



D-6859

7
532.0535
V945
c.4

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA

"DINAMICA Y TERMODINAMICA DE ONDAS DE CHOQUE EN
FLUJO COMPRESIBLE"

TESIS DE GRADO

PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE
INGENIERO MECANICO

POR:

OTTO VON BUCHWALD CORNEJO

GUAYAQUIL-ECUADOR

OCTUBRE 1980



"DINAMICA Y TERMODINAMICA DE ONDAS DE CHOQUE EN
FLUJO COMPRESIBLE"

DIRECTOR DE TESIS



ING. MARCO A. PAZMIÑO B.

AUTOR



OTTO VON BUCHWALD C.

DECLARACION EXPRESA:

DECLARO QUE: Hechos, ideas y doctrinas ex
puestos en esta tesis son de mi exclusi-
va responsabilidad y que el patrimonio in
telectual de la misma corresponde a la ES
CUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profe
sionales de la ESPOL).

DEDICATORIA

A MIS PADRES

A MIS HERMANOS

AGRADECIMIENTO

A la ESCUELA SUPERIOR PO
LITECNICA DEL LITORAL.

AL ING. MARCO A. PAZMIÑO BARRENO,
profesor del Departamento de Inge
niería Mecánica de la ESPOL, por
su Dirección en el desarrollo de
la presente tesis.

AL ING. GALO BETANCOURT SANCHEZ,
profesor del Departamento de Ing.
Mecánica de la ESPOL y al Sr. GUI
DO FRANCO MUJICA (Egresado de Ing.
Mecánica) Instructor del Lab. de
Mecánica de Fluidos por sus valio
sas colaboraciones.

CONTENIDO

	Pág.
NOMENCLATURA	9
CAPITULO I	
INTRODUCCION	12
CAPITULO II	
MOVIMIENTO ONDULATORIO; NUMERO DE MACH	14
2.1. Ondas de presión y velocidad sónica	14
2.2. Ondas acústicas	19
2.3. Ondas finitas	28
2.4. Número de Mach	32
2.5. Ecuaciones de flujo estable en una dimen <u>sión</u> sion en términos del Número de Mach.	39
CAPITULO III	
FLUJO ADIABATICO	45
3.1. Propiedades de los fluidos en el flujo adiabático.	45
3.2. Efectos de la variación del área	51
3.3. Estados de referencia	56
3.4. Tablas para el flujo isoentrópico	65
3.5. Flujo de masa y estrangulamiento en el flujo isoentrópico.	69
3.6. Empuje en el flujo isoentrópico	77
3.7. Pérdidas en el flujo adiabático	80

	Pág.
CAPITULO IV	
CHOQUE NORMAL	86
4.1. Ocurrencia de los choques	86
4.2. Ecuaciones fundamentales para el choque normal.	87
4.3. Ecuaciones del choque normal para un gas perfecto.	89
4.4. Tablas para el choque normal	96
4.5. Imposibilidad de choque de flujo subsónico a supersónico.	98
4.6. Intensidad de choque	100
4.7. Choques en una tobera convergente-divergente.	102
CAPITULO V	
MOVIMIENTO Y CHOQUE DE ONDAS OBLICUAS	105
5.1. Propagación de las ondas de choque normal.	105
5.2. Choques oblicuos	109
5.3. Angulo de deflexión	113
5.4. Líneas de Mach	123
5.5. Compresión por cambio de dirección en el flujo supersónico.	126
5.6. Desarrollos de Prandtl-Meyer	131
CAPITULO VI	

- PRUEBA # 1: Choque normal y calibración del túnel supersónico de viento. Modelo de ensayo tubo de Pitot.	135
- PRUEBA # 2: Distribución de presión: <u>com</u> parar la distribución de presión experimental y la teórica y encontrar la distribución del número de Mach a través del túnel.	148
- PRUEBA # 3: Visualización del flujo usando el método de Schlieren. Modelos de <u>en</u> sayo: Cono con semiángulo de 30°, cono - con semiángulo de 45°, cilindro hemisfé <u>ri</u> co y ramjet. Comparación de los valores experimentales con los valores teóricos, de los ángulos de las ondas de choque <u>for</u> mados en diferentes modelos ópticos para varios números de Mach.	160
CAPITULO VII ANALISIS COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES vs. LOS RESULTADOS TEORICOS.	189
CAPITULO VIII CONCLUSIONES	193
APENDICE: a) Tablas	196

NOMENCLATURA

a_{rfx}	=	aceleración rectilínea del frente de referencia no inercial xyz relativo al frente inercial XYZ.
A	=	Area
c	=	velocidad del sonido
c_v	=	calor específico a volumen constante
c_p	=	calor específico a presión constante
C_v	=	coeficiente de velocidad
C_D	=	coeficiente de descarga
dR_x	=	Fuerza aplicada a la superficie
f	=	función arbitraria
\bar{f}_w	=	función del flujo isoentrópico
F	=	Función impulso
F_{Bx}	=	Fuerza de cuerpo en dirección x
F_{Sx}	=	Fuerza de superficie en dirección x
g	=	Función arbitraria
g_0	=	Constante gravitacional
h	=	Entalpía
I	=	Empuje
k	=	Razón de calores específicos
M	=	Número de Mach
p	=	Presión
P	=	Resistencia al choque

- r = radio en coordenadas esféricas
 R = constante de los gases
 S = Entropía por unidad de masa
 t = tiempo
 T = Temperatura
 μ = velocidad en dirección x
 v = velocidad
 \vec{v}_{xyz} = vector velocidad
 w = flujo de masa
 W = Peso molecular
 x = condición corriente arriba
 y = condición corriente abajo
 α = Angulo de Mach
 β = Angulo de la onda de choque
 δ = Angulo de velocidades
 θ = Angulo de deflexión
 ϕ = Velocidad potencial
 ρ = Densidad
 η_T = Eficiencia de tobera
 η_D = Eficiencia de difusor
 \mathcal{R} = Constante de los gases multiplicada por el peso molecular.
 v = Función de Prandtl-Meyer
 $()_s$ = significa condición isoentrópica



- ()_r = significa condición en dirección r
()_w = significa condición en dirección w
()_o = significa estado de estancamiento
()* = significa estado sónico
()_∞ = significa condición corriente libre
V = Volumen

CAPITULO I

INTRODUCCION

Los problemas de flujo de fluidos compresible han sido estudiados por un tiempo muy largo. Ondas de choque eran investigadas en el siglo pasado. Alrededor de 1900 se estudiaba flujo en toberas, jets supersónicos, etc. Sin embargo el interés en este campo estaba reducido a un número mínimo de personas. Con el advenimiento de la segunda Guerra Mundial y el desarrollo de aviones de alta velocidad, misiles explosivos de gran energía, turbinas a gas, ramjets, transferencia de calor a alta velocidad, etc.; los conceptos teóricos de flujo compresible adquirieron importancia fundamental para muchos físicos, matemáticos e ingenieros. Como vemos para esta fecha el campo se había desarrollado en una forma vertiginosa.

El objeto de este estudio teórico experimental tiene dos finalidades importantes, la primera es llegar a dominar los conceptos teóricos fundamentales del flujo de fluido compresible, para poder aplicarlos a cualquier conocimiento práctico.

La segunda finalidad es realizar experiencias prácticas en un túnel supersónico de viento, tales como su calibración, distribución de presión y visualización del flujo usando

el Método Schlieren; relacionar estas experiencias prácticas con los conocimientos teóricos adquiridos y estar en condiciones de hacer un análisis de resultados y conclusiones.

Estas pruebas experimentales se llevaron a cabo en el Laboratorio de Mecánica de fluidos del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Escuela Superior Politécnica del Litoral, el cual ha sido instalado con el objeto de que los estudiantes de Ingeniería puedan afirmar sus conocimientos - por medio de las prácticas experimentales.

CAPITULO II

MOVIMIENTO ONDULATORIO, NUMERO DE MACH

2.1. ONDAS DE PRESION Y VELOCIDAD SONICA

Es posible calcular la velocidad del sonido para un plano, onda de presión infinitesimal si avanzamos a lo largo de una tubería de área transversal constante.

Se puede iniciar el movimiento de la onda por el ligero movimiento interno de un pistón hacia el lado derecho de una tubería.

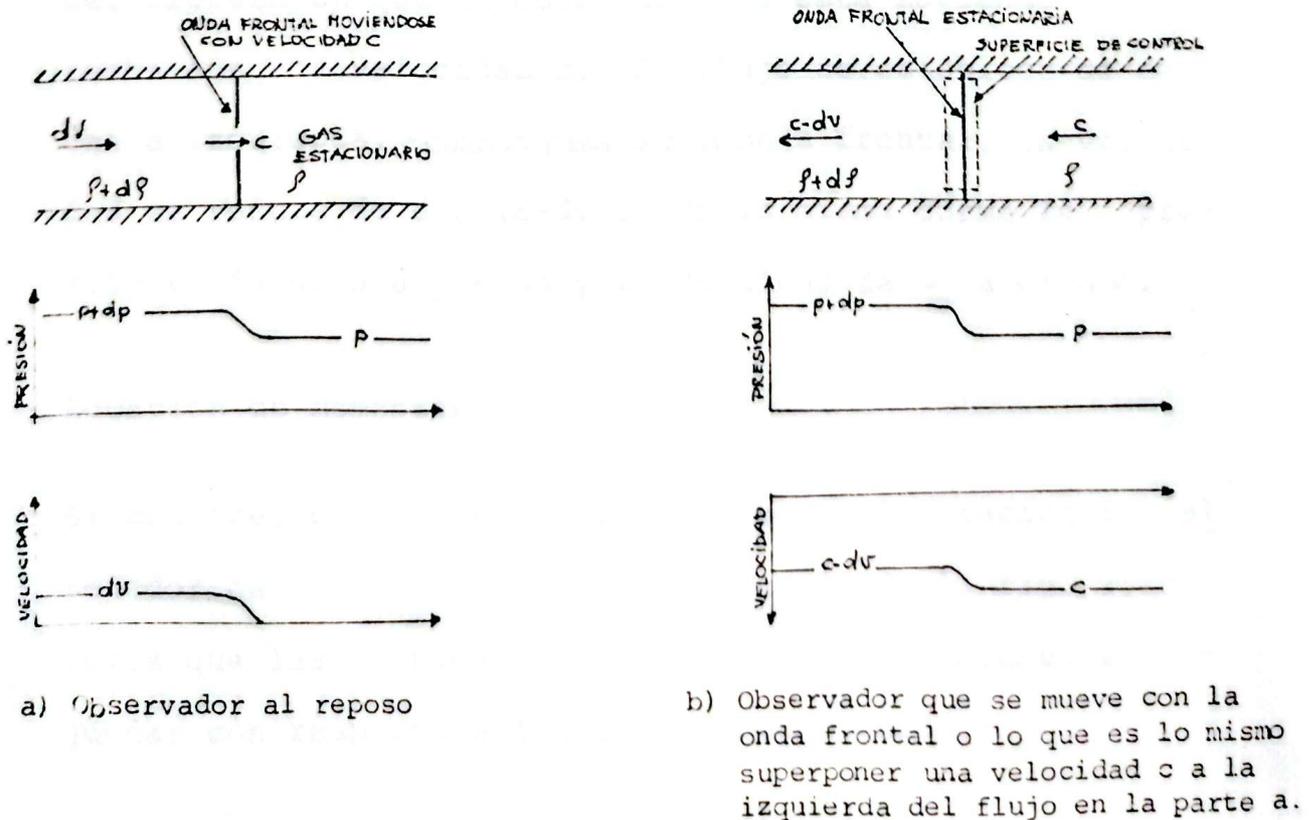


FIG. 2.1.- Desplazamiento de un pulso de presión infinitesimal en una tubería de área transversal constante.

Se puede observar en la figura 2.1a) que la onda se mueve en forma constante hacia la derecha con una velocidad c . El fluido por el cual la onda ha pasado se encuentra a una presión $p + dp$, tiene una densidad $\rho + d\rho$ y se desplaza a la derecha con una velocidad dv . El fluido a la derecha en el cual la onda se está desplazando está a una presión p y una densidad ρ .

Ahora si ideamos un observador que viaja con la misma velocidad constante que la onda frontal habremos simplificado el análisis reduciéndolo a un caso de movimiento constante. En la figura 2.1b) se puede observar la apariencia del proceso en que un observador se está moviendo a la derecha con una velocidad c . El flujo se establece de derecha a izquierda, y cuando pasa por la onda frontal, la velocidad se reduce de c a $(c-dv)$. En la misma forma la presión varía de p a $p + dp$ y la densidad de ρ a $\rho + d\rho$.

Ecuación de momentos:

Si consideramos una superficie de control estacionaria al rededor de la onda frontal estacionaria de la fig. 2.1b) vemos que las fuerzas de corte son despreciablemente pequeñas con respecto a las fuerzas de presión.

La ecuación de momentos puede ser escrita de la siguiente

manera:

$$A|p - (p+dp)| = w |(c-dv) - c|$$

donde el área de la sección transversal es A

$$A|-dp| = w |-dv|$$

por continuidad conocemos que: $w = \rho Ac$

Luego

$$Adp = \rho Acdv$$

$$dp = \rho cdv \quad (2.1)$$

La ecuación arriba anotada es la ecuación de Euler para movimiento constante, de la misma manera podemos notar que dv significa la disminución de la velocidad en la dirección del movimiento.

Ecuación de continuidad: Esta está establecida para el fluido en ambos lados de la onda frontal, si eliminamos el área tenemos que:

$$\rho c = (\rho + d\rho) (c - dv)$$

$$\rho c = \rho c - \rho dv + d\rho c - dv d\rho$$

$$\rho dv = d\rho c$$

tenemos:

$$dv = \frac{dp}{\rho c} ; \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{\rho c^2}$$

$$c^2 = \frac{dp}{d\rho} ; c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad \text{ó} \quad c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s} \quad (2.3)$$

Como los cambios en presión y temperatura son despreciables y en consecuencia el proceso se hace necesariamente reversible; podemos decir que la razón $\frac{dp}{d\rho}$ en la ecuación (2.3) es una derivada parcial de entropía constante. Además lo rápido que se realiza el proceso junto a lo pequeño de los cambios de temperatura hacen el proceso necesariamente adiabático. En el límite podemos considerar al proceso como isoentrópico es decir reversible y adiabático.

Velocidad del sonido en un gas perfecto

Se debe tener presente que son propagadas con la velocidad del sonido solamente pequeñas (débiles) ondas de presión. Las ondas de presión grandes o intensas generalmente se acostumbra llamarlas ondas de choque, pudiendo tener estas velocidades varias veces mayores que la velocidad del sonido. Como se demostrará la velocidad del sonido se calcula sobre la hipótesis de un proceso isoentrópico,

del sonido.

La relación entre presión y densidad para gases perfectos en un proceso isoentrópico es dada por:

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{constante} \quad (2.4)$$

poniendo esta ecuación en forma logarítmica, diferenciando y teniendo en cuenta la ecuación para gases perfectos como $p = \rho RT$, nosotros tenemos:

$$\ln p - k \ln \rho = \text{constante}$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{k d\rho}{\rho} ; \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = \frac{kp}{\rho} = kRT$$

de esta manera tenemos que la velocidad del sonido en un gas perfecto es:

$$c = \sqrt{\frac{kp}{\rho}} = \sqrt{kRT} = \sqrt{\frac{kRT}{W}} \quad (2.5)$$

donde W es el peso molecular.

Efecto del peso molecular

Puesto que k varía solamente en un rango pequeño, podemos ver que en general gases con gran peso molecular tienen velocidad del sonido pequeña, y gases con peso molecular pequeño tienen velocidad del sonido grande. A temperatura

atmosférica normal, la velocidad del sonido en el aire es de 1.100 pie/seg., en hidrógeno del orden de 4.200 pie/seg. y en freon gas refrigerante o hexafluorido de uranio del orden de 300 pie/seg. En los líquidos comunes la rapidez del sonido es del orden de 5.000 pie/seg.

Velocidad del sonido en el aire: para aire a temperatura y presión normal la ecuación 2.5 se convierte en:

$$c = 49.02 \sqrt{T}$$

donde c está dada en pie/seg. y T en grados Rankine.

2.2. ONDAS ACUSTICAS

Los cambios de presión, originados por disturbios son gradualmente transmitidos en espacios no perturbados. Los disturbios y los espacios no perturbados están separados por una superficie de onda la cual se mueve con el tiempo. Para describir esta superficie de onda no estacionaria podemos usar la forma general de la ecuación de continuidad y la ecuación del movimiento dadas por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{q}) = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + (\mathbf{q} \cdot \nabla) \mathbf{q} = - \frac{\nabla p}{\rho} \quad (2.7)$$

donde las fuerzas del cuerpo en la ecuación (2.7) han sido asumidas como despreciables para la presente deducción. La relación entre p y ρ ha sido asumida como isoentrópica. Luego p_∞ y ρ_∞ son la presión y densidad cuando el gas está en reposo y podemos definir las siguientes cantidades:

$$p = p_\infty + p_1 ; \rho = \rho_\infty + \rho_1 ; q = q_1$$

En el caso de pequeñas perturbaciones, nosotros suponemos que $p_1 \ll p_\infty$, $\rho_1 \ll \rho_\infty$, y la magnitud de la velocidad q_1 es pequeña comparada con la velocidad del sonido.

Además nosotros asumimos que todas las derivadas direccionales de las componentes de la velocidad, densidad y presión son pequeñas. De acuerdo con esto, el término $(q \cdot \nabla)q$ en la ecuación (2.7) puede ser despreciable y la cantidad

$$\frac{\nabla p}{\rho} = \frac{\nabla p_1}{\rho_\infty + \rho_1} = \frac{1}{\rho_\infty} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_\infty} + \dots\right) \nabla p_1 \approx \frac{\nabla p_1}{\rho_\infty}$$

Luego la ecuación del movimiento (2.7) puede ser escrita como:

$$\frac{\partial q_1}{\partial t} + \frac{\nabla p_1}{\rho_\infty} = 0 \quad (2.8)$$

En forma similar la ecuación de continuidad (2.6) puede ser reducida a:

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + (q_1 \cdot \nabla) \rho_1 + (\rho_\infty + \rho_1) (\nabla \cdot q_1) = 0$$

Despreciando los términos de segundo orden, podemos escribir:

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + \rho_\infty (\nabla \cdot q_1) = 0 \quad (2.9)$$

en términos de la presión, la ecuación (2.9) se convierte en:

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + c_\infty^2 \rho_\infty (\nabla \cdot q_1) = 0 \quad (2.10)$$

donde

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \left(\frac{\partial p_1}{\partial \rho_1} \right)_s = c^2 = c_\infty^2 - \frac{k-1}{2} q_1^2 \approx c_\infty^2$$

Tomando la divergencia en la ecuación (2.8) y la derivada con respecto al tiempo a la ecuación (2.10) tenemos respectivamente:

$$\frac{\partial (\nabla \cdot q_1)}{\partial t} + \frac{\nabla^2 p_1}{\rho_\infty} = 0 \quad (2.11a)$$

y

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} + c_\infty^2 \rho_\infty \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot q_1) = 0 \quad (2.11b)$$

combinando las ecuaciones 2.11 a) y 2.11b) tenemos:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - c_\infty^2 \nabla^2 p_1 = 0 \quad (2.12)$$

La ecuación (2.12), también llamada ecuación de onda es una ecuación lineal de derivadas parciales.

Las ondas electromagnéticas que se propagan a la velocidad de la luz, son representadas por este tipo de ecuación, de aquí podemos ver que las ondas de presión se propagan con la velocidad del sonido.

En forma similar q_1 y p_1 pueden ser eliminadas de las ecuaciones (2.8) y (2.9), y (2.8) y (2.10) respectivamente, para tener:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - c_\infty^2 \nabla^2 p_1 = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial^2 q_1}{\partial t^2} - c_\infty^2 \nabla^2 q_1 = 0 \quad (2.14)$$



Las ecuaciones (2.12), (2.13), (2.14) son del mismo tipo llamado la ecuación de onda. La solución de la ecuación de onda tridimensional es muy complicada, y para nuestro estudio solo nos interesa la propagación de disturbios - planos de baja intensidad.

De la ecuación (2.12) la ecuación unidimensional puede ser obtenida como:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = 0 \quad (2.15)$$

La solución general de la ecuación de onda para cambios de presión relativos es escrita como:

$$\frac{p_1}{p_\infty} = f_1(m) + g_1(n) = f_1(x - c_\infty t) + g_1(x + c_\infty t) \quad (2.16)$$

donde f_1 y g_1 son funciones arbitrarias. Para encontrar la naturaleza de esta solución podemos considerar una familia de soluciones dadas por las funciones arbitrarias $f_1(m)$ con $g_1(n) = 0$. En este caso, el cambio relativo de presión al tiempo $t = 0$ es:

$$\frac{p_1}{p_\infty} = f_1(x) \quad (2.17a)$$

después de un intervalo de tiempo t_1 , nosotros tenemos:

$$\frac{p_1}{p_\infty} = f_1(x - c_\infty t_1) \quad (2.17b)$$

es fácil demostrar que los cambios de presión relativa en la ecuación 2.17a) son iguales a los de la 2.17b), en otros términos ambas de estas ecuaciones se simplifican a:

$$\frac{p_1}{p_\infty} = f_1(x_0) \quad (2.18)$$

cuando $x = x_0$ a $t=0$ es reemplazado en la ecuación 2.17a) y $x = x_0 + c_\infty t_1$, es substituído en la ecuación 2.17b). Tenemos que la ecuación (2.18) es verdadera para un intervalo

lo de tiempo $t_2, t_3, t_4, \dots, t_n$. De aquí nosotros concluimos que los disturbios de los cambios de presión son propagados a la derecha con velocidad c_∞ . En forma parecida la solución $g_1(n)$ indica un pequeño cambio de la presión relativa, la cual se desplaza hacia la izquierda con velocidad c_∞ . (Ver la Fig. 2.2).

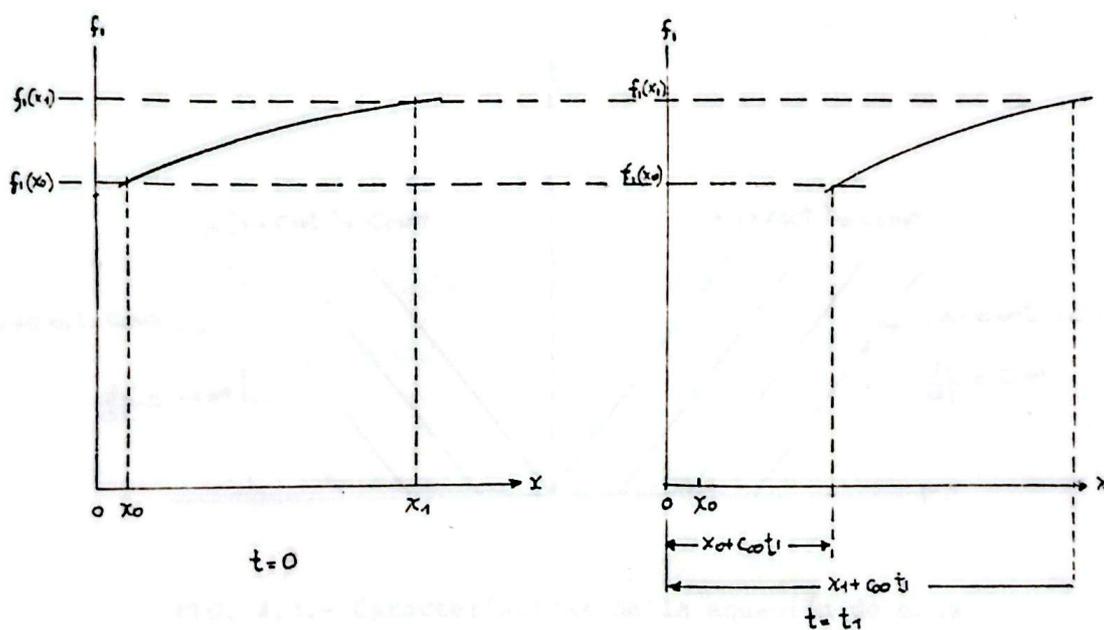


FIG. 2.2.- Desplazamiento de una onda de presión

Si graficamos en un plano $x-t$, las líneas de P_1/p_∞ constante, obtenemos una familia de líneas rectas con un valor constante de la pendiente ya sea $+c_\infty$ o $-c_\infty$. La pendiente positiva es para el desplazamiento de la onda hacia la derecha y la pendiente negativa es para la propagación de la onda hacia la izquierda (ver figura 2.3). Estas líneas de $f_1(m)$ y $g_1(n)$ constante son denominadas características de la ecuación de onda (Ecuación 2.15).

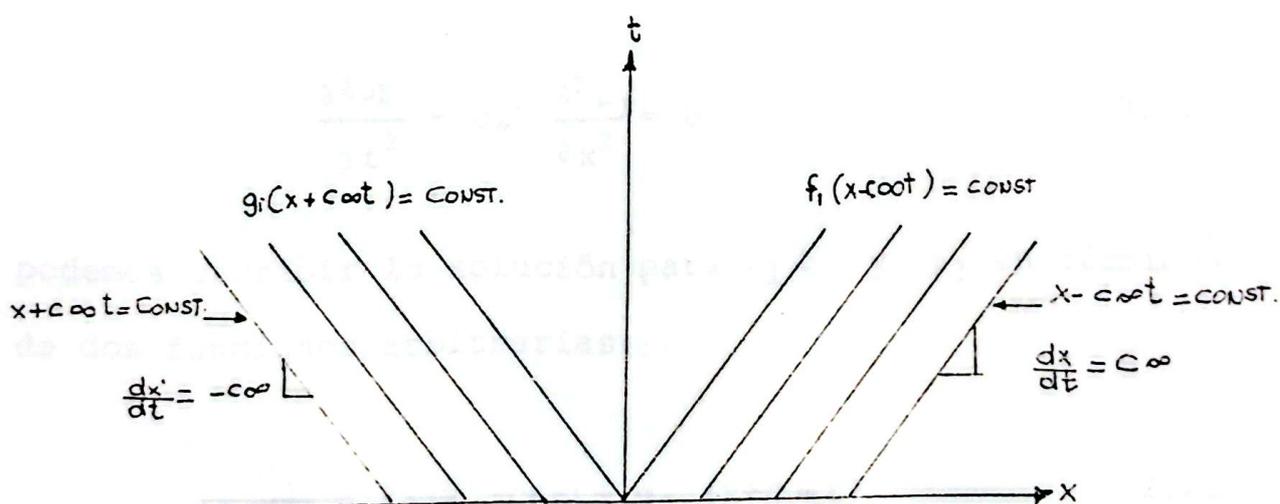


FIG. 2.3.- Características de la ecuación de onda

En forma parecida podemos obtener la onda unidimensional, para el cambio de densidad y el incremento de velocidad - de las ecuaciones 2.13 y 2.14 respectivamente; y escribir las como a continuación:

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} - c_{\infty}^2 \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial x^2} = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial^2 \mu_1}{\partial t^2} - c_{\infty}^2 \frac{\partial^2 \mu_1}{\partial x^2} = 0 \quad (2.20)$$

podemos escribir la solución para ρ_1/ρ_{∞} y μ_1 en términos de dos funciones arbitrarias:

$$\frac{\rho_1}{\rho_{\infty}} = f_2(x - c_{\infty}t) + g_2(x + c_{\infty}t) \quad (2.21)$$

$$\mu_1 = f_3(x - c_{\infty}t) + g_3(x + c_{\infty}t) \quad (2.22)$$

Las relaciones f_1 y f_3 y g_1 y g_3 pueden ser halladas por reemplazo de p_1/p_{∞} y μ_1 de la ecuación (2.16) y (2.22) respectivamente en la ecuación (2.8) y (2.10):

$$-\rho_{\infty} c_{\infty} f_3' + \rho_{\infty} c_{\infty} g_3' + p_{\infty} f_1' + p_{\infty} g_1' = 0 \quad (2.23a)$$

$$\rho_{\infty} c_{\infty}^2 f_3' + \rho_{\infty} c_{\infty}^2 g_3' - p_{\infty} c_{\infty} f_1' + p_{\infty} c_{\infty} g_1' = 0 \quad (2.23b)$$

si multiplicamos la ecuación (2.23a) por c_{∞} , y la restamos de la ecuación (2.23b) obtenemos:

$$p_{\infty} c_{\infty} f_1' = \rho_{\infty} c_{\infty}^2 f_3'$$

Lo cual puede ser satisfecho si es que:

$$f_1 = \frac{\rho_{\infty} c_{\infty}}{p_{\infty}} f_3 \quad (2.24a)$$

y de la misma manera

$$g_1 = - \frac{\rho_{\infty} c_{\infty}}{p_{\infty}} g_3 \quad (2.24b)$$

Nosotros podemos obtener los valores de f_2 y f_3 , y g_2 y g_3 de las ecuaciones (2.21), (2.22), (2.8) y (2.9):

$$f_3 = c_{\infty} f_2 \quad (2.24c)$$

$$g_3 = -c_{\infty} g_2 \quad (2.24d)$$

Si asumimos el flujo como irrotacional podemos escribir la ecuación (2.20) en términos de la velocidad potencial ϕ como a continuación:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) - c_{\infty}^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) = 0$$

Después de integrar tenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c_{\infty}^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (2.25)$$

Donde la constante de integración que es función del tiempo está incluida en el valor de ϕ . La solución de la ecuación (2.25) es:

$$\phi = F(x - c_{\infty} t) + G(x + c_{\infty} t) \quad (2.26)$$

como ya dijimos antes la exposición de arriba es solo para desplazamientos de disturbios planos de baja intensidad. Si es el caso el de la propagación de disturbios esféricos, o cilíndricos de baja intensidad la respectiva ecuación de onda se puede obtener de las ecuaciones (2.12) y (2.14).

2.3. ONDAS FINITAS

A lo largo de una onda finita, las regiones de baja densidad deben moverse con una velocidad menor que la del sonido dentro de un fluido sin perturbaciones. En forma parecida las regiones de alta densidad y alta temperatura, deben moverse con una velocidad mayor que la velocidad sónica dentro de un fluido sin disturbios. Para ilustrar lo anterior considérese la onda de compresión finita de la figura (2.4a) formada por muchas ondas pequeñas o escalones (considerados infinitesimales).

Como se ve en la figura (2.4a) el primer escalón aumenta su densidad y se propaga a lo largo de la onda hacia la dere-

cha, con una velocidad igual a la velocidad sónica en ese punto; digamos c_1 . El segundo escalón incrementado se propaga a lo largo de la onda con una velocidad igual a la velocidad acústica en ese punto; es decir $c_1 + \delta c$. Esta es una velocidad mayor ya que la densidad es mayor y por lo tanto la presión y la temperatura también lo son por tratarse de una onda adiabática. La velocidad de propagación del tercer escalón es $c_1 + 2\delta c$ y así en forma sucesiva. Por esto la fracción de la onda a mayor densidad tiende a alcanzar a la fracción de menor densidad.

El efecto neto se hace sentir en la inclinación de la onda hasta que los gradientes de velocidad y temperatura llegan a ser tan grandes que la cantidad de movimiento y transferencia de calor entre elementos del fluido llegan a ser apreciables y el punto donde tales efectos balancean la tendencia de inclinación, la forma de la onda llega a ser constante. En la naturaleza este balanceo entre los efectos de difusión y de inclinación no resultan hasta que el incremento en densidad esté bastante definido. Por esto podemos llamar como onda de choque a una discontinuidad finita que se mueve a través de un fluido sin perturbación.

En contradicción con lo hasta aquí expuesto, como se muestra en la figura (2.4b) una onda de expansión finita tiende a aplanarse. El primer escalón disminuye al propagarse

cha, con una velocidad igual a la velocidad sónica en ese punto; digamos c_1 . El segundo escalón incrementado se propaga a lo largo de la onda con una velocidad igual a la velocidad acústica en ese punto; es decir $c_1 + \delta c$. Esta es una velocidad mayor ya que la densidad es mayor y por lo tanto la presión y la temperatura también lo son por tratarse de una onda adiabática. La velocidad de propagación del tercer escalón es $c_1 + 2\delta c$ y así en forma sucesiva. Por esto la fracción de la onda a mayor densidad tiende a alcanzar a la fracción de menor densidad.

El efecto neto se hace sentir en la inclinación de la onda hasta que los gradientes de velocidad y temperatura llegan a ser tan grandes que la cantidad de movimiento y transferencia de calor entre elementos del fluido llegan a ser apreciables y el punto donde tales efectos balancean la tendencia de inclinación, la forma de la onda llega a ser constante. En la naturaleza este balanceo entre los efectos de difusión y de inclinación no resultan hasta que el incremento en densidad esté bastante definido. Por esto podemos llamar como onda de choque a una discontinuidad finita que se mueve a través de un fluido sin perturbación.

En contradicción con lo hasta aquí expuesto, como se muestra en la figura (2.4b) una onda de expansión finita tiende a aplanarse. El primer escalón disminuye al propagarse

con una velocidad c_1 , el segundo con una velocidad $c_1 - \delta c$, el tercero con una velocidad $c_1 - 2 \delta c$, y así en forma sucesiva, el primer escalón tiende a separarse del resto de la onda. Los gradientes de velocidad y de temperatura dentro de la onda decrecen, y la suposición de condiciones isentrópicas para una onda de expansión finita puede hacerse con toda facilidad. Nunca se podrá formar una onda estacionaria como resultado de los efectos de inclinación y difusión, de esto deducimos el que nunca se presenten choques de expansión.

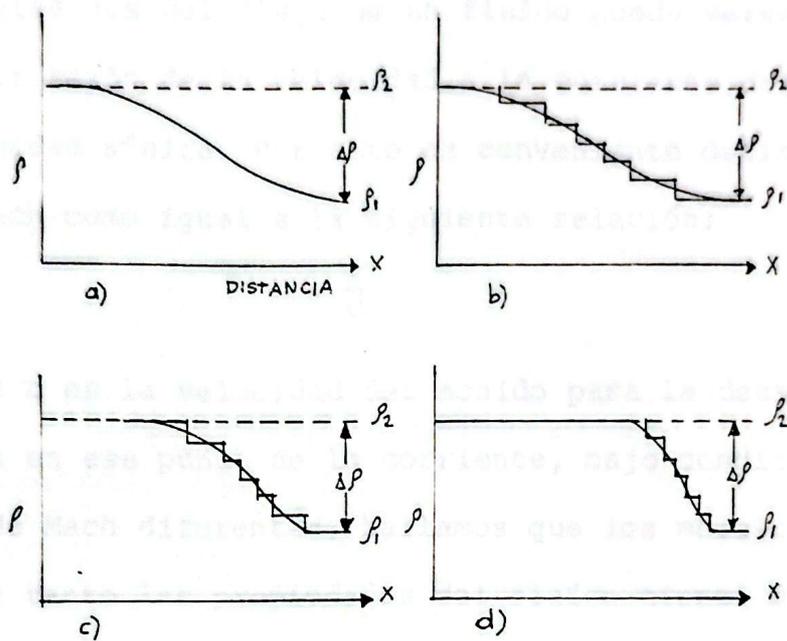


FIG. 2.4a.- Onda de compresión desplazándose en el eje X en dirección positiva.

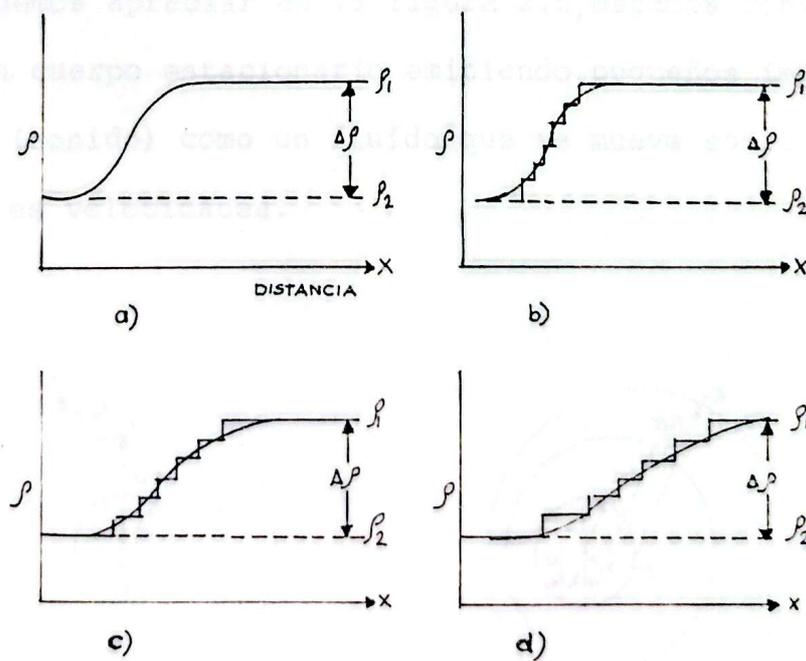


FIG. 2.4b.- Onda de expansión desplazándose en el eje X en dirección positiva.

a) Forma de la onda. b) Onda formada por escalones pequeños en el tiempo $t = t_0$. c) Onda al tiempo $t = t_1$. d) Onda al tiempo $t = t_2$.

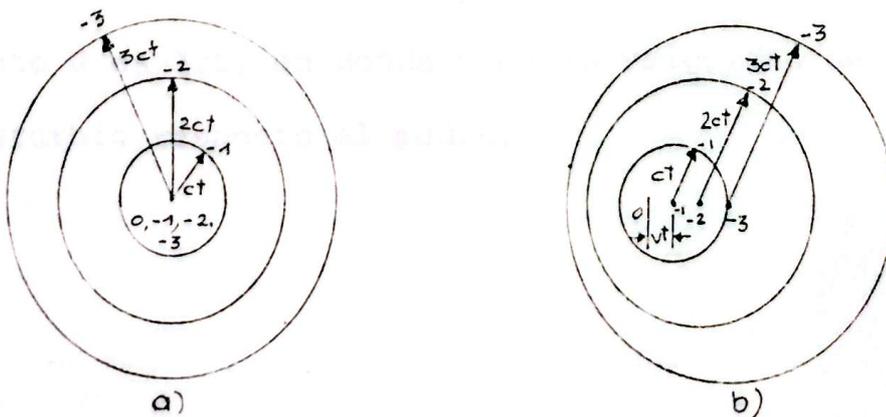
2.4. NUMERO DE MACH

Las propiedades del flujo de un fluido puede verse que dependen de la razón de la velocidad a la corriente del fluido a la velocidad sónica. Por esto es conveniente definir el número de Mach como igual a la siguiente relación:

$$M = \frac{v}{c} \quad (2.27)$$

en donde c es la velocidad del sonido para la densidad y temperatura en ese punto de la corriente, bajo condiciones con número de Mach diferentes, hallamos que los modelos de onda, y por lo tanto las propiedades del fluido tienen diferencias. Es de importancia tener presente la distinción entre la velocidad del fluido v y la velocidad de onda sónica c .

Como podemos apreciar en la figura 2.5, estamos considerando ahora un cuerpo estacionario emitiendo pequeños impulsos de presión (sonido) como un fluido que se mueve sobre el con diferentes velocidades.



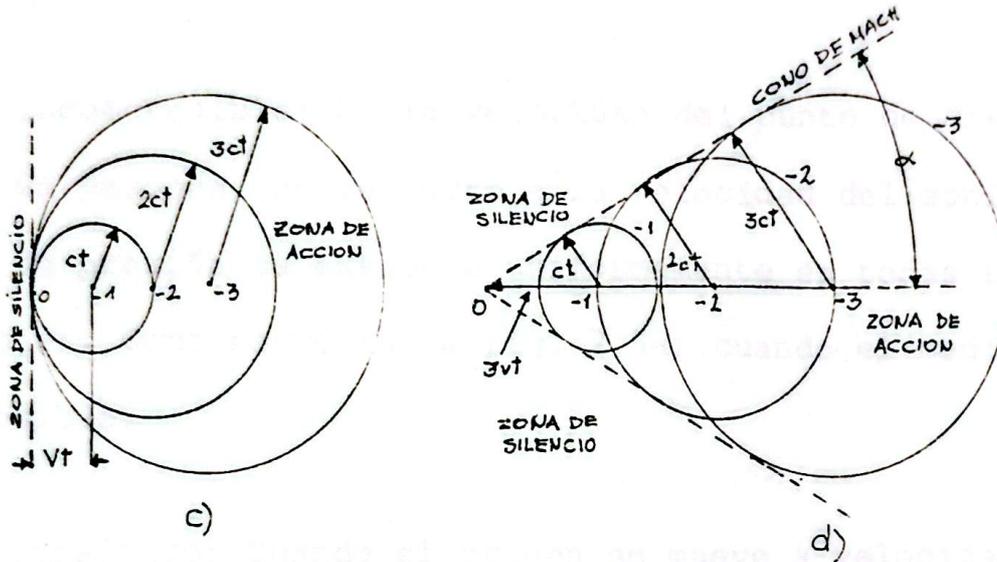


FIG. 2.5.- Campo de presión originado por una fuente de un disturbio que se desplaza con velocidad uniforme.

- Fluido incompresible $v/c = 0$
- Movimiento subsónico $v/c = 1/2$
- Movimiento transónico $v/c = 1$
- Movimiento supersónico $v/c = 2$ presentando las reglas de von Karman de flujo supersónico.

En cada uno de los modelos esquematizados arriba el punto 0 representa la ubicación presente del disturbio, la ubicación una unidad de tiempo previo está representada por el punto -1. Hemos graficado un círculo concéntrico enseñando la distancia a la cual la correspondiente onda se ha extendido. Como ejemplo si queremos hallar la ubicación presente de la onda que ha sido emitida al tiempo -3, dibujamos un círculo con centro -3, y un radio $3ct$ en donde t es la unidad de tiempo. La distancia del punto -3 al punto 0 es $3vt$, en donde v es la velocidad del punto de disturbio respecto al medio.



