

# **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

## **Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra**

Análisis comparativo de pérdidas probables mediante curvas de fragilidad para evaluar el impacto del uso de tecnologías de protección sísmica

### **PROYECTO DE GRADUACIÓN**

Previo la obtención del Título de:

### **Magíster en Estructuras Civiles Sismorresistentes**

Presentado por:

Juan Sebastián Díaz Méndez

Paul Fernando Córdova Faggioni

GUAYAQUIL - ECUADOR

Año: 2026

## **DEDICATORIA**

El presente proyecto lo dedicamos a nuestras familias, por su apoyo incondicional, comprensión y confianza permanente a lo largo del postgrado y, en particular, durante la realización del proyecto de graduación.

Asimismo, lo dedicamos a las personas que han estado a nuestro lado en cada etapa del camino, brindándonos ánimo, acompañamiento y motivación constante, contribuyendo a que este objetivo académico se convierta en una realidad.

## **AGRADECIMIENTOS**

Nuestro más sincero agradecimiento a la Escuela Superior Politécnica del Litoral y a la Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra, por la formación académica brindada durante el programa de maestría, la cual permitió adquirir los conocimientos y herramientas necesarias para el desarrollo del presente trabajo de investigación.

De manera especial, expresamos nuestro agradecimiento al PhD. Rodrigo Retamales Saavedra, tutor del presente proyecto, por su orientación constante, paciencia, rigurosidad académica y valiosos aportes y observaciones. Asimismo, agradecemos a los docentes del programa de maestría y a todas las personas e instituciones que contribuyeron de forma significativa a la culminación satisfactoria de este trabajo.

## DECLARACIÓN EXPRESA

“Los derechos de titularidad y explotación, nos corresponde conforme al reglamento de propiedad intelectual de la institución; *Juan Sebastián Díaz Méndez* y *Paul Fernando Córdova Faggioni* damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual”

<p>.....</p> <p><b>Juan Sebastián Díaz Méndez</b></p>	<p>.....</p> <p><b>Paul Fernando Córdova Faggioni</b></p>
---	---

## **EVALUADORES**

.....  
**M.Sc Samantha Elizabeth Hidalgo Astudillo**

PROFESOR DE LA MATERIA

.....  
**M.Sc Nadia Rosaura Quijano Arteaga**

PROFESOR DE LA MATERIA

.....  
**PhD. Rodrigo Alfonso Retamales Saavedra**

PROFESOR TUTOR

## RESUMEN

El presente estudio tiene como objetivo evaluar y comparar el desempeño estructural y las pérdidas económicas, físicas, materiales y humanas de una edificación de hormigón armado en su configuración convencional y con incorporación de tecnologías de aislación sísmica, mediante el uso de análisis estáticos no lineales. Se plantea como hipótesis que una metodología basada en análisis no lineal estático (pushover), fragilidad y vulnerabilidad sísmica permite evaluar de manera consistente la viabilidad técnica de ambas alternativas de diseño, representando de forma realista el comportamiento estructural y las pérdidas asociadas. El desarrollo del estudio se llevó a cabo mediante el modelado estructural del edificio y la ejecución de análisis pushover en ambas configuraciones, a partir de los cuales se obtuvo la curva de capacidad, transformada en curvas de fragilidad mediante el método SPO2FRAG. Las curvas de fragilidad fueron convertidas en curvas de vulnerabilidad mediante la asignación de índices de pérdida y combinadas con la amenaza sísmica del sitio para la estimación de pérdidas probables. El análisis se apoyó en estándares nacionales e internacionales y herramientas computacionales especializadas. Los resultados permitieron identificar diferencias en la respuesta estructural, la probabilidad de daño y las pérdidas esperadas para ambas configuraciones. Se concluye que la metodología aplicada constituye una herramienta adecuada para comparar las pérdidas probables de soluciones convencionales y con aislación sísmica, aportando información relevante para la mitigación del riesgo sísmico y la toma de decisiones en el diseño estructural.

**Palabras Clave:** Aislación sísmica, Pushover, Fragilidad, Pérdidas probables

## **ABSTRACT**

*This study aims at evaluating and comparing the structural performance and the expected economic, physical, and human losses of a reinforced concrete building in its conventional configuration and with the incorporation of seismic isolation technologies, through nonlinear static analysis. The hypothesis is that a methodology based on nonlinear static (pushover) analysis, seismic fragility, and vulnerability allows a consistent evaluation of the technical feasibility of both design alternatives, providing a realistic representation of structural behavior and associated losses. The study was carried out through structural modeling of the building and the execution of pushover analyses for both configurations, from which the capacity curve was obtained and subsequently transformed into fragility curves using the SPO2FRAG method. The fragility curves were then converted into vulnerability curves by assigning loss ratios and combined with the site-specific seismic hazard to estimate probable losses. The analysis was supported by national and international standards, as well as specialized computational tools. The results allowed the identification of differences in structural response, damage probability, and expected losses between both configurations. It is concluded that the applied methodology constitutes an appropriate tool for comparing the probable losses of conventional and seismically isolated solutions, providing relevant information for seismic risk mitigation and structural design decision-making.*

**Keywords:** *Seismic isolation, Pushover, Fragility, Probable losses*

# ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	I
<i>ABSTRACT</i> .....	II
ÍNDICE GENERAL.....	III
ABREVIATURAS .....	VI
SIMBOLOGÍA .....	VIII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	IX
ÍNDICE DE TABLAS .....	XII
ÍNDICE DE PLANOS Y ANEXOS .....	XIV
CAPÍTULO 1 .....	15
Introducción .....	15
1.1    Introducción .....	15
1.2    Antecedentes.....	17
1.3    Localización .....	18
1.4    Problemática a resolver .....	20
1.5    Justificación .....	21
1.6    Objetivos.....	22
1.6.1    Objetivo General .....	22
1.6.2    Objetivos Específicos .....	23
CAPÍTULO 2.....	24
Desarrollo del proyecto .....	24
2.1    Marco conceptual .....	24
2.1.1    Riesgo sísmico y enfoque basado en desempeño.....	24
2.1.2    Tecnologías de protección sísmica .....	25
2.1.3    Modelación estructural y comportamiento sísmico.....	25

2.1.4	Análisis no lineal estático (Pushover).....	26
2.1.5	Funciones de fragilidad .....	27
2.1.6	Funciones de vulnerabilidad.....	27
2.1.7	Estimación de pérdidas probables .....	28
2.1.8	Evaluación comparativa del desempeño estructural .....	29
2.2	Marco metodológico .....	30
2.2.1	Obtención de curva de capacidad (Pushover) .....	33
2.2.2	Obtención de curvas de fragilidad mediante SPO2FRAG - SPO2IDA ...	36
2.2.3	Construcción de la curva de vulnerabilidad.....	54
2.2.4	Cálculo de pérdidas probables.....	59
2.2.5	Tecnología de aislación sísmica.....	67
2.2.6	Solución a diseñar.....	72
CAPÍTULO 3.....		76
RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....		76
3.1	Resultados.....	76
3.1.1	Análisis modal .....	76
3.1.2	Aislación sísmica.....	79
3.1.3	Análisis Pushover.....	82
3.1.4	Curvas de Fragilidad .....	87
3.1.5	Curvas de Vulnerabilidad .....	92
3.1.6	Pérdidas probables .....	94
3.2	Análisis de resultados.....	104
3.2.1	Análisis Pushover.....	104
3.2.2	Curvas de Fragilidad .....	106
3.2.3	Curvas de Vulnerabilidad .....	109
3.2.4	Pérdidas probables .....	111

CAPÍTULO 4.....	118
Conclusiones Y Recomendaciones .....	118
Conclusiones .....	118
Recomendaciones .....	121
BIBLIOGRAFÍA.....	123
PLANOS Y ANEXOS.....	130

## ABREVIATURAS

AAL	Average Annual Loss (Pérdida anual promedio)
AASHTO	American Association of State Highway and Transportation Officials
ASCE	American Society of Civil Engineers
C (COL)	Colapso
CG	Cargas Gravitacionales (No Sísmicas)
COD	Relación desplazamiento global / distorsión local en rango inelástico
CP	Collapse Prevention (Prevención del colapso)
DM	Damage Measure (Medida de daño)
DS	Diseño Sismorresistente
ds	Damage State (Estado de daño)
DV	Decision Variable (Variable de decisión)
EDC	Energía Disipada por Ciclo
EDP	Engineering Demand Parameter (Parámetro de Demanda Ingenieril)
EERI	Earthquake Engineering Research Institute
EL	Expected Loss (Pérdida esperada)
ENDO	Número esperado de víctimas diurnas
ESPOL	Escuela Superior Politécnica del Litoral
FA	Área Total de Construcción
FEMA	Federal Emergency Management Agency
FO	Fully Operational (Completamente operacional)
FV	Fracción del valor total de reemplazo del edificio
Hazus	Hazards U.S. (Amenazas de Estados Unidos)
HM	Hormigón Armado
IDA	Incremental Dynamic Analysis (Análisis Dinámico Incremental)
IDR	Interstory Drift Ratio (Deriva de entrepiso)
IG-EPN	Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional
IM	Intensity Measure (Medida de intensidad sísmica)
IO	Immediate Occupancy (Ocupación inmediata)
LR	Loss Ratio (Razón de pérdidas)
LRB	Lead Rubber Bearing (Apoyo elastomérico con núcleo de plomo)

LS	Life Safety (Seguridad de vida)
MDOF	Multiple Degrees of Freedom (Sistema de múltiples grados de libertad)
MIDUVI	Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda
NC	No colapso
NEC	Norma Ecuatoriana de la Construcción
NSA	Componentes no estructurales sensibles a la aceleración
NSD	Componentes no estructurales sensibles al desplazamiento
P	Probabilidad
PAE	Pérdida Anual Esperada
PBBE	Performance-Based Earthquake Engineering
PEER	Pacific Earthquake Engineering Research Center
$P_{EY}$	Probabilidad deseada de excedencia
PH	Propiedad Horizontal
PML	Probable Maximum Loss (Pérdida máxima probable)
$P_R$	Período de retorno
RB	Rubber Bearing (Apoyo elastomérico)
RDR	Roof Drift Ratio (Deriva de techo)
RR	Ratio de reparación
RV	Valor de reposición
SDOF	Single Degree of Freedom (Sistema de un grado de libertad)
SE	Seguridad Estructural
SEI	Structural Engineering Institute
SPO	Static Pushover Curve (Curva Pushover estática)
STR	Sistema estructural
UP	Unipropiedad
$\beta$	Dispersión logarítmica
$\theta$	Mediana
$\lambda$	Tasa anual de excedencia de la amenaza sísmica

## SIMBOLOGÍA

cm	Centímetro
g	Aceleración de la gravedad
kN	Kilo Newtons
m	Metro
m <sup>2</sup>	Metro cuadrado
MPa	Megapascales
s	Segundo
Ton	Tonelada
USD	United States Dollar (Dólar estadounidense)

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Ubicación de emplazamiento del edificio: Quito, Ecuador .....	19
Figura 2.1 Curvas de fragilidad .....	27
Figura 2.2 Esquema de metodología aplicada.....	30
Figura 2.3 Parámetros del ajuste cuatrilineal del pushover .....	41
Figura 2.4 Características de los sistemas de aislamiento bilineales .....	68
Figura 2.5 Detalle de secciones transversales de viga 1 .....	73
Figura 2.6 Detalle de secciones transversales de viga 2 .....	73
Figura 2.7 Detalle de secciones transversales de columnas 1 y 2.....	74
Figura 2.8 Detalle de losa alivianada .....	74
Figura 3.1 Modelo estructural .....	76
Figura 3.2 Primer modo de vibración .....	77
Figura 3.3 Segundo modo de vibración .....	77
Figura 3.4 Tercer modo de vibración .....	77
Figura 3.5 Vista en elevación de pórtico en sentido X .....	78
Figura 3.6 Vista en elevación de pórtico en sentido Y .....	79
Figura 3.7 Espectro de pseudo-aceleración .....	79
Figura 3.8 Espectro de desplazamientos.....	80
Figura 3.9 Cargas axiales mínimas y máximas en aisladores .....	80
Figura 3.10 Distribución en planta de aisladores .....	81
Figura 3.11 Geometría de aisladores LRB.....	81
Figura 3.12 Formación de rótulas plásticas previo al colapso de la estructura convencional en sentido X .....	83
Figura 3.13 Formación de rótulas plásticas previo al colapso de la estructura convencional en sentido Y .....	83
Figura 3.14 Curva Pushover de la estructura convencional en sentido X.....	84
Figura 3.15 Curva Pushover de la estructura convencional en sentido Y.....	84
Figura 3.16 Formación de rótulas plásticas previo al colapso de la estructura aislada en sentido X.....	85
Figura 3.17 Formación de rótulas plásticas previo al colapso de la estructura aislada en sentido Y.....	85

Figura 3.18 Curva Pushover de estructura con sistema de aislación sísmica en sentido X .....	86
Figura 3.19 Curva Pushover de estructura con sistema de aislación sísmica en sentido Y .....	86
Figura 3.20 Pushover con umbrales de daño, obtenido para la estructura convencional .....	88
Figura 3.21 Curvas IDA percentiles, obtenidas para la estructura convencional .....	89
Figura 3.22 Curvas de fragilidad obtenidas para la estructura convencional .....	89
Figura 3.23 Pushover con umbrales de daño, obtenido para la estructura con aislación sísmica.....	91
Figura 3.24 Curvas IDA percentiles, obtenidas para la estructura con aislación sísmica .....	91
Figura 3.25 Curvas de fragilidad obtenidas para la estructura con aislación sísmica	92
Figura 3.26 Curva de vulnerabilidad obtenida para la estructura convencional .....	93
Figura 3.27 Curva de vulnerabilidad obtenida para la estructura con aislación sísmica .....	93
Figura 3.28 Curvas de amenaza sísmica de Quito y curva de amenaza obtenida con base en $T^*$ para la estructura convencional .....	94
Figura 3.29 Daño físico esperado en la estructura convencional.....	95
Figura 3.30 Pérdidas temporales esperadas en la estructura convencional .....	95
Figura 3.31 Fatalidades esperadas en la estructura convencional .....	96
Figura 3.32 De-agregación hipotética del costo de reparación por grupo considerando la estructura convencional .....	97
Figura 3.33 Probabilidad acumulada vs costo de reparación en estructura convencional .....	97
Figura 3.34 Probabilidad de excedencia vs costo de reparación en estructura convencional.....	98
Figura 3.35 Curva probabilística de pérdidas en estructura convencional .....	98
Figura 3.36 Curvas de amenaza sísmica de Quito y curva de amenaza obtenida con base en $T^*$ para la estructura con aislación sísmica .....	99
Figura 3.37 Daño físico esperado en la estructura con aislación sísmica.....	100
Figura 3.38 Pérdidas temporales esperadas en la estructura con aislación sísmica	100

Figura 3.39 Fatalidades esperadas en la estructura con aislación sísmica .....	101
Figura 3.40 De-agregación hipotética del costo de reparación por grupo considerando la estructura con aislación sísmica .....	102
Figura 3.41 Probabilidad acumulada vs costo de reparación en la estructura con aislación sísmica.....	102
Figura 3.42 Probabilidad de excedencia vs costo de reparación en la estructura con aislación sísmica.....	103
Figura 3.43 Curva probabilística de pérdidas en la estructura con aislación .....	103
Figura 3.44 Comparativa de curvas pushover en sentido X .....	104
Figura 3.45 Comparativa de curvas pushover en sentido Y .....	105
Figura 3.46 Comparativa de curvas de fragilidad.....	109
Figura 3.47 Comparativa de curvas de vulnerabilidad .....	111
Figura 3.48 Comparativa de curvas de amenaza sísmica .....	112
Figura 3.49 Comparativa de probabilidades de excedencia vs costo de reparación	113
Figura 3.50 Comparativa de curvas probabilísticas de pérdidas.....	114
Figura 3.51 Comparativa de daños físicos esperados .....	115
Figura 3.52 Comparativa de pérdidas temporales esperadas .....	115
Figura 3.53 Comparativa de fatalidades esperadas.....	116

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Parámetros de modelización y criterios de aceptación numérica para procedimientos no lineales: vigas de hormigón armado [ASCE/SEI, 2017b].....	34
Tabla 2.2 Parámetros de Modelado y Criterios de Aceptación Numérica para Procedimientos No Lineales — Columnas de Hormigón Reforzado que No sean Circulares con Refuerzo en Espiral o Estribos Sísmicos según lo Definido en ACI318 .....	36
Tabla 2.3 Funciones necesarias para ajustar las partes de endurecimiento, negativa y residual del IDA.....	44
Tabla 2.4 Coeficientes necesarios para ajustar los tramos: endurecimiento, negativo y residual del IDA.....	45
Tabla 2.5 Costo fraccionario de los sistemas estructurales y no estructurales de los tipos de edificios genéricos y ocupaciones de Hazus .....	61
Tabla 2.6 Clasificación Hazus de Componentes No Estructurales y Contenidos de Edificios Sensibles al Desplazamiento y a la Aceleración .....	62
Tabla 2.7 Valores de tipologías constructivas [Concejo Metropolitano de Quito, 2025] .....	63
Tabla 2.8 Valores de Componentes No Estructurales de Edificios Sensibles al Desplazamiento y a la Aceleración .....	64
Tabla 2.9 Tiempo de Limpieza y Reparación de Edificios (Construcción y Tiempo en Días) .....	65
Tabla 2.10 Factor de amortiguamiento $B_M$ .....	72
Tabla 3.1 Relaciones de masas modales participantes .....	78
Tabla 3.2 Propiedades nominales, características y comprobaciones de aisladores	82
Tabla 3.3 Pesos sísmicos de la estructura obtenidos en cada sentido.....	82
Tabla 3.4 Propiedades del SDOF equivalente en sentido X para la estructura convencional.....	87
Tabla 3.5 Propiedades del SDOF equivalente en sentido Y para la estructura convencional.....	88
Tabla 3.6 Resultados derivados del Pushover en sentido X para la estructura con aislación sísmica.....	90

Tabla 3.7 Resultados derivados del Pushover en sentido X para la estructura con aislación sísmica.....	90
Tabla 3.8 Comparativa de propiedades SDOF equivalentes en sentido X .....	106
Tabla 3.9 Comparativa de propiedades SDOF equivalentes en sentido Y .....	107
Tabla 3.10 Comparación de valores de mediana y desviación estándar de las curvas de fragilidad obtenidas.....	108
Tabla 3.11 Valores de mediana y desviación estándar de las curvas de vulnerabilidad obtenidas .....	110

## **ÍNDICE DE PLANOS Y ANEXOS**

PLANO 1	Planimetría de edificación
PLANO 2	Altimetría de edificación
ANEXO 1	Diseño del Sistema de Aislación Sísmica
ANEXO 2	Algoritmo para la obtención de Fragilidad, Vulnerabilidad y Pérdidas Probables a partir de un Análisis Pushover

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Introducción

Los eventos sísmicos representan una amenaza constante para la seguridad y sostenibilidad de las ciudades ubicadas en zonas de alta actividad tectónica. En Ecuador, la ocurrencia de terremotos como los de Bahía de Caráquez (1998) y Pedernales (2016) ha evidenciado la fragilidad y vulnerabilidad de gran parte de las estructuras existentes, en donde las convencionales han experimentado daños severos e interrupciones funcionales prolongadas (Lanning et al., 2016). En este contexto, la ingeniería sismorresistente moderna reconoce que el cumplimiento normativo tradicional no permite ni es suficiente, por sí mismo, para el control de pérdidas económicas o alcanzar la continuidad operativa, por lo que resulta necesario incorporar enfoques que permitan mejorar el desempeño estructural frente a diferentes niveles de amenaza (ASCE/SEI, 2023).

Entre las alternativas disponibles para la reducción del riesgo, la implementación de tecnologías de protección sísmica, tales como la aislación de base y los disipadores de energía, han demostrado ser efectivas para limitar las deformaciones y aceleraciones que experimentan las estructuras durante un sismo. Kelly (1997) introdujo el uso de elastómeros en la aislación sísmica como un medio para desacoplar el movimiento del terreno, mientras que Naeim y Kelly (1999) establecieron los principios prácticos para su aplicación en edificaciones. Por otro lado, en investigaciones recientes, como la realizada por Mazza (2023), reafirman que estas tecnologías pueden reducir considerablemente las demandas sísmicas y los costos de reparación.

La evaluación del impacto de estas soluciones requiere estimar las pérdidas que podrían registrarse ante distintos escenarios sísmicos. A partir de ello, los análisis de fragilidad sísmica se han consolidado como una herramienta eficaz para vincular el nivel de demanda estructural con la probabilidad de alcanzar distintos estados de daño. Rossetto y Elnashai (2003) demostraron que las curvas de fragilidad son fundamentales para derivar funciones de vulnerabilidad aplicables en la estimación de pérdidas. De manera

complementaria, Baker (2015) propuso métodos analíticos eficientes para ajustar dichas curvas mediante análisis estructurales dinámicos. Este enfoque se enmarca dentro de estándares como FEMA P-58 (FEMA, 2018) y Hazus-MH 2.1 (FEMA, 2001), las cuales permiten asociar el desempeño estructural con consecuencias económicas, funcionales y humanas.

Como resultados se ha desarrollado la modelación estructural lineal y no lineal de una edificación tipo de hormigón armado, obteniéndose los modos de vibración, períodos fundamentales y relaciones de masa participativa que validan el comportamiento dinámico esperado de la estructura. Asimismo, mediante el análisis no lineal estático Pushover, se han determinado las curvas de capacidad en las direcciones principales, identificando los parámetros fundamentales de resistencia, rigidez y ductilidad global. Estos resultados constituyen el insumo base para la conversión del sistema estructural a un oscilador equivalente de un grado de libertad (SDOF), conforme al enfoque de análisis basado en desempeño considerado en esta investigación.

A partir de las curvas de capacidad obtenidas, se han definido de manera consistente los estados límite estructurales y se han generado las curvas de fragilidad correspondientes, empleando la metodología SPO2FRAG–SPO2IDA. Dichas curvas representan la probabilidad de excedencia de distintos niveles de daño en función de la intensidad sísmica. Estos resultados permiten avanzar hacia la estimación probabilista de pérdidas económicas, físicas y funcionales, y evidencian el potencial de la metodología propuesta como una herramienta simplificada y técnicamente robusta para la evaluación del impacto del uso de tecnologías de protección sísmica.

En definitiva, el presente proyecto desarrolla un análisis comparativo de pérdidas probables utilizando curvas de fragilidad derivadas del análisis no lineal estático Pushover. El propósito es evaluar el impacto del uso de tecnologías de protección sísmica en la reducción de pérdidas económicas, físicas y humanas. La metodología propuesta busca simplificar el proceso de estimación de pérdidas, de manera que pueda ser replicada en distintos contextos constructivos. Con ello, se pretende contribuir a la implementación racional de tecnologías de protección sísmica en Ecuador y

Latinoamérica en general, y fomentar el diseño de edificaciones más resilientes y sostenibles.

## **1.2 Antecedentes**

Los grandes terremotos de las últimas décadas han marcado un punto de inflexión en la evolución de la ingeniería sismorresistente. Eventos como los de Ciudad de México en 1985 y Northridge en 1994, demostraron que el cumplimiento de los códigos tradicionales no basta para reducir los daños estructurales ni las pérdidas económicas (Aguirre, 2017). En un contexto más local, el terremoto de Pedernales (2016) y, más recientemente, el de Machala (2023), representaron pérdidas de vidas humanas y daños materiales significativos, dejando en evidencia al pobre desempeño y contexto estructural que vive Ecuador (Lanning et al., 2016; IG-EPN, 2023). De igual forma, el terremoto de Kobe en 1995, impulsó la adopción de tecnologías de protección pasiva, entre ellas la aislación sísmica, con resultados altamente satisfactorios. Los fundamentos del aislamiento sísmico mediante apoyos elastoméricos de caucho natural se remontan a los trabajos de Robinson et al. (1977), mientras que los aisladores de péndulo friccionante fueron desarrollados por Zayas et al. (1990). Hoy en día, constituyen las soluciones más utilizadas a nivel mundial.

En referencia a los estudios realizados, se puede mencionar a Naeim y Kelly (1999), quienes sistematizaron el diseño de estructuras aisladas, demostrando reducciones importantes en aceleraciones y derivas de entrepiso. Más recientemente, Guerrero et al. (2022) verificaron experimentalmente que el uso de aisladores de péndulo en edificaciones reduce las aceleraciones hasta en un 70%, mejorando la seguridad tanto de los componentes estructurales como los no estructurales. En América Latina, Eriksen et al. (2018) documentaron la implementación exitosa de sistemas de aislación sísmica en hospitales y edificios estratégicos, destacando su efecto positivo en la continuidad operativa tras sismos severos.

En paralelo, se han desarrollado metodologías para estimar las pérdidas esperadas tras un evento sísmico. El modelo Hazus-MH 2.1, introducido por la Federal Emergency Management Agency (FEMA, 2001), permitió integrar curvas de fragilidad y funciones de

daño para cuantificar pérdidas económicas y humanas a gran escala. Por otro lado, Porter (2021) planteó este enfoque mediante el estándar FEMA P-58 (FEMA, 2018), el cual vincula el daño estructural y no estructural con costos de reparación y tiempos de recuperación. De esta manera, Kircher et al. (2006) aplicaron la metodología mencionada en contextos urbanos, validando su capacidad predictiva a través de escenarios históricos de daño.

Las curvas de fragilidad se han consolidado como el puente entre el análisis estructural y la evaluación de pérdidas. Rossetto y Elnashai (2003) propuso derivarlas a partir de simulaciones no lineales, mientras que Kappos (2013) y Baker (2015) perfeccionaron los procedimientos de ajuste estadístico. Por su parte, Mander et al. (1988) desarrollaron modelos constitutivos para hormigón confinado que mejoraron la precisión de los análisis no lineales estáticos.

Pese a los avances metodológicos, en Ecuador, la aplicación de tecnologías de protección sísmica sigue siendo limitada, en parte por la ausencia de estudios que integren la estimación de pérdidas dentro del proceso de diseño y el contexto socioeconómico en el cual se desenvuelve el país; contrario a países como Estados Unidos, Chile o México, mismos que han optado por realizar análisis e investigaciones más robustas en referencia a las tecnologías mencionadas.

En un contexto más reciente, Borrero y García (2025) señalan que, tras el terremoto de Pedernales, la mayoría de las edificaciones afectadas carecían de sistemas destinados a la mitigación de la demanda sísmica. En este marco, el presente proyecto plantea una metodología comparativa simplificada, sustentada en curvas de fragilidad obtenidas a partir del análisis estático no lineal (Pushover), con el fin de estimar las pérdidas sísmicas probables y evaluar el impacto de la implementación de tecnologías de protección sísmica en el desempeño estructural de una edificación.

### **1.3 Localización**

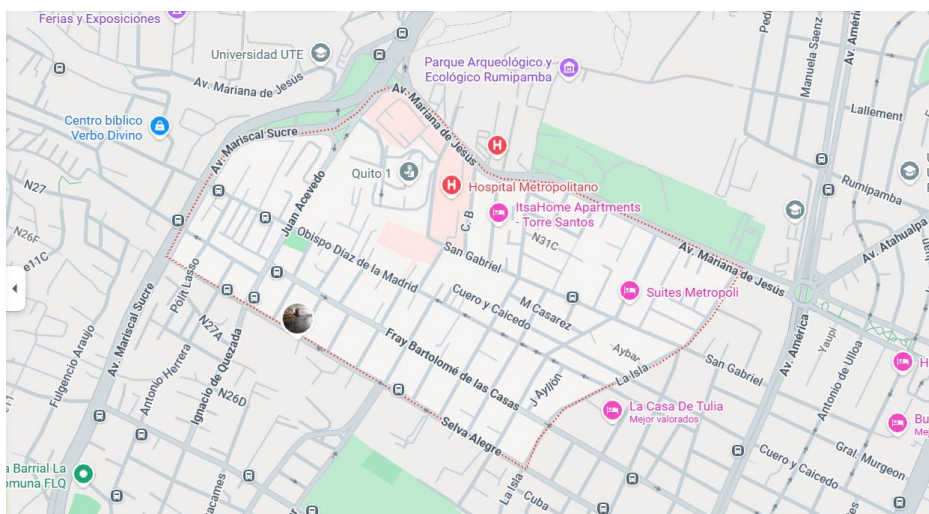
La metodología desarrollada en este proyecto posee un alcance general, orientado a ser aplicada en distintos entornos urbanos de alta amenaza sísmica. No obstante, su

validación se realizará a través de un caso de aplicación en una estructura residencial tipo de hormigón armado situada en la ciudad de Quito, Ecuador. Esta edificación, asentada sobre una zona de compleja geología y actividad sísmica elevada, constituye un escenario idóneo para evaluar la eficacia de los sistemas de protección sísmica.

La información de amenaza sísmica y parámetros geotécnicos utilizados provendrá de la Norma Ecuatoriana de la Construcción (MIDUVI, 2015b), así como de registros acelerográficos representativos del entorno. La selección de un edificio residencial de mediana altura busca reflejar la tipología constructiva más frecuente en la ciudad y en el país, de modo que los resultados obtenidos sean aplicables a un amplio rango de edificaciones existentes en la región.

El propósito principal de este trabajo es desarrollar una metodología replicable que permita estimar pérdidas probables de manera simplificada y evaluar el impacto de la incorporación de tecnologías de protección sísmica. La aplicación al caso de Quito servirá como validación experimental y contextual de la propuesta metodológica, permitiendo ajustar sus parámetros a las condiciones constructivas y normativas locales.

Cabe destacar que el edificio en cuestión se encuentra ubicado en la urbanización “El Barrio la Granja” ubicado en el sector 28 del Centro Norte de Quito, en la Figura 1.1, se exhibe la ubicación del mismo.



**Figura 1.1 Ubicación de emplazamiento del edificio: Quito, Ecuador**

*Nota.* Adaptado de Google Earth, 2025.

#### **1.4 Problemática a resolver**

En el contexto de la ingeniería sísmica moderna, uno de los principales desafíos consiste en evaluar de forma integral la vulnerabilidad estructural y económica de las edificaciones frente a eventos sísmicos severos. Aunque las estructuras convencionales de hormigón armado han demostrado un comportamiento aceptable bajo los criterios normativos actuales, su desempeño posterior a sismos de gran magnitud evidencia importantes pérdidas económicas asociadas a daños estructurales, no estructurales y al tiempo de inoperatividad (Cremen & Baker, 2019).

Si bien los sistemas de aislamiento sísmico han probado ser altamente efectivos en la reducción de aceleraciones y daños, su implementación en edificaciones de tipo residencial o de mediana escala sigue siendo limitada. Esto se debe a la ausencia de estudios comparativos que cuantifiquen las pérdidas probables entre edificaciones convencionales y aquellas dotadas de aislamiento, bajo escenarios sísmicos definidos. Los estudios existentes se centran mayoritariamente en el desempeño estructural, mientras que los impactos económicos y funcionales son tratados de forma simplificada o se abordan mediante herramientas especializadas como Performance Assessment Calculation Tool (PACT), cuya aplicación requiere información detallada y una amplia base de datos, dificultando su uso en el ámbito profesional local (Kitayama & Cilsalar, 2022).

La problemática central del presente estudio radica en la falta de metodologías simplificadas y técnicamente confiables que permitan estimar pérdidas económicas y funcionales en edificaciones bajo amenaza sísmica, utilizando parámetros derivados directamente del análisis estructural.

Por tanto, se propone una metodología alternativa basada en el análisis pushover, de donde se obtendrán curvas de capacidad y se desarrollarán curvas de fragilidad representativas del daño estructural. A partir de dichas curvas se estimarán, mediante un modelo probabilístico simplificado, los costos de reparación, pérdidas anuales esperadas, tiempos de recuperación y fatalidades. La comparación entre la estructura convencional y la aislada permitirá cuantificar de manera objetiva la reducción potencial

de pérdidas, aportando criterios técnicos para la evaluación de la viabilidad económica de la aislación sísmica en edificaciones de uso común.

Un aspecto crítico que emerge en el contexto ecuatoriano es la existencia de limitaciones en la normativa sísmica vigente, concretamente en lo referente a la evaluación probabilista de pérdidas, la incorporación de criterios de desempeño funcional y la ausencia de lineamientos específicos para estimar tiempos de recuperación o pérdidas económicas (MIDUVI, 2015b). La falta de modelos de riesgo estandarizados en el diseño estructural puede derivar en la subestimación de la vulnerabilidad real de las edificaciones. Si estas brechas normativas se prescinden en el análisis, se corre el riesgo de reproducir patrones observados, tal como en Turquía y Siria, donde edificaciones que cumplen estrictamente con el diseño por resistencia muestran niveles elevados de daño y pérdidas económicas tras terremotos (Işık et al., 2024). Por lo anterior, se vuelve indispensable avanzar hacia normativas más rigurosas que integren criterios de ingeniería basada en desempeño y gestión del riesgo, alineadas con estándares internacionales modernos.

## **1.5 Justificación**

El desarrollo de metodologías que vinculen el desempeño estructural con las consecuencias económicas de los sismos es fundamental para avanzar hacia una gestión integral del riesgo sísmico (Cabrera et al., 2024). En el contexto ecuatoriano, caracterizado por una elevada amenaza sísmica, resulta prioritario contar con herramientas que permitan cuantificar el beneficio económico y funcional derivado del uso de tecnologías de protección sísmica.

La metodología propuesta busca simplificar el proceso de estimación de pérdidas probables mediante el uso de curvas de fragilidad obtenidas a partir del análisis pushover, reduciendo la dependencia de modelos complejos como PACT, pero conservando el rigor probabilístico en la evaluación del daño. Este enfoque permitirá obtener resultados consistentes con un nivel de información y recursos compatible con la práctica profesional local, constituyéndose en una alternativa viable para estudios preliminares de costo-beneficio y diseño orientado al desempeño.

