Escuela Superior Politécnica del Litoral

Facultad de Ingeniería en Marítima y Ciencias del Mar

Análisis de flexión de un material híbrido para cubiertas de carga de barcazas de

acero

INGE-2650

Proyecto Integrador

Previo la obtención del Título de:

Ingeniero Naval

Presentado por: Daniel Enrique Paredes Castillo Rony Andrés Ruíz Carreño

> Guayaquil - Ecuador Año: 2024

Dedico esta tesis a Dios, por darme fuerza y resiliencia en este proceso. A mi papá, Luis, que está en el cielo y a mi mamá, Elena, que está presente aquí conmigo, por enseñarme el valor del esfuerzo y la perseverancia. A mi hija Doménica por ser mi mayor inspiración, a mi esposa Rudy y a sus padres, Justina y Eugenio, por el gran apoyo y fuerza que me han brindado de forma incondicional. A mis hermanos Adrián, Luis y Maritza, y a mi cuñado Saul, por su ayuda en durante todo este proceso. Finalmente, al Dr. Patrick Townsend, por su ayuda durante este proceso y por ser una guía constante en mi formación académica.

El presente proyecto lo dedico con todo mi amor y gratitud a las personas que han sido pilares a lo largo de este camino, a Dios, por darme siempre fuerzas para cada día. A mi pareja, Maria Nuñez, por su amor incondicional y por estar brindándome fuerzas para continuar. A nuestra pequeña Mili, quien ha sido nuestro consuelo en nuestros días mas difíciles. A mis padres, José Ruiz y Maria Carreño por su confianza en mí. A mis suegros, Javier Nuñez y Marcela Villacis, por su respaldo y generosidad. A mi tutor, Patrick Townsend, por cada momento de paciencia y enseñanza para lograr culminar este proyecto. Y a toda mi familia por su apoyo incondicional.

A mi compañero de tesis Rony, por su gran aporte en la elaboración de esta tesis. A los Ings. Falquez y Briones, Docentes del Laboratorio de la FICT, por su paciencia y ayuda al momento de realizar los ensayos de flexión. Y finalmente, al Ing. Jorge Faytong, por su gran ayuda durante toda la carrera.

Mi más sincero agradecimiento a mi compañero Daniel Paredes, por su apoyo incondicional en la elaboración de este proyecto, a los ingenieros Briones y Falquez del laboratorio de ciencias de la tierra de la FICT, por su amabilidad y gestión para realizar los ensayos de flexión, a Juan Zambrano, por su ayuda y conocimiento para la elaboración de las probetas y a todos los profesores de la FIMCM, por brindarme sus conocimientos a lo largo de toda la carrera. Nosotros Daniel Enrique Paredes Castillo y Rony Andrés Ruíz Carreño acordamos y reconocemos que:

La titularidad de los derechos patrimoniales de autor (derechos de autor) del proyecto de graduación corresponderá al autor o autores, sin perjuicio de lo cual la ESPOL recibe en este acto una licencia gratuita de plazo indefinido para el uso no comercial y comercial de la obra con facultad de sublicenciar, incluyendo la autorización para su divulgación, así como para la creación y uso de obras derivadas. En el caso de usos comerciales se respetará el porcentaje de participación en beneficios que corresponda a favor de los autores.

La titularidad total y exclusiva sobre los derechos patrimoniales de patente de invención, modelo de utilidad, diseño industrial, secreto industrial, software o información no divulgada que corresponda o pueda corresponder respecto de cualquier investigación, desarrollo tecnológico o invención realizada por nosotros durante el desarrollo del proyecto de graduación, pertenecerán de forma total, exclusiva e indivisible a la ESPOL, sin perjuicio del porcentaje que nos corresponda de los beneficios económicos que la ESPOL reciba por la explotación de nuestra innovación, de ser el caso.

En los casos donde la Oficina de Transferencia de Resultados de Investigación (OTRI) de la ESPOL comunique los autores que existe una innovación potencialmente patentable sobre los resultados del proyecto de graduación, no se realizará publicación o divulgación alguna, sin la autorización expresa y previa de la ESPOL.

Guayaquil, 4 de febrero del 2025.

Daniel Paredes

Rony Ruíz

Evaluadores

M.Sc. Maria Tadea Quintuña Rodriguez

Profesor de Materia

Ph.D. Patrick Roger Townsend Valencia

Tutor de proyecto

Resumen

El estudio examina mediante ensayos de flexión especímenes de acero e híbridos con una y dos capas de MAT para evaluar sus propiedades mecánicas y verificar su aplicabilidad como alternativa en las cubiertas de carga de barcazas. Para los especímenes de acero, los resultados experimentales fueron corroborados mediante simulaciones en ANSYS y las formulaciones del Método Analítico. Para los especímenes híbridos, el análisis se realizó a partir de los datos del ensayo, el método analítico y las formulaciones para materiales compuestos. Los resultados mostraron que los materiales híbridos de 1,2 mm de espesor de acero y de dos capas de MAT incrementaron 6% su Módulo de Young, redujeron su peso un 12% mientras que su rigidez flexural disminuyó 7% en comparación con los especímenes de acero de 2 mm de espesor. La convergencia entre los métodos utilizados asegura la confiabilidad de los resultados y destacan la reducción de peso y las propiedades mecánicas para el desempeño estructural y su potencial para aplicación como cubierta de una barcaza.

Palabras Clave: ensayos de flexión, propiedades mecánicas, Método Analítico, Módulo de Young, rigidez flexural.

Abstract

The study examines the mechanical properties and applicability of steel and hybrid specimens with one and two MAT layers as alternatives for barge cargo decks through bending tests. For the steel specimens, experimental results were validated using simulations in ANSYS and formulations from the Analytical Method. For the hybrid specimens, the analysis was based on test data, the Analytical Method, and composite material formulations. Results showed that hybrid materials with 1,2 mm steel thickness and two MAT layers increased their Young's Modulus by 6%, reduced weight by 12%, and decreased flexural rigidity by 7% compared to 2 mm thickness steel specimens. The convergence of the methods employed ensures the reliability of the results and highlights the weight reduction and mechanical properties for structural performance, demonstrating their potential application as a barge deck.

Keywords: bending tests, mechanical properties, Analytical Method, Young's Modulus, flexural rigidity.

Evaluad	lores	VII
Resume	en	VIII
Abstrac	<i>t</i>	IX
Índice g	general	X
Abrevia	aturas	XIII
Simbolo	ogía	XIV
Índice d	le Figuras	XV
Índice d	de tablas	XVII
Capítulo	o 1	1
1.1	Introducción	2
1.2	Descripción del Problema	4
1.3	Justificación del Problema	5
1.4 Ob	ojetivos	б
1.4.1	Objetivo general	6
1.4.2	2 Objetivos específicos	6
1.5	Marco Teórico	7
1.5.1	Materiales Compuestos	7
Capítulo	o 2	9
2.	Metodología	10
2.1	Flujograma	11
2.2	Descripción de Equipos	12
2.2.1	Equipo SHIMADZU UH-X/UH-FX Series	12
2.3	Ilustración del Problema para el Diseño Experimental	14
2.4	Descripción de los especímenes de acero	15
2.4.1	Dimensionamiento de los especímenes de acero	15
2.4.2	2 Diseño de los especímenes de acero	16

Índice general

2.4.3	Instalación de galgas extensométricas en los especímenes de acero	16
2.5	Ensayo de flexión para validación de las probetas de acero	17
2.5.1	Obtención de datos para los especímenes de acero mediante ensayo de flexi	ón 18
2.5.2	Obtención de datos para los especímenes de acero mediante ANSYS	18
2.5.3	Validación del ensayo de flexión mediante ANSYS	20
2.6	Descripción de los especímenes híbridos de GFRP-acero	20
2.6.1	Dimensionamiento de los especímenes híbridos de GFRP-acero	20
2.6.2	Diseño de los especímenes híbridos GFRP-acero	20
2.6.3	Laminado de los especímenes híbridos de GFRP-acero	21
2.6.4	Instalación de galgas extensométricas en los especímenes híbridos	22
2.7	Ensayo de flexión los especímenes híbridos GFRP-acero	24
2.8	Obtención de deformaciones para todos los especímenes	24
2.9	Cálculos desarrollados	25
2.9.1	Especímenes de acero	25
2.9.2	Especímenes híbridos de GFRP-acero	28
Capítulo	3	
3.	Resultados y Análisis	
3.1	Resultados de Fuerza y Desplazamiento para especímenes de acero	34
3.2	Resultados de Ensayos de Flexión	36
3.3	Análisis de los Ensayos de Flexión	44
3.4	Resultados de la comparación de los pesos	46
3.4.1	Peso del espécimen de acero	46
3.4.2	Peso de los especímenes híbrido GFRP-acero	47
3.4.3	Comparación entre cubiertas de acero e híbridas de GFRP-acero	48
3.5	Resultados comparativos del desplazamiento de la barcaza	49
3.6	Resultados Consumo Combustible	50
3.7	Análisis de la reducción de pesos	50

Capítulo		
4.	Conclusiones y Recomendaciones	
4.1	Conclusiones	
4.2	Recomendaciones	
Referen	cias	
Parte A		
Teoría de Vigas		
Condiciones de Frontera:		
Despeje de constantes A y B 57		
Parte B		
Tablas de resultados		

Abreviaturas

ANSYS	Analysis System, Inc.
ASTM A131	American Society for Testing and Materials.
	Especificación para Acero Estructural para Barcos.
ESPOL	Escuela Superior Politécnica del Litoral.
FICT	Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra.
FIMCM	Facultad de Ingeniería Marítima y Ciencias del Mar
GFRP	Glass Fiber Reinforced Polymer.
ISO	Organización internacional de Normalización
MAT	Abreviatura de la palabra inglesa matting.
UH-X/FX	Modelo de maquina Shimadzu

Simbología

D	Desplazamiento (longitud)
Е	Módulo de Young
F	Fuerza
inch	Pulgadas
m	Metros
mm	Milímetros
Ν	Newtons
t	Espesor
ton	Toneladas

Índice de Figuras

Figura 1. Propiedades mecánicas relativas de una estructura sándwich	8
Figura 2. Flujograma de metodología	11
Figura 3. Máquina de ensayos UH-X Series	
Figura 4. Máquina de ensayos UH-FX Series	13
Figura 5. Tarjeta de adquisición de datos National Instruments NI9235	14
Figura 6. Vista isométrica de la barcaza donde se ilustra el panel y la carga	14
Figura 7. Vista de perfil de la barcaza donde se ilustra el panel y la carga	15
Figura 8. Vista isométrica del espécimen de acero con sus medidas en milímetros	15
Figura 9. Vista transversal del espécimen de acero con sus medidas en milímetros	16
Figura 10. Espécimen de acero	17
Figura 11. Especímenes de acero con sus galgas extensométricas instaladas	17
Figura 12. Foam y disco de acero para distribuir la fuerza	
Figura 13. Simulación del ensayo de flexión para la probeta de acero	
Figura 14. Simulación del ensayo de flexión para la probeta de acero	
Figura 15. Vista isométrica del espécimen híbrido con sus medidas en milímetros	
Figura 16. Vista transversal del espécimen híbrido con sus medidas en milímetros	
Figura 17. Laminado y presentación final de espécimen híbrida	21
Figura 18. Vista microscópica de espécimen híbrido	21
Figura 19. Vista transversal de espesores de especímenes de acero e híbrido	
Figura 20. Especímenes híbridos con sus galgas extensométricas instaladas	
Figura 21. Diagrama de elementos de la realización el ensayo de flexión	24
Figura 22. Vista frontal del espécimen de acero y el pistón del ensayo de flexión	
Figura 23. Vista en planta del espécimen de acero y el área seccional	25
Figura 24. Vista isométrica del espécimen de acero y el área seccional	
Figura 25. Estructura sándwich con caras disímiles	
Figura 26. Gráfica para la estimación de los Módulos de Young	
Figura 27. Configuración espécimen híbrido GFRP-acero con una capa de MAT	
Figura 28. Configuración espécimen híbrido GFRP-acero con dos capas de MAT	
Figura 29. Método Analítico, Momento Flector vs. Longitud	
Figura 30. Método Analítico, Deflexión vs. Longitud	
Figura 31. Comparación de Fuerza vs. Deflexión para los especímenes de acero	

