este trabajo de tesis se utilizaron el Modelo de Mander para el concreto y el de Park para el acero.
- Una vez que se hayan definido cada una de las características de la sección que deseamos crear, la última ventana que presenta el asistente contiene dos celdas, en la primera se puede cambiar el nombre de la sección y en la segunda se ingresa el *mesh size*. Para finalizar se da click en *Create section*. (Ver figura 6)

- Luego de haber creado las secciones, es el momento de establecer las cargas y los análisis correspondientes que se aplicarán a la sección. Para este proyecto se elaboraron Diagramas de Interacción y Relaciones Momento-Curvatura ingresando los datos respectivos de deformaciones límites y el ángulo del eje alrededor del cual la carga será aplicada en el caso de la Interacción carga-Momento y para el análisis Momento-Curvatura se ingresa la carga axial y momentos alrededor del eje X o Y.

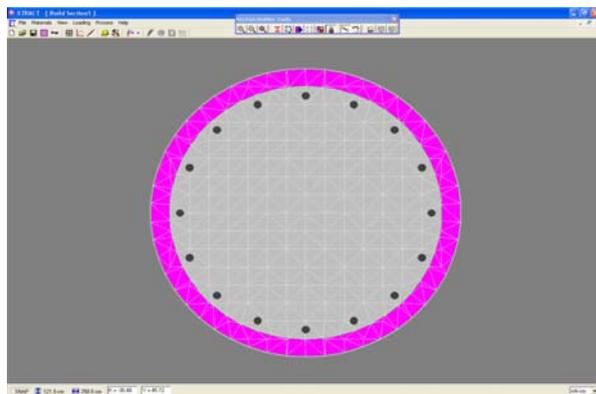


Figura 6. Sección circular.

- Los resultados de los análisis se presentan en una ventana interactiva como se aprecian en las figuras 7 y 8.

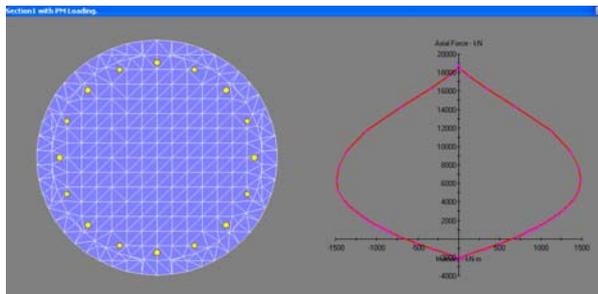


Figura 7. Resultado del Análisis de Interacción.

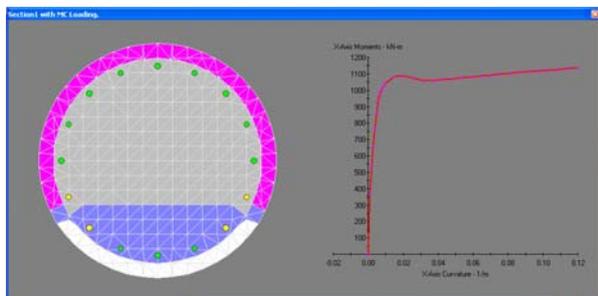


Figura 8. Resultado del Análisis Momento Curvatura.

## 5. Recopilación de curvas generadas

Todas las curvas que se generaron se han dispuesto en forma de ábacos de acuerdo a las características de geometría, cuantía de acero y resistencia del hormigón. Los *Diagramas de Interacción* se crearon para *secciones circulares* con diámetros de 800, 1000, 1200, 1500 y 2000 mm, cuantías de 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5 y 4% y para resistencias del hormigón  $f'_c = 28, 32$  y 35 MPa. Cada gráfico, como el de la figura 9, muestra una sección de determinado diámetro y  $f'_c$  con los 7 diagramas de acuerdo a la cuantía de acero.

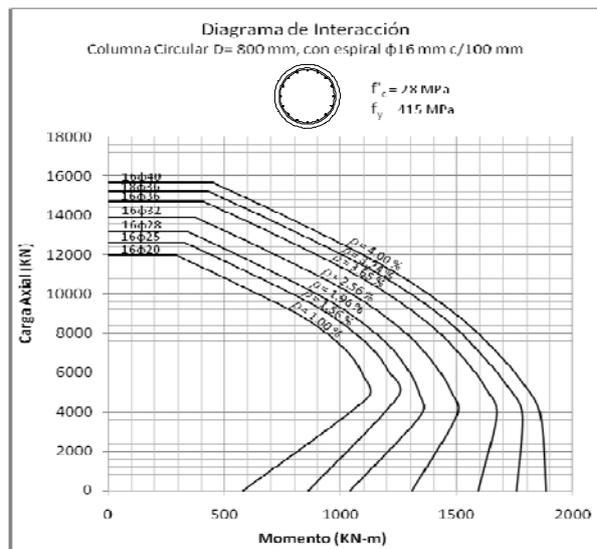
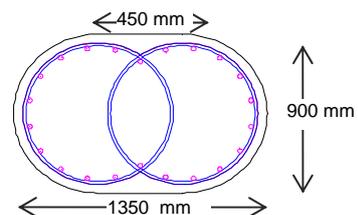