Flujo incompresible: Si la velocidad del punto de disturbio móvil es pequeña con respecto a la velocidad del sonido, el pulso de presión se extiende uniformemente en todas las direcciones. Como se ve en la fig. 2.5a) cuando el medio es incompresible.

Flujo subsónico: Cuando el origen se mueve a velocidades pequeñas más no despreciables (subsónicas $v < c$), el disturbio de presión se mueve en todos los puntos del espacio y en todas direcciones, más el modelo de presión es asimétrico como se puede apreciar en la figura 2.5b).

Flujo transónico: En este caso la velocidad del fluido es igual a la velocidad acústica ($v=c$). La onda de presión infinitesimal no podrá moverse nunca corriente arriba en contra de la corriente del fluido, ya que el fluido se mueve a la derecha exactamente con la misma velocidad con que el impulso de presión se está moviendo a través del fluido como se puede apreciar en la figura 2.5c).

Flujo supersónico: Para velocidades supersónicas ($v > c$) el fenómeno es completamente distinto del de la velocidad subsónica. Observamos que en un cono está incluida toda la presión de disturbios, el cono tiene el punto origen en la cúspide y los efectos de los disturbios no son sentidos corriente arriba de la cúspide de este cono, como se puede observar en la figura 2.5d). El cono dentro del cual los disturbios están inclu-

dos es conocido como cono de Mach.

Reglas de Von Karman para flujo supersónico: Las tres reglas de flujo supersónico de Von Karman están mostradas en la figura 2.5d). Las aplicaciones de estas reglas en forma exacta quedan reducidas solo a pequeños disturbios, su aplicación a grandes disturbios es tan solo en forma cualitativa.

1. Regla de las señales prohibidas.- "Los efectos de los cambios de presión originados por un cuerpo moviéndose a una velocidad mayor que la sónica no pueden alcanzar puntos adelante del cuerpo."
2. La zona de acción y la zona de silencio.- "Una fuente estacionaria en una corriente supersónica produce efectos solo en puntos sobre o dentro del cono de Mach extendiéndose corriente abajo del punto origen. De la misma manera la velocidad y la presión de un punto arbitrario de la corriente pueden ser influenciadas solo por disturbios actuando en puntos sobre o dentro del cono extendiéndose corriente arriba del punto considerado y teniendo un ángulo igual en el vértice del cono de Mach."
3. La regla de la acción concentrada.- Una medida de la intensidad de los disturbios de presión en cada punto del

campo de flujo está dada por la proximidad de los círculos representando los diferentes impulsos de presión en la fig. 2.5. En esta forma para una fuente estacionaria la intensidad de los disturbios es simétrica hacia la fuente. En el caso de la fuente subsónica la intensidad de los disturbios es asimétrica. Si tenemos una fuente supersónica aplicamos la regla de la acción concentrada: "La perturbación de la presión está largamente concentrada en las vecindades del cono de Mach el cual limita la zona de acción."

El semiángulo del cono de Mach es llamado ángulo de Mach. El valor de este ángulo trazado en la figura 2.5d) es:

$$\alpha = \text{Arc Sen } \frac{1}{M}$$

obsérvese que el ángulo de Mach no existe para el flujo subsónico, es imaginario. Otra forma de apreciar el desplazamiento de una onda de presión es por la gráfica de la elipse adiabática de flujo estable.

Si consideramos un tubo de corriente en el cual el flujo no intercambia calor con los tubos de corriente vecinos; tenemos que la ecuación de energía en el estado estable es:

$$\frac{V^2}{2} + h = \text{Constante}$$

Sabemos que para un gas perfecto $h = c_p \Delta T$ y $T = c^2 / kR$. Esta relación junto con la de gas constante permiten escribir la ecuación de energía como:

$$v^2 + \frac{2}{k-1} c^2 = \text{Const} = \frac{2}{k-1} c_0^2 = v^2 \text{ máx} \quad (2.28)$$

en donde c_0 representa la velocidad del sonido en la condición de estancamiento (en el reposo $v = 0$) y $v_{\text{máx}}$ es la máxima velocidad posible en el fluido (donde la temperatura absoluta es igual a 0).

Según la ecuación (2.28) vemos que es posible representar en un diagrama c versus v los posibles estados de un tubo de corriente por medio de la elipse de flujo estable (figura 2.6).

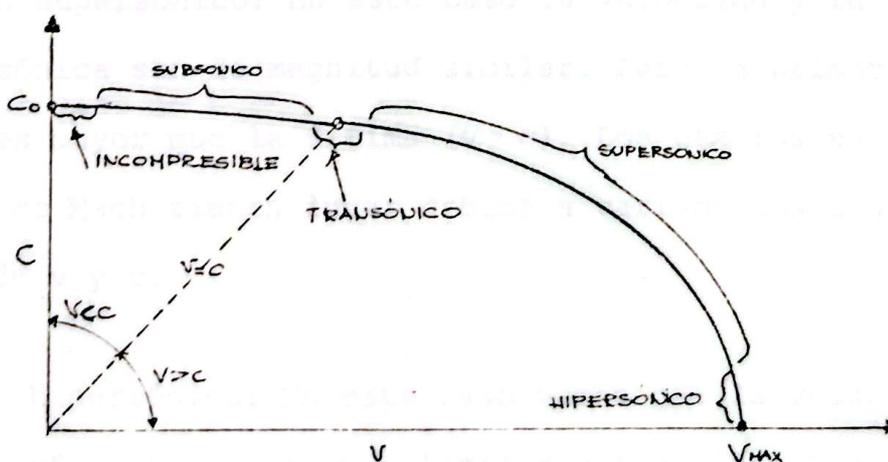


FIG. 2.6.- Elipse adiabática de flujo estable ilustrando los estados de flujo compresible.

Flujo incompresible: en este caso tenemos que la velocidad es pequeña comparada con la velocidad sónica, además los cambios en c son muy pequeños comparados con los cambios en v .

Flujo compresible subsónico: En este caso tenemos que la velocidad y la velocidad sónica son de magnitud similar, pero la primera siempre es menor que la última ($v < c$). Vemos que los cambios en el número de Mach ocurren primariamente debido a cambios en v y solo en forma secundaria debido a cambios en c .

Flujo transónico: En este caso la diferencia entre v y c es pequeña comparada con v o c . Vemos que los cambios en v y c son de magnitud comparable.

Flujo supersónico: En este caso la velocidad y la velocidad sónica son de magnitud similar. Pero la primera siempre es mayor que la última ($v > c$). Los cambios en el número de Mach tienen lugar debido a variaciones indistintas de v y c .

Flujo hipersónico: En este caso vemos que la velocidad es mucho más grande que la velocidad del sonido. Los cambios en la velocidad son muy pequeños y las variaciones del número de Mach dependen de las variaciones en c casi en forma exclusiva.

2.5. ECUACIONES DEL FLUJO ESTABLE EN TERMINOS DEL NUMERO DE MACH

Para encontrar las ecuaciones de flujo estable en términos del número de Mach, primero definiremos las propiedades de estancamiento.

Las propiedades de estancamiento en un punto, son las propiedades que pueden ser obtenidas si el fluido en un punto fuera decelerado isoentrópicamente a velocidad cero.

Consideremos la figura (2.7) en que las propiedades al inicio corresponden a velocidad v , presión p , temperatura T etc. y al final en que la velocidad es cero corresponde a las propiedades de estancamiento p_0 , T_0 , etc.

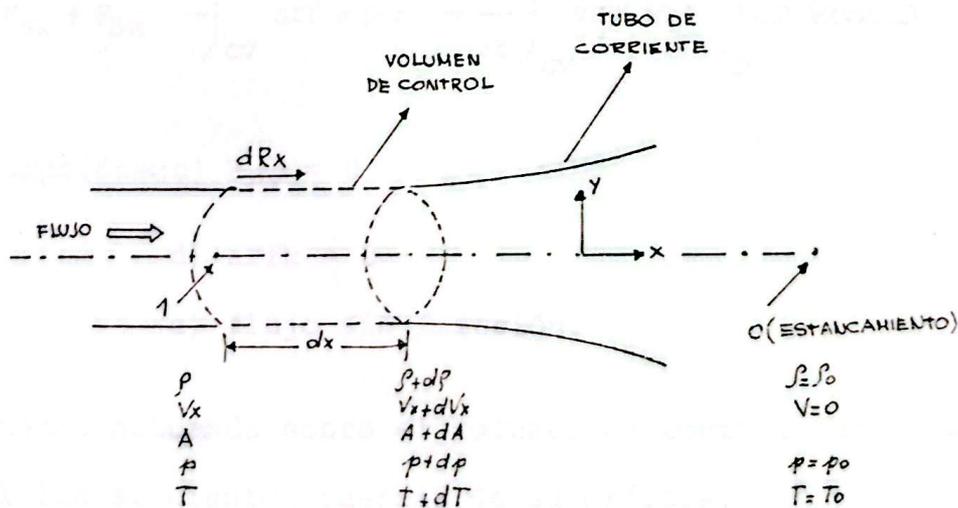


FIG. 2.7.- Volumen de control en flujo compresible de un tubo de corriente infinitesimal.

Para determinar las relaciones pertinentes utilizaremos la ecuación de continuidad y la ecuación de momentos.

I) Ecuación de Continuidad:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho \, dV + \int_{sc} \rho \, \vec{v} \cdot \vec{dA}$$

Asumpciones: a) Flujo estable

b) Flujo uniforme en cada sección

Luego:

$$0 = |-\rho v x A| + |(\rho + d\rho) (vx + dvx) (A+dA)|$$

$$\rho v x A = (\rho + d\rho) (vx + dvx) (A + dA) \quad (2.29a)$$

II) Ecuación de momentos:

$$F_{sx} + F_{Bx} - \int_{cv} \text{arfx} \rho \, dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} vx \rho \, dV + \int_{cs} vx \rho \, \vec{v}_{xyz} \cdot \vec{dA}$$

Asumpciones: c) $F_{Bx} = 0$

d) $\text{arfx} = 0$

e) flujo sin fricción.

Tenemos actuando sobre el volumen de control infinitesimal las siguientes fuerzas de superficie.

$$F_{sx} = dR x + pA - (p + dp) (A + dA)$$

La fuerza dR_x es aplicada a la capa del tubo de corriente, ahí la presión es $p + \frac{dp}{2}$ y el área es dA . No existe fricción luego tenemos:

$$F_{sx} = (p + \frac{dp}{2}) dA + pA - (p + dp)(A + dA)$$

$$F_{sx} = p dA + \frac{dp dA}{2} + pA - pA - dpA - p dA - dp dA$$

$$F_{sx} = - dpA$$

Introduciendo este resultado en la ecuación de momentos tenemos:

$$- dpA = v_x \{- \rho v_x A\} + (v_x + dv_x) \{ (\rho + d\rho) (v_x + dv_x) (A + dA) \}$$

Simplificando y utilizando la ecuación 2.29a) obtenemos

$$- dpA = (-v_x + v_x + dv_x) (\rho v_x A)$$

$$dp = -\rho v_x dv_x = -\rho d \left(\frac{v_x^2}{2} \right)$$

$$\frac{dp}{\rho} + d \left(\frac{v_x^2}{2} \right) = 0 \quad (2.29b)$$

Puesto que el proceso de deceleración es isoentrópico (adiabático sin fricción) tenemos que:

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{constante}$$

Como a lo largo de la línea de corriente de estancamiento solo hay una componente de la velocidad luego v_x es la velocidad; entonces:

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{v^2}{2}\right) = 0 \quad (2.29c)$$

De $p/\rho^k = C = \text{constante}$, podemos decir que:

$$p = C \rho^k ; \quad \rho = p^{1/k} C^{-1/k}$$

De la ecuación 2.29c) tenemos:

$$-d\left(\frac{v^2}{2}\right) = \frac{dp}{\rho} = p^{-1/k} C^{1/k} dp$$

Podemos integrar esta ecuación con el estado inicial, y el estado de estancamiento:

$$-\int_v^0 d\left(\frac{v^2}{2}\right) = C^{1/k} \int_p^{p_0} p^{-1/k} dp$$

$$\frac{v^2}{2} = C^{1/k} \frac{k}{k-1} \left[p^{(k-1)/k} \right]_p^{p_0} = C^{1/k} \frac{k}{k-1} \left[p_0^{(k-1)/k} - p^{(k-1)/k} \right]$$

$$\frac{v^2}{2} = C^{1/k} \frac{k}{k-1} p^{(k-1)/k} \left[\left(\frac{p_0}{p}\right)^{k-1/k} - 1 \right] = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} \left[\left(\frac{p_0}{p}\right)^{k-1/k} - 1 \right]$$

Podemos escribir esta última ecuación como:

$$\left(\frac{p_0}{p}\right)^{k-1/k} = 1 + \frac{k-1}{k} \frac{\rho v^2}{p}$$

$$\frac{p_0}{p} = \left| 1 + \frac{k-1}{k} \frac{\rho v^2}{2p} \right|^{k/k-1}$$

Para un gas ideal $p = \rho RT$ y sustituyendo en la ecuación tenemos que:

$$\frac{p_0}{p} = \left| 1 + \frac{(k-1) v^2}{2 kRT} \right|^{k/k-1}$$

La velocidad del sonido en un gas ideal es $c = \sqrt{kRT}$, por lo tanto:

$$\frac{p_0}{p} = \left| 1 + \frac{k-1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right|^{k/k-1}$$

$$\frac{p_0}{p} = \left| 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right|^{k/k-1} \quad (2.30a)$$

La ecuación 2.30a) permite encontrar el valor de la presión de estancamiento en un punto del flujo, conociendo la presión estática y el número de Mach en el punto. La presión de estancamiento está definida como la presión que podría ser obtenida si el flujo fuera a velocidad cero isentrópicamente.

Usando nuevamente la relación isoentrópica:

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{constante}$$

tenemos que:
$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^k$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/k}$$

De la ecuación de estado para un gas ideal $p = \rho RT$ tenemos:

$$\frac{T_0}{T} = \frac{p_0}{p} \times \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p_0}{p} \cdot \left(\frac{p_0}{p} \right)^{-1/k} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{k-1/k}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \quad (2.30b)$$

La ecuación 2.30b) permite encontrar el valor de la temperatura de estancamiento en un punto del flujo conociendo la temperatura estática y el número de Mach.

La temperatura de estancamiento en un punto del flujo es la temperatura que podría ser medida si el flujo fuera a velocidad cero sin transferencia de calor y sin fricción (esto es isoentrópicamente).

Y por último tenemos que resolviendo la ecuación 2.30a) con $\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/k}$, obtenemos:

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left| 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right|^{1/k-1} \quad (2.30c)$$

Los valores de las ecuaciones (2.30a,b,c) están tabulados en tablas de donde pueden ser fácilmente utilizados evitando calculaciones.

CAPITULO III

FLUJO ADIABATICO

3.1. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS EN FLUJO ADIABATICO

A partir de la ecuación de energía para flujo adiabático se puede obtener la variación de las propiedades del fluido bajo condiciones adiabáticas, sin que se produzca trabajo alguno:

$$h_o = \text{constante} \quad (3.1)$$

$$dh_o = 0 \quad (3.2)$$

Para un gas perfecto tenemos:

$$dT_o = d \left[T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) \right] = 0 \quad (3.3)$$

$$\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) dT + T d \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{dT}{T} = - \frac{d \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \quad (3.5)$$

Para un gas perfecto también:

$$ds = \frac{kR}{k-1} \frac{dT}{T} - \frac{dp}{\rho T} \quad (3.6)$$

conociendo que $p = \rho RT$ tenemos:

$$ds = \frac{kR}{k-1} \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \quad (3.7)$$

de donde despejando:

$$\frac{dp}{p} = \frac{k}{k-1} \frac{dT}{T} - \frac{ds}{R} \quad (3.8)$$

Si sustituimos $\frac{dT}{T}$ de la ecuación (3.5) en la ecuación (3.8) tenemos:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{k}{k-1} \frac{d \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} - \frac{ds}{R} \quad (3.9)$$

En la figura (3.1) podemos ver un proceso adiabático, además podemos apreciar que si T_0 es constante para este caso, el concepto de estado de estancamiento requiere que el cambio de la presión de estancamiento (p_0) sea negativo o para el caso de un proceso isoentrópico, tenga el valor de cero.

$$ds = ds_0 = \frac{dh_0 - \frac{1}{\rho_0} dp_0}{T_0} \quad (3.10)$$

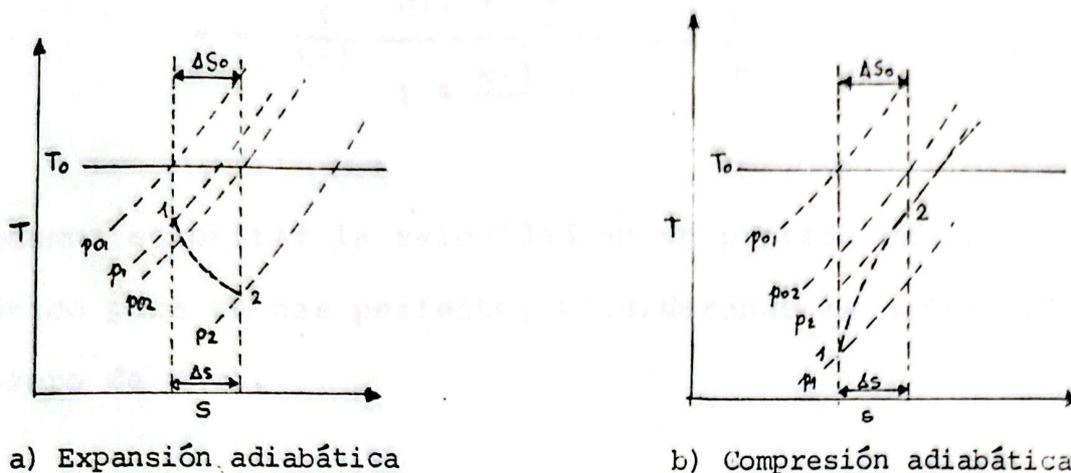


FIG. 3.1.- Proceso adiabático

Como $dh_0 = 0$

$$\frac{dp_0}{\rho_0 T_0} = -ds \quad (3.11)$$

o usando $p_0 = \rho_0 R T_0$ tenemos:

$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{-ds}{R} \quad (3.12)$$

Como el cambio de entropía ds es siempre igual o mayor que cero, en un proceso adiabático como el de la figura 3.1, la presión de estancamiento debe disminuir. Es posible también expresar la variación de densidad en un gas perfecto como:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} \quad (3.13a)$$

Luego reemplazando de las ecuaciones (3.5) y (3.9):

$$\frac{d\rho}{\rho} = \left(1 - \frac{k}{k-1}\right) \frac{d\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} - \frac{ds}{R}$$



$$= - \frac{1}{k-1} \frac{d\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} - \frac{ds}{R} \quad (3.13b)$$

Podemos encontrar la velocidad en un proceso con flujo adiabático para un gas perfecto, considerando la definición del número de Mach:

$$v = Mc = M \sqrt{kgoRT} \quad (3.14)$$

Derivando la expresión anterior obtenemos:

$$dv = \sqrt{kgoRT} dM + \sqrt{kgoR} M d\sqrt{T} \quad (3.15)$$

Estableciendo un cociente entre la ecuación (3.15) y (3.14) obtenemos:

$$\frac{dv}{v} = \frac{dM}{M} + \frac{d\sqrt{T}}{\sqrt{T}} = \frac{dM}{M} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \quad (3.16a)$$

Si sustituimos dT/T de la ecuación (3.5) obtendremos:

$$\frac{dv}{v} = \frac{dM}{M} - \frac{1}{2} \frac{d\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \quad (3.16b)$$

A menudo se hace indispensable hacer un análisis del flujo adiabático de un fluido a través del área variable de la sección recta. Los cambios de área se obtienen por la ecuación de continuidad.

$$\frac{dA}{A} = - \frac{dp}{p} - \frac{dv}{v} \quad (3.17a)$$

Luego por lo anotado en las ecuaciones (3.13b) y (3.16b):

$$\frac{dA}{A} = \frac{k+1}{2(k-1)} \frac{d \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} + \frac{ds}{R} - \frac{dM}{M} \quad (3.17b)$$

Por último, la función de impulso es:

$$I = pA (1 + kM^2) \quad (3.18a)$$

Si diferenciamos y dividimos para I obtenemos:

$$\frac{dI}{I} = \frac{dp}{p} + \frac{dA}{A} + \frac{d(1 + kM^2)}{1 + kM^2} \quad (3.18b)$$

o también combinando las ecuaciones (3.9) y (3.17b):

$$\frac{dI}{I} = - \frac{1}{2} \frac{d \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} - \frac{dM}{M} + \frac{d(1 + kM^2)}{1 + kM^2} \quad (3.18c)$$

Es de interés ver el efecto del aumento de entropía sobre el cambio en las propiedades del fluido, expresado en las ecuaciones anteriores. Para un par de procesos adiabáticos dentro de límites iguales sobre el número de Mach:

- I) Considerando la ecuación (3.5): la variación en la temperatura es la misma sin importar cualquier aumento de entropía.
- II) Considerando la ecuación (3.9): La presión final debe ser siempre menor para compresiones y expansiones, para el proceso que contenga un mayor aumento de entropía.
- III) Si consideramos la ecuación (3.12): observamos que la presión de estancamiento disminuye una cantidad mayor en el proceso que contiene el mayor aumento de entropía.
- IV) La densidad final será siempre menor para compresiones y expansiones, para el proceso que presenta el mayor aumento de entropía como se deduce de la ecuación (3.13b).
- V) Considerando la ecuación (3.16b): vemos que el aumento de velocidad para una expansión o la disminución de velocidad para una compresión, son independientes del aumento de entropía.
- VI) El área debe ser siempre mayor en el flujo supersónico o subsónico, para permitir el paso del mismo caudal de fluido para el caso con el mayor aumento de entropía como se deduce de la ecuación (3.17b).

VII) Considerando la ecuación (3.18c): la variación en la función impulso es independiente del aumento de entropía.

3.2. EFFECTOS DE LA VARIACION DEL AREA

Procederemos a escribir en primer lugar la ecuación de energía para flujo constante, en forma diferencial para el caso de dos secciones que se cruzan a una distancia infinitesimal de cada otra. Luego

$$dh = -d(v^2/2) = -v dv$$

por la ecuación termodinámica $T ds = dh - \frac{dp}{\rho}$ y la condición de entropía constante, tenemos:

$$dh = \frac{dp}{\rho}$$

$$dp = -\rho v dv \quad (3.19)$$

La anterior es la ecuación de Euler para un fluido. No debe llamar la atención que el término de energía cinética en la ecuación de energía para un flujo constante, haya sido inicialmente obtenido por medio de la segunda ley del movimiento de Newton.

Ahora podemos escribir la ecuación de continuidad en la for

ma diferencial logarítmica,

$$d (\ln \rho Av) = 0$$

$$\delta \quad d (\ln \rho) + d (\ln A) + d (\ln v) = 0$$

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dv}{v} = 0 \quad (3.20)$$

Si sustituímos la ecuación (3.19) en la ecuación (3.20) te
nemos

$$\frac{dA}{A} = \frac{dp}{\rho} \left(\frac{1}{v^2} - \frac{d\rho}{dp} \right)$$

Puesto que conocemos que el proceso es isoentrópico, pode-
mos escribir:

$$\frac{dp}{dp} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = c^2$$

De tal forma que

$$\frac{dA}{A} = \frac{dp}{\rho v^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{1 - M^2}{\rho v^2} dp \quad (3.21a)$$

De la ecuación (3.21a) podemos despejar:

$$dp = \rho v^2 \left(\frac{1}{1 - M^2} \right) \frac{dA}{A}$$

para un proceso isoentrópico podemos representar el cambio
de densidad en términos del cambio de presión y de la velo

idad del sonido:

$$d\rho = \frac{d\rho}{c^2}$$

A partir de la forma despejada de (3.21a) podemos determinar la variación de la densidad

$$d\rho = \frac{d\rho}{c^2} = \rho M^2 \left(\frac{1}{1 - M^2} \right) \frac{dA}{A}$$

Si dividimos por ρ la expresión anterior tenemos:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{M^2}{1 - M^2} \frac{dA}{A}$$

Si utilizamos la ecuación de continuidad $\frac{dv}{v} = -\frac{d\rho}{\rho} - \frac{dA}{A}$, podemos expresar el cambio de la velocidad relativa en función del número de Mach y del cambio de área como

$$\frac{dv}{v} = -\frac{M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A} - \frac{dA}{A} = -\frac{1}{1-M^2} \frac{dA}{A} = \frac{1}{M^2-1} \frac{dA}{A}$$

de donde $\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dv}{v}$ (3.21b)

También de la ecuación dinámica de fluido (3.19) sin fricción, se puede ver que la presión siempre decrece en flujo acelerado, y crece en flujo decelerado. En otros términos

$$\frac{dv}{dp} < 0$$

Si empleamos este resultado en conjunto con la ecuación (3.21a) y (3.21b) llegamos a las siguientes conclusiones de importancia práctica:

a) Para flujo subsónico ($M < 1$):

La presión aumenta al aumentar el área $\frac{dA}{dp} > 0$

La velocidad disminuye al aumentar el área $\frac{dA}{dv} < 0$

b) Para flujo supersónico ($M > 1$):

La presión disminuye al aumentar el área $\frac{dA}{dp} < 0$

La velocidad aumenta al aumentar el área $\frac{dA}{dv} > 0$

c) Para flujo con velocidad sónica ($M=1$)

$$\frac{dA}{dp} = 0 ; \quad \frac{dA}{dv} = 0$$

Para $M=1$ el área debe ser mínima.

De esta manera tenemos el sorprendente resultado que los efectos de variación de áreas son exactamente opuestos para flujo supersónico y subsónico.

Los posibles tipos de flujo están esquematizados en la figura 3.2

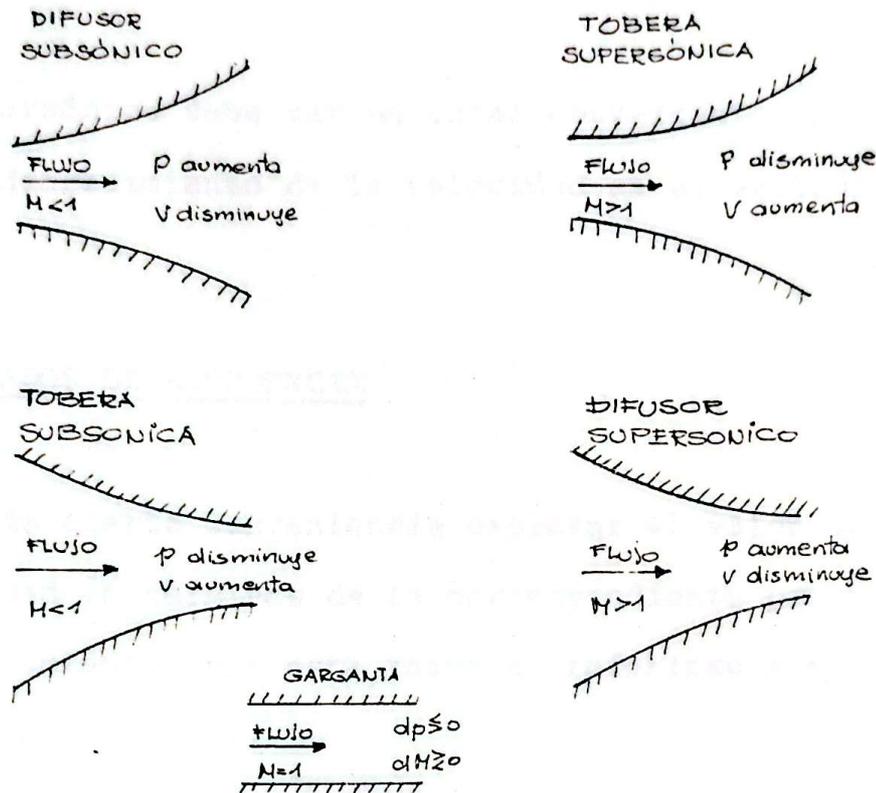


FIG. 3.2.- Efectos producidos por la variación de área en la velocidad y presión en flujo supersónico y subsónico.

En flujo subsónico ($M < 1$) la aceleración de flujo en una tobera requiere de un pasaje de sección transversal disminuida, esto es el área debe disminuir para causar el aumento de la velocidad. Esto da como resultado un pasaje hecho, como el que se muestra en la parte inferior izquierda de la figura 3.2. Un difusor subsónico requiere que el área del pasaje crezca, para causar el decrecimiento de la velocidad.

Para flujo supersónico los efectos de variación de área son distintos. Una tobera supersónica debe construirse con el área aumentando en el sentido del flujo, para causar un aumento de la velocidad en el sentido del flujo. Un difusor

supersónico debe ser un canal convergente, para causar un decrecimiento de la velocidad en el sentido del flujo.

3.3. ESTADOS DE REFERENCIA

Es de cierta conveniencia expresar el valor de una propiedad en términos de la correspondiente propiedad de estancamiento, por esta razón el referirse a $\frac{p}{p_0}$ ó $\frac{T}{T_0}$ es bastante común.

Estas relaciones pueden ser fácilmente obtenidas a partir del concepto de un estado de estancamiento.

En muchas ocasiones conviene más al hacer referencia al valor de una propiedad, hacerlo en términos del valor de la propiedad correspondiente cuando $M = 1$. Este estado es indicado con un asterisco, como ejemplo p^* , ρ^* , T^* , v^* , etc. Algunas relaciones adimensionales como $\frac{p}{p^*}$ pueden obtenerse fácilmente para flujo isoentrópico integrando las ecuaciones de la sección 3.1. Como ejemplo con $ds=0$ integramos la ecuación (3.9) y se obtiene:

$$\frac{p}{p^*} = \left(\frac{1 + \frac{k-1}{2}}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \right)^{k/k-1} = \left(\frac{k+1}{2(1 + \frac{k-1}{2} M^2)} \right)^{k/k-1}$$

Para el caso de áreas, en forma semejante la ecuación 3.17b) puede ser integrada para obtener la relación $\frac{A}{A^*}$. A^* representa el área de la sección recta del tubo de corriente o ducto que se requiere para la aceleración o deseleración isoentrópica cuando $M = 1$.

Para cualquier variación de entropía, el valor de A^* cambia. La ecuación (3.17b),

$$\frac{dA}{A} = \frac{k+1}{2(k-1)} \frac{d\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} + \frac{ds}{R} - \frac{dM}{M}$$

puede ser empleada para encontrar la relación $\frac{A_2^*}{A_1^*}$ teniendo en cuenta los límites de integración apropiados para que $M=1$. Por lo tanto el límite inferior sobre el área A_1 , es el área necesaria para un flujo con M_1 igual a la unidad y por definición esta área es A_1^* . De la misma manera el límite superior A_2 es A_2^* y la ecuación (3.17b) puede ser integrada para obtener:

$$\ln \frac{A_2^*}{A_1^*} = \frac{k+1}{2(k-1)} \ln \left(\frac{1 + \frac{k-1}{2}}{1 + \frac{k-1}{2}} \right) + \frac{s_2 - s_1}{R} - \ln \frac{1}{1}$$

esto es igual a:

$$\frac{A_2^*}{A_1^*} = e^{(s_2 - s_1)/R}$$

Una ecuación similar se logra al integrar la ecuación (3.12) que nos conduce a la siguiente expresión:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = e^{-|(s_2 - s_1)/R|}$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{A_1^*}{A_2^*} = e^{-|(s_2 - s_1)/R|}$$

Como se puede apreciar la relación de las A^* , o la relación de presiones de estancamiento nos facilita el encuentro de los cambios de entropía.

Ciertas relaciones deducidas de la ecuación de energía - pueden ser derivadas. Estas relaciones tienen validez para flujo adiabático de un gas perfecto sea reversible o irreversible.

Para un gas perfecto tenemos:

$$\Delta h = c_p \Delta T$$

$$c_p - c_v = R$$

$$\frac{c_p}{c_v} = k$$

$$c_p = \frac{k}{k-1} R$$

De la primera Ley de la termodinámica $h_0 = h + \frac{v^2}{2}$, usando las ecuaciones anteriores, obtenemos:

$$v = \sqrt{2 c_p (T_0 - T)} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R (T_0 - T)} \quad (3.22)$$

De lo anterior podemos ver que para una temperatura de estancamiento T_0 (en algunas ocasiones llamada temperatura total), todos los estados de igual temperatura tienen la misma velocidad. Considerando el diagrama temperatura-entropía de la figura 3-3, observamos que las líneas de velocidad constante son horizontales y la distancia vertical entre T_0 y T es proporcional al cuadrado de la velocidad.

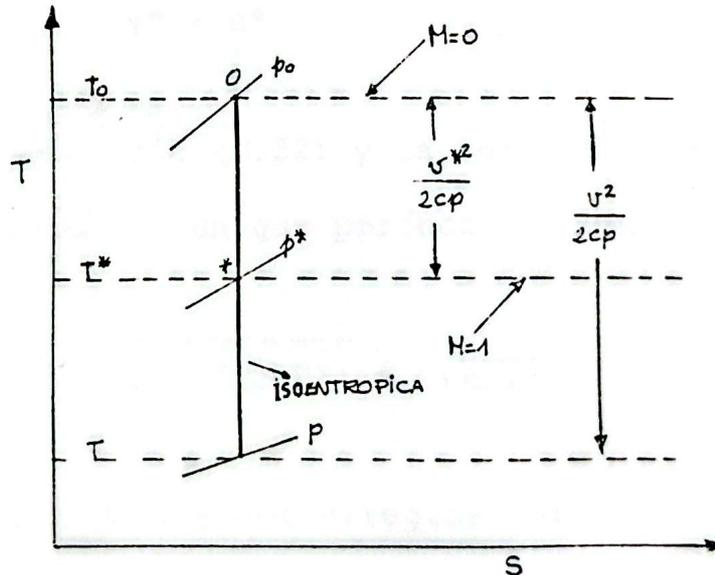


FIG. 3.3.- Aceleración o deceleración isentrópica en diagrama temperatura-entropía.

Tres velocidades de referencia: La velocidad máxima c_0 correspondiente a una temperatura de estancamiento usada como referencia es:



$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R T_0}$$

otra velocidad de referencia bien usada, es la velocidad del sonido a la temperatura de estancamiento:

$$c_0 = \sqrt{k R T_0}$$

un tercer concepto muy conveniente de velocidad de referencia es el de la velocidad crítica, la velocidad cuando $M=1$. Usando un asterisco para denominar las condiciones con M igual a la unidad, nosotros por definición tenemos:

$$v^* = c^*$$

empleando la ecuación (3.22) y la relación para la velocidad del sonido en un gas perfecto tenemos:

$$\sqrt{\frac{2k}{k-1} R (T_0 - T^*)} = \sqrt{k R T^*}$$

Lo cual después de algunos arreglos da:

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1}$$

Reemplazando este valor de T^* por T en la ecuación (3.22) tenemos:

$$v^* = c^* = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_0}$$

Empleando las tres ecuaciones anteriores de velocidad de referencia junto con el valor numérico de $k=1.4$ tenemos:

$$\frac{c^*}{c_0} = \sqrt{\frac{2}{k+1}} = 0.913$$

$$\frac{v_{\text{máx}}}{c^*} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} = 2.45$$

$$\frac{v_{\text{máx}}}{c_0} = \sqrt{\frac{2}{k-1}} = 2.24$$

Razón de temperaturas - estancamiento:

Podemos escribir la ecuación 3.22 como:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{v^2}{2c_p T} = 1 + \frac{v^2}{kRT} \frac{kR}{2c_p}$$

ya que $c_p = \frac{kR}{k-1}$ y $c^2 = kRT$ la relación anterior toma la forma,

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{v^2}{c^2} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2$$

lo cual indica que la temperatura de estancamiento depende solamente del número de Mach y la constante de gas k .

Ecuación de energía en forma cinemática:

Para un gas perfecto tenemos la ecuación de energía para

flujo adiabático que es:

$$v^2 + 2 c_p T = \text{constante}$$

sin embargo para un gas perfecto

$$c_p T = \frac{c_p}{kR} kRT = \frac{1}{k-1} c^2$$

si combinamos estas relaciones y evaluamos la constante a tres condiciones de referencia de a) velocidad cero, b) temperatura cero, y c) velocidad sónica, nosotros obtenemos tres diferentes y útiles formas de la ecuación de energía considerando solo k , la velocidad del sonido local, y la velocidad local:

$$v^2 + \frac{2}{k-1} c^2 = \frac{2}{k-1} c_0^2 = v_{\text{máx}}^2 = \frac{k+1}{k-1} c^{*2} \quad (3.23)$$

La adimensional velocidad M^* :

Como un número adimensional el número de Mach es una cantidad sumamente útil. Sin embargo presenta dos desventajas: a) No es solo función de la velocidad sino también del estado del fluido y primordialmente de su temperatura. b) El número de Mach puede llegar a ser muy grande, a velocidades altas este tiende al infinito. Como consecuencia, ciertas ocasiones es conveniente utilizar una relación adimen-

sional de velocidades, relación definida por el cociente de la velocidad del flujo y la velocidad sónica en el estado en el cual la velocidad del fluido y la velocidad acústica son iguales.

$$M^* = \frac{v}{c^*} = \frac{v}{v^*}$$

Existe una relación única entre M y M^* para flujos adiabáticos, de los conceptos de M^* y M tenemos:

$$M^{*2} = \frac{v^2}{c^{*2}} = \frac{v^2}{c^2} \frac{c^2}{c^{*2}} = \frac{M^2 c^2}{c^{*2}}$$

La primera y última parte de la ecuación (3.23) puede dividirse por c^{*2} para tener:

$$\frac{v^2}{c^{*2}} + \frac{2}{k-1} \frac{c^2}{c^{*2}} = \frac{k+1}{k-1}$$

Eliminando $\frac{c^2}{c^{*2}}$ de estas dos relaciones y arreglando podemos tener las valiosas fórmulas:

$$M^{*2} = \frac{\frac{k+1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}$$

$$M^2 = \frac{\frac{2}{k+1} M^{*2}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M^{*2}}$$

El valor de M^* es un índice de cuando el flujo es subsónico y cuando es supersónico por lo cual de las dos ecuaciones anteriores podemos deducir:

Cuando

$M < 1$;	luego $M^* < 1$
$M > 1$;	$M^* > 1$
$M = 1$;	$M^* = 1$
$M = 0$;	$M^* = 0$
$M = \infty$;	$M^* = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$

La figura 3.4 nos representa un gráfico de M y M^* como una función de p/p_0 para el caso de flujo isentrópico. Obsérvese que M^* no se hace infinito para pequeños valores de p/p_0 . Así mismo M^* depende de la temperatura para el estado sónico y es independiente de la temperatura del fluido al reposo.

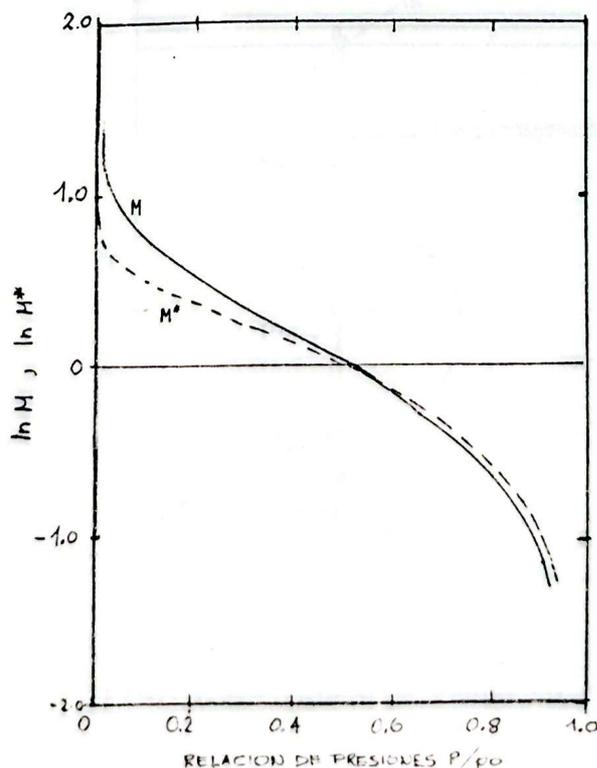


FIG. 3.4.- Representación de M y M^* vs. relación de presiones para flujo isentrópico $k = 1.4$.

3.4. TABLAS PARA EL FLUJO ISOENTROPICO

Como las fórmulas desarrolladas generan cálculos tediosos; vemos que estas son facilitadas por tablas y cartas especialmente confeccionadas para este propósito.

En la fig. 3.5 se representa la línea de entropía constante por medio de la recta abx , esta representa los estados del proceso adiabático sin fricción, el segmento ab representa al flujo subsónico, y el segmento bx representa la condición supersónica. En el punto b tenemos la condición sónica es decir M es igual a la unidad, y para diferenciar esta condición es señalada por un asterisco.