Figura 32. Fuerza vs. Desplazamiento para los especímenes de acero e híbridos con una capa de
MAT
Figura 33. Fuerza vs. Desplazamiento para los especímenes de acero e híbridos con dos capas de
MAT
Figura 34. Deformación vs. Tiempo, para especímenes de acero e híbrido con una capa de MAT
(GALGA DEL CENTRO)
Figura 35. Deformación vs. Tiempo para especímenes de acero e híbridos con dos capas de MAT
(GALGA DEL CENTRO)
Figura 36. Deformación vs. Tiempo, para los dos especímenes de acero y el espécimen híbrido
2H, con una capa de MAT (GALGA DEL COSTADO)
Figura 37. Deformación vs. Tiempo, para los dos especímenes de acero y los especímenes híbridos
1HH, 2HH y 3HH con dos capas de MAT (GALGA DEL COSTADO)
Figura 38. Esfuerzo vs. Deformación, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos
1H y 3H, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)40
Figura 39. Esfuerzo vs. Deformación, en un intervalo lineal, para los especímenes de acero y los
especímenes híbridos 1H y 3H, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)40
Figura 40. Esfuerzo vs. Desplazamiento, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos
1H y 3H, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)41
Figura 41. Esfuerzo vs. Desplazamiento, en un intervalo específico, para los especímenes de acero
y los especímenes híbridos 1H y 3H, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)41
Figura 42. Esfuerzo vs. Deformación, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos
1HH y 3HH, con DOS capas de MAT (GALGA DEL CENTRO)42
Figura 43. Esfuerzo vs. Deformación, en un intervalo específico, para los especímenes de acero y
los especímenes híbridos 1HH y 3HH, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)42
Figura 44. Esfuerzo vs. Desplazamiento, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos
1HH y 3HH, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)43
Figura 45. Esfuerzo vs. Desplazamiento, en un intervalo específico, para los especímenes de acero
y los especímenes híbridos 1HH y 3HH, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO43
Figura 46. Rigidez flexural vs. Deformación, para los especímenes híbridos con una sola capa 1H
y 3H; y con dos capas 1HH y 3HH; y el valor real para la plancha de acero

Índice de tablas

Tabla 1. Resumen de las descripciones y dimensiones de los especímenes	23
Tabla 2. Conversión de las unidades de espesores de GFRP	
Tabla 3. Relación entre espesor en pulgadas y el porcentaje para el material híbrido	29
Tabla 4. Relación entre espesor en pulgadas y el porcentaje para el material híbrido	29
Tabla 5. Espesor en pulgadas que relaciona el Módulo de Young	
Tabla 6. Resultados del Método Analítico	34
Tabla 7. Resultados comparativos de los tres métodos	35
Tabla 8. Aproximación de peso de la plancha de 2 mm de probeta de acero	46
Tabla 9. Aproximación de peso de las dos bases de probeta de acero	46
Tabla 10. Aproximación del peso de la plancha de acero de 1,2 mm de probeta híbrida	47
Tabla 11. Aproximación del peso de la plancha de 1,2 mm y las bases	47
Tabla 12. Características de la barcaza para la realización del análisis comparativo	48
Tabla 13. Características operativas de la barcaza	48
Tabla 14. Características estructurales de la cubierta de acero de la barcaza	48
Tabla 15. Características de la cubierta híbrida de GFRP-acero planificada	49
Tabla 16. Pesos de la barcaza con la cubierta híbrida planificada	49
Tabla 17. Resultados de la probeta de acero Fe1	60
Tabla 18. Resultados de la probeta de acero Fe2	61
Tabla 19. Resultados de la probeta de híbrida 1H	62
Tabla 20. Resultados de la probeta de híbrida 1HH	63

Capítulo 1

1.1 Introducción

Todas las áreas de producción del mundo buscan constantemente mejoras que beneficien al medio ambiente, y el campo naval no queda excluido, ya que constituye el medio principal para el transporte del comercio mundial. La mayoría de los barcos están construidos en acero, material que ofrece buenas características de resistencia a impactos. Sin embargo, el acero se corroe con el tiempo, lo que genera limitaciones a largo plazo. Además, la ligereza de un barco resulta crucial, ya que un menor peso permite alcanzar mayores velocidades, completar rutas en menos tiempo y, como consecuencia, reducir el consumo de combustible, disminuyendo las emisiones y aumentando los ingresos (Kharghani & Guedes Soares, 2018).

Los materiales compuestos ofrecen características de ligereza y resistencia; sin embargo, su proceso de fabricación resulta muy costoso debido a la necesidad de mano de obra especializada. Además, son sensibles a daños por impactos, y pueden presentar problemas de absorción de agua, lo que afecta negativamente sus propiedades mecánicas. Como alternativa, los materiales híbridos fibra-acero combinan la resistencia al impacto y la durabilidad del acero con la resistencia y rigidez de los materiales compuestos. El material híbrido laminado fibra-acero Malecón, patentado en la Oficina Española de Patentes y Marcas, destaca por ser ligero, resistente, tenaz y seguro. Su procedimiento de fabricación modular permite adaptarlo a diferentes formas geométricas y garantiza una correcta transmisión de carga y estanqueidad durante el ensamble, lo que evita la concentración de esfuerzos y la propagación de grietas (Suárez & Herreros, 2008).

Ecuador, al ser un país costero, cuenta con numerosas barcazas destinadas al transporte de carga de camiones hacia las camaroneras. Se evidencia que una de las zonas más reforzadas es la cubierta, debido al peso de los camiones, que generan deflexiones en las planchas en el punto de apoyo de las llantas, lo cual afecta al rendimiento y la durabilidad de las estructuras (Paredes & Reyes, 2021). El peso del acero ASTM A131 incrementa la ineficiencia operativa, ya que un mayor peso requiere más energía para navegar. Estos factores resaltan la necesidad de desarrollar materiales que mitiguen los problemas de deflexiones, peso y corrosión.

Los compuestos de polímeros reforzados con fibra de vidrio, como el GFRP, ganan popularidad en diferentes industrias, incluyendo la naval, aeroespacial y civil, debido a su alta resistencia en cargas estáticas o de fatiga. Estos compuestos se forman mediante la combinación de un polímero como matriz y fibras como refuerzo, dando lugar a un laminado. Sin embargo, la fabricación de estos compuestos resulta clave para garantizar las propiedades de resistencia que los caracterizan (Aryaswara et al., 2022).

El presente trabajo analiza las propiedades mecánicas de un material híbrido GFRP-acero como alternativa para las cubiertas de carga de acero de las barcazas. Para ello, se fabrican ocho probetas: dos de solo acero, tres de material híbrido con una capa de MAT y una capa de acero, y tres de material híbrido con dos capas de MAT y capa una de acero. A partir de los ensayos de flexión realizados en estas probetas y con las diferentes formulaciones de estudios anteriores, se determinan sus propiedades mecánicas y peso, con el objetivo de compararlas con las del acero y evaluar su potencial como material estructural.

Para validar los resultados del ensayo de flexión en las probetas de acero, se utiliza el software ANSYS para modelar el comportamiento de las probetas durante el ensayo. Además, mediante las formulaciones aplicadas a las probetas de solo acero y a las probetas de material híbrido, se realiza un análisis comparativo de resistencia y peso entre ambos tipos.

1.2 Descripción del Problema

En el ámbito local de la Ingeniería Naval, se reconoce que las barcazas se utilizan ampliamente para el transporte de carga. Según datos de la Subsecretaría de Puertos y Transporte Marítimo y Fluvial, existen 103 barcazas a nivel nacional (Ponce, 2015), lo cual refleja la importancia de las operaciones navieras que genera este servicio de traslado de carga.

Uno de los problemas estructurales más frecuentes en las gabarras con cubiertas de acero es la flexión que ocurre en la plancha entre los refuerzos, causada por las cargas estáticas y dinámicas durante el transporte de carga. Este fenómeno afecta la integridad de la cubierta, incrementa el riesgo de grietas y eleva la posibilidad de accidentes, además de generar mayores costos en reparaciones (Paredes & Reyes, 2021).

El acero es el material más utilizado en la industria naval debido a sus buenas propiedades mecánicas, que proporcionan rigidez longitudinal. Sin embargo, su principal desventaja es el peso, que incrementa la ineficiencia operativa al reducir la capacidad de carga. Si la barcaza es muy pesada, debe transportar menos productos en cada flete, lo que disminuye su rentabilidad. Además, según el Convenio de Líneas de Carga (OMI, 1996), la barcaza debe tener un francobordo mínimo para operar incluso en las condiciones más severas.

En el ámbito local, muchas gabarras utilizan técnicas rudimentarias, como soldar varillas de acero longitudinales sobre la cubierta, con el objetivo de reforzarla y reducir la deflexión para prolongar su vida útil. Sin embargo, estudios previos realizados con modelos de CFD (Salazar-Domínguez et al., 2021), muestran que estructuralmente no se consideran estos refuerzos, ya que limitan la maniobrabilidad de los marineros durante sus labores, lo que puede resultar contraproducente para la operación de la empresa.

1.3 Justificación del Problema

Los materiales compuestos, inicialmente desarrollados para la investigación en Ingeniería Aeroespacial, ganan cada vez más popularidad en la Ingeniería Naval, lo que abre un amplio campo de investigación en la Ingeniería Naval (Townsend, 2016).

Por otro lado, muchos modelos en CFD sobre cubiertas de barcazas se centran exclusivamente en el uso de acero, obteniendo resultados favorables (Alam et al., 2023).

Para evaluar la viabilidad de utilizar materiales compuestos en las cubiertas de barcazas, se fabrican 3 probetas de un material híbrido con (01) una capa, compuesto por acero de 1,20 mm de espesor y GFRP de 1,20 mm de espesor con una capa de MAT; 3 probetas de un material híbrido con (02) dos capas, compuesto por acero de 1,20 mm de espesor y GFRP de 2,8 mm de espesor con dos capas de MAT; y 2 probetas de solo acero de 2 mm de espesor. Todas las probetas tienen las mismas dimensiones y cuentan con bases soldadas en los extremos para simular el cordón de soldadura longitudinal de un barco. Durante el ensayo de flexión, se aplican diferentes cargas que simulan las cargas dinámicas a las que está sometida la barcaza, con el objetivo de medir las deformaciones en el límite elástico.

Las probetas de acero utilizadas en el ensayo de flexión se modelan en ANSYS para comparar los resultados teóricos y prácticos y validar la prueba. Posteriormente, se evalúa si la plancha híbrida de GFRP-acero soporta una carga igual o mayor que una plancha de acero con mayor espesor y peso.

Este análisis busca fomentar el uso del material híbrido en el ámbito naval, específicamente en cubiertas, con el objetivo de reducir el peso estructural de las barcazas y eliminar la necesidad de refuerzos sobre cubierta que comprometan la seguridad de los marineros y las operaciones.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Mejorar el diseño estructural de las cubiertas de carga de barcazas de acero elaborando un material híbrido GFRP-acero para la reducción de peso y asegurando la misma resistencia mecánica.