La investigación contribuye al fortalecimiento de la resiliencia sísmica del entorno construido, alineándose con los Objetivos de Desarrollo Sostenible de las Naciones Unidas. En particular, se vincula con el ODS 9 (Industria, innovación e infraestructura), al promover soluciones estructurales innovadoras orientadas a la reducción de la vulnerabilidad sísmica y a la mejora del desempeño estructural de las edificaciones frente a eventos sísmicos (Naciones Unidas, s.f.).

Asimismo, el estudio se alinea con el ODS 11 (Ciudades y comunidades sostenibles), al aportar herramientas técnicas para la mitigación del riesgo sísmico, la reducción de pérdidas económicas y humanas, y la mejora de la seguridad, funcionalidad y continuidad operativa del entorno urbano. De manera complementaria, la investigación guarda relación con el ODS 8 (Trabajo decente y crecimiento económico), al contribuir indirectamente a la reducción de interrupciones económicas y a la resiliencia de las actividades productivas posterior a eventos sísmicos, favoreciendo un desarrollo urbano más seguro y sostenible (Naciones Unidas, s.f.).

El presente estudio aportará una herramienta práctica para la estimación de pérdidas probables en función del desempeño estructural, además de que ofrecerá fundamentos técnicos para incentivar el uso racional de sistemas de aislamiento sísmico en edificaciones urbanas de mediana altura, favoreciendo un diseño más seguro, sostenible y económicamente eficiente.

## **1.6 Objetivos**

### **1.6.1 Objetivo General**

Formular un análisis comparativo de pérdidas económicas, físicas y humanas en una misma estructura modelada en dos configuraciones, convencional y con aisladores sísmicos, mediante curvas de fragilidad derivadas del análisis no lineal estático Pushover, para la valoración del impacto en el uso de tecnologías de protección sísmica en la reducción de pérdidas probables.

### **1.6.2 Objetivos Específicos**

Los objetivos específicos son los siguientes:

1. Modelar el comportamiento estructural lineal y no lineal de una edificación tipo, con base en planos estructurales, considerando su configuración convencional y la incorporación de aisladores sísmicos, para la obtención de los parámetros de capacidad y demanda sísmica.
2. Evaluar el desempeño estructural de ambas configuraciones mediante análisis Pushover, para la generación de las curvas de capacidad y las correspondientes curvas de fragilidad que representen la probabilidad del alcance de distintos niveles de daño ante intensidades sísmicas crecientes.
3. Examinar las pérdidas probables estimadas, en términos físicas, económicas, temporales y de vidas humanas, para los dos escenarios estructurales, aplicando los estándares FEMA P-58 y Hazus-MH 2.1, determinando la eficacia y viabilidad de la implementación de aisladores sísmicos como tecnología de protección.

# CAPÍTULO 2

## DESARROLLO DEL PROYECTO

### 2.1 Marco conceptual

#### 2.1.1 Riesgo sísmico y enfoque basado en desempeño

El riesgo sísmico se define como la probabilidad de que un evento sísmico cause consecuencias adversas sobre las personas, edificaciones o bienes materiales. Este riesgo resulta de la interacción entre tres componentes fundamentales: la amenaza sísmica, la cual expresa la probabilidad de ocurrencia de un sismo con una determinada intensidad; la vulnerabilidad estructural, que refleja la susceptibilidad al daño; y la exposición, que representa el valor o cantidad de bienes y personas que pueden llegar a ser afectados (Coburn & Spence, 2002).

La relación conceptual entre estos tres componentes permite cuantificar el riesgo sísmico y estimar las pérdidas probables, mismas que se clasifican en físicas, económicas, temporales y humanas, dependiendo del tipo de consecuencia esperada (FEMA, 2018). Este enfoque probabilístico constituye la base de las metodologías actuales de evaluación del riesgo sísmico, las cuales no se limitan únicamente a verificar la seguridad estructural, sino que buscan medir las consecuencias funcionales y sociales del daño esperado.

La evaluación del riesgo basada en desempeño representa una evolución en la práctica de la ingeniería sísmica. Mientras el diseño convencional se enfoca en evitar el colapso, el enfoque mencionado incorpora niveles de desempeño definidos (operacional, ocupación inmediata, seguridad de vida y prevención del colapso), vinculando la respuesta estructural con pérdidas cuantificables. Según la American Society of Civil Engineers (ASCE/SEI, 2023), este paradigma permite considerar tanto la seguridad como la resiliencia post-sismo de las estructuras, considerando un panorama más amplio, base para la toma de decisiones informadas acerca del reforzamiento y mitigación del riesgo.

### **2.1.2 Tecnologías de protección sísmica**

Las tecnologías de protección sísmica hacen referencia a los dispositivos y estrategias estructurales diseñadas para modificar la respuesta dinámica de las edificaciones durante un sismo. Su objetivo principal es reducir las demandas sísmicas que alcanza la superestructura, mejorando el desempeño global y disminuyendo pérdidas. Entre las más reconocidas se encuentran los sistemas de aislación sísmica y los disipadores de energía.

Kelly (1997) define la aislación sísmica como un mecanismo que desacopla el movimiento del terreno del de la estructura, incrementando el periodo fundamental y reduciendo las aceleraciones transmitidas. Existen distintos tipos de aisladores, tales como los elastoméricos, los cuales se encuentran conformados por caucho natural y un núcleo de plomo (LRB, o de alta amortiguación, HDRB) y los de péndulo friccionante (FPS), los cuales combinan amortiguamiento y rigidez variable (Skinner et al., 1974). En este sentido, Naeim y Kelly (1999) señalan que la aislación sísmica puede reducir en más del 50% las derivas de entrepiso y los esfuerzos en los elementos principales.

Por su parte, en un contexto regional, Mazza (2023) comprobó que las estructuras aisladas presentan una redistribución más favorable de esfuerzos, evitando la concentración de daño en las zonas críticas. En Latinoamérica, en el estudio de Eriksen et al. (2018) se documentó la implementación exitosa de sistemas de aislación en edificios estratégicos de Chile y México, confirmando su contribución a la continuidad operativa posterior al sismo.

### **2.1.3 Modelación estructural y comportamiento sísmico**

La modelación estructural es la base para cualquier análisis sísmico, puesto que permite representar el comportamiento de una edificación frente a la acción del sismo. Chopra (2017) distingue entre modelos lineales, donde las deformaciones son proporcionales a las cargas, y modelos no lineales, donde los materiales y conexiones experimentan pérdida de rigidez o fluencia plástica. Cabe destacar que este último enfoque es el empleado para estimar el daño y la capacidad real de las estructuras.

En edificaciones de hormigón armado, la modelación no lineal requiere representar con precisión las propiedades del concreto confinado y del acero. Mander et al. (1988) desarrollaron un modelo constitutivo ampliamente utilizado para describir la relación esfuerzo – deformación del concreto confinado, mejorando la simulación de rótulas plásticas; por su parte, para las estructuras aisladas sísmicamente, la modelación debe incluir el comportamiento no lineal del sistema de aislación. A partir de ello, se puede comparar directamente el desempeño de una estructura convencional y la misma estructura equipada con aisladores sísmicos, bajo idénticas condiciones de amenaza.

#### **2.1.4 Análisis no lineal estático (Pushover)**

El análisis no lineal estático, o análisis Pushover, constituye una de las herramientas más utilizadas para la evaluación del desempeño estructural en los últimos años. Este método consiste en aplicar una distribución de cargas laterales incrementales hasta alcanzar el colapso o un desplazamiento objetivo, generando la curva de capacidad, la cual representa la relación entre el cortante basal y el desplazamiento lateral global de la estructura (Krawinkler & Seneviratna, 1998).

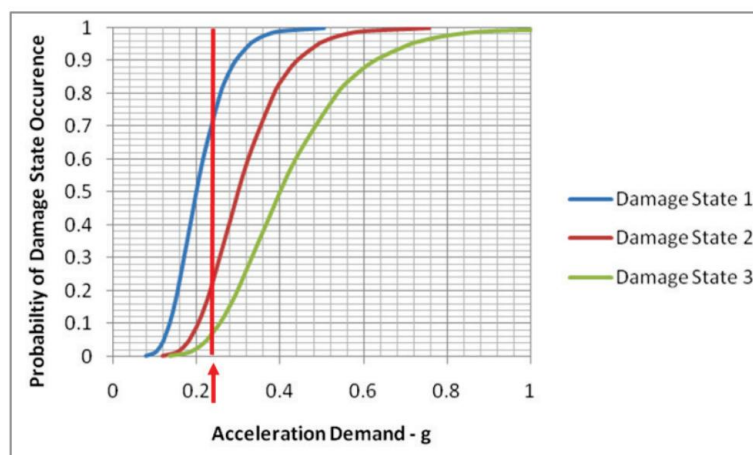
La curva Pushover permite identificar la secuencia de plastificación, la ductilidad global y la rigidez efectiva del sistema. A partir de ella se determina el punto de desempeño, entendido como la intersección entre la capacidad estructural y la demanda sísmica. Los documentos normativos FEMA 356 (2000) y ASCE/SEI 41-23 (2023) incorporan este método como una alternativa práctica al análisis dinámico incremental (IDA), debido a su menor costo computacional y adecuada precisión en la representación del comportamiento global.

En estructuras con aislación sísmica, el análisis Pushover resulta útil, en particular, para estimar el efecto del sistema de aislación sobre la rigidez, el amortiguamiento y la demanda de deformaciones. En el presente estudio, los resultados del análisis Pushover constituyen el insumo principal para la elaboración de las curvas de fragilidad, las cuales describen la probabilidad de daño bajo diferentes niveles de intensidad sísmica.

### 2.1.5 Funciones de fragilidad

Las funciones de fragilidad expresan la probabilidad de que una estructura alcance o supere un determinado estado de daño ante una demanda sísmica específica. En este sentido, Rossetto y Elnashai (2003) las definen como la herramienta fundamental para cuantificar la vulnerabilidad sísmica estructural. Su representación suele basarse en una distribución lognormal acumulada caracterizada por una mediana ( $\mu$ ), que indica el valor de la demanda para el cual la probabilidad de daño es del 50%, y una dispersión estándar logarítmica ( $\beta$ ), que refleja la variabilidad del comportamiento (Baker, 2015).

En la metodología FEMA P-58 (2018), las curvas de fragilidad se integran con funciones de consecuencias, permitiendo estimar pérdidas probables, tales como las económicas, tiempos de reparación y posibles víctimas. De esta manera, las fragilidades funcionan como un vínculo entre el análisis estructural y la estimación probabilística de pérdidas probables (Figura 2.1).



**Figura 2.1 Curvas de fragilidad**

*Nota.* Adaptado de *Seismic Performance Assessment of Buildings Volume 1 – Methodology Second Edition* por FEMA, 2018.

### 2.1.6 Funciones de vulnerabilidad

Las funciones de vulnerabilidad representan la relación probabilista entre la intensidad de una acción sísmica y las pérdidas esperadas asociadas a un activo, como una edificación individual o un arquetipo estructural que caracteriza una tipología constructiva dentro de un inventario expuesto. Estas funciones permiten cuantificar, para un nivel

dado de intensidad sísmica, la magnitud de las consecuencias esperadas, usualmente expresadas en términos de pérdidas económicas relativas o absolutas (Porter, 2021).

Desde un punto de vista probabilista, la vulnerabilidad describe la distribución condicional de las pérdidas dado un nivel de intensidad sísmica, es decir, la probabilidad de que la pérdida no exceda un determinado valor ante la ocurrencia de un evento sísmico de cierta severidad. Las pérdidas asociadas pueden incluir costos de reparación o reposición, afectaciones a la seguridad de vida, y tiempos de inactividad de la edificación. Matemáticamente, las funciones de vulnerabilidad suelen representarse mediante distribuciones continuas, siendo las más comunes la distribución lognormal y, en algunos casos, la distribución beta (Porter, 2021).

Es importante diferenciar claramente los conceptos de fragilidad y vulnerabilidad, ya que ambos se emplean para caracterizar el desempeño sísmico de una edificación, pero responden a objetivos distintos dentro del análisis basado en desempeño. Las curvas de fragilidad cuantifican la probabilidad condicional de alcanzar o exceder determinados estados de daño estructural, dado un nivel específico de intensidad sísmica. Por su parte, las funciones de vulnerabilidad permiten estimar las consecuencias del daño, expresadas en términos de pérdidas físicas, económicas, funcionales o humanas. En este sentido, la fragilidad se asocia a la ocurrencia del daño, mientras que la vulnerabilidad se relaciona con la magnitud de las pérdidas esperadas condicionadas a dicho daño.

### **2.1.7 Estimación de pérdidas probables**

La estimación de pérdidas probables traduce los resultados del análisis estructural y las curvas de fragilidad en consecuencias cuantificables. En este sentido, las metodologías más reconocidas son FEMA P-58 (FEMA, 2018) y Hazus-MH 2.1 (FEMA, 2001), en donde este último permite realizar evaluaciones a escala regional, integrando curvas de fragilidad y funciones de pérdida para estimar costos económicos y daños esperados (FEMA, 2001). El segundo contempla un análisis individual, evaluando el desempeño de edificaciones específicas mediante un enfoque probabilístico (FEMA, 2018).

Porter (2021) destaca que la metodología FEMA P-58 (FEMA, 2018) permite estimar pérdidas físicas, económicas, temporales y humanas asociadas a distintos niveles de demanda sísmica, incorporando la incertidumbre de las variables involucradas. Por su parte, Kircher et al. (2006) señalan que, al vincular curvas de fragilidad con funciones de consecuencias, es posible representar de manera integral el riesgo sísmico en términos económicos y sociales.

La estimación de pérdidas probables constituye, por tanto, la etapa final del proceso analítico, en la cual se integran los conceptos de vulnerabilidad estructural, desempeño y probabilidad de daño. Esta información permite comparar diferentes escenarios, en este caso, una estructura convencional frente a la estructura aislada, para así valorar cuantitativamente la efectividad de las tecnologías de protección sísmica implementadas.

### **2.1.8 Evaluación comparativa del desempeño estructural**

La evaluación comparativa del desempeño estructural consiste en analizar la eficacia de las tecnologías de protección sísmica mediante la comparación entre una estructura convencional y la misma estructura equipada con aisladores sísmicos. Este procedimiento permite identificar los beneficios de la aislación en términos de reducción de derivas, aceleraciones y demandas de incursión inelásticas.

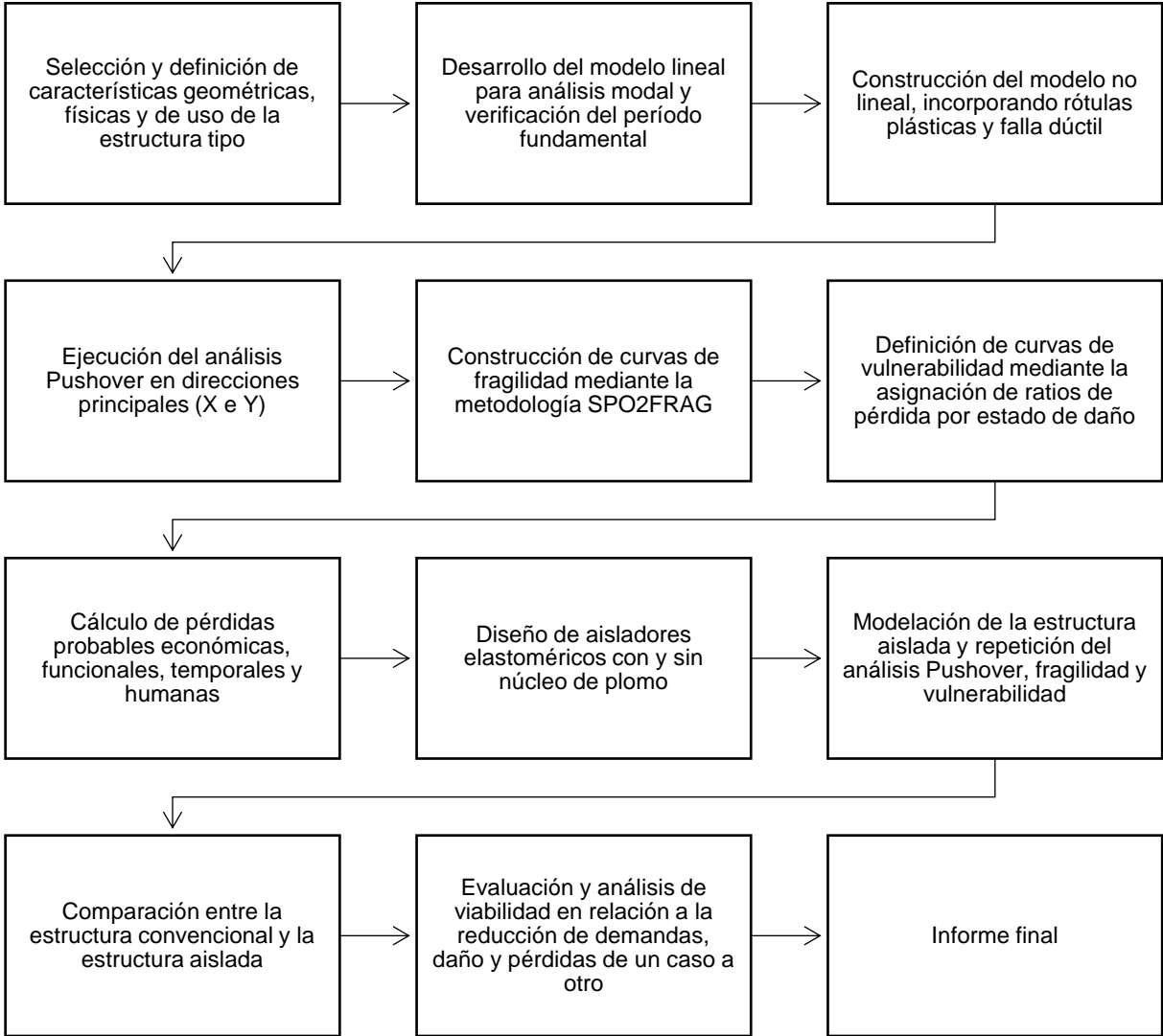
Naeim y Kelly (1999) destacan que la comparación directa de ambas configuraciones ofrece una medida objetiva del impacto de los aisladores sobre el comportamiento estructural. Mazza (2023) observó que la incorporación de aislación reduce la probabilidad de formación de rótulas plásticas y, en consecuencia, disminuye las pérdidas asociadas al daño estructural.

Los indicadores de desempeño más utilizados en este tipo de análisis incluyen la deriva máxima de entrepiso, el desplazamiento en la interfaz del sistema de aislamiento, la energía disipada y las pérdidas esperadas. La aplicación conjunta de estos indicadores con las metodologías FEMA P-58 (FEMA, 2018) y Hazus-MH 2.1 (FEMA, 2001) proporciona una evaluación integral de la eficacia técnica y la viabilidad económica de

los sistemas de aislación sísmica, justificando su implementación en edificaciones ubicadas en zonas de moderada a alta amenaza sísmica.

**2.2 Marco metodológico**

El presente proyecto se ha desarrollado aplicando la metodología tipo cascada la cual se basa en realizar actividades secuencialmente, presente en la Figura 2.2.



**Figura 2.2 Esquema de metodología aplicada**

*Selección y definición de características geométricas, físicas y de uso de la estructura tipo:* Selección de la edificación representativa y definición de su tipología estructural, configuración geométrica, número de niveles, sistema resistente principal, uso y

condiciones generales del caso de estudio. Establecimiento del marco normativo aplicable y de los parámetros de amenaza sísmica según la normativa vigente (MIDUVI, 2015b).

*Desarrollo del modelo lineal para análisis modal y verificación del período fundamental:* Construcción del modelo elástico lineal para obtener modos de vibración, períodos y masas participativas. Verificación del período fundamental y de la dominancia modal esperada, asegurando consistencia entre la respuesta dinámica global y la configuración estructural modelada.

*Construcción del modelo no lineal, incorporando rótulas plásticas y falla dúctil:* Implementación del modelo no lineal mediante la asignación de rótulas plásticas y/o elementos de comportamiento no lineal en vigas y columnas, conforme a criterios de aceptación y capacidad de deformación establecidos en ASCE/SEI 41-23 (2023). Definición de propiedades inelásticas y de reglas de deterioro para reproducir el mecanismo de disipación de energía y el patrón de daño esperado.

*Ejecución del análisis Pushover en direcciones principales (X e Y):* Aplicación de cargas laterales incrementales en las direcciones principales para obtener curvas fuerza–desplazamiento (cortante basal vs desplazamiento). Identificación de puntos característicos de la curva de capacidad (fluencia, máximo, degradación) y del mecanismo controlador de la respuesta en cada dirección.

*Construcción de curvas de fragilidad mediante la metodología SPO2FRAG:* Transformación de la curva de capacidad en funciones de fragilidad mediante SPO2FRAG, incluyendo la conversión a SDOF equivalente y la definición de estados límite (FO, IO, LS, CP). Estimación de medianas y dispersiones lognormales para la probabilidad de excedencia de cada estado de daño en función de la medida de intensidad seleccionada.

*Definición de curvas de vulnerabilidad mediante asignación de ratios de pérdida:* Conversión de fragilidad a vulnerabilidad mediante la asignación de índices de pérdida

(Loss Ratio) a cada estado de daño y el cálculo de la pérdida media esperada condicionada a la intensidad sísmica. Ajuste de una función continua de vulnerabilidad para su uso en la estimación probabilista de pérdidas.

*Cálculo de pérdidas probables económicas, funcionales, temporales y humanas:* Integración de curvas de vulnerabilidad con la amenaza sísmica del sitio para la cuantificación de pérdidas probables. Estimación de indicadores de decisión asociados a pérdidas económicas (costos de reparación/reposición), funcionales/temporales (tiempos de recuperación) y humanas (fatalidades), así como métricas integrales como pérdida anual esperada y pérdida máxima probable, según el enfoque adoptado.

*Diseño de aisladores elastoméricos con y sin núcleo de plomo:* Dimensionamiento preliminar y verificación de aisladores RB y LRB, considerando rigideces efectivas, fuerza característica, desplazamientos máximos, amortiguamiento equivalente y comprobaciones de estabilidad y deformaciones. Definición de la distribución en planta y de las propiedades finales para su implementación en el modelo estructural.

*Modelación de la estructura aislada y repetición del análisis Pushover, fragilidad y vulnerabilidad:* Incorporación del sistema de aislación en el modelo estructural y recalibración de condiciones dinámicas del sistema. Repetición de los análisis pushover, construcción de fragilidad y vulnerabilidad para la estructura aislada, manteniendo criterios consistentes de comparación con la estructura convencional.

*Comparación entre la estructura convencional y la estructura aislada:* Evaluación comparativa del desempeño estructural y de las pérdidas estimadas entre ambos sistemas. Identificación de variaciones en capacidad, demanda, probabilidad de daño y métricas de pérdidas, estableciendo el impacto de la aislación en la reducción de riesgo.

*Evaluación y análisis de viabilidad en relación con la reducción de demandas, daño y pérdidas:* Análisis de la conveniencia técnica y económica de la implementación de aislación sísmica, considerando la magnitud de reducción de demanda y pérdidas frente

al incremento de costos asociados al sistema de aislación, además de pérdidas por inoperatividad y fatalidades. Discusión de resultados con enfoque de toma de decisiones.

*Informe final:* Integración de resultados, elaboración de discusión, conclusiones y recomendaciones técnicas, y consolidación del documento final del proyecto.

### **2.2.1 Obtención de curva de capacidad (Pushover)**

Se realiza un análisis lineal de la estructura tipo, mediante el cual se determinan los modos de vibración, verificando que los dos primeros correspondan a traslaciones y el tercero a rotación. Además, se contrasta el período fundamental con el valor obtenido a partir de la formulación aproximada establecida en el capítulo NEC-SE-DS (MIDUVI, 2015b). En caso de que sea necesario, se ajusta el comportamiento estructural modificando las dimensiones de los elementos, verificando que la respuesta dinámica del modelo sea coherente con los criterios normativos y que los modos principales representen adecuadamente el movimiento esperado de la edificación.

La aplicación del análisis estático no lineal denominado pushover constituye una herramienta fundamental para evaluar el comportamiento sísmico inelástico de la edificación, permitiendo identificar la capacidad resistente, la secuencia de formación de rótulas plásticas y el mecanismo global de falla de la estructura. Debido a que la edificación presenta un comportamiento regular y predominantemente traslacional, con efectos torsionales despreciables y sistemas resistentes bien definidos por dirección. La respuesta sísmica puede evaluarse de forma independiente en cada eje principal, reduciendo la complejidad del modelado y manteniendo resultados técnicamente confiables dentro del alcance del estudio, conforme a los lineamientos del FEMA 356 (2000) y ASCE/SEI 41-23 (2023).

Para representar el comportamiento inelástico de la estructura se opta por una modelación diferenciada de las rótulas plásticas en vigas y columnas, con el propósito de describir de forma adecuada los mecanismos de disipación de energía y asegurar una correcta jerarquía resistente. En las vigas de concreto armado la respuesta no lineal se

modela mediante rótulas plásticas tipo momento–rotación, ubicadas en los extremos de los elementos.

**Tabla 2.1 Parámetros de modelización y criterios de aceptación numérica para procedimientos no lineales: vigas de hormigón armado [ASCE/SEI, 2017b]**

Condiciones			Parámetros de modelización			Criterios de aceptación		
			Ángulo de rotaciones plásticas (radianes)	Razón de resistencia residual	Ángulo de rotaciones plásticas (radianes)	Nivel de desempeño		
	a	b	c			IO	LS	CP
<i>Condición i. Vigas controladas por flexión</i>								
$(\rho-\rho')/(\rho_{bal})$	Refuerzo transversal	$(V)/(b_w d \sqrt{f'_c})$						
$\leq 0.0$	C	$\leq 3$ (0.25)	0.025	0.05	0.2	0.01	0.025	0.05
$\leq 0.0$	C	$\geq 6$ (0.5)	0.02	0.04	0.2	0.005	0.02	0.04
$\geq 0.5$	C	$\leq 3$ (0.25)	0.02	0.03	0.2	0.005	0.02	0.03
$\geq 0.5$	C	$\geq 6$ (0.5)	0.015	0.02	0.2	0.005	0.015	0.02
$\leq 0.0$	NC	$\leq 3$ (0.25)	0.02	0.03	0.2	0.005	0.02	0.03
$\leq 0.0$	NC	$\geq 6$ (0.5)	0.01	0.015	0.2	0.0015	0.01	0.015
$\geq 0.5$	NC	$\leq 3$ (0.25)	0.01	0.015	0.2	0.005	0.01	0.015
$\geq 0.5$	NC	$\geq 6$ (0.5)	0.005	0.01	0.2	0.0015	0.005	0.01
<i>Condición ii. Vigas controladas por cortante</i>								
Espaciamiento entre estribos $\leq d/2$			0.003	0.02	0.2	0.0015	0.01	0.02
Espaciamiento entre estribos $> d/2$			0.003	0.01	0.2	0.0015	0.005	0.01
<i>Condición iii. Vigas controladas por un desarrollo o empalme inadecuados a lo largo del vano</i>								
Espaciamiento entre estribos $\leq d/2$			0.003	0.02	0.0	0.0015	0.01	0.02
Espaciamiento entre estribos $> d/2$			0.003	0.01	0.0	0.0015	0.005	0.01
<i>Condición iv. Vigas controladas por un anclaje inadecuado en la unión viga-columna</i>								
			0.015	0.03	0.2	0.01	0.02	0.03

*Nota.* Adaptado de *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings* por ASCE/SEI, 2017b.

Esta elección se fundamenta en que el comportamiento inelástico de las vigas está controlado principalmente por la flexión, por lo que el uso de rótulas concentradas permite reproducir de manera confiable su capacidad de rotación plástica. Este enfoque facilita la identificación de la secuencia de formación de rótulas y el control del

mecanismo de falla esperado, ofreciendo una representación estable y eficiente del comportamiento inelástico. Costa y Cardoso (2023) sostienen que, cuando la falla está gobernada por flexión, las rótulas momento–rotación constituyen una aproximación adecuada para vigas de concreto armado, de modo que este tipo de modelación permite capturar de forma satisfactoria la capacidad de deformación plástica de estos elementos.

Para ello, se asignan resortes rotacionales en las direcciones X e Y, utilizando un modelo plástico multilineal. Se ajustan sus propiedades lineales, como la rigidez efectiva, aplicando una relación momento-rotación multilineal y un modelo de histéresis cinemática, que define la conectividad viga-columna según las características del resorte. Se incorporan articulaciones plásticas en vigas y columnas conforme a los lineamientos de la ASCE/SEI 41-17 (2017b), ubicándolas a distancias relativas del 5% y 95% de la longitud del elemento. Para las vigas, se siguen los criterios de la Tabla 2.1, definiendo los grados de libertad y la capacidad de deformación controlada.

En el caso de las columnas de concreto armado, la no linealidad se representa mediante modelación tipo fibra en las zonas donde se espera la plastificación, considerando una fracción de la longitud del elemento en sus extremos. Dicho tipo de modelación permite incorporar de manera explícita la interacción entre la carga axial y los momentos flectores, así como los efectos del confinamiento del concreto y la contribución del acero longitudinal, aspectos que resultan determinantes en el desempeño sísmico de las columnas. En la Tabla 2.2, se evidencian los parámetros de modelado y criterios de aceptación numérica para procedimientos no lineales — columnas de hormigón reforzado que no sean circulares con refuerzo en espiral o estribos sísmicos según lo definido en ACI318. Mucedero et al. (2020) advierte que el uso de rótulas concentradas momento–rotación en columnas puede llevar a subestimar los efectos del axial, especialmente en edificaciones de varios pisos, por lo que recomiendan el empleo de modelos de fibras en las zonas críticas. Arroyo et al. (2017) concluye que la combinación de rótulas momento–rotación en vigas y modelación mediante fibras en columnas conduce a estimaciones más consistentes de la capacidad estructural y del patrón de daño en análisis orientados al desempeño sísmico.

**Tabla 2.2 Parámetros de Modelado y Criterios de Aceptación Numérica para Procedimientos No Lineales — Columnas de Hormigón Reforzado que No sean Circulares con Refuerzo en Espiral o Estribos Sísmicos según lo Definido en ACI318**

Parámetros de modelado	Criterios de aceptación		
	Ángulo de Rotación Plástico (radianes)		
	Nivel de desempeño		
Ángulos de rotación plástica, a y b (radianes) Relación de Resistencia Residual, c	IO	LS	CP
Columnas no controladas por desarrollo inadecuado o empalme a lo largo de la altura libre			
$a = \left( 0.042 - 0.43 \frac{N_{UD}}{A_g f_{cE}} + 0.63 \rho_t - 0.023 \frac{V_{yE}}{V_{CoIOE}} \right) \geq 0.00$	0.15	a ≤ 0.005	0.5 b
$\text{Para } \frac{N_{UD}}{A_g f_{cE}} \leq 0.5 \left\{ \begin{aligned} b &= \frac{0.5}{5 + \frac{N_{UD}}{0.8 A_g f_{cE}} \cdot \frac{1}{\rho_t f_{yIE}}} - 0.01 \geq a \\ c &= 0.24 - 0.4 \frac{N_{UD}}{A_g f_{cE}} \geq 0.0 \end{aligned} \right.$			0.7 b
Columnas controladas por desarrollo inadecuado o empalmes a lo largo de la altura libre			
$a = \left( \frac{1}{8} \frac{1}{\rho_t} \frac{f_{yIE}}{f_{yIE}} \right) \leq 0.025$	0		0.5 b
$b = \left( 0.012 - 0.085 \frac{N_{UD}}{A_g f_{cE}} + 12 \rho_t \right) \geq a$			0.7 b
$c = 0.15 + 36 \rho_t \leq 0.4$			

*Nota.* Adaptado de *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings* por ASCE/SEI, 2017b.

Con el modelo ajustado se realiza el análisis estático no lineal pushover, monitoreando un nodo de control de desplazamiento, al que se aplica una carga sísmica estática unitaria en sentidos ortogonales, definiendo el número de iteraciones necesarias para garantizar la convergencia del modelo. A partir de los desplazamientos de los diferentes pisos y del cortante basal, se construye la curva pushover en ambas direcciones principales (X e Y).

### 2.2.2 Obtención de curvas de fragilidad mediante SPO2FRAG - SPO2IDA

En el presente estudio, las curvas de fragilidad se obtienen a partir de análisis estáticos no lineales, siguiendo la metodología SPO2FRAG propuesta por Baltzopoulos et al. (2017), la cual envuelve al algoritmo SPO2IDA de Vamvatsikos y Cornell (2006) para estimar, de forma analítica, las curvas IDA percentiles de un oscilador SDOF equivalente a la estructura de estudio. En términos generales, el procedimiento empleado sigue los pasos detallados a continuación.

### **2.2.2.1 Lectura y procesamiento de la curva pushover**

El punto de partida es un archivo de texto que contiene los resultados del análisis pushover. Cada fila corresponde a un paso de carga  $k$ , donde la primera columna recoge el cortante basal total  $F_{b,k}$  y las columnas restantes almacenan los desplazamientos laterales de cada piso  $\delta_{i,k}$ , incluyendo el nodo de techo. En forma compacta, para cada paso, se tiene el vector de desplazamientos laterales descrita por la ecuación (2.1):

$$\delta_k = [\delta_{1,k} \quad \delta_{2,k} \quad \dots \quad \delta_{n,k}]^T \quad (2.1)$$

Además, se considera el cortante basal  $F_{b,k}$ , donde  $n$  es el número de pisos con la que cuenta la estructura en análisis.

La curva pushover original puede presentar ligeros retrocesos debido a efectos numéricos o mecanismos locales. Para obtener una curva suave y estrictamente creciente en términos de desplazamiento de techo, se construye la envolvente monotónica cortante–desplazamiento.

Primero se ordenan los pares  $(\delta_k, F_{b,k})$  en función de  $\delta_k$ . Luego, para cada desplazamiento ordenado  $\delta_j$  se define la fuerza asociada a la envolvente como el máximo de todas las fuerzas anteriores, tal como lo describe la ecuación (2.2):

$$F_{env}(\delta_j) = \max\{F_{b,1}, \dots, F_{b,j}\} \quad (2.2)$$

De esta forma se obtiene una sucesión de puntos  $(\delta_j, F_{env}(\delta_j))$  que describe una curva envolvente que nunca disminuye con el desplazamiento. Esta curva será la base para el ajuste multi–lineal de la envolvente.