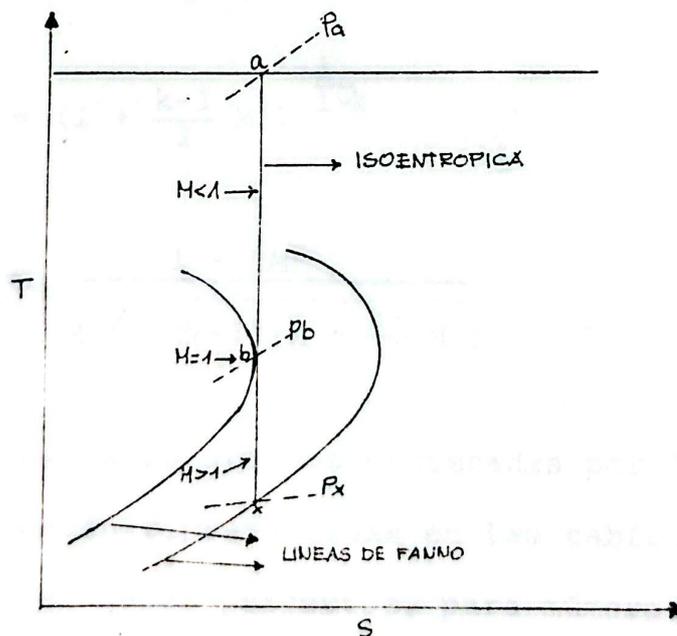


FIG. 3.5.- Líneas de Fanno en diagrama T-s

Para flujo isoentrópico tenemos las siguientes relaciones:

$$T_0 = \text{constante} = T^*_0 = T_a$$

$$T^* = \text{constante} = T_b$$

$$p_0 = \text{constante} = p_0^* = p_a$$

$$p^* = \text{constante} = p_b$$

$$M^* = \frac{v}{v^*} = M \sqrt{\frac{k+1}{2(1+\frac{k-1}{2}M^2)}} \quad (3.24)$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2(1+\frac{k-1}{2}M^2)}{k+1} \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (3.25)$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{1-k}}$$

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{-1}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{1}{1-k}}$$

$$\frac{F}{F^*} = \frac{1 + kM^2}{M \sqrt{2(k+1)\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}}$$

Cada una de estas relaciones expresadas por las ecuaciones anteriores, están representadas en las tablas para flujo isoentrópico de gases perfectos, para números de Mach que varían entre 0 y 10 y para valores de k variando de 1.0 a 1.67.

Ejemplo demostrativo:

Calcular la velocidad del flujo de masa, el área de la sección de prueba y las propiedades del fluido en la garganta de la sección de prueba en un túnel supersónico diseñado para $M = 2$ y con una sección en la garganta de 1 pie^2 . El aire es abastecido a 14 psia y 65°F teniendo una velocidad despreciable. (Supongamos $k = 1.4$).

Primero determinamos las propiedades de estancamiento:

$$p_0 = 14 \text{ psia}$$

$$T_0 = 65^\circ\text{F} = 525^\circ\text{R}$$

$$\rho_0 = \frac{P_0}{RT_0} = \frac{14 \times 144}{53.34 \times 525} = 0.07199 \frac{\text{lbm}}{\text{pie}^3}$$

En la garganta, donde $M = 1$ con los datos de la tabla para flujo isoentrópico para $k = 1.4$:

$$\frac{p}{p_0} = 0.52828; \text{ luego } p^* = 0.528(14) = 7,392 \text{ psia.}$$

$$\frac{T}{T_0} = 0.8333; \text{ luego } T^* = 0.833(525) = 437.32^\circ\text{R}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 0.63394; \text{ luego } \rho^* = 0.63394(0.07199) = 0.0456 \frac{\text{lbm}}{\text{pie}^3}$$

En la sección de prueba $M = 2.0$ y con los datos de la ta-

bla para flujo isoentrópico:

$$\frac{p}{p_0} = 0.1278 \text{ por lo tanto } p = 0.1278 \times (14) = 1.78 \text{ psia}$$

$$\frac{T}{T_0} = 0.5556 \text{ por lo tanto } T = 0.5556 \times (525) = 291.69^\circ\text{R}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 0.23005 \text{ por lo tanto } \rho = 0.23005 \times (0.0719) = 0.0165 \frac{\text{lbm}}{\text{pie}^3}$$

$$\frac{A}{A^*} = 1.6875 \text{ por lo tanto } A = 1.6875 \times (1) = 1,6875 \text{ pie}^2$$

En la garganta tenemos la velocidad:

$$v^* = Mc^* = \sqrt{(32.2)(1.4)(53.34)(437.32)} = 1.025,458 \text{ pie/seg.}$$

La velocidad en la sección de prueba es:

$$v = Mc = 20 \sqrt{(32.2)(1.4)(53.34)(291.69)} = 1.674,9 \text{ pie/seg.}$$

El flujo de masa es:

$$w = \rho^* A^* v^* = (\rho A v) \text{ sección de prueba}$$

$$w = \rho^* A^* v^* = (0.0456)(1)(1.025,4) = 46,75 \text{ lbm/seg.}$$

Comprobación:

$$w = \rho A v \text{ sección de prueba} = 0.0165(1,6875)(1.674,9) = 46.63 \text{ lbm/seg.}$$

3.5. FLUJO DE MASA Y ESTRANGULAMIENTO EN EL FLUJO ISOENTROPICO

Se observó en la sección 3.2 que el área de la sección recta del flujo considerado debe variar de acuerdo con algunas relaciones. No podemos variar el área al azar sin introducir el riesgo de cambios en las condiciones a la entrada (corriente arriba), o cambios del flujo de masa o de los dos.

Con la ayuda de la ecuación de continuidad podemos establecer la rapidez del flujo de masa para un conjunto dado de condiciones de entrada.

$$\frac{dw}{w} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dv}{v}$$

Para esta situación el flujo de masa por unidad de área es:

$$\frac{w}{A} = \rho v = \frac{pM}{\sqrt{RT/kg}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{RT_0/kg}} M \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/2} \left(\frac{T_0}{T}\right) \quad (3.26)$$

En función del número de Mach y de las condiciones de estancamiento, tenemos:

$$\frac{w}{A} = \frac{p_0}{\sqrt{RT_0/kg}} \frac{M}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{(k+1)/2} (k-1)} \quad (3.27)$$

Se puede ver que para un número de Mach establecido, el flujo es proporcional a la presión de estancamiento e in-

versamente proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura de estancamiento. Si a las respuestas de una experiencia se les da un carácter más general, son valiosas para la determinación del flujo variable $\frac{w\sqrt{T_0}}{A_{po}} (\sqrt{R/g_0})$. Por este motivo los detalles se emplean para condiciones a diferentes estados de presión y temperatura y algunas veces para gases distintos.

Conocemos como función del flujo isoentrópico a la cantidad $\frac{w\sqrt{T_0}}{A_{po}} (\sqrt{R/g_0})$, y la podemos escribir como:

$$f_w = \frac{w\sqrt{T_0}}{A_{po}} \sqrt{R/g_0} = \frac{\sqrt{k} M}{(1 + \frac{k-1}{2} M^2)^{(k+1)/2(k-1)}} \quad (3.28)$$

Es obvio que el flujo de masa por unidad de área puede ser encontrado fácilmente, ya que el segundo miembro de la relación (3.28) es función solamente del número de Mach para un gas perfecto.

En ciertas ocasiones en el caso de gases reales si disponemos de una valiosa estimación de la relación del calor específico a la constante del gas, la función $\frac{w\sqrt{T_0}}{A_{po}} (\sqrt{R/g_0})$ demuestra ser más útil al relacionar el flujo de masa por unidad de área de corriente con diferentes temperaturas y presiones de estancamiento.

La determinación del número de Mach local de un flujo de masa conocido, con un estado de estancamiento dado es un problema común para el cual los datos calculados en la ecuación (3.28) son útiles. Debido a que la ecuación (3.28) es adimensional y es función solo del número de Mach, los valores de f_w pueden determinarse en forma parecida al desarrollo empleado para determinar las funciones isoentrópicas. La función del flujo isoentrópico, se encuentra tabulada para valores de Mach entre 0 y 10; y valores de $k=1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ y 1.67 .

Para observar lo valioso de la función de flujo isoentrópico veamos el siguiente ejemplo:

Un gas perfecto que fluye a través de un ducto tiene una temperatura de estancamiento de 950°R y una presión de estancamiento de 90 psia. Cuál será el área de la sección transversal en el punto donde la presión tiene un valor de 24 psia para permitir el paso de 2.9 lb/seg. en flujo isoentrópico (supongamos $k=1.4$ y aire).

Para 24 psia, $p/p_0 = \frac{24}{90} = 0.266$ y de la tabla para flujo isoentrópico con $k = 1.4$, tenemos $M = 1.52$.

$$f_w = \frac{\sqrt{k} M}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{(k+1)/2(k-1)}} = \frac{\sqrt{1.4} \times 1.52}{\left[1 + \left(\frac{1.4 - 1.0}{2}\right) 1.52^2\right]^{\frac{1.4+1}{2(1.4-1.0)}}} = 0.5728$$

$$y \quad \frac{w}{A} = f_w \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{g_0/R}$$

$$o \quad A = \frac{w}{f_w p_0} \sqrt{\frac{R \dot{m}}{g_0}} = \frac{2.9 \sqrt{53.34 \times 950}}{0.5728 \times 90 \times 144 \times \sqrt{32.2}} = 0.0154 \text{ pie}^2 \\ = 2.23 \text{ pulg.}^2$$

Si consideramos flujo isentrópico para hallar las condiciones para flujo de masa máximo a través de un área dada, la función del flujo isentrópico debe ser diferenciada e igualada a cero:

$$\frac{d}{dM} \left(\frac{w \sqrt{T_0}}{A p_0} \sqrt{\frac{R}{g_0}} \right) = \sqrt{k} \left[\frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{(k+1)/2(k-1)}{k-1}} - \frac{k+1}{2} M^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{(k+1)/2(k-1)}{k-1} - 1}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{k+1/k-1}} \right] = 0 \quad (3.29)$$

Luego:

$$1 - \frac{k+1}{2} \left(\frac{M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \right) = 0 \quad (3.30)$$

Despejando M^2 tenemos que:

$$M^2 = 1 \quad (3.31)$$

Por esto el flujo máximo por unidad de área se establece en la sección en donde $M = 1$. Entonces tenemos como función del flujo isentrópico a:

$$\left(\frac{w \sqrt{T_0}}{A p_0} \sqrt{\frac{R}{g_0}} \right)_{\text{máx}} = \frac{w}{A^*} \frac{\sqrt{T_0}}{p_0} \sqrt{\frac{R}{g_0}} = \sqrt{k} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{(k+1)/2(k-1)}{k-1}}$$

De esta expresión, el flujo máximo a través de un área dada puede ser determinado y la presión correspondiente a esta condición de flujo máximo puede ser determinada considerando lo establecido en la ecuación (2.30a) empleando la condición de M igual a la unidad.

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)_{\text{crítico}} = \left[1 + \frac{k-1}{2} (1)\right]^{-k/(k-1)}$$

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)_{\text{crítico}} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} \quad (3.32)$$

Si consideramos el flujo a través de un ducto como el mostrado en la sección 1 de la figura 3.6:

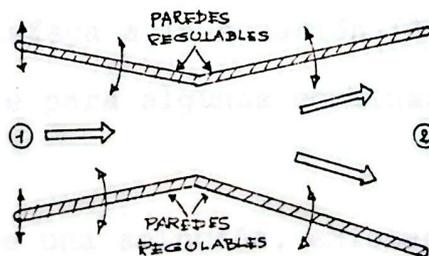


FIG. 3.6.- Flujo isoentrópico en un ducto de área variable.

En la sección 1, el fluido tiene por valores M_1 , p_1 , ρ_1 , T_1 y un área A_1 . Usando continuidad la rapidez de flujo de masa es $w = \rho_1 A_1 v_1$. Consideremos un área A_2 que es variable, en la sección 2, corriente abajo de la sección 1. De esta mane-

ra A_2/A_1 puede adquirir valores desde muy grandes hasta muy pequeños. Aplicando integrales a la ecuación (3.17b) para flujo isoentrópico entre las posiciones 1 y 2; tenemos:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2} \right)^{(k+1)/2(k-1)}$$

Para un valor de M_1 , M_2 (y para una relación de áreas dada - A_2/A_1) puede hallarse por el sistema de prueba y error aplicado a la ecuación (3.33) para la cual el segundo miembro puede determinarse numéricamente.

$$\frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2\right)^{(k+1)/(k-1)}}{M_2^2} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{(k+1)/(k-1)}}{M_1^2} \quad (3.33)$$

Más aún no siempre hay la posibilidad de obtener un valor para M_2 que satisfaga a la ecuación (3.33), ya que una solución es imposible para algunas combinaciones de M_1 y A_2/A_1 .

Cuando es posible una solución, existen siempre dos valores de M_2 que satisfacen a la ecuación, correspondiendo a las soluciones supersónica y subsónica respectivamente. Para soluciones que corresponden a un flujo supersónico en la sección 1 y subsónico en la posición 2, y para aquellas que corresponden a un flujo subsónico en la posición 1 y supersónico en la sección 2 hay una garganta (o sección mí

nima) entre las posiciones 1 y 2.

Si consideramos un pasaje con razón de áreas $\frac{A_2}{A_1}$ y anotamos los valores de M_2 correspondientes a valores de M_1 , el resultado puede ser mostrado como en la figura 3.7

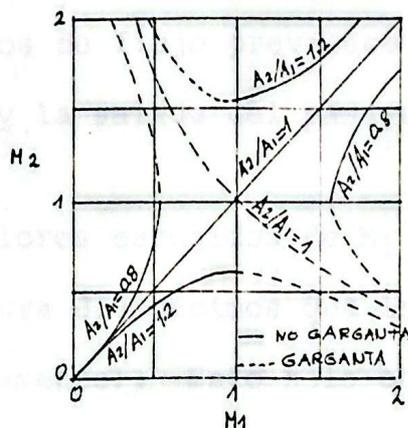


FIG. 3.7.- Curvas típicas de M_2 vs. M_1 para valores encontrados de la razón de áreas A_2/A_1 .

Observando esta figura podemos ver dos particularidades:

- a) Como dijimos antes para un número de Mach inicial y una razón de áreas $\frac{A_2}{A_1}$ dada, hay dos soluciones para el estado final M_2 , o ninguna.

Cuando existen dos soluciones vemos que una es supersónica y la otra es subsónica. Cual de las dos ocurre depende de la posición de la garganta $M=1$ entre las posiciones 1 y 2.



Ejemplo: Si M_1 es subsónico y el pasaje es convergente, luego M_2 será subsónico. Por otra parte si M_1 es subsónico y el pasaje es convergente-divergente teniendo una garganta entre las secciones 1 y 2 el flujo en la sección 2 puede ser subsónico como en un venturi convencional, o supersónico, como en una tobera supersónica; cual de los dos tipos de flujo prevalece depende de la presión en la entrada y la salida del pasaje.

- b) Cuando para valores escogidos de M_1 y A_2/A_1 , no hay solución en la figura 3.7 decimos que la solución es imaginaria (matemáticamente). Esto solo ocurre cuando A_2 es más pequeña que A_1 . El significado físico de esto es que para condiciones dadas en la sección 1, hay la máxima contracción posible, esto corresponde a la velocidad sónica en la sección 2. Si para un flujo determinado, esta es la mínima sección transversal para que pase el fluido, tenemos el fenómeno de estrangulamiento.

Para una reducción de área dada, hay en flujo subsónico un número de Mach inicial máximo el cual puede ser mantenido constantemente; y en flujo supersónico un número de Mach inicial mínimo el cual es mantenido en forma constante. En ambas condiciones límites el flujo en la sección 2 es acústico y decimos que está estrangulado. Es decir un flujo

estrangulado es aquel en el cual el fluido se mueve con velocidad sónica en la sección con área de flujo mínima.

3.6. EMPUJE EN EL FLUJO ISOENTROPICO

Para un flujo isoentrópico, particularmente al trabajar con toberas de salida en los dispositivos de jet propulsión, como sucede en cualquier clase de flujo, el empuje desarrollado por el fluido puede ser calculado por el empleo conveniente de una cantidad llamada función impulso definida por:

$$F = pA + wv = pA + \rho Av^2 \quad (3.34)$$

Si empleamos la ecuación de momentos, en la determinación del flujo a través de la superficie de control de la figura 3.8 tenemos:

$$I + p_1A_1 - p_2A_2 = wv_2 - wv_1$$

$$I + p_1A_1 - p_2A_2 = \rho A_2 v_2^2 - \rho A_1 v_1^2$$

o también

$$I = (p_2A_2 + \rho A_2 v_2^2) - (p_1A_1 + \rho A_1 v_1^2) = F_2 - F_1 \quad (3.35)$$

Donde I resulta ser el empuje desarrollado por el fluido interno sobre la frontera sólida del ducto entre sus secciones 1 y 2.

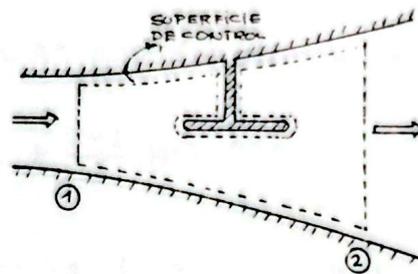


FIG. 3.8.- Gráfico que muestra el empleo de la función impulso.

Podemos definir aquí el término empuje como la fuerza neta ejercida por la corriente en la sólida superficie interna la cual el fluido moja actuando en dirección contraria a la dirección del flujo. Esto incluye fuerzas de presión y de viscosidad en las paredes del ducto. Sea el flujo adiabático o no adiabático, reversible o no, esto es verdadero.

Para un gas perfecto tenemos:

$$\rho v^2 = \frac{p}{RT} v^2 = \frac{p}{kRT} k v^2 = k p M^2$$

y como ya anotamos $F = pA + \rho A v^2$, luego tenemos que:

$$F = pA(1 + kM^2) \quad (3.36)$$

Para flujo isoentrópico se puede escribir la función de

impulso adimensional como:

$$\frac{F}{\rho_0 A^*} = \frac{p}{\rho_0} \frac{A}{A^*} (1 + kM^2) \quad (3.37)$$

donde p/ρ_0 y A/A^* son funciones de M :

$$p/\rho_0 = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{w/A^*}{w/A} = \frac{1}{M} \left[\left(\frac{2}{k+1}\right) \left(1 - \frac{k-1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$$

Otra forma de encontrar la función impulso adimensional es por la evaluación de F^* cuando M es igual a la unidad.

$$\frac{F}{F^*} = \frac{p}{p^*} \frac{A}{A^*} \frac{1+kM^2}{1+k} = \frac{p}{\rho_0} \frac{\rho_0}{p^*} \frac{A}{A^*} \frac{1+kM^2}{1+k} \quad (3.38)$$

Sustituyendo el valor de $\frac{\rho_0}{p^*} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{1-k}}$, $\frac{p}{\rho_0}$ y A/A^* de las ecuaciones correspondientes, después de simplificaciones obtenemos:

$$\frac{F}{F^*} = \frac{1 + kM^2}{M \sqrt{2(k+1) \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}} \quad (3.39)$$

Como vemos la función de impulso isoentrópico es: a) Una cantidad adimensional y b) una función del número de Mach solamente.

3.7. PERDIDAS EN EL FLUJO ADIABATICO

Debido a los efectos de fricción, la performance de toberas y difusores reales, varía ligeramente con las relaciones para flujo isoentrópico. Puesto que las desviaciones respecto al flujo isoentrópico son muy pequeñas, el procedimiento usual es utilizar las fórmulas del flujo isoentrópico, modificadas por cuatro tipos de coeficientes: eficiencia de la tobera, coeficiente de velocidad, coeficiente de descarga y eficiencia del difusor.

Eficiencia de la tobera: Podemos definir la eficiencia de la tobera como la razón de la caída de la entalpía real a la caída de la entalpía ideal (isoentrópica).

$$\eta_T = \frac{h_o - h_e}{h_o - h_{ei}} = \frac{v_e^2/2}{c_p(T_o - T_{ei})} \quad (3.40)$$

Puesto que sabemos que una tobera es un pasaje de flujo cuyo propósito es acelerar el fluido con la correspondiente disminución de presión; podemos observar en la figura 3.9 que los estados o indican los estados de estancamiento del fluido entrando a la tobera; los estados e representan los estados reales a la salida de la tobera y los estados ei indican los estados en que el fluido sería ideal (isoentrópico).

La eficiencia de las toberas varía del 90 al 99%. En general la eficiencia de las toberas se hace cercana a la unidad para toberas extremadamente largas, porque el espesor de la capa límite es muy pequeño, comparado con el área del pasaje. En cambio con toberas cortas, la capa límite tiende a llenar el pasaje, y por lo tanto el valor de la eficiencia cae.

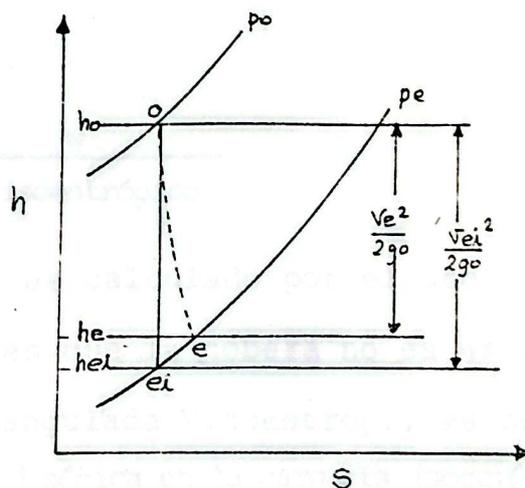


FIG. 3.9.- Flujo real e ideal (isoentrópico) en una tobera.

Coefficiente de velocidad: El coeficiente de velocidad es expresado como la razón de la velocidad de salida real a la velocidad isoentrópica (ideal) obtenida para la misma caída de presión.

$$C_v = \frac{v_e}{v_{ei}} \quad (3.41)$$

Refiriéndonos a la figura 3.9 podemos encontrar una relación entre la eficiencia de la tobera y el coeficiente de velocidad, como sigue:

$$C_v^2 = \frac{v_e^2}{v_{ei}^2} = \frac{h_o - h_e}{h_o - h_{ei}} = \eta_T$$

$$C_v = \sqrt{\eta_T} \quad (3.42)$$

Coeficiente de descarga: Podemos definir el coeficiente de descarga como la razón del flujo real al flujo isoentrópico (ideal).

$$C_D = \frac{W}{W_{\text{isoentrópico}}} \quad (3.43)$$

Donde $W_{\text{isoentrop.}}$ es calculado por el uso de la presión real de atrás si es que la tobera no es estrangulada. Si la tobera es estrangulada $W_{\text{isoentrop.}}$, es determinado por el uso de la velocidad sónica en la garganta (sección mínima). La relación $\frac{C_v}{C_D}$ da algunos resultados importantes:

$$\frac{C_v}{C_D} = \frac{v_2 \text{ real}/v_2 \text{ ideal}}{(\rho_2 A_2 v_2) \text{ real}/\rho_2 A_2 v_2 \text{ ideal}} = \frac{\rho_2 \text{ ideal}}{\rho_2 \text{ real}} \quad (3.44)$$

Eficiencia de difusor: Conocemos que los difusores son pasajes cuyo propósito es decelerar el fluido con un correspondiente aumento en la presión.

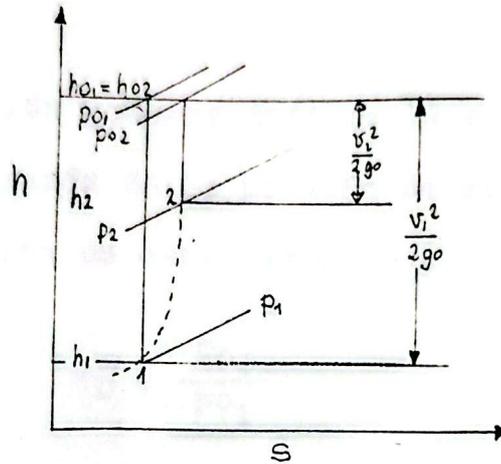


FIG. 3.10.- Flujo en un difusor

La eficiencia de un difusor puede ser definida como el aumento real de la presión estática dividida entre la pérdida de presión dinámica o aumento ideal de la presión estática por la misma disminución de energía cinética:

$$\eta_D = \frac{\Delta p \text{ real}}{\Delta p \text{ ideal}} = \frac{p_2 - p_1}{(\rho_1 v_1^2 - \rho_2 v_2^2)/2g_0} \quad (3.45)$$

La figura 3.10 nos muestra el flujo en difusor. El punto 1 nos indica el estado en que el fluido entra al difusor. Si lo deceleramos isoentrópicamente al reposo obtendremos la presión y entalpía de estancamiento p_{01} y h_{01} respectivamente. Sin embargo, el flujo real no es isoentrópico. El fluido llega al punto 2 con una correspondiente presión y entalpía p_{02} y h_{02} respectivamente. Observando la figura

vemos que p_{o2} es menor que p_{o1} y $h_{o1} = h_{o2}$ (principio de conservación de la energía).

Entonces, también podemos definir la eficiencia de un difusor como la razón de la presión de estancamiento de salida a la presión de estancamiento a la entrada:

$$\eta_D = \frac{p_{o2}}{p_{o1}} \quad (3.46)$$

Los difusores no son tan eficientes como las toberas. Esto es porque un crecimiento de la presión en dirección del flujo resulta en un crecimiento de la capa límite y una excesiva turbulencia en el difusor.

La eficiencia de un difusor cuya velocidad de entrada es subsónica, se hace alta, en cambio si la velocidad de entrada es supersónica, la eficiencia baja.

Cuando conocemos la eficiencia del difusor, podemos calcular la presión de estancamiento a la salida para ciertas condiciones de entrada dadas:

$$p_{o2} = \eta_D p_{o1} = \eta_D p_1 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)^{k/k-1} \quad (3.47)$$

$$p_{o2} = \eta_D p_1 \left(1 + \frac{(k-1) v_1^2}{2g_0 kRT_1} \right)^{k/k-1} \quad (3.48)$$



FIG. 3.11.- Disposición de la capa límite en toberas y difusores.

CAPITULO IV

CHOQUE NORMAL

4.1. OCURRENCIA DE LOS CHOQUES

El conocimiento de la propiedad del cambio a través del choque, y la conducta del choque es importante en el entendimiento del diseño de difusores supersónicos, en entradas de aviones de alta performance, en túneles de viento supersónicos.

En la práctica esta discontinuidad irreversible puede ocurrir en un campo de flujo supersónico, sea en flujo interno o flujo externo, el método de Schlieren puede mostrar algunos ejemplos de formación de choque en flujo externo. Las variaciones a través de una onda de choque no son isoentrópicas aun en flujos que podrían ser de otra forma isoentrópicos.

Aunque es físicamente imposible tener discontinuidades en las propiedades del fluido, el choque normal es necesariamente discontinuo. El espesor del choque es de aproximadamente 0,2 micrones (10^{-5} in) o más o menos cuatro veces la trayectoria libre media de las moléculas del gas. El choque es tan delgado que es muy difícil obtener datos sobre la transferencia de calor y sobre la viscosidad pre-

sente en el interior de la onda de choque. Los efectos de cambio de área (ΔA) en el ducto o tobera pueden ser despreciados. Sin embargo es fácilmente determinable la variación o cambio neto en las propiedades del fluido a través de la discontinuidad.

La onda de choque se presenta en régimen supersónico, haciendo cambiar el flujo a subsónico.

4.2. ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA EL CHOQUE NORMAL

Supongamos un volumen de control como el mostrado en la figura 4.1, incluyendo en su interior el choque normal y una pequeña cantidad de fluido a uno y otro lado de tal discontinuidad. Llamemos a las zonas corriente arriba y corriente abajo de la discontinuidad como x y y .

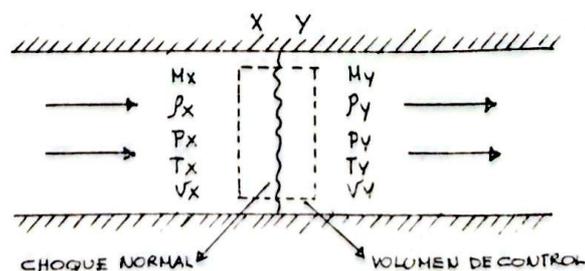


FIGURA 4.1.- Volumen de control alrededor de una discontinuidad normal.

Puesto que en un choque normal no se produce transferencia de calor (es esencialmente adiabático) y como no se produ

ce ningún trabajo exterior, la ecuación de energía puede ser escrita en la siguiente forma:

$$h_x + \frac{v_x^2}{2} = h_{ox} = h_y + \frac{v_y^2}{2} = h_{oy} = h_o \quad (4.1)$$

donde h_o es la entalpía de estancamiento a ambos lados de la discontinuidad.

El área de flujo debe ser la misma a ambos lados del choque ($A_x = A_y$), luego de la ecuación de continuidad tenemos:

$$\frac{w}{A} = \rho_x v_x = \rho_y v_y = \text{cte.} \quad (4.2)$$

Considerando el teorema de los momentos para el flujo a través del choque tenemos:

$$p_x - p_y = \frac{w}{A} (v_y - v_x) \quad (4.3)$$

Combinando la ecuación 4.2 y 4.3 obtenemos:

$$p_x + \rho_x v_x^2 = p_y + \rho_y v_y^2 \quad (4.4)$$

Las ecuaciones fundamentales 4.1, 4.2, y 4.3, están expresadas en términos de cuatro variables p , v , ρ y T . Luego se necesita una relación adicional para determinar las propiedades del fluido en un lado de la discontinuidad en función del otro lado. Esta relación es la ecuación de estado

la cual permite la obtención de soluciones exactas y que puede ser escrita como:

$$h = h(s, \rho) \quad (4.5a)$$

$$s = s(p, \rho) \quad (4.5b)$$

4.3. ECUACIONES DEL CHOQUE NORMAL PARA UN GAS PERFECTO

Para el caso especial de un gas perfecto, podemos escribir la ecuación de energía en términos de la temperatura como:

$$c_p T_x + \frac{v_x^2}{2} = c_p T_{0x} = c_p T_y + \frac{v_y^2}{2} = c_p T_{0y} = c_p T_0 \quad (4.6a)$$

$$y \quad T_{0x} = T_{0y} \quad (4.6b)$$

Los estados x y y tienen el mismo valor adiabático de T^* y el mismo valor adiabático de c^* y c_0 . Empleando la relación adiabática entre T_0 , T y M , tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{\frac{T_{0x}}{T_x} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2\right)}{\frac{T_{0y}}{T_y} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_y^2\right)} = \frac{T_{0x}}{T_{0y}} \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_y^2} \quad (4.7)$$

Por continuidad y la relación para gases perfectos $p = \rho RT$ tenemos:

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{p_y \rho_x}{p_x \rho_y} = \frac{p_y}{p_x} \frac{v_y}{v_x}$$

Introduciendo el concepto de M y la fórmula de velocidad del sonido en un gas perfecto. La ecuación es cambiada a:

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{p_y M_y c_y}{p_x M_x c_x} = \frac{p_y M_y}{p_x M_x} \sqrt{\frac{T_y}{T_x}}$$

Ecuación de la cual encontramos lo siguiente:

$$\frac{T_y}{T_x} = \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2 \left(\frac{M_y}{M_x}\right)^2 \quad (4.8)$$

Combinando la ecuación (4.7) y (4.8) envolviendo la ecuación de continuidad, encontramos en términos de p y M , la ecuación de la línea de Fanno.

$$\frac{p_y}{p_x} = \frac{M_x}{M_y} \frac{\sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2}}{\sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_y^2}} \quad (4.9)$$

Para encontrar la ecuación de la línea de Rayleigh en términos de p y M . Usamos la relación de momentos y continuidad combinadas $p_x + \rho x v_x^2 = p_y + \rho y v_y^2$, además de $\rho v^2 = k p M^2$ para un gas perfecto:

$$\frac{p_y}{p_x} = \frac{1 + k M_x^2}{1 + k M_y^2} \quad (4.10)$$

Para obtener una relación entre M_y y M_x procedemos a eliminar $\frac{p_y}{p_x}$ de las ecuaciones 4.9 y 4.10 y tenemos:

$$\frac{M_x \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2}}{M_y \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_y^2}} = \frac{1 + k M_x^2}{1 + k M_y^2} \quad (4.11)$$

Elevando al cuadrado y después de algunos arreglos algebraicos encontramos para M_y dos soluciones:

$$M_y = M_x \quad (4.12a)$$

$$M_y^2 = \frac{M_x^2 + \frac{2}{k-1}}{\frac{2k}{k-1} M_x^2 - 1} \quad (4.12b)$$

La primera de estas dos soluciones es trivial, ya que tiene condiciones idénticas en las secciones x y y . La segunda ecuación indica la relación que existe entre los números de

Mach de los dos lados del choque independientemente de la variación de las otras propiedades del fluido.

Ahora escribiremos la relación de Prandtl (o relación Meyer)

$$v_x v_y = c^{*2} \quad (4.13)$$

teniendo presente que c^* es la velocidad acústica correspondiente a un estado en el cual el fluido se mueve con una velocidad sónica, es obvio que si v_x es mayor que c^* entonces v_y debe ser menor que esta última. Evidentemente $v_x = v_y = c^*$ es una solución matemáticamente válida, pero es trivial ya que en este caso no existe discontinuidad (obsérvese la figura 4.2).

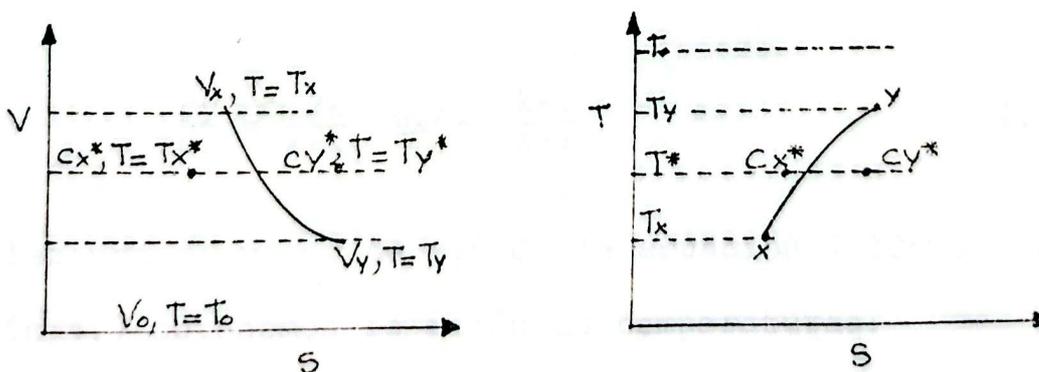


FIG. 4.2.- Cambios en la velocidad y en la temperatura a través de la discontinuidad normal.

De la relación entre M_x^* y M_y^* sustituyendo M_y y M_x en

$$M^2 = \frac{\frac{2}{k+1} M^{*2}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M^{*2}} \quad \text{tenemos también otra forma de la relación}$$

de Prandtl:

$$M_x^* M_y^* = 1 \quad (4.14)$$

Podemos decir que M_x^* es menor o mayor que uno, cuando y solamente cuando M_x es menor o mayor que la unidad. Igual podemos decir de M_y^* y M_y , debido a esto es que los cambios a través de un choque normal deben ser de supersónico a subsónico, ya que la posibilidad inversa queda descartada por la segunda ley de la termodinámica.

Para hallar la relación de presiones antes y después del choque reemplazamos la ecuación 4.12b) en la 4.10 para obtener:

$$\frac{p_y}{p_x} = \frac{2k}{k+1} M_x^2 - \frac{k-1}{k+1} \quad (4.15)$$

Reemplazando el valor de M_y^2 de la ecuación 4.12b) en la ecuación 4.7 obtenemos la razón de temperaturas:

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2\right) \left(\frac{2k}{k-1} M_x^2 - 1\right)}{\frac{(k+1)^2}{2(k-1)} M_x^2} \quad (4.16)$$

La razón de densidades puede ser hallada en términos de Mx de la ecuación (4.15) y (4.16) y la ley de los gases perfectos:

$$\frac{\rho_y}{\rho_x} = \left(\frac{p_y}{p_x} \right) \left(\frac{T_x}{T_y} \right) \quad (4.17)$$

La razón de presiones de estancamiento es un índice de la irreversibilidad en el choque. Puede ser hallada valiéndose del siguiente artificio:

$$\frac{p_{0y}}{p_{0x}} = \frac{p_{0y}}{p_y} \frac{p_y}{p_x} \frac{p_x}{p_{0x}}$$

El valor de p_y/p_x es dado en la ecuación (4.15) y $\frac{p_{0y}}{p_y}$ y $\frac{p_x}{p_{0x}}$ pueden ser encontrados de la ecuación (2.30a). Empleando la relación (4.12b) para el valor de M_y , después de algunos arreglos tenemos:

$$\frac{p_{0y}}{p_{0x}} = \left(\frac{\frac{k+1}{2} M_x^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2} \right)^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{\frac{2k}{k+1} M_x^2 - \frac{k-1}{k+1}}{\frac{2k}{k+1} M_x^2 - \frac{k-1}{k+1}} \right)^{\frac{1}{1-k}} \quad (4.18)$$

Para evaluar el cambio de entropía a través de la discontinuidad, usaremos la ecuación de los gases perfectos combinada con la expresión termodinámica para el cambio de entropía:

$$s_y - s_x = c_p \ln \frac{T_y}{T_x} - R \ln \frac{p_y}{p_x} = c_p \ln \frac{T_y/T_x}{(p_y/p_x)^{\frac{k-1}{k}}} \quad (4.19)$$

Como sabemos que $\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2$ y $\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$, podemos tener una relación del cambio de entropía en función de las temperaturas de estancamiento y las presiones de estancamiento isoentrópicas:

$$s_y - s_x = c_p \ln \frac{T_{0y}/T_{0x}}{\left(p_{0y}/p_{0x}\right)^{\frac{k-1}{k}}} \quad (4.20)$$

Para el presente caso tenemos que $T_{0y} = T_{0x}$ de tal forma que:

$$\frac{s_y - s_x}{R} = - \ln \frac{p_{0y}}{p_{0x}}$$

Reemplazando el valor de p_{0y}/p_{0x} de la ecuación 4.18 tenemos:

$$\frac{s_y - s_x}{R} = \frac{k}{k-1} \ln \left[\frac{2}{(k+1)M^2} + \frac{k-1}{k+1} \right] + \frac{1}{k-1} \ln \left[\frac{2k}{k+1} M^2 - \frac{k-1}{k+1} \right] \quad (4.21)$$

4.4. TABLAS PARA EL CHOQUE NORMAL

Es conveniente tener tabuladas las relaciones que rigen el choque normal en lugar de resolver el sistema de ecuaciones para cada caso dado.

Los estados x y y en la figura 4.3, los cuales tienen el mismo flujo por unidad de área, la misma temperatura de estancamiento y el mismo impulso, representan el estado inicial y final del choque normal.

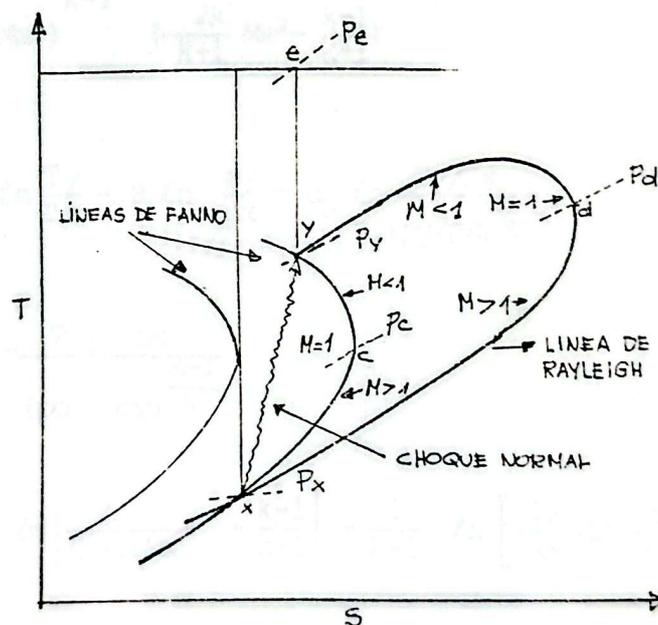


FIG. 4.3.- Choque normal en un plano T-s

Las siguientes ecuaciones rigen para el choque normal:

$$T_{0x} = T_{0y}$$

$$My^2 = \frac{Mx^2 + \frac{2}{k-1}}{\frac{2k}{k-1} Mx^2 - 1}$$

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} Mx^2\right) \left(\frac{2k}{k-1} Mx^2 - 1\right)}{\frac{(k+1)^2}{2(k-1)} Mx^2}$$

$$\frac{\rho_y}{\rho_x} = \frac{p_y}{p_x} \frac{T_x}{T_y}$$

$$\frac{p_y}{p_x} = \frac{2k}{k+1} Mx^2 - \frac{k-1}{k+1}$$

$$\frac{p_{oy}}{p_{ox}} = \left[\frac{\frac{k+1}{2} Mx^2}{1 + \frac{k-1}{2} Mx^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \left[\frac{\frac{2k}{k+1} Mx^2 - \frac{k-1}{k+1}}{\frac{2k}{k+1} Mx^2 - \frac{k-1}{k+1}} \right]^{\frac{1}{1-k}}$$

$$\frac{p_{oy}}{p_x} = \left(\frac{k+1}{2} Mx^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{2k}{k+1} Mx^2 - \frac{k-1}{k+1} \right)^{\frac{1}{1-k}} \quad (4.22)$$

$$s_y - s_x = c_p \ln \frac{T_y}{T_x} - R \ln \frac{p_y}{p_x} = c_p \ln \frac{T_y/T_x}{(p_y/p_x)^{\frac{k-1}{k}}}$$

$$s_y - s_x = c_p \ln \frac{T_{oy}/T_{ox}}{(p_{oy}/p_{ox})^{\frac{k-1}{k}}}$$

$$\frac{s_y - s_x}{R} = \frac{k}{k-1} \ln \left[\frac{2}{(k+1) Mx^2} + \frac{k-1}{k+1} \right] + \frac{1}{k-1} \ln \left[\frac{2k}{k+1} Mx^2 - \frac{k-1}{k+1} \right]$$

Estos valores tabulados pueden ser vistos en las tablas de Keenan and Kaye para números de Mach que varían entre 0 y 10 y para valores de k de 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 y 1.67.