1.4.2 Objetivos específicos

- Elaborar seis probetas de material híbrido y dos probetas de solo acero con las mismas dimensiones para la realización de ensayos de flexión.
- 2. Comparar los resultados de las deflexiones para las probetas de acero mediante el ensayo de flexión y el software ANSYS para validar el diseño experimental.
- 3. Analizar la resistencia mecánica de la probeta híbrida con la de acero a través de la comparación de resultados de los ensayos de flexión y las formulaciones para materiales compuestos para determinar la viabilidad de utilizar la probeta híbrida en aplicaciones que requieran reducción de peso sin perder resistencia.
- 4. Definir las ventajas en costos operativos de una barcaza, comparando una cubierta híbrida propuesta con una de acero, para evaluar su viabilidad económica.

1.5 Marco Teórico

1.5.1 Materiales Compuestos

Un material compuesto se forma mediante la unión macroscópica de dos materiales constituyentes con composiciones diferentes e insolubles entre sí. Esta combinación busca crear un material híbrido con propiedades mecánicas superiores a las de cualquiera de sus componentes individuales, aunque cada material conserva sus propiedades originales al no disolverse. El material GFRP es un ejemplo de material compuesto, en el que la fibra de vidrio se encuentra embebida en una matriz polimérica. Este material combina la alta resistencia proporcionada por la fibra de vidrio, que actúa como refuerzo, con la flexibilidad aportada por el polímero (Ramos, 2019).

Las ventajas de los materiales compuestos son:

- Bajo peso
- Resistencia a la fatiga
- Resistencia a la corrosión
- Buenas propiedades como aislante térmico y eléctrico
- Buena flexibilidad
- Moldeable para construcción de formas complejas
- Facilidad de fabricación

El GFRP está compuesto por una matriz polimérica y un refuerzo:

1.5.1.1 Matriz

La matriz, también conocida como fase continua, es el material en el que se sumerge el refuerzo. Su función principal es proteger al refuerzo de factores externos. Por lo general, se utiliza resina termofija o termoplástica como matriz, ya que proporciona cohesión al material compuesto, flexibilidad y facilita la transferencia de carga entre ambos materiales (Montero Garcia, 2010). Existen:

- Matriz metálica
- Matriz cerámica
- Matriz Polimérica

Este trabajo se enfoca en el uso de matrices poliméricas termoestables de naturaleza orgánica, como la resina epoxi, poliéster o viniléster.

1.5.1.2 Refuerzo

El refuerzo, también conocido como fase discontinua, es el componente que aporta resistencia y rigidez al material compuesto. Entre los refuerzos más comunes se encuentran las fibras, como la fibra de vidrio y la fibra de carbono, entre otras (Montero Garcia, 2010).

1.5.1.3 Material híbrido sándwich

Una estructura tipo sándwich se compone de tres capas principales: las capas externas, el núcleo y, en algunos casos, una interfase que actúa como adhesivo entre ambas. Las capas externas son las que proporcionan mayor resistencia, mientras que el núcleo suele ser un material compuesto ligero, como el GFRP. Esta configuración estructural combina alta resistencia con un incremento mínimo de peso, como se ilustra en la figura 1 (Besendjak, 2005).

Figura 1

Propiedades mecánicas relativas de una estructura sándwich

	Construcción monolítica	Construcción sandwich	Construcción sandwich
	$\frac{1}{t}$	$\frac{1}{2t}$	4t
Rigidez relativa	100	700	3700
Resistencia relativa	100	350	925
Peso relativo	100	103	106

Nota. Obtenida de Besendnjak (2005).

Capítulo 2

2. Metodología

La metodología utilizada fue experimental y analítica, y se enfocó en evaluar el comportamiento de un material híbrido compuesto de acero y fibra de vidrio. Para este propósito, se construyeron seis probetas de material híbrido y dos probetas de acero. Las dimensiones de las probetas se escalaron a partir de dimensiones reales entre refuerzos de la cubierta de una barcaza, para adaptarlas adecuadamente al ensayo de flexión. Además, se colocaron dos galgas extensométricas en cada probeta para medir las deformaciones unitarias del ensayo de flexión.

Se llevaron a cabo ensayos de flexión no destructivos en la máquina de ensayo universal hidráulica de la serie UH-X/FX, la cual tenía la capacidad de aplicar una fuerza y medir el desplazamiento del pistón que generaba dicha fuerza. Se utilizó el software ANSYS, para realizar simulaciones del ensayo de flexión solo para las probetas de acero y validar los ensayos.

Con los resultados experimentales, se pudo aproximar las propiedades mecánicas del material compuesto, para compararlas con las del acero.

Además, se realizó un análisis de los costos para navegación que permitió identificar las ventajas del material híbrido en relación con el acero, respecto a la reducción de pesos. Este análisis contribuyó a establecer una alternativa viable que no solo cumpliera con los requisitos mecánicos, sino que también ofreciera beneficios económicos en comparación con el uso exclusivo de acero.

2.1 Flujograma

Figura 2

Flujograma de metodología



En primer lugar, se construyeron las probetas de acero siguiendo las dimensiones escaladas y se colocaron las respectivas galgas. Luego de una inspección visual se procede a la preparación de los equipos para el ensayo de flexión. Luego, se modeló el ensayo de flexión en ANSYS para comparar estos resultados con los datos experimentales.

Luego de la validación, se fabricaron las probetas híbridas con una y dos capas de MAT, con las mismas dimensiones utilizadas en las de acero y se colocaron las respectivas galgas para realizar los ensayos de flexión y calcular las propiedades mecánicas. Los resultados obtenidos y la diferencia de pesos entre ambos especímenes, fueron analizados para evaluar las ventajas del material híbrido en comparación con el acero.

2.2 Descripción de Equipos

2.2.1 Equipo SHIMADZU UH-X/UH-FX Series

El equipo para el test de flexión se divide en dos:

2.2.1.1 UH-X Series.

En el mercado se encuentran máquinas con capacidades de 200, 300, 500, 1000, 2000, y 3000 kN. La que está en el Laboratorio de Geotecnia y Construcción (LABGC) de la FICT es de 500 kN, en la cual se utilizan las variables de desplazamiento/tiempo [mm/min] y fuerza/tiempo [kN/s]. Esta máquina es controlada por computadora mediante un sistema servo-hidráulico y una bomba que se activa según sea necesario. Cuenta con un indicador analógico de gran tamaño y una pantalla digital que facilitan el monitoreo de cualquier variación en la fuerza aplicada durante la prueba. Figura 3 Máquina de ensayos UH-X Series



Nota. Obtenido del catálogo de instrumentos presentado por (SHIMADZU, 2023).

2.2.1.2 UH-FX Series.

Este componente está disponible en seis tipos con capacidades de 300, 500, 1000, 2000,

3000 y 4000 kN. Para el presente estudio, se utilizó la versión de 500 kN, compatible con la UF-

X descrita previamente. Esta versión está equipada con mordazas hidráulicas.

Figura 4

Máquina de ensayos UH-FX Series



Nota. Obtenido del catálogo de instrumentos presentado por (SHIMADZU, 2023).

2.2.1.3 Tarjeta de adquisición de datos National Instruments NI9235.

National Instrument es un módulo de adquisición de datos de celdas de carga, el cual está diseñado para medir deformaciones a través de la conexión de galgas extensométricas las cuales tienen una resistencia de 120 Ω . Este equipo tiene las siguientes características:

- Ocho entradas simultáneas para deformaciones,
- Puede medir hasta ± 25 mV/V,

Figura 5

Tarjeta de adquisición de datos National Instruments NI9235



2.3 Ilustración del Problema para el Diseño Experimental

Se modeló en Rhinoceros una barcaza, donde se ilustró una llanta aplicando carga sobre un panel de la cubierta principal, identificándose el panel a analizar, el cual conforma la estructura de la cubierta, fue escalado para su análisis experimental mediante ensayos de flexión.

Figura 6

Vista isométrica de la barcaza donde se ilustra el panel y la carga



Figura 7

Vista de perfil de la barcaza donde se ilustra el panel y la carga



2.4 Descripción de los especímenes de acero

2.4.1 Dimensionamiento de los especímenes de acero

Se modeló el espécimen de acero con sus dimensiones en milímetros. La capa de color café representó la plancha de acero de la cubierta, y los tubos rectangulares grises simularon los cordones de soldadura.

Figura 8

Vista isométrica del espécimen de acero con sus medidas en milímetros



Figura 9



Vista transversal del espécimen de acero con sus medidas en milímetros

2.4.2 Diseño de los especímenes de acero

Se elaboraron dos probetas con las siguientes dimensiones: 40 x 34 cm, de las cuales dos probetas estaban compuestas por una plancha de espesor de 2 mm.

Estas probetas tenían un tubo rectangular de 1,5" x 3/4" soldado como base en su lado más largo, simulando un cordón de soldadura. El área efectiva de la plancha libre de soldadura fue 40 x 30 cm.

2.4.3 Instalación de galgas extensométricas en los especímenes de acero

Se colocaron dos galgas extensométricas para cada probeta, las cuales estaban ubicadas desde el centro de la plancha 7,5 cm hacia uno de los extremos de las bases soldadas; y 10 cm hacia uno de los extremos libres.

Figura 10 Espécimen de acero



Figura 11

Especímenes de acero con sus galgas extensométricas instaladas



2.5 Ensayo de flexión para validación de las probetas de acero

La máquina registró la fuerza aplicada en Newtons (N) y la distancia que recorrió la base de soporte en milímetros (deflexión en la plancha).

Se fijó un dispositivo rectangular de dimensiones 76 x 20 cm a la base de soporte de la máquina, diseñado con mecanismos en sus lados cortos para ajustar las probetas en la zona del tubo rectangular y simular la condición de empotramiento. Las probetas se posicionaron y alinearon bajo el pistón de 12 cm de la máquina, asegurando su perpendicularidad y paralelismo con respecto a la base. Este procedimiento garantizó que las condiciones de borde y la distribución de la carga fueran uniformes durante las pruebas.

Luego, se colocó sobre las planchas un bloque rectangular de foam con dimensiones de 17 x 12 cm y un espesor de 16 mm, el cual fue acoplado de manera simétrica, asegurando un alineamiento equidistante en todos los bordes.

Finalmente, se posicionó un disco de acero de 11,85 cm de diámetro y 9 mm de espesor directamente sobre el bloque de foam. Una de las caras del disco fue redondeada mediante un maquinado. Este diseño aseguró que la carga se distribuyera casi puntualmente a través del foam y, posteriormente, sobre la plancha, para simular de forma aproximada la carga generada por la llanta de un camión.

Figura 12

Foam y disco de acero para distribuir la fuerza



2.5.1 Obtención de datos para los especímenes de acero mediante ensayo de flexión

La máquina de flexión Shimadzu de la serie UH-FX proporcionó los datos de fuerza y desplazamiento en una tabla de Excel, registrando estos valores en función del tiempo.

2.5.2 Obtención de datos para los especímenes de acero mediante ANSYS

Se utilizó el modelo 3D de la probeta de acero previamente diseñado en el software Rhinoceros y luego se lo importó al software ANSYS en formato *.igs* dentro del módulo Static Structural. Se asignó el material de acero naval estándar, se definieron las regiones de contacto y se generó un mallado adecuado para garantizar la convergencia de los resultados. Se establecieron las condiciones de frontera, dos lados empotrados y dos lados libres. Se aplicó una fuerza distribuida que aumentó progresivamente sobre el centro de la plancha, simulando la carga ejercida por el pistón. Finalmente, se obtuvieron los resultados de la simulación.

Figura 13





Figura 14

Simulación del ensayo de flexión para la probeta de acero


2.5.3 Validación del ensayo de flexión mediante ANSYS

Luego de que se realizó el ensayo de flexión sobre la probeta de acero y de la simulación en ANSYS, se recopilaron los datos.

2.6 Descripción de los especímenes híbridos de GFRP-acero

2.6.1 Dimensionamiento de los especímenes híbridos de GFRP-acero

Se modeló la probeta híbrida junto con sus dimensiones en milímetros. Se utilizó como referencia una probeta que contenía una sola capa de MAT. La capa de color café representó el acero, mientras que las capas en verde y amarillo representaron la resina y MAT.