### **2.2.2.2 Envolvente monotónica del pushover**

La envolvente cuatrilínea se describe en términos de la ductilidad  $\mu$ , definida como lo exhibe la ecuación (2.3).

$$\mu = \frac{\delta}{\delta_y} \quad (2.3)$$

Para ello, se considera el desplazamiento de fluencia del sistema equivalente  $\delta_y$ , además de su fuerza de fluencia  $F_y$ . La respuesta se representa mediante la razón de resistencia adimensional descrita por la ecuación (2.4):

$$R(\mu) = \frac{F(\mu)}{F_y} \quad (2.4)$$

Al tratarse de un ajuste cuatri-lineal, se modela mediante cuatro ramas: elástica, posfluencia con endurecimiento, post-pico con ablandamiento y meseta residual. En este sentido, la ley constitutiva se expresa como muestra la ecuación (2.5):

$$R(\mu) = \begin{cases} \mu & 0 \leq \mu < 1 \\ 1 + \alpha_h^*(\mu - 1) & 1 \leq \mu < \mu_c \\ R_c + \alpha_c^*(\mu - \mu_c) & \mu_c \leq \mu < \mu_r \\ r_p & \mu_r \leq \mu < \mu_f \end{cases} \quad (2.5)$$

Para realizar los cálculos correspondientes, se consideran diversos parámetros, tales como:

- $\alpha_h$ : pendiente de endurecimiento
- $\mu_c$ : ductilidad asociada al ablandamiento
- $\alpha_c$ : pendiente de ablandamiento (negativa)
- $r_p$ : razón de resistencia residual
- $\mu_r$ : inicio de la meseta residual
- $\mu_f$ : final de la curva de capacidad.
- $R_c$ : razón de resistencia en el punto de ablandamiento, el cual se obtiene mediante la ecuación (2.6).

$$R_c = 1 + \alpha_h^*(\mu_c - 1) \quad (2.6)$$

A partir de ello, se obtienen los distintos valores en términos dimensionales con las ecuaciones (2.7) y (2.8):

$$\delta = \mu * \delta_y \quad (2.7)$$

$$F(\mu) = R(\mu) * F_y \quad (2.8)$$

A partir de la envolvente  $F_{env}(\delta)$  se identifica el valor máximo de cortante  $F_{max}$  y el desplazamiento asociado  $\delta_{peak}$ , los cuales definen el punto pico de la curva pushover. La rigidez inicial  $K_i$ , por su parte, se estima usando los tramos con fuerzas moderadas, típicamente para  $F_{env} \leq 30\%F_{max}$ . Considerando los pares  $(\delta_j, F_{env,j})$  en ese rango, se aproxima:

$$K_i \approx \frac{\sum F_{env,j} * \delta_j}{\sum \delta_j^2} \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) equivale a un ajuste por mínimos cuadrados de una recta que pasa por el origen. A partir de  $K_i$  se propone un valor inicial de  $\delta_y$  como una fracción de  $\delta_{peak}$  (alrededor del 6%), de modo que se aplique la ecuación (2.10):

$$F_y = K_i * \delta_y \quad (2.10)$$

Con ello, se utiliza un proceso de optimización numérica para ajustar  $\delta_y$  minimizando el error cuadrático medio entre la rama pre-pico de la envolvente y la envolvente real.

Por su parte, para caracterizar la meseta residual se analiza la porción de la curva situada más allá del pico ( $\delta > \delta_{peak}$ ). Se ordenan los datos de esta sección y se construye una envolvente de mínimos locales decrecientes. A partir de los últimos valores (más representativos de la estabilización de la respuesta) se obtiene la mediana de las fuerzas, que se adopta como cortante residual  $F_{res}$  y el desplazamiento asociado al inicio de esa estabilización se denota  $\delta_{anchor}$ . Con estos parámetros, se define la relación de fuerzas denotada por la ecuación (2.11).

$$r_p = \frac{F_{res}}{F_y} \quad (2.11)$$

Mientras que  $\mu_r$  y  $\mu_f$  se definen por medio de las ecuaciones (2.12) y (2.13) respectivamente:

$$\mu_r = \frac{\delta_{anchor}}{\delta_y} \quad (2.12)$$

$$\mu_f = \frac{\delta_{fin}}{\delta_y} \quad (2.13)$$

Siendo  $\delta_{fin}$  el desplazamiento de techo máximo observado en el pushover. Una vez conocido el punto pico ( $\delta_{peak}$ ,  $F_{max}$ ) y el desplazamiento de fluencia  $\delta_y$ , la ductilidad de ablandamiento y la razón de resistencia en el pico se obtienen mediante las ecuaciones (2.14) y (2.15).

$$\mu_c = \frac{\delta_{peak}}{\delta_y} \quad (2.14)$$

$$R_c = \frac{F_{max}}{F_y} \quad (2.15)$$

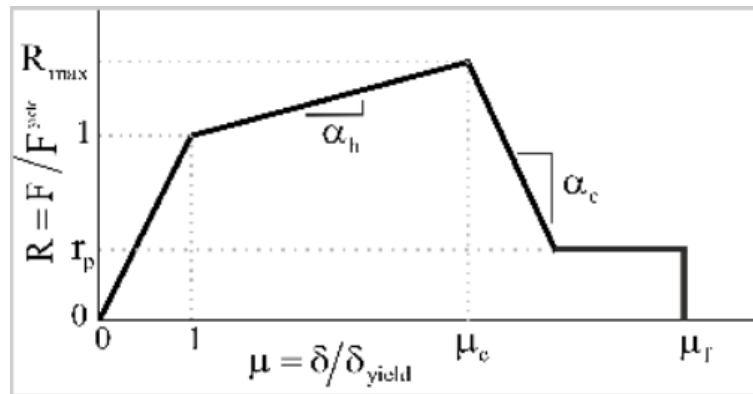
De la definición de la rama de endurecimiento lineal, resulta la ecuación (2.16):

$$\alpha_h = \frac{R_c - 1}{\mu_c - 1} \quad (2.16)$$

La pendiente de ablandamiento  $\alpha_c$  se calcula imponiendo que la rama pos-pico de la envolvente conecte con la meseta residual en  $\mu_r$ , descrita por la ecuación (2.17).

$$\alpha_c = \frac{r_p - R_c}{\mu_r - \mu_c} \quad (2.17)$$

Con estas relaciones, la envolvente cuatrilínea queda definido. En este sentido, la Figura 2.3 exhibe cada uno de los parámetros descritos en este paso de la metodología:



**Figura 2.3 Parámetros del ajuste cuatrilíneo del pushover**

*Nota.* Adaptado de *Near-optimal piecewise linear fits of static pushover capacity curves for equivalent SDOF analysis* por De Luca et al., 2013.

Sin embargo, un aspecto a destacar es la variación en las formas de las curvas Pushover, las cuales pueden no contar con la información suficiente para realizar un ajuste cuatrilíneo; por lo que, en algunos casos, como el que se analiza en esta investigación, se requiere realizar un ajuste trilineal considerando 4 estados de daño, siguiendo los criterios mencionados en el presente documento.

### 2.2.2.3 Definición del oscilador SDOF equivalente (enfoque N2)

En primer lugar, se definen las matrices de masa y rigidez del pórtico. Sea  $m_i$  la masa tributaria asignada al piso  $i$ , mientras que la matriz de masas se define como la matriz diagonal representada en la ecuación (2.18).

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Con ello, se construye una matriz de rigidez elástica de referencia  $K_0$  asociada a un sistema en voladizo con rigideces uniformes por entrepiso, de manera que, en conjunto, la combinación  $M^{-1}K_0$  represente un modelo simplificado de la estructura original. Posteriormente, el primer modo de vibración se obtiene resolviendo la ecuación (2.19), siendo este un problema de valores y vectores propios:

$$M^{-1} * K_0 * \phi_k = \omega_k^2 * \phi_k \quad (2.19)$$

A partir de los resultados obtenidos del análisis de valores y vectores propios, se ordenan los valores propios  $\omega_k^2$  de menor a mayor. El vector modal asociado al primer modo se denota como  $\phi_1$ , y se normaliza imponiendo que el componente correspondiente al techo valga uno, es decir  $\phi_{1,n} = 1$ . Con ese vector modal se calculan la masa efectiva, la masa generalizada y el factor de participación del primer modo, los cuales se encuentran descritos por las ecuaciones (2.20), (2.21) y (2.22), respectivamente.

$$M_{\text{eff}} = \sum_{i=1}^n m_i * \phi_{1,i} \quad (2.20)$$

$$M_{\text{gen}} = \sum_{i=1}^n m_i * \phi_{1,i}^2 \quad (2.21)$$

$$\Gamma = \frac{M_{\text{eff}}}{M_{\text{gen}}} \quad (2.22)$$

La fracción de masa participativa del primer modo se calcula con la ecuación (2.23).

$$\text{PMF} = \frac{\Gamma^2 * M_{\text{gen}}}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (2.23)$$

Con ello, la curva pushover se transforma a coordenadas SDOF dividiendo desplazamientos y fuerzas por el factor de participación. Para cada paso  $k$ , se tienen las ecuaciones (2.24) y (2.25):

$$d_k^* = \frac{\delta_k}{\Gamma} \quad (2.24)$$

$$F_k^* = \frac{F_{b,k}}{\Gamma} \quad (2.25)$$

Sobre estos pares  $(d^*, F^*)$  se aplica la misma construcción de la envolvente monótonica y el ajuste multi-línea descritos anteriormente, obteniendo la envolvente del SDOF en términos de  $(F_y, \delta_y, \alpha_h, \mu_c, \alpha_c, r_p, \mu_r, \delta_{\text{fin}})$ . Posteriormente, se obtiene el período efectivo del oscilador equivalente  $(T^*)$  a partir de la masa efectiva y del desplazamiento y fuerza de fluencia, tal como lo describe la ecuación (2.26).

$$T^* = 2\pi^* \sqrt{\frac{M_{eff}^* d_y^*}{F_y^*}} \quad (2.26)$$

#### **2.2.2.4 Generación de curvas IDA percentiles mediante SPO2IDA**

Para este paso, se transforma una única curva pushover en un conjunto de curvas de Análisis Dinámico Incremental (IDA) equivalentes, sin necesidad de realizar análisis no lineales con acelerogramas reales. Este proceso se fundamenta en la metodología SPO2IDA, desarrollada por Vamvatsikos y Cornell (2006), la cual establece una correspondencia probabilística entre la forma de la envolvente y la dispersión estadística del comportamiento estructural frente a registros sísmicos reales.

La idea central del método es que, para cada nivel de ductilidad estructural  $\mu$ , es posible estimar un factor de reducción de resistencia  $R$  que, al relacionarse con la aceleración espectral  $S_a$ , permite predecir la respuesta dinámica incremental. Esta relación se expresa mediante ecuaciones empíricas calibradas en diversos análisis no lineales, y tabuladas en los clásicos percentiles 16, 50 y 84%, representando la variabilidad estructural frente al conjunto de registros.

La envolvente proporciona la curva idealizada fuerza – desplazamiento. Para cada punto de esta curva se define la ductilidad y la reducción de resistencia por medio de las ecuaciones (2.3) y (2.27).

$$R = \frac{F_{elasto}}{F(\mu)} \quad (2.27)$$

donde  $F(\mu)$  proviene de la envolvente. Luego, SPO2IDA plantea que la relación  $\mu - R$  para cada percentil (16, 50 y 84%) puede describirse mediante expresiones logarítmicas como lo detalla la ecuación (2.28):

$$\ln(\mu) = \beta^* \ln(R) + \gamma^* \ln^2(R) \quad (2.28)$$

Esta ecuación representa la rama inicial (endurecimiento) donde la estructura aún conserva rigidez. Para zonas posteriores de la respuesta (suavizamiento y residual), se emplean formulaciones análogas con parámetros específicos, las cuales se expondrán más adelante. Por su parte, los coeficientes  $\beta$  y  $\gamma$  dependen de:

- La pendiente positiva posterior al punto de fluencia ( $\alpha_h$ ).
- La pendiente negativa posterior al máximo ( $\alpha_c$ ).
- La razón residual de resistencia ( $r_p$ ).
- El período fundamental equivalente  $T^*$  del sistema SDOF.

En este sentido, adoptando los criterios de Vamvatsikos y Cornell (2006), se presentan estos parámetros en las Tablas 2.2 y 2.3, las cuales describen los coeficientes obtenidos mediante modelos multivariados:

**Tabla 2.3 Funciones necesarias para ajustar las partes de endurecimiento, negativa y residual del IDA**

Endurecimiento	$b_{x\%,i}$ para $\beta_{x\%}$				$b_{x\%,i}$ para $\gamma_{x\%}$		
	16%	50%	84%		16%	50%	84%
1	0.6164	0.7132	1.0024		0.1454	0.2928	0.4003
$a_h$	-0.1697	-0.0415	1.5907		-0.1394	-0.6415	-3.0742
$(a_h)^2$	1.3103	1.5158	-7.1722		-0.2576	0.0347	9.7763
$(a_h)^3$	-1.9551	-2.5525	10.3472		0.6156	0.9604	-12.881
$(a_h)^4$	1.2201	1.3921	-4.8024		-0.3707	-0.662	5.8376
<b>Negativo</b>	<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>		<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>
1	0.2252	0.372	0.613	$ a_c ^{-1}$	-0.5111	-0.3817	-0.4118
$\ln a_c $	-0.185	-0.3023	-0.4392	1	-0.6194	-0.3599	-0.261
$\ln^2 a_c $	0.1039	0.1056	0.0847	$ a_c $	0.0928	-0.0019	-0.007
				$ a_c ^2$	0.0163	0.0186	0.0158
<b>Residual</b>	<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>		<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>
1	-0.3615	0.2391	0.9557		1.1022	1.0846	1.0176
$\ln a_c $	-0.0729	-0.0297	-0.0696		0.018	0.0081	0.0203
$\ln r_{eq}$	-0.4557	-0.4907	-0.4759		0.1111	0.1218	0.1086
$\ln r_{eq} * \ln a_c $	-0.0372	-0.0272	-0.0308		0.0136	0.0086	0.0061

*Nota.* Adaptado de *Direct estimation of the seismic demand and capacity of oscillators with multi-linear static pushovers through IDA* por Vamvatsikos y Cornell, 2006

**Tabla 2.4 Coeficientes necesarios para ajustar los tramos: endurecimiento, negativo y residual del IDA**

	<b>b<sub>x%,i</sub> para β<sub>x%</sub></b>			<b>b<sub>x%,i</sub> para γ<sub>x%</sub></b>			
<b>Endurecimiento</b>	<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>	<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>	
$\ln^{-1}(T+1)$	-0.152	-0.1985	-0.6344	0.1925	0.3689	0.9434	
1	-0.5027	-0.0955	0.2649	0.1246	0.048	0.0277	
$\ln T$	-0.0542	-0.0316	0.0818	-0.1045	-0.1747	-0.4226	
$\ln^2 T$	0.0181	0.0291	-0.125	0.0605	0.1364	0.3241	
$a_h * \ln^{-1}(T+1)$	-0.152	-0.1985	-0.6344	0.1925	0.3689	0.9434	
$a_h$	0.8058	0.3737	-0.0954	-0.1989	-0.2105	-0.0297	
$a_h * \ln T$	0.2037	0.2334	0.572	-0.0822	-0.1916	-0.5081	
$a_h * \ln^2 T$	-0.2572	-0.3683	-0.5508	0.1711	0.3816	0.5662	
$(\sqrt{a_h}) * \ln^{-1}(T+1)$	-0.152	-0.1985	-0.6344	0.1925	0.3689	0.9434	
$(\sqrt{a_h})$	-0.3675	-0.3041	-0.16	0.0713	0.1533	-0.001	
$(\sqrt{a_h}) \ln T$	-0.152	-0.1985	-0.6344	0.1925	0.3689	0.9434	
$(\sqrt{a_h}) \ln^2 T$	0.2258	0.3128	0.6418	-0.2237	-0.4964	-0.8851	
<b>Negativo</b>	<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>	<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>	
1	0.2391	0.3846	0.5834	1	-0.2508	-0.2762	-0.2928
$\ln T$	0.0517	0.0887	0.1351	$ a_c $	-0.5517	-0.1992	-0.4394
$\ln a_c $	-1.2399	-1.3531	-1.4585	$a_c^2$	0.0941	-0.0031	0.0683
$\ln a_c  * \ln T$	-0.0976	-0.1158	-0.1317	$ a_c ^{-1}$	0.0059	0.0101	0.0131
$\ln^2 a_c $	0.0971	0.1124	0.11	$\ln T$	0.1681	0.2451	0.185
$\ln^2 a_c  * \ln T$	0.0641	0.0501	0.0422	$ a_c  * \ln T$	0.1357	-0.0199	0.1783
$\ln^3 a_c $	-0.0009	0.0041	0.0056	$a_c^2 * \ln T$	-0.0127	0.0091	-0.0305
$\ln^3 a_c  * \ln T$	0.0072	0.0067	0.0074	$ a_c ^{-1} * \ln T$	0.001	-0.0075	-0.0066
				$\ln^2 T$	-0.1579	-0.0135	0.0027
				$ a_c  * \ln^2 T$	0.2551	-0.0841	0.0447
				$a_c^2 * \ln^2 T$	-0.0602	0.0222	-0.0151
				$ a_c ^{-1} * \ln^2 T$	0.0087	-0.0003	-0.0025
<b>Residual</b>	<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>	<b>16%</b>	<b>50%</b>	<b>84%</b>	
1	-0.2226	0.1401	0.7604	1	1.0595	1.0635	1.0005
$\ln a_c $	-0.0992	-0.0817	-0.1035	$\ln a_c $	0.0236	0.0177	0.0283
$\ln r_{eq}$	-0.4537	-0.5091	-0.5235	$\ln r_{eq}$	0.1237	0.1466	0.1607
$\ln r_{eq} * \ln a_c $	-0.0398	-0.0236	-0.0287	$\ln r_{eq} * \ln a_c $	0.0111	0.0048	-0.0004
$\ln r_{eq}^{-1}$	0.0829	-0.0364	-0.0174	$\ln r_{eq}^{-1}$	-0.0023	0.0102	0.0021
$\ln r_{eq}^{-1} * \ln a_c $	0.0193	-0.0126	-0.0118	$\ln r_{eq}^{-1} * \ln a_c $	0.0008	0.0019	0.0035
$\ln T$	-0.1831	-0.2732	-0.5651	$\ln T$	-0.0881	-0.1044	-0.1276
$\ln T * \ln a_c $	-0.0319	0.0015	0.0437	$\ln T * \ln a_c $	-0.0077	-0.0137	-0.0413

**Tabla 2.4 (continuación) Coeficientes necesarios para ajustar los tramos:  
endurecimiento, negativo y residual del IDA**

Residual	$b_{x\%,i}$ para $\beta_{x\%}$			$b_{x\%,i}$ para $\gamma_{x\%}$		
	16%	50%	84%	16%	50%	84%
$\ln T * \ln r_{eq}$	0.1461	0.1101	0.0841	-0.0239	-0.009	-0.0085
$\ln T * \ln r_{eq} * \ln a_c $	-0.0227	-0.0045	0.0159	0.0025	-0.0014	-0.0198
$\ln T * \ln r_{eq}^{-1}$	-0.0108	0.0333	0.0033	0.0082	-0.0003	0.0037
$\ln T * \ln r_{eq}^{-1} * \ln a_c $	-0.0081	0	0.0033	0.0007	-0.0013	-0.0043
$\ln^2 T$	0.166	0.1967	0.0929	0.0317	0.0038	0.0673
$\ln^2 T * \ln a_c $	-0.0124	-0.0304	0.013	0.0006	0.0065	0.0074
$\ln^2 T * \ln r_{eq}$	0.0273	0.0396	0.058	-0.0173	-0.0484	-0.0737
$\ln^2 T * \ln r_{eq} * \ln a_c $	-0.0167	-0.0209	-0.0144	0.0056	0.0068	0.0255
$\ln^2 T * \ln r_{eq}^{-1}$	-0.0182	0.0311	0.0221	0.0007	-0.0112	-0.0073
$\ln^2 T * \ln r_{eq}^{-1} * \ln a_c $	-0.0097	-0.0047	0.0007	0.0004	0.0008	0.0005

*Nota.* Adaptado de *Direct estimation of the seismic demand and capacity of oscillators with multi-linear static pushovers through IDA* por Vamvatsikos y Cornell, 2006

Para cada percentil (16, 50, 84%), al aplicar la metodología SPO2IDA se obtiene lo expuesto en la ecuación (2.29):

$$(\beta_x, \gamma_x) = f(\alpha_h, \alpha_c, r_p, T) \quad (2.29)$$

Con ello, se construyen tres curvas IDA, las cuales representan la variabilidad de registros reales. Posteriormente, se requiere identificar los distintos segmentos de la envolvente, para aplicar la ecuación correspondiente en cada tramo, los cuales se describen a continuación:

**a) Tramo elástico ( $\mu \leq 1$ )**

Descrita únicamente por la ecuación (2.30):

$$(\beta_x, \gamma_x) = f(\alpha_h, \alpha_c, r_p, T) \quad (2.30)$$

**b) Tramo de endurecimiento ( $1 < \mu \leq \mu_c$ )**

Derivada de la ecuación (2.28), en donde  $R = e^z$ , mientras que el valor de  $z$  se obtiene a partir de la solución de la ecuación (2.31):

$$\gamma_h * z^2 + \beta_h * z - \ln(\mu) = 0 \quad (2.31)$$

**c) Tramo degradado ( $\mu_c < \mu \leq \mu_r$ )**

Para esta sección de las curvas IDA, se interpola logarímicamente entre el punto máximo ( $\mu_c, R_c$ ) y el punto de inicio de la rama residual ( $\mu_r, R_r$ ); esta interpolación puede observarse en la ecuación (2.32).

$$\ln(R) = \ln(R_c) + \frac{\mu - \mu_c}{\mu_r - \mu_c} * (\ln(R_r) - \ln(R_c)) \quad (2.32)$$

**d) Tramo residual ( $\mu_r \leq \mu \leq \mu_{end}$ )**

Para esta última zona, se parte de la ecuación (2.33) y se la invierte, para así obtener la ecuación (2.34):

$$\ln(R) = \beta_{res} * \ln(\mu) + \gamma_{res} * \ln^2(\mu) \quad (2.33)$$

$$R = \exp\left(\frac{\ln(\mu) - \beta_{res}}{\gamma_{res}}\right) \quad (2.34)$$

Cada una de las ecuaciones exhibidas permiten generar la curva completa  $R-\mu$  para cada percentil 16 – 50 - 84%. A partir de lo obtenido hasta este punto, se procede a transformar  $R$  a aceleración espectral ( $S_a$ ) por medio de la ecuación (2.35):

$$S_{a_x}(\mu) = \frac{R_x(\mu)}{g} * \left(\frac{\delta_y}{\Gamma}\right) * \left(\frac{2\pi}{T^*}\right)^2 \quad (2.35)$$

donde  $x \in \{16, 50, 84\}$  y, por consiguiente, la expresión vincula directamente la respuesta pseudoestática con la dinámica equivalente. Con ello, realizando este procedimiento, el método SPO2IDA genera 3 curvas IDA:

- $S_{a16}(\mu)$ : respuesta conservadora.
- $S_{a50}(\mu)$ : respuesta mediana.
- $S_{a16}(\mu)$ : respuesta considerando una envolvente superior.

### 2.2.2.5 Conversión de SDOF a MDOF: RDR e IDR

El siguiente paso de la metodología consiste en transformar las curvas IDA del SDOF a coordenadas IM–EDP, las cuales representen adecuadamente la respuesta de la estructura MDOF. En este caso, se utiliza como medida de intensidad (IM) el valor de  $S_a$  en el período efectivo  $S_a(T^*, \xi)$ , mientras que, como parámetro de demanda ingenieril (EDP), se emplea la deriva de techo (RDR) o la deriva máxima de entrepiso (IDR).

En este sentido, la relación entre ductilidad del SDOF y deriva de techo se expresa mediante un factor de participación efectivo  $C_{\text{eff}}(R)$ , el cual permite capturar, de forma aproximada, los efectos de modos superiores y de posibles no linealidades. Esta relación se encuentra descrita por la ecuación (2.36):

$$\text{RDR} = C_{\text{eff}}(R) * \frac{\mu^* d_y^*}{H} \quad (2.36)$$

donde  $d_y^*$  es el desplazamiento de fluencia del SDOF,  $H$  es la altura total de la estructura y  $C_{\text{eff}}(R)$  se obtiene a partir del análisis modal y de la información de la envolvente. Sin embargo, si bien el RDR es adecuado para describir la respuesta global, la demanda que controla el daño estructural en estructuras de hormigón armado, generalmente, es el IDR. Para incluir el IDR sin abandonar la estructura matemática del SDO2FRAG, se emplea un factor de conversión descrita por la ecuación (2.37):

$$\text{COD} = \frac{\text{IDR}_{\text{max}}^{\text{el}}}{\text{RDR}_{\text{el}}} \quad (2.37)$$

donde  $\text{IDR}_{\text{max}}^{\text{el}}$  es el drift máximo de entrepiso en la fase elástica del pushover, mientras que  $\text{RDR}_{\text{el}}$  es el drift de techo correspondiente a ese mismo punto. El coeficiente COD permite relacionar de manera consistente el desplazamiento global y la distorsión local

en el rango inelástico. Así, para cualquier ductilidad  $\mu$ , el drift máximo se obtiene mediante la ecuación (2.38):

$$\text{IDR}_{\max}(\mu) = \text{COD} * \text{RDR}(\mu) = \text{COD} * C_{\text{eff}}(R) * \frac{\mu * d_y^*}{H} \quad (2.38)$$

De esta manera, el IDR se vincula a la respuesta del SDOF equivalente. Tanto para el RDR como el IDR, el EDP permanece monótonamente creciente con la ductilidad, lo cual resulta fiel a la metodología en cuestión.

### **2.2.2.6 Definición de estados límite**

Se consideran cuatro estados límite estructurales: FO (Fully Operational), IO (Immediate Occupancy), LS (Life Safety) y CP (Collapse Prevention). Los umbrales en términos de desplazamiento de techo  $\delta_{\text{FO}}$ ,  $\delta_{\text{IO}}$ ,  $\delta_{\text{LS}}$ ,  $\delta_{\text{CP}}$ , para la estructura convencional, se determinan de forma automática utilizando la curva pushover y la envolvente ajustada.

El estado FO se vincula con el final del régimen esencialmente elástico. Para localizarlo se analiza la pendiente de la curva envolvente y se identifica el punto donde la rigidez secante cae por debajo de un porcentaje de la rigidez inicial (se toma el 80%), manteniendo aún cortantes por debajo del pico. El umbral LS se asocia al desplazamiento de techo en el máximo cortante basal, de modo que  $\delta_{\text{LS}} = \delta_{\text{peak}}$ .

El estado IO se define como un nivel intermedio entre FO y LS. En el código se busca el primer punto, dentro de ese rango, en el que la fuerza predicha por la envolvente cuatrilínea y la fuerza observada en la curva pushover difieren menos de un cierto error relativo (del orden de 1 - 3%). Si no se encuentra un punto con ese criterio, se emplean criterios alternativos basados en el cambio de pendiente y en la detección de un sector de rigidez moderadamente reducida, sin acercarse al pico.

El estado LS se establece en un punto medio entre los umbrales de daño IO y CP, pues es un desplazamiento de techo considerable, donde la estructura ha perdido completamente la capacidad de retornar a su estado original.

Para el estado CP, se relaciona directamente con el cortante basal máximo alcanzado en el pushover (pico), donde, a partir de este punto, existe una degradación y pérdida significativa de resistencia, significando el colapso inminente de la estructura ante la fuerza lateral aplicada.

Por otro lado, el procedimiento para la determinación de los umbrales de daño en la estructura con aislación sísmica difiere del empleado en el caso convencional y se realiza una vez definidos los umbrales correspondientes a la estructura sin aislación. Esto se debe a que, en el sistema aislado, el desplazamiento total de techo incluye tanto la contribución de la superestructura como la deformación del sistema de aislación, por lo que no puede asociarse de manera directa a los estados de daño estructural.

Por ello, se analizan de forma incremental los resultados del análisis pushover de la estructura aislada, considerando simultáneamente el desplazamiento de techo y el desplazamiento desarrollado en los aisladores. Para cada paso del análisis se calcula la deformación relativa de la superestructura como la diferencia entre ambos desplazamientos, con el objetivo de aislar la demanda de deformación que efectivamente actúa sobre los elementos estructurales.

Los umbrales de daño para la estructura con aislación se definen identificando aquellos pasos del análisis en los que la deformación relativa de la superestructura alcanza los mismos valores previamente establecidos como umbrales de daño en el caso convencional. De esta forma, se garantiza que los estados de daño considerados en ambos sistemas correspondan a niveles equivalentes de demanda estructural en la superestructura, permitiendo una comparación coherente del desempeño entre la estructura convencional y la estructura aislada.

Además de estos criterios, se aplican verificaciones de coherencia: se exige que los umbrales estén estrictamente ordenados ( $FO < IO < LS < CP$ ), que el estado LS se ubique dentro de un rango razonable de la curva (ni demasiado cerca del inicio ni del final) y que CP se mantenga dentro del rango efectivo de desplazamientos.

A partir de realizar estos análisis, los umbrales de ductilidad se obtienen dividiendo cada desplazamiento límite por el desplazamiento de fluencia, tal como lo exhiben las ecuaciones (2.39), (2.40), (2.41) y (2.42):

$$\mu_{FO} = \frac{\mu^* \delta_{FO}}{\delta_y} \quad (2.39)$$

$$\mu_{IO} = \frac{\mu^* \delta_{IO}}{\delta_y} \quad (2.40)$$

$$\mu_{LS} = \frac{\mu^* \delta_{LS}}{\delta_y} \quad (2.41)$$

$$\mu_{CP} = \frac{\mu^* \delta_{CP}}{\delta_y} \quad (2.42)$$

En función del modo de EDP seleccionado, estos umbrales de ductilidad se transforman en umbrales de deriva. Si se emplea la deriva de techo, el estado límite LS es representado por la ecuación (2.43), mientras que, si se utiliza la deriva máxima de entrepiso, el umbral se calcula como lo dictamina la ecuación (2.44):

$$\theta_{LS} = \frac{\mu_{LS}^* d_y^*}{H} \quad (2.43)$$

$$\theta_{LS} = COD^* \frac{\mu_{LS}^* d_y^*}{H} \quad (2.44)$$

Con lo cual, se realiza este proceso de manera análoga para los diferentes estados de daño considerados, es decir, FO, IO y CP.

### **2.2.2.7 Incorporación de variabilidad adicional**

Una vez obtenidos los valores base de la dispersión  $\beta_{base}$  a partir de las curvas IDA y los umbrales de daño en términos de desplazamiento o deriva, se procede a enriquecer la dispersión total de cada estado límite mediante la incorporación de fuentes adicionales de incertidumbre. Este ajuste es imprescindible para que las curvas de fragilidad resultantes reflejen no únicamente la variabilidad dinámica implícita en SPO2IDA, sino también la incertidumbre asociada al modelo estructural y a la definición de los umbrales

de daño. Para el presente trabajo, se considera que la dispersión total lognormal para cada estado límite k resulta de la combinación cuadrática de tres contribuciones:

**a) Dispersión base  $\beta_{base}$  a partir de SPO2IDA**

Para cada estado límite k, la mediana en IM (aceleración espectral) se obtiene evaluando las curvas IDA percentiles en el valor de ductilidad o deriva correspondiente al umbral de daño. Denotando por  $Sa_{16,k}$ ,  $Sa_{50,k}$  y  $Sa_{84,k}$  los valores de IM asociados a los percentiles 16, 50 y 84% en ese umbral, se define una dispersión base en el espacio lognormal bajo cualquiera de las dos opciones subsiguientes (tipo 16-50 o 16-84, ecuaciones (2.45) y (2.46), respectivamente):

$$\beta_{base,k} = \ln \left( \frac{Sa_{50,k}}{Sa_{16,k}} \right) \quad (2.45)$$

$$\beta_{base,k} = \frac{1}{2} * \ln \left( \frac{Sa_{84,k}}{Sa_{16,k}} \right) \quad (2.46)$$

Para el presente estudio, se emplea la primera opción. En ambos casos, la mediana de IM para el estado límite k queda fijada como lo exhibe la ecuación (2.47).

$$IM_{50,k} = Sa_{50,k} \quad (2.47)$$

**b) Incertidumbre adicional  $\beta_U$  por estado límite**

La segunda contribución a la dispersión,  $\beta_{U,k}$ , se utiliza para representar incertidumbres adicionales de modelación y de variación entre registros que no han sido capturadas por las curvas SPO2IDA. Dado que no se cuenta con campañas extensas de simulación registro–a–registro para cada caso de estudio, se adopta la siguiente parametrización:

- Se selecciona el estado límite de referencia, por ejemplo, CP.
- Se fija un valor de dispersión adicional para CP, en este caso, se ha escogido  $\beta_{U,CP} = 0.40$ .
- Se hace depender  $\beta_{U,k}$  de la mediana de IM de cada estado límite, interpolando linealmente con la regla dictaminada por la ecuación (2.48):

$$\beta_{U,k} = \beta_{U,CP} * \frac{IM_{50,k}}{IM_{50,CP}} \quad (2.48)$$

De esta forma, estados con mediana menor que CP presentan una incertidumbre adicional reducida, mientras que estados de colapso o ultra-colapso tienden a heredar o superar el nivel de dispersión de CP.

### c) Variabilidad en el umbral de daño $\sigma_{thr}$

Diversos autores han señalado que los umbrales de daño estructural no pueden considerarse valores deterministas, sino criterios ingenieriles con una incertidumbre inherente asociada a la definición del daño, la variación experimental y la subjetividad en la interpretación (Porter, 2021). En consecuencia, cada estado límite debe incorporar una dispersión adicional que represente la variabilidad con la que realmente se alcanza dicho límite.