4.5. IMPOSIBILIDAD DE CHOQUE DE FLUJO SUBSONICO A SUPERSONICO.

La ecuación de continuidad y la ecuación de energía - cuando se combinan dan una ecuación, que cuando es graficada en el diagrama $h-s$, es la línea de Fanno. En forma similar cuando se combinan la ecuación de continuidad con la ecuación de momentos nos da una ecuación la cual graficada en el plano $h-s$ es la línea de Rayleigh. La figura 4.4 nos muestra a las líneas de Fanno con la línea de Rayleigh pasando por el mismo punto x . Puesto que el choque normal debe satisfacer las ecuaciones de continuidad, de energía y de momentos, el estado final de la discontinuidad normal debe ser el punto y , de intersección en la parte de arriba de las líneas de Fanno y Rayleigh. Puesto que solo hay dos puntos de intersección de las curvas, x y y , estos dos estados satisfacen todas las condiciones y los demás no se permiten. Se observa también que los estados permisibles tienen diferencias finitas en sus propiedades.

Es una verdad, que para todos los fluidos investigados el punto y se encuentra siempre a la derecha del punto x . De acuerdo a la segunda ley de la termodinámica, la

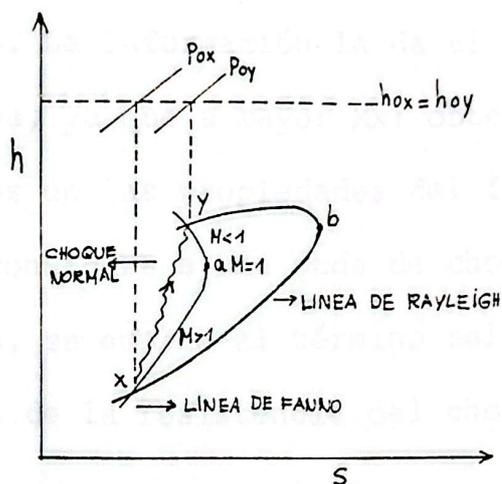


FIG. 4.4.- Gráfico de la línea de Fanno con la línea de Rayleigh en Diagrama h-s

entropía no puede decrecer durante un cambio adiabático. Luego solo es posible un cambio de x a y. En otras palabras la discontinuidad normal siempre implicará un cambio de velocidad supersónica a subsónica con un consecuente aumento de presión, y nunca el reverso; ya que si tratamos de cambiar la velocidad de subsónica a supersónica es decir ir del punto y al punto x, la entropía estaría disminuyendo y estaríamos violando la segunda ley de la termodinámica.

4.6. INTENSIDAD DE CHOQUE

Para medir la resistencia al choque podemos emplear varios parámetros. La información la da el número de Mach corriente arriba, ya que a mayor M_x ; obtendremos mayores discontinuidades en las propiedades del fluido. Como generalmente se considera a una onda de choque, como una onda de presión, se emplea el término salto de presión como una medida de la resistencia del choque.

Podemos definir la resistencia al choque de una onda como la razón de la presión incrementada con respecto a la presión inicial.

$$P = \frac{p_y - p_x}{p_x} = \frac{p_y}{p_x} - 1 \quad (4.23)$$

De la ecuación:

$$\frac{p_y}{p_x} = \frac{2k}{k+1} M_x^2 - \frac{k-1}{k+1} ; \text{ obtenemos:}$$

$$P = \frac{2k}{k+1} (M_x^2 - 1) \quad (4.24)$$

De la relación de Rankine-Hugoniot en una de sus varias

formas: $\frac{p_y}{p_x} = \frac{\left(\frac{k+1}{k-1}\right) \frac{\rho_y}{\rho_x} - 1}{\frac{k+1}{k-1} - \frac{\rho_y}{\rho_x}}$, obtenemos:

$$p = \frac{\frac{2k}{k-1} \left(\frac{\rho y}{\rho x} - 1 \right)}{\frac{2}{k-1} - \left(\frac{\rho y}{\rho x} - 1 \right)} \quad (4.25)$$

El término $(Mx^2 - 1)$ que es directamente proporcional a la resistencia al choque, aparece en la ecuación (4.24). Si el choque es relativamente débil la ecuación 4.25 nos muestra a la razón de densidades aumentando con respecto a la densidad inicial,

$$\left(\frac{\rho y}{\rho x} - 1 \right)$$

que también es aproximadamente proporcional a la resistencia al choque. De aquí que $(Mx^2 - 1)$ y el porcentaje de aumento de densidad pueden ser seleccionados como alternativa de medida de la resistencia al choque.

Podemos observar además en la ecuación (4.24) que si la resistencia al choque se aproxima a cero, Mx se aproxima a 1. Por lo tanto un choque de resistencia infinitesimal es idéntico a una onda de sonido, en otras palabras un disturbio muy débil se propaga con la velocidad del sonido a través del fluido.

4.7. CHOQUES EN UNA TOBERA CONVERGENTE-DIVERGENTE

Consideremos una experiencia en la cual un flujo desde un tanque que está a P_0 y T_0 pasa a través de una tobera convergente-divergente a un espacio donde la presión puede bajar en forma gradual para de esta manera poder estudiar el patrón de flujo con diferentes relaciones de presión. Veamos la figura 4.5.

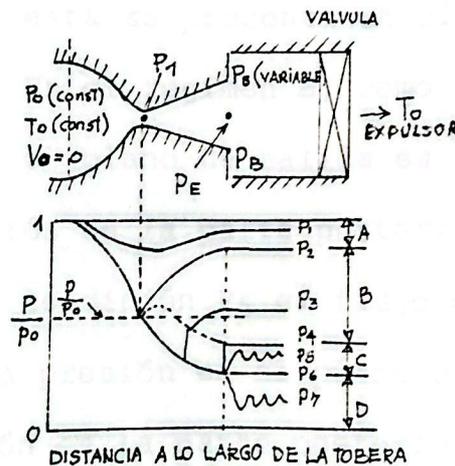


FIG. 4.5.- Operación de una tobera convergente-divergente con diferentes relaciones de presión.

Inicialmente las presiones P_E y P_0 son iguales y no hay flujo. Como la presión P_E es reducida al valor P_1 el flujo se inicia. Son posibles cuatro regímenes. En el regimen A el flujo es completamente subsónico y el pasaje se comporta en forma similar a un venturi.

A la condición P_2 , que es el límite entre los regíme-

nes A y B, tenemos que en la garganta $M = 1$.

En el regimen B vemos que un choque normal se presenta corriente abajo de la garganta y la sección divergente de la tobera es dividida en partes supersónicas y subsónicas.

Cuando la presión de atrás es bajada el choque se desplaza hacia abajo de la tobera, hasta que la condición P_4 es alcanzada, esta se presenta en el plano de salida de la tobera. En el regimen B, como en el regimen A; la presión P_E en el plano de salida es prácticamente igual con la presión de la parte posterior P_B . En el regimen C, como la condición P_5 el flujo en la tobera es supersónico, y la presión en el plano de salida es menor que la presión en la parte posterior. A la salida de la tobera se presenta una compresión la cual comprende ondas de choque oblicuas las cuales no pueden ser estudiadas en el plano unidimensional. Llamamos condición de diseño para la tobera bajo condiciones supersónicas a la condición P_6 , ya que la presión de salida es exactamente igual a la presión de la parte posterior.

En el regimen D la expansión de la presión del plano de salida a la presión posterior se presenta afuera de la

tobera en la forma de ondas de expansión oblicuas las cuales tampoco pueden ser tratadas por el análisis unidimensional.

En los dos regimenes el C y el D, el modelo de flujo dentro de la tobera, no depende de la presión de la parte posterior y corresponde al modelo de flujo para las condiciones de diseño.

Para flujo subsónico existe un número infinito de posibles curvas presión-distancia. Para establecer las diferencias existentes vemos que en flujo subsónico la razón de las presiones no depende solamente de la razón de áreas, en cambio en flujo supersónico la razón de presiones depende solamente de la razón de áreas.

La velocidad del flujo de masa es una función de la relación de presiones solamente para el caso de que P_2/P_0 sea mayor que P_2/P_0 . Para otras relaciones de presión el flujo de masa no depende de la presión y puede ser computado a partir de las condiciones de la garganta donde M es igual a la unidad.

CAPITULO V

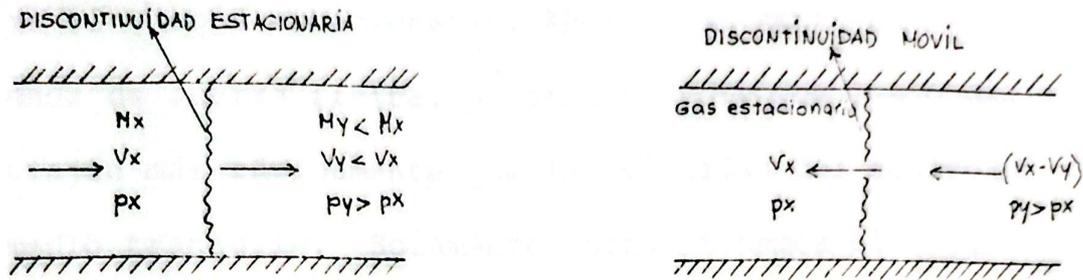
MOVIMIENTO Y CHOQUE DE ONDAS OBLICUAS

5.1. PROPAGACION DE LAS ONDAS DE CHOQUE NORMAL

No es necesario para todos los choques estar estacionarios respecto a discontinuidades normales, para que existan condiciones de equilibrio en flujos reales.

En muchas situaciones reales tales como las ondas de explosión de la bomba V1, nos hallamos con ondas de compresión que no son estacionarias. En muchos casos el choque de onda viaja a velocidad constante y esta situación puede reducirse a choque estacionario si usamos un sistema de coordenadas móvil, relativo al cual el choque esté en reposo.

Podemos mostrar el caso en que las relaciones de choque estacionario se apliquen a un choque en movimiento si consideramos una discontinuidad en movimiento, la cual haya sido originada por la explosión de un gas en reposo (ver figura 5.1.b). Si colocamos en el modelo de la figura 5.1.b), una velocidad uniforme hacia la derecha, obtendremos el choque estacionario mostrado en la figura 5.1.a).



a) Gas fluyendo a través de la discontinuidad estacionaria.

b) Discontinuidad moviéndose en un gas estacionario.

FIG. 5.1.- Transformación del sistema de coordenadas

En la figura 5.1.a) el gas se acerca a la discontinuidad con una presión p_x , una velocidad v_x y un $M_x > 1$. Esto deja al choque con una presión más alta, una velocidad más baja y un $M_y < 1$. Para el caso de la discontinuidad en movimiento el gas sobre el cual el choque ha pasado esta a una presión más alta que el gas tranquilo y además viaja hacia la izquierda con una velocidad $v_x - v_y$ y como esta es menor que la velocidad del choque v_x una partícula de gas a alta presión cae más lejos y atrás de la discontinuidad frontal.

Luego nosotros podemos decir que el número de Mach de la onda de choque en movimiento es la razón de la velo

cidad de la onda, a la velocidad acústica en el gas estacionario. Esta razón es igual al valor de M_x para el choque estacionario. Ahora como $M_x > 1$ en una onda de fuerza finita, podemos deducir que las ondas viajan más rápidamente que la velocidad del sonido en medio tranquilo. Solamente cuando tenemos el caso de una onda de fuerza infinitesimal, la onda se propaga con velocidad acústica. Con el fin de lograr relaciones que puedan ser aplicadas a cantidades vistas por el observador en reposo con respecto al gas a baja presión, todas las cantidades que contienen a la velocidad tienen que ser variadas de acuerdo al cambio con el sistema de coordenadas. Si denominamos con primas estas cantidades medidas por un observador que está en reposo con respecto al gas hacia el cual el choque se mueve. Luego nosotros podemos escribir:

$$T_x' = T_x; \quad T_y' = T_y \quad (5.1a, 5.1b)$$

$$p_x' = p_x; \quad p_y' = p_y \quad (5.2a, 5.2b)$$

$$M_x = \frac{v_x}{c_x}; \quad M_x' = 0 \quad (5.3a, 5.3b)$$

$$M_y = \frac{v_y}{c_y}; \quad M_y' = \frac{v_x - v_y}{c_y} = \frac{c_x}{c_y} M_x - M_y \quad (5.4a, 5.4b)$$

$$T_{ox} = T_x \left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2\right); \quad T_{ox}' = T_x \quad (5.5a, 5.5b)$$

$$T_{oy} = T_y \left(1 + \frac{k-1}{2} M_y^2\right) ; \quad T_{oy}' = T_y \left|1 + \frac{k-1}{2} (M_y')^2\right| \quad (5.6a, 5.6b)$$

$$p_{ox} = p_x \left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2\right)^{\frac{k}{k-1}} ; \quad p_{ox}' = p_x \quad (5.7a, 5.7b)$$

$$p_{oy} = p_y \left(1 + \frac{k-1}{2} M_y^2\right)^{\frac{k}{k-1}} ; \quad p_{oy}' = p_y \left|1 + \frac{k-1}{2} (M_y')^2\right|^{\frac{k}{k-1}} \quad (5.8a, 5.8b)$$

Además vemos que el cambio de temperatura de estancamiento se debe al movimiento del observador como se muestra en las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} \Delta T_o &= T_{oy} - T_{ox} \\ &= T_y - T_x + \frac{v_y^2 - v_x^2}{2 c_p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta T_o' &= T_{oy}' - T_{ox}' \\ &= T_y - T_x + \frac{(v_x - v_y)^2}{2 c_p} \end{aligned} \quad (5.9a, 5.9b)$$

y puesto que $\Delta T_o = 0$, podemos decir que:

$$\Delta T_o' = \frac{v_x(v_x - v_y)}{c_p} \quad (5.10)$$

5.2. CHOQUES OBLICUOS

Puesto que el choque de onda oblicuo está asociado con un cambio de dirección de flujo, el plano de flujo del choque oblicuo es bidimensional.

Se puede visualizar claramente los fenómenos de las ondas estacionarias con choque oblicuo considerando un sistema de coordenadas en movimiento. El sistema debe estar moviéndose en una dirección paralela al frente de choque con una velocidad v .

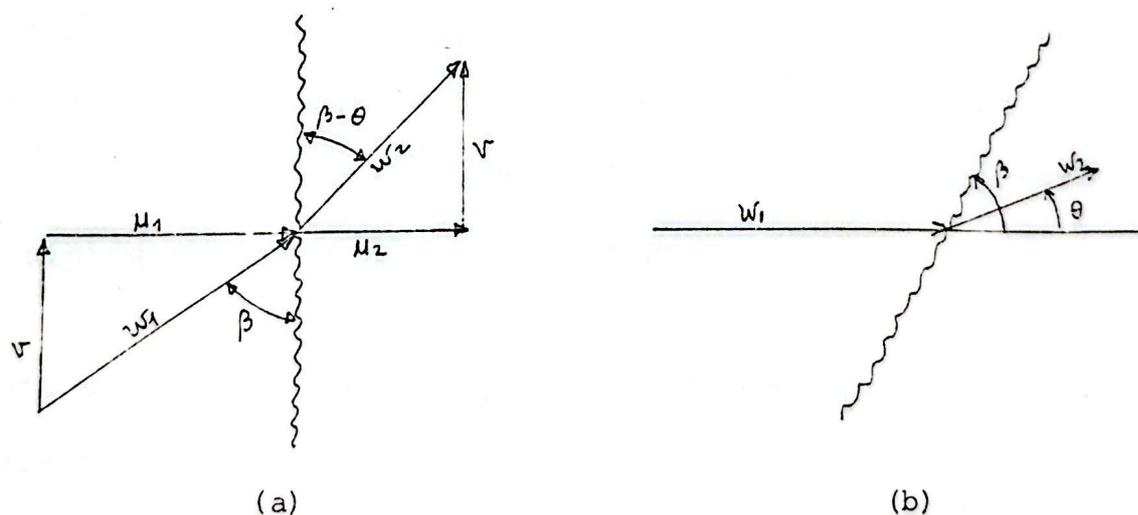


FIG. 5.2.- Flujo a través de una onda de choque oblicua.
a) Componentes de la velocidad. b) Nomenclatura convencional.

La velocidad resultante delante del choque puede ser regulada a cualquier dirección, regulando la magnitud y dirección de v , si ponemos a v paralela al choque de onda como se ve en la figura 5.2a) la velocidad resultante delante del choque será $w_1 = (v^2 + \mu_1^2)^{1/2}$ y su inclinación con el choque es de $\beta = \text{Arc tan}^{-1} \frac{\mu_1}{v}$. El ángulo que el vector w_2 de la velocidad resultante forma con el choque debe ser distinto de la inclinación β del choque, ya que μ_2 es diferente de μ_1 . Esto es, el flujo debe ser bruscamente girado en el choque y este giro es el ángulo de deflexión θ definido en la figura 5.2b). Como μ_2 debe ser siempre menor que μ_1 , el ángulo de inclinación formado con el choque por el fluido que le sigue, debe ser menor que la inclinación inicial β . Así el flujo siempre gira hacia el choque. En la figura 5.2b), el flujo de 5.2a) ha sido rotado de tal manera que la dirección inicial del flujo está dirigida en forma más conveniente.

Para un choque normal el flujo debe ser supersónico a delante del choque y subsónico detrás de él. En la figura 5.2a) esto se indica por $\mu_1 > c_1$ y $\mu_2 < c_2$. Notamos además que w_2 puede ser velocidad subsónica o supersónica dependiendo de la magnitud de v . Si v es pequeña el ángulo β se acerca a 90° y el flujo posterior al cho

que es consecuentemente subsónico. En cambio una γ grande expresa que β es relativamente pequeño y pasando el choque el flujo puede seguir siendo supersónico.

Podemos ahora calcular fácilmente la relación para los estados antes y después del choque ya que la superposición de la velocidad uniforme v no afecta los parámetros estáticos que han sido definidos para el choque normal. La única variación es la del número de Mach que ahora es $M_1 = \frac{w_1}{c_1}$ y como $\mu_1 = w_1 \text{Sen } \beta$, luego

$$\frac{\mu_1}{c_1} = M_1 \text{ Sen } \beta$$

Las relaciones para choque oblicuo se consiguen reemplazando el valor de $\frac{\mu_1}{c_1}$ por $M_1 \text{ Sen } \beta$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{(k+1)M_1^2 \text{ Sen}^2 \beta}{(k-1)M_1^2 \text{ Sen}^2 \beta + 2} \quad (5.11)$$

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{2k}{k+1} (M_1^2 \text{ Sen}^2 \beta - 1) \quad (5.12)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{c_2^2}{c_1^2} = 1 + \frac{2(k-1)M_1^2 \text{ Sen}^2 \beta - 1}{(k+1)^2 M_1^2 \text{ Sen}^2 \beta} (kM_1^2 \text{ Sen}^2 \beta + 1) \quad (5.13)$$

$$\frac{s_2 - s_1}{R} = \ln \left[1 + \frac{2k}{k+1} (M_1^2 \text{Sen}^2 \beta - 1) \right]^{1/k-1}$$

$$\times \left[\frac{(k+1)M_1^2 \text{Sen}^2 \beta}{(k-1)M^2 \text{Sen}^2 \beta + 2} \right]^{-k/k-1} = \ln \frac{p_{o1}}{p_{o2}} \quad (5.14)$$

En otros términos, la razón de las variables termodinámicas estáticas se deben solamente a la componente normal de la velocidad. Se observa que una onda de choque normal puede existir solamente cuando $M_1 \text{Sen} \beta \geq 1$ (esta componente debe ser supersónica). En el límite si el choque es débil y despreciable, tenemos el mínimo $M_1 \text{Sen} \beta = 1$. En el otro extremo, si β llega a ser de una magnitud tan grande como $\frac{\pi}{2}$, entonces el choque no es oblicuo, sino normal. Por lo tanto el rango de ángulos posibles será:

$$\text{Sen}^{-1} \frac{1}{M} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$$

Para cada ángulo β , hay una deflexión θ , la relación entre los dos se puede encontrar de la siguiente manera.

El número de Mach después del choque es $M_2 = \frac{w_2}{c_2}$ y de la figura 5.2a) ya que $\frac{u_2}{c_2} = M_2 \text{Sen} (\beta - \theta)$, reemplazando este valor en la relación correspondiente tenemos:

$$M_2^2 \operatorname{Sen}^2(\beta - \theta) = \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \operatorname{Sen}^2 \beta}{k M_1^2 \operatorname{Sen}^2 \beta - \frac{k-1}{2}} \quad (5.15)$$

Las tablas de choque normal pueden emplearse considerando $M_1 \operatorname{Sen} \beta$ como M_x en las tablas. Luego $\frac{p_y}{p_x}$, $\frac{\rho_y}{\rho_x}$, $\frac{T_y}{T_x}$ etc. de la tabla son respectivamente los valores de $\frac{p_2}{p_1}$, $\frac{\rho_2}{\rho_1}$, $\frac{T_2}{T_1}$, etc. para un choque oblicuo con número de Mach M_1 y ángulo de choque β .

Podemos demostrar también que $M_y = M_2 \operatorname{Sen}(\beta - \theta)$.

5.3. ANGULO DE DEFLEXION

(Fórmulas y relaciones para el caso de cuñas bidimensionales)

Sabemos de antemano y por la figura 5.2a) que:

$$\operatorname{Tan} \beta = \frac{\mu_1}{v}$$

$$\operatorname{Tan}(\beta - \theta) = \frac{\mu_2}{v}$$

Estableciendo el cociente de las dos relaciones anteriores tenemos que:

$$\frac{\operatorname{Tan}(\beta - \theta)}{\operatorname{Tan} \beta} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{(k-1)M_1^2 \operatorname{Sen}^2 \beta + 2}{(k+1)M_1^2 \operatorname{Sen}^2 \beta} \quad (5.16)$$

La ecuación anterior que es una relación entre β y θ

puede ser resuelta para θ usando la relación trigonométrica de la tangente de la diferencia de dos ángulos y después de ciertos arreglos algebraicos tenemos:

$$\theta = \text{Arc Tan} \left| 2 \cot \beta \frac{M_1^2 \text{Sen}^2 \beta - 1}{M_1^2 (k + \text{Cos } 2\beta) + 2} \right| \quad (5.17)$$

Para los límites definidos anteriormente $\beta = \frac{\pi}{2}$ y $\beta = \text{Arc Sen } \frac{1}{M_1}$, la expresión (5.17) se convierte en cero. Dentro del rango anterior el valor de θ es positivo y tiene un valor máximo. Esto es apreciado en la figura 5.3 en la cual la relación entre β y θ se ha graficado para varios valores de M_1 . Para cada valor de M_1 hay un valor de θ máximo. Para cada valor de θ y M hay dos soluciones posibles teniendo diferente valor de β en el caso de que $\theta < \theta \text{ Máx.}$ El valor más grande de β produce el choque más fuerte en la figura 5.3 las soluciones de choques fuertes están señaladas por líneas punteadas.

Los choques oblicuos con grandes ángulos de inclinación son choques mas fuertes que aquellos con ángulos más pequeños. Los choques fuertes son en general aquellos que corresponden a valores de M_2 menores que uno, y los débiles son los que tienen un M_2 mayor que la unidad. En otros términos en la solución con choque -

fuerte el flujo se hace subsónico y en la solución con choque débil el flujo se hace supersónico, con excepción de un rango pequeño de valores de θ ligeramente menores que θ máx.

Podemos relacionar β en otra forma, arreglando la ecuación (5.16). Dividiendo el numerador y el denominador del lado derecho por $\frac{1}{2} M_1^2 \text{Sen}^2 \beta$ y luego solucionando para:

$$\frac{1}{M_1^2 \text{Sen}^2 \beta} = \frac{k+1}{2} \frac{\tan(\beta - \theta)}{\tan \beta} - \frac{k-1}{2}$$

Después de la reducción anterior tenemos:

$$M_1^2 \text{Sen}^2 \beta - 1 = \frac{k+1}{2} M_1^2 \frac{\text{Sen} \beta \text{Sen} \theta}{\text{Cos}(\beta - \theta)} \quad (5.18a)$$

Si tenemos el caso de deflexiones pequeñas del ángulo θ , podemos aproximar esto como:

$$M_1^2 \text{Sen}^2 \beta - 1 = \left(\frac{k+1}{2} M_1^2 \tan \beta \right) \cdot \theta \quad (5.18b)$$

Si M_1 tiene un valor muy grande; $\beta \ll 1$, pero $M_1 \beta \gg 1$ y la ecuación (5.18b) queda simplificada a:

$$\beta = \frac{k+1}{2} \theta$$

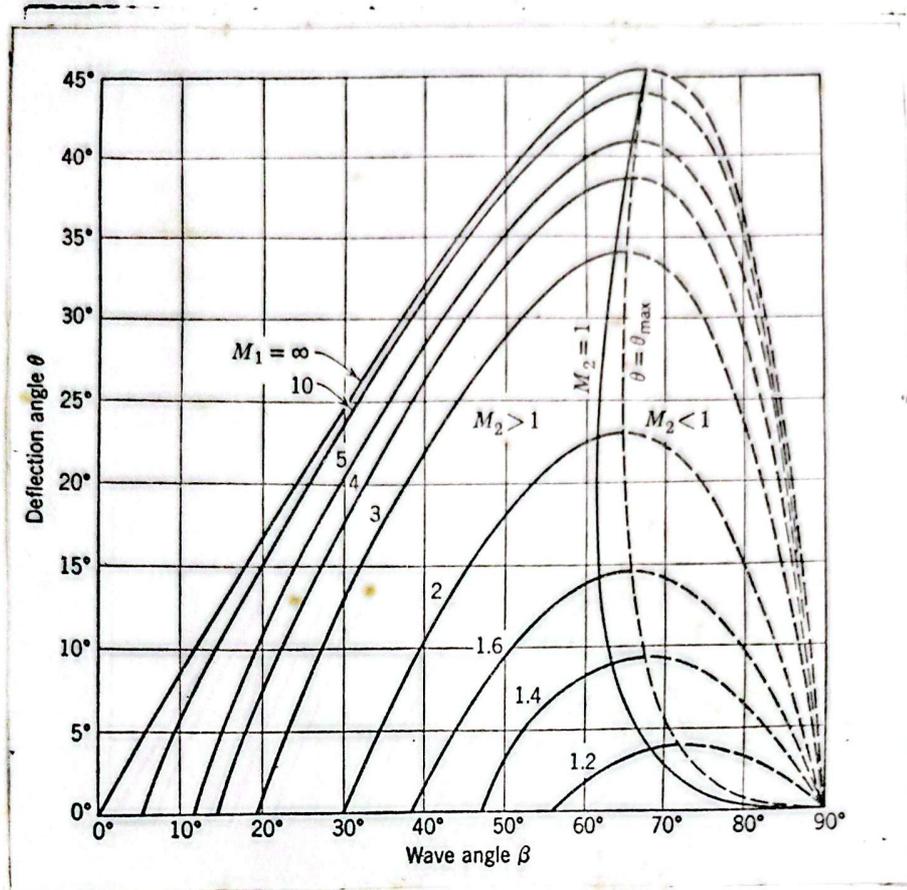


FIG. 5.3.- Solución de choques oblicuos con ángulo de deflexión hasta 45°.

Expliquemos ahora que es lo que determinan β y θ en la práctica (Si $\theta < 45^\circ$). En otros terminos, ¿cómo es que se producen los choques oblicuos? Como ejemplo tenemos el flujo a través de una esquina como se muestra en la figura 5.2b). El mismo patrón de flujo simétrico alrededor de una línea central horizontal puede ser generado por una cuña simétrica como se ve en la figura 5.4. La velocidad w_2 es paralela a la superficie de la cuña que defleca un ángulo θ . De esta manera si M_1 es especificado, β tiene que ser deducido.

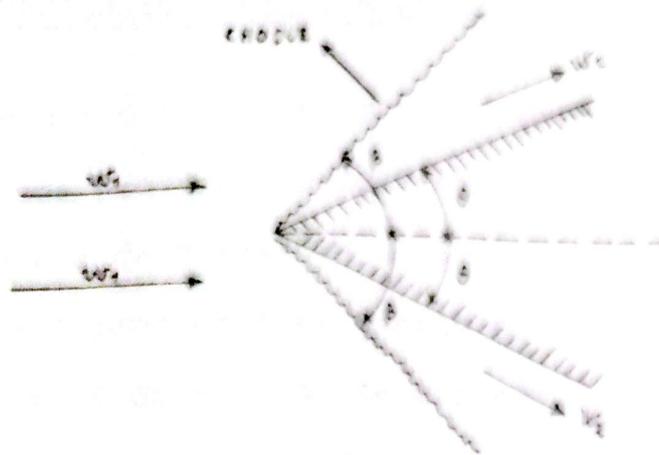


FIG. 5.4.- Choque oblicuo generado por un flujo sobre una cuña simétrica.

Veamos ahora que es lo que sucede si $\theta > 45^\circ$. Cuando es ta situación ocurre no hay una solución simple del choque oblicuo sino que el choque se separa y se curva alrededor de la cuña. La solución es la correspondiente a un choque normal en el vértice y tendremos $M_2 < 1$ como se puede observar en la figura 5.5. Además si el modelo es romo o redondo el choque será siempre separado ya que $\theta = 90^\circ$ en el frente.

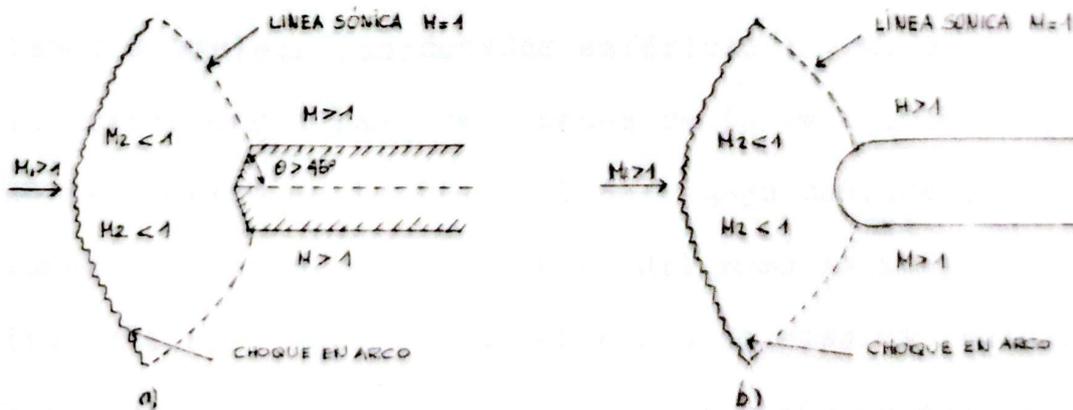


FIG. 5.5.- Choque separado a) Cuña, b) ROLLO.

COMPARACION DE CONOS CON CUÑAS:

Comparados con las cuñas bidimensionales, observamos que los conos producen disturbios menores en el flujo ya que este puede desviarse de un obstáculo parecido a un cono en tres dimensiones en cambio en un obstáculo parecido a una cuña la desviación solo puede ser en dos dimensiones. El aumento de presión de la superficie y el ángulo de la onda de choque son mayores para las cuñas, en el caso de cuñas y conos iguales. De esta manera una cuña de un ángulo dado es un modelo de mayor sensibilidad que un cono para la determinación del número de Mach de la corriente por el aumento de presión o la medición del ángulo de Mach; pero por otra parte podemos usar con un número de Mach dado, a los conos de ángulos mayores que los ángulos de las cuñas.

ECUACIONES FISICAS QUE GOBIERNAN EL FLUJO QUE PASA POR UN

CONO:

Vamos a emplear coordenadas esféricas r y w , a las cuales le corresponden las componentes de la velocidad v_r y v_w como se muestra en la figura 5.6a) luego consideramos un volumen de control de forma toroidal como se muestra en la figura 5.6b), por el cual el flujo de masa es indicado. Por continuidad sabemos que el flujo neto de masa es igual

a cero, luego:

$$\frac{\partial}{\partial r} (2\pi \rho v_r r^2 \cdot dw \operatorname{Sen} w) dr + \frac{\partial}{\partial w} (2\pi \rho v_w r dr \operatorname{Sen} w) dw = 0$$

Simplificando la expresión anterior y observando que todas las propiedades de la corriente no dependen de r por tanto $\frac{\partial}{\partial r} = 0$ y $\frac{\partial}{\partial w} = \frac{d}{dw}$; tenemos:

$$2 \rho v_r + \rho v_w \operatorname{Cot} w + \frac{\rho d v_w}{dw} + v_w \frac{d\rho}{dw} = 0 \quad (5.19)$$

Consideremos ahora las componentes de la velocidad que se muestran en la figura 5.6c), empleemos la condición de irrotacionalidad haciendo la circulación alrededor de la capa del volumen de control igual a cero:

$$v_r dr + (v_w + \frac{\partial v_w}{\partial r} dr) (r + dr) dw -$$

$$(v_r + \frac{\partial v_r}{\partial w} dw) dr - v_w r dw = 0$$

Lo cual queda reducido a:

$$v_w = \frac{dv_r}{dw} \quad (5.20)$$

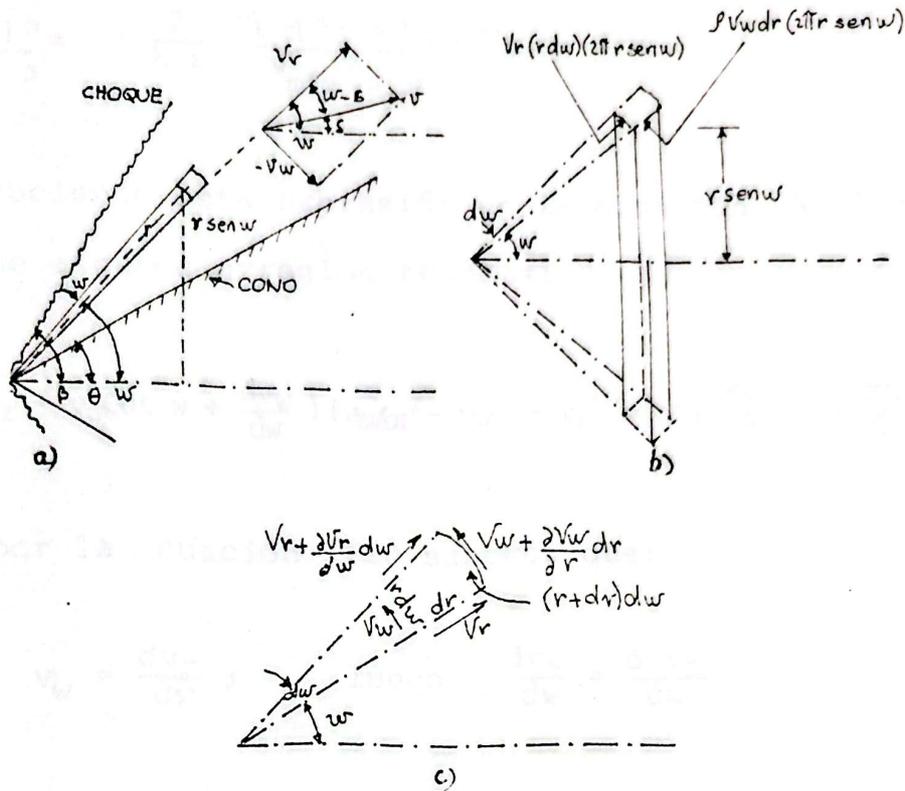


FIG. 5.6.- Análisis de flujo que pasa por un cono:
 a) Nomenclatura, b) Ecuación de continuidad,
 c) Ecuación de Irrotacionalidad.

Planteamos luego estas tres ecuaciones; la velocidad del sonido, la ecuación de Euler y la ecuación de energía las cuales son respectivamente:

$$dp/d\rho = c^2 \quad (5.21)$$

$$dp = -\rho v dv = -\rho (v_r dv_r + v_w dv_w) \quad (5.22)$$

$$c^2 = \frac{k-1}{2} (v_{\max}^2 - v^2) \quad (5.23)$$

Para eliminar la presión combinamos las ecuaciones 5.21, 5.22, y 5.23 para obtener:

$$v_r dv_r + v_w dv_w = - \frac{dp}{\rho} = - \frac{d\rho}{\rho} \frac{dp}{d\rho} = - \frac{c^2 d\rho}{\rho} = - \frac{k-1}{2} (v_{\max}^2 - v^2) \frac{d\rho}{\rho}$$

de donde podemos despejar:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{2}{k-1} \frac{v_r dv_r + v_w dv_w}{v_{\text{máx}}^2 - v^2}$$

Introduciendo esta expresión en la ecuación 5.19 y después de algunos arreglos tenemos:

$$\frac{k-1}{2}(2v_r + v_w \cot w + \frac{dv_w}{dw}) (v_{\text{máx}}^2 - v_w^2 - v_r^2) = (v_r \frac{dv_r}{dw} + v_w \frac{dv_w}{dw}) v_w \quad (5.24)$$

Pero por la ecuación 5.20 sabemos que:

$$v_w = \frac{dv_r}{dw} ; \quad \text{luego} \quad \frac{dv_w}{dw} = \frac{d^2 v_r}{dw^2}$$

Con la expresión anterior vemos que es fácil prescindir de los términos en v_w de la ecuación (5.24). De esta manera nosotros obtenemos una ecuación diferencial ordinaria no lineal de segundo orden para v_r en términos de w .

$$-\frac{d^2 v_r}{dw^2} \left[\frac{k+1}{2} \left(\frac{dv_r}{dw} \right)^2 - \frac{k-1}{2} (v_{\text{máx}}^2 - v_r^2) \right] - \frac{k-1}{2} \left(\frac{dv_r}{dw} \right)^3 \cot w - k v_r \left(\frac{dv_r}{dw} \right)^2 + \frac{k-1}{2} (v_{\text{máx}}^2 - v_r^2) \frac{dv_r}{dw} \cot w + (k-1) v_r (v_{\text{máx}}^2 - v_r^2) = 0 \quad (5.25)$$

La integración de esta ecuación fue hecha por Taylor y Maccoll con el método de la integración numérica.

INTEGRACION NUMERICA DE TAYLOR Y MACCOLL:

La forma general para encontrar la solución de la ecuación 5.25 es mostrada a continuación.

1. Seleccionamos un valor del ángulo del cono ϵ y $(v_r/v_{m\acute{a}x})_s$ correspondiente al número de Mach en la superficie del cono.
2. Empezamos con $w = \epsilon$ en el cual $v_r = (v_r)_s$ y $v_w = 0$
3. Integramos la ecuación (5.25) para pequeños pasos en w , reemplazando la ecuación diferencial por una ecuación de diferencia finita.
4. Una vez hallado el valor de $v_r/v_{m\acute{a}x}$ correspondiente a cada valor de w , podemos por diferenciación hallar el valor de $v_w/v_{m\acute{a}x}$ usando la ecuación 5.20.
5. El último paso es encontrar el ángulo de choque apropiado β y la velocidad de corriente libre $v_1/v_{m\acute{a}x}$, hay un correspondiente ángulo de flujo δ y número de Mach M para cada valor de w durante la integración. Correspondiendo a cada punto de la integración, el número de Mach corriente abajo del choque tiene un ángulo de la onda de choque $\beta = w$ y el ángulo de giro δ es comparado con el número de Mach M de la integración. Cuando este par de números de Mach son parecidos el límite de inte-

gración ha sido extendido y la fuerza correcta del choque ha sido hallada.

6. Puede ser encontrado el número de Mach aproximado M_1 , de las tablas de choque. Las propiedades del flujo en la región de flujo cónico son finalmente anotadas por el empleo de las ecuaciones del choque para el choque, las relaciones isoentrópicas para la región de flujo cónico y los valores de $v_r/v_{m\acute{a}x}$ y $\frac{v_w}{v_{m\acute{a}x}}$ como función de w encontrado por la integración anterior.

5.4. LINEAS DE MACH

La parte de la figura 5.3 que considera M_2 mayor que uno muestra que el decrecimiento del ángulo θ (cuña) concierne a un decrecimiento del ángulo de onda β . Cuando el valor de θ disminuye a cero, β disminuye a un valor límite α (figura 5.7b). El cual es dado de la ecuación 5.18a) por:

$$M_1^2 \text{ Sen}^2 \alpha - 1 = 0 \quad (5.26)$$

El ángulo α es un ángulo característico ligado con el número de Mach M por la relación:

$$\alpha = \text{Sen}^{-1} \frac{1}{M} \text{ y es denominado el ángulo de Mach}$$

Aplicando la condición $\beta = \alpha = \text{Sen}^{-1} \frac{1}{M}$ a las ecuaciones 5.11, 5.12, 5.13 y 5.14 es claro que no existen cambios en la densidad, presión, temperatura y entropía a través de tales choques oblicuos. En otros términos no hay discontinuidad en las propiedades del fluido o en la dirección del flujo y de esto deducimos la no existencia de la onda de choque. En realidad como el ángulo β se acerca a $\text{Sen}^{-1} \frac{1}{M}$, el choque viene a ser cada vez mas leve. Cuando $\beta = \alpha = \text{Sen}^{-1} \frac{1}{M}$ tenemos la condición para un choque infinitamente débil.

Como no hay cambio en cualquiera de las propiedades del fluido, podemos trazar las ondas de choque infinitamente débiles (líneas de Mach) en cualquier punto. La línea de Mach es el lugar geométrico de los disturbios sónicos ya que la fuerza de choque se hace cero y cualquier perturbación infinitesimal o sónica se propaga a lo largo de esta línea. Las líneas de Mach son a menudo útiles en los análisis de un flujo, además son rectas cuando el número de Mach para el flujo es constante y son curvas cuando el número de Mach es variable.

