

AÑO:	2025	PERÍODO:	I PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable	Total
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., Díaz R., García E., Gualé A., Laveglia F., Mancero M., Ramos M., Solís J., Valdiviezo J.					
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	25/agosto/2025			

	Examen	Lecciones	Controles de lectura	Deberes
Puntos posibles	50	35	10	5
Puntos obtenidos				

Apellidos y nombres: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

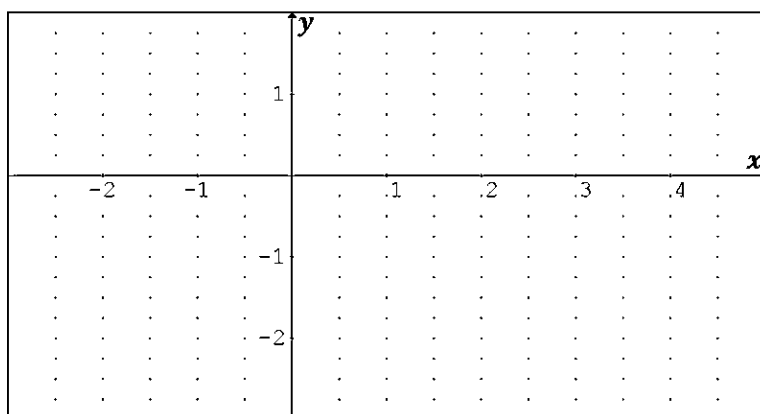
Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

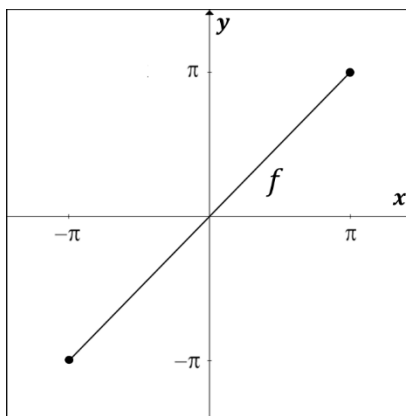
1. (7 PUNTOS) Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{5 - x}{x^2 - (4 + \pi)x + 4\pi} dx$$

2. (8 PUNTOS) Calcule la suma de Riemann R_P para la función $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ en el intervalo $I = [-2, 4]$, considerando una partición P con 6 subintervalos de igual longitud y los puntos muestra escogidos como el punto medio en cada subintervalo. Para el efecto:
- (a) (1 PUNTO) Bosqueje la gráfica de la función en el intervalo dado.
 - (b) (2 PUNTOS) Establezca los puntos de la partición P y los puntos muestra.
 - (c) (3 PUNTOS) Plantee la suma R_P , tabule sus términos y represente su interpretación geométrica en el bosquejo, dibujando los rectángulos correspondientes.
 - (d) (2 PUNTOS) Reemplace los elementos en la suma, realice las operaciones indicadas y obtenga su resultado.



3. (7 PUNTOS) Dada la función $f: [-\pi, \pi] \mapsto [-\pi, \pi]$ cuya gráfica se muestra a continuación:



(a) (1 PUNTO) Determine la regla de correspondencia de f .

(b) (6 PUNTOS) Obtenga K , L y M , utilizando el Teorema de Simetría; si $n \in \mathbb{N}$ y, además:

$$K = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad L = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad \text{y} \quad M = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

4. (8 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2k}{x^2}, & x \geq 600 \\ 0, & 0 \leq x < 600 \end{cases}$$

(a) (5 PUNTOS) Determine el valor de la constante real k , tal que se cumpla lo siguiente:

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx = 1$$

(b) (3 PUNTOS) Considerando el valor obtenido para k en el literal anterior, calcule el valor de p , si se conoce que:

$$p = \int_{1000}^{+\infty} f(x) dx$$

5. (10 PUNTOS) Se requiere elaborar una estructura en forma de espiral tal que se ajuste a la ecuación $r = e^{-\frac{\theta}{10}}$, $0 \leq \theta \leq 10$, con r dada en *metros*. Para el efecto, se ha decidido emplear alambre flexible, debiendo determinarse la cantidad de alambre necesaria, utilizando la integral definida.
- (a) (2 PUNTOS) Identifique el tipo de aplicación correspondiente y el sistema de coordenadas relacionado.
- (b) (6 PUNTOS) Determine, *sin necesidad de graficar*, la cantidad de alambre necesaria para construir la estructura, si se conoce que $e^{-1} \approx 0.37$ y $\sqrt{101} \approx 10$. Adicionalmente, calcule el costo total del alambre, considerando que cada *metro* cuesta \$1.50.
- (c) (2 PUNTOS) A partir de los cálculos realizados, indique la cantidad de alambre y el costo total del mismo, *en las unidades correspondientes*; y, concluya si se podrá elaborar la estructura, tomando en cuenta que se dispone de \$8.50 para adquirir el material necesario.

6. (10 PUNTOS) Una de las aplicaciones relevantes en Economía se relaciona con el cálculo del excedente de productores (*EP*). Geométricamente, este excedente se calcula como el área de la región limitada por la función lineal que representa el precio unitario p (en *dólares*), dada por $p(q) = p_0$ y la función de oferta $p = f(q)$ que depende de la cantidad q de unidades ofertadas. Si se conoce que:

$$f(q) = 15 + 0.05q \quad \text{y} \quad p_0 = 30$$

- (a) (3 PUNTOS) Bosqueje las gráficas de las funciones precio y oferta, en el plano adjunto; identificando, además, la región requerida para el cálculo del área.
- (b) (2 PUNTOS) Dibuje una franja representativa de la región y establezca la expresión para el cálculo de su área.
- (c) (5 PUNTOS) Plantee y evalúe la integral definida para calcular el valor del excedente de productores *EP*, expresándolo en las unidades respectivas.