Para capturar este efecto, se asignan desviaciones estándar lognormales típicas por estado límite, los cuales, para este caso en particular, se han considerado:

- $\sigma_{thr,FO} = 0.15$
- $\sigma_{thr,IO} = 0.18$
- $\sigma_{thr,LS} = 0.22$
- $\sigma_{thr,CP} = 0.25$

Estos valores se combinan posteriormente con la dispersión base y con la variabilidad epistemológica adicional para obtener la dispersión total que define la curva de fragilidad.

### d) Dispersión total por estado límite

Finalmente, para cada estado límite k (FO, IO, LS, CP, SC) se calcula la dispersión total  $\beta_{tot,k}$ , combinando cada una de las incertidumbres mencionadas mediante la ecuación (2.49):

$$\beta_{tot,k} = \sqrt{\beta_{base,k}^2 + \beta_{U,k}^2 + \sigma_{thr,k}^2} \quad (2.49)$$

Estos valores, junto con las medianas  $IM_{50,k}$ , son los parámetros con los que se definirán las curvas de fragilidad lognormales.

### **2.2.2.8 Construcción de curvas de fragilidad**

Con las medianas  $IM_{50,k}$  y las dispersiones totales  $\beta_{tot,k}$  definidas para cada estado límite, se procede a construir las curvas de fragilidad en términos de la medida de intensidad seleccionada  $S_a(T^*,\xi)$ . Se asume que, para cada estado límite  $k$ , la probabilidad de exceder dicho estado se distribuye de forma lognormal con parámetros  $\ln(IM_{50,k})$  y  $\beta_{tot,k}$ . Así, la curva de fragilidad se encuentra expresada por medio de la ecuación (2.50):

$$P[EDP \geq \text{umbral}_k | IM] = \Phi \left( \frac{\ln \left( \frac{IM}{IM_{50,k}} \right)}{\beta_{tot,k}} \right) \quad (2.50)$$

donde  $\Phi(\cdot)$  es la función de distribución acumulada de una normal estándar, la cual se aplica a cada uno de los estados límite considerados, obteniendo así un conjunto de curvas de fragilidad lognormales que describen la probabilidad de exceder cada nivel de daño en función de la intensidad sísmica.

De acuerdo a FEMA (2018), por lo general se deben utilizar modelos matemáticos tridimensionales para la evaluación del colapso. Los modelos bidimensionales (planos) pueden ser suficientes en casos donde los edificios tienen configuraciones regulares, tal como es el presente caso; la respuesta traslacional en cada dirección ortogonal es independiente y la respuesta torsional no es significativa. Cuando se utilizan modelos bidimensionales, la capacidad de colapso media  $S_a(T)$  se toma como la menor de los valores obtenidos en cada dirección.

### **2.2.3 Construcción de la curva de vulnerabilidad**

Una vez obtenidas las curvas de fragilidad estructural, el siguiente paso del análisis consiste en su transformación en curvas de vulnerabilidad sísmica, las cuales permiten cuantificar el impacto económico esperado del daño estructural en función de la

intensidad sísmica. Mientras que la fragilidad describe la probabilidad de alcanzar o exceder determinados estados de daño, la vulnerabilidad expresa directamente la pérdida media esperada, la cual suele representarse mediante el índice de pérdida o Loss Ratio (LR), definido como la relación entre la pérdida económica estimada y el costo de reposición de la edificación (FEMA, 2018).

En esta sección se desarrolla la metodología empleada para convertir las curvas de fragilidad previamente obtenidas en curvas de vulnerabilidad continuas, integrando la información probabilista del daño con modelos simplificados de consecuencias económicas. Este procedimiento permite completar la evaluación del desempeño estructural desde un enfoque orientado a pérdidas, manteniendo coherencia con metodologías de evaluación sísmica basadas en desempeño.

### **2.2.3.1 Enfoque general de la metodología PBEE**

La conversión de fragilidad a vulnerabilidad se fundamenta en el marco conceptual del Pacific Earthquake Engineering Research - Performance Based Earthquake Engineering (PEER – PBEE) (Stewart et al., 2001), el cual establece una secuencia lógica que vincula la acción sísmica con sus consecuencias finales. En este enfoque, la evaluación del desempeño estructural se organiza a través de la cadena IM – EDP – DM – DV.

En los capítulos previos de esta tesis se abordaron de manera detallada los niveles correspondientes a la medida de intensidad sísmica (IM) y a la demanda estructural (EDP), mediante el uso de aceleración espectral  $S_a(T^*, \xi)$ , deriva de techo (RDR) y deriva máxima de entrepiso (IDR). Asimismo, la definición de estados de daño discretos (DM) fue realizada a partir del análisis estructural no lineal, dando lugar a la construcción de curvas de fragilidad lognormales para cada estado límite.

La presente sección se enfoca exclusivamente en el nivel DV (Variables de Decisión) del marco PBEE, cuyo objetivo es traducir el daño estructural esperado en términos de consecuencias económicas. En este estudio, la variable de decisión se expresa mediante el Loss Ratio (LR), definido como la fracción del costo de reposición asociada a la reparación del daño estructural. De este modo, la vulnerabilidad sísmica se define como

la pérdida media esperada condicionada a un nivel dado de intensidad sísmica, obtenida a partir de la combinación probabilista de las curvas de fragilidad con valores representativos de pérdida económica.

### **2.2.3.2 Estados de daño considerados para la evaluación de vulnerabilidad**

Para la construcción de la curva de vulnerabilidad sísmica se adoptaron cuatro estados de daño, correspondientes a:

- FO (Fully Operational)
- IO (Immediate Occupancy)
- LS (Life Safety)
- CP (Collapse Prevention)

En primer lugar, cabe destacar que el estado CP (Collapse Prevention) representa, por definición, el límite superior de daño estructural aceptable previo al colapso global, siendo comúnmente asociado a pérdidas cercanas al 100% del costo de reposición. Adicionalmente, el tratamiento del colapso dentro del enfoque PBEE suele abordarse mediante modelos específicos de probabilidad de colapso o mediante análisis de pérdidas totales, separados del cálculo de curvas de vulnerabilidad continuas.

En concordancia con prácticas ampliamente utilizadas en estudios de riesgo sísmico y evaluaciones de pérdidas basadas en PBEE, se adopta el estado CP como estado límite superior, asignándole un Loss Ratio igual a 1.0, correspondiente a pérdida total de la edificación. Asimismo, para los estados de daño LS, IO y FO, se adoptan valores representativos de Loss Ratio iguales a 0.60, 0.25 y 0.05, respectivamente, consistentes con esquemas de asignación daño–pérdida propuestos en el estudio de Porter (2003).

### **2.2.3.3 Probabilidad de ocurrencia de los estados de daño**

Para la estimación de pérdidas económicas es necesario conocer la probabilidad de que la estructura se encuentre exactamente en cada estado de daño, y no únicamente la probabilidad de excedencia. En el marco del Performance-Based Earthquake Engineering (PBEE), esta transformación es esencial para pasar del nivel de daño estructural (DM) al nivel de consecuencias (DV) (Stewart et al., 2001).

La probabilidad de ocurrencia exacta del estado de daño  $DS_i$  se obtiene a partir de las curvas de fragilidad mediante la diferencia entre probabilidades de excedencia consecutivas, tal como lo indica la ecuación (2.51):

$$P[D=DS_i|IM=im] = P[D \geq DS_i|IM=im] - P[D \geq DS_{i+1}|IM=im] \quad (2.51)$$

Sin embargo, para el estado de daño más severo considerado en este estudio, correspondiente a Collapse Prevention (CP), la probabilidad de ocurrencia se obtiene directamente como lo indica la ecuación (2.52).

$$P[D=CP|IM=im] = P[D \geq CP|IM=im] \quad (2.52)$$

Este procedimiento es consistente con la formulación propuesta por Porter (2003), quien establece que la estimación de pérdidas debe basarse en probabilidades discretas de estados de daño, derivadas de curvas de fragilidad ordenadas jerárquicamente.

#### **2.2.3.4 Cálculo del Loss Ratio esperado**

Una vez determinadas las probabilidades de ocurrencia de cada estado de daño, se procede al cálculo del Loss Ratio esperado condicionado a la intensidad sísmica, definido como el valor esperado de la variable aleatoria LR, descrita en la ecuación (2.53):

$$E[LR|IM=im] = \sum_{i=1}^4 LR_i * P[D=DS_i|IM=im] \quad (2.53)$$

donde  $LR_i$  representa el Loss Ratio asociado al estado de daño  $DS_i$ . Esta expresión formaliza el proceso mediante el cual la información de daño estructural se transforma en pérdida económica esperada, y ha sido ampliamente utilizada en estudios de evaluación probabilista de pérdidas sísmicas dentro del marco PBEE (Porter, 2003; Günay & Mosalam, 2012).

El cálculo se realiza para un conjunto continuo de valores de intensidad sísmica, generando una curva suave  $E[LR|IM]$  que describe la evolución progresiva de las

pérdidas económicas, desde niveles bajos de daño, hasta una condición de daño severo relativa al colapso.

### 2.2.3.5 Ajuste lognormal de la vulnerabilidad

Si bien la función  $E[LR|IM]$  describe directamente la pérdida media esperada, es habitual representar la vulnerabilidad sísmica mediante una función lognormal, debido a su simplicidad matemática y a su compatibilidad con modelos probabilísticos de riesgo sísmico (Porter, 2003; FEMA, 2018). En este sentido, la curva de vulnerabilidad se expresa como lo exhibe la ecuación (2.54).

$$V(IM) = \Phi\left(\frac{\ln(IM) - \ln(\theta_v)}{\beta_v}\right) \quad (2.54)$$

donde  $\theta_v$  corresponde a la mediana de la vulnerabilidad,  $\beta_v$  a la dispersión logarítmica, y  $\Phi(\cdot)$  es la función de distribución normal estándar. Cabe destacar que los parámetros  $\theta_v$  y  $\beta_v$  no se obtienen directamente de las curvas de fragilidad, sino a partir de un proceso de ajuste estadístico sobre la curva de pérdida esperada. Para ello, se consideran los pares discretos  $(IM_k, E[LR|IM_k])$  y se determina la función lognormal que minimiza el error cuadrático entre la pérdida esperada y la función analítica, descrita por la ecuación (2.55):

$$\min \sum_{k=1}^N \left[ E[LR|IM_k] - \Phi\left(\frac{\ln(IM) - \ln(\theta_v)}{\beta_v}\right) \right]^2 \quad (2.55)$$

donde  $NNN$  corresponde al número total de puntos discretos de intensidad sísmica considerados en el proceso de ajuste, definidos por los pares  $(IM_k, E[LR|IM_k])$ , sobre los cuales se minimiza el error cuadrático entre la pérdida media esperada y la función lognormal analítica.

Este procedimiento es consistente con la implementación computacional desarrollada en este estudio, en la cual los parámetros de la distribución lognormal se estiman mediante un ajuste no lineal por mínimos cuadrados, obteniéndose  $\theta_v$  como la mediana de la

curva de vulnerabilidad y  $\beta_v$  como la dispersión logarítmica total asociada a la pérdida económica condicionada a la intensidad sísmica.

#### 2.2.4 Cálculo de pérdidas probables

Se efectúa la estimación de pérdidas probables, con el objetivo de cuantificar las consecuencias económicas derivadas del daño sísmico en los componentes estructurales y no estructurales. El proceso inicia con la definición de la exposición económica, que incluye el valor de reposición de la estructura, la mampostería, los cielos falsos, los ascensores y el contenido interior. Esta información constituye la base del cálculo de pérdidas. Mediante las curvas de fragilidad se determina la probabilidad de alcanzar cada estado límite de daño para distintos niveles de demanda sísmica. A cada estado límite se asigna un factor de pérdida, expresado como porcentaje del valor económico dañado, lo que permite estimar el daño físico esperado en cada componente. Para los elementos no estructurales, se aplican factores específicos según su vulnerabilidad y función dentro del edificio. La pérdida total esperada resulta de la suma de los daños físicos y funcionales para cada nivel de intensidad sísmica.

##### 2.2.4.1 Determinación de la curva de pérdidas

La metodología de Günay y Mosalam (2012) plantea la curva de pérdidas, que describe la probabilidad de excedencia de los diferentes valores de una variable de decisión. La curva de pérdidas se obtiene a partir del teorema de la probabilidad total combinando los valores de probabilidad y excedencia de los análisis de peligro, estructural, de daños y de pérdidas de la subsiguiente (2.56):

$$P(DV^n) = \sum_m \sum_i \sum_k P(DV^n | DM_k) p(DM_k | EDP_j^i) p(EDP_j^i | IM_m) p(IM_m) \quad (2.56)$$

donde  $P(DV^n | DM_k)$  es la probabilidad de excedencia del n-ésimo valor de la variable dependiente DV para el j-ésimo grupo susceptible al daño de la instalación cuando ocurre  $DM_k$ , el cual es el resultado del análisis de pérdidas como función de pérdida,  $p(DM_k | EDP_j^i)$  es la probabilidad de  $DM_k$  cuando se somete al i-ésimo valor del parámetro

de demanda de ingeniería EDP utilizado para la función de fragilidad del j-ésimo grupo susceptible al daño, el cual es el resultado del análisis de daños como función de fragilidad,  $p(\text{EDP}_j^i | \text{IM}_m)$  es la probabilidad del i-ésimo valor del j-ésimo EDP, utilizado en la función de fragilidad del j-ésimo grupo susceptible al daño, para el m-ésimo valor de IM, como resultado del análisis estructural, y  $p(\text{IM}_m)$  es la probabilidad del m-ésimo valor de IM como resultado del análisis de peligro sísmico.

#### 2.2.4.2 Valor de reposición

El valor de reposición del edificio  $\text{RV}_B$  en dólares estadounidenses puede estimarse como el producto del Área Total del Piso FA y el costo total por metro cuadrado de los sistemas estructurales y no estructurales (FEMA, 2001). Se emplea en los cálculos de la pérdida económica directa debido a la reparación o reemplazo del sistema estructural, los componentes no estructurales sensibles al desplazamiento y los componentes no estructurales sensibles a la aceleración, según las ecuaciones (2.57), (2.58) y (2.59):

$$\text{EL\_STR} = \text{FV}_{\text{STR}} * \text{RV}_B * \sum_{ds=2}^5 (\text{PSTR}_{ds} * \text{STRD}_{ds}) \quad (2.57)$$

$$\text{EL\_NSD} = \text{FV}_{\text{NSD}} * \text{RV}_B * \sum_{ds=2}^5 (\text{PNSD}_{ds} * \text{NSDD}_{ds}) \quad (2.58)$$

$$\text{EL\_NSA} = (1 - \text{FV}_{\text{STR}} - \text{FV}_{\text{NSD}}) * \text{RV}_B * \sum_{ds=2}^5 (\text{PNSA}_{ds} * \text{NSAD}_{ds}) \quad (2.59)$$

donde  $\text{EL\_STR}$  es la pérdida por reparación del sistema estructural en dólares estadounidenses,  $\text{EL\_NSD}$  es la pérdida debido a la reparación de componentes no estructurales sensibles al desplazamiento en dólares estadounidenses,  $\text{EL\_NSA}$  es la pérdida debido a la reparación de componentes no estructurales sensibles a la aceleración en dólares estadounidenses,  $\text{PSTR}_{ds}$  es la probabilidad de que el edificio esté en estado de daño estructural,  $\text{PNSD}_{ds}$  es la probabilidad de que el edificio se encuentre en un estado de daño sensible a la deriva no estructural,  $\text{PNSA}_{ds}$  es la probabilidad de que el edificio se encuentre en un estado de daño sensible a la aceleración no estructural,  $\text{STRD}_{ds}$  es el costo de reparación del sistema estructural del

estado de daño  $ds$  expresado como una fracción del costo total del sistema estructural,  $NSDD_{ds}$  es el costo de reparación no estructural del estado de daño  $ds$  expresado como una fracción del costo total de los componentes no estructurales sensibles al desplazamiento,  $NSAD_{ds}$  es el costo de reparación no estructural del estado de daño  $ds$  expresado como una fracción del costo total de los componentes no estructurales sensibles a la aceleración,  $FV_{STR}$  es la fracción del valor total de reemplazo del edificio  $RV_B$  asociada con el sistema estructural,  $FV_{NSD}$  es la Fracción del valor total de reemplazo del edificio  $RV_B$  asociada con componentes no estructurales sensibles a desplazamientos (FEMA, 2001).

**Tabla 2.5 Costo fraccionario de los sistemas estructurales y no estructurales de los tipos de edificios genéricos y ocupaciones de Hazus**

Combinaciones comunes de ocupación y tipo de edificio (grupo de ocupación)	Sistema estructural	Fracción del costo total del edificio	
		Sistemas no estructurales (Porcentaje del costo no estructural total)	
		Sensible a la deriva	Sensitivo a la aceleración
Residencias Unifamiliares - RES1/W1 (Todas las Residencias Unifamiliares)	0.25	0.49 (65%)	0.26 (35%)
Residencias Multifamiliares – RES3/W1 (Todas las residencias que no sean unifamiliares)	0.18	0.41 (50%)	0.41 (50%)
Comercial Minorista – COM1/S1M (Todos los Edificios Comerciales)	0.38	0.25 (40%)	0.37 (60%)
Industrial Ligero – IND2/PC1 (Todos los Edificios Industriales)	0.27	0.11 (15%)	0.62 (85%)

*Nota.* Adaptado de *Advanced Engineering Building Module (AEBM) Manual (Hazus-MH 2.1)* por FEMA, 2001.

Las tasas de costos de reparación definen los costos esperados en dólares que se requerirían para reparar o reemplazar los daños del edificio. Se requieren costos de reparación y reemplazo para cada estado de daño del sistema estructural, componentes no estructurales sensibles al desplazamiento, componentes no estructurales sensibles a la aceleración. Los valores predeterminados de Hazus-MH 2.1 (2001) para los costos de

reparación y reemplazo son diferentes para cada tipo de ocupación, mientras la estimación de los costos estructurales depende del edificio modelo. El desarrollo de factores de costo específicos del edificio implica dos componentes básicos, determinar tanto el costo total de reemplazo de los sistemas del edificio, como las fracciones apropiadas del costo total de reemplazo correspondientes a cada estado de daño.

**Tabla 2.6 Clasificación Hazus de Componentes No Estructurales y Contenidos de Edificios Sensibles al Desplazamiento y a la Aceleración**

Tipo de sistema	Descripción del componente	Sensitivo a la deriva	Sensitivo a la aceleración
Arquitectónico	Muros/Tabiques No Estructurales	X	
	Elementos en voladizo y parapetos		X
	Paneles para paredes exteriores	X	
	Chapas y Acabados	X	
	Áticos	X	
	Estantes y Gabinetes		X
	Suelos técnicos		X
	Apéndices y Adornos		X
Mecánico y Eléctrico	Mecánica general (calderas, etc.)		X
	Maquinaria de Fabricación y Procesos		X
	Sistemas de tuberías		X
	Tanques y Esferas de Almacenamiento		X
	Sistemas HVAC (enfriadores, conductos, etc.)		X
	Ascensores		X
	Torres entramadas		X
	Eléctrico general (interruptores, conductos, etc.)		X
Luminarias		X	
Contenido	Archivadores, estanterías, etc.		X
	Equipos y Mobiliario de Oficina		X
	Equipo de Computación/Comunicación		X
	Equipo de fabricación no permanente		X
	Inventario de Fabricación/Almacenamiento		X
	Arte y Otros Objetos Valiosos		X

*Nota.* Adaptado de *Advanced Engineering Building Module (AEBM) Manual (Hazus-MH 2.1)* por FEMA, 2001.

La Tabla 2.5 resume los costos fraccionarios de los sistemas de edificios asumidos por Hazus-MH 2.1 para algunas combinaciones comunes de ocupación y tipo de edificio, mientras que la Tabla 2.6 enumera los componentes típicos sensibles al desplazamiento y a la aceleración de los sistemas no estructurales.

De acuerdo a la Ordenanza Metropolitana No. 108-2025 del Concejo Metropolitano de Quito (2025), se ha establecido en la Tabla 2.7, denominada Valores de Tipologías constructivas para el Bienio 2026-2027 en dólares estadounidenses por metro cuadrado, para este caso, se ha establecido como una estructura de hormigón armado, con una categoría de acabados tipo C (Normal), con base en las categorías estipuladas en la Ordenanza No. 152 del Concejo Metropolitano de Quito (2011).

**Tabla 2.7 Valores de tipologías constructivas [Concejo Metropolitano de Quito, 2025]**

Tipo de estructura	Propuesta 2026-2027									
	1 a 9 pisos									
	Categoría de acabados									
	A		B		C		D		E	
	UP-PH	UP	PH	UP	PH	UP	PH	UP	PH	
Pórticos de hormigón armado		311	329	449	468	703	744	989	1013	
Pórticos de acero		387	409	489	510	711	752	1019	1043	
Entramado liviano de acero				571	595	783	828			
Ladrillo / bloque	161	258	272	430	448	645	682	870	890	
Adobe / tapial	154	261	275	372	388	513	543			
Madera	171	259	273	484	505	603	637	779	797	
Piedra			243	257	290	302				
Caña guadúa	154	225	237	282	294					
Cercha porticada		268	283	347	362	522	552			

*Nota.* Adaptado de *Ordenanza Metropolitana No.108-2025* por el Concejo Metropolitano de Quito, 2025.

Adicionalmente, se han filtrado los contenidos evidenciados en la Ordenanza Metropolitana No. 108-2025 en relación de elementos no estructurales controlados por aceleración y desplazamiento presentes en la Tabla 2.8.

**Tabla 2.8 Valores de Componentes No Estructurales de Edificios Sensibles al Desplazamiento y a la Aceleración**

Sistema (Hazard)	Componente (Ordenanza)	Precio (USD)	Unidad	Sensible a
Arquitectónico / MEP (Shafts/ductos)	Ductos de ascensores, basura, cuarto de máquinas	405	m <sup>2</sup>	D
Arquitectónico	Mampostería / Tabiques no estructurales	80	m <sup>2</sup>	D
Arquitectónico	Cielo falso (sistema de cielo suspendido)	45	m <sup>2</sup>	A
Mecánico (Elevadores)	Ascensor 7–9 paradas (9 pisos) capacidad 8 personas	52,694	U	A
Mecánico (Contra incendio)	Sistema contraincendios	2,172	U	A
Mecánico (HVAC)	Sistema de ventilación	5,989	U	A
Eléctrico / Energía	Sistema de iluminación fotovoltaica	4,193	U	A
Mecánico (HVAC)	Sistema extracción de aire	8,845	U	A
Mecánico (Bombas)	Bomba de 1 HP	612	U	A
Mecánico (Gas)	Sistema de gas centralizado	48,188	U	A
Mecánico (Calefacción/HVAC)	Sistema de calefacción (edificios/centros comerciales)	103,303	U	A
Eléctrico (Generación)	Generador a diésel 20 kV	9,038	U	A
Eléctrico / Seguridad	Sistema de vigilancia hasta 3 pisos	10,011	U	A

*Nota.* Adaptado de *Ordenanza Metropolitana No.108-2025* por el Concejo Metropolitano de Quito, 2025.

### **2.2.4.3 Tiempo de reparación**

Las descripciones de los estados de daño proporcionan una base para establecer la pérdida de función y el tiempo de reparación. La pérdida de función es el tiempo durante el cual una instalación no es capaz de llevar a cabo sus operaciones. El tiempo para reparar un edificio dañado puede dividirse en tiempo de construcción, y tiempo para obtener financiamiento, permisos y completar el diseño. Los tiempos de reparación y limpieza de edificios se presentan en la Tabla 2.9. Estos tiempos representan estimaciones del tiempo medio para la limpieza y reparación reales, o construcción. representan estimaciones del tiempo medio para la recuperación de las funciones del edificio (FEMA, 2001).

**Tabla 2.9 Tiempo de Limpieza y Reparación de Edificios (Construcción y Tiempo en Días)**

No.	Etiqueta	Clase de ocupación	Tiempo de construcción				
			Estado de daño estructural				
			Nulo	Ligero	Moderado	Extensivo	Completo
Residencial							
1	RES1	Vivienda unifamiliar	0	2	30	90	180
2	RES2	Casa móvil	0	2	10	30	60
3-8	RES3a-f	Vivienda Multifamiliar	0	5	30	120	240
4	RES4	Alojamiento temporal	0	5	30	120	240
5	RES5	Dormitorio institucional	0	5	30	120	240
6	RES6	Residencia de ancianos	0	5	30	120	240

Nota. Adaptado de *Advanced Engineering Building Module (AEBM) Manual (Hazard-MH 2.1)* por FEMA, 2001.

**2.2.4.4 Índices de tomadores de decisión**

Muchos prestamistas comerciales e inversores inmobiliarios utilizan una medida del riesgo sísmico conocida como Pérdida Máxima Probable  $P_{ML}$ . Este tipo de tomadores de decisiones o bien no invertirán en una propiedad, o bien exigirán la compra de un seguro contra terremotos, cuando la  $P_{ML}$  proyectada supere un cierto valor umbral, que a menudo es del 20%. La pérdida probable se puede derivar directamente de una evaluación basada en el tiempo utilizando un período de retorno de 475 años para la evaluación (FEMA, 2018). El período de retorno de una pérdida  $P_R$ , se puede derivar de la probabilidad deseada de excedencia  $P_{EY}$  en Y años, utilizando la ecuación (2.60):

$$P_R = \frac{-Y}{\ln(1-P_{EY})} \tag{2.60}$$

Al proporcionar el desempeño esperado a los tomadores de decisiones, es importante ofrecer límites sobre este desempeño para que haya cierta comprensión de la probabilidad de que el desempeño sea superior o inferior al promedio. A menudo  $P_{M10}$  cuando el valor que no se supera el 10% del tiempo y  $P_{M90}$  como el valor que no se supera el 90% del tiempo, como aquellos límites apropiados para comunicar junto con el promedio (FEMA, 2018).

En el marco de Hazus-MH 2.1 (FEMA, 2001), el costo esperado de reparación se estima mediante el enfoque AEBM, en el cual el edificio se descompone en sistemas principales estructural, no estructural sensible a deriva y aceleración. Para cada nivel de intensidad sísmica, se consigue la pérdida económica esperada condicional  $E [L|IM_m]$  combinando el valor de reposición del edificio, las fracciones de valor por sistema y razones de reparación asociados a estados de daño, ponderados por la probabilidad de ocurrencia de cada estado. Calculada con la ecuación (2.61):

$$E [L|IM_m] = \sum_k RV_k \left( \sum_{d_s} RR_{k,d_s} \cdot P(d_s|IM_m) \right) \quad (2.61)$$

donde  $k$  representa el sistema,  $RV_k$  es su valor de reposición,  $RR_{k,d_s}$  es la razón de reparación en el estado  $d_s$ , y  $P(d_s|IM_m)$  la probabilidad del estado de daño condicionado a  $IM_m$ . La pérdida anual promedio AAL se obtiene integrando  $E [L|IM_m]$  con la tasa anual de excedencia de la amenaza sísmica  $\lambda(IM)$ . En discretización por intervalos de intensidad, se calcula mediante la ecuación (2.62):

$$AAL = \sum_{i=1}^{n-1} \bar{L}_i [\lambda(IM_i) - \lambda(IM_{i+1})] \quad (2.62)$$

donde  $\bar{L}_i$  es la pérdida media en el intervalo y el término  $\lambda(IM_i) - \lambda(IM_{i+1})$  representa la masa anual de eventos cuyo  $IM_m$  cae dentro del intervalo. Se realiza una gráfica concerniente a las pérdidas totales en millones en dólares con respecto a la frecuencia promedio anual de excedencia con respecto a ocho períodos de retorno utilizados en este estudio tales como 100, 250, 475, 750, 1000, 1500, 2000 y 2475 años.

#### **2.2.4.5 Fatalidades**

Para estimar el cálculo de las víctimas debido al colapso total del edificio se debe capturar la fracción de todos los ocupantes que probablemente se encuentren en el edificio durante el día y durante la noche. La lógica involucra numerosas combinaciones de daños estructurales y niveles de severidad de las víctimas. Las lesiones graves y las

muerres tienden a estar dominadas solo por unas pocas combinaciones de daño estructural completo para las cuales el edificio también ha sufrido algún grado de colapso (FEMA, 2001). Se emplea la siguiente ecuación (2.63):

$$ENDO_i = N_{DO} * P[S_i | COL] * P[COL | STR_5] * PSTR_5 \quad (2.63)$$

donde  $ENDO_i$  es el número esperado de víctimas diurnas de nivel de gravedad  $i$ ,  $P[S_i | COL]$  es la probabilidad del nivel de severidad  $i$  dado el colapso total del edificio,  $P[COL | STR_5]$  es la probabilidad de colapso total del edificio dado un daño estructural completo  $STR_5$ ,  $PSTR_5$  es la probabilidad de daño estructural completo  $i$ ,  $N_{DO}$  es el número de ocupantes del edificio.

La fracción esperada de ocupantes expuestos al colapso puede considerarse como la suma ponderada de las fracciones individuales asociadas con cada modo de falla de colapso diferente. La fracción de ocupantes expuestos a un modo de falla de colapso dado se calcula multiplicando la probabilidad de ese modo de falla de colapso por el número de ocupantes que estarían expuestos a tal falla. El factor de colapso  $P[COL | STR_5]$  se expresa mediante la ecuación (2.64):

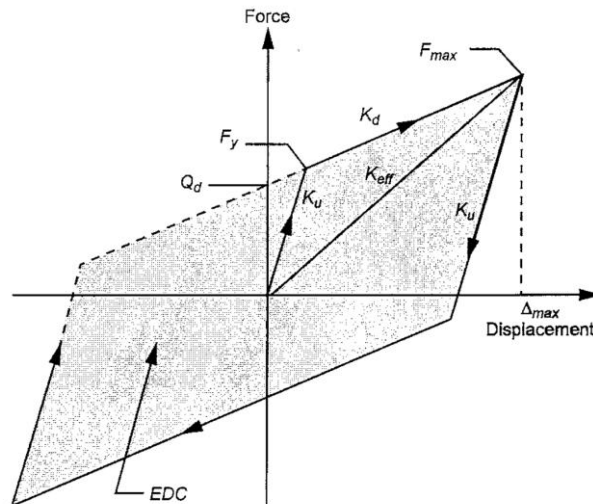
$$P[COL | STR_5] = \sum_i P[C_i] \cdot F_{BO,i} \quad (2.64)$$

donde  $P[C_i]$  es la probabilidad del modo de fallo de colapso  $i$  y  $F_{BO,i}$  es la fracción de ocupantes del edificio expuestos al modo de fallo por colapso  $i$ .

## 2.2.5 Tecnología de aislación sísmica

De acuerdo con AASHTO (2014), los desplazamientos relativos pueden controlarse si se introduce amortiguamiento adicional en la estructura a nivel de aislamiento. Un método eficaz para proporcionar amortiguamiento es la disipación de energía histerética. El término histerético se refiere al desfase entre las curvas de carga y descarga bajo carga cíclica. La Figura 2.4 exhibe evidencia un bucle de histéresis de desplazamiento forzado

idealizado, donde el área encerrada es una medida de la energía disipada durante un ciclo (EDC) de movimiento.



**Figura 2.4 Características de los sistemas de aislamiento bilineales**

*Nota.* Adaptado de *Guide Specifications for Seismic Isolation Design* por AASHTO, 2014.