Siempre hay dos líneas que intersectan la línea de corriente con un ángulo α , en un punto en el campo (figura 5.7c). (En flujo tridimensional, las líneas de Mach

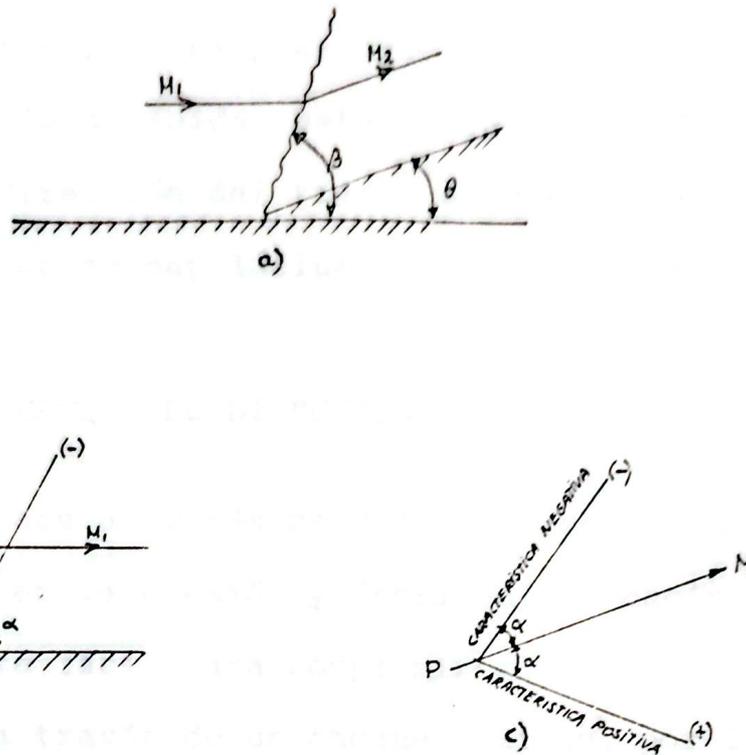


FIG. 5.7.- Comparación de choque oblicuos

- a) Choque oblicuo a deflexión θ b) Degeneración de línea de Mach
con $\theta \rightarrow 0$
c) Características en flujo supersónico.

definen una superficie cónica con vértice en P). De esta manera el flujo supersónico bidimensional está siempre ligado con dos familias de líneas de Mach. Estas son denominadas por los signos (+) y (-) como se indica en la figura 5.7c). Esas con el signo (+) se colocan a la derecha de la línea de corriente y esas con el signo (-) se ubican a la izquierda de la línea de corriente. Estas son denominadas características,

el nombre se origina en la teoría matemática de la ecuación diferencial hiperbólica que describe el flujo. Semejante a las características en el plano x, t , las líneas de Mach tienen una dirección definida, esta es la dirección del flujo, la cual es la dirección del tiempo creciendo ya que en el flujo supersónico no hay influencia hacia atrás.

5. COMPRESION POR CAMBIO DE DIRECCION EN EL FLUJO SUPERSONICO

Un fluido que pase a través de una onda de choque experimenta aumentos en la presión y densidad, es decir es comprimido. Una manera fácil para comprimir el flujo supersónico es girar este a través de un choque oblicuo, por la deflexión de la pared un ángulo θ , como el indicado en la figura 5.8a).

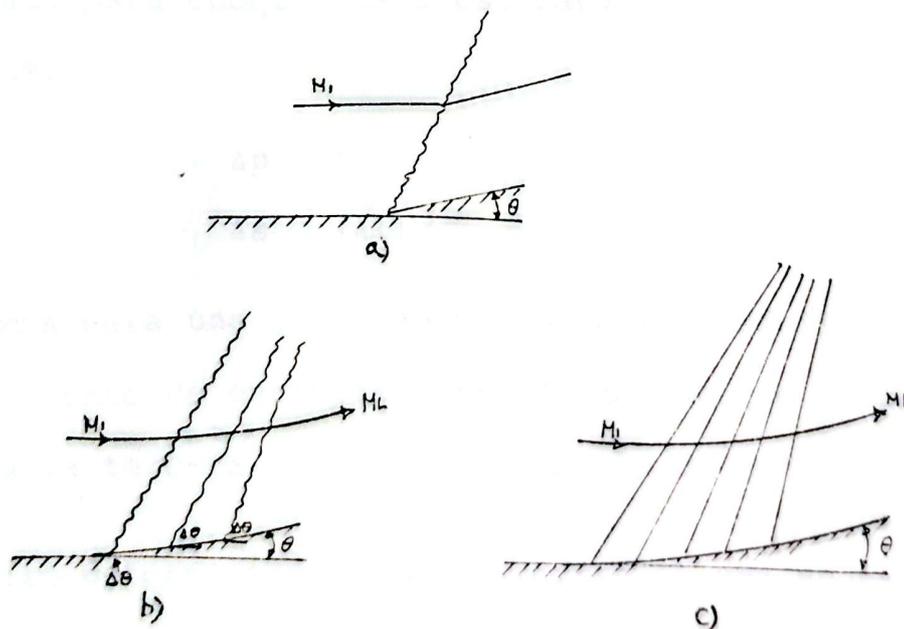


FIGURA 5.8.- Compresión de flujo supersónico por giro de un ángulo θ

- a) Choque de fuerza singular (b) Algunos choques más débiles, cada uno fuerza $\Delta\theta$, c) Compresión continua llana.

Podemos subdividir el giro en varios segmentos los cuales forman esquinas pequeñas de ángulo $\Delta\theta$, como se muestra en la figura 5.8b). La compresión se presenta luego por sucesivos choques oblicuos. Estos choques dividen el campo cercano a la pared en segmentos de flujo uniforme, además afuera deben intersectar cada otro puesto que son convergentes. Sin embargo por el momento solo tomaremos en cuenta el flujo cerca de la pared. En esta zona cada segmento de flujo no tiene ninguna relación con el siguiente, es decir el flujo puede ser fabricado escalón por escalón siguiendo corriente abajo.

Estableciendo una comparación de la compresión en los casos a) y b) de la figura 5.8, podemos emplear la expresión aproximada para choques débiles. Para cada onda en b), tenemos que:

$$\Delta p \sim \Delta \theta$$

$$\Delta s \sim (\Delta \theta)^3$$

Como vemos para una onda de choque oblicua débil tenemos que el aumento de entropía a través del choque es proporcional a la tercera potencia del ángulo de deflexión $\Delta\theta$.

Si un giro determinado puede dividirse en una sucesión de n pequeños giros de tal manera que:

$$\epsilon = n \Delta \epsilon$$

Luego los cambios de entropía y presión se establecen de la siguiente manera:

$$p_L - p_1 \sim n \Delta \theta \sim \theta$$

$$s_L - s_1 \sim n (\Delta \theta)^3 \sim n \Delta \theta (\Delta \theta)^2 \sim \theta (\Delta \theta)^2$$

De esta manera si la compresión es lograda por el empleo de un amplio número de choques débiles, el aumento de entropía puede disminuir mucho. Este se reduce como $\frac{1}{n^2}$. Si continuamos el proceso de subdivisión los segmentos pueden convertirse en despreciablemente pequeños $\Delta \theta \rightarrow 0$ y en el límite obtenemos el giro llano de la figura 5.8c) Además la compresión es isoentrópica ya que el aumento de la entropía comienza a hacerse despreciablemente pequeño.

Este procedimiento determina que: a) Los choques se hacen despreciablemente débiles, siendo sus posiciones límites las líneas derechas de Mach las cuales están ilustradas en la figura 5.8c) b) Cada segmento de flujo se hace despreciablemente angosto y coincide por último con una línea de Mach. c) El flujo corriente arriba para una línea de Mach dada no es influenciado por los cambios corriente abajo en la pared. d) Una expresión aproximada para el cambio de velocidad a través de un choque débil para una deflexión del flujo $\Delta \theta$ es:

$$\frac{\Delta w}{w} = - \frac{\Delta \theta}{(M_1^2 - 1)^{1/2}} \quad (5.27)$$

La ecuación (5.27) se convierte en una ecuación diferencial

$$\frac{dw}{w} = - \frac{d\theta}{(M_1^2 - 1)^{1/2}} \quad (5.28)$$

Para el presente, nosotros podemos anotar una relación entre θ y M , la cual sería:

$$\theta = \text{fn}(M)$$

Si consideramos la figura 5.9a) observamos que debido a la convergencia de las líneas de Mach el cambio de M_1 a M_2 en la línea de corriente b se produce en una distancia menor, que la línea de corriente a y de este modo los gradientes de velocidad y temperatura en b son más grandes - que los de a.

La intersección de las líneas de Mach determina un gradiente infinitamente alto, por esta razón existen dos valores de M en un punto. Pero en la zona donde las líneas de Mach convergen, los gradientes empiezan a hacerse bastante altos y las condiciones no son isoentrópicas. La figura 5.9b) ilustra la formación del choque en una escala menor. Lejos de la esquina tenemos choque oblicuo simple.

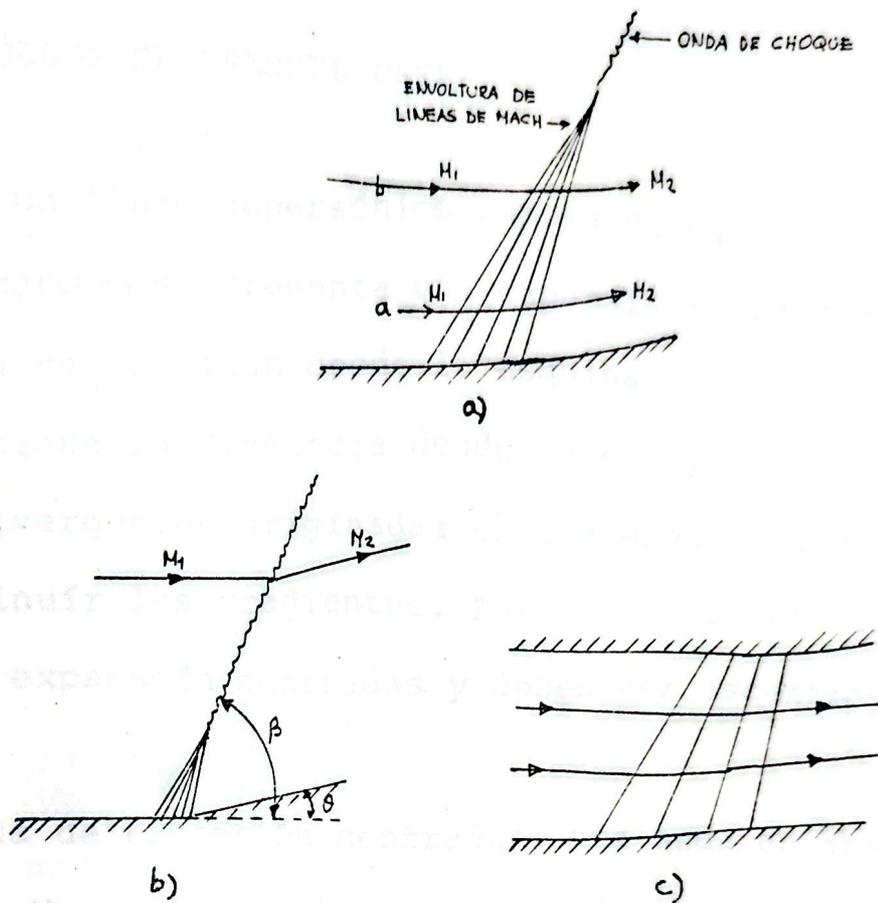


FIGURA 5.9.- Ilustración de Convergencia de las líneas de Mach en la compresión.

- a) Formación de choque b) Formación del choque indicado en una escala más pequeña. c) Canal formado por líneas de corriente de una compresión llana.

Observemos la figura 5.9a), si ponemos una pared a lo largo de la línea de corriente b, donde los gradientes son aún bastante pequeños para que el flujo sea isoentrópico, luego obtenemos una compresión isoentrópica en un canal curvado como el mostrado en la figura 5.9c).

5.6. DESARROLLOS DE PRANDTL-MEYER

Cuando un flujo supersónico cambia de dirección en una esquina convexa se presenta una expansión; una serie de líneas de Mach se originan desde la esquina y divergen a medida que aumenta la distancia desde la esquina. Las líneas de Mach divergentes originadas en una esquina convexa tienden a disminuir los gradientes. Estas también son llamadas ondas de expansión centradas y deben ser isoentrópicas.

Una onda de expansión centrada o una onda en abanico de Prandtl-Meyer, tiene la propiedad de que el ángulo de deflexión θ del flujo en cualquier punto es solo función del número de Mach en ese punto. En cualquier punto del flujo estas líneas se inclinan con respecto a las líneas de corriente un ángulo igual a $\text{Sen}^{-1} \frac{1}{M}$.

La ecuación 5.28 nos proporciona la relación diferencial entre M y θ en una compresión isoentrópica o expansión por giro, podemos decir que:

$$- d \theta = (M^2 - 1)^{1/2} \frac{dw}{w}$$

donde θ es la inclinación de la línea de corriente medida a partir de una referencia arbitraria.

Integrando la ecuación anterior tenemos:

$$-\theta + \text{Const} = \int (M^2 - 1)^{1/2} \frac{dw}{w} = v(M) \quad (5.29)$$

Para una evaluación de la integral y poder hallar una forma más clara de la función v , anotaremos w en términos de M por el empleo de las conocidas ecuaciones:

$$\begin{aligned} w &= cM \\ \frac{c_0^2}{c^2} &= 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \\ \frac{dw}{w} &= \frac{dM}{M} + \frac{dc}{c} = \frac{dM}{M} \left(\frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \right) \end{aligned} \quad (5.30)$$

Luego reemplazando la ecuación (5.30) en la (5.29) obtenemos para $v(M)$ el siguiente valor:

$$v(M) = \int \frac{(M^2 - 1)^{1/2}}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \frac{dM}{M}$$

Integrando:

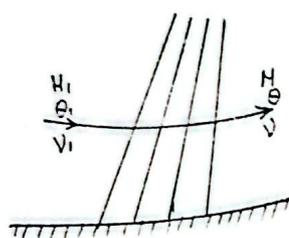
$$v(M) = \left(\frac{k+1}{k-1} \right)^{1/2} \tan^{-1} \left| \frac{k-1}{k+1} (M^2 - 1) \right|^{1/2} - \tan^{-1} (M^2 - 1)^{1/2} \quad (5.31)$$

La ecuación (5.31) es denominada la función de Prandtl-Meyer. La constante de integración se selecciona de tal forma que para v igual a cero, tengamos M igual a la unidad. Por ser conveniente para el cálculo de inclinaciones de flujo, el resultado en radianes que da la ecuación adimensional (5.31)

es a menudo transformado a grados. Los valores de M computados para valores de ν en grados, están en la tabla 8.

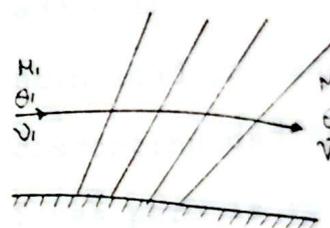
De esta manera el número de Mach supersónico está siempre ligado con un valor de ν . Así como M cambia de 1 a ∞ , ν aumenta de 0 a $\nu_{\text{máx}}$, en donde:

$$\nu_{\text{máx}} = \frac{\pi}{2} \left[\left(\frac{k+1}{k-1} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (5.32)$$



$$\nu = \nu_1 - |\theta - \theta_1|$$

Compresión



$$\nu = \nu_1 + |\theta - \theta_1|$$

Expansión

FIGURA 5.10.- Relación de ν y θ en giro simple isoentrópico.

La figura 5.10 indica la relación de la función de Prandtl Meyer ν , con el número de Mach M a la inclinación θ del flujo para los giros de compresión y de expansión. Para giros de compresión y expansión usando valores absolutos para la deflexión del flujo, tenemos:

$$\nu = \nu_1 - |\theta - \theta_1| \text{ compresión} \quad (5.33)$$

$$\nu = \nu_2 + |\theta - \theta_2| \text{ expansión} \quad (5.34)$$

Podemos ver que en un giro de compresión v disminuye y en un giro de expansión v aumenta, en cada alternativa por un valor igual a la deflexión del flujo. El valor inicial $v_1 = v(M)$ puede ser buscado en la tabla 8. El valor de θ_1 usualmente es cero; y el valor calculado de v para un valor de θ da el valor de M respectivo.

Finalmente veamos lo que ocurre cuando una expansión se produce alrededor de una esquina donde $|\theta|$ es mayor que $v_{\text{máx}}$. Tenemos que las líneas de corriente se comportan en forma tal, como si el flujo ocurriera sobre una expansión de $v_{\text{máx}}$ y se presenta una región de fluido estancado entre la línea de corriente deslizada (línea de discontinuidad tangencial) y el cuerpo. A través de la línea de discontinuidad tangencial la densidad y la presión son continuas pero la velocidad es discontinua. Como en realidad tenemos un vórtice laminar, la corriente deslizada y el fluido debajo pueden ser no estacionarios y turbulentos. (Ver figura 5.11).

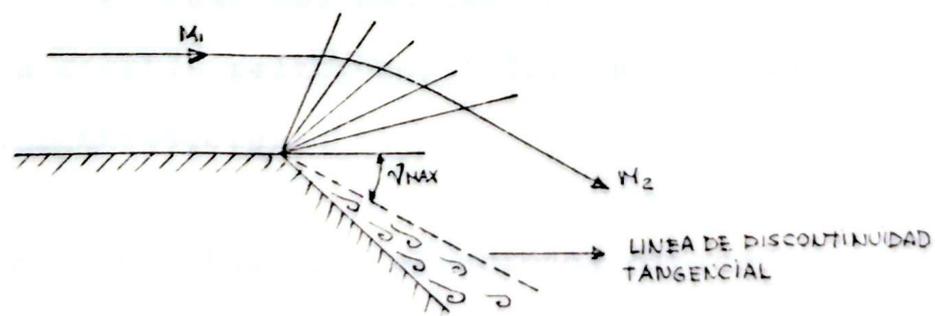


FIGURA 5.11.- Expansión originada en una esquina con $|\theta| > v_{\text{máx}}$; con la presencia de discontinuidad tangencial.

CAPITULO VI
EXPERIMENTACION EN EL TUNEL DE VIENTO GILKES-ROLLAB, RANGO
DE TRABAJO DE 1.30 A 3.40 NUMEROS DE MACH

PRUEBA # 1: CHOQUE NORMAL Y CALIBRACION DEL TUNEL SUPERSONICO DE VIENTO (MODELO DE ENSAYO - TUBO DE PITOT)

OBJETO:

El objeto de esta experiencia es calibrar el indicador del número de Mach colocado en la tobera de geometría variable del túnel supersónico de viento Gilkes-Rollab.

TEORIA:

Las tolerancias de construcción de las toberas de área variable del túnel supersónico de viento, harán que exista algún cambio entre el número de Mach indicado para unidades que nominalmente deben ser idénticas. Por esta razón se hace indispensable comprobar la calibración del túnel supersónico de viento, para conocer el número de Mach verdadero en el rango en que se va a operar. Esto es efectuado por la comparación de razones de presiones medidas con los valores predichos, debido a ciertas relaciones teóricas utilizadas en flujo de fluido compresible.

Procederemos a escribir las tres ecuaciones empleadas en esta calibración y la figura 6.1. nos da su interpretación física.

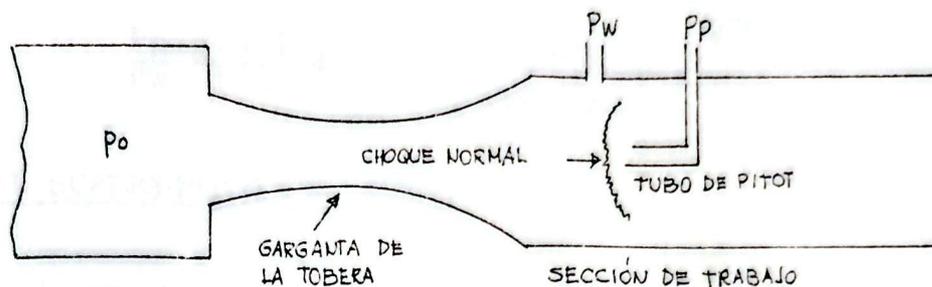


FIG. 6.1.- Sección de trabajo de túnel supersónico conteniendo un choque normal.

- I) Si suponemos flujo isoentrópico, la relación entre la presión estática del reservorio (P_0) y la presión estática de la pared del túnel (P_w), esta dada por:

$$\frac{P_0}{P_w} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

- II) Cuando un tubo de Pitot es puesto en un flujo supersónico, una onda de choque normal es producida frente al tubo y la presión sentida en el tubo es el cabezal total después del choque normal. La relación entre el cabezal total después de un choque normal y el cabezal total antes del choque normal, se puede escribir como:

$$\frac{P_p}{P_0} = \left(\frac{(k+1)M^2}{(k-1)M^2 + 2} \right)^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{k+1}{2kM^2 - (k-1)} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

- III) La razón entre el cabezal total del tubo de Pitot y la presión estática en la pared del túnel (fórmula de

Rayleigh para el tubo de Pitot) está dada por:

$$\frac{P_p}{P_w} = \left(\frac{k+1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{k+1}{2 k M^2 - (k-1)} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

TUNEL SUPERSONICO DE VIENTO

Procederemos primero a explicar el esquema general de un túnel supersónico de viento de operación continua y circuito cerrado como se muestra en la figura 6.2. Los principales elementos son los siguientes:

- I) La sección de suministro. En esta sección tenemos la mayor área del circuito. Puesto que ahí tenemos condiciones de estancamiento tales como ρ_0 , P_0 y T_0 , la velocidad es bien pequeña.
- II) La contracción. Es la sección comprendida entre la sección de suministro o abastecimiento y la garganta, debe tener la forma correcta para que el aire sea uniformemente acelerado y conseguir un decrecimiento de la presión. (Para esto se requiere una curvatura de la pared moderada). Observamos que no debe existir presión adversa en ningún punto ya que se puede presentar una separación. Un pequeño efecto en el espesor de la capa límite de la garganta es debido a la longitud de esta sección (contracción).

III) La tobera supersónica origina una expansión del flujo de velocidad acústica en la garganta a la velocidad de la sección de prueba. Para un número de Mach establecido la razón de áreas entre la garganta y la sección de prueba está dada por $\left(\frac{A}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[\frac{2}{k+1} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{k+1}{k-1}}$ pero además la tobera debe tener una forma tal, para producir un choque en la sección de prueba. La forma de la tobera en conjunción con el número de Mach pueden ser regulados, cambiando los bloques de la tobera. Sin embargo, muchos túneles emplean toberas flexibles en las cuales las paredes son planchas de acero que pueden ser elásticamente deformadas. Este tipo de toberas nos da ajustes rápidos y continuos del número de Mach.

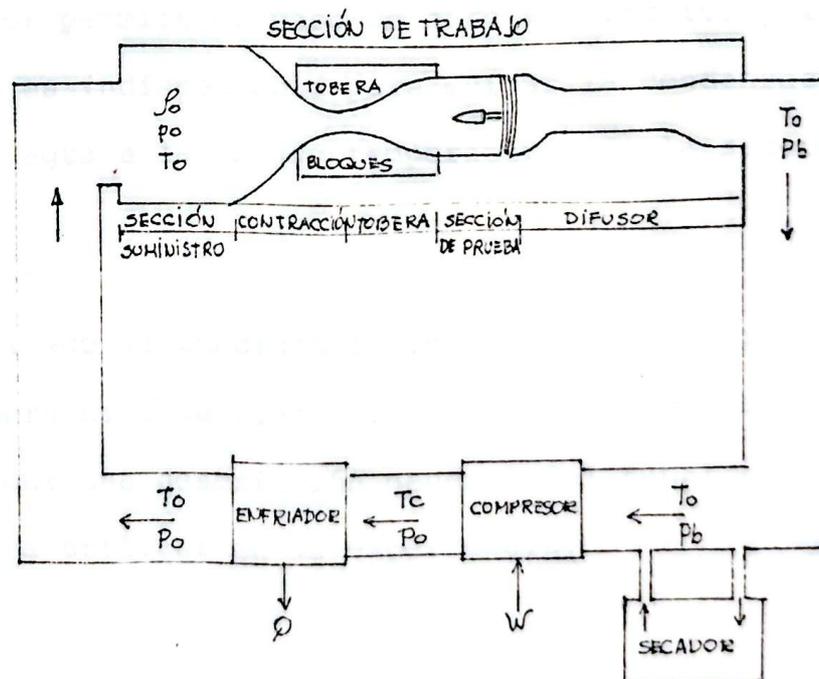


FIG. 6.2.- Esquema de un túnel supersónico de viento de circuito cerrado y operación continua.

- IV) La sección de prueba de área constante alberga el soporte del modelo de ensayo. Está construida con paredes de vidrio exteriores que permiten visualizar el flujo y el modelo.
- V) El difusor tiene por función decelerar el fluido y descargarlo en el circuito de retorno.
- VI) El compresor tiene por función recomprimir el flujo de la presión P_b a la presión de abastecimiento P_o , elevando la temperatura al valor T_c ($T_c > T_o$).
- VII) El enfriador tiene por función reducir la temperatura del valor T_c al valor de suministro T_o .
- VIII) El secador permite el paso de aire al circuito y lo seca. Esto es indispensable para evitar la condensación de vapor de agua a las bajas temperaturas de la sección de prueba.

Una vez explicado el funcionamiento y partes principales de un túnel supersónico de viento en general, procedemos a continuación a dar una descripción general del túnel supersónico que vamos a utilizar en la experiencia.



APARATOS: El túnel supersónico de viento (Gilkes-Rollab) que tiene un tubo de Pitot instalado en la sección de trabajo.

El túnel supersónico de viento ha sido construido de tal manera que aire seco a alta presión es vaciado a través de la sección de trabajo para conseguir un rango de números de Mach de 1.30 a 3.40 para los tiempos de operación respectivos de 60 a 30 segundos.

El túnel supersónico comprende dos unidades, el sistema compresor con su respectivo reservorio de almacenamiento y la sección del túnel que está ligada a ductos y al sistema Schlieren.

En la figura 37 hemos representado por medio de un esquema el sistema compresor que básicamente consiste en un compresor reciprocante a dos etapas con interenfriador, postenfriador y desareador entregando aire seco y limpio a la presión final de 14 bar. Aproximadamente 1 m^3 de aire es almacenado en el reservorio.

El sistema de túnel de viento está unido al sistema de reservorio por medio de una válvula de bola de control manual. En la figura 38 hemos representado por medio de un esquema la sección del túnel de viento, mostrando la vál-

vula de bola que es empleada para controlar la presión en la cámara de sedimentación corriente arriba de la sección de trabajo.

La descarga producida por la válvula es igualada en la cámara de sedimentación y pasa a través de una contracción perfilada especial en el interior de la sección de trabajo del túnel supersónico.

La sección de trabajo consiste básicamente en dos paredes flexibles controladas por un simple mecanismo, y el rango de números de Mach es conseguido por variación del área de la garganta en conjunción con la presión de entrada.

La sección de trabajo tiene por medidas 3.0 cm. de alto y 2.5 cm. de ancho. Los modelos empleados en la sección de trabajo están montados en una aguja dando ángulos de ataque de + 10 grados a - 10 grados.

El aire es vaciado de la sección de trabajo en un difusor y por último a través de un silenciador para dar descarga bajo la unidad compresor.

ESTABLECIMIENTO DE FLUJO SUPERSONICO

Considerando que la razón de áreas de la tobera es puesta

para un número de Mach dado, luego como la válvula de control se abre, flujo es establecido en la sección de trabajo. Como la presión en la cámara de sedimentación crece, la velocidad en la garganta aumenta hasta que condiciones sónicas son conseguidas en la garganta. Si aumentamos el valor de la presión por encima del valor anterior, vemos que el flujo de masa no crece ya que la tobera está estrangulada.

El flujo corriente abajo de la garganta expande a flujo supersónico y cambia a flujo subsónico debido a la presencia de un choque normal en algún sitio en medio de la garganta y la sección de trabajo, debiéndose su posición a la presión de la cámara de sedimentación.

Para conseguir condiciones supersónicas en toda la sección de trabajo, vemos que el choque normal tiene que ser movido corriente abajo de la sección de trabajo; esto es logrado aumentando la presión de la cámara de sedimentación hasta que el choque normal se encuentre ubicado en la zona del difusor.

La presión de la cámara de sedimentación puede ser ligeramente reducida, manteniéndose todavía condiciones supersó

nicas en la sección de trabajo puesto que el choque no puede viajar corriente arriba en una región supersónica.

Para conseguir flujo supersónico se requiere que la presión de la cámara de sedimentación tenga un valor de presión inicial conocida como presión de arranque mientras que la empleada para el recorrido es llamada presión de carrera. Es posible encontrar estos valores aproximadamente por teoría, pero en la práctica es mejor determinarlos experimentalmente.

PROCEDIMIENTO:

Se conectó el suministro eléctrico del túnel supersónico de viento. Asegurándose que el interruptor de las válvulas solenoides esté en la posición "unlocked", y que la válvula entre el reservorio de aire al túnel de viento esté cerrada. Se arrancó el compresor y permitió que los tanques se llenen hasta una presión del orden de 200 lbs/pulg². El compresor se paró automáticamente cuando se alcanzó la presión antes mencionada.

1. Se colocó el indicador del número de Mach en 1.3.
2. Se abrió la válvula que comunica el reservorio de aire al túnel de viento, tratando de obtener una presión estable en la cámara del orden de 0.42 bar.

3. Con la presión en la cámara de 0.42 bar, se movió el interruptor de las válvulas solenoides a la posición "locked" e inmediatamente se cerró la válvula de control de flujo.
4. Se procedió a anotar los valores de la presión estática en la pared P_{w10} y la presión del tubo de Pitot (P_{modelo}).
5. Se regresó el interruptor de las válvulas solenoides a la posición "unlocked".
6. Se repitió los pasos de (1) a (5) para el rango indicado de Mach, aumentando en cada paso la presión P_o de la cámara.

CALCULOS:

A las lecturas de P_{sc} , P_{w10} y P_m se procedió a aumentarles el valor de la presión barométrica que es igual a 1,018 bar; para obtener los valores de presión absoluta P_o , P_w y P_p . Con estos valores pasamos a evaluar las relaciones de $\frac{P_w}{P_o}$, $\frac{P_p}{P_o}$ y $\frac{P_p}{P_w}$, con estas relaciones se procedió a buscar en una tabla de flujo compresible de aire seco los correspondientes números de Mach. Con estos datos se pasó a graficar la curva de calibración con el número de Mach real en su orde

nada y el número de Mach indicado en su abscisa.

Estos resultados pueden ser observados en la tabla 1 y en la figura 1.

CALIBRACION DE TUNEL SUPERSONICO

PRESION MANOMETRICA = 763,6 mmHg = 1,018 bar

TUNEL MACH NO	P _{sc} bar	P _{w10} bar	P _m bar	P _o b. Abs.	P _w b. Abs.	P _p b. abs.	$\frac{P_w}{P_o}$	M Δ	$\frac{P_p}{P_o}$	M □	$\frac{P_p}{P_w}$	M x
1.3	0.42	-0.12	0.76	1.438	0.898	1.778	0.624	0.85	1.236	-	1.97	1.035
1.5	1.00	-0.295	1.05	2.018	0.723	2.068	0.358	1.31	1.0247	-	2.86	1.35
1.7	1.00	-0.58	0.60	2.018	0.438	1.618	0.217	1.65	0.801	1.82	3.694	1.57
2.0	1.10	-0.67	0.70	2.118	0.348	1.718	0.164	1.84	0.811	1.80	4.936	1.86
2.2	2.0	-0.69	1.00	3.018	0.328	2.018	0.108	2.11	0.668	2.11	6.152	2.10
2.5	3.6	-0.71	1.35	4.618	0.308	2.368	0.066	2.42	0.512	2.47	7.688	2.365
2.8	5.0	-0.76	1.45	6.018	0.258	2.468	0.0428	2.70	0.410	2.74	9.568	2.655
3.0	6.8	-0.77	1.70	7.818	0.248	2.718	0.0317	2.90	0.347	2.935	10.959	2.85
3.2	7.8	-0.79	1.55	8.818	0.228	2.568	0.0258	3.05	0.291	3.16	11.263	2.895
3.4	8.0	-0.81	1.80	9.018	0.208	2.818	0.02306	3.10	0.312	3.07	13.548	3.177



TABLA 1.- Relación de presiones y Número de Mach

PRUEBA # 2. DISTRIBUCION DE PRESION

OBJETO: El objeto de esta prueba es investigar la distribución de presión a través de la tobera convergente-divergente y de la sección de trabajo del túnel supersónico Gilkes-Rollab. También comparar la distribución de presión teórica vs. la distribución de presión experimental, y hallar la distribución del número de Mach a través del túnel supersónico de viento.

TEORIA: Una tobera convergente-divergente que tiene una razón de áreas (A/A^*), por la cual pasa un fluido, dispondrá de un valor único para la razón de la presión estática en la pared a la presión en el reservorio (P/P_0) y un número de Mach determinado.

Si son conocidas las razones de áreas, los valores de P/p_0 y M pueden ser hallados en las tablas de flujo compresible.

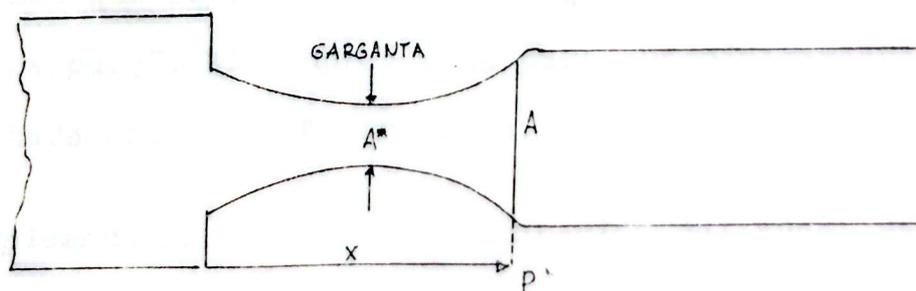


FIG. 6.3.- Tobera convergente-divergente de un túnel supersónico.

Se han medido las áreas reales de las varias secciones correspondientes a las posiciones de las tomas de presión de la tobera del túnel supersónico de viento (a lo largo de x), para cuatro números de Mach diferentes, en el rango de operación del túnel supersónico. Estos valores están dados en una tabla y pueden ser empleados junto con las tablas de aire seco (flujo compresible), para demostrar la distribución teórica del número de Mach a través de la tobera. Como la presión de entrada P_0 es conocida, podemos encontrar también la distribución teórica de presión p .

APARATOS: El túnel supersónico de viento (Gilkes-Rollab) descrito en la prueba anterior.

PROCEDIMIENTO: Teniendo la certeza de que el interruptor de las válvulas solenoides estaba en la posición "unlocked", y que la válvula que comunica el reservorio con el túnel supersónico de viento estaba cerrada. Se arrancó el compresor permitiendo que el reservorio se cargue hasta una presión de 200 lbs/pulg². El compresor se paró automáticamente cuando la citada presión fué alcanzada.

1. Empleando el gráfico de calibración del túnel de viento, se puso el indicador del número de Mach al valor de 1.65 para obtener un Mach de 1.5.

2. Se abrió la válvula del túnel supersónico de viento tratando de mantener una presión en la cámara de 0.60 bar o más (se utilizó 1 bar).
3. Se cambió la posición del interruptor de las válvulas solenoides a la posición "locked" e inmediatamente se procedió a cerrar la válvula de suministro.
4. Se anotó la distribución de las presiones estáticas en las paredes a través de la tobera (diez lecturas).
5. Se cambió la posición del interruptor de las válvulas solenoides a la posición "unlocked".
6. Se repitió cinco veces la experiencia con cada número de Mach para poder obtener un valor promedio confiable de la distribución de presión.
7. Se repitió los pasos del 2 a 6 para los números de Mach de 2.0, 2.5 y 3.0 tratando de obtener las presiones de entrada indicadas en la tabla o mayores.

CALCULOS:

Con los cinco valores de las lecturas obtenidas para cada presión se procedió a sacar el valor promedio. Luego se pasó a transformar las presiones estáticas de bar manométrico

cas a bar absolutas. Estos valores absolutos de la presión son los que se utilizan en el gráfico de la distribución de presión experimental.

Con los valores del área dados en la tabla se procedió a calcular A/A^* , con este valor se pasó a encontrar en la tabla para flujo compresible $k = 1.4$ a los valores de M y P/P_0 , ya que de la experiencia conocemos el valor de P_0 , procedemos con este a encontrar los valores de P . Estos valores son los que se utilizan en la construcción del gráfico de la distribución teórica de presión y de la distribución del número de Mach a través de la tobera.

Los valores de la distribución de presión real obtenidos experimentalmente están dados en la tabla 2; los valores de la distribución teórica de presión están dados en la tabla 3. Los gráficos 2, 3, 4 y 5 muestran la distribución de presión teórica, presión experimental y número de Mach para los diferentes valores del número de Mach.

Presión Barométrica = 763.6 mmHg = 1,018 bar														
NUMERO DE MACH REAL	NUMERO DE MACH INDICADO	Psc	Pw10	Pw1	Pw2	Pw3	Pw4	Pw5	Pw6	Pw7	Pw8	Pw9	Bar Man	Bar Abs.
1.5	1.65	1.0	-0.48	1.0	0.30	0.05	-0.25	-0.30	-0.38	-0.44	-0.44	-0.48		
			-0.475	1.05	0.37	0.06	-0.19	-0.28	-0.34	-0.41	-0.42	-0.46		
			-0.48	1.10	0.35	0.06	-0.20	-0.28	-0.34	-0.42	-0.42	-0.465		
			-0.48	1.05	0.35	0.06	-0.20	-0.29	-0.35	-0.42	-0.435	-0.47		
			-0.48	1.0	0.30	0.04	-0.20	-0.30	-0.355	-0.42	-0.42	-0.47		
			-0.479	1.04	0.334	0.054	-0.208	-0.29	-0.353	-0.422	-0.427	-0.469	Bar Man	
		2.018	0.539	2.058	1.352	1.072	0.81	0.728	0.665	0.596	0.591	0.549	Bar Abs.	
2.0	2.15	1.80	-0.68	2.0	0.80	0.28	-0.18	-0.36	-0.50	-0.58	-0.62	-0.66		
			-0.67	1.95	0.79	0.32	-0.14	-0.34	-0.48	-0.58	-0.605	-0.64		
			-0.67	1.90	0.78	0.31	-0.14	-0.34	-0.485	-0.58	-0.605	-0.65		
			-0.67	1.90	0.75	0.30	-0.15	-0.34	-0.485	-0.58	-0.605	-0.65		
			-0.66	2.0	0.80	0.33	-0.13	-0.34	-0.48	-0.575	-0.60	-0.64		
			-0.67	1.95	0.784	0.308	-0.148	-0.344	-0.486	-0.579	-0.607	-0.648	Bar Man	
		2,818	0.348	2.968	1.802	1.326	0.87	0.674	0.532	0.439	0.411	0.37	Bar Abs.	

TABLA 2.- Distribución de presión real

Presión Barométrica = 763.6 mmHg = 1.018 bar

NUMERO DE MACH REAL	NUMERO DE MACH INDICADO	P _{sc}	P _{w10}	P _{w1}	P _{w2}	P _{w3}	P _{w4}	P _{w5}	P _{w6}	P _{w7}	P _{w8}	P _{w9}	Bar Man	Bar Abs.
2.5	2.65	4.10	-0.73	4.10	2.0	1.05	0.14	-0.27	-0.48	-0.61	-0.65	-0.70		
			-0.73	4.10	2.0	1.05	0.14	-0.27	-0.49	-0.615	-0.655	-0.70		
			-0.73	4.15	2.05	1.05	0.14	-0.27	-0.49	-0.62	-0.66	-0.70		
			-0.73	4.15	2.0	1.05	0.14	-0.26	-0.48	-0.61	-0.64	-0.70		
			-0.74	4.0	1.90	0.86	0.04	-0.34	-0.54	-0.64	-0.68	-0.72		
			-0.732	4.10	1.99	1.016	0.12	-0.282	-0.496	-0.619	-0.657	-0.704	Bar Man	
			0.286	5.118	3.008	2.034	1.138	0.736	0.522	0.399	0.361	0.314	Bar Abs.	
3.0	3.15	6.40	-0.80	6.20	3.0	1.38	0.14	-0.38	-0.60	-0.70	-0.76	-0.78		
			-0.82	6.22	3.0	1.40	0.14	-0.40	-0.62	-0.738	-0.77	-0.80		
			-0.82	6.20	3.0	1.40	0.14	-0.39	-0.62	-0.73	-0.77	-0.80		
			-0.815	6.35	3.05	1.40	0.14	-0.39	-0.62	-0.73	-0.77	-0.80		
			-0.82	6.25	3.0	1.40	0.14	-0.40	-0.62	-0.73	-0.77	-0.80		
			-0.815	6.244	3.01	1.396	0.14	-0.392	-0.616	-0.7256	-0.768	-0.796	Bar Man	
			0.203	7.262	4.028	2.414	1.158	0.626	0.402	0.2924	0.25	0.222	Bar Abs.	