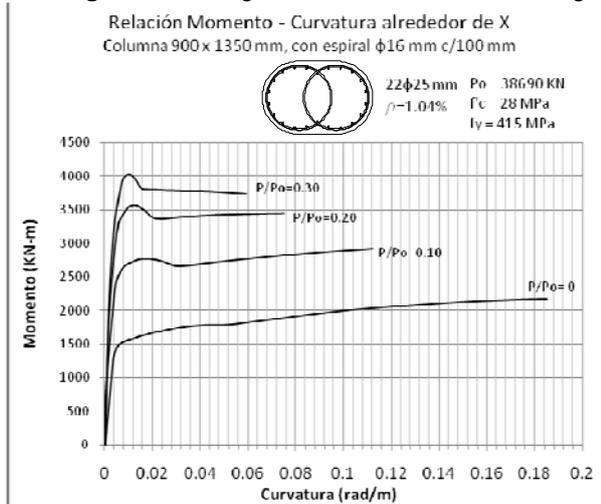
Figura 9. Diagrama de Interacción de una columna de 800 mm de diámetro,  $f'_c = 28$  MPa y espiral  $\phi = 16$  mm c/100 mm.

Las secciones *Oblong* se crearon en su parte circular con diámetros de 900, 1000, 1100, 1200, 1300, 1400, 1500 y 1600 mm y en su parte alargada con una longitud de la mitad de las dimensiones especificadas, como se ilustra en la figura 10, con cuantías de 1, 1.5, 2 y 2.5% y para resistencias del hormigón de  $f'_c = 28, 32$  y 35 MPa.

Las relaciones *Momento-Curvatura* también se crearon para las mismas secciones, pero se presentan de acuerdo a su diámetro y cuantía porque en cada gráfico hay tres curvas para  $P/P_0 = 0, 0.10, 0.20$  y 0.30 respectivamente. (Ver figura 11)



**Figura 10.** Configuración de una sección Oblong



**Figura 11.** Relación Momento-Curvatura de una columna de 900 x 1350 mm,  $f'_c = 28$  MPa y espiral  $\phi = 16$  mm c/100 mm.

## 5.1. Análisis de los resultados de las curvas

### Secciones Circulares

Para los Diagramas de Interacción de las secciones circulares conforme aumenta la cuantía de acero, se incrementa la capacidad para soportar carga axial ( $P_0$ ) y también el momento ( $M_0$ ).

El incremento de  $P_0$  y  $M_0$  también depende del aumento en el diámetro de las secciones. Para aquellas analizadas con un hormigón de  $f'_c = 28, 32$  y  $35$  MPa y  $\rho = 4\%$ , cuyos diámetros son 80, 100, 120, 150 y 200 cm, el incremento de  $P_0$  oscila entre 30 y 50%.

El programa XTRACT presenta el reporte del análisis para cada Carga (*Loading*) que se aplica a la sección, se puede observar a partir de este reporte y para cada una de las secciones realizadas en esta tesis el estado de las mismas. Los colores presentan que para los análisis Momento-Curvatura, la zona de compresión en azul se extiende a medida que aumenta el porcentaje de carga axial, de igual forma sucede con la zona de recubrimiento que está representada por el color blanco y que demuestra que una mayor cantidad del mismo se desprende conforme aumenta la carga. Por otro lado, la mayor parte de las varillas se presentan en color amarillo, lo cual indica que el acero se encuentra en la etapa del endurecimiento por deformación y unas pocas en verde, color que representa la fluencia.

Para las relaciones Momento-Curvatura ocurre lo contrario de lo que pasa con los Diagramas de Interacción, la sección de menor diámetro (800 mm) y con menor cuantía de acero (1%) es la más dúctil de todas, aún con la menor resistencia del concreto  $f'_c = 28$  MPa. Esto se debe a que como ya conocemos del diagrama de interacción se desprenden los valores de carga y momento balanceado debajo de los cuales está la zona de falla por tensión que permite que el acero fluya antes de que ocurra el aplastamiento del concreto. Mientras menor sea la cantidad de acero, éste alcanzará la cedencia antes que el concreto su resistencia y así, como se nota en los gráficos, la columna tendrá una mayor ductilidad.

Se puede notar claramente que conforme aumentan los niveles de carga axial, la ductilidad disminuye y sólo se debe a la deformación inelástica del concreto. Las curvas ilustran que a niveles de carga axial superiores y próximos a la carga de falla balanceada o mayores a ella, la ductilidad disminuye e incluso llega a ser despreciable. Para todas las secciones circulares, la relación Momento-Curvatura con  $P/P_0 = 0.30$  es aproximadamente el punto de falla balanceada, la misma que presenta una reducción considerable en la ductilidad.

### Secciones Oblong

Para las columnas oblong, los análisis de interacción y momento-curvatura se realizaron alrededor de los dos ejes ortogonales, debido a su asimetría.