Para realizar los cálculos correspondientes, se consideran diversos parámetros, tales como:

- $Q_d$ : resistencia característica
- $F_y$ : fuerza de fluencia
- $\Delta_y$ : desplazamiento de fluencia
- $F_{max}$ : fuerza máxima
- $K_d$ : rigidez post-elástica
- $K_u$ : rigidez elástica (de descarga)
- $K_{eff}$ : rigidez efectiva
- $D_M$ : desplazamiento máximo (también considerado  $\Delta_{max}$ )
- $D_{TM}$ : desplazamiento total máximo
- $EDC_M$ : energía disipada por ciclo = área del bucle de histéresis (sombreado)
- $\beta_M$ : amortiguamiento efectivo
- $A_r$ : área del elastómero del aislador
- $A_{Red}$ : área reducida del aislador
- $D_e$ : diámetro exterior del aislador
- $D_i$ : diámetro del núcleo de plomo

- $h_r$ : altura del elastómero
- $G_r$ : módulo de corte del elastómero (adoptado como 0.4 MPa)
- $\sigma_{max}$ : tensión admisible del elastómero (adoptado como 17 MPa)

De acuerdo con los lineamientos de AASHTO (2014), para el predimensionamiento de los aisladores LRB/RB se deben determinar las siguientes variables:

La resistencia característica ( $Q_d$ ) se computariza mediante ecuación (2.65):

$$Q_d = A_1 \cdot 8 \text{ MPa} \quad (2.65)$$

La rigidez post-elástica ( $K_d$ ) se calcula mediante ecuación (2.66):

$$K_d = G_r A_r / h_r \quad (2.66)$$

La rigidez elástica ( $K_u$ ) se determina mediante ecuación (2.67):

$$K_u = 10K_d \quad (2.67)$$

La rigidez efectiva ( $K_{eff}$ ) se establece mediante ecuación (2.68):

$$K_{eff} = K_d + \frac{Q_d}{D_M} \quad (2.68)$$

El desplazamiento de fluencia ( $\Delta_y$ ) se fija mediante ecuación (2.69):

$$\Delta_y = \frac{F_y}{K_u} \quad (2.69)$$

La energía disipada por ciclo ( $EDC_M$ ) se computariza mediante ecuación (2.70):

$$EDC_M = 4 \cdot Q_d (D_M - \Delta_y) \quad (2.70)$$

El amortiguamiento efectivo ( $\beta_M$ ) se determina mediante ecuación (2.71):

$$\beta_M = \frac{EDC_M}{2\pi K_{\text{eff}} D_M^2} \quad (2.71)$$

El desplazamiento total máximo ( $D_{TM}$ ) se calcula mediante ecuación (2.72):

$$D_{TM} = 1.15D_M \quad (2.72)$$

El área reducida del aislador ( $A_{\text{Red}}$ ) corresponde al remanente de porción del aislador que está en contacto al someterse al  $D_{TM}$ , por lo cual se establece la ecuación (2.73):

$$A_{\text{Red}} = \frac{2A_r}{\pi D_e^2} \left[ D_e^2 \arcsin \left( \frac{\sqrt{D_e^2 - D_{TM}^2}}{D_e} \right) - D_{TM} \sqrt{D_e^2 - D_{TM}^2} \right] \quad (2.73)$$

Las restricciones geométricas del aislador deben cumplir las condiciones de las ecuaciones (2.74) y (2.75):

$$3.3 < \frac{D_e}{D_l} < 6 \quad (2.74)$$

$$\frac{D_e}{h_r} > 3 \quad (2.75)$$

De acuerdo con ASCE/SEI (2017a), la carga vertical promedio, mínima y máxima en cada tipo de unidad aisladora se calculará a partir de la aplicación de fuerzas sísmicas horizontales ( $E_M$ ) causadas por los movimientos del terreno según el sismo máximo considerado ( $MCE_R$ ), a partir de amplificar 1.5 veces el  $S_{MS}$  (valor de la meseta) del espectro elástico de diseño formulado por el MIDUVI (2015b). Con lo cual se establecen las siguientes combinaciones de carga aplicables correspondientes a las ecuaciones (2.76), (2.77) y (2.78):

$$P_o = D+0.5L \quad (2.76)$$

$$P_{\max} = (1.2+0.12 S_{MS})D+L+|E_M| \quad (2.77)$$

$$P_{\min} = (0.9-0.12 S_{MS})D-|E_M| \quad (2.78)$$

AASHTO (2014) con el fin de garantizar la integridad del aislador apunta verificaciones en cuanto a la capacidad de carga ( $P_{cr}$ ) (ecuación (2.79)) y a las deformaciones del elastómero (ecuaciones (2.80) y (2.81)):

$$P_{cr} = \frac{\pi G_r S D_e A_{Red}}{\sqrt{8} h_r} \quad (2.79)$$

$$\frac{D_{TM}}{h_r} + \frac{P_r}{GA_r S} \leq \frac{0.85 \epsilon_u}{1.5} \quad (2.80)$$

$$\frac{D_{TM}}{h_r} + \frac{P_r}{GA_r S} + \frac{0.375 B^2 \theta}{t_r h_r} \leq \frac{0.85 \epsilon_u}{1.3} \quad (2.81)$$

Para efectuar los cálculos correspondientes, se consideran diversos parámetros, tales como:

- S: primer factor de forma ( $D_e/4t_r$ ) y los factores de seguridad para cargas estáticas y sísmicas no deben ser menores a 3 y 1, respectivamente
- $t_r$ : espesor de cada lámina de caucho
- $P_r$ : carga máxima del aislador, correspondiente a las combinaciones de carga (ecuaciones (2.76), (2.77) y (2.78))
- $\epsilon_u$ : elongación de rotura mínima de diseño de la goma (adoptado 600%)
- $\theta$ : rotación del aislador
- B: diámetro de las placas de refuerzo

Con base en los lineamientos del AASHTO (2014) y ASCE/SEI 7-16 (2017a), el procedimiento iterativo en el diseño de la aislación sísmica inicia estableciendo un período objetivo, un factor de amortiguamiento ( $B_M$ ) proporcional a un amortiguamiento efectivo ( $\beta_M$ ) (Tabla 2.10), para lo cual se emplea el espectro de pseudo-aceleración correspondiente a la zonificación sísmica en estudio con su tipología asociada de suelo.

**Tabla 2.10 Factor de amortiguamiento  $B_M$**

<b>Amortiguamiento efectivo (<math>\beta_M</math>), en valor porcentual</b>	<b>Factor <math>B_M</math></b>
$\leq 2$	0.8
5	1.0
10	1.2
20	1.5
30	1.7
40	1.9
$\geq 50$	2.0

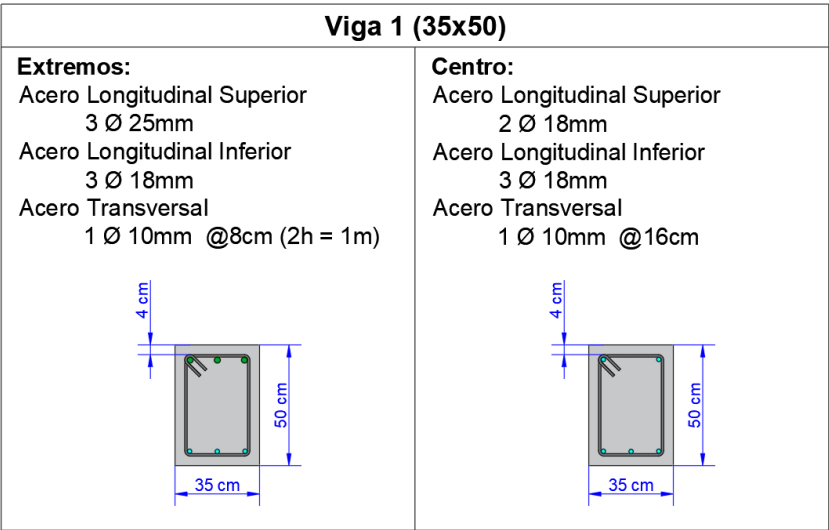
*Nota.* Adaptado de *Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures* por ASCE/SEI 7-16, 2017a.

Con ello, se determina el desplazamiento máximo ( $D_M$ ) y se amplifica al desplazamiento total máximo ( $D_{TM}$ ). Se continua con la secuencia de formulaciones del predimensionamiento de aisladores LRB, cerciorando del cumplimiento de las verificaciones de la capacidad de carga, deformaciones del elastómero y restricciones geométricas del aislador. Para lo cual, se aplica un análisis modal espectral al fijar el 100% del sismo en la dirección crítica de la estructura y el 30% en la dirección perpendicular, valorando la torsión accidental. Con ello, se realiza un proceso iterativo en el que se calculan el periodo y amortiguamiento efectivos totales, considerando el peso sísmico de las reacciones en la base, hasta llegar a la convergencia numérica, o a una aproximación de aquella. Por lo general, cabe indicar se busca optimizar la respuesta estructural, por lo tanto, se puede optar por una distribución en planta de los aisladores con base en la carga máxima del aislador, prescindiendo fundamentalmente de los márgenes de tracción.

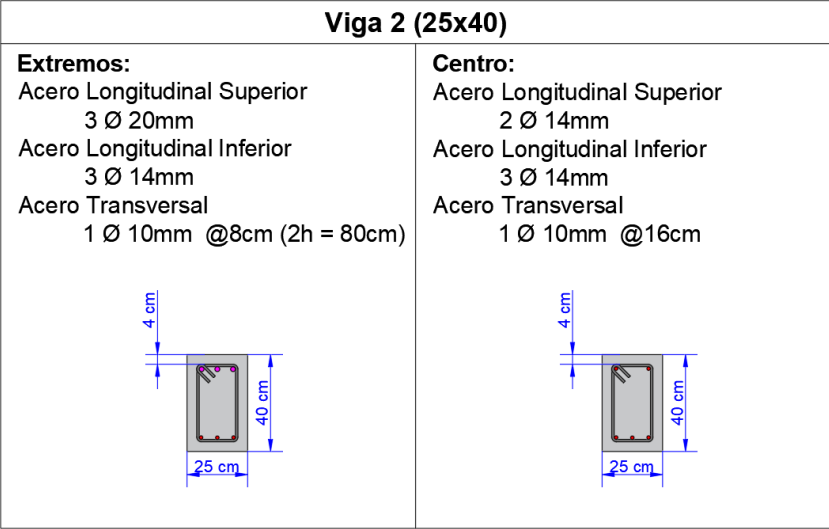
### **2.2.6 Solución a diseñar**

El caso de estudio corresponde a una edificación residencial de seis pisos, construida en hormigón armado, con planta rectangular de 15.9 m por 24.75 m de profundidad. Las dimensiones de las secciones transversales consideradas para esta edificación fueron, columnas de 40x75 cm y 40x60 cm, con una altura de entrepiso de 3.5 m (a excepción de la planta baja, la cual cuenta con 3.8 m), vigas de 35x50 cm y 25x40 cm, y una losa

alivianada de 10 cm de la altura de la chapa de hormigón y 20 cm de los nervios (Figuras 2.5, 2.6, 2.7 y 2.8). Las cargas muertas y de servicio utilizadas para el diseño de la edificación se definen con base en la Norma Ecuatoriana de la Construcción, en el capítulo NEC-SE-CG (MIDUVI, 2015a). Esta tipología refleja una configuración estructural común en edificaciones urbanas de mediana altura en la ciudad de Quito, por lo que resulta adecuada para comparar el desempeño de sistemas convencionales y aislados bajo condiciones sísmicas típicas del entorno andino.



**Figura 2.5 Detalle de secciones transversales de viga 1**

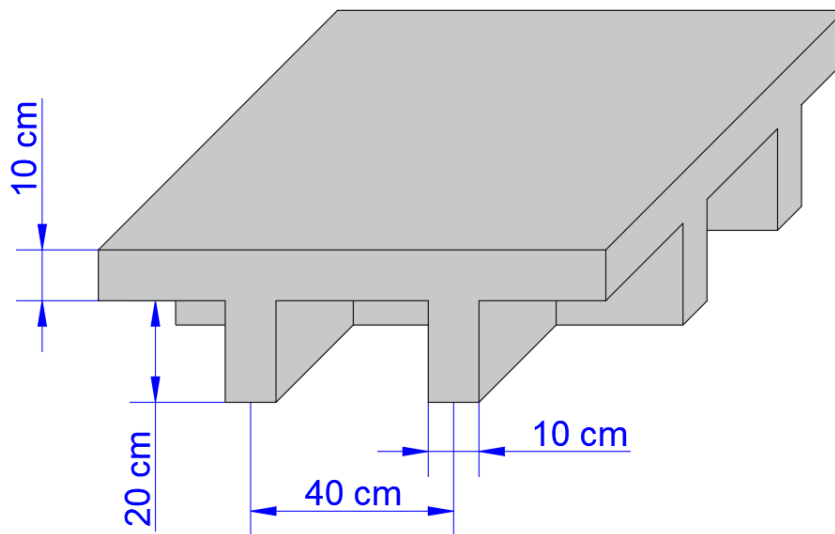


**Figura 2.6 Detalle de secciones transversales de viga 2**

Columna 1 (40x75)	Columna 2 (40x60)
Acero Longitudinal 12 Ø 20mm	Acero Longitudinal 12 Ø 16mm
Acero Transversal (Extremos) 1 Ø 10mm @6cm (Lo = 75cm)	Acero Transversal (Extremos) 1 Ø 10mm @6cm (Lo = 60cm)
Acero Transversal (Centro) 1 Ø 10mm @20cm	Acero Transversal (Centro) 1 Ø 10mm @20cm

**Figura 2.7 Detalle de secciones transversales de columnas 1 y 2**



**Figura 2.8 Detalle de losa alivianada**

Los parámetros sísmicos y geotécnicos del sitio se establecerán conforme a las disposiciones de la Norma Ecuatoriana de la Construcción, en el capítulo NEC-SE-DS (MIDUVI, 2015b), considerando las características del terreno representativas de la zona de estudio. Según dicta el estudio de suelo correspondiente, se ha definido como suelo tipo D, caracterizado por depósitos de suelos blandos a medianamente compactos con velocidades promedio de onda de corte  $V_{s30}$  entre 180 y 360 m/s (MIDUVI, 2015b).

La amenaza sísmica de diseño adoptada corresponde a la establecida por la NEC-SE-DS (MIDUVI, 2015b) para la zona de Quito, con aceleración espectral básica  $a_g$  de 0.40g con su correspondiente espectro elástico. Los parámetros estructurales del modelo se definieron siguiendo los criterios de la NEC-SE-HM (MIDUVI, 2015c), considerando una resistencia a compresión del concreto de  $f'_c$  de 28 MPa y un límite elástico del acero de  $f_y$  de 420 MPa.

Las características técnicas del sistema de aislamiento sísmico serán obtenidas de catálogos y fichas técnicas de distribuidores y fabricantes oficiales, asegurando la representatividad de los valores utilizados en la modelación. En función del análisis de dichas propiedades, se determinarán los objetivos específicos de diseño, orientados a lograr una reducción de las demandas estructurales y de las pérdidas económicas directas e indirectas.

Se emplean metodologías reconocidas internacionalmente para la estimación de pérdidas sísmicas y evaluación del desempeño estructural, tales como las propuestas en FEMA P-58 (FEMA, 2018) y Hazus-MH 2.1 (FEMA, 2001), las cuales permiten vincular la respuesta estructural con el daño físico y las consecuencias económicas. Dichas herramientas serán adaptadas al contexto local, tomando en cuenta las condiciones normativas y constructivas ecuatorianas.

# CAPÍTULO 3

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 3.1 Resultados

Partiendo desde la modelación estructural, se adjuntan cada uno de los resultados obtenidos, tanto para el caso convencional, como para el caso implementando tecnologías de aislación sísmica.

Partiendo de un modelo arquitectónico base, se calcula el dimensionamiento de los elementos estructurales y se realiza la modelación de la edificación (Figura 3.1).



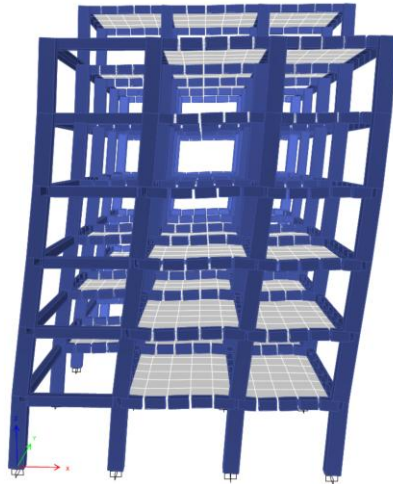
**Figura 3.1 Modelo estructural**

#### 3.1.1 Análisis modal

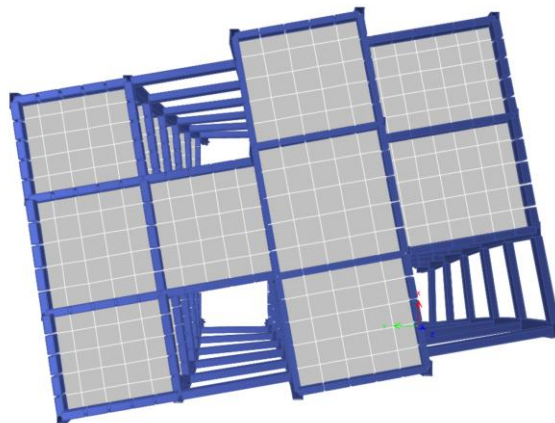
Ahora bien, los siguientes resultados corresponden al análisis estructural lineal, del cual se obtuvieron los modos de vibración iniciales, confirmando que las primeras dos formas modales presentan traslación dominante y la tercera rotación, validando así el comportamiento dinámico esperado de la edificación (Figuras 3.2, 3.3 y 3.4).



**Figura 3.2 Primer modo de vibración**



**Figura 3.3 Segundo modo de vibración**



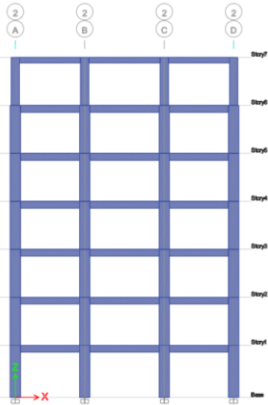
**Figura 3.4 Tercer modo de vibración**

Se evidencia una participación del 90% de la masa en los primeros 6 modos de vibración, con un periodo fundamental de la estructura de 0.864s, la cual, según lo estipulado por la NEC-SE-DS (MIDUVI, 2015b), debe ser inferior al producto  $1.3 \cdot T_a$  (periodo aproximado) correspondiente a 1.286 s, por tanto, la respuesta estructural lineal se considera apropiada (Tabla 3.1).

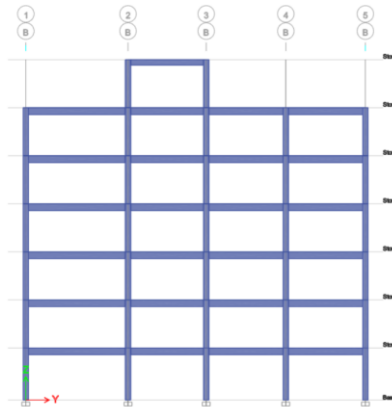
**Tabla 3.1 Relaciones de masas modales participantes**

Modos	Periodo (s)	UX	UY	RZ	SumUX	SumUY	SumRZ
Modo 1	0.864	0.0000	0.8349	0.0018	0.0000	0.8349	0.0018
Modo 2	0.687	0.8083	0.0000	0.0004	0.8083	0.8349	0.0022
Modo 3	0.566	0.0002	0.0018	0.8147	0.8084	0.8368	0.8169
Modo 4	0.277	0.0000	0.0981	0.0001	0.8084	0.9349	0.8170
Modo 5	0.211	0.1081	0.0000	0.0000	0.9165	0.9349	0.8170
Modo 6	0.174	0.0000	0.0000	0.1057	0.9165	0.9349	0.9227

Para determinar las curvas pushover, se debe segmentar en planos bidimensionales referentes a los componentes de la estructura. En las Figuras 3.5 y 3.6 se evidencia la geometría planar en ambas direcciones principales X e Y, respectivamente.



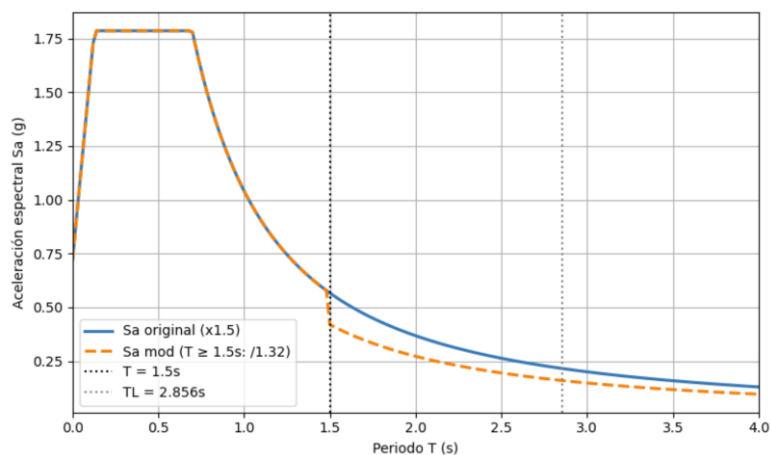
**Figura 3.5 Vista en elevación de pórtico en sentido X**



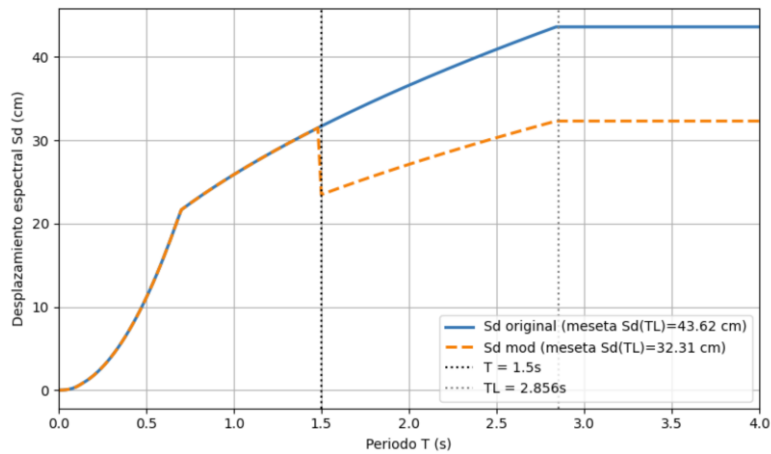
**Figura 3.6 Vista en elevación de pórtico en sentido Y**

### 3.1.2 Aislación sísmica

Se procede con la determinación de la solución de aislación sísmica, para ello, se implementa el espectro de pseudo-aceleración correspondiente a la zonificación sísmica V perteneciente a la ciudad de Quito, asociado a un tipo de suelo D, en conformidad a la NEC-SE-DS (MIDUVI, 2015b) (ver Figura 3.7); al igual que el espectro de desplazamientos, al cual se ha considerado el efecto del periodo largo  $T_L$  (Figura 3.8), cada uno de ellos considerando el sismo máximo probable. Es importante destacar que, para ambos espectros, se ha considerado un periodo objetivo inicial ( $T_{objetivo}$ ) de 3 segundos, en conjunto de una reducción mediante el factor de amortiguamiento ( $B_M$ ) de 1.35 proporcional a un amortiguamiento efectivo ( $\beta_M$ ) de 15%, a partir de los 1.5 segundos, tanto en el espectro de pseudoaceleración como el de desplazamiento.

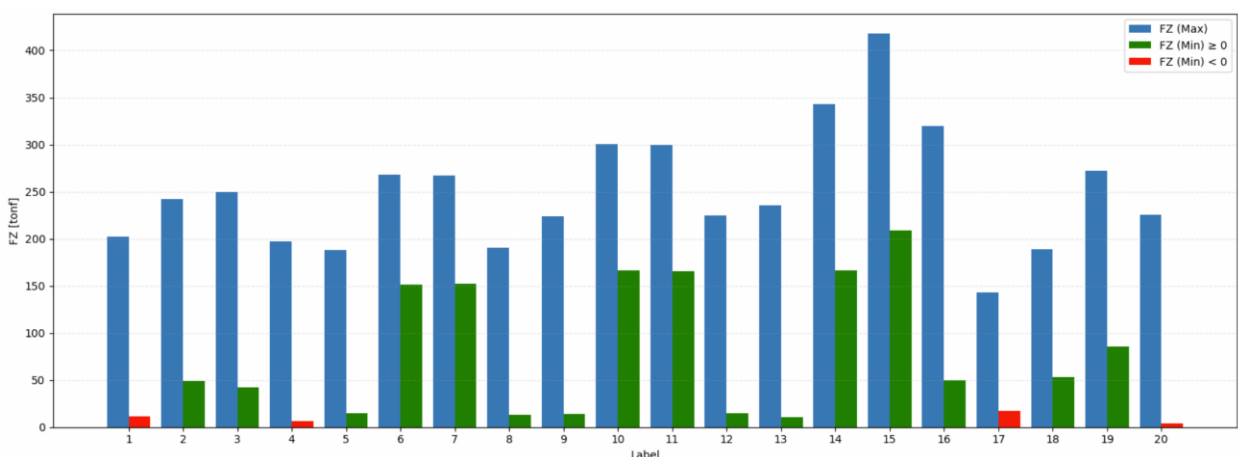


**Figura 3.7 Espectro de pseudo-aceleración**



**Figura 3.8 Espectro de desplazamientos**

Tras el desarrollo de un procedimiento iterativo en el diseño de la aislación sísmica, se ha concluido que el  $T_{\text{objetivo}}$  y  $\beta_M$  resultan ser de 2.424 segundos y 14% respectivamente, considerando un peso sísmico en la base de 1234 Ton. Se ha determinado el  $D_M$  equivalente a 299 mm y un  $D_{TM}$  de 343 mm, determinando el desplazamiento vectorial máximo de las esquinas de la base de la edificación al analizar el 100% del sismo en el sentido X y 30% en el sentido Y, y viceversa. A través de las cargas mínimas y máximas de cada aislador obtenidas a partir de las combinaciones de carga procedentes del análisis modal espectral (Figura 3.9).



**Figura 3.9 Cargas axiales mínimas y máximas en aisladores**

De esta manera, se han establecido tres tipologías de aisladores, dos de ellos siendo elastoméricos con núcleo de plomo (LRB) y uno sin este núcleo (RB). La distribución en

planta de aisladores se puede observar en la Figura 3.10; además del detalle de cada uno de ellos en la Figura 3.11.

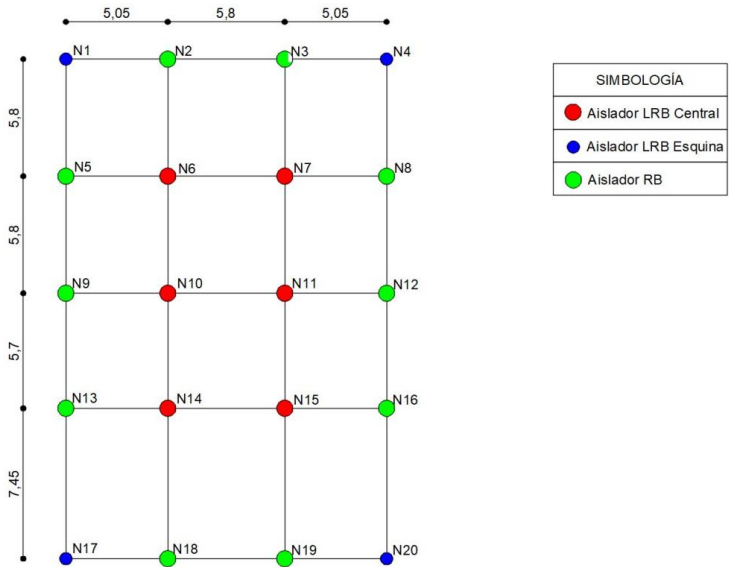


Figura 3.10 Distribución en planta de aisladores

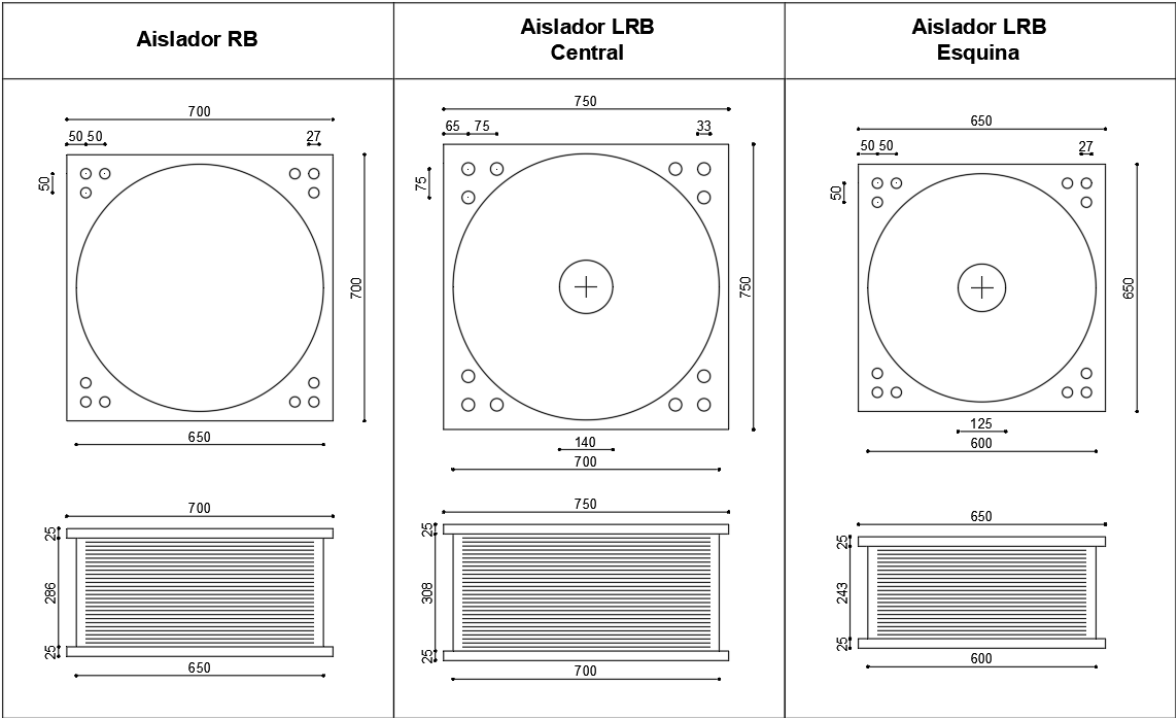


Figura 3.11 Geometría de aisladores LRB

Por último, en la Tabla 3.2 se presentan las propiedades nominales, características y comprobaciones de cada aislador considerado, a manera de reflejar un diseño adecuado de los mismos.

**Tabla 3.2 Propiedades nominales, características y comprobaciones de aisladores**

Aislador	RB	LRB Central	LRB Esquina
$Q_d$ [kN]	0	123	98
$K_d$ [kN/m]	615	637	588
$K_{eff}$ [kN/m]	615	1050	917
$K_u$ [kN/m]	615	6370	5880
$\Delta_y$ [mm]	0	21	19
$F_y$ [kN]	0	137	109
$EDC_m$ [kN.m]	0	136	110
$\beta_M$ [-]	0.00	0.23	0.21
$FS_{estático}$ [-]	5.98	4.16	8.49
$FS_{dinámico}$ [-]	1.04	1.06	1.04
$\sigma$ [MPa]	9	11.1	8.2
Deformaciones	Cumple	Cumple	Cumple

### 3.1.3 Análisis Pushover

En este caso, se tomaron en consideración las recomendaciones del FEMA 356 (2000) y ASCE/SEI 41-23 (2023), de tal manera que se obtuvieron las curvas Pushover para los dos casos en análisis, visualizando la formación de rótulas plásticas según los estados límite establecidos.

Además, el resultado del análisis Pushover en ambos sentidos principales es la consecución de las gráficas de la razón entre cortante basal y el peso sísmico vs la razón entre desplazamiento de techo y la altura total del edificio (24.8 m). Por este motivo, en la Tabla 3.3 se exhiben los pesos sísmicos obtenidos, tanto para la estructura convencional, como la estructura aislada.

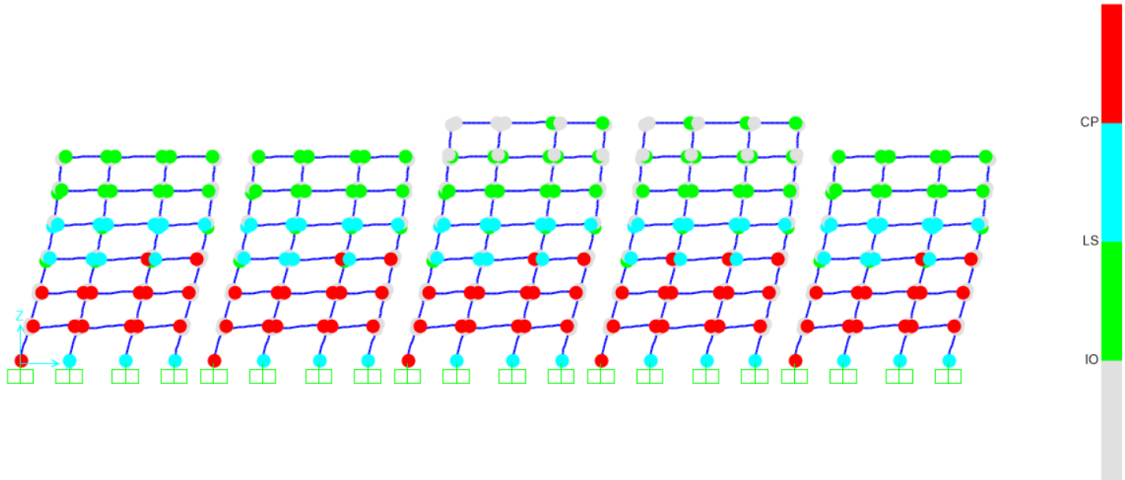
**Tabla 3.3 Pesos sísmicos de la estructura obtenidos en cada sentido**

Pesos Sísmicos [kN]	
Sin Aislación	16775
Con Aislación	18881

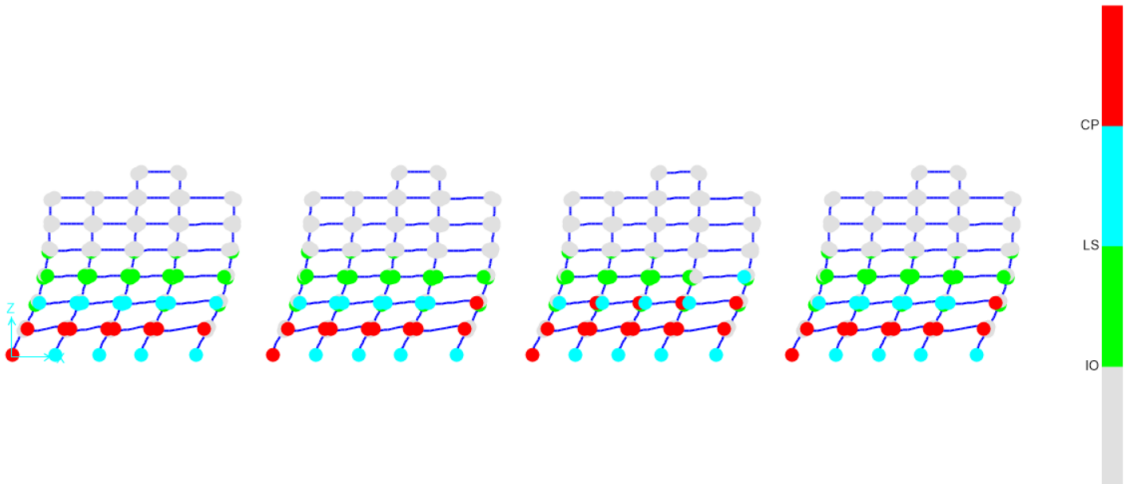
Cabe destacar que el análisis estático no lineal (Pushover) se ejecutó en ambos sentidos principales (X e Y), empleando un patrón de cargas laterales proporcional a la forma modal del primer modo traslacional en cada dirección.

**3.1.3.1 Estructura convencional**

A continuación, en las Figuras 3.12 y 3.13, se visualizan la formación de rótulas plásticas según estados límite en el sentido X e Y, respectivamente.



**Figura 3.12 Formación de rótulas plásticas previo al colapso de la estructura convencional en sentido X**



**Figura 3.13 Formación de rótulas plásticas previo al colapso de la estructura convencional en sentido Y**

Con estos resultados, se procede a obtener las curvas Pushover normalizadas, las cuales se visualizan en las Figuras 3.14 y 3.15.