TABLA 2 (Cont.) - Distribución de presión real

TOMAS DE PRESION

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DISTANCIA DE ENTRADA (mm)	10	42	52	62	82	102	122	142	162	233
ALTURA (mm)	41.9	26.85	26.25	26.65	27.6	28.6	29.4	29.9	30.35	31.45
AREA (mm ²)	1048	671.3	656*3	666.3	690	715	735	748	759	786.3
A/A*	1.5968	1.0228	1	1.0152	1.0513	1.0894	1.1199	1.1397	1.1564	1.1980
M	0.40	0.84	1	1.14	1.26	1.35	1.41	1.44	1.47	1.53
P/P _O	0.89562	0.62351	0.52828	0.44545	0.38094	0.33697	0.30984	0.29693	0.28445	0.26078
P;P _O =	1.80736	1.25824	1.06606	0.89991	0.76873	0.6800	0.62525	0.59920	0.57402	0.52625
ALTURA (mm.)	31.8	18.25	18.85	19.6	22.5	24.6	26.6	28.5	29.3	31.4
AREA (mm ²)	795	456*3	471.3	490	562.5	615	665	712.5	731.3	786
A/A*	1.74227	1	1.03287	1.07385	1.23274	1.34779	1.45737	1.56147	1.60267	1.72255
M	0.36	1	1.21	1.32	1.58	1.71	1.82	1.91	1.94	2.02
P/P _O	0.91433	0.52828	0.40702	0.35119	0.24233	0.19955	0.16879	0.14695	0.14028	0.12389
P;P _O =	2.57658	1.48869	1.14698	0.98965	0.68288	0.56233	0.47565	0.41410	0.39530	0.34912

TABLA 3.- Distribuciones teóricas de presión y número de Mach a través de la tobera

TOMAS DE PRESION										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ANCHO DE ENTRADA (mm.)	10	42	52	62	82	102	122	142	162	233
ALTURA (mm.)	23.1	11.5	12.5	13.9	17.9	21.4	24.5	27.1	28.5	31.4
AREA (mm ²)	578	286*	313	348	446	535	613	678	713	786
A/A*	2.02097	1	1.09440	1.21678	1.55944	1.87062	2.14335	2.37062	2.49300	2.74825
M	0.30	1	1.36	1.56	1.90	2.12	2.27	2.39	2.44	2.54
P/Po	0.93947	0.52828	0.33233	0.24957	0.14924	0.10599	0.08382	0.06948	0.06426	0.05500
P;Po =	4.80820	2.70373	1.70086	1.27729	0.76381	0.54245	0.42899	0.35559	0.32888	0.28149
ALTURA (mm.)	17.4	7.6	7.8	10.8	14.9	19.6	23.4	26.2	28.3	31.4
AREA (mm ²)	435	190*	193.8	270	371.3	490	585	653.8	706.3	785.5
A/A*	2.28947	1	1.02	1.39318	1.95421	2.57894	3.07894	3.44105	3.71736	4.13421
M	0.26	1	1.17	1.76	2.17	2.48	2.66	2.78	2.86	2.97
P/Po	0.95408	0.52828	0.42872	0.18499	0.09802	0.06038	0.04568	0.03900	0.03363	0.02848
P;Po =	7.07736	3.91878	3.18024	1.37225	0.72711	0.44789	0.33899	0.28108	0.24946	0.21140

TABLA 3 (Cont.).- Distribuciones teóricas de presión y número de Mach a través de la tobera

FIGURA Nº 2

PRESION EXPERIMENTAL

PRESION TEORICA

NUMERO DE MACH

Para Mach = 1.5

Distancia entrada (mm)

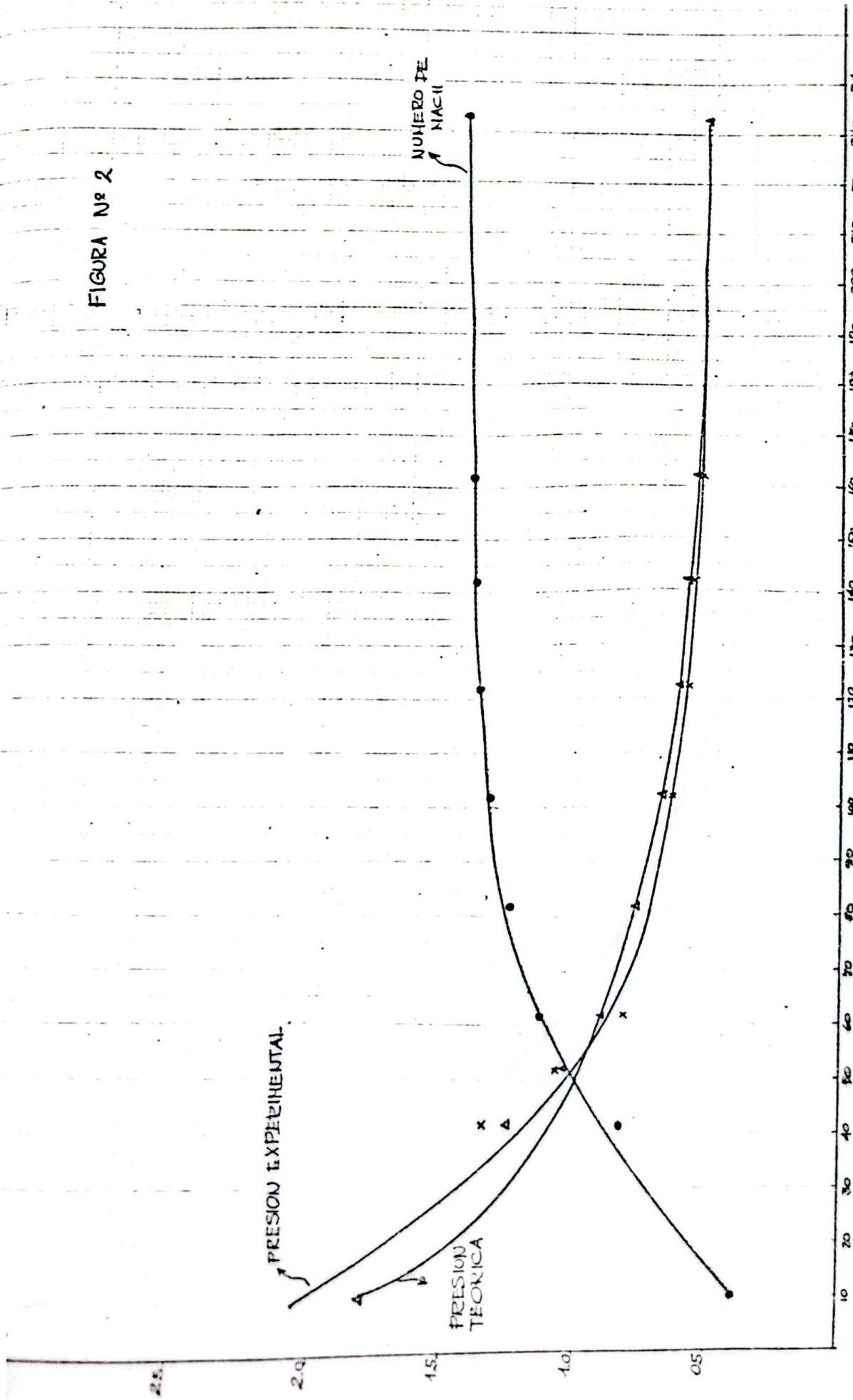


FIG. 2.- Distribución de presión teórica, presión experimental y del número de Mach para Mach = 1.5.

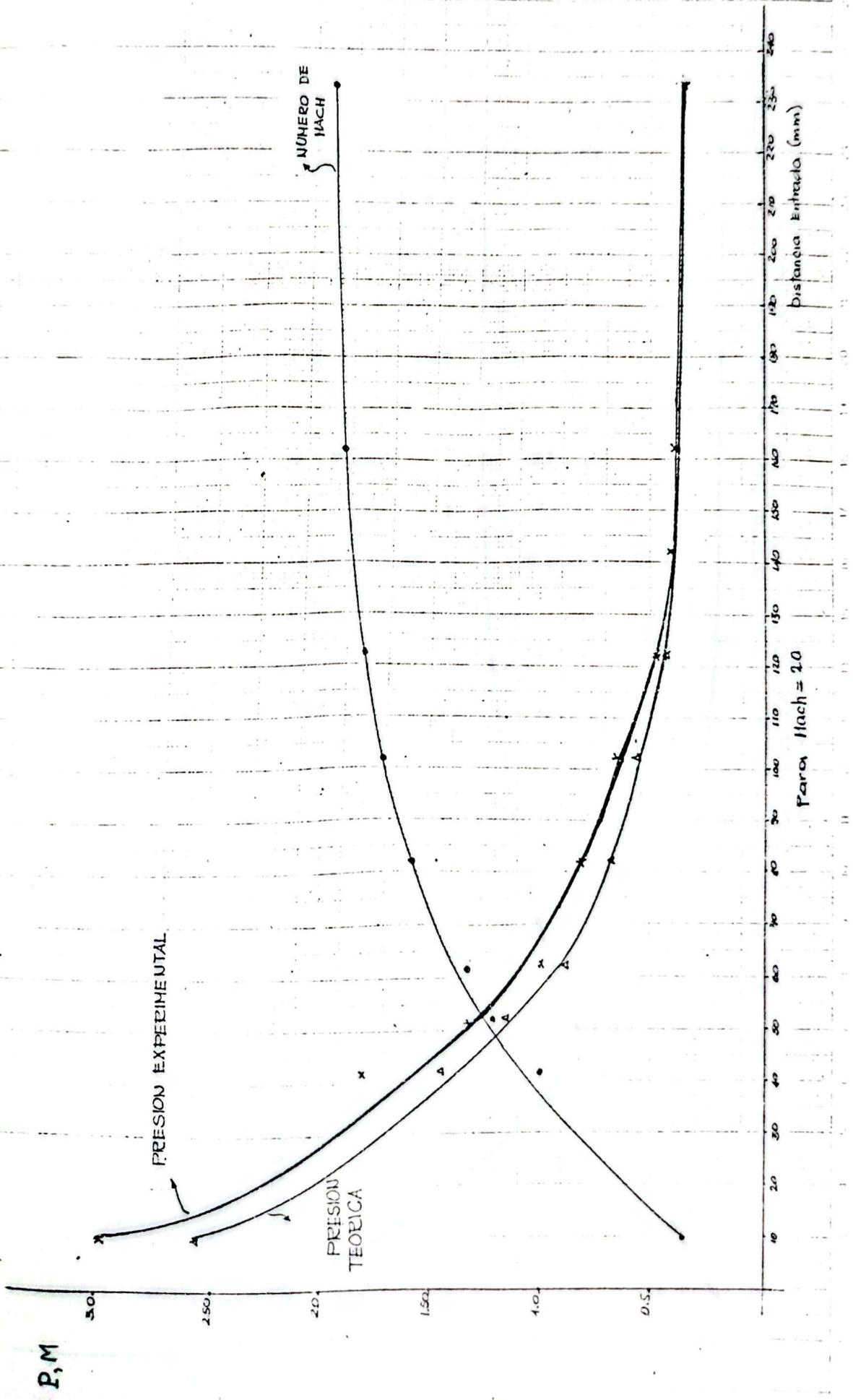


FIG. 3.- Distribución de presión teórica, presión experimental y del número de Mach para Mach = 2.0.

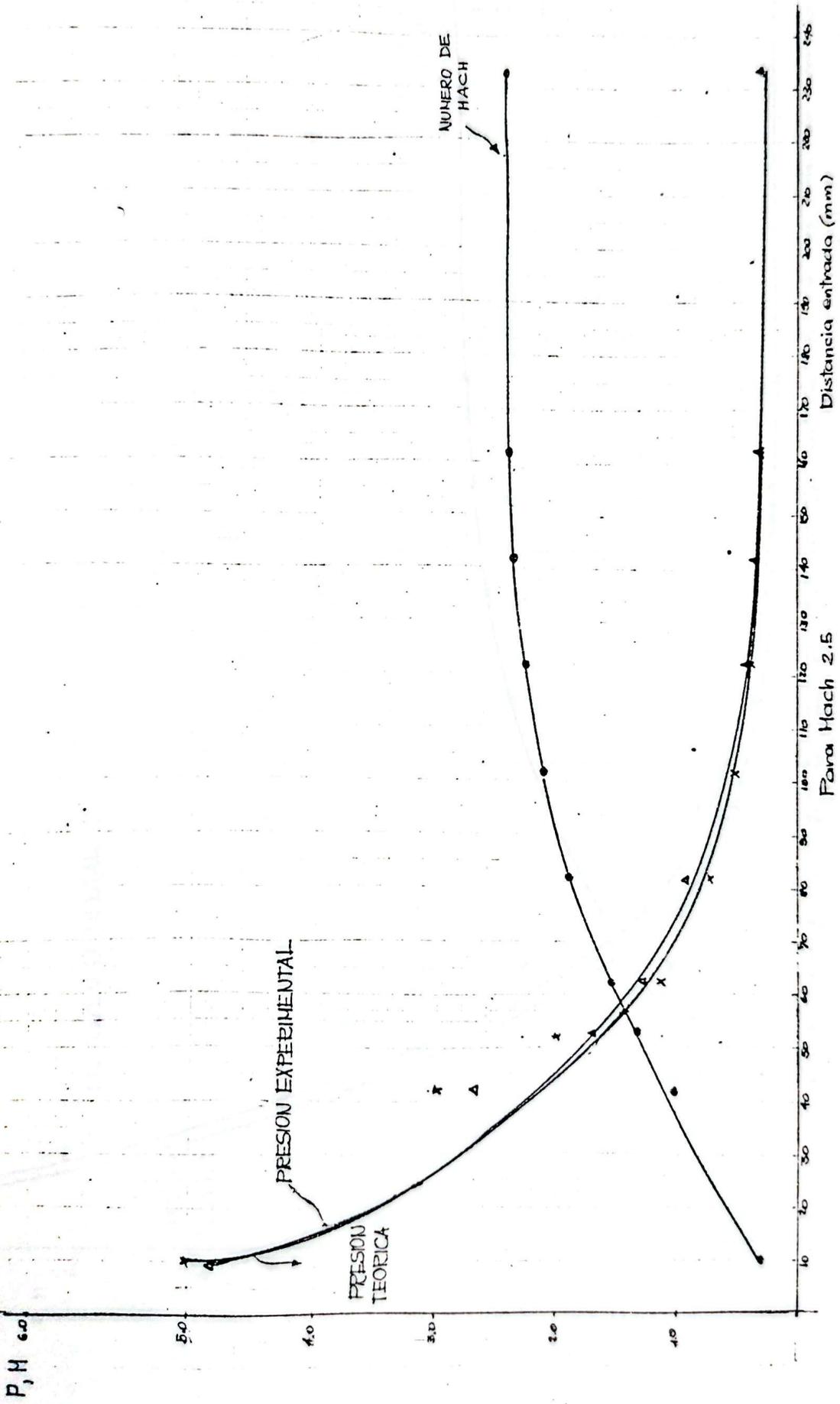


FIG. 4.- Distribución de presión teórica, presión experimental y del número de Mach. Para Mach = 2.5.

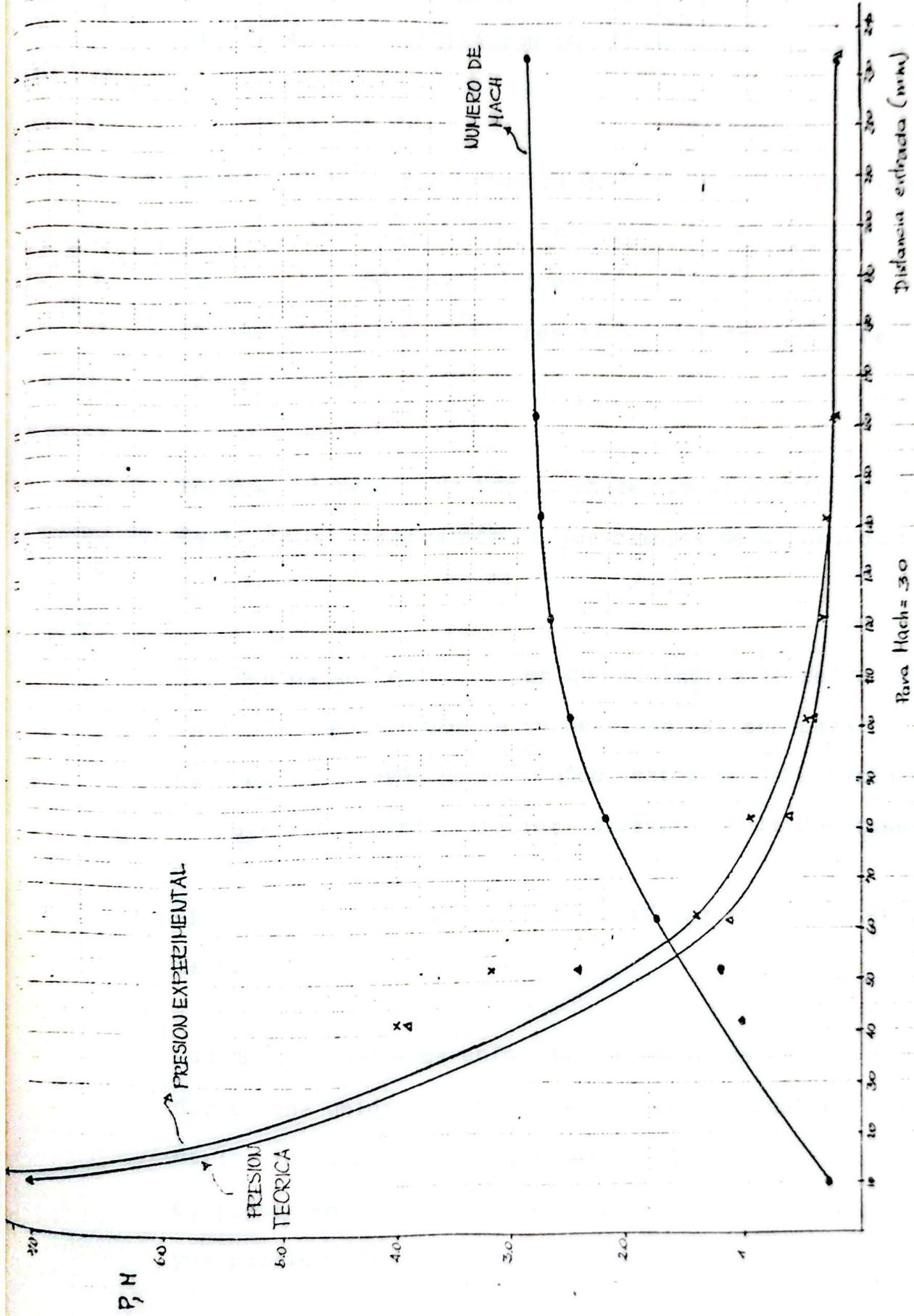


FIG. 5.- Distribución de presión teórica, presión experimental y del número de Mach para Mach = 3.0

PRUEBA # 3. VISUALIZACION DEL FLUJO USANDO EL METODO SCHLIEREN

OBJETO: Estudiar la técnica de Schlieren para visualizar flujos, estableciendo comparaciones de los valores experimentales con los valores teóricos de los ángulos de las ondas de choque formadas en diferentes modelos ópticos para varios números de Mach.

TEORIA: El método de Schlieren de visualización de flujo nos facilita la observación de los cambios de densidad en un fluido.

La técnica se fundamenta en que el índice de refracción de un fluido, es función de su densidad. Si son pasados rayos paralelos a través de un fluido, estos se deflejarán en ángulos distintos para cualquier variación de la densidad.

El sistema óptico de Schlieren está esquematizado en la figura 6.

Luz de una fuente es enfocada por medio de un lente condensador en una unidad de apertura variable la cual es usada para variar la iluminación total del modelo óptico. Esta apertura es puesta en el foco del lente 1 de tal forma que pasen rayos paralelos a través de la sección de trabajo del túnel de

viento supersónico, formando una imagen en la pantalla. Si colocamos el filo del equipo Schlieren en el foco de los lentes 2 y 3, de tal forma que intercepte algo de la luz, la imagen se oscurecerá un poco. Si en la sección de prueba tenemos variaciones en la densidad del aire, la trayectoria de los rayos de luz será cambiada. La cantidad de rayos de luz interceptados por el filo de Schlieren aumentará o disminuirá, dependiendo de la dirección de la deflexión original. De esta manera cuando los rayos se recombinen para formar la imagen en la pantalla, zonas de diferentes densidades aparecerán como imágenes brillantes u oscuras.

EQUIPO UTILIZADO: Se emplea el túnel supersónico de viento marca Gilkes-Rollab. Se utilizan cuatro modelos diferentes: cono de semiángulo de 30° , cono de semiángulo de 45° , cilindro hemisférico y ramjet. Además se utilizan el sistema óptico de Schlieren y una cámara Polaroid 340.

INSTRUCCIONES PARA EL USO DEL SISTEMA SCHLIEREN:

Con los diferentes elementos puestos en los bancos ópticos, debemos emplear las siguientes recomendaciones:

1. Ubicar la posición del lente 1 (de longitud focal 50 cms.)

lo más cerca posible de la sección de trabajo y a la misma altura de las ventanas de esta sección y paralela a ella.

2. Ubicar la posición del espejo 1 de tal forma que esté a la altura adecuada y a 45° del eje del túnel de viento su persónico.
3. Ubicar la posición de la apertura variable de tal forma que esté aproximadamente a 50 cms. del lente 1 y a una altura correcta.
4. La fuente de luz incorporada al lente condensador espues ta en el extremo opuesto del largo banco óptico del espe jo. Es fundamental que los centros de los componentes - ópticos estén ubicados en el mismo plano horizontal.
5. Prender el interruptor de la fuente de luz y ajustar la apertura variable por rotación del disco hasta que se in terrumpa el camino óptico.
6. Ajustar luego la posición del lente condensador hasta con seguir una imagen aguda en la apertura variable.
7. Rotar el disco de la apertura variable hasta conseguir que el orificio marcado con 2.5 coincida con el camino óptico. Esto producirá iluminación de la sección de tra-

bajo del túnel de viento.

8. Ajustar la posición y ángulo del espejo 1 hasta conseguir que el lente 1 y la sección de trabajo estén uniformemente iluminados.

Una reflexión posterior de la imagen de la apertura del lente 1 puede presentarse en la parte posterior de la apertura. Conviene también ajustar la ubicación del lente 1 o de la fuente de luz/lente condensador/apertura variable hasta conseguir que la reflexión esté agudamente enfocada y tan central como sea posible.

9. El espejo 2 y el lente 2 deben estar a la altura adecuada, además el espejo 2 debe estar a 45° del eje del túnel de viento supersónico.
10. La posición del filo Schlieren para blanco y negro debe estar a la altura adecuada.
11. Ajustar el filo Schlieren de tal forma que la imagen esté por completo en la parte oscura de la placa de vidrio. Es conveniente ajustar la ubicación del filo Schlieren del espejo 2, y lente 2 hasta que se forme una imagen aguda de la fuente de luz. Hay que mantener lo más distante po-

sible el lente 2 del túnel para alcanzar una correcta sensibilidad del sistema Schlieren.

12. Reajustar el filo de Schlieren de tal forma que el filo esté horizontal y oscuresca el 50% de la imagen.

13. Finalmente ajustar la ubicación del lente 3 para dar la forma de la imagen del modelo en la pantalla.

CONSIDERACIONES FOTOGRAFICAS:

Al hacer las tomas fotográficas se hicieron las siguientes consideraciones:

El rollo empleado fué un positivo blanco y negro film tipo 667.

La velocidad del film fué ASA 3000

Cámara L/D - +1 lighten

Apertura variable Schlieren 2.5.

Filo de Schlieren horizontal o vertical

Tiempo de revelado en nuestro medio fué de 30 segundos.

PROCEDIMIENTO: Asegurándose que el interruptor de las válv las solenoides estaba en la posición sin seguro y que la vál

vula que comunica el reservorio con el túnel estaba cerrada, se arrancó el compresor permitiendo que el aire en el tanque alcance una presión de 200 psia. El compresor paró automáticamente cuando se alcanzó esta presión.

1. Empleando la curva de calibración se determinó los números indicados de Mach, para los correspondientes valores de Mach reales y se procedió a colocar el indicador del número de Mach.
2. Se abrió la válvula que comunica el reservorio con el túnel de viento y se mantuvo una presión estable igual o mayor que la presión de inicio o arranque.
3. Con la presión en la cámara mantenida en el valor anterior se movió el interruptor de los solenoides a la posición "locked", se tomó una fotografía al patrón de flujo y de inmediato se cerró la válvula de control de flujo.
4. Se anotó el valor de la presión estática en la pared P_{w10} .
5. Se llevó el interruptor de las válvulas solenoides a la posición "unlocked".

6. Se repitió los pasos del 1 al 5 para el rango de números de Mach reales y para las respectivas presiones en la cámara, dados en la tabla de resultados.
7. Se procedió de igual manera con todos los pasos anteriores para los otros tres modelos disponibles.

CALCULOS:

De la figura N^o 7 obtenemos la presión de inicio o arranque para los diferentes números de Mach con que vamos a trabajar. Manteniendo una presión estable igual o mayor que la anterior en la cámara, procedemos a tomar la foto y a leer el valor de P_{w10} obtenido. Luego pasamos a calcular los valores absolutos de P_{sc} y P_{w10} ; con estos resultados encontramos el valor del cociente $\frac{P_{w10}}{P_{sc}}$. Con este último valor procedemos a comprobar el número de Mach en las tablas de aire seco para flujo isoentrópico.

En las fotografías obtenidas procedemos a medir los ángulos β de las ondas de choque y a comparar con los valores de las predicciones teóricas para conos semiángulos de 30° y 45°.

La figura N^o 8 nos muestra el ángulo de choque vs. el número de Mach de la corriente libre para conos de diferentes -

ángulos, en esta se han graficado los puntos obtenidos experimentalmente.

Las tablas N^o 4, 5, 6 y 7 son las tablas de resultados para el cono semiángulo de 30°, cono semiángulo de 45°, cilindro hemisférico y ramjet respectivamente.

Las figuras 9, 10, 11 y 12 son tomas fotográficas del túnel de viento supersónico.

Las figuras de 13 a 36 corresponden a las fotografías de las ondas de choque para los diferentes modelos y diferentes números de Mach.

Los gráficos 39, 40 y 41 representan un esquema del típico modelo de flujo Schlieren para un cono, un cilindro hemisférico y un ramjet respectivamente.

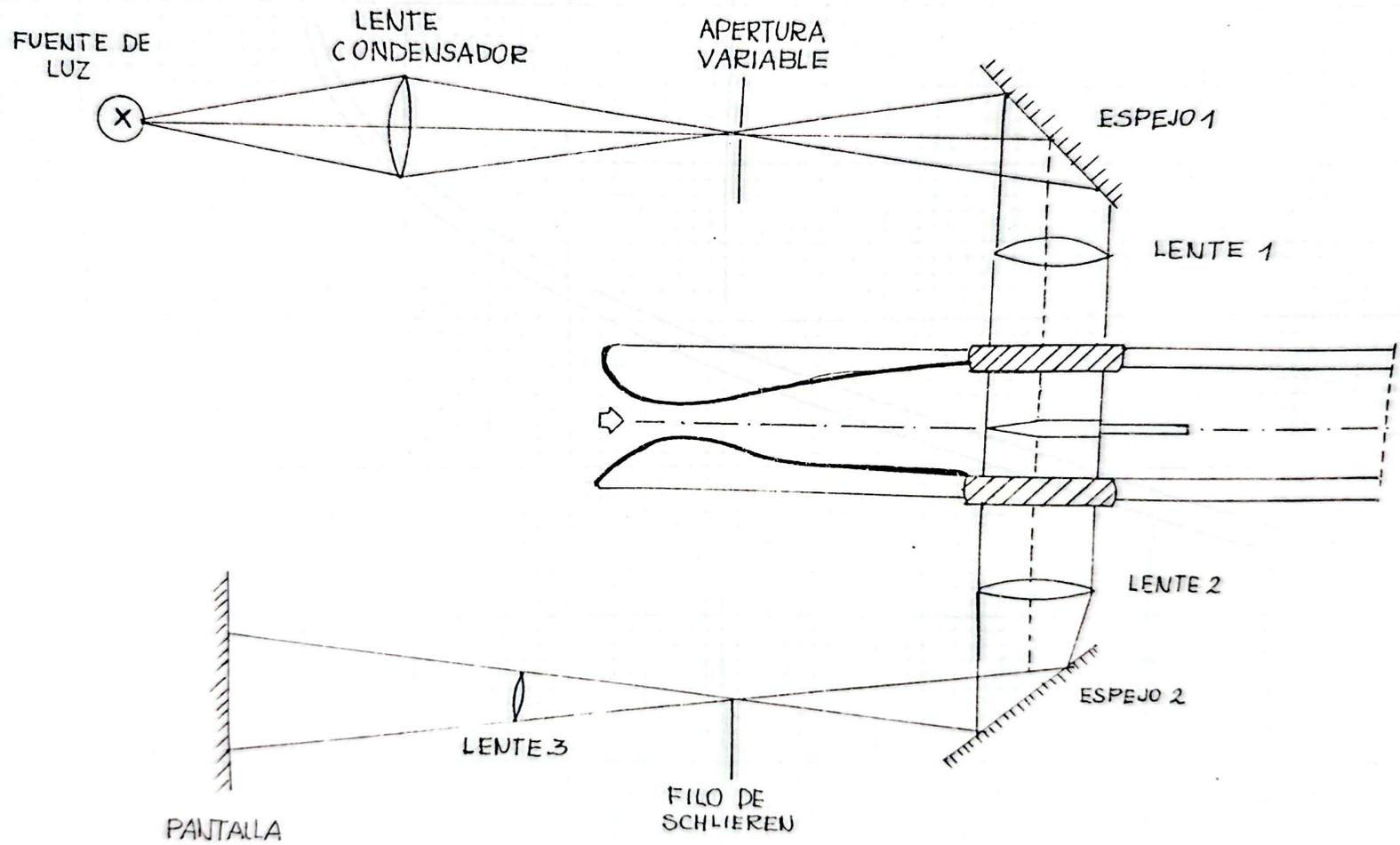


FIG. 6.- Sistema Schlieren

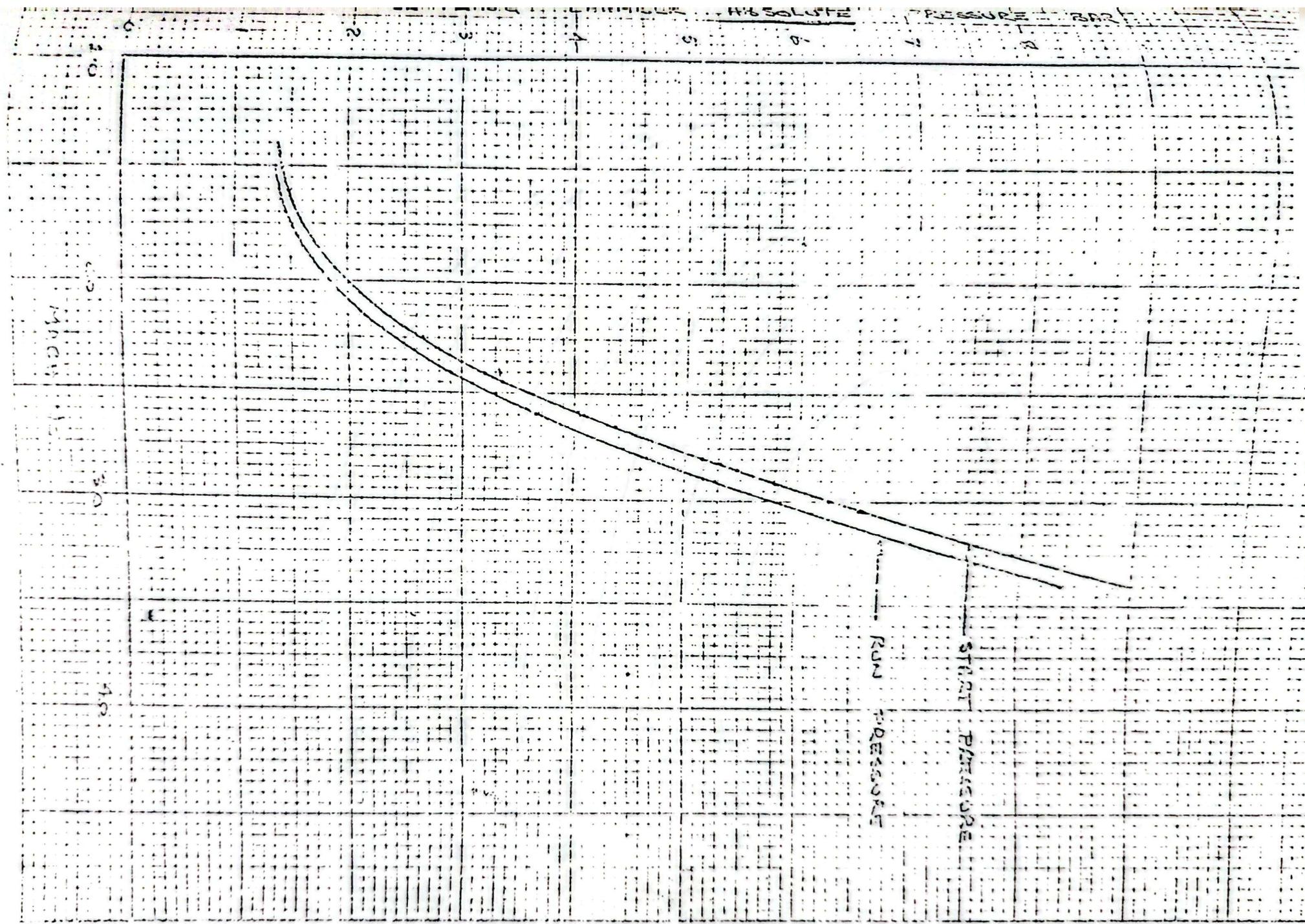


FIG. 7.- Curvas de presión en la Cámara de arranque y operación

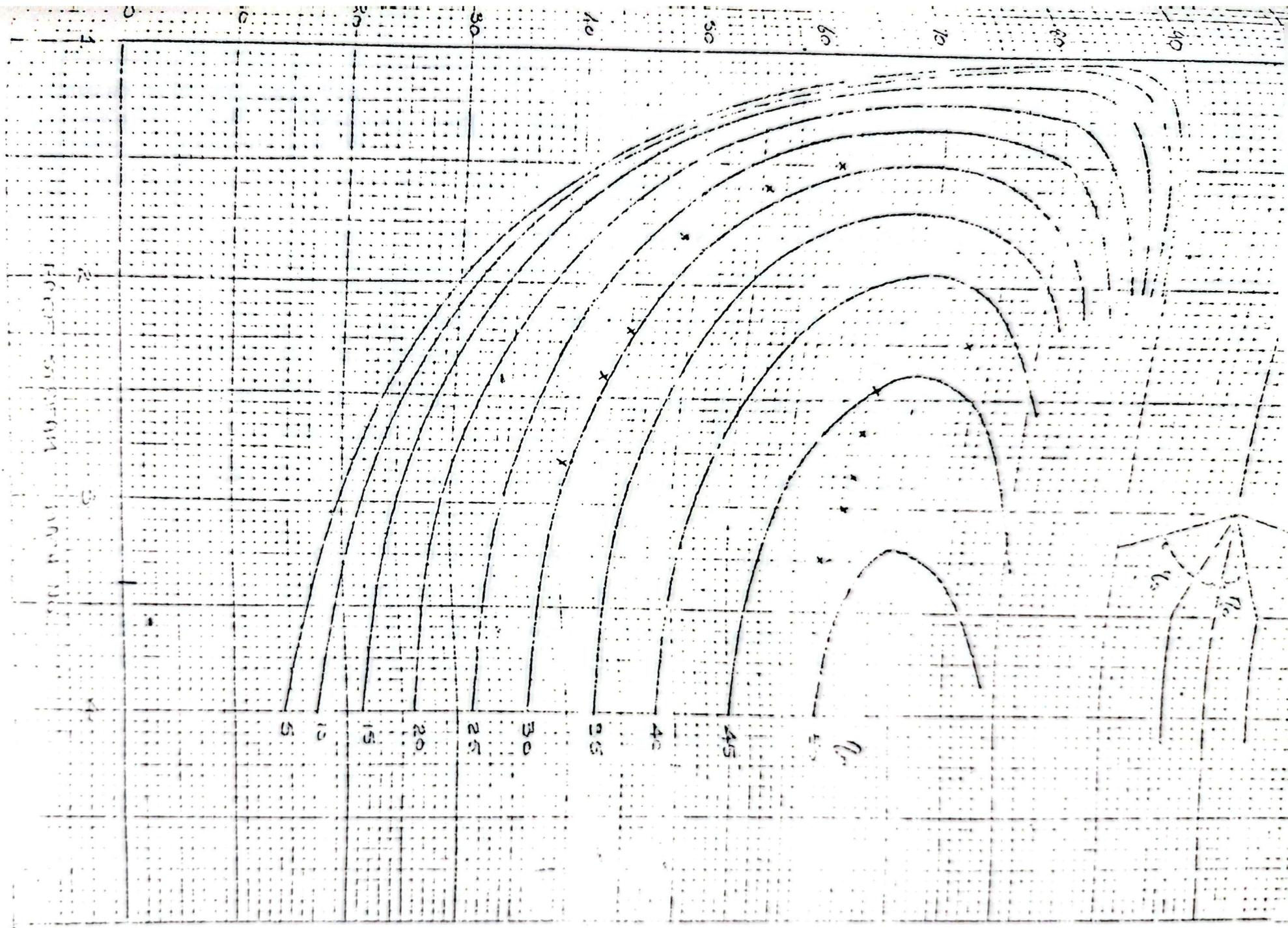


FIG. 8.- Angulo de choque vs. el número de Mach de la corriente libre para varios ángulos de conos.

NOTA: θ_c en la figura es igual a θ y $\theta_s = \beta$ en el desarrollo de la presente tesis.

NUMERO DE MACH REAL	NUMERO DE MACH INDICADO	Psc ARRANQUE (Bar)	Psc (Bar)	Pw10 (Bar)	Psc (Absol)	Pw10 (Absol)	$\frac{P_{w10}}{Psc}$	NUMERO DE MACH COM PROBADO	< β EN EL GRAFICO	< β EN LA FOTOGRAFIA
2.8	2.95	4.2	5.8	-0.76	6.818	0.258	0.03784	2.79	41.25°	40°
2.4	2.55	2.2	4.0	-0.69	5.018	0.328	0.06536	2.43	44°	43°
2.2	2.35	1.5	3.0	-0.58	4.018	0.438	0.10900	2.10	46.5°	45°
1.8	1.95	0.7	0.8	-0.72	1.818	0.298	0.16391	1.84	52°	48.75°
1.6	1.75	0.5	0.8	-0.58	1.818	0.438	0.24092	1.59	58.5°	55.75°
1.5	1.65	0.4	1.0	-0.51	2.018	0.508	0.25173	1.55	66°	60.5°

TABLA 4 de Resultados: Cono semiángulo de 30°.

NUMERO DE MACH REAL	NUMERO DE MACH INDICADO	Psc ARRANQUE (Bar)	Psc (Bar)	P _{w10} (Bar)	Psc (Absol)	P _{w10} (Absol)	$\frac{P_{w10}}{Psc}$	NUMERO DE MACH COMPROBADO	β EN EL GRAFICO	β EN LA FOTOGRAFIA
3.25	3.4	6.80	7.60	-0.84	8.618	0.178	0.020654	3.20	58°	63.5°
3.05	3.2	5.60	6.20	-0.82	7.218	0.198	0.02743	3.0	59°	65.5°
2.85	3.0	4.50	9.0	-0.68	10.018	0.338	0.033739	2.85	60°	65.75°
2.65	2.8	3.40	6.0	-0.648	7.018	0.37	0.052721	2.57	63°	66.5°
2.45	2.6	2.40	2.60	-0.80	3.618	0.218	0.060254	2.48	66.5°	66.75°
2.25	2.4	1.65	4.30	-0.55	5.318	0.468	0.08800	2.24	-	74.0°

TABLA 5 de Resultados: Cono semiángulo de 45°



NUMERO DE MACH REAL	NUMERO DE MACH INDICADO	Psc ARRANQUE (Bar)	Psc (Bar)	Pw10 (Bar)	Psc (Absol)	Pw10 (Absol)	$\frac{Pw10}{Psc}$	NUMERO DE MACH COMPROBADO.	α EN LA FOTOGRAFIA (grados)
2.8	2.95	4.2	7.0	-0.73	8.018	0.288	0.03591	2.82	44.25°
2.4	2.55	2.2	5.0	-0.62	6.018	0.398	0.066134	2.42	50°
2.2	2.35	1.5	4.2	-0.54	5.218	0.478	0.09160	2.21	50.75°
1.8	1.95	0.7	3.8	-0.26	4.818	0.758	0.15732	1.86	52.25°
1.6	1.75	0.5	1.6	-0.40	2.618	0.618	0.23605	1.60	60.0°
1.5	1.65	0.4	1.6	-0.26	2.618	0.758	0.28953	1.46	61.5°

TABLA 6 de Resultados: Cilindro hemisférico.