Figura 15

Vista isométrica del espécimen híbrido con sus medidas en milímetros



Figura 16

Vista transversal del espécimen híbrido con sus medidas en milímetros



2.6.2 Diseño de los especímenes híbridos GFRP-acero

Se elaboraron seis probetas con las mismas dimensiones y características que las de acero antes mencionadas. Se obtuvieron tres probetas con una capa de MAT, el espesor del acero fue de 1,2 mm y del GFRP de 1,2 mm; y, tres probetas con dos capas de MAT, el espesor del acero fue de 1,2 mm, las capas de MAT fueron de 1,2 mm y de 1,6 mm.

2.6.3 Laminado de los especímenes híbridos de GFRP-acero

Se pulió la superficie con el objetivo de eliminar residuos entre el acero y la resina. Se aplicó resina, la cual se dejó reposar durante 3 horas antes de colocar la fibra de vidrio. Transcurridas 24 horas, se aplicó una segunda capa de resina. Para la preparación de la resina, se utilizó un 10% de catalizador como agente secante.

Figura 17

Laminado y presentación final de espécimen híbrida



Figura 18

Vista microscópica de espécimen híbrido





Vista transversal de espesores de especímenes de acero e híbrido

2.6.4 Instalación de galgas extensométricas en los especímenes híbridos

Se colocaron dos galgas para cada probeta, que estaban ubicadas desde el centro de la plancha 7,5 cm hacia uno de los extremos de las bases soldadas; y 10 cm hacia uno de los extremos libres.



Especímenes híbridos con sus galgas extensométricas instaladas

Se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 1

Resumen de las descripciones y dimensiones de los especímenes

		Dimensio	ones [cm]	Es	pesor [n	nm]	Peso	Deflexión	
	Probetas	а	b	Fe	Fibra	Total	[Kg]	Original (Error) [mm]	
1	Solo Acero #1	30	40	2,00	-	2,00	3,42	+ 10	
2	Solo Acero #2	30	40	2,00	-	2,00	3,42	+ 6	
3	Híbrido con una Capa de MAT # 1	30	40	1,20	1,20	2,40	2,72	+ 8	
4	Híbrido con una Capa de MAT # 2	30	40	1,20	1,20	2,40	2,72	- 9	
5	Híbrido con una Capa de MAT # 3	30	40	1,20	1,20	2,40	2,72	- 9	
6	dos Capas de MAT # 1	30	40	1,20	2,80	4,00	3,02	+ 5	
7	Híbrido con dos Capas de MAT # 2	30	40	1,20	2,80	4,00	3,02	- 8	
8	Híbrido con dos Capas de MAT # 3	30	40	1,20	2,80	4,00	3,02	+ 7	

2.7 Ensayo de flexión los especímenes híbridos GFRP-acero

El procedimiento experimental seguido para los ensayos de flexión en las probetas híbridas GFRP-acero fue similar al descrito en el *Ensayo de flexión para validación de las probetas de acero*. Se utilizó la máquina SHIMADZU de la serie UH-X/FX, y se siguió el mismo protocolo de preparación y posicionamiento de las probetas, bloque de foam y disco de acero.

Figura 21

Diagrama de elementos de la realización el ensayo de flexión



2.8 Obtención de deformaciones para todos los especímenes

Se llevaron a cabo los ensayos de flexión en la máquina, configurando el pistón a una velocidad de 2 mm/min. Con esta velocidad, la máquina registró en un archivo de Excel la fuerza aplicada y el desplazamiento en función del tiempo. Simultáneamente, para medir las deformaciones unitarias en función del tiempo se utilizaron las galgas extensométricas conectadas a una tarjeta de adquisición de datos National Instruments, la cual se enlazó a una computadora que operaba con el software LabVIEW.

2.9 Cálculos desarrollados

2.9.1 Especímenes de acero

Figura 22

Vista frontal del espécimen de acero y el pistón del ensayo de flexión



Vista en planta del espécimen de acero y el área seccional





Vista isométrica del espécimen de acero y el área seccional

Para los cálculos, se empleó el método analítico (Timoshenko, 1970). Esta simplificación se justificó debido al reducido espesor de la plancha utilizada en el espécimen experimental de acero (2 mm). Además, el área de aplicación de la carga distribuida se consideró limitada al diámetro del pistón (12 cm), lo que resultó en una longitud de la base pequeña (también de 12 cm), correspondiente al área seccional considerada.

Se obtuvieron los siguientes datos:

Módulo de Young = $E_c = 2,07 \ge 10^{11} \left[\frac{N}{m^2} \right] = 2,07 \ge 10^7 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$ Base = B = 0,12 [m]

Espesor Acero = Altura = $t_c = 0,002 [m]$

Área Seccional = $A_C = 2,40 \ge 10^{-4} [m^2]$

Inercia Seccional = $I_C = 8,00 \ x \ 10^{-11} [m^4]$

Diámetro del pistón = $D_C = 0,12 \text{ [m]}$ Radio del pistón = c = 0,12 [m] Longitud entre lados empotrados = $L_C = 0,30$ [m]

Máxima Fuerza del Ensayo de Flexión = $F_C = 2288 [N]$

$$Carga = q_{C} = 19067 \left[\frac{N}{m}\right]$$

Coeficiente de Poisson = v = 0,3

Con estos datos, se aplicaron las ecuaciones para cargas distribuidas, despejadas en la parte de anexos, para longitud de 30 cm y con una carga uniformemente distribuida de 12 cm justo en medio y se utiliza la siguiente fórmula.

$$\mathbf{F}_{\mathsf{C}} = \mathbf{q} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{c} \tag{2.1}$$

Para la máxima deflexión en el punto x = L/2, en función de F y c:

$$\boldsymbol{\nu}_{I,\text{MAX}}\left(\mathbf{x}=\frac{L}{2}\right) = \frac{F_{C}}{2\cdot c \cdot E \cdot I} \cdot \left[\frac{c^{4}}{24} - \frac{c \cdot L^{3}}{48} + \frac{c \cdot L}{96} \cdot \left(3 \cdot L^{2} - 4 \cdot c^{2}\right)\right]$$
(2.2)

Con estos resultados de fuerza aplicada y deflexión, se realizó la comparación del ensayo de flexión, simulación con ANSYS y el método analítico.

Para el análisis de los ensayos de flexión, se obtuvo también la ecuación para el Momento Flector en el punto x = L/4:

$$M\left(x=\frac{L}{4}\right) = -q \cdot c \cdot x + \frac{q \cdot c}{12 \cdot L} \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot c^2)$$
(2.3)

Reemplazando la carga en función de la fuerza:

$$M\left(x = \frac{L}{4}\right) = -\frac{F}{2} \cdot x + \frac{F}{6 \cdot L} \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot c^2)$$
(2.4)

Para el esfuerzo:

$$\sigma = \frac{M \cdot t}{2 \cdot I} \tag{2.5}$$

Para la rigidez flexural:

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - v^2)}$$
(2.6)

2.9.2 Especímenes híbridos de GFRP-acero

2.9.2.1 Formulaciones para materiales híbridos de GFRP-acero

Para el caso de estudio, se emplearon fórmulas para el cálculo de esfuerzos en estructuras tipo sándwich con caras disímiles, que fueron recomendadas por el Ph.D. Patrick Townsend, del libro *An Introduction to Sandwich Structures* de *Dan Zenkert*.

Figura 25

Estructura sándwich con caras disímiles



Para una sección transversal sándwich general la formulación relacionó el Módulo de Young con los respectivos espesores:

$$E_1 \cdot t_1 \left(\frac{t_1}{2} + t_c\right) + E_c \cdot t_c \left(\frac{t_c}{2}\right) = e \cdot \left[E_1 \cdot t_1 + E_c \cdot t_c\right]$$
(2.7)

Se utilizaron las formulaciones del libro *Fiberglass Boat Design and Construction* de *Robert J. Scott*, con los que se calculó los Módulos de Young para los especímenes híbridos de GFRP-acero de una capa y de dos capas de MAT. Como primera parte, se convirtieron las unidades de los espesores de milímetros a pulgadas.

Tabla 2

Conversión de las unidades de espesores de GFRP

Descripción	Espesor	de GFRP
Espécimen híbrido una capa de MAT	1,2 mm	0,04 inch
Espécimen híbrido dos capas de MAT	2,8 mm	0,11 inch

Se utilizó la **Tabla 3**, luego de la conversión de unidades, se relacionó el espesor en pulgadas con el porcentaje *Glass Content*.

Tabla 3

	Gl	ass		Number of Plies or Pairs						
Laminate	Cor (Per	ntent cent)	1	2	3	4	5	6	7	8
	20	Low	0.060	0.120	0.180	0.240	0.300	0.360	0.420	0.480
	20	High	0.076	0.152	0.228	0.304	0.380	0.456	0.532	0.608
1-1/2 oz.	25	Low	0.045	0.090	0.135	0.180	0.225	0.270	0.315	0.360
Mat	23	High	0.061	0.122	0.183	0.244	0.305	0.366	0.427	0.488
	20	Low	0.035	0.070	0.105	0.140	0.175	0.210	0.245	0.280
	30	High	0.050	0.100	0.150	0.200	0.250	0.300	0.350	0.400
Composite	20	Low	0.110	0.220	0.330	0.440	0.550	0.660	0.770	0.880
Laminate	Laminate ³⁰	High	0.126	0.252	0.378	0.504	0.630	0.756	0.882	1.008
(Alternate	25	Low	0.090	0.180	0.270	0.360	0.450	0.540	0.630	0.720
Plies of $1-1/2$ or Mot	33	High	0.107	0.214	0.321	0.428	0.535	0.642	0.749	0.856
1/2 OZ. Mat	10	Low	0.075	0.150	0.225	0.300	0.375	0.450	0.525	0.600
WR)	40	High	0.091	0.182	0.273	0.364	0.455	0.546	0.637	0.728

Relación entre espesor en pulgadas y el porcentaje para el material híbrido

Nota. Tabla obtenida del libro Fiberglass Boat Design and Construction, Robert J. Scott.

Se obtuvieron los porcentajes estimados para los espesores previamente descritos, para una capa de MAT y para dos capas de MAT.

Tabla 4

Relación entre espesor en pulgadas y el porcentaje para el material híbrido

Descripción	Espesor del GFRP	Porcentaje
Espécimen híbrido una capa de MAT	0,047"	25%
Espécimen híbrido dos capas de MAT	0,11"	20%

Con los porcentajes descritos previamente, se utilizó la **Ilustración 26**, con el cual se estimaron los Módulos de Young, y las unidades fueron [PSI].



Gráfica para la estimación de los Módulos de Young para el GFRP

Nota. Imagen obtenida del libro Fiberglass Boat Design and Construction, Robert J. Scott.

Se convirtieron las unidades de [PSI] a [N/m²], para que los cálculos que se van a realizar tengan consistencia.

Tabla 5

Espesor en pulgadas que relaciona el Módulo de Young

Description	Espesor de GFRP	Módulo	de Young
Una capa de MAT	0,047"	0,77 x 10 ⁶ [PSI]	5,31 x 10 ⁹ [N/m ²]
Dos capas de MAT	0,11"	1,39 x 10 ⁶ [PSI]	8,39 x 10 ⁹ [N/m ²]

Configuración espécimen híbrido GFRP-acero con una capa de MAT



Figura 28

Configuración espécimen híbrido GFRP-acero con dos capas de MAT



Con los resultados previamente calculados, se utilizaron las formulaciones para calcular las propiedades mecánicas de los especímenes híbridos de GFRP-acero.