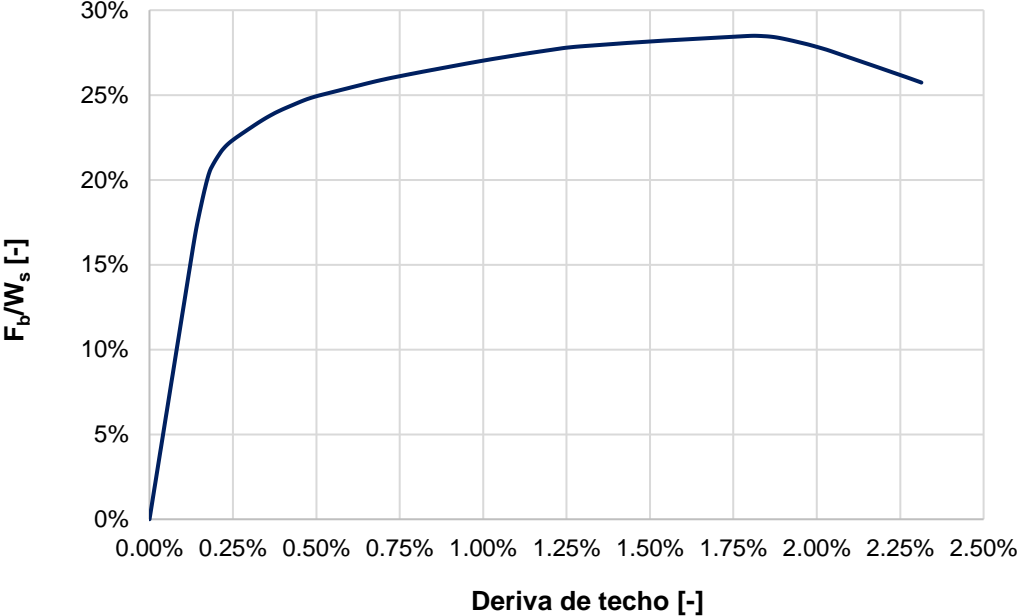


Figura 3.14 Curva Pushover de la estructura convencional en sentido X

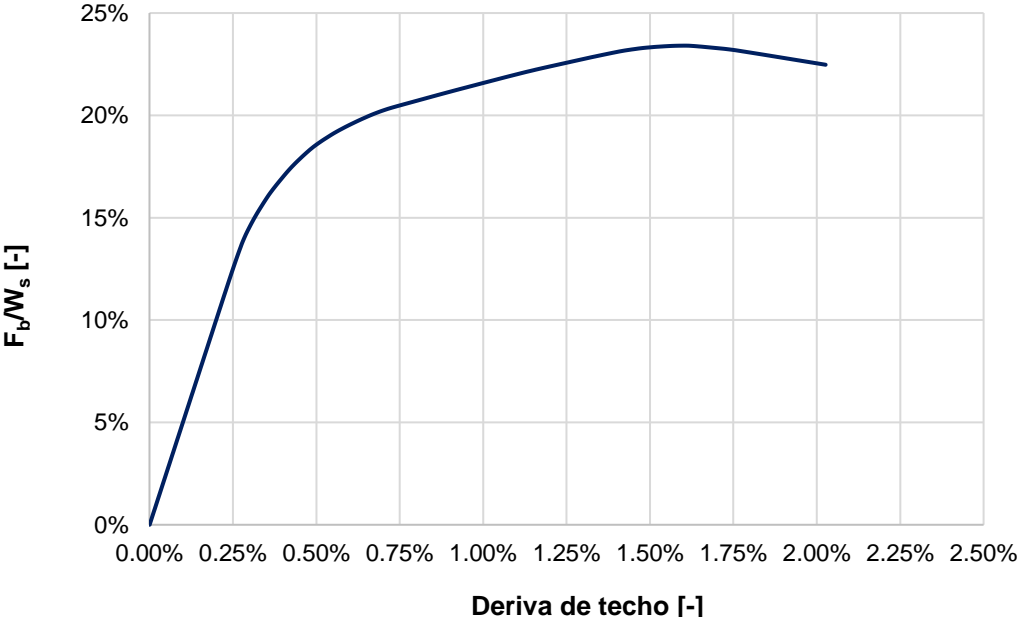
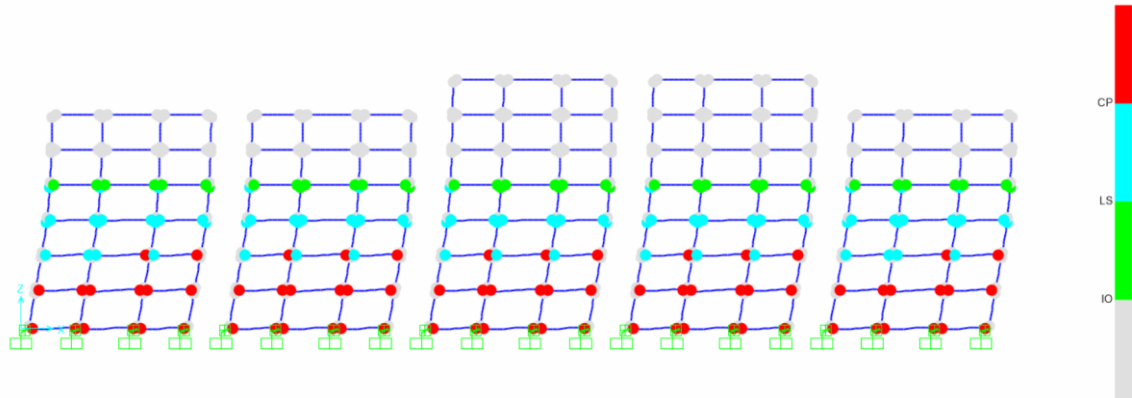


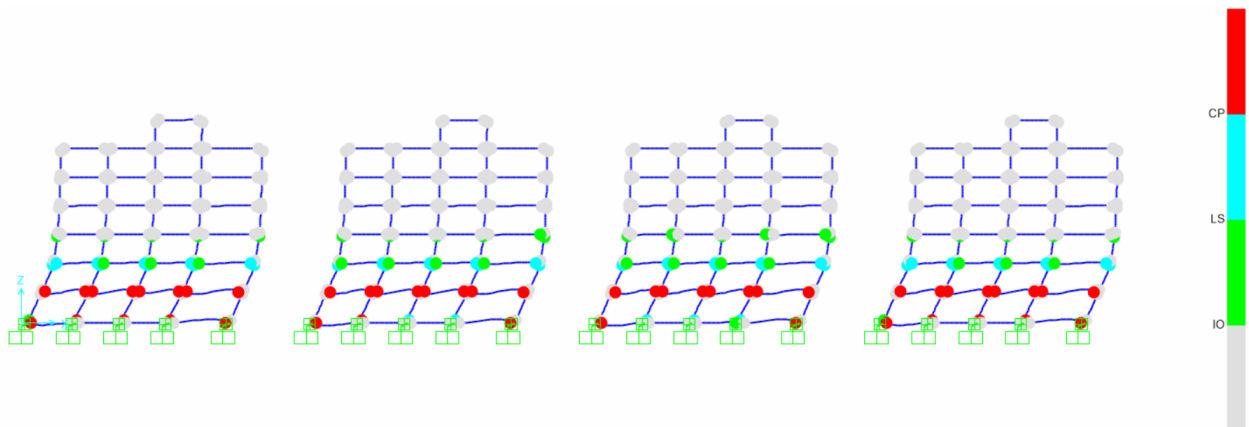
Figura 3.15 Curva Pushover de la estructura convencional en sentido Y

### 3.1.3.2 Estructura con sistema de aislación

Asimismo, en las Figuras 3.16 y 3.17, se visualizan la formación de rótulas plásticas según estados límite en el sentido X e Y, respectivamente.

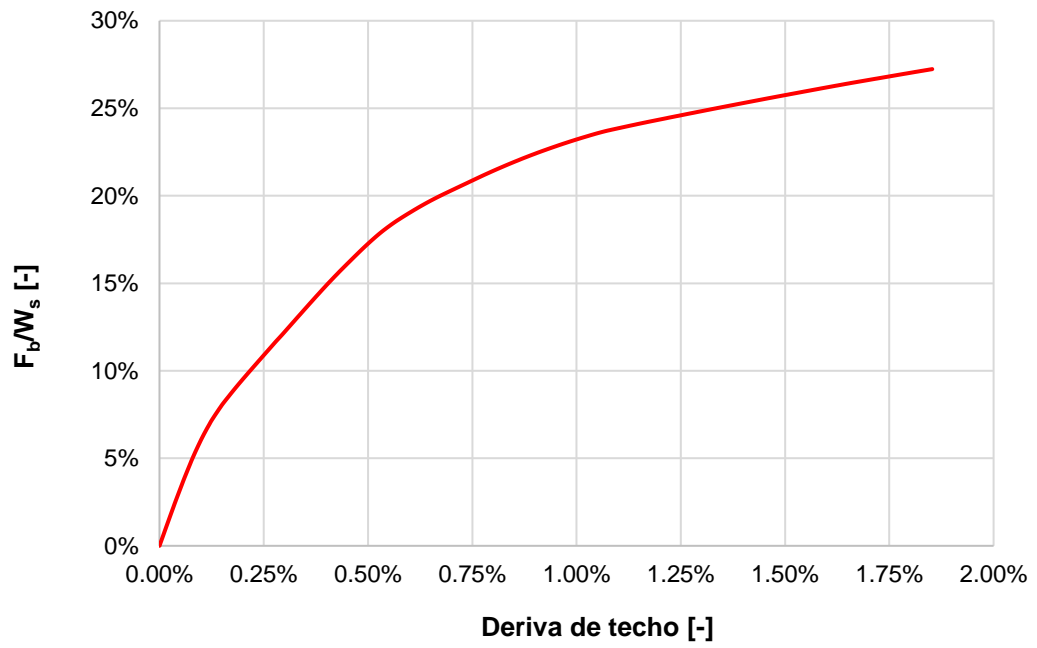


**Figura 3.16 Formación de rótulas plásticas previo al colapso de la estructura aislada en sentido X**

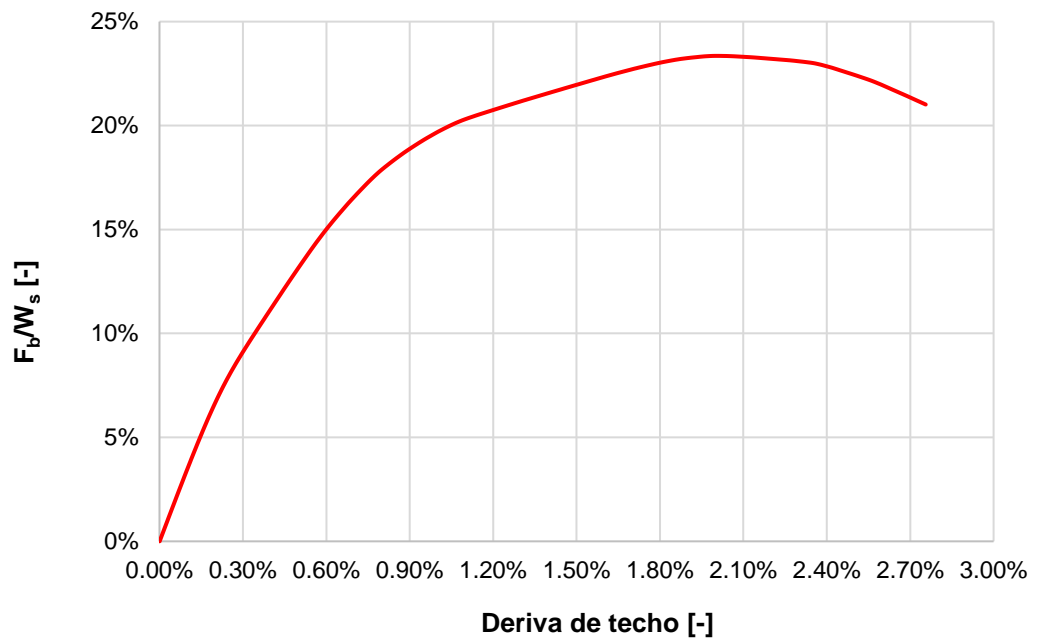


**Figura 3.17 Formación de rótulas plásticas previo al colapso de la estructura aislada en sentido Y**

Como resultado, se obtuvieron las curvas de capacidad normalizadas presentadas en las Figuras 3.18 y 3.19. Cabe señalar que, en el sentido X, la curva Pushover culmina de manera prematura debido al alcance del estado límite asociado al aislador, y no por el agotamiento de la capacidad de los elementos estructurales de la superestructura.



**Figura 3.18 Curva Pushover de estructura con sistema de aislación sísmica en sentido X**



**Figura 3.19 Curva Pushover de estructura con sistema de aislación sísmica en sentido Y**

### 3.1.4 Curvas de Fragilidad

A partir del pushover se identificaron los parámetros esenciales de comportamiento — como resistencia y desplazamiento de fluencia, rigidez post-elástica y ductilidad— que servirán como insumo para la conversión a un sistema equivalente de un grado de libertad (SDOF).

Con esta información se organizaron las variables necesarias para la construcción de curvas de fragilidad, incluyendo la medida de demanda seleccionada (IDR), los estados límite de daño y la base estadística requerida para ajustar la función lognormal, según el modelo de Rossetto y Elnashai (2003) y los lineamientos de ajuste propuestos por Baker (2015). Estos datos se integrarán con las curvas de capacidad ajustadas para obtener las medianas ( $\mu$ ) y dispersiones ( $\beta$ ) de cada estado límite, constituyendo los resultados parciales clave previos a la estimación de pérdidas.

Finalmente, todos los parámetros obtenidos, es decir, modos iniciales, curvas pushover normalizadas, coeficientes de rigidez y ductilidad, y estados límite definidos, se registraron en tablas con unidades y nomenclatura estandarizada, cumpliendo con la estructura requerida para análisis probabilísticos posteriores.

#### 3.1.4.1 Estructura convencional

Los resultados obtenidos, al realizar el análisis de la estructura convencional en cuestión, se pueden visualizar en las Tablas 3.4 y 3.5.

**Tabla 3.4 Propiedades del SDOF equivalente en sentido X para la estructura convencional**

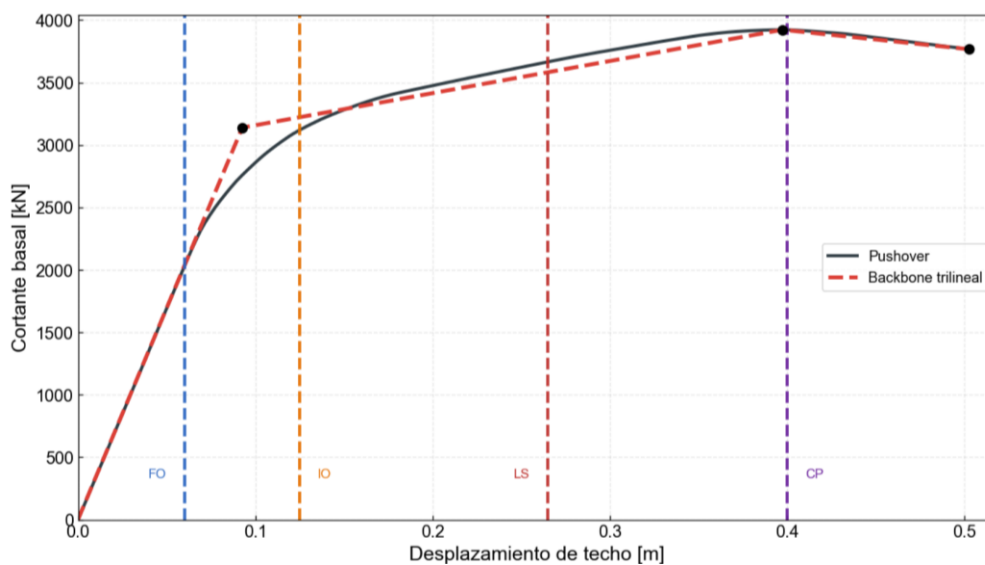
Variable	Descripción	Valor	Unidad
$T^*$	Período efectivo	0.93	s
$\Gamma$	Factor de participación	1.27	—
$m^*$	Masa equivalente	857	Ton
$F_y$	Resistencia de fluencia	4005	kN
$d_y$	Desplazamiento de fluencia	4.9	cm

**Tabla 3.5 Propiedades del SDOF equivalente en sentido Y para la estructura convencional**

Variable	Descripción	Valor	Unidad
$T^*$	Período efectivo	1.00	s
$\Gamma$	Factor de participación	1.27	–
$m^*$	Masa equivalente	857	Ton
$F_y$	Resistencia de fluencia	3139	kN
$d_y$	Desplazamiento de fluencia	9.3	cm

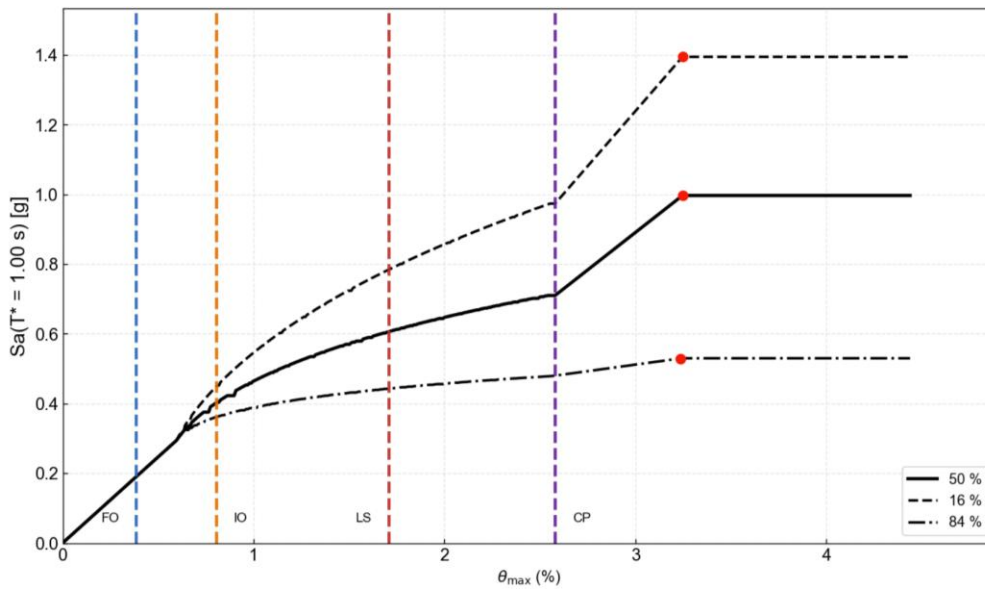
Estos resultados conforman la base directa para construir las curvas de fragilidad y, posteriormente, integrarlas en los modelos de pérdidas probables conforme a FEMA P-58 (FEMA, 2018) y Hazus MH 2.1 (FEMA, 2001). De esta manera, se ha analizado ambos sentidos y evaluado cuál de ellos resulta ser el más crítico, resultando en el Y que cumple los criterios. Por ello, se ha generado el ajuste trilineal del Pushover con los umbrales de daño establecidos para el sentido mencionado (Figura 3.20).

Para la dirección X los umbrales se han establecido en una completa operatividad (FO) de 0.04 m, para operación inmediata (IO) de 0.07 m, para seguridad a la vida (LS) de 0.31 m y prevención al colapso (CP) de 0.46 m; mientras que, para la dirección Y, los umbrales se han establecido en FO de 0.06 m, para IO de 0.13 m, para LS de 0.265 m y CP de 0.40 m.



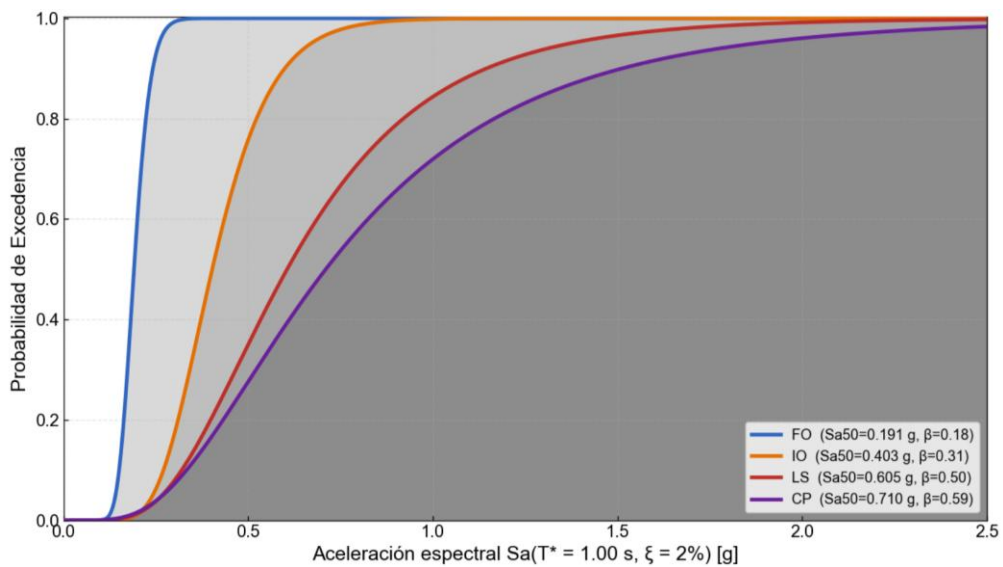
**Figura 3.20 Pushover con umbrales de daño, obtenido para la estructura convencional**

En la secuencia de la determinación de las curvas de fragilidad, primeramente, se debe calcular las curvas IDA correspondientes a la mediana más menos una desviación estándar para el sentido en análisis (Figura 3.21).



**Figura 3.21 Curvas IDA percentiles, obtenidas para la estructura convencional**

Para posteriormente concluir en la generación de las curvas de fragilidad para los distintos estados límite de daño (Figura 3.22).



**Figura 3.22 Curvas de fragilidad obtenidas para la estructura convencional**

### 3.1.4.2 Estructura con sistema de aislación

Realizando el mismo procedimiento para la estructura con tecnología de protección sísmica empleada, se obtienen los resultados exhibidos en las Tablas 3.6 y 3.7.

**Tabla 3.6 Resultados derivados del Pushover en sentido X para la estructura con aislación sísmica**

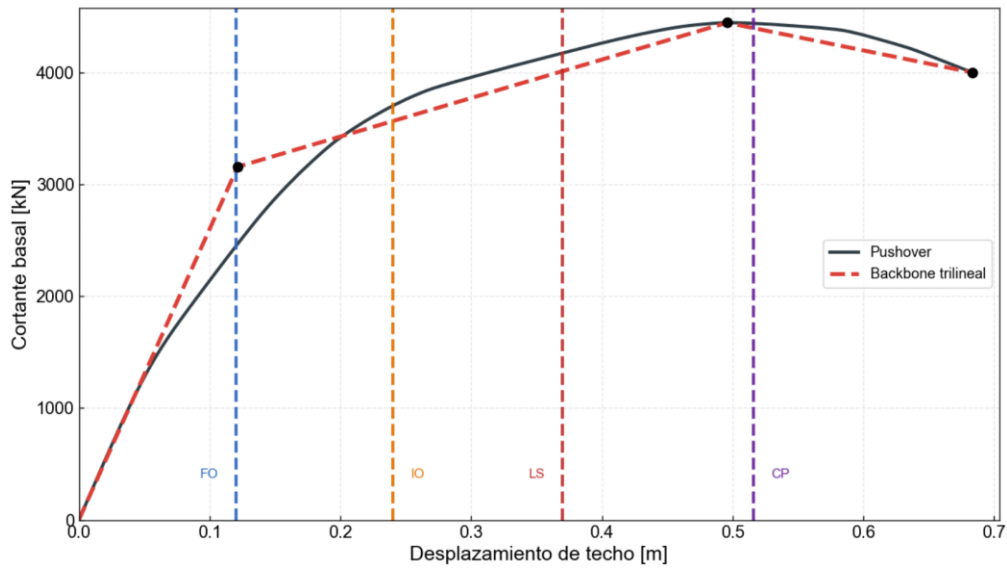
Variable	Descripción	Valor	Unidad
$T^*$	Período efectivo	2.74	s
$\Gamma$	Factor de participación	1.27	–
$m^*$	Masa equivalente	857	Ton
$F_y$	Resistencia de fluencia	4532	kN
$d_y$	Desplazamiento de fluencia	6.9	cm

**Tabla 3.7 Resultados derivados del Pushover en sentido X para la estructura con aislación sísmica**

Variable	Descripción	Valor	Unidad
$T^*$	Período efectivo	2.85	s
$\Gamma$	Factor de participación	1.27	–
$m^*$	Masa equivalente	857	Ton
$F_y$	Resistencia de fluencia	3656	kN
$d_y$	Desplazamiento de fluencia	12.2	cm

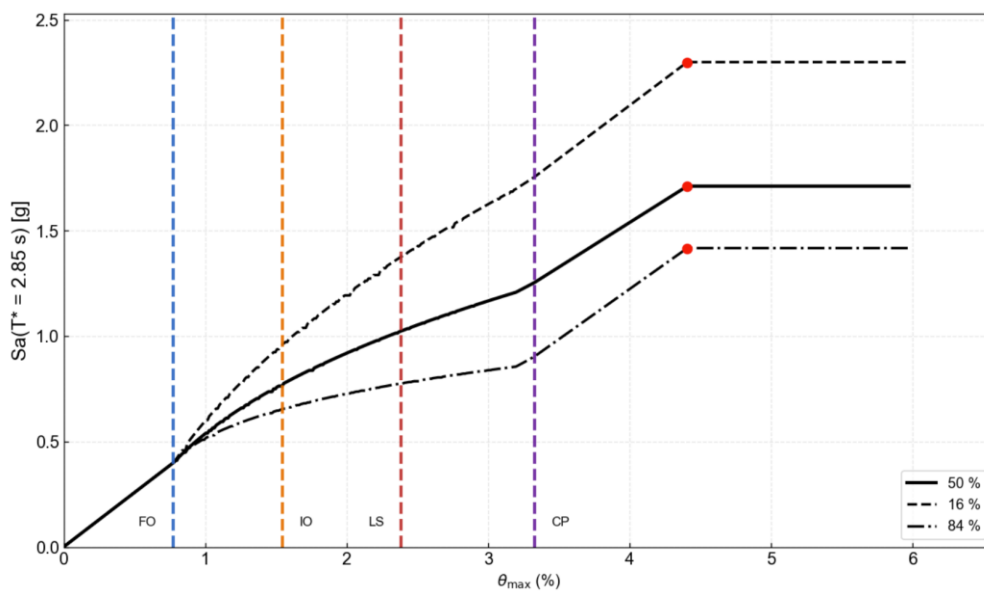
Estos resultados conforman la base directa para construir las curvas de fragilidad y, posteriormente, integrarlas en los modelos de pérdidas probables conforme a FEMA P-58 (FEMA, 2018) y Hazus-MH 2.1 (FEMA, 2001). De esta manera, se ha realizado una nueva evaluación, sugiriendo nuevamente al sentido Y como el más crítico; por lo cual se genera su ajuste trilineal del Pushover con los umbrales de daño establecidos para el mismo (Figura 3.23).

En este sentido, los umbrales de daño para la dirección X los umbrales se han establecido en una completa operatividad (FO) de 0.10 m, para operación inmediata (IO) de 0.17 m, para seguridad a la vida (LS) de 0.46 m y, por último, prevención al colapso (CP) de 0.46 m. En cambio, para la dirección Y, los umbrales se han establecido en FO de 0.12 m, para IO de 0.24 m, para LS de 0.37 m y CP de 0.52 m.



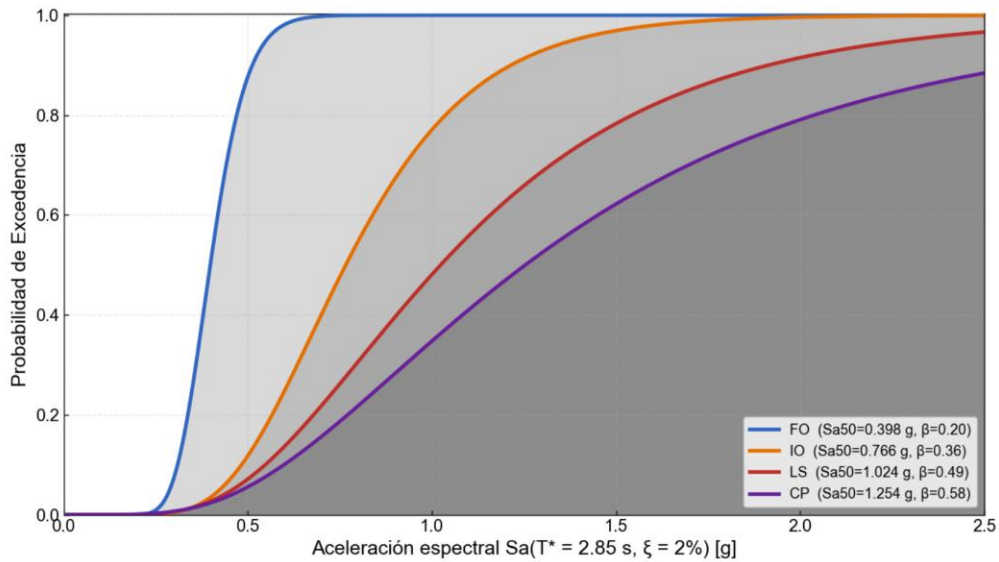
**Figura 3.23 Pushover con umbrales de daño, obtenido para la estructura con aislamiento sísmica**

En la secuencia de la determinación de las curvas de fragilidad, se obtuvieron las curvas IDA correspondientes a la mediana más menos una desviación estándar para la dirección crítica (Figura 3.24).



**Figura 3.24 Curvas IDA percentiles, obtenidas para la estructura con aislamiento sísmica**

Para posteriormente concluir en la generación de las curvas de fragilidad para los distintos estados límite de daño en el sentido en análisis (Figura 3.25).



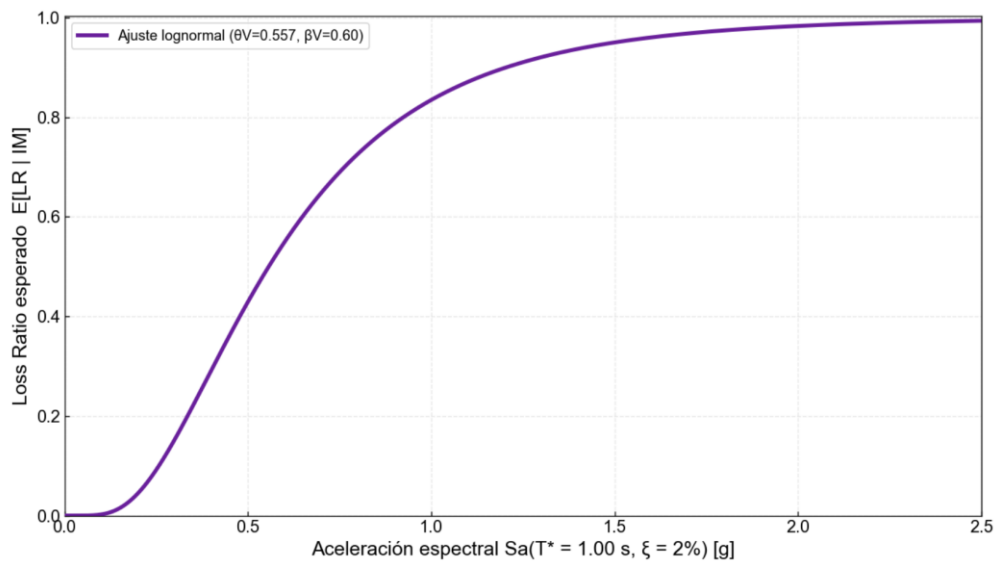
**Figura 3.25 Curvas de fragilidad obtenidas para la estructura con aislación sísmica**

### 3.1.5 Curvas de Vulnerabilidad

Con las curvas de fragilidad expuestas anteriormente, se las convierten en curvas de vulnerabilidad, tanto para la estructura convencional, como para la estructura con aislación sísmica, ambos en sentido Y al ser los más críticos en cada caso.

#### 3.1.5.1 Estructura convencional

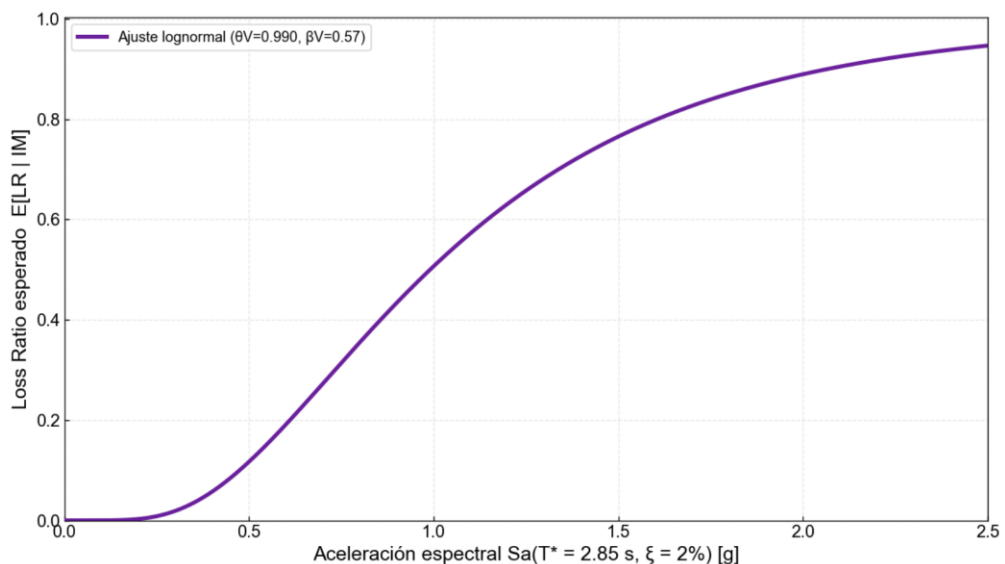
En primer lugar, se presenta la curva de vulnerabilidad para el caso de la estructura sin aislación en la Figura 3.26.