NUMERO DE MACH REAL	NUMERO DE MACH INDICADO	Psc ARRANQUE (BAR)	Psc (Bar)	P _{w10} (Bar)	Psc (Absol)	P _{w10} (Absol)	$\frac{P_{w10}}{Psc}$	NUMERO DE MACH COMPROBADO	α EN LA FOTOGRAFIA (Grados)
3.0	3.15	6.0	7.0	- 0.8	8.018	0.218	0.02718	3.0	31.25°
2.8	2.95	4.2	8.0	- 0.67	9.018	0.348	0.038589	2.77	32.50°
2.4	2.55	2.2	3.4	- 0.71	4.418	0.308	0.06971	2.39	36.25°
2.2	2.35	1.5	2.5	- 0.7	3.518	0.318	0.09039	2.22	37.0°
1.8	1.95	0.7	3.0	- 0.36	4.018	0.658	0.163763	1.84	43.75°
1.6	1.75	0.5	2.40	- 0.26	3.418	0.758	0.221767	1.64	55.0°

TABLA 7 de Resultados: Ramjet

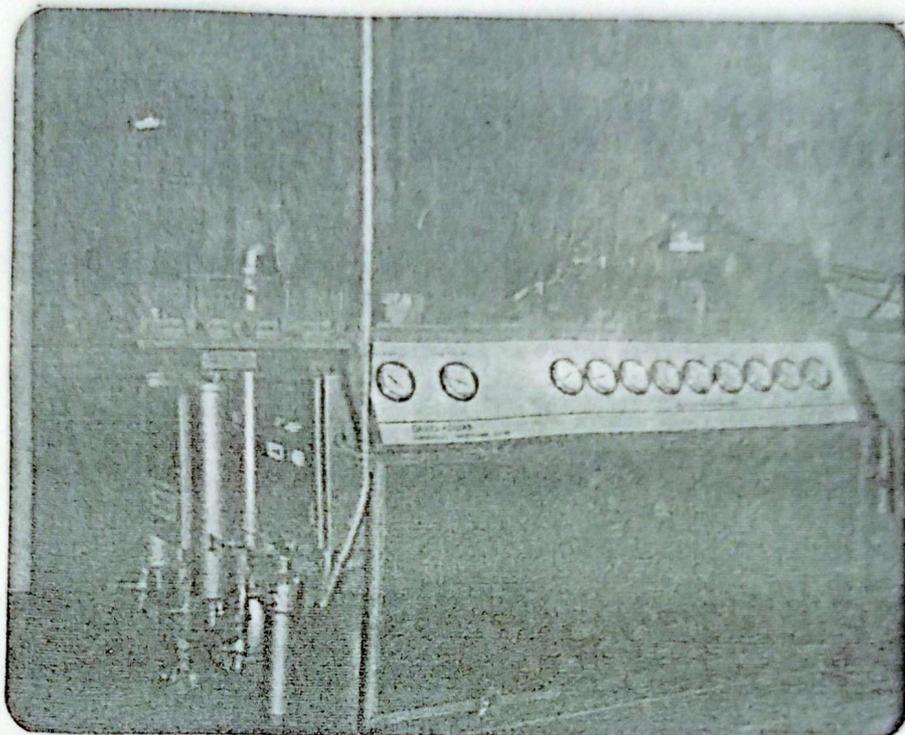


FIG. Nº 9.- Túnel Supersónico vista frontal

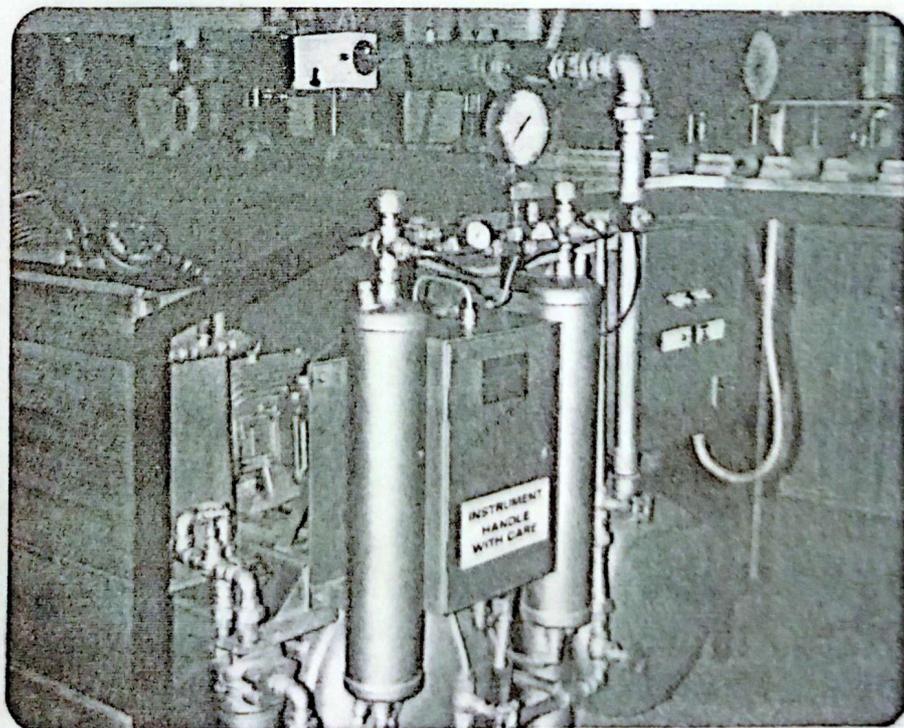


FIG. Nº 10.- Túnel Supersónico vista posterior

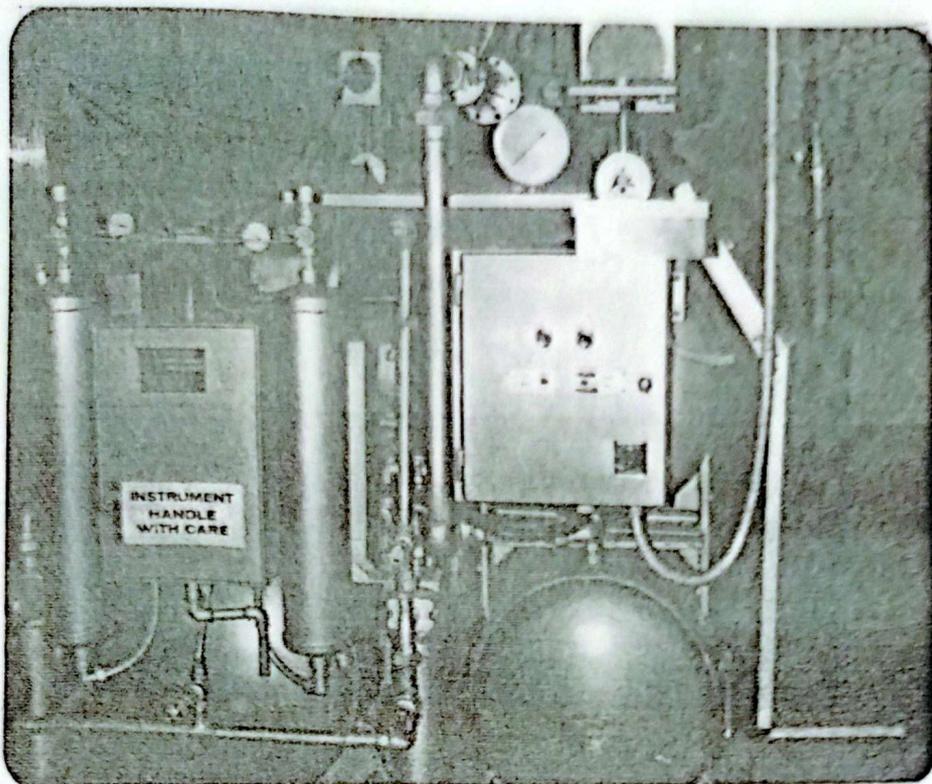


FIG. N° 11.- Túnel Supersónico vista lateral izquierda.

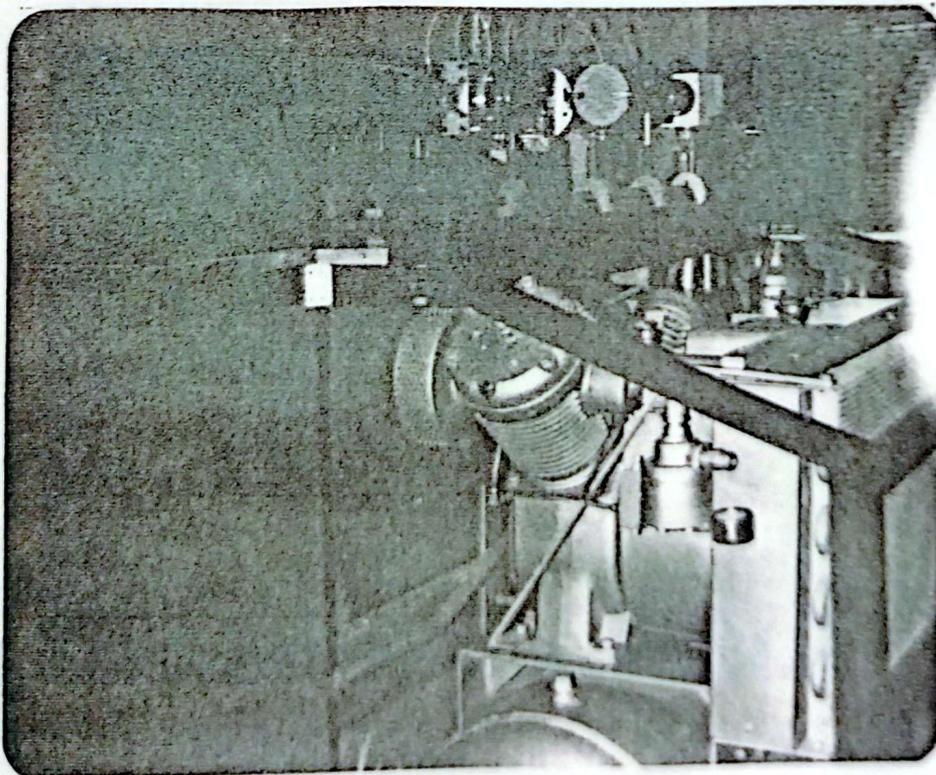


FIG. N° 12.- Túnel supersónico vista lateral derecha

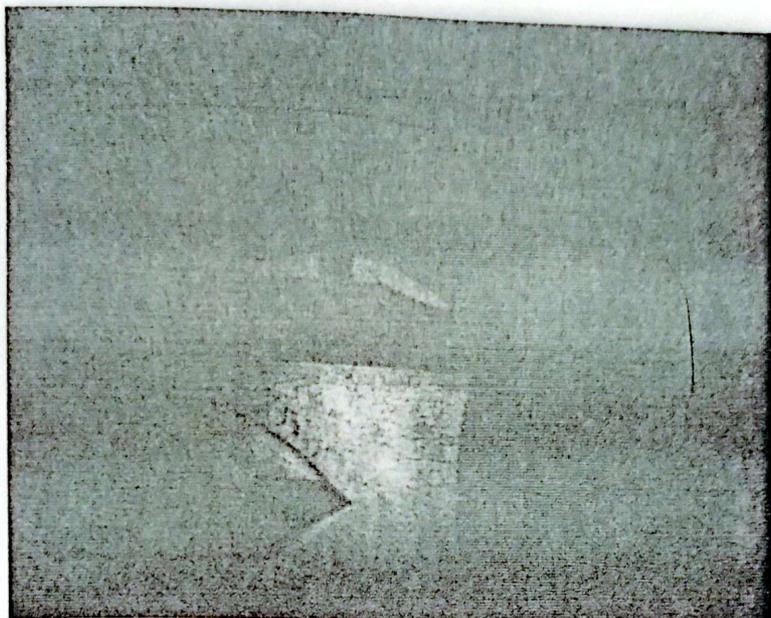


FIG. N^o 13.- Cono semiángulo de 30°. Número de Mach 2.8. Angulo de choque 40°.

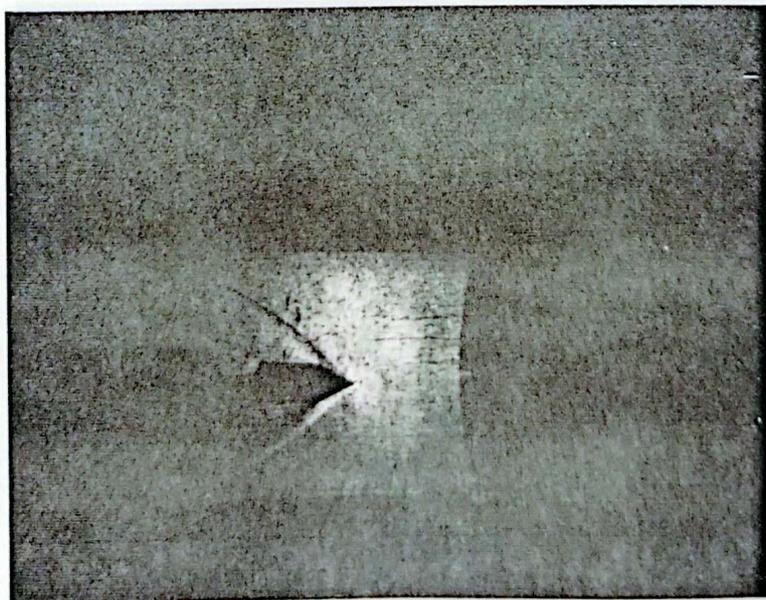


FIG. N^o 14.- Cono semiángulo de 30°. Número de Mach 2.4. Angulo de choque 43°.

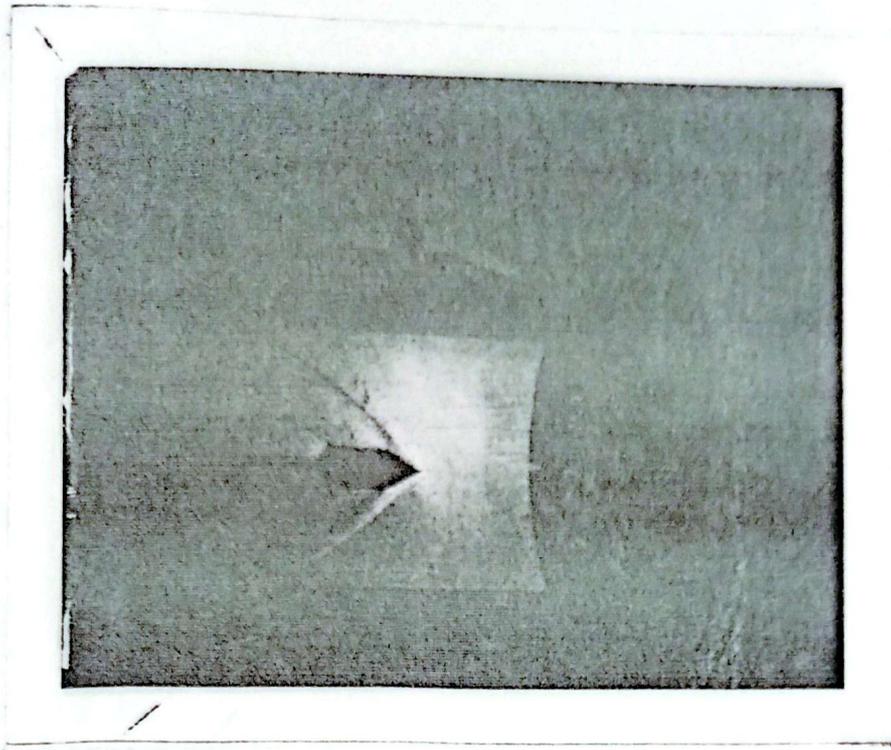


FIG. N^o 15.- Cono semiángulo de 30°. Número de Mach 2.2. Angulo de choque 45°.

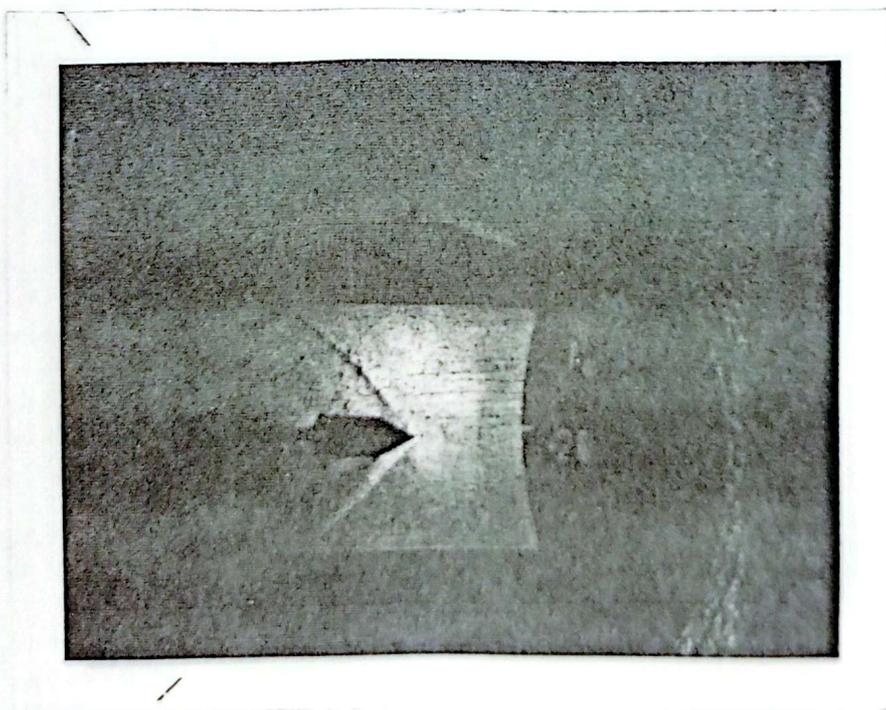


FIG. N^o 16.- Cono semiángulo de 30°. Número de Mach 1.8. Angulo de choque 48.75°.

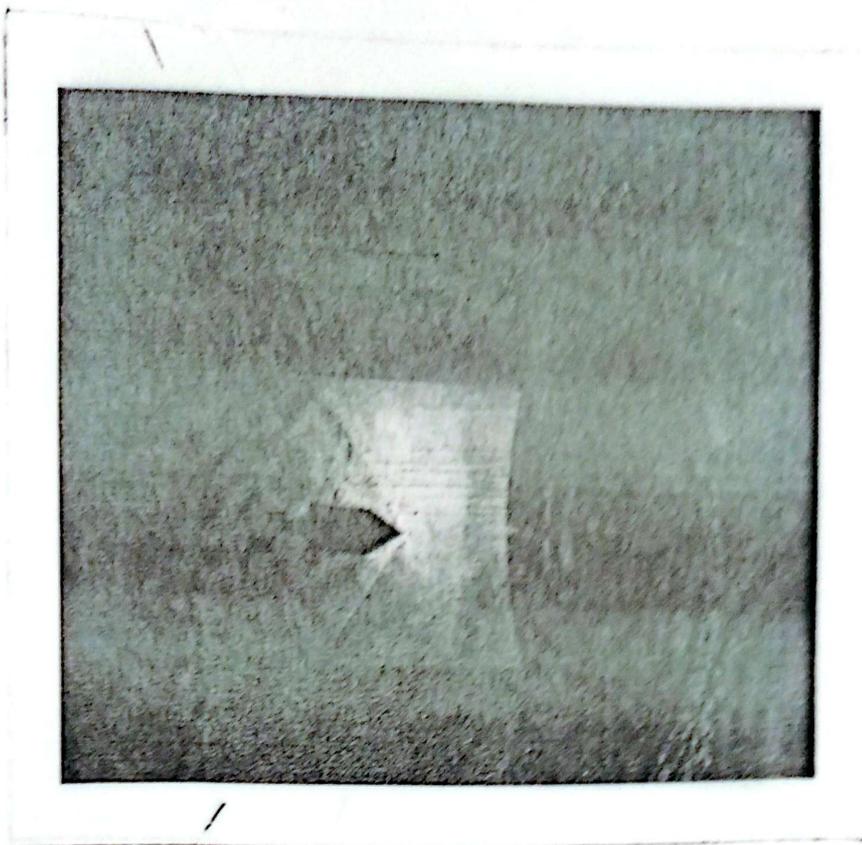


FIG. N^o 17.- Cono semiángulo de 30°. Número de Mach 1,6. Angulo de choque 55,75°.

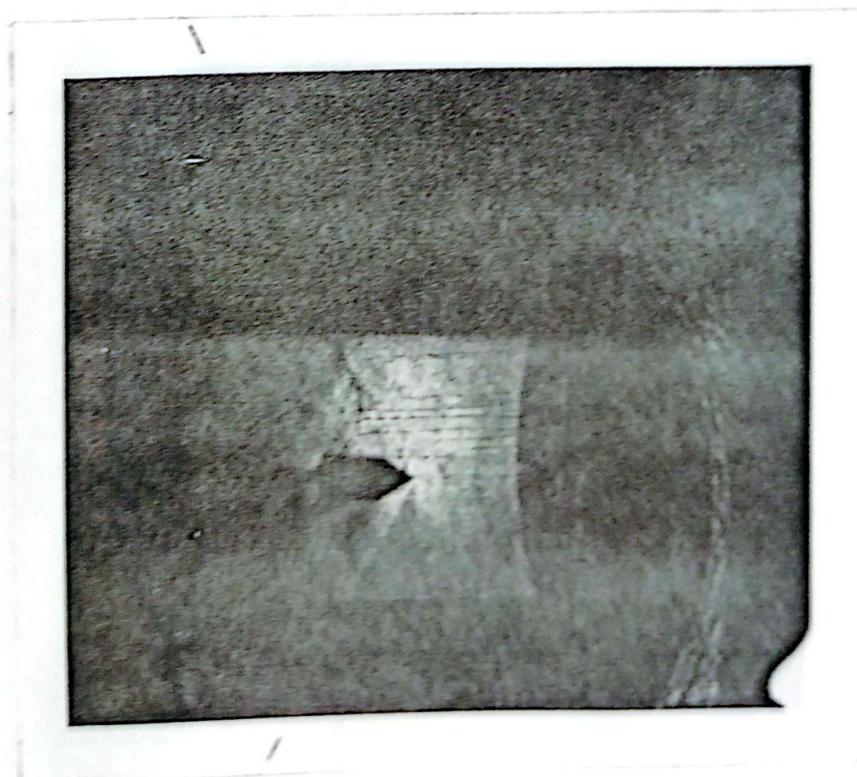


FIG. N^o 18.- Cono semiángulo de 30°. Número de Mach 1,5. Angulo de choque 60,5°.

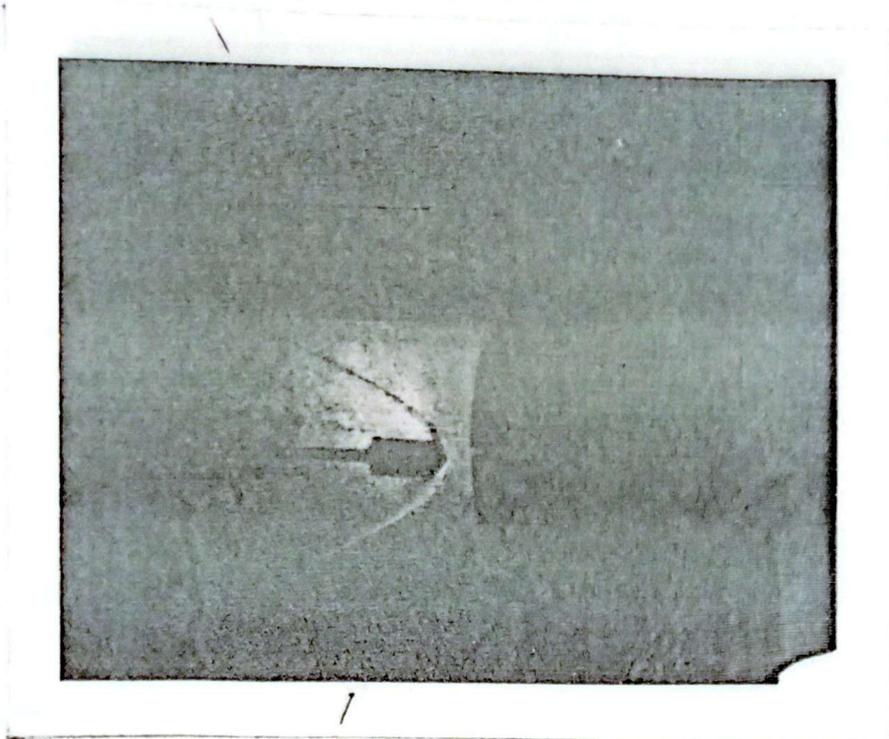


FIG. N^o 19.- Cono semiángulo de 45°. Número de Mach 3.25. Ángulo de choque 63.5°.

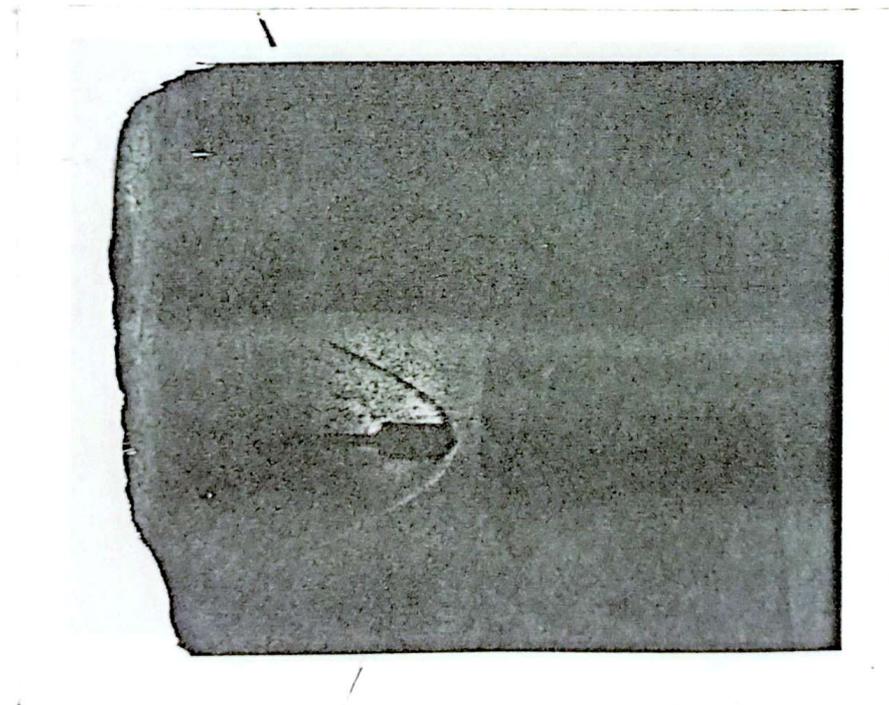


FIG. N^o 20.- Cono semiángulo de 45°. Número de Mach 3.05. Ángulo de choque 65.5°.

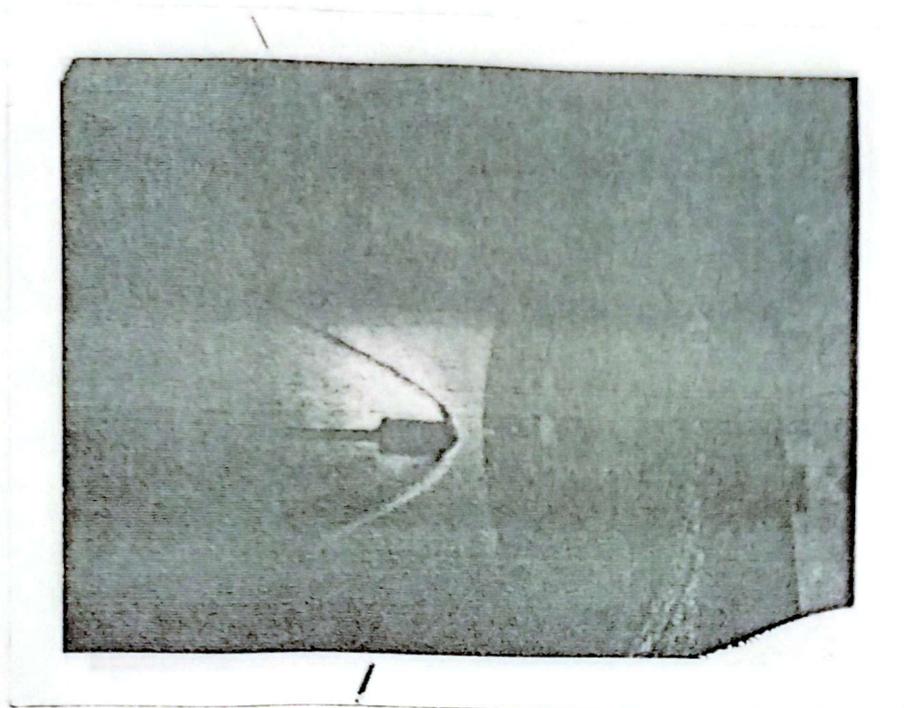


FIG. N° 21.- Cono semiángulo de 45° . Número de Mach 2.85. Angulo de choque 65.75° .

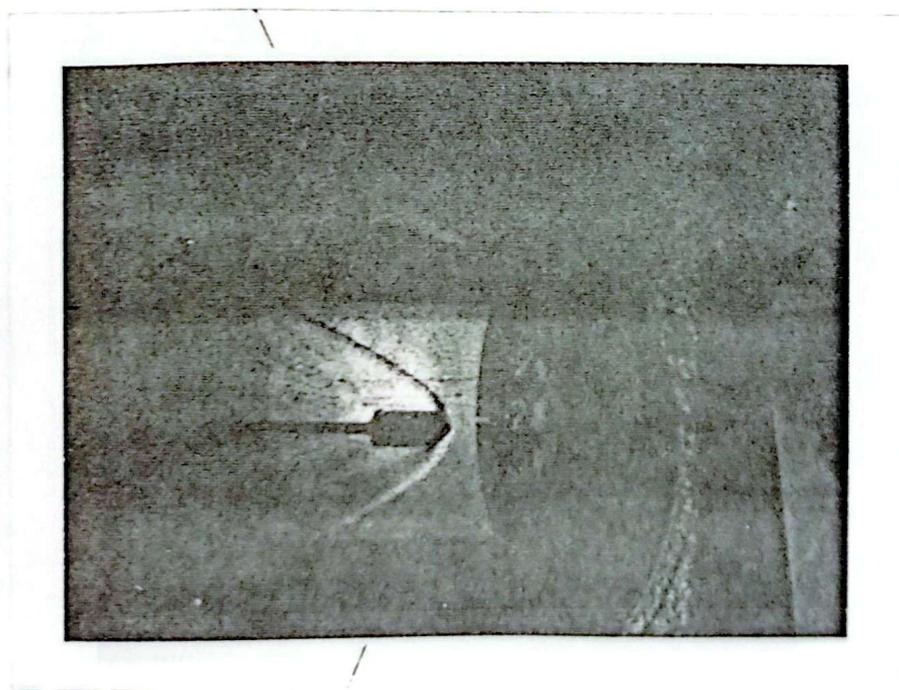


FIG. N° 22.- Cono semiángulo de 45° . Número de Mach 2.65. Angulo de choque 66.5° .

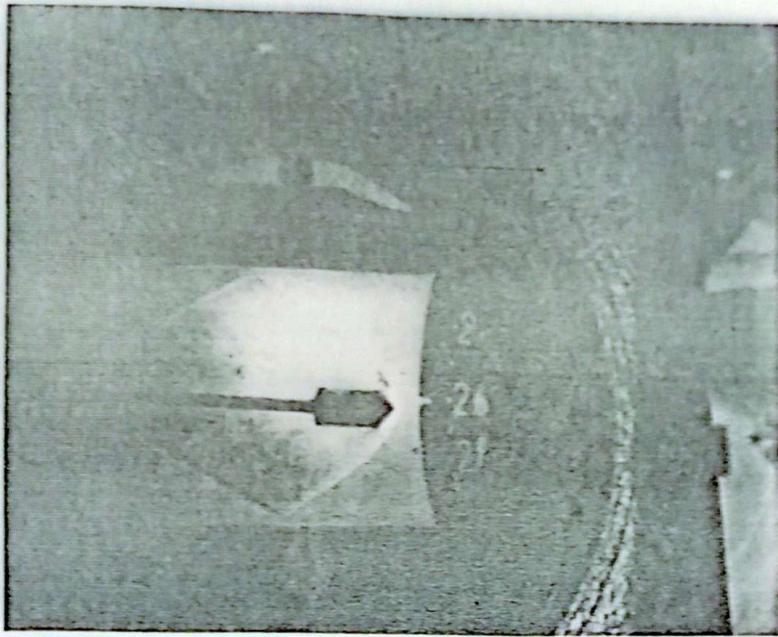


FIG. Nº 23.- Cono semiángulo de 45° . Número de Mach 2.45. Angulo de choque 65.75° .

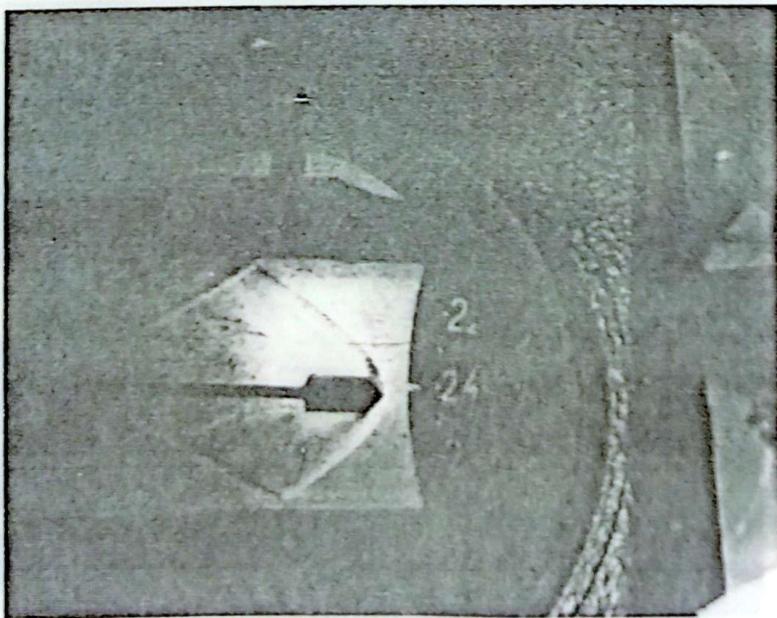


FIG Nº 24.- Cono semiángulo de 45° . Número de Mach 2.25. Angulo de choque 74° .



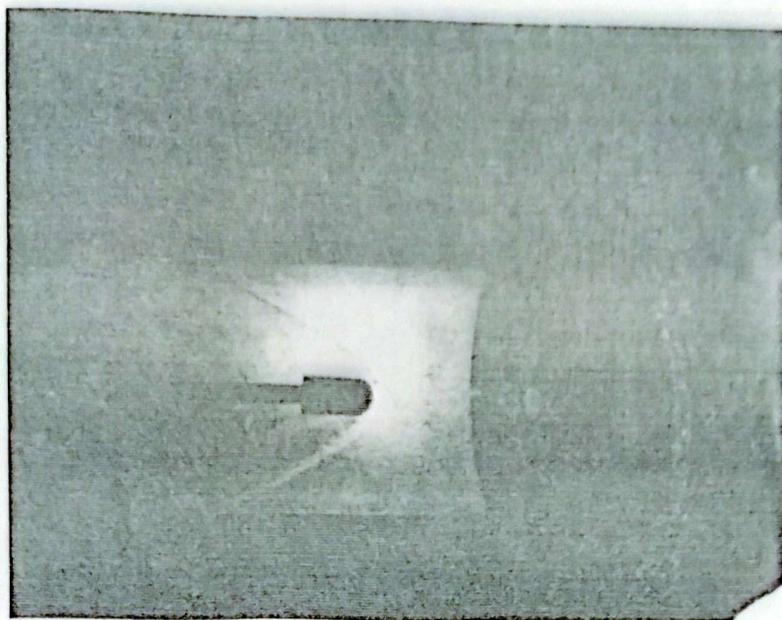


FIG. N° 25.- Cilindro hemisférico. Número de Mach 2.8. Angulo de choque 44.25°.

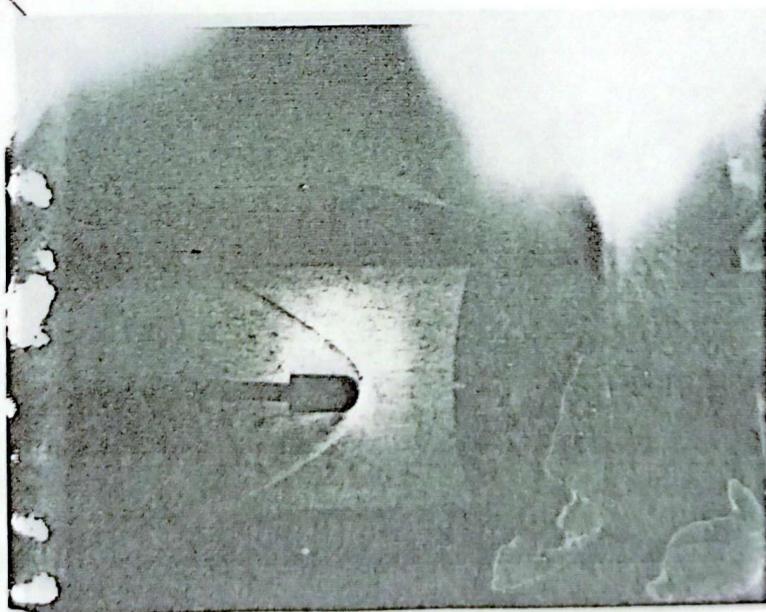


FIG N° 26.- Cilindro hemisférico. Número de Mach 2.4. Angulo de choque 50°.

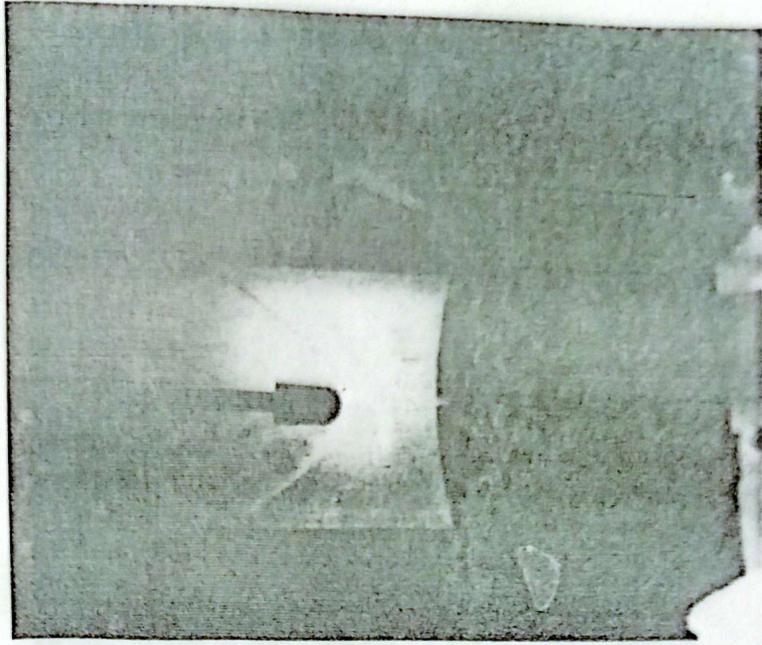


FIG. N° 27.- Cilindro hemisférico. Número de Mach 2.2.
Angulo de choque 50.75°.

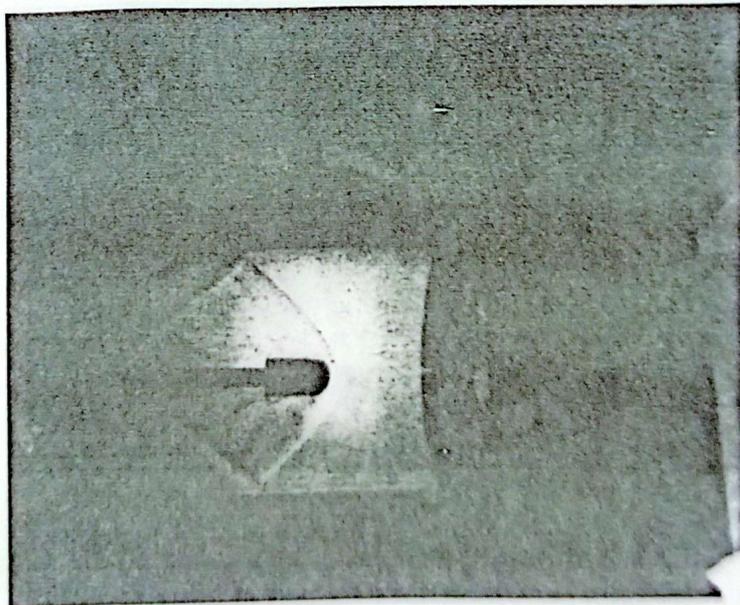


FIG. N° 28.- Cilindro hemisférico. Número de Mach 1.8.
Angulo de choque 52.25°.