Para un sándwich (material híbrido), la ecuación reescribió como:

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{d}}{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{t}_1 + \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{t}_2} \tag{2.8}$$

$$d = \frac{t_1}{2} + t_c + \frac{t_2}{2}$$
(2.9)

La rigidez flexural se calculó:

$$D = \frac{E_1 \cdot t_1^3}{12} + \frac{E_2 \cdot t_2^3}{12} + \frac{E_c \cdot t_c^3}{12} + E_1 \cdot t_1 (d - e)^2 + E_2 \cdot t_2 \cdot e^2 + E_c \cdot t_c (\frac{t_c + t_2}{2} - e)^2$$
(2.10)

Donde d es la distancia entre las dos caras. Los términos con subíndice 2 fueron anulados, debido a que, para este análisis, en los especímenes híbridos no hay una capa de material polimérico en la cara inferior.

Se calculó el esfuerzo de la parte híbrida con la siguiente fórmula:

$$\sigma_1 = -\frac{M_X}{t_1 \cdot d} \tag{2.11}$$

Capítulo 3

3. Resultados y Análisis

3.1 Resultados de Fuerza y Desplazamiento para especímenes de acero

Se presentaron los resultados del Método Analítico.

Tabla 6

Método Analítico, Resultados del Método Analítico

Longitud	Momento Flector	Deflexión
L	M(x)	v(x)
[m]	[N·m]	[m]
0,00	81,22	0,0000
0,03	46,90	0,0019
0,06	12,58	0,0063
0,09	-21,74	0,0115
0,12	-47,48	0,0155
0,15	-56,06	0,0169
0,18	-47,48	0,0155
0,21	-21,74	0,0115
0,24	12,58	0,0063
0,27	46,90	0,0019
0,30	81,22	0,0000

Método Analítico, Momento Flector vs. Longitud



Método Analítico, Deflexión vs. Longitud



Se presentaron los resultados obtenidos por estos tres métodos.

Tabla 7

Resultados comparativos de los tres métodos

Fel		Fe	2	ANS	YS	Método A	Analítico
[mm]	[N]	[mm]	[N]	[mm]	[N]	[mm]	[N]
0,00	15,97	0,00	11,36	0,00	0,00	0,00	0,00
0,77	24,48	1,18	58,49	1,87	310,30	16,94	2288,00
1,57	55,23	2,37	65,09	3,74	620,59		
2,37	98,23	3,56	161,81	5,60	930,89		
3,17	150,92	4,75	234,68	7,47	1241,18		
3,96	213,70	5,95	317,02	9,34	1551,48		
4,76	287,93	7,14	412,86	11,21	1861,77		
5,56	367,72	8,33	523,96	13,07	2172,00		
6,36	467,54	9,52	651,28	13,77	2288,00		
7,16	577,85	10,72	802,76	14,94	2482,00		
7,95	701,75	11,91	977,44	16,09	2793,00		
8,75	845,35	13,10	1227,54				
9,55	1009,07	14,29	1412,47				
10,35	1189,95	15,48	1673,38				
11,15	1389,74	16,68	1955,59				
11,94	1592,88	17,87	2250,67				
12,74	1805,46	18,03	2288,00				
13,54	2017,34	19,06	2540,91				
14,34	2213,88						
14,62	2288,00						
15,14	2404,37						
15,93	2569,60						

Para los casos *Fe1* y *Fe2*, los resultados de Fuerza y Deformación proporcionados por las galgas, la carga máxima, de 2288 [N], que fue hasta donde termina el límite elástico, se la calculó mediante interpolación también para los resultados de ANSYS.

Para el Método Analítico, se utilizó ese valor de fuerza para calcular la deflexión. Este proceso se realizó para ilustrar las deformaciones que estaban asociadas a esos valores de fuerza.

Se graficó la relación Fuerza vs. Deformación obtenida para los dos especímenes de acero (*Fe1* y *Fe2*) a partir de ensayos experimentales.

3.2 Resultados de Ensayos de Flexión

Figura 31

Comparación de Fuerza vs. Deflexión para los especímenes de acero.



Fuerza vs. Desplazamiento para los especímenes de acero e híbridos con una capa de MAT.



Fuerza vs. Desplazamiento para los especímenes de acero e híbridos con dos capas de MAT



Deformación vs. Tiempo, para especímenes de acero e híbrido con una capa de MAT (GALGA

```
DEL CENTRO)
```



Figura 35

Deformación vs. Tiempo para especímenes de acero e híbridos con dos capas de MAT (GALGA

DEL CENTRO)



Deformación vs. Tiempo, para los dos especímenes de acero y el espécimen híbrido 2H, con una



capa de MAT (GALGA DEL COSTADO)

Deformación vs. Tiempo, para los dos especímenes de acero y los especímenes híbridos 1HH, 2HH y 3HH con dos capas de MAT (GALGA DEL COSTADO)



Esfuerzo vs. Deformación, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos 1H y 3H, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)



Esfuerzo vs. Deformación, en un intervalo lineal, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos 1H y 3H, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)



Espécimen Fe2: $E_{\text{Experimental}} = 2,16E + 11 \left[\frac{N}{m^2}\right]$

Espécimen 1H: $E_{\text{Experimental}} = 2,11E + 11 \left[\frac{N}{m^2}\right]$

Esfuerzo vs. Desplazamiento, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos 1H y 3H, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)



Esfuerzo vs. Desplazamiento, en un intervalo específico, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos 1H y 3H, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)



Esfuerzo vs. Deformación, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos 1HH y 3HH, con DOS capas de MAT (GALGA DEL CENTRO)



Esfuerzo vs. Deformación, en un intervalo específico, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos 1HH y 3HH, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)



Espécimen 1HH: $E_{\text{Experimental}} = 2,19E + 11 \left[\frac{N}{m^2}\right]$ Espécimen 3HH: $E_{\text{Experimental}} = 1,36E + 11 \left[\frac{N}{m^2}\right]$

Esfuerzo vs. Desplazamiento, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos 1 HH y 3HH, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)



Esfuerzo vs. Desplazamiento, en un intervalo específico, para los especímenes de acero y los especímenes híbridos 1HH y 3HH, con una capa de MAT (GALGA DEL CENTRO)



Rigidez flexural vs. Deformación, para los especímenes híbridos con una sola capa 1H y 3H; y

con dos capas 1HH y 3HH; y el valor real para la plancha de acero



3.3 Análisis de los Ensayos de Flexión

En la Figura 31 los especímenes Fe1 y Fe2 indican una tendencia similar hasta los 5 mm de desplazamiento. Para el espécimen Fe2, en el intervalo de 0 a 3 mm y luego de 13 a 14 mm, se observan variaciones o saltos.

La simulación en ANSYS y el método analítico muestran pendientes más pronunciadas, en comparación con los especímenes, lo que indica una mayor capacidad para soportar carga. Esta diferencia radica en que el modelo computacional no considera las imperfecciones físicas de los especímenes, como la ligera curvatura de las planchas ocasionada por la soldadura. También, el método analítico simplifica ciertos efectos, como la zona plástica de no linealidad.

Estos resultados indican que la metodología utilizada es confiable para estudiar materiales híbridos bajo las mismas condiciones de realización de los ensayos de flexión.

En la Figura 32 se muestra un comportamiento similar hasta aproximadamente 6 mm y sugiere que el material híbrido se puede utilizar en aplicaciones que no superen este máximo de carga en reemplazo del acero. Se evidencia un salto en el espécimen 3H, debido al desprendimiento, lo cual disminuyó su capacidad para soportar carga.

Luego de los 8 mm las curvas híbridas no demuestran una capacidad similar a la del acero para soportar cargas.

En la figura 33 muestran un comportamiento similar hasta aproximadamente 11 mm y sugiere que el material híbrido se puede utilizar en aplicaciones que no superen este máximo de carga en reemplazo del acero.

La curva híbrida 2HH presenta un salto provocado por el desprendimiento de las capas de GFRP; y la curva híbrida 3HH muestra una capacidad inferior para soportar las mismas cargas que los otros especímenes híbridos de dos capas, lo que se atribuye a las "burbujas" debido al mal proceso de curado de la resina con el MAT, lo cual disminuyó su rigidez.

El ensayo 1HH destaca la influencia positiva del incremento de capas de MAT en la rigidez y en la capacidad de soportar cargas del material híbrido GFRP-acero.

En las figuras 34 y 35 muestran deformaciones de signo negativo, lo cual se debe a la compresión a la cual está sometida la parte superior de los especímenes durante el ensayo de flexión. Estos resultados confirman la respuesta esperada de las galgas.

En las figuras 36 y 37 muestran deformaciones de signo positivo, lo cual se debe a tensión a la cual está sometida la parte superior de los especímenes durante el ensayo de flexión. Estos resultados confirman la respuesta esperada de las galgas.

La figura 36 muestra solo a 2H como espécimen híbrido, debido a que las galgas de 1H y 3H se dañaron durante el experimento.

En la figura 38 muestra un intervalo donde se observa la linealidad en las curvas. En la figura 39 se muestran las deformaciones hasta 5E-04 y se dibuja su línea de tendencia. Para el espécimen Fe2 el valor de la pendiente es 2,16E+11 [N/m²], lo cual el 3% de diferencia porcentual con el valor real. Para el espécimen Fe1, ese valor de la pendiente es mayor, lo cual indica que la plancha de acero se hizo más rígida, esto debido a la leve curvatura que tenía hacia arriba debido al calor de la soldadura.

En la figura 42 muestra intervalo donde se observa la linealidad en las curvas, por lo que en la figura 43 se muestran las deformaciones hasta 5E-04 y se dibuja su línea de tendencia. El ensayo del espécimen híbrido 1HH tiene una línea de tendencia mayor que Fe2 en este intervalo lineal. El Módulo de Young calculado experimentalmente para 1HH es de 2,19E+11 [N/m²] y con las formulaciones para materiales híbridos fue 2,16E+11 [N/m²], lo que indica un aumento del Módulo de Young del acero. Para el espécimen 3HH, se aprecia que tiene una pendiente mucho menor que las demás, esto debido a la falla antes mencionadas, lo cual disminuyó sus propiedades mecánicas.

La figura 47 muestra que los especímenes de 2 capas de MAT tienen una rigidez flexural apenas un 7% menor a los especímenes de acero; mientras que, para una capa de MAT, el resultado es muy deficiente.

3.4 Resultados de la comparación de los pesos

3.4.1 Peso del espécimen de acero

Se determinó experimentalmente el peso de la probeta de acero, como se indicó en la **Tabla 1**, y para validar este resultado, se calculó el peso teórico. Este proceso se dividió en dos etapas: en la primera, se calculó el peso teórico únicamente de la plancha, y en la segunda, se determinó el peso de los tubos rectangulares que constituían las bases del espécimen.

Tabla 8

Planch	a solo de acero	
a	0,34	[m]
b	0,40	[m]
t	0,002	[m]
Volumen	2,72E-04	[m ³]
Densidad	7850	[kg/m ³]
Peso	2,14	[kg]

Aproximación de peso de la plancha de 2 mm de probeta de acero

Tabla 9

Aproximación de peso de las dos bases de probeta de acero

Tubo Rectangular de base				
b	0,0254	[m]		
h	0,0194	[m]		
t	0,002	[m]		
Área Exterior	4,93E-04	[m ²]		
Área Interior	3,30E-04	[m ²]		
Área	1,63E-04	[m ²]		
Volumen	6,53E-05	[m ³]		
Volumen total	1,31E-04	[m ³]		
Peso de los 2 tubos	1,02	[kg]		
Peso total = Planchas + Tubos	3,16	[kg]		

Se consideró un incremento del 10% en el peso debido a la soldadura empleada en la fabricación de la probeta, lo que resultó en un peso final de 3,48 [kg].

Como se indicó en la **Tabla 1**, el peso experimental de la probeta fue de 3,42 [kg], lo que representó una diferencia porcentual entre ambos métodos de menos del 2%.