**Figura 3.26** Curva de vulnerabilidad obtenida para la estructura convencional

### 3.1.5.2 Estructura con sistema de aislación

Asimismo, la curva de vulnerabilidad resultante para el caso de la estructura aislada se puede visualizar en las Figura 3.27.



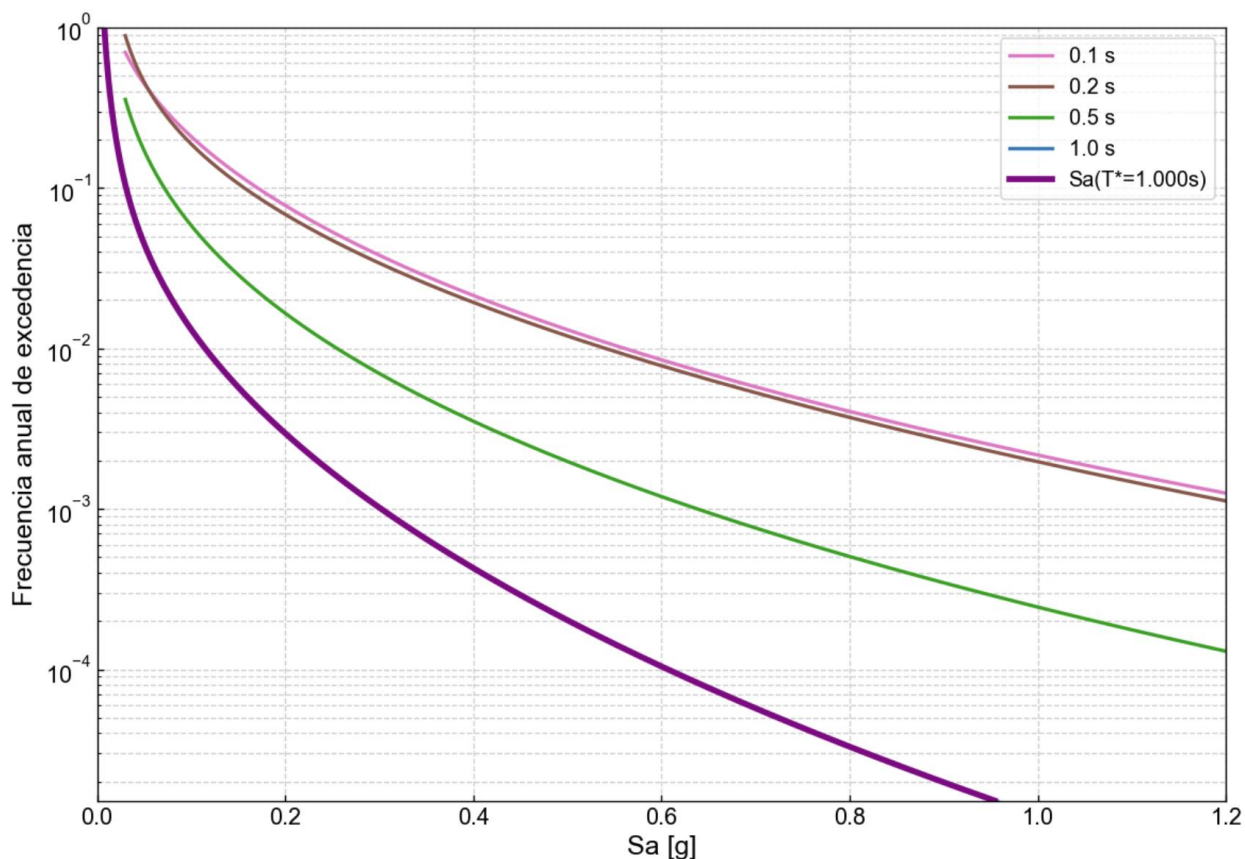
**Figura 3.27** Curva de vulnerabilidad obtenida para la estructura con aislación sísmica

### 3.1.6 Pérdidas probables

Para los sistemas con y sin sistema de aislación sísmica, se obtienen indicadores de pérdidas probables tales como daño físico esperado, pérdidas temporales esperadas, fatalidades esperadas, de-agregación hipotética del costo de reparación por grupo, pérdida máxima probable y pérdida anualizada.

#### 3.1.6.1 Estructura convencional

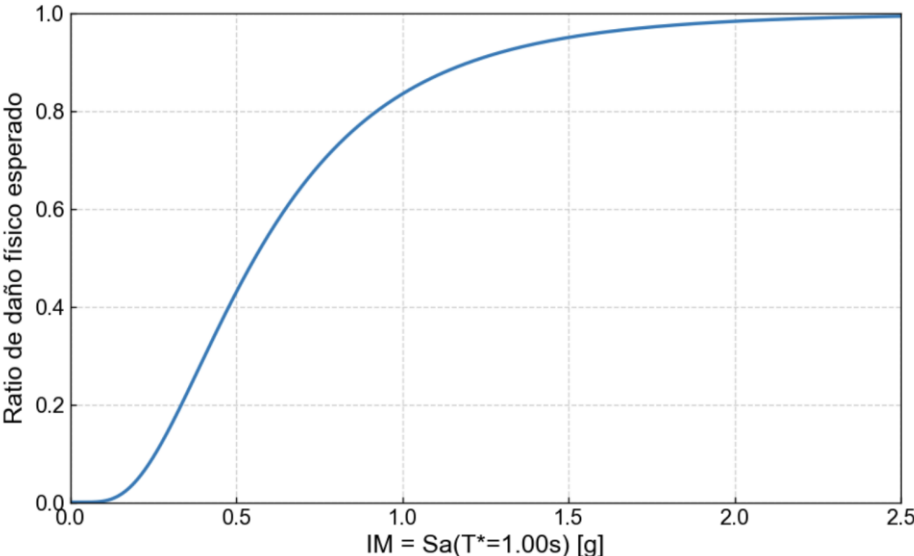
En cuanto a las pérdidas probables, se ha determinado la curva de amenaza sísmica de Quito con base en la normativa NEC-SE-DS (MIDUVI, 2015b). Cada curva presentada en la normativa se puede visualizar en la Figura 3.28, además de la obtenida por interpolación, que en este caso resulta ser para un periodo de 1 segundo.



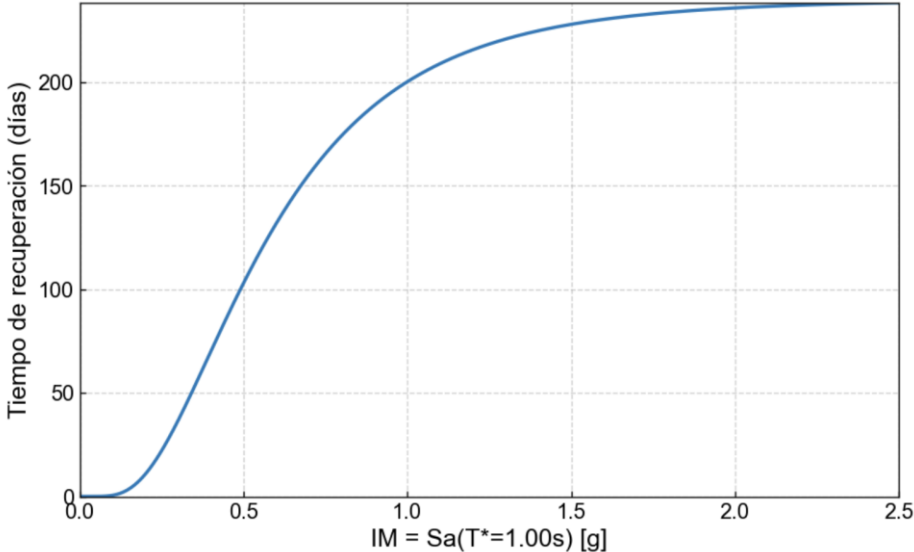
**Figura 3.28** Curvas de amenaza sísmica de Quito y curva de amenaza obtenida con base en  $T^*$  para la estructura convencional

*Nota.* Adaptado de *Norma Ecuatoriana de la Construcción: Seguridad Estructural – Peligro Sísmico, diseño sísmo resistente (NEC-SE-DS)* por MIDUVI, 2015b.

Para la estructura convencional se establecen estimativos fijos tales como el área total de la construcción FA de 2390 m<sup>2</sup>, el valor de reposición del edificio (RV<sub>B</sub>) de 1.073.110 USD. En conjunto de las razones de pérdidas procedentes de vulnerabilidad y la intensidad sísmica se han determinado los daños físicos esperados (Figura 3.29). A su vez, se proyecta las pérdidas temporales esperadas en función de los tiempos de construcción según los estados de daños estructurales (Figura 3.30).

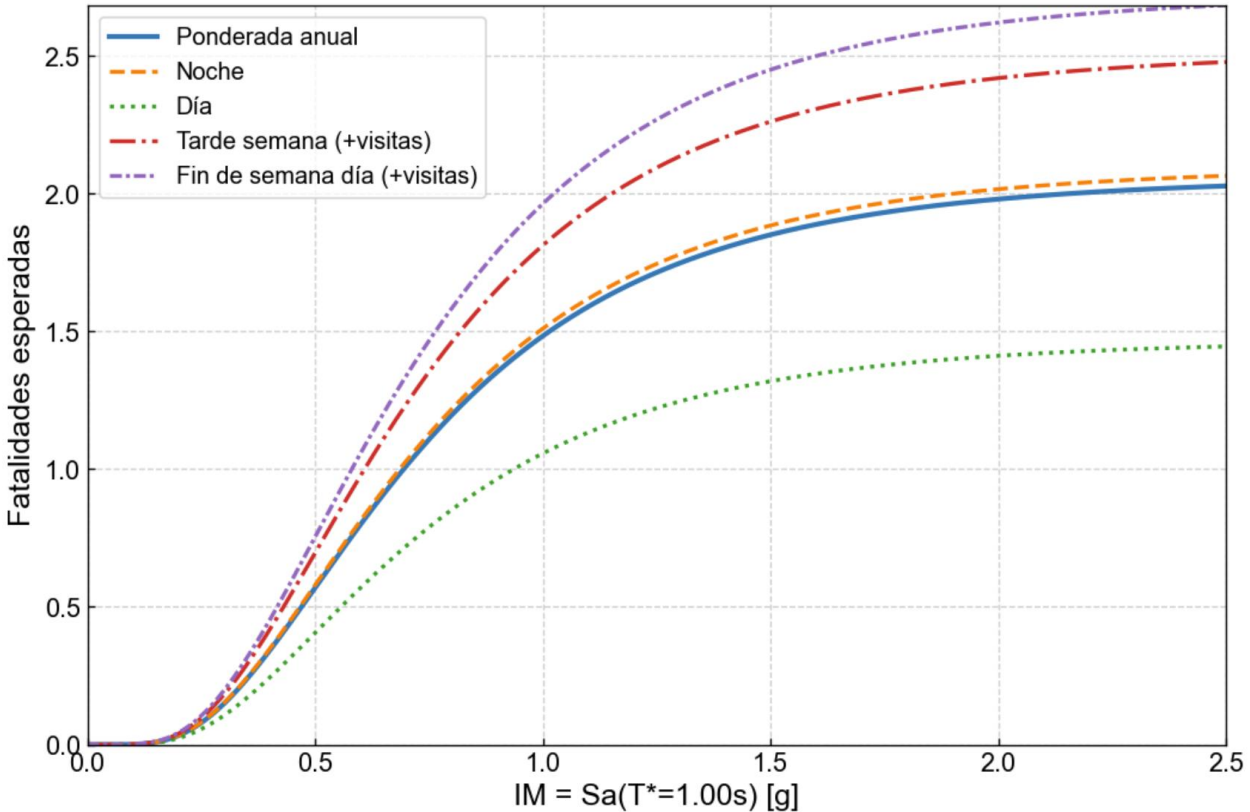


**Figura 3.29 Daño físico esperado en la estructura convencional**



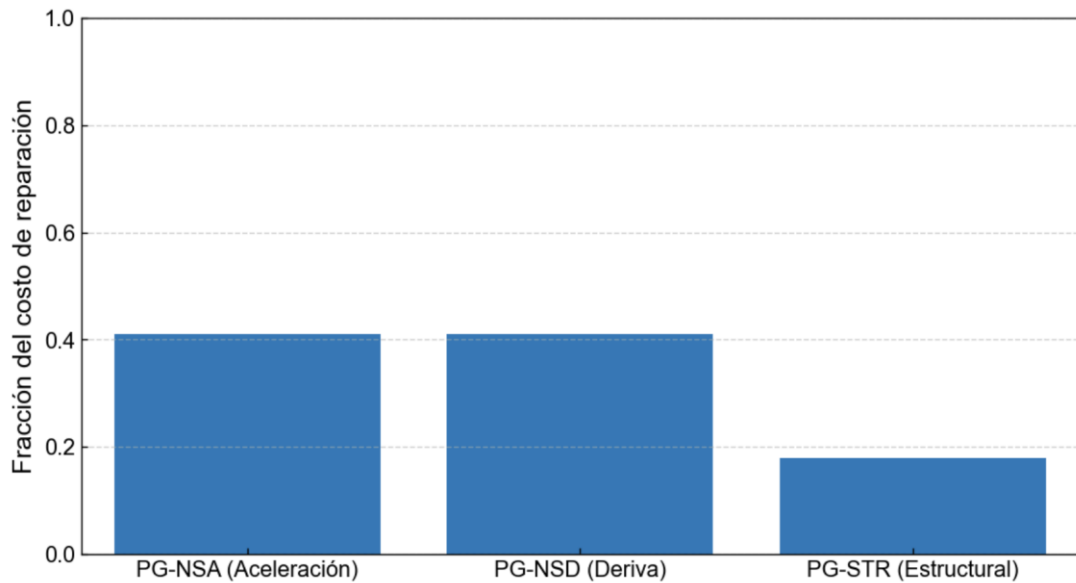
**Figura 3.30 Pérdidas temporales esperadas en la estructura convencional**

Analizado una proporción de residentes que habitan durante determinadas horas y días de la semana, se ha establecido una cantidad fija de 24 individuos. Para el cual se ha discretizado y diferentes horarios y una ponderación anual ante un evento que alcanza el nivel de daño del colapso (Figura 3.31).



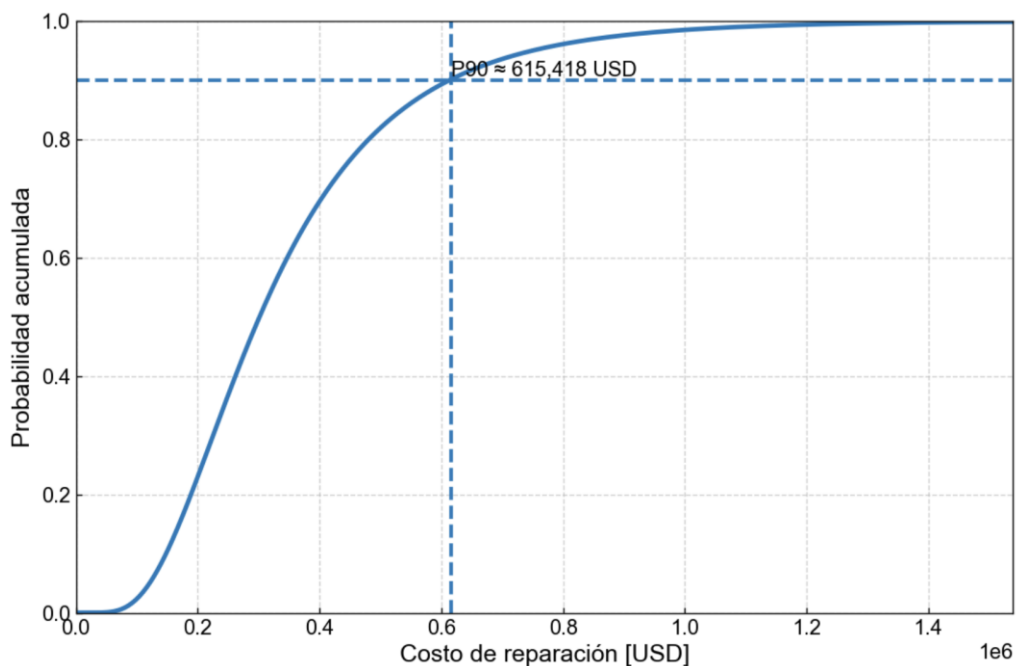
**Figura 3.31 Fatalidades esperadas en la estructura convencional**

Para la determinación de los costos de reparación se ha implementado el análisis de los componentes sensitivos a la deriva y aceleración. En el primer caso, el componente de ductos de ascensores, basura, cuarto de máquinas ascienden a un valor de 242.325 USD. En el otro caso, se analiza el cielo falso, mampostería, ascensor, sistema contra incendios, de ventilación, de extracción de aire, de iluminación, de calefacción, de vigilancia sumando un valor de 321.545 USD. Aplicando la fracción del costo del edificio para una residencia multifamiliar para los distintos componentes y adicionando el valor de reposición, se determina la de-agregación hipotética del costo de reparación por grupo (Figura 3.32).

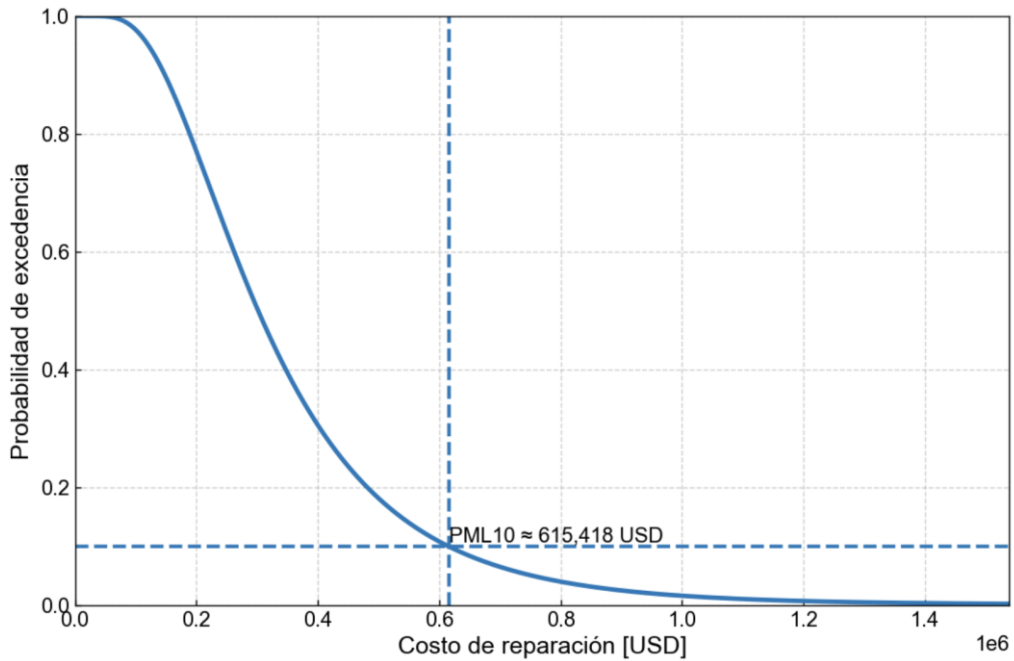


**Figura 3.32 De-agregación hipotética del costo de reparación por grupo considerando la estructura convencional**

Como indicadores de decisión se encuentra el percentil 10 de la pérdida máxima probable para el cual, según los costos de reparación, se determina la probabilidad acumulada y de excedencia (Figura 3.33 y Figura 3.34).

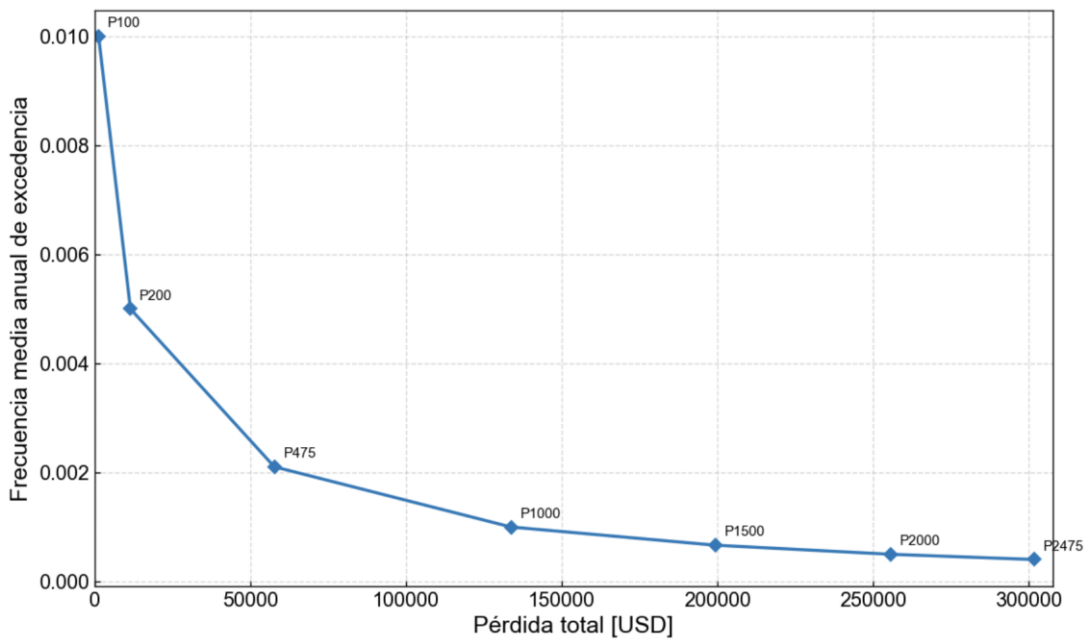


**Figura 3.33 Probabilidad acumulada vs costo de reparación en estructura convencional**



**Figura 3.34 Probabilidad de excedencia vs costo de reparación en estructura convencional**

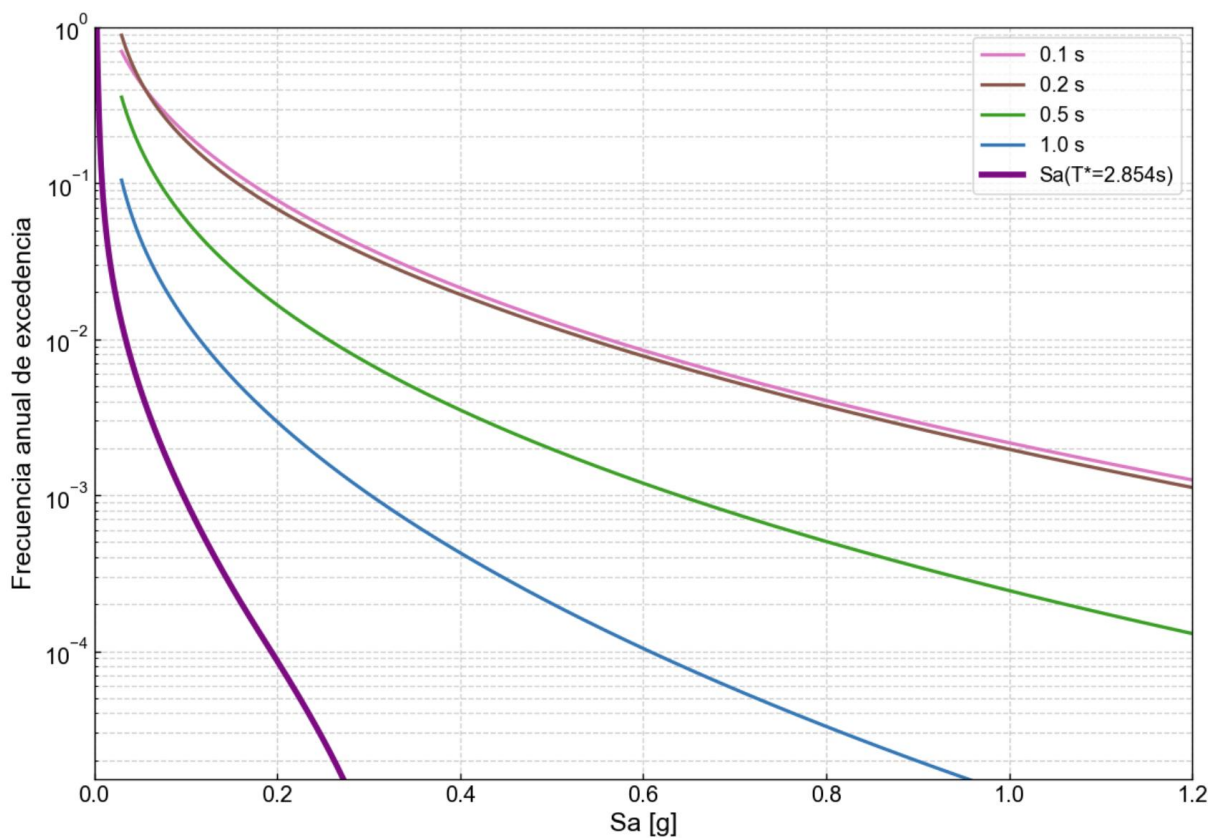
Consecuentemente, la pérdida anualizada se define en función de la curva probabilística de pérdida (Figura 3.35; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).



**Figura 3.35 Curva probabilística de pérdidas en estructura convencional**

### 3.1.6.2 Estructura con sistema de aislación

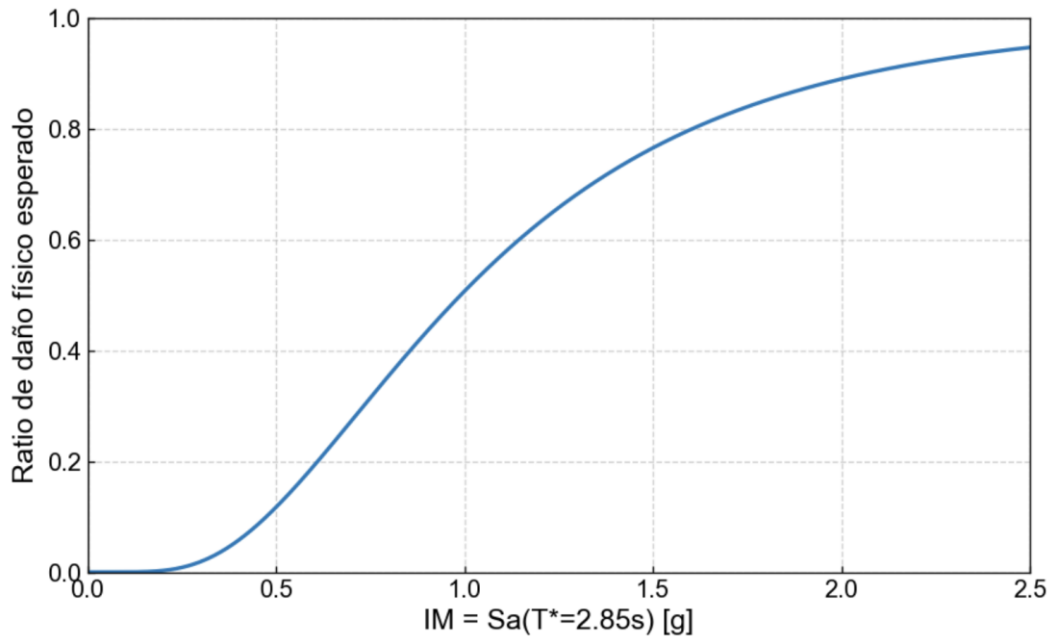
Se emplea el mismo procedimiento para el caso de la estructura con tecnología de protección sísmica. En cuanto a las pérdidas probables, se ha determinado la curva de amenaza sísmica de Quito con base en la NEC-SE-DS (MIDUVI, 2015b), nuevamente pudiéndose observar en la Figura 3.36 cada una de las curvas presentes en la normativa, además de la curva obtenida por extrapolación (para un periodo de 2.85 segundos).



**Figura 3.36 Curvas de amenaza sísmica de Quito y curva de amenaza obtenida con base en  $T^*$  para la estructura con aislación sísmica**

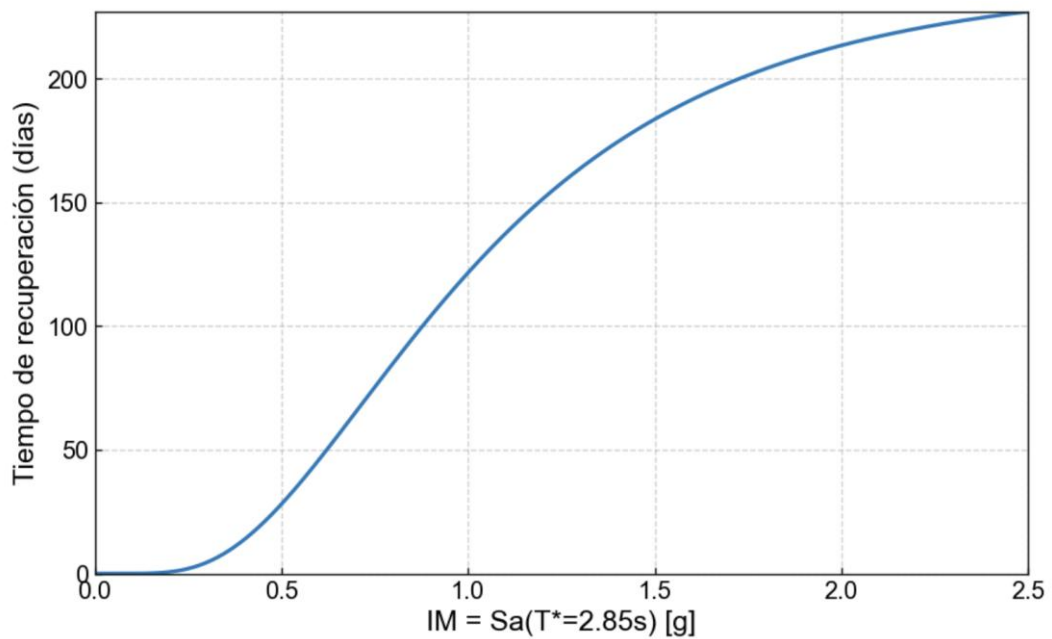
*Nota.* Adaptado de Norma Ecuatoriana de la Construcción: Seguridad Estructural – Peligro Sísmico, diseño sísmo resistente (NEC-SE-DS) por MIDUVI, 2015b.

Para la estructura con sistema de aislación sísmica se establecen estimativos fijos, los cuales, en este caso, resulta la misma área total de construcción que en el caso anterior (FA de 2390 m<sup>2</sup>), pero un valor de reposición del edificio ( $RV_B$ ) diferente, equivalente a 1.223.110 USD. En donde, en conjunto con las razones de pérdidas procedentes de las curvas de vulnerabilidad y la intensidad sísmica, se han determinado los daños físicos esperados (Figura 3.37).



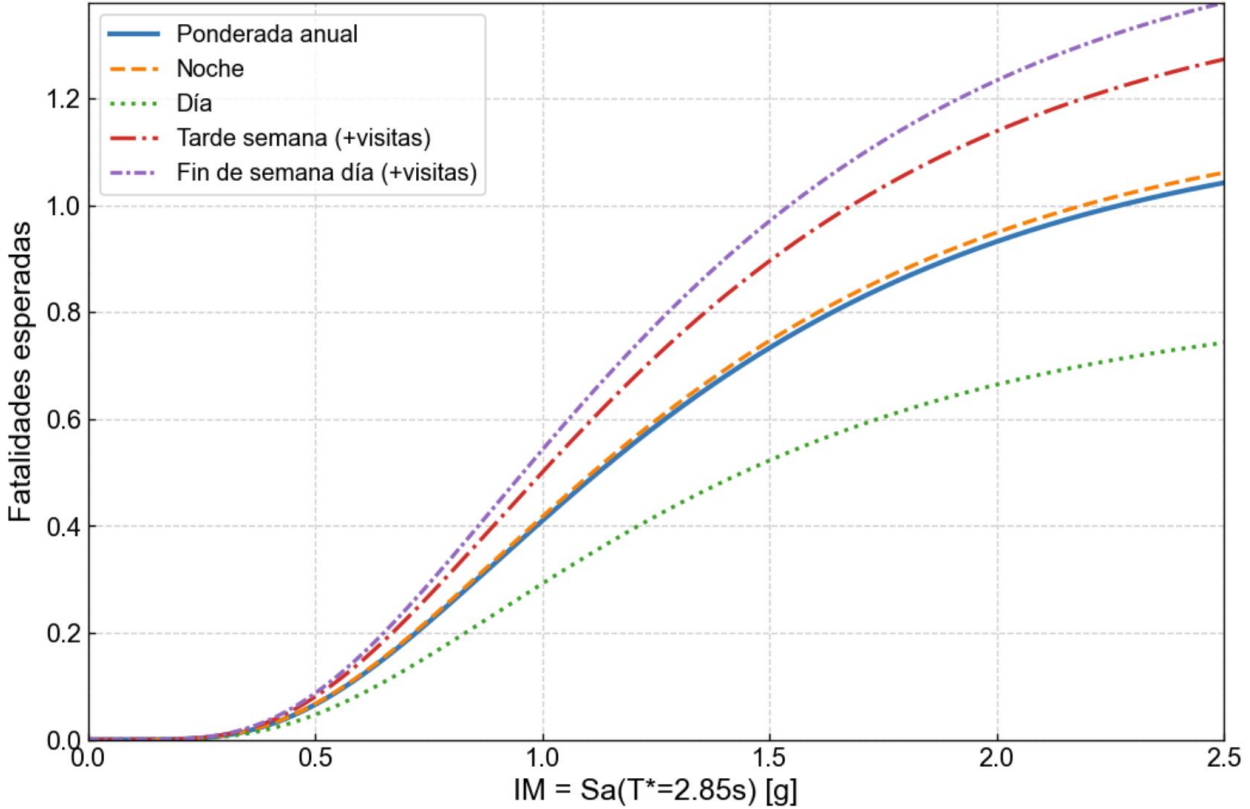
**Figura 3.37 Daño físico esperado en la estructura con aislamiento sísmica**

Además, se proyectan las pérdidas temporales esperadas en función de los tiempos de construcción, según los estados de daños estructurales establecidos (Figura 3.38; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).