Para los diagramas de interacción en el sentido X y Y las cargas axiales son iguales; sin embargo, el análisis alrededor del eje Y proporciona momentos mayores debido a que estas secciones son más anchas en la dirección de X, proporcionando un brazo de palanca e inercia mayor, lo cual es directamente proporcional al momento.

De la misma forma que sucede con las secciones circulares, para las secciones *Oblong* y con resistencia del hormigón  $f'_c = 28, 32$  o  $35$  MPa,  $P_0$  aumenta conforme se incrementa el diámetro del semicírculo que es parte de la sección. Para la cuantía máxima del 4% el incremento está entre el 10 y 20%.

Las Relaciones Momento-Curvatura presentan una reducción en la curvatura conforme aumentan los niveles de carga axial. Se puede anotar que para las curvas analizadas con momentos alrededor del eje X la ductilidad es mayor que la ductilidad de aquellas analizadas con momentos alrededor de Y. Esto se debe a que la profundidad  $kd$  del eje neutro es menor con

respecto al eje X e inversamente proporcional a la curvatura; por lo tanto, a menor profundidad  $kd$ , menor curvatura.

## 6. Agradecimientos

Agradezco a Dios por permitirme seguir en el camino, porque sin su bendición y ayuda todo lo que he logrado no hubiera sido posible; a mi familia por su cariño y apoyo incondicional; a mis verdaderos amigos; y por último a mis profesores, entre ellos a mi Director de Tesis, Ing. Pablo Lindao, porque realizan una labor noble impartiendo sus conocimientos y han dejado y siguen dejando una huella imborrable en mí y porque son mi ejemplo a seguir.

## 7. Referencias

- [1] Park, R., y Paulay, T., “Estructuras de concreto reforzado”, México, Editorial Limusa, 1997, Capítulos 1, 2, 5, 6
- [2] Priestley, M. N. J., Seible, F., and Calvi, G. M. “Seismic Design and Retrofit of Bridges”, tenth edition, United States of America, 1996, chapters 1, 4 y 5.
- [3] Seyed, M., “User’s Manual for XSECTION”, California, 1995, pp. 48-58.
- [4] Nilson, A., “Diseño de Estructuras de Concreto”, Duodécima Edición, Colombia, 1999, Capítulos 1, 8 y 9.
- [5] Toro, D., “Elaboración y Análisis de Curvas Momento Flector vs. Curvatura para Secciones Transversales de Columnas de Concreto Reforzado diseñadas según el Código ACI 318-2002”, Tesis de pregrado, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador, 2006.
- [6] AASHTO, “Standard Specifications for Highway Bridges”, Seventeenth edition, 2002.

## 8. Conclusiones

Las principales conclusiones del presente trabajo son:

El programa XTRACT v. 3.0.8 es una herramienta muy útil y sencilla de usar en el análisis de secciones transversales de distintas formas geométricas y de cualquier material, tales como concreto, acero, presforzado o miembros compuestos, para columnas, vigas, muros, etc. Con este software se puede realizar análisis de Interacción Carga Axial-Momento,

---

Karla Morán Castillo

Egresada

Momento-Curvatura y Contorno de Carga. Los dos primeros son el objetivo de esta tesis y se aplicaron a secciones circulares y *oblong* típicas de los puentes de la ciudad de Guayaquil.

El XTRACT es un software que comparado con otros, tales como el XSECTION (programa en DOS) y el USC RC (solo para secciones rectangulares y circulares), tiene una interface amigable en Windows y permite analizar cualquier tipo de secciones. El capítulo 4 corresponde a un Manual para que los estudiantes e ingenieros consultores puedan realizar los análisis preliminares para el diseño de columnas o vigas de edificios y puentes.

Los Diagramas de Interacción tanto para las secciones circulares como para las *oblong* han sido dispuestas a manera de ábacos, ubicando todas las curvas con diferentes porcentajes de refuerzo en un mismo gráfico de acuerdo al diámetro de la sección y la resistencia del hormigón.

Las relaciones Momento-Curvatura se dispusieron en ábacos, pero esta vez, según su geometría, porcentaje de refuerzo y resistencia del hormigón debido a que se elaboraron 4 curvas aplicando el 0, 10, 20 y 30% de la carga  $P_o$  para cada sección transversal.

Los Diagramas de Interacción presentan las disposiciones de seguridad de acuerdo a la AASHTO 2002 para la resistencia de diseño (Artículo 8.16.1.2.2). Estas curvas son de gran ayuda ya que se han elaborado con los valores de carga y momento balanceados obtenidos del XTRACT para conocer el punto de falla y así facilitar el diseño de las columnas.

Las relaciones Momento-Curvatura revelan los valores de curvatura máxima y de curvatura cedente conforme la bilinearización. A través de estos puntos se obtiene la ductilidad de la columna, la misma que disminuye conforme aumentan los niveles de carga y el refuerzo longitudinal. En el diseño de columnas es muy importante conocer la ductilidad que poseen estos elementos para asegurar su comportamiento en el rango inelástico y así evitar su falla y el colapso de la estructura.

---

Ing. Pablo Lindao Tomalá  
Director de Tesis