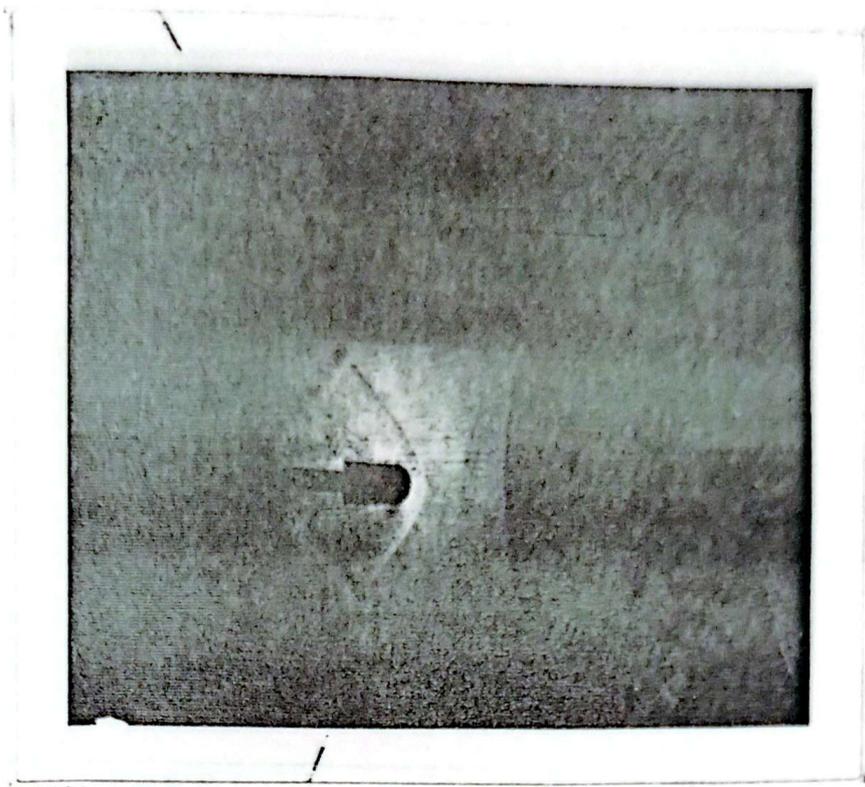


FIG. N^o 29.- Cilindro hemisférico. Número de Mach 1.6.
Angulo de choque 60°.

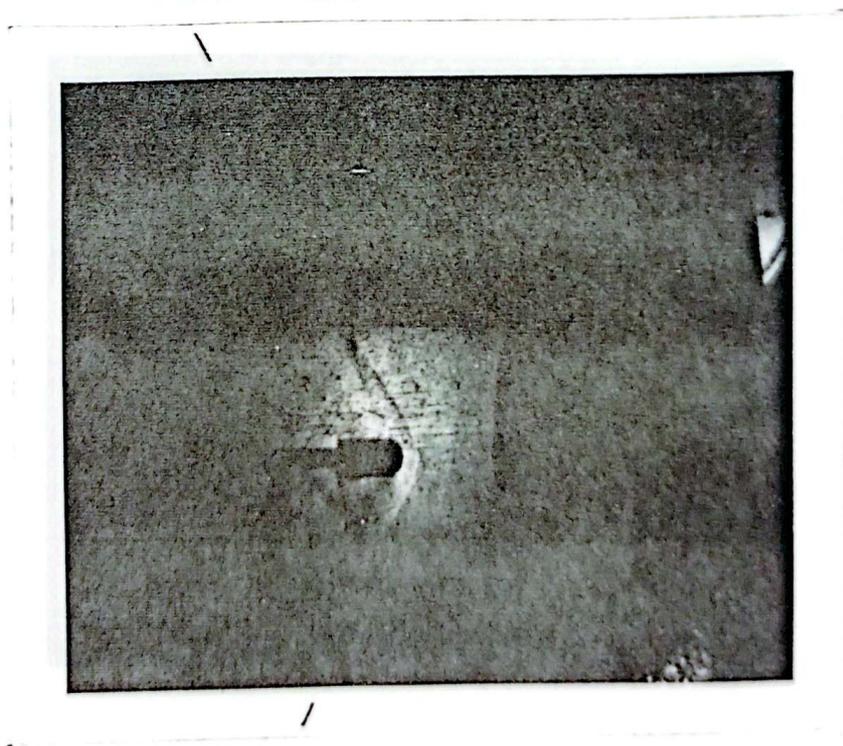


FIG. N^o 30.- Cilindro hemisférico. Número de Mach 1.5.
Angulo de choque 61.5°.

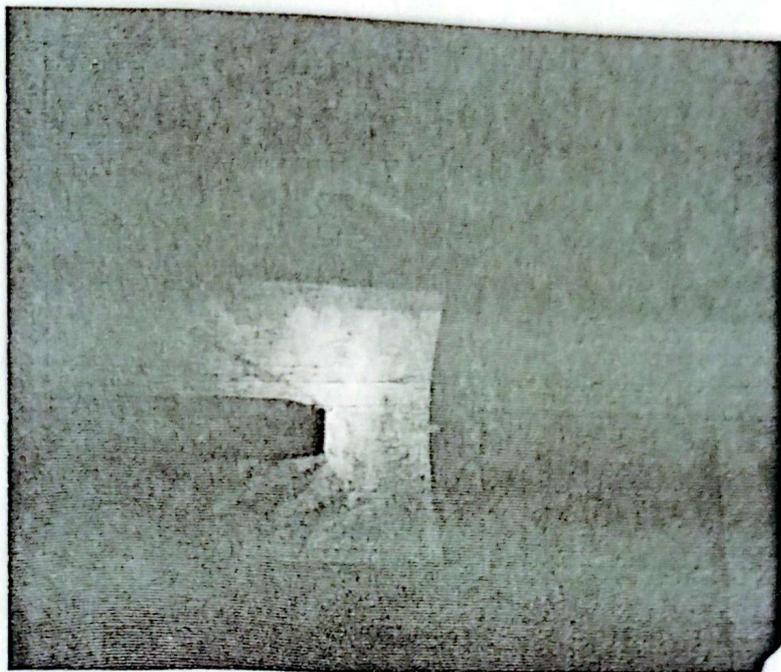


FIG. N° 31.- Ramjet. Número de Mach 3.0. Angulo de choque 31.25°.

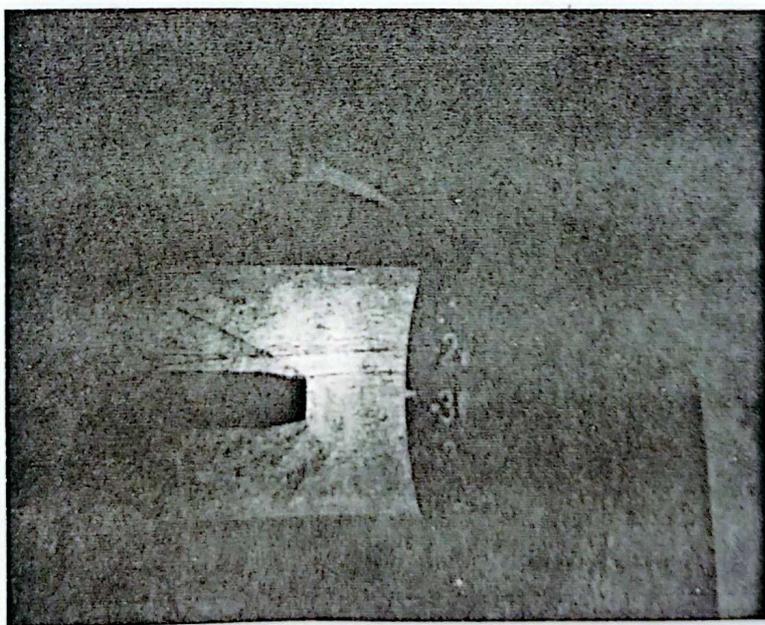


FIG. N° 32.- Ramjet. Número de Mach 2.8. Angulo de choque 32.50°.

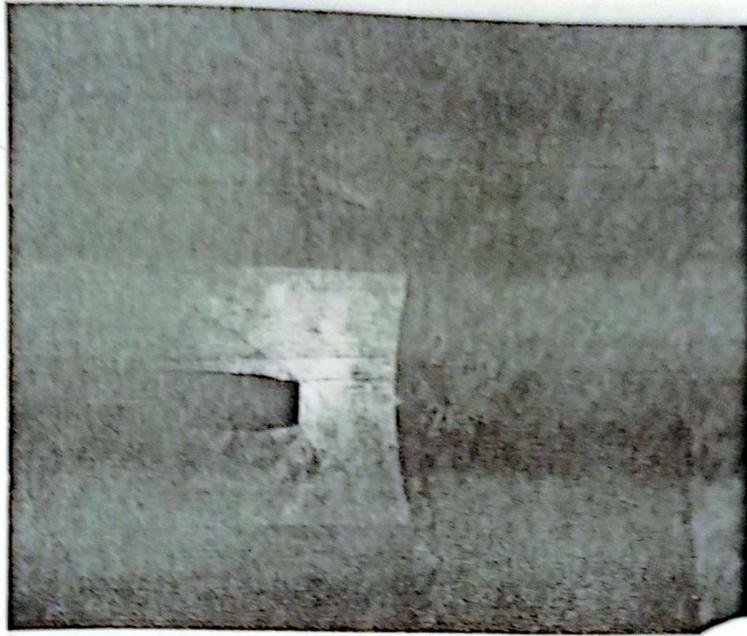


FIG. N^o 33.- Ramjet. Número de Mach 2.4. Angulo de choque 36.25°.

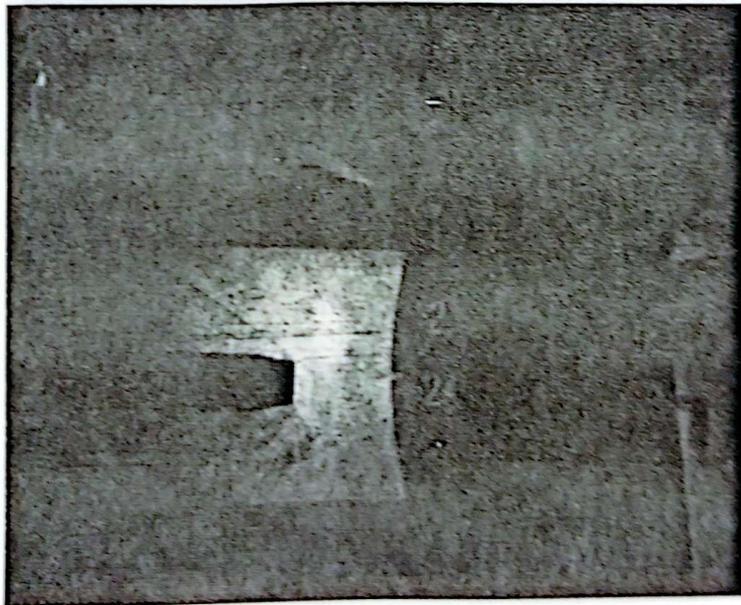


FIG. N^o 34.- Ramjet. Número de Mach 2.2. Angulo de choque 37°.

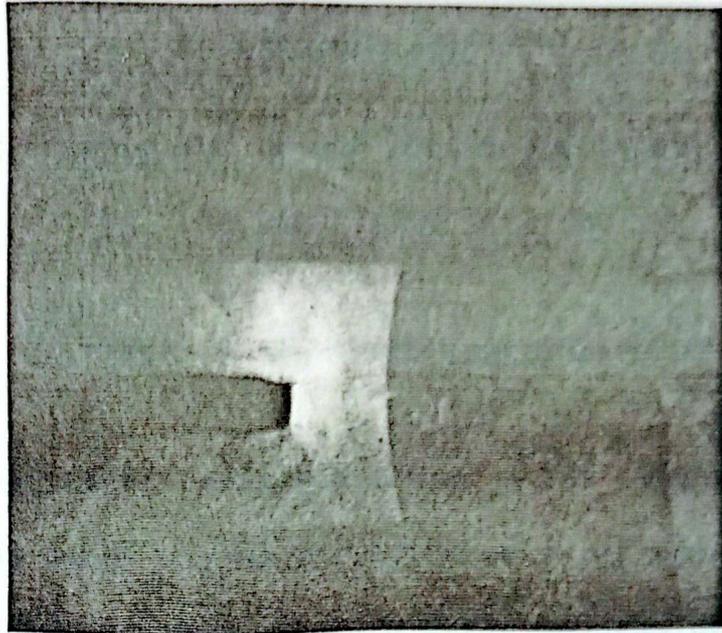


FIG. N^o 35.- Ramjet. Número de Mach 1.8. Angulo de choque 43.75°.



FIG. N^o 36.- Ramjet. Número de Mach 1.6. Angulo de choque 55°.

CAPITULO VII

ANALISIS COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES
VS. LOS RESULTADOS TEORICOS

PRUEBA # 1: CALIBRACION DEL TUNEL SUPERSONICO DE VIENTO

En este experimento vemos que debido a las tolerancias de construcción habrá alguna variación entre el número de Mach para unidades iguales. Para estar seguros del número de Mach, en el rango en que vamos a operar es necesario controlar la calibración del túnel de viento. Esto es conseguido por la comparación de razones de presiones medidas. Con estas razones buscamos en las tablas los consiguientes valores para el número de Mach. Observamos que estos valores son ligeramente diferentes a los valores reales debido al motivo antes mencionado. Con los valores de Mach obtenidos a partir de datos experimentales establecemos la recta de calibración cuyos puntos son promedios de los anteriores, y nos determina finalmente los valores indicados del número de Mach.

PRUEBA # 2. DISTRIBUCION DE PRESION

Conocidos los valores de A y A^* podemos encontrar la distri
bución teórica de presión; y con los valores de las presio-
nes medidas en el túnel de viento encontramos la distribución
de presión experimental.

Analizando comparativamente los resultados podemos decir que
para varios números de Mach, la presión experimental varía
ligeramente con respecto a la presión teórica pero a medida
que la distancia de la entrada (en mms) aumenta, la distri-
bución de presión tiende a hacerse idéntica.

De los gráficos podemos deducir que el valor de la presión
cae y el número de Mach aumenta a medida que la distancia
de la entrada aumenta.

Podemos notar también que ha medida que el Mach de operación
crece, consecuentemente el valor del área en la garganta dis
minuye y el valor de A/A^* aumenta trayendo como consecuencia
la existencia de un rango de caída de presión mayor.

Otra observación que cabe hacer es que en la entrada la pre
sión experimental es visiblemente mayor que la presión teó-
rica.

Por último se puede señalar que ha medida que nos acercamos a la salida de la tobera convergente-divergente del túnel de viento, la variación de presión y del número de Mach se hace mucho menor.

PRUEBA # 3. VISUALIZACION DEL FLUJO USANDO EL METODO DE SCHLIEREN.

De la experiencia realizada se puede deducir lo siguiente: para un cono semiángulo de 30° , los ángulos de las fotografías obtenidos son ligeramente menores que lo que nos da la curva teórica, pero siguen la trayectoria de esta.

Para el cono semiángulo de 45° , los ángulos de choque obtenidos son mayores que los del cono semiángulo de 30° . Además los ángulos en las fotografías obtenidas resultan ligeramente mayores que la que nos da la curva experimental para conos.

En el caso del modelo hemisférico observamos que el choque se adelanta al modelo y se curva.

En el caso del ramjet observamos que los ángulos de choque

son menores que los de los otros tres modelos.

Se observa en todos los casos que a medida que aumentamos el número de Mach, el valor del ángulo de choque disminuye.

CAPITULO VIII

CONCLUSIONES

PRUEBA # 1: CALIBRACION DEL TUNEL SUPERSONICO DE VIENTO

1. Las causas principales de errores en este experimento son:

a) Mala lectura de la presión de estancamiento; vemos que la aguja del manómetro a veces baja tan rápidamente haciendo imprecisa su lectura.

b) La asunción de que $v = 0$ no es completamente cierta en la zona donde se mide la presión de estancamiento.

c) Dificultad de obtener un flujo estable debido a problemas de manipuleo y velocidad de caída de presión en el manómetro de la presión de estancamiento.

d) Fallas en la construcción del túnel, es decir la distribución de área no es exactamente igual a la dada para cada número de Mach.

2. Las suposiciones hechas en la teoría son justificadas en la práctica, ya que la suposición de que el flujo es

isoentrópico es correcta, puesto que la velocidad del flujo a través del túnel es tan grande que no hay tiempo para que se produzca transferencia de calor es decir el flujo es adiabático, además es reversible ya que la fricción y arrastre son pequeños; por lo tanto es isoentrópico.

3. Observamos también que el indicador del número de Mach nos da errores, lo cual es observado en la curva de calibración del túnel de viento, además podemos ver que estos errores son sistemáticos, es decir se producen en forma constante.

PRUEBA # 2. DISTRIBUCION DE PRESION

1. Los factores que pueden producir inexactitud en los resultados son los mismos que en el numeral 1 de la prueba 1, existiendo también la posibilidad de error en la lectura de la presión en los 10 puntos de la tobera y sección de prueba. Para evitar estos errores podemos sugerir tratar de obtener un flujo más estable y lecturas más precisas en la totalidad de los manómetros.
2. Las presiones, teórica y experimental alcanzadas en el

punto 10 (sección de prueba), coinciden, lo cual nos demuestra que el número de Mach en la sección de prueba es igual al número de Mach deseado.

3. El experimento ha demostrado la validez de las relaciones teóricas que fueron creadas para hacer las tablas de flujo compresible ya que las curvas teórica y experimental coinciden.

PRUEBA # 3. VISUALIZACION DEL FLUJO USANDO EL METODO SCHLIEREN.

1. Los puntos experimentales no coinciden exactamente con los teóricos sin embargo la aproximación es bastante buena, demostrando de esta manera la utilidad del método de Schlieren en la visualización de flujos.

Las ligeras diferencias entre los puntos experimentales y teóricos se deben a imprecisiones en la realización de la experiencia, tales como la del número de Mach obtenido; la falta de nitidez de las fotografías y errores en la medición de los ángulos.

APENDICE A
TABLAS

ν (deg)	M	μ (deg)	ν (deg)	M	μ (deg)
0.0	1.000	90.000	17.5	1.689	36.293
0.5	1.051	72.099	18.0	1.706	35.874
1.0	1.082	67.571	18.5	1.724	35.455
1.5	1.108	64.451	19.0	1.741	35.055
2.0	1.133	61.997	19.5	1.758	34.673
2.5	1.155	59.950	20.0	1.775	34.290
3.0	1.177	58.180	20.5	1.792	33.915
3.5	1.198	56.614	21.0	1.810	33.548
4.0	1.218	55.205	21.5	1.827	33.185
4.5	1.237	53.920	22.0	1.844	32.834
5.0	1.256	52.733	22.5	1.862	32.483
5.5	1.275	51.642	23.0	1.879	32.148
6.0	1.294	50.619	23.5	1.897	31.814
6.5	1.312	49.658	24.0	1.915	31.486
7.0	1.330	48.753	24.5	1.932	31.164
7.5	1.348	47.896	25.0	1.950	30.847
8.0	1.366	47.082	25.5	1.968	30.536
8.5	1.383	46.306	26.0	1.986	30.229
9.0	1.400	45.566	26.5	2.004	29.928
9.5	1.418	44.857	27.0	2.023	29.632
10.0	1.435	44.177	27.5	2.041	29.340
10.5	1.452	43.523	28.0	2.059	29.052
11.0	1.469	42.894	28.5	2.078	28.769
11.5	1.486	42.287	29.0	2.096	28.491
12.0	1.503	41.701	29.5	2.115	28.216
12.5	1.520	41.134	30.0	2.134	27.945
13.0	1.537	40.585	30.5	2.153	27.678
13.5	1.554	40.053	31.0	2.172	27.415
14.0	1.571	39.537	31.5	2.191	27.155
14.5	1.588	39.035	32.0	2.210	26.899
15.0	1.605	38.547	32.5	2.230	26.646
15.5	1.622	38.073	33.0	2.249	26.397
16.0	1.639	37.611	33.5	2.269	26.151
16.5	1.655	37.160	34.0	2.289	25.908
17.0	1.672	36.721	34.5	2.309	25.668

TABLA 8.- Número de Mach y ángulo de Mach versus función de Prandtl-Meyer

NOTA: μ en la tabla es α en el desarrollo de la presente tesis.

ν (deg)	M	μ (deg)	ν (deg)	M	μ (deg)
35.0	2.329	25.430	52.5	3.146	18.532
35.5	2.349	25.195	53.0	3.174	18.366
36.0	2.369	24.965	53.5	3.202	18.200
36.5	2.390	24.735	54.0	3.230	18.036
37.0	2.410	24.510	54.5	3.258	17.873
37.5	2.431	24.287	55.0	3.287	17.711
38.0	2.452	24.066	55.5	3.316	17.551
38.5	2.473	23.847	56.0	3.346	17.391
39.0	2.495	23.631	56.5	3.375	17.233
39.5	2.516	23.418	57.0	3.406	17.076
40.0	2.538	23.206	57.5	3.436	16.920
40.5	2.560	22.997	58.0	3.467	16.765
41.0	2.582	22.790	58.5	3.498	16.611
41.5	2.604	22.585	59.0	3.530	16.458
42.0	2.626	22.382	59.5	3.562	16.306
42.5	2.649	22.182	60.0	3.594	16.155
43.0	2.671	21.983	60.5	3.627	16.005
43.5	2.694	21.786	61.0	3.660	15.856
44.0	2.718	21.591	61.5	3.694	15.708
44.5	2.741	21.398	62.0	3.728	15.561
45.0	2.764	21.207	62.5	3.762	15.415
45.5	2.788	21.017	63.0	3.797	15.270
46.0	2.812	20.830	63.5	3.832	15.126
46.5	2.836	20.644	64.0	3.868	14.983
47.0	2.861	20.459	64.5	3.904	14.840
47.5	2.886	20.277	65.0	3.941	14.698
48.0	2.910	20.096	65.5	3.979	14.557
48.5	2.936	19.916	66.0	4.016	14.417
49.0	2.961	19.738	66.5	4.055	14.278
49.5	2.987	19.561	67.0	4.094	14.140
50.0	3.013	19.386	67.5	4.133	14.002
50.5	3.039	19.213	68.0	4.173	13.865
51.0	3.065	19.041	68.5	4.214	13.729
51.5	3.092	18.870	69.0	4.255	13.593
52.0	3.119	18.701	69.5	4.297	13.459

TABLA 8 (Continuación).- Número de Mach y Angulo de Mach versus función de Prandtl-Meyer

ν (deg)	M	μ (deg)	ν (deg)	M	μ (deg)
70.0	4.339	13.325	87.5	6.390	9.003
70.5	4.382	13.191	88.0	6.472	8.888
71.0	4.426	13.059	88.5	6.556	8.774
71.5	4.470	12.927	89.0	6.642	8.660
72.0	4.515	12.795	89.5	6.729	8.546
72.5	4.561	12.665	90.0	6.819	8.433
73.0	4.608	12.535	90.5	6.911	8.320
73.5	4.655	12.405	91.0	7.005	8.207
74.0	4.703	12.277	91.5	7.102	8.095
74.5	4.752	12.149	92.0	7.201	7.983
75.0	4.801	12.021	92.5	7.302	7.871
75.5	4.852	11.894	93.0	7.406	7.760
76.0	4.903	11.768	93.5	7.513	7.649
76.5	4.955	11.642	94.0	7.623	7.538
77.0	5.009	11.517	94.5	7.735	7.428
77.5	5.063	11.392	95.0	7.851	7.318
78.0	5.118	11.268	95.5	7.970	7.208
78.5	5.174	11.145	96.0	8.092	7.099
79.0	5.231	11.022	96.5	8.218	6.989
79.5	5.289	10.899	97.0	8.347	6.881
80.0	5.348	10.777	97.5	8.480	6.772
80.5	5.408	10.656	98.0	8.618	6.664
81.0	5.470	10.535	98.5	8.759	6.555
81.5	5.532	10.414	99.0	8.905	6.448
82.0	5.596	10.294	99.5	9.055	6.340
82.5	5.661	10.175	100.0	9.210	6.233
83.0	5.727	10.056	100.5	9.371	6.126
83.5	5.795	9.937	101.0	9.536	6.019
84.0	5.864	9.819	101.5	9.708	5.913
84.5	5.935	9.701	102.0	9.885	5.806
85.0	6.006	9.584			
85.5	6.080	9.467			
86.0	6.155	9.350			
86.5	6.232	9.234			
87.0	6.310	9.119			

TABLA 8 (Continuación).- Número de Mach y Angulo de Mach versus función de Prandtl-Meyer.

A P E N D I C E B

FIGURAS

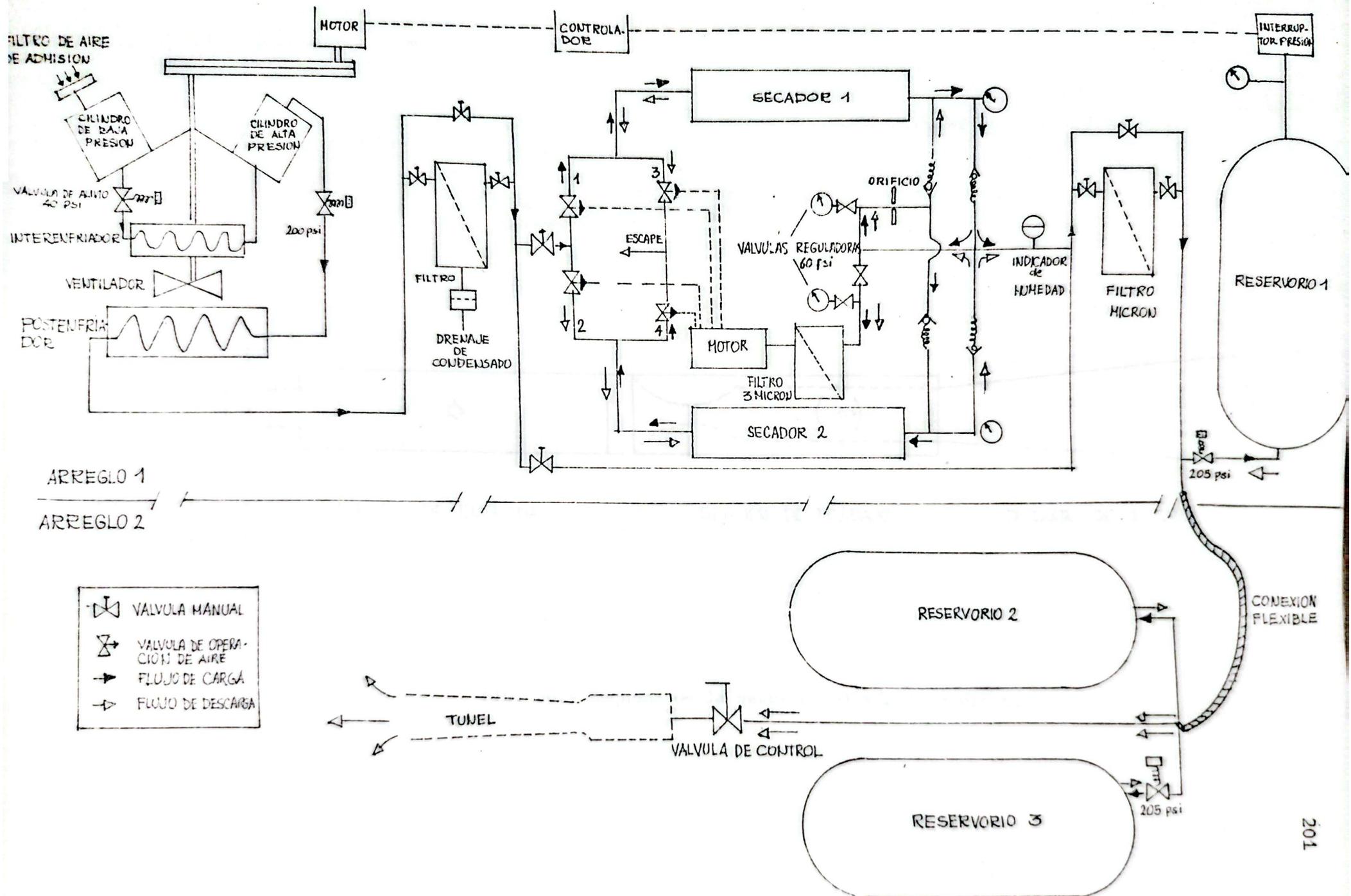
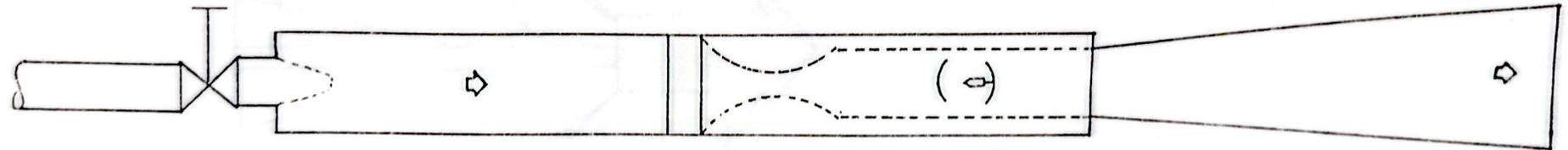


FIG. 37.- Esquema del sistema compresor con reservorios de Almacenamiento.



TUBERIA DE ENTRADA Y
VALVULA DE CONTROL

DIFUSOR DE ENTRADA

SECCION DE TRABAJO

DIFUSOR DE ESCAPE

FIG. 38.- Esquema de la sección del túnel de viento

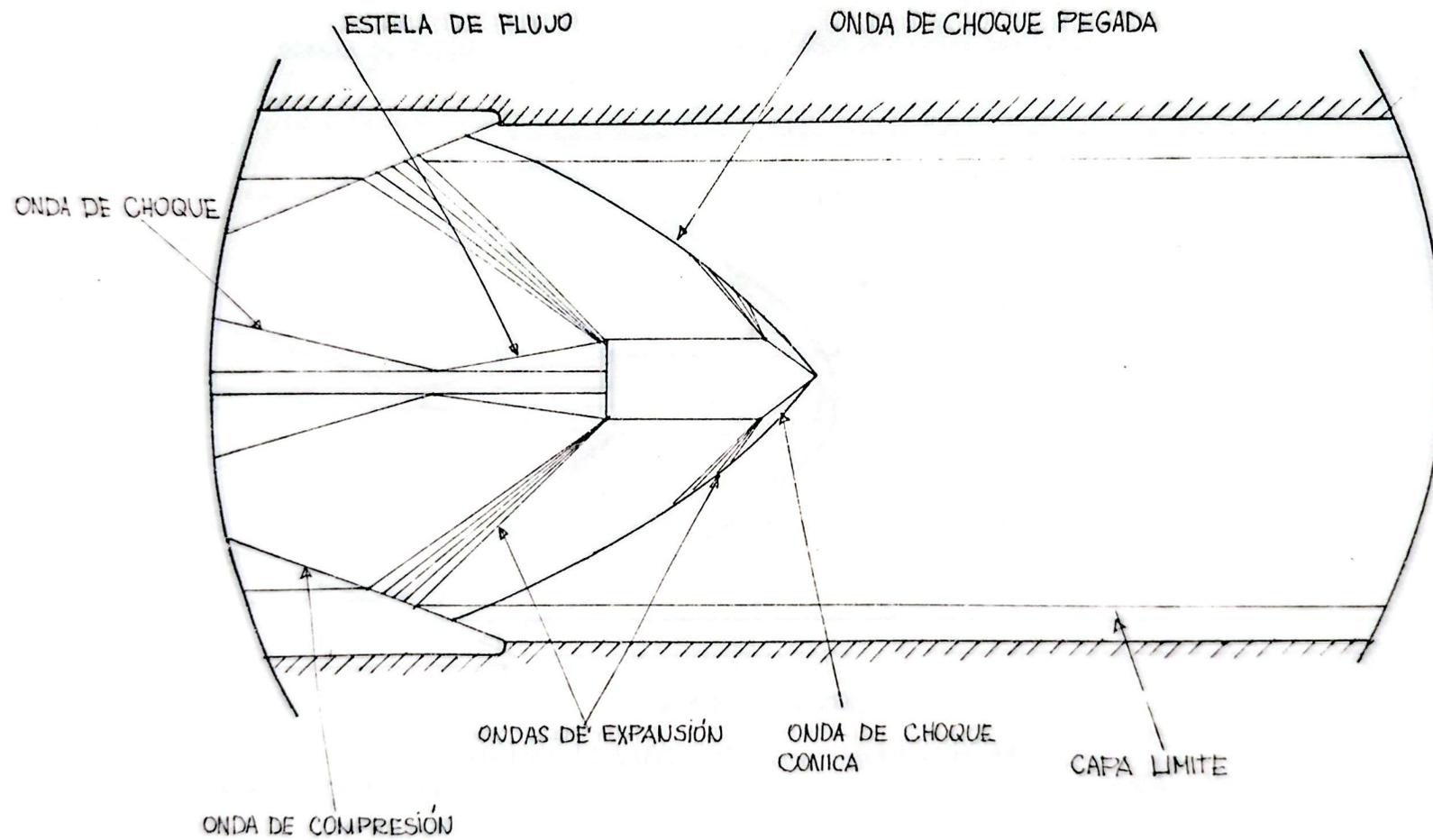


FIG. 39.- Flujo típico Schlieren. Modelo cono.

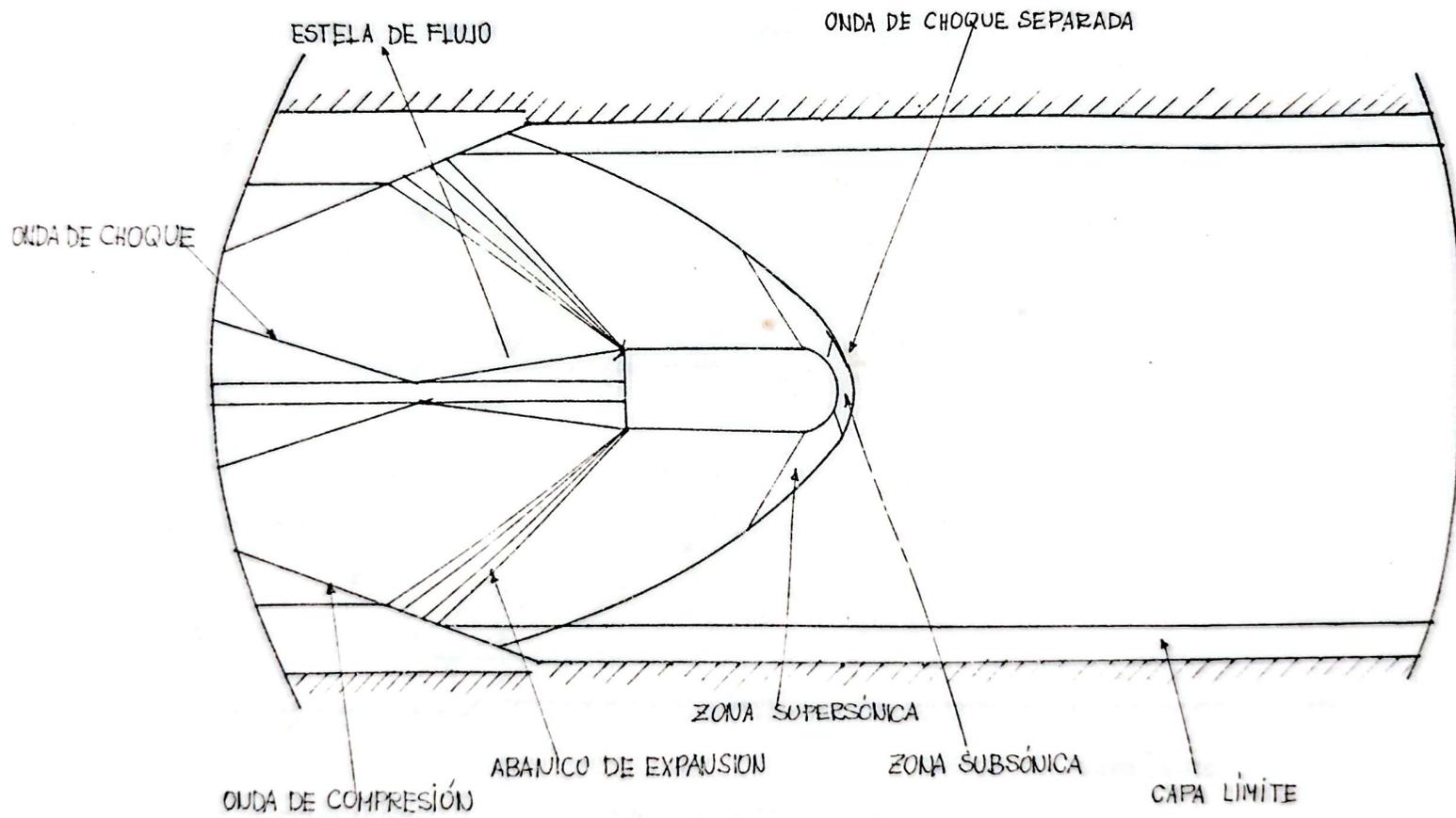


FIG. 40.- Flujo típico Schlieren. Modelo cilindro hemisférico.

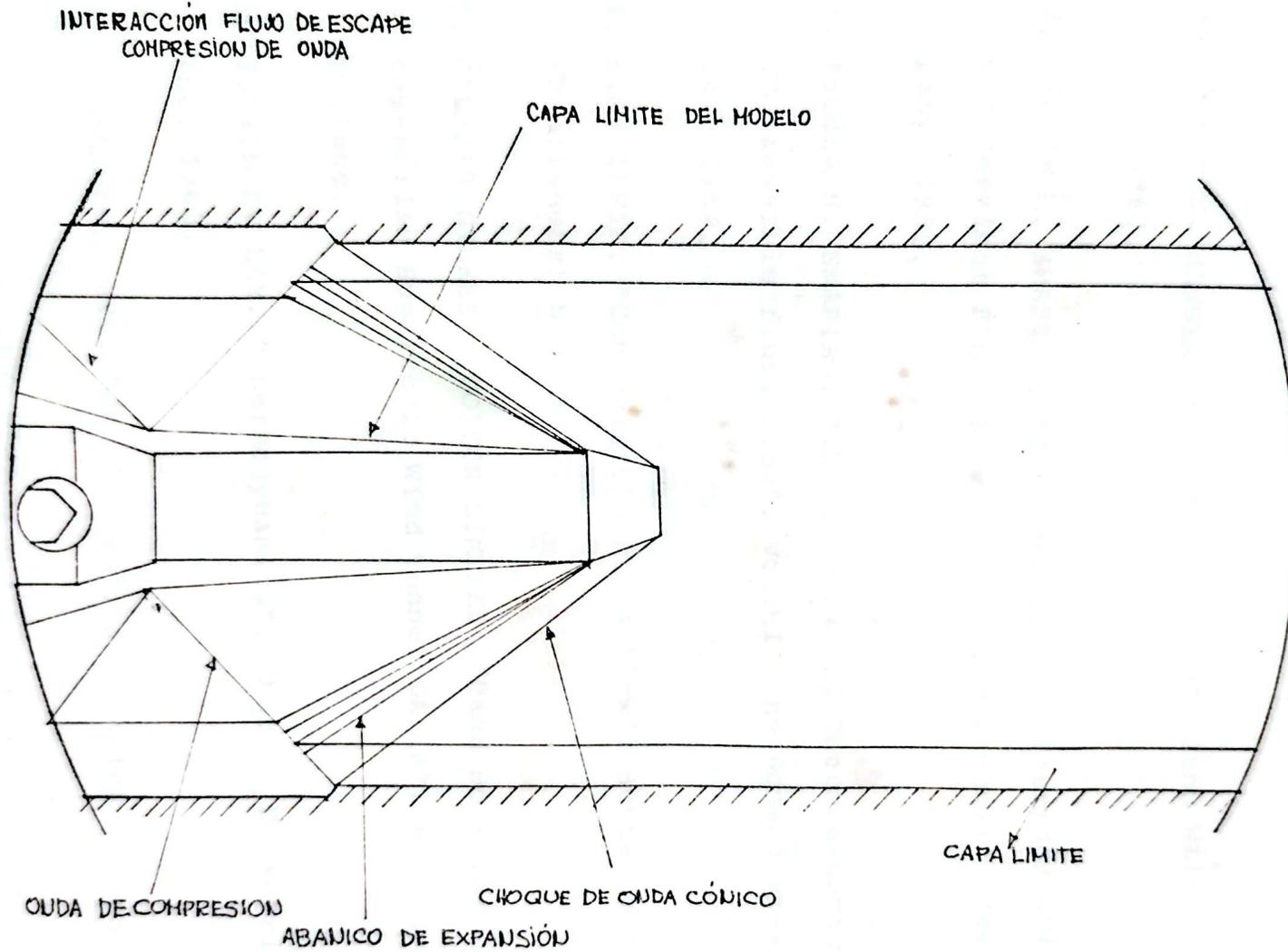


FIG. 41.- Flujo típico Schlieren. Modelo ramjet.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ARTHUR H. HANSEN. "Fluid Mechanics". John Wiley and Sons Inc. 1967.
2. ASCHER H. SHAPIRO. "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow", Vol. I. The Ronald Press Company. 1953.
3. ASCHER H. SHAPIRO. "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible fluid Flow". Vol. II The Ronald Press Company 1954.
4. B.W. IMRIE. "Compressible Fluid Flow". Bttenworth & Co. (Publishers) Ltd. 1973.
5. GILBERT GILKES & GORDON LIMITED. "Hand Book For the Gilkes-Rollab Supersonic Wind Tunnel GA.10". Kendal, Cumbria, England.
6. JOCHIM E. LAY. "Thermodynamics". Charles E. Merrill Books Inc. 1963.
7. KEENAN AND KAYE. "Gas Tables", John Wiley & Sons Inc. 1961.
8. LIEPMANN E. ROSHKO. "Elements of Gas Dynamics". John Wiley and Sons Inc. 1957.

9. RALPH M. ROTTY. "Introducción a la Dinámica de los Gases". John Wiley and Sons Inc. 1968.
10. ROBERT FOX-ALAN T. Mc DONALD. "Introduction to fluid Mechanics". John Wiley and Sons Inc. 1978.
11. S.W. YUAN. "Foundation of fluid Mechanics". Prentice Hall Inc. 1967,
12. VICTOR L. STREETER - E. BENJAMIN WYLIL. "Mecánica de los Fluidos". Mc Graw Hill. 1979.
13. WILLIAM F. HUGHES-JOHN A. BRIGHTON. "Teoría y problemas de dinámica de fluidos". Mc Graw Hill de México, S.A. de c.v. 1970.