3.4.2 Peso de los especímenes híbrido GFRP-acero

3.4.2.1 Espécimen híbrido GFRP-acero con una capa de MAT.

Se aplicó el mismo método previamente descrito. La diferencia radicó en que, para las probetas híbridas, el espesor de la plancha de acero fue 1,2 mm, lo que dio un peso de 1,28 kg.

Tabla 10

Aproximación del peso de la plancha de acero de 1,2 mm de probeta híbrida

Plancha de la probeta híbrida					
а	0,34	[m]			
b	0,4	[m]			
t	0,0012	[m]			
Volumen	1,63E-04	[m ³]			
Densidad	7850	[kg/m ³]			
Peso	1,28	[kg]			

Dado que los tubos de las bases soldadas fueron idénticos para todas las probetas, su peso permaneció constante en 1,02 kg. A partir de estos valores, se obtuvieron los resultados correspondientes.

Tabla 11

Aproximación del peso de la plancha de 1,2 mm y las bases

Peso de los 2 tubos	1,02	[kg]
Peso total = Planchas + Tubos	2,30	[kg]

Se consideró también un incremento del 10% en el peso debido a la soldadura empleada en la fabricación de la probeta, lo que resultó en un peso final de solo la parte de acero fue de 2,54 [kg]. Como se indicó en la **Tabla 1**, el peso experimental de la probeta fue de 2,72 [kg], lo que representó que el peso de una capa de MAT fue de 0,18 [kg].

3.4.2.2 Espécimen híbrido de GFRP-acero con dos capas de MAT.

Dado que las probetas híbridas de GFRP-acero con dos capas de MAT tenían la misma parte de acero que las que tienen una capa, el peso final de solo la parte de acero también fue de 2,54 [kg]. Como se indicó en la **Tabla 1**, el peso experimental de la probeta fue de 3,02 [kg], lo que representó que el peso de dos capas de MAT fue de 0,48 [kg].

Las propiedades mecánicas anteriormente descritas indican que el espécimen que tiene dos capas de MAT tiene propiedades similares al espécimen de acero y además presenta una reducción del peso del 12%.

3.4.3 Comparación entre cubiertas de acero e híbridas de GFRP-acero

3.4.3.1 Características de la barcaza para la comparación.

En este proyecto se estudian los pesos de una cubierta de acero real y una cubierta híbrida GFRP-acero planificada. Para la comparación entre una cubierta de acero y una cubierta híbrida, se tomaron en consideración la reducción del 12% del peso del espécimen de acero de 2 mm y el espécimen híbrido de dos capas de MAT; y además los datos de una barcaza real que opera en Guayaquil, con las siguientes características:

Tabla 12

Características de la barcaza para la realización del análisis comparativo

Eslora	26,00	[m]
Manga	7,00	[m]
Puntal	2,00	[m]
Calado Cargado	1,85	[m]
СВ	0,95	-
Densidad del fluido	1,00	[ton/m ³]
Desplazamiento Cargado	319,87	[ton]

Tabla 13

Características operativas de la barcaza

Velocidad a favor cargado	15,00	[nudos]
Velocidad en contra cargado	9,00	[nudos]
Consumo cuando está vacía	12	[galones/hora]
RPM durante operación en vacío	1700	[RPM]
Consumo cuando está cargada	8,5	[galones/hora]
RPM durante operación cargada	1500	[RPM]

3.4.3.2 Peso estimado de la cubierta de acero real.

Se utilizaron la densidad y las longitudes de la cubierta previamente descritas.

Tabla 14

Características estructurales de la cubierta de acero de la barcaza

Espesor	10	[mm]
Largo	26	[m]
Ancho	7	[m]
Volumen de la cubierta	1,82	[m ³]
Peso Estimado de la cubierta	14,29	[ton]
Peso + 20% (soldadura)	17,14	[ton]

3.4.3.3 Peso estimado de la cubierta híbrida conceptual

La estimación del peso de la cubierta híbrida GFRP-acero se basa en la densidad de los materiales y en los espesores optimizados empleados en las probetas experimentales.

Cabe destacar que una cubierta híbrida con estas características y dimensiones no se ha fabricado previamente en el mundo. Por lo tanto, el peso de la cubierta híbrida se estima a partir de los datos obtenidos en los experimentos realizados con especímenes de acero e híbridos descritos anteriormente.

Como primera parte, se relaciona el peso real de la cubierta de acero, de 17,14 [ton] y la reducción del 12% previamente descrita, lo que daría un peso estimado de la nueva cubierta híbrida de GFRP-acero de 15,09 [ton].

También, se relacionan los espesores del acero de los especímenes de acero e híbridos con dos capas de MAT. Mediante con una regla de tres, se estima de esta forma que el espesor del acero sería de 6 mm (antes era de 10 mm), lo cual tiene un peso de 10,29 [ton]. Con estos datos, finalmente, se puede inferir que el peso del material híbrido de GFRP-acero con dos capas de MAT es de 4,80 [ton].

Tabla 15

Peso estimado cubierta híbrida	15,09	[ton]
Espesor del acero	6	[mm]
Peso del espesor del acero	10,29	[ton]
Peso del espesor del material híbrido	4,80	[ton]

Características de la cubierta híbrida de GFRP-acero planificada

3.5 Resultados comparativos del desplazamiento de la barcaza

Para poder verificar un impacto en la reducción del peso de la barcaza, cambiando la cubierta de acero original con una posible cubierta híbrida de GFRP-acero, se toman como referencia los pesos previamente calculados, obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 16

Pesos de la barcaza con la cubierta híbrida planificada

Desplazamiento	Cargado con la cubierta	de acero	319,87	[ton]
Desplazamiento	Cargado con la cubierta	híbrida planificada	317,82	[ton]

Como se indica en la tabla, para toda la barcaza, la diferencia de pesos es de 2 [ton]. Esto es debido a que esta modificación planificada está solo enfocada a la cubierta principal, y en toda la barcaza intervienen más estructuras de acero.

3.6 Resultados Consumo Combustible

El consumo de combustible de la barcaza, cuando está completamente cargada con un desplazamiento de 320 toneladas, es de 8,5 galones por hora. Con la implementación de la cubierta híbrida, el desplazamiento disminuye a 318 toneladas. Utilizando una relación lineal aproximada entre desplazamiento y consumo, se puede calcular el consumo modificado:

$$Consumo Modificado = Consumo Original x \frac{Desplazamiento Modificado}{Desplazamiento Original}$$
(3.1)

El resultado del nuevo consumo es de 8,45 galones/hora. La barcaza se estima que opera durante 20 horas al día, 7 días a la semana, lo que corresponde a 140 horas de operación por semana. En base a este análisis se obtiene que el ahorro en consumo de combustible es de 364 galones por año.

3.7 Análisis de la reducción de pesos

La velocidad de la barcaza está influenciada directamente por el desplazamiento total, ya que este afecta la resistencia al avance. En el caso de la cubierta híbrida propuesta, la reducción de 2 toneladas en el desplazamiento, de 320 a 318 toneladas, implica una leve disminución en la resistencia hidrodinámica.

La reducción del desplazamiento representa menos del 1% en el impacto en la velocidad máxima de la barcaza. Este dato resalta que, aunque el cambio en desplazamiento es positivo, su contribución a la mejora de velocidad es prácticamente nulo.

El ahorro semanal de 7 galones puede parecer pequeño, al analizarlo a escala anual, representa un ahorro de 364 galones.

Capítulo 4

4. Conclusiones y Recomendaciones

4.1 Conclusiones

Los especímenes híbridos con dos capas de MAT frente a los especímenes de acero presentaron el módulo de Young en 6%, su rigidez flexural disminuyó un 7% y su peso disminuyó un 12%.

La elaboración de las probetas con las mismas dimensiones fue indispensable para realizar las comparaciones de los ensayos de flexión, aunque en las de material híbrido, algunas tuvieron un secado deficiente de la capa de GFRP.

Las formulaciones del método analítico, la simulación en ANSYS y los resultados de los ensayos de flexión para las probetas de acero, mostraron que los valores fueron muy cercanos entre sí, lo que validó el diseño experimental.

La rigidez flexural de los especímenes de dos capas de GFRP es muy parecida a la del acero; mientras que se descartan los especímenes de una capa de MAT al tener una rigidez muy por debajo que la del acero.

Este análisis evidencia que, además de los beneficios estructurales y de desplazamiento, la implementación de una cubierta híbrida GFRP-acero puede contribuir a una operación más económica y sostenible en el largo plazo.

4.2 Recomendaciones

Se puede utilizar el método de elaboración por vacío mejorar la elaboración de materiales híbridos, así como un equipamiento evitar que el secado sea deficiente.

Realizar pruebas con tres o más capas de MAT para estandarizar normas para los diferentes espesores, tanto del acero como de los materiales poliméricos.

Utilizar un espesor más grande para los especímenes de acero si se van a soldar bases a los costados, para garantizar que las planchas no se deflecten debido al calor de la soldadura.

Validar los resultados de los especímenes híbridos utilizando herramientas como ANSYS, incluyendo los nuevos Módulos de Young de los materiales de GFRP y además del disco y del foam, durante la simulación.

Definir adecuadamente los diferentes rubros que implica la elaboración de materiales híbridos con equipamiento de primera, para con ello realizar la respectiva comparación de costos frente a Módulo de Young y Rigidez Flexural.

Referencias

- Kharghani, N., & Guedes Soares, C. (2018). Experimental and numerical study of hybrid steel-FRP balcony overhang of ships under shear and bending. *Marine Structures*, 60(March), 15–33. <u>https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2018.03.003</u>
- Suárez, J. C., & Herreros, M. a. (2008). New Fiber-Metal Hybrid Laminated Material (MALECON). Marine Structures, December. http://oa.upm.es/4195/1/INVE_MEM_2008_58980.pdf
- Paredes, C., & Reyes, A. (2021). Análisis global de la estructura de una barcaza de acero autopropulsada de 27 metros en diferentes condiciones de carga. [*Tesis de Grado Escuela Superior Politécnica Del Litoral*], 1.
- Aryaswara, L. G., Santos, G. N. C., & Muflikhun, M. A. (2022). Defect characteristics of unidirectional glass fiber reinforced epoxy manufactured via vacuum assisted resin infusion. *Materials Today: Proceedings*, 66, 2796–2800. https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.06.518
- Ponce, I. (2015). ESTUDIO TÉCNICO-ECONÓMICO PARA LA SELECCIÓN DEL SISTEMA PROPULSOR DE LA BARCAZA AMISTAD. [Tesis de Grado Escuela Superior Politécnica Del Litoral].

OMI. (1996). Convenio internacional sobre líneas de carga. <u>https://www.imo.org/es/About/Conventions/Pages/International-Convention-on-Load-Lines.aspx</u>

Salazar-Domínguez, C. M., Hernández-Hernández, J., Rosas-Huerta, E. D., Iturbe-Rosas, G. E., & Herrera-May, A. L. (2021). Article structural analysis of a barge midship section considering the still water and wave load effects. *Journal of Marine Science and Engineering*, 9(1), 1–21. https://doi.org/10.3390/jmse9010099

Tonwsend, P. (2016). LOS PREIMPREGNADOS DE LA AERONAÚTICA, DESDE UNA PERSPECTIVA DE SU PROCESO PRÁCTICO. Unidad de Publicaciones - ESPOL.

Alam, A., Wulandari, A. I., Oktavaro, N. S., Pawara, M. U., & Riyadi, M. (2023). Fatigue Life Assessment of Sideboard on Deck Barge Using Finite Element Methods. *Majalah Ilmiah Pengkajian Industri*, 16(1), 1–10. https://doi.org/10.29122/mipi.v16i1.5201

Ramos, D. (2019). OBTENCIÓN DE UN NUEVO MATERIAL HÍBRIDO DE MATRIZ POLIMÉRICA DE RESINA POLIÉSTER Y FIBRA NATURAL DE CABUYA, REFORZADA CON FIBRA DE CARBONO PARA SU APLICACIÓN EN LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ. *Tesis de Maestria Universidad Tecnica de Ambato*, 6. Montero Garcia, L. (2010). Estudio del mecanizado de materiales compuestos. *Tesis de Grado Universidad Carlos III de Madrid*, 120.

Besednjak, A. M. (2005). Materiales compuestos : Procesos de fabricación de embarcaciones. In *Materiales compuestos : Procesos de fabricación de embarcaciones*. https://doi.org/10.5821/ebook-9788498802108

Timoshenko, S. P., & Goodier, J. N. (1970). Teoría de la elasticidad. México: Compañía Editorial Continental.

Zenkert, Dan. (1995). AN INTRODUCTION TO SANDWICH STRUCTURES. Scott, Robert J. (1975). FIBERGLASS BOAT DESIGN AND CONSTRUCTION.

Apéndice
Parte A

TEORÍA DE VIGAS

Se presentaron los siguientes datos:

q = Carga Distribuida = [N/m]

- $F = Fuerza = q \cdot (2 c) = q \cdot d = [N]$
- c = Radio del pistón = [m]
- d = Diámetro del pistón = $2 \cdot c = [m]$
- L = Longitud empotrada = [m]

Ecuación para una carga distribuida:

$$E \cdot I \cdot v_{ixxxx} = q \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right) - q \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right)$$
$$E \cdot I \cdot v_{ixxx} = q \cdot \left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right) \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right) - q \cdot \left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right) \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right) + A$$

$$E \cdot I \cdot v_{r_{XX}} = q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right)^{2}}{2} \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right) - q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right)^{2}}{2} \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right) + A \cdot x + B$$

$$E \cdot I \cdot v_{r_{X}} = q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right)^{3}}{6} \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right) - q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right)^{3}}{6} \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right) + A \cdot \frac{x^{2}}{2} + B \cdot x + C$$

$$E \cdot I \cdot v_{r} = q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right)^{4}}{24} \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right) - q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right)^{4}}{24} \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right) + A \cdot \frac{x^{3}}{6} + B \cdot \frac{x^{2}}{2} + C \cdot x + D$$

Condiciones de Frontera:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \mathbf{E} \cdot \mathbf{I} \, \cdot \boldsymbol{v}_{\prime x} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{E} \cdot \mathbf{I} \, \cdot \boldsymbol{v}_{\prime} &= \mathbf{0} \end{cases} \rightarrow \quad \begin{cases} \mathbf{C} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{0} \end{cases} \\ \mathbf{x} &= \mathbf{L} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \mathbf{E} \cdot \mathbf{I} \, \cdot \boldsymbol{v}_{\prime x} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{E} \cdot \mathbf{I} \, \cdot \boldsymbol{v}_{\prime} &= \mathbf{0} \end{cases} \end{aligned}$$

Despeje de constantes A y B

Condición de Frontera $E \cdot I \cdot v_{\prime x}(x = L) = 0$

$$\begin{split} E \cdot I \cdot v_{rx}(x = L) &= 0 = q \cdot \frac{\left(L - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right)^3}{6} - q \cdot \frac{\left(L - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right)^3}{6} + A \cdot \frac{(L)^2}{2} + B \cdot L \\ q \cdot \frac{\left(\frac{L}{2} + c\right)^3}{6} - q \cdot \frac{\left(\frac{L}{2} - c\right)^3}{6} + A \cdot \frac{(L)^2}{2} + B \cdot L = 0 \\ q \cdot \frac{\left(\frac{L}{2} + c\right)^3}{6} - q \cdot \frac{\left(\frac{L}{2} - c\right)^3}{6} + A \cdot \frac{(L)^2}{2} + B \cdot L = 0 \\ q \cdot \frac{\left(\frac{L^3}{4} + \frac{3Lc^2}{2} + c^3}{6} - q \cdot \frac{\left(\frac{L^3}{8} - \frac{3cL^2}{4} + \frac{3Lc^2}{2} - c^3}{6} + A \cdot \frac{L^2}{2} + B \cdot L = 0 \\ q \cdot \left(\frac{L^3}{48} + \frac{3cL^2}{24} + \frac{3Lc^2}{12} + \frac{c^3}{6}\right) - q \cdot \left(\frac{L^3}{48} - \frac{3cL^2}{24} + \frac{3Lc^2}{12} - \frac{c^3}{6}\right) + A \cdot \frac{L^2}{2} + B \cdot L = 0 \\ q \cdot \left(\frac{L^3}{48} + \frac{3q \cdot cL^2}{24} + \frac{3q \cdot Lc^2}{12} + \frac{q \cdot c^3}{6} - \frac{q \cdot L^3}{48} + \frac{3q \cdot cL^2}{24} - \frac{3q \cdot Lc^2}{12} + \frac{q \cdot c^3}{6} + A \cdot \frac{L^2}{2} + B \cdot L = 0 \\ \frac{6q \cdot cL^2}{24} + \frac{2q \cdot c^3}{6} + A \cdot \frac{L^2}{2} + B \cdot L = 0 \\ A \cdot \frac{L^2}{2} = -\frac{6q \cdot cL^2}{24} - \frac{2q \cdot c^3}{6} - B \cdot L \\ A = -\frac{q \cdot c}{2} - \frac{2q \cdot c^3}{3 \cdot L^2} - \frac{2 \cdot B}{L} \end{split}$$

Condición de Frontera $E \cdot I \cdot v_{i}(x = L) = 0$

$$E \cdot I \cdot v_{t}(x = L) = 0 = q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right)^{4}}{24} \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} - c\right)\right) - q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right)^{4}}{24} \cdot E\left(x - \left(\frac{L}{2} + c\right)\right) + A \cdot \frac{x^{3}}{6} + B \cdot \frac{x^{2}}{2}}{q \cdot \frac{\left(\frac{L}{2} + c\right)^{4}}{24}} - q \cdot \frac{\left(\frac{L}{2} - c\right)^{24}}{24} + A \cdot \frac{L^{3}}{6} + B \cdot \frac{L^{2}}{2} = 0$$

$$q \cdot \frac{\frac{L^{4}}{16} + \frac{cL^{3}}{2} + \frac{3L^{2}c^{2}}{24} + 2c^{3}L + c^{4}}{24} - q \cdot \frac{\frac{L^{4}}{16} - \frac{cL^{3}}{2} + \frac{3L^{2}c^{2}}{24} - 2c^{3}L + c^{4}}{24} + A \cdot \frac{L^{3}}{6} + B \cdot \frac{L^{2}}{2} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{q \cdot L^4}{384} + \frac{q \cdot cL^3}{48} + \frac{q \cdot c^3L}{12} + \frac{q \cdot c^4}{24} - \frac{q \cdot L^4}{384} + \frac{q \cdot cL^3}{48} - \frac{3q \cdot L^2c^2}{48} + \frac{q \cdot c^3L}{12} - \frac{q \cdot c^4}{24} + A \cdot \frac{L^3}{6} + B \cdot \frac{L^2}{2} = 0 \\ & \frac{q \cdot cL^3}{24} + \frac{q \cdot c^3L}{6} + \left(-\frac{q \cdot c}{2} - \frac{2q \cdot c^3}{3 \cdot L^2} - \frac{2 \cdot B}{L} \right) \cdot \frac{L^3}{6} + B \cdot \frac{L^2}{2} = 0 \\ & \frac{q \cdot cL^3}{24} + \frac{q \cdot c^3L}{6} + \left(-\frac{q \cdot cL^3}{12} - \frac{2q \cdot c^3L^3}{18 \cdot L^2} - \frac{2 \cdot BL^3}{6 \cdot L} + B \cdot \frac{L^2}{2} = 0 \\ & \frac{q \cdot cL^3}{24} + \frac{q \cdot c^3L}{6} - \frac{q \cdot cL^3}{12} - \frac{2q \cdot c^3L^3}{18 \cdot L^2} - \frac{2 \cdot BL^3}{6 \cdot L} + B \cdot \frac{L^2}{2} = 0 \\ & \frac{q \cdot cL^3}{24} + \frac{q \cdot c^3L}{6} - \frac{q \cdot cL^3}{12} - \frac{q \cdot c^3L}{9} - \frac{BL^2}{3} + \frac{BL^2}{2} = 0 \\ & \frac{q \cdot cL^3}{24} + \frac{q \cdot c^3L}{6} - \frac{q \cdot cL^3}{12} - \frac{q \cdot c^3L}{9} - \frac{BL^2}{3} + \frac{BL^2}{2} = 0 \\ & \frac{BL^2}{24} + \frac{q \cdot c^3L}{6} - \frac{q \cdot cL^3}{12} - \frac{q \cdot c^3L}{9} - \frac{BL^2}{3} + \frac{BL^2}{2} = 0 \\ & \frac{g \cdot cL^3}{24} + \frac{q \cdot c^3L}{6} - \frac{q \cdot cL^3}{12} - \frac{q \cdot c^3L}{9} - \frac{BL^2}{3} + \frac{BL^2}{2} = 0 \\ & \frac{BL^2}{24} - \frac{q \cdot cL^3}{24} + \frac{q \cdot c^3L}{6} - \frac{q \cdot cL^3}{9} - \frac{q \cdot c^3L}{3} - \frac{BL^2}{3} - \frac{BL^2}{2} \\ & \frac{BL^2}{6} = -\frac{q \cdot cL^3}{24} + \frac{q \cdot c^3L}{12} - \frac{q \cdot c^3L}{6} + \frac{q \cdot c^3L}{9} \\ & B = \frac{q \cdot c \cdot L}{4} - \frac{q \cdot c^3}{3 \cdot L} \\ & B = \frac{q \cdot c \cdot L^2}{4 \cdot L} - \frac{q \cdot c^3}{3 \cdot L} \\ & B = \frac{q \cdot c \cdot L^2}{4 \cdot L} - \frac{q \cdot c^3}{3 \cdot L} \\ & B = \frac{q \cdot c \cdot L^2}{12 \cdot L} \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot c^2) \end{aligned}$$

Entonces:

$$A = -\frac{q \cdot c}{2} - \frac{2q \cdot c^{3}}{3 \cdot L^{2}} - \frac{2 \cdot B}{L}$$

$$A = -\frac{q \cdot c}{2} - \frac{2q \cdot c^{3}}{3 \cdot L^{2}} - \frac{2}{L} \cdot \left\{ \frac{q \cdot c}{12 \cdot L} \cdot (3 \cdot L^{2} - 4 \cdot c^{2}) \right\}$$

$$A = -\frac{q \cdot c}{2} - \frac{2q \cdot c^{3}}{3 \cdot L^{2}} - \frac{2 \cdot q \cdot c}{12 \cdot L^{2}} \cdot (3 \cdot L^{2} - 4 \cdot c^{2})$$

$$A = -\frac{q \cdot c}{2} - \frac{2 \cdot q \cdot c^{3}}{3 \cdot L^{2}} - \frac{q \cdot c}{2} + \frac{2 \cdot q \cdot c^{3}}{3 \cdot L^{2}}$$

$$A = -q \cdot c$$

Ecuación para el Momento:

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{v}_{txx} = \mathbf{q} \cdot \frac{\left(\mathbf{x} - \left(\frac{\mathbf{L}}{2} - \mathbf{c}\right)\right)^2}{2} \cdot \mathbf{E}\left(\mathbf{x} - \left(\frac{\mathbf{L}}{2} - \mathbf{c}\right)\right) - \mathbf{q} \cdot \frac{\left(\mathbf{x} - \left(\frac{\mathbf{L}}{2} + \mathbf{c}\right)\right)^2}{2} \cdot \mathbf{E}\left(\mathbf{x} - \left(\frac{\mathbf{L}}{2} + \mathbf{c}\right)\right) + \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B}$$

Evaluar en $\frac{L}{4}$:

$$E \cdot I \cdot v_{\prime xx} \left(x = \frac{L}{4} \right) = q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} - c \right) \right)^2}{2} \cdot E \left(x - \left(\frac{L}{2} - c \right) \right) - q \cdot \frac{\left(x - \left(\frac{L}{2} + c \right) \right)^2}{2} \cdot E \left(x - \left(\frac{L}{2} + c \right) \right) + A \cdot x + B;$$

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{v}_{\prime xx} \left(x = \frac{\mathbf{L}}{4} \right) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B};$$

Parte B

Tablas de resultados

Tabla 17

Resultados de la probeta de acero Fe1

Fe1										
Fuerza	Desplazamiento	Deformación	Momento	Esfuerzo	Módulo de Young	Flexural Rigidez				
Ν	mm		N∙m	N/m ²	N/m ²	N·m				
15,97	0,00	3,43E-06	0,13	1,60E+06	2,07E+11	151,65				
24,48	0,77	6,85E-06	0,20	2,45E+06	2,07E+11	151,65				
55,23	1,57	1,15E-05	0,44	5,52E+06	2,07E+11	151,65				
98,23	2,37	9,69E-07	0,79	9,82E+06	2,07E+11	151,65				
150,92	3,17	1,95E-05	1,21	1,51E+07	2,07E+11	151,65				
213,70	3,96	3,13E-05	1,71	2,14E+07	2,07E+11	151,65				
287,93	4,76	3,36E-05	2,30	2,88E+07	2,07E+11	151,65				
367,72	5,56	4,53E-05	2,94	3,68E+07	2,07E+11	151,65				
467,54	6,36	6,20E-05	3,74	4,68E+07	2,07E+11	151,65				
577,85	7,16	9,12E-05	4,62	5,78E+07	2,07E+11	151,65				
701,75	7,95	1,14E-04	5,61	7,02E+07	2,07E+11	151,65				
845,35	8,75	1,47E-04	6,76	8,45E+07	2,07E+11	151,65				
1009,07	9,55	2,14E-04	8,07	1,01E+08	2,07E+11	151,65				
1189,95	10,35	2,63E-04	9,52	1,19E+08	2,07E+11	151,65				
1389,74	11,15	3,42E-04	11,12	1,39E+08	2,07E+11	151,65				
1592,88	11,94	4,23E-04	12,74	1,59E+08	2,07E+11	151,65				
1805,46	12,74	*5,39E-04	14,44	1,81E+08	2,07E+11	151,65				
2017,34	13,54	6,53E-04	16,14	2,02E+08	2,07E+11	151,65				
2213,88	14,34	8,11E-04	17,71	2,21E+08	2,07E+11	151,65				

Tabla 18

Fe2											
Fuerza	Desplazamiento	Deformación	Momento	Esfuerzo	Young Modulus	Rigidez Flexural					
Ν	mm		N∙m	N/m ²	N/m ²	N∙m					
11,36	0,00	8,23E-06	0,09	1,60E+06	3,77E+10	27,59					
58,49	1,18	3,08E-05	0,47	2,45E+06	2,36E+12	1729,83					
65,09	2,37	3,21E-05	0,52	5,52E+06	1,25E+11	91,67					
161,81	3,56	6,65E-05	1,29	9,82E+06	2,86E+11	209,85					
234,68	4,75	8,49E-05	1,88	1,51E+07	2,60E+11	190,55					
317,02	5,95	1,09E-04	2,54	2,14E+07	2,25E+11	164,79					
412,86	7,14	1,42E-04	3,30	2,88E+07	2,05E+11	149,88					
523,96	8,33	1,81E-04	4,19	3,68E+07	2,43E+11	178,36					
651,28	9,52	2,22E-04	5,21	4,68E+07	2,51E+11	183,66					
802,76	10,72	2,66E-04	6,42	5,78E+07	2,75E+11	201,71					
977,44	11,91	3,11E-04	7,82	7,02E+07	1,84E+11	134,88					
1227,54	13,10	3,89E-04	9,82	8,45E+07	2,44E+11	179,01					
1412,47	14,29	4,56E-04	11,30	1,01E+08	1,97E+11	144,04					
1673,38	15,48	*5,48E-04	13,39	<i>1,19E+08</i>	1,80E+11	131,86					
1955,59	16,68	6,59E-04	15,64	1,39E+08	1,85E+11	135,29					
2250,67	17,87	7,69E-04	18,01	1,59E+08	1,25E+11	91,61					
2540,91	19,06	9,39E-04	20,33	1,81E+08	1,19E+11	87,20					

Resultados de la probeta de acero Fe2

Tabla 19

Resultados de la probeta de híbrida 1H

1H										
F	D	Strain	Momento	Esfuerzo Acero	Young Acero	Esfuerzo Híbrido	Young Híbrido	Esfuerzo Combinado	Young Combinado	Rigidez
Ν	mm		N∙m	N/m ²	N/m ²	N/m ²	N/m ²	N/m ²	N/m ²	N∙m
0,13	0,00	4,43E-05	0,00	3,66E+04	2,07E+11	4,88E+02	5,31E+09	3,71E+04	2,12E+11	39,52
18,52	0,77	6,94E-05	0,15	5,14E+06	2,07E+11	6,86E+04	5,31E+09	5,21E+06	2,12E+11	39,52
42,52	1,56	8,08E-05	0,34	1,18E+07	2,07E+11	1,57E+05	5,31E+09	1,20E+07	2,12E+11	39,52
83,21	2,36	1,12E-04	0,67	2,31E+07	2,07E+11	3,08E+05	5,31E+09	2,34E+07	2,12E+11	39,52
128,75	3,15	1,88E-04	1,03	3,58E+07	2,07E+11	4,77E+05	5,31E+09	3,62E+07	2,12E+11	39,52
179,69	3,95	2,46E-04	1,44	4,99E+07	2,07E+11	6,66E+05	5,31E+09	5,06E+07	2,12E+11	39,52
235,16	4,74	3,02E-04	1,88	6,53E+07	2,07E+11	8,71E+05	5,31E+09	6,62E+07	2,12E+11	39,52
295,16	5,54	3,99E-04	2,36	8,20E+07	2,07E+11	1,09E+06	5,31E+09	8,31E+07	2,12E+11	39,52
357,47	6,33	*5,21E-04	2,86	9,93E+07	2,07E+11	1,32E+06	<i>5,31E+09</i>	1,01E+08	2,12E+11	39,52
421,68	7,13	6,63E-04	3,37	1,17E+08	2,07E+11	1,56E+06	5,31E+09	1,19E+08	2,12E+11	39,52
485,74	7,92	8,39E-04	3,89	1,35E+08	2,07E+11	1,80E+06	5,31E+09	1,37E+08	2,12E+11	39,52
542,16	8,72	1,01E-03	4,34	1,51E+08	2,07E+11	2,01E+06	5,31E+09	1,53E+08	2,12E+11	39,52
598,27	9,51	1,22E-03	4,79	1,66E+08	2,07E+11	2,22E+06	5,31E+09	1,68E+08	2,12E+11	39,52
653,74	10,31	1,43E-03	5,23	1,82E+08	2,07E+11	2,42E+06	5,31E+09	1,84E+08	2,12E+11	39,52
704,84	11,10	1,68E-03	5,64	1,96E+08	2,07E+11	2,61E+06	5,31E+09	1,98E+08	2,12E+11	39,52
755,39	11,89	1,91E-03	6,04	2,10E+08	2,07E+11	2,80E+06	5,31E+09	2,13E+08	2,12E+11	39,52
798,30	12,69	2,16E-03	6,39	2,22E+08	2,07E+11	2,96E+06	5,31E+09	2,25E+08	2,12E+11	39,52
840,90	13,48	2,40E-03	6,73	2,34E+08	2,07E+11	3,11E+06	5,31E+09	2,37E+08	2,12E+11	39,52
881,04	14,28	2,68E-03	7,05	2,45E+08	2,07E+11	3,26E+06	5,31E+09	2,48E+08	2,12E+11	39,52
919,58	15,07	2,97E-03	7,36	2,55E+08	2,07E+11	3,41E+06	5,31E+09	2,59E+08	2,12E+11	39,52
952,16	15,87	3,27E-03	7,62	2,64E+08	2,07E+11	3,53E+06	5,31E+09	2,68E+08	2,12E+11	39,52

Tabla 20

Resultados de la probeta de híbrida 1HH

1HH										
F	D	Strain	Momento	Esfuerzo Acero	Young Acero	Esfuerzo Híbrido	Young Híbrido	Esfuerzo Combinado	Young Combinado	Rigidez Nueva
Ν	mm		N·m	N/m ²	N/m ²	N/m ²	N/m ²	N/m ²	N/m ²	N∙m
0,00	0,00	2,09E-05	0,00	0,00E+00	2,07E+11	0,00E+00	8,90E+09	0,00E+00	2,16E+11	139,67
179,93	0,78	4,54E-05	1,44	5,00E+07	2,07E+11	4,61E+05	8,90E+09	5,04E+07	2,16E+11	139,67
203,45	1,58	7,04E-05	1,63	5,65E+07	2,07E+11	5,22E+05	8,90E+09	5,70E+07	2,16E+11	139,67
234,84	2,38	1,05E-04	1,88	6,52E+07	2,07E+11	6,02E+05	8,90E+09	6,58E+07	2,16E+11	139,67
276,96	3,18	1,57E-04	2,22	7,69E+07	2,07E+11	7,10E+05	8,90E+09	7,76E+07	2,16E+11	139,67
329,26	3,97	2,17E-04	2,63	9,15E+07	2,07E+11	8,44E+05	8,90E+09	9,23E+07	2,16E+11	139,67
387,43	4,77	2,90E-04	3,10	1,08E+08	2,07E+11	9,93E+05	8,90E+09	1,09E+08	2,16E+11	139,67
449,18	5,57	3,72E-04	3,59	1,25E+08	2,07E+11	1,15E+06	8,90E+09	1,26E+08	2,16E+11	139,67
517,05	6,37	*4,77E-04	4,14	1,44E+08	2,07E+11	<i>1,33E+06</i>	<i>8,90E+09</i>	1,45E+08	2,16E+11	139,67
593,19	7,17	6,06E-04	4,75	1,65E+08	2,07E+11	1,52E+06	8,90E+09	1,66E+08	2,16E+11	139,67
673,21	7,96	7,50E-04	5,39	1,87E+08	2,07E+11	1,73E+06	8,90E+09	1,89E+08	2,16E+11	139,67
768,03	8,76	9,18E-04	6,14	2,13E+08	2,07E+11	1,97E+06	8,90E+09	2,15E+08	2,16E+11	139,67
862,28	9,56	1,13E-03	6,90	2,40E+08	2,07E+11	2,21E+06	8,90E+09	2,42E+08	2,16E+11	139,67
961,14	10,36	1,35E-03	7,69	2,67E+08	2,07E+11	2,46E+06	8,90E+09	2,69E+08	2,16E+11	139,67
1057,55	11,16	1,61E-03	8,46	2,94E+08	2,07E+11	2,71E+06	8,90E+09	2,96E+08	2,16E+11	139,67
1153,95	11,95	1,88E-03	9,23	3,21E+08	2,07E+11	2,96E+06	8,90E+09	3,23E+08	2,16E+11	139,67
1258,21	12,75	2,15E-03	10,07	3,50E+08	2,07E+11	3,23E+06	8,90E+09	3,53E+08	2,16E+11	139,67
1360,89	13,55	2,44E-03	10,89	3,78E+08	2,07E+11	3,49E+06	8,90E+09	3,82E+08	2,16E+11	139,67