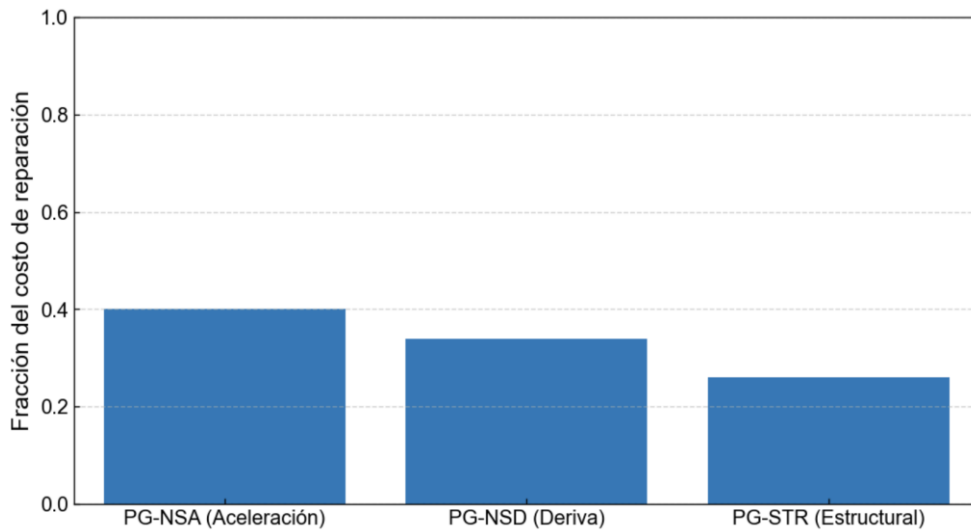
**Figura 3.38 Pérdidas temporales esperadas en la estructura con aislamiento sísmica**

Tal como en el anterior caso, se ha establecido una cantidad de residentes fija de 24 individuo; para el cual se han discretizado diferentes horarios y una ponderación anual ante un evento que alcanza el nivel de daño del colapso (Figura 3.39).



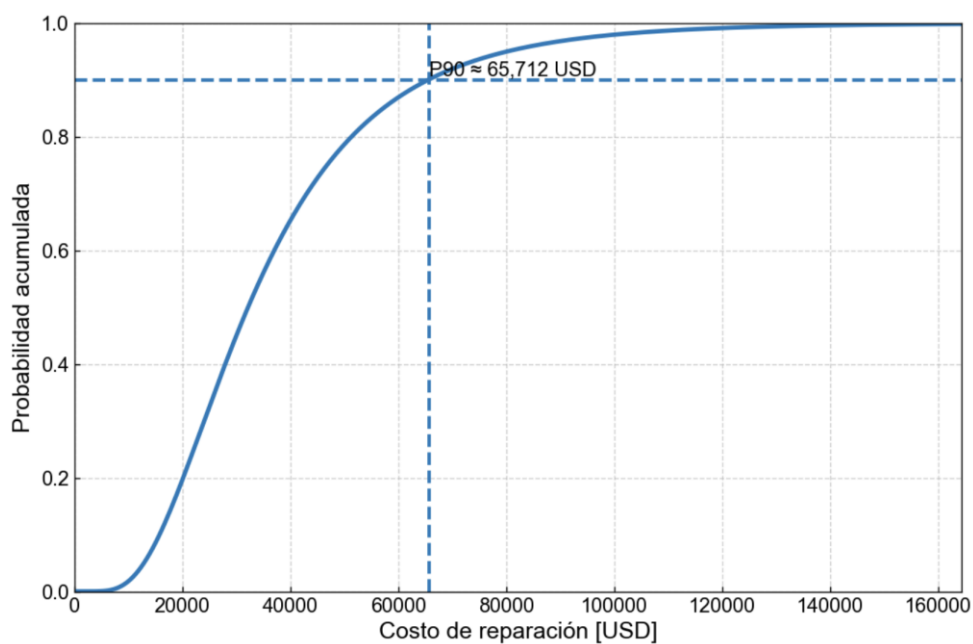
**Figura 3.39 Fatalidades esperadas en la estructura con aislación sísmica**

Aplicando la fracción del costo del edificio para una residencia multifamiliar para los distintos componentes, modificando el  $FV_{STR}$  a 0.26, el  $FV_{NSD}$  a 0.34,  $FV_{NSA}$  a 0.40, en razón del incremento del porcentual de componentes estructurales (por la implementación de los aisladores sísmicos) y ajustando las demás componentes no estructurales, se determina la de-agregación hipotética del costo de reparación por grupo (Figura 3.40).

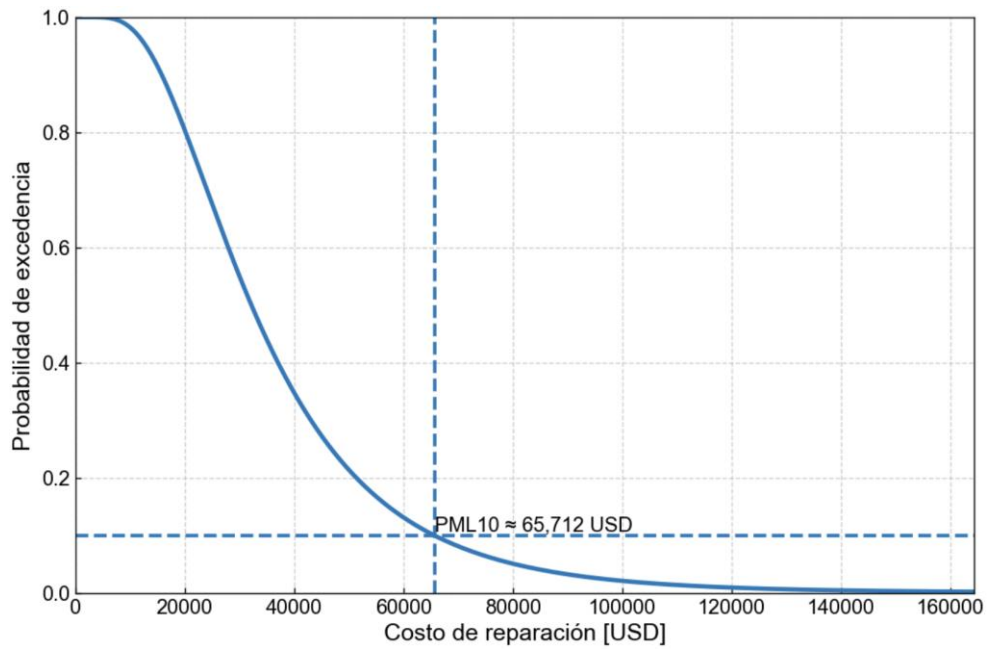


**Figura 3.40 De-agregación hipotética del costo de reparación por grupo considerando la estructura con aislación sísmica**

Como indicadores de decisión, nuevamente, se encuentra el percentil 10 de la pérdida máxima probables para el cual se determina la probabilidad acumulada y de excedencia según los costos de reparación (Figura 3.41 y Figura 3.42).

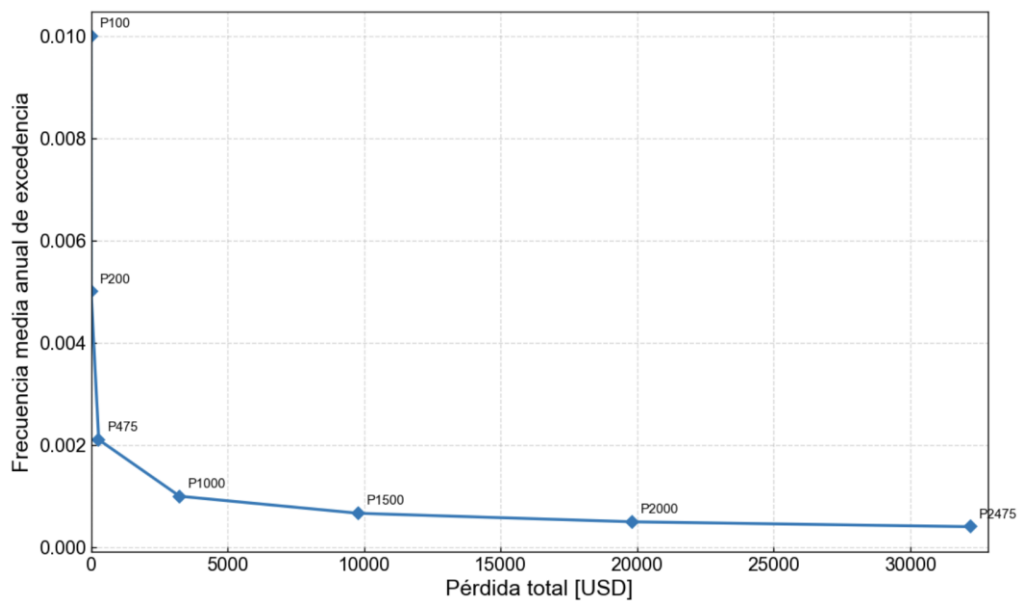


**Figura 3.41 Probabilidad acumulada vs costo de reparación en la estructura con aislación sísmica**



**Figura 3.42 Probabilidad de excedencia vs costo de reparación en la estructura con aislación sísmica**

La pérdida anualizada se ha definido en función de la curva probabilística de pérdidas, presentada en la Figura 3.43.



**Figura 3.43 Curva probabilística de pérdidas en la estructura con aislación**

## 3.2 Análisis de resultados

El presente subcapítulo expone y analiza los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la metodología descrita en los capítulos anteriores, considerando de manera comparativa los dos casos de estudio analizados. Para cada etapa del análisis se emplean figuras y/o tablas comparativas que permiten identificar las principales diferencias en términos de capacidad estructural, daño esperado y consecuencias asociadas frente a acciones sísmicas, facilitando así una interpretación integral de los resultados obtenidos.

### 3.2.1 Análisis Pushover

En esta sección se presentan los resultados del análisis estático no lineal tipo pushover realizado para las configuraciones estructurales sin y con aislación sísmica. A partir de las curvas fuerza–desplazamiento normalizadas, se analiza la capacidad estructural global de la edificación, así como la evolución del comportamiento no lineal y el mecanismo que gobierna la respuesta en cada dirección principal. En las Figuras 3.44 y 3.45 se muestran las curvas pushover expresadas en términos de deriva de techo y de la razón entre el cortante basal y el peso sísmico total ( $F_b/W_s$ ), para los sentidos X e Y.

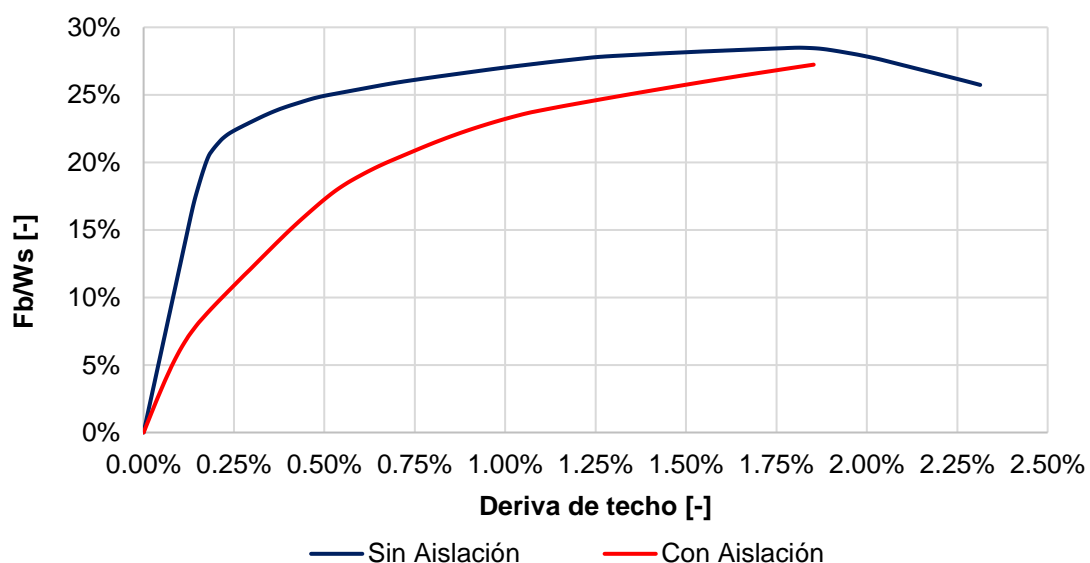
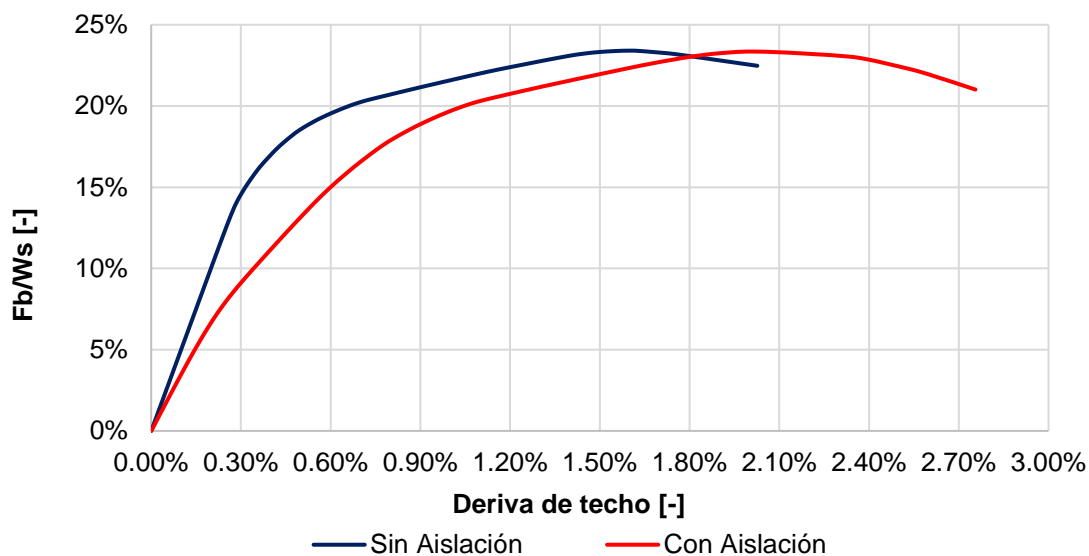


Figura 3.44 Comparativa de curvas pushover en sentido X



**Figura 3.45 Comparativa de curvas pushover en sentido Y**

En el sentido X, la estructura sin aislación presenta una respuesta inicial más rígida, alcanzando rápidamente valores elevados de  $F_b/W_s$  para niveles relativamente bajos de deriva de techo. Por su parte, el sistema con aislación desarrolla una respuesta más gradual, con una pendiente inicial menor, asociada a la mayor flexibilidad introducida por los dispositivos de aislación. Ambos sistemas alcanzan valores máximos similares de la razón  $F_b/W_s$ , del orden de 0.28–0.29; sin embargo, el sistema aislado desarrolla estos niveles de resistencia a mayores derivas de techo. La finalización del análisis en el caso aislado se encuentra controlada por la capacidad de deformación de los dispositivos, lo que gobierna el estado límite último del sistema en esta dirección.

Por su parte, en el sentido Y se observa un comportamiento distinto. En esta dirección, el sistema con aislación no presenta una limitación prematura asociada a los dispositivos, permitiendo el desarrollo de mayores derivas de techo en comparación con la estructura convencional. El sistema aislado alcanza razones  $F_b/W_s$  ligeramente superiores, del orden de 0.23–0.24, mientras que la estructura sin aislación muestra valores máximos levemente inferiores y una degradación más temprana de la capacidad resistente. Esta respuesta evidencia una redistribución más eficiente de las fuerzas laterales en la configuración aislada, sin que el mecanismo de control esté dominado por la capacidad de los aisladores.

Las Figuras 3.44 y 3.45 confirman que, si bien los valores máximos normalizados de  $F_b/W_s$  son comparables entre ambos sistemas, la incorporación de la aislación sísmica modifica de manera significativa el mecanismo que gobierna la respuesta estructural. En el sentido X, el comportamiento queda condicionado por la capacidad de los dispositivos de aislación, mientras que en el sentido Y el sistema aislado desarrolla mayores niveles de deriva con una respuesta más estable. Esta diferenciación direccional resulta fundamental para los análisis posteriores de fragilidad y vulnerabilidad, ya que permite interpretar adecuadamente la influencia de la aislación en la reducción de la demanda inelástica en la superestructura y en la probabilidad de alcanzar estados de daño severos.

### 3.2.2 Curvas de Fragilidad

En esta sección se presentan y analizan las curvas de fragilidad estructural obtenidas a partir de las curvas de capacidad mediante la aplicación del método SPO2FRAG, para los casos sin sistema de aislación sísmica (SA) y con sistema de aislación sísmica (CA). El análisis tiene como objetivo evaluar la susceptibilidad relativa al daño estructural frente a incrementos en la intensidad sísmica y cuantificar el efecto de la aislación en la probabilidad de excedencia de los distintos estados de daño.

Como etapa previa a la construcción de las curvas de fragilidad, en las Tablas 3.8 y 3.9, se presentan las propiedades del sistema equivalente de un grado de libertad (SDOF) derivadas de las curvas pushover para ambos sentidos de análisis. Esta comparación se realiza únicamente con fines de caracterización dinámica, dado que el análisis posterior de fragilidad se concentra exclusivamente en el sentido crítico Y.

**Tabla 3.8 Comparativa de propiedades SDOF equivalentes en sentido X**

Variable	Sin Aislación	Con Aislación	Variación
T* [s]	0.93	2.74	195%
F <sub>y</sub> [kN]	4005	4532	13.2%
d <sub>y</sub> [cm]	4.9	6.9	40.9%

**Tabla 3.9 Comparativa de propiedades SDOF equivalentes en sentido Y**

Variable	Sin Aislación	Con Aislación	Variación
T* [s]	1.00	2.85	185%
F <sub>y</sub> [kN]	3139	3656	16.5%
d <sub>y</sub> [cm]	9.3	12.2	31.1%

En el sentido X, la incorporación del sistema de aislación sísmica genera un incremento significativo del período efectivo del SDOF equivalente, pasando de 0.93s a 2.74s, lo que representa un aumento del 195%. La fuerza de fluencia equivalente presenta un incremento moderado del 13.2%, pasando de 4005 kN a 4532 kN, lo que indica que la aislación sísmica introduce una ligera modificación en la resistencia global del sistema, asociada principalmente al cambio en la rigidez efectiva y en la participación del sistema de aislamiento. Por su parte, el desplazamiento de fluencia presenta un incremento del 40.98%, evidenciando una mayor capacidad de deformación antes del inicio del comportamiento inelástico del sistema equivalente.

En el sentido Y, se observa una tendencia similar, el período efectivo aumenta de 1.00s a 2.85s, correspondiente a un incremento del 185%, mientras que la fuerza de fluencia equivalente se incrementa en un 16.5%, pasando de 3139 kN a 3656 kN. Este aumento, aunque secundario frente al alargamiento del período, refleja una modificación apreciable de la resistencia efectiva del sistema. El desplazamiento de fluencia se incrementa en un 31.1%, confirmando que la incorporación del sistema de aislación modifica principalmente la rigidez efectiva y la capacidad de deformación del sistema, más que su resistencia lateral última. Dado que este sentido gobierna la respuesta estructural global, las propiedades obtenidas en Y se emplean para la evaluación de la fragilidad sísmica.

A partir de las propiedades del SDOF equivalente en el sentido Y, se obtuvieron las curvas de fragilidad correspondientes a los estados de daño FO, IO, LS y CP. La Tabla 3.10 presenta los valores de mediana ( $\theta$ ) y desviación estándar ( $\beta$ ) para los casos analizados. En todos los estados de daño se observa un desplazamiento claro de las medianas hacia mayores valores de intensidad sísmica en el sistema con aislación. En particular, la mediana del estado FO se incrementa en un 110.53%, mientras que para

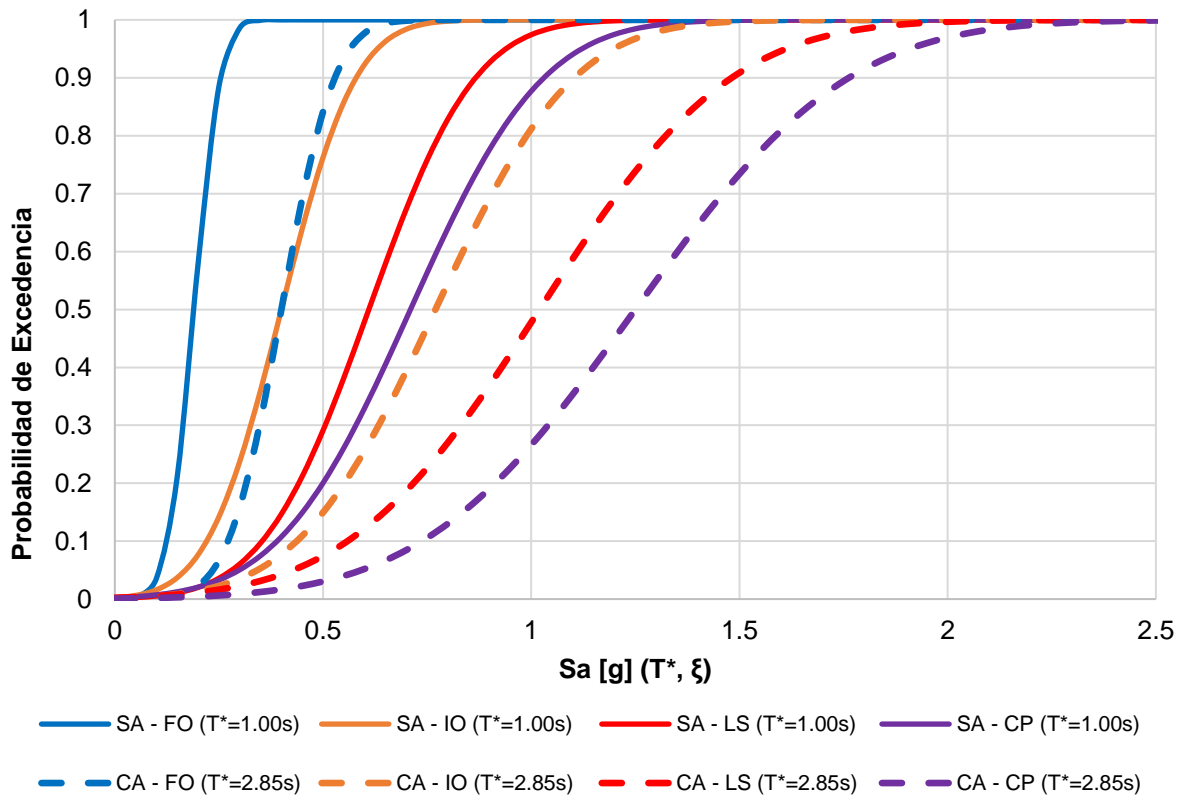
los estados IO, LS y CP los incrementos alcanzan el 92.5%, 67.2% y 76.1%, respectivamente.

**Tabla 3.10 Comparación de valores de mediana y desviación estándar de las curvas de fragilidad obtenidas**

Estado de daño	Sin Aislación		Con Aislación		Variación en $\theta$
	$\theta$ [g]	$\beta$	$\theta$ [g]	$\beta$	
FO	0.19	0.18	0.40	0.20	110%
IO	0.40	0.31	0.77	0.36	92.5%
LS	0.61	0.50	1.02	0.49	67.2%
CP	0.71	0.59	1.25	0.58	76.1%

Este desplazamiento de las medianas indica una reducción significativa de la probabilidad de exceder cada uno de los estados de daño para un mismo nivel de intensidad sísmica, reflejando el efecto favorable de la aislación sísmica en el desempeño estructural. Cabe destacar que el incremento observado en el estado FO se asocia principalmente a la modificación del comportamiento inicial del sistema y a la redistribución de la demanda sísmica, sin que ello implique un aumento relevante del daño estructural, dado que este estado corresponde a niveles bajos de daño.

Asimismo, la Figura 3.46 muestra la comparación de las curvas de fragilidad en el sentido Y para todos los estados de daño. En la figura, las curvas correspondientes al caso sin aislación (SA) se representan mediante líneas continuas, mientras que las del caso con aislación (CA) se muestran mediante líneas entrecortadas, identificándose cada estado de daño por un color distinto. Se observa un desplazamiento sistemático de las curvas del sistema con aislación hacia mayores valores de intensidad sísmica, lo que confirma gráficamente la reducción de la probabilidad de excedencia de los distintos estados de daño.



**Figura 3.46 Comparativa de curvas de fragilidad**

Como se puede observar, los resultados obtenidos evidencian que la incorporación del sistema de aislamiento sísmico produce una modificación sustancial en las propiedades dinámicas equivalentes y en la respuesta probabilística de la edificación frente a acciones sísmicas, reduciendo de manera significativa su susceptibilidad a alcanzar estados de daño severos en el sentido crítico de análisis. Esta mejora en el desempeño estructural constituye la base para los análisis posteriores de vulnerabilidad y estimación de pérdidas.

### 3.2.3 Curvas de Vulnerabilidad

En esta sección se presentan las curvas de vulnerabilidad obtenidas a partir de las curvas de fragilidad, mediante la asignación de índices de pérdida asociados a cada estado de daño, de acuerdo con la metodología PBEE adoptada. Estas curvas permiten relacionar la intensidad sísmica con la pérdida media esperada de la edificación, proporcionando una medida directa del desempeño económico del sistema estructural. El análisis se

realiza exclusivamente en el sentido crítico Y, identificado previamente como el que gobierna la respuesta estructural global.

En este sentido, la Tabla 3.11 resume los valores de mediana ( $\theta$ ) y desviación estándar ( $\beta$ ) correspondientes a las curvas de vulnerabilidad obtenidas para los casos sin sistema de aislación sísmica y con sistema de aislación sísmica. Se observa que la incorporación del sistema de aislación produce un incremento significativo de la mediana, pasando de 0.56g en la estructura convencional a 0.99g en la estructura aislada, lo que representa un aumento del 76.8%. Este desplazamiento de la mediana hacia mayores valores de intensidad sísmica indica que, para un mismo nivel de demanda sísmica, la pérdida media esperada es considerablemente menor en el sistema con aislación.

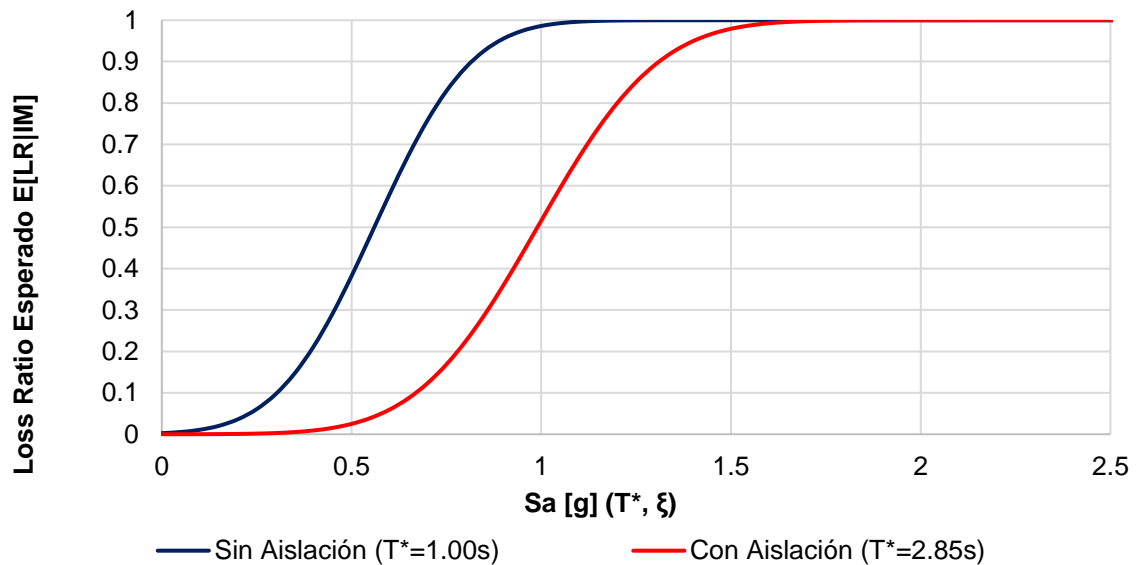
**Tabla 3.11 Valores de mediana y desviación estándar de las curvas de vulnerabilidad obtenidas**

Sin Aislación		Con Aislación		Variación en $\theta$
$\theta$ [g]	$\beta$	$\theta$ [g]	$\beta$	
0.56	0.60	0.99	0.57	76.8%

En cuanto a la dispersión, la desviación estándar presenta una ligera reducción, pasando de 0.60 en el caso sin aislación a 0.57 en el sistema aislado. Esta disminución sugiere una respuesta más estable desde el punto de vista probabilístico, con menor variabilidad en las pérdidas esperadas frente a una intensidad sísmica dada. El comportamiento observado es coherente con los resultados obtenidos en las curvas de fragilidad, donde la aislación sísmica mostró una reducción consistente en la probabilidad de exceder estados de daño moderados y severos.

Asimismo, tal como en el apartado de fragilidad, se comparan las curvas de vulnerabilidad obtenidas. La Figura 3.47 muestra la comparación directa de las curvas de vulnerabilidad en el sentido Y para ambos sistemas. En la figura se aprecia un desplazamiento claro de la curva correspondiente al sistema con aislación hacia mayores valores de intensidad sísmica respecto al sistema sin aislación. Este desplazamiento confirma gráficamente la reducción de la probabilidad de exceder niveles elevados de

pérdida para un mismo valor de intensidad sísmica, evidenciando el efecto favorable de la aislación en la respuesta económica de la edificación.



**Figura 3.47 Comparativa de curvas de vulnerabilidad**

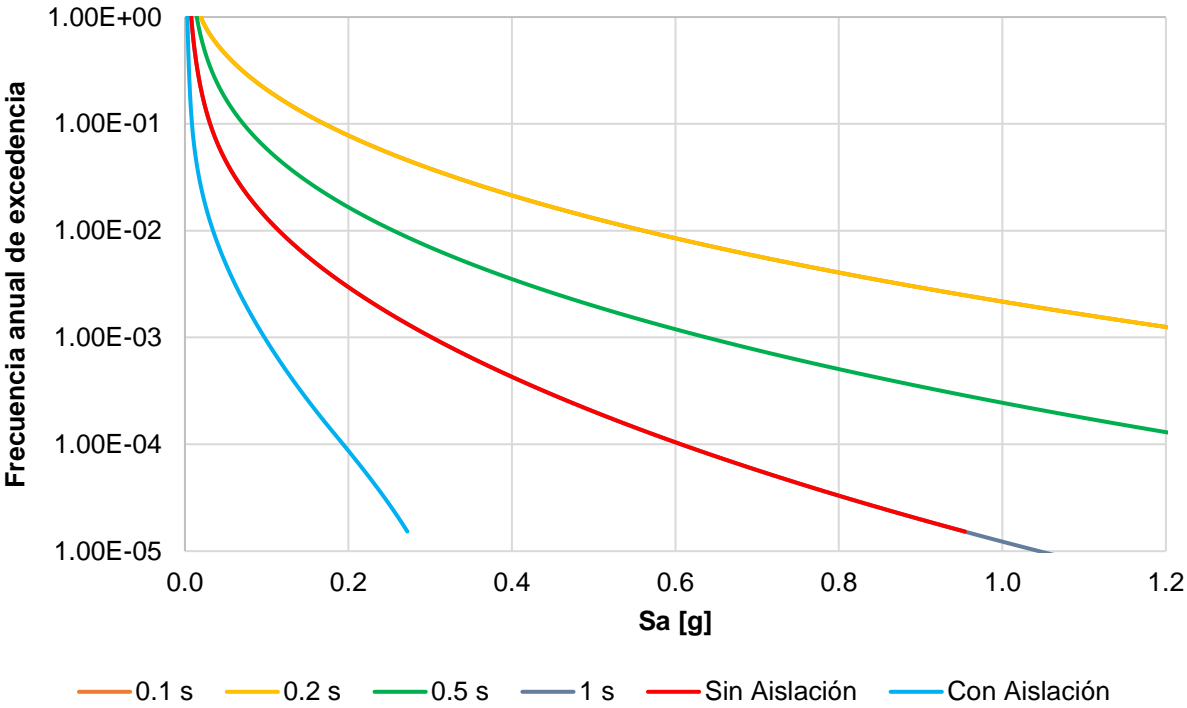
En definitiva, los resultados evidencian que la incorporación del sistema de aislación sísmica conduce a una reducción significativa de las pérdidas económicas esperadas en el sentido crítico de análisis, particularmente en el rango de intensidades sísmicas relevantes para la evaluación del riesgo.

### 3.2.4 Pérdidas probables

En esta sección se presentan los resultados de la estimación de pérdidas probables, obtenidas mediante la combinación de las curvas de vulnerabilidad con las curvas de amenaza sísmica del sitio, formuladas en términos de la intensidad. Con este enfoque se cuantifican pérdidas económicas directas anualizadas, indicadores de cola asociados a escenarios raros y consecuencias humanas esperadas, comparando de forma consistente los casos sin aislación y con aislación.

La amenaza sísmica se construye para cada dirección en la coordenada  $Sa(T^*)$  para la frecuencia anual de excedencia asociada al período efectivo obtenido de la

caracterización no lineal. El cambio de  $T^*$  al introducir aislación es consistente con el alargamiento esperado del período, el  $T^*$  pasa de 1.00 s en el caso sin aislación a 2.85 s con aislación. Para un período de retorno TR de 2475 años se define  $IM^*$ , para el caso sin aislación se obtiene  $IM^*$  de 0.407 g, mientras que con aislación se obtienen  $IM^*$  de 0.132 g. La reducción de  $IM^*$  en el caso aislado se interpreta como una relocalización del escenario probabilista en la coordenada  $Sa(T^*)$  debido al cambio del período efectivo, por tanto, el objetivo de tasa anual se conserva, pero se expresa en una ordenada espectral distinta porque el sistema dinámico cambia (Figura 3.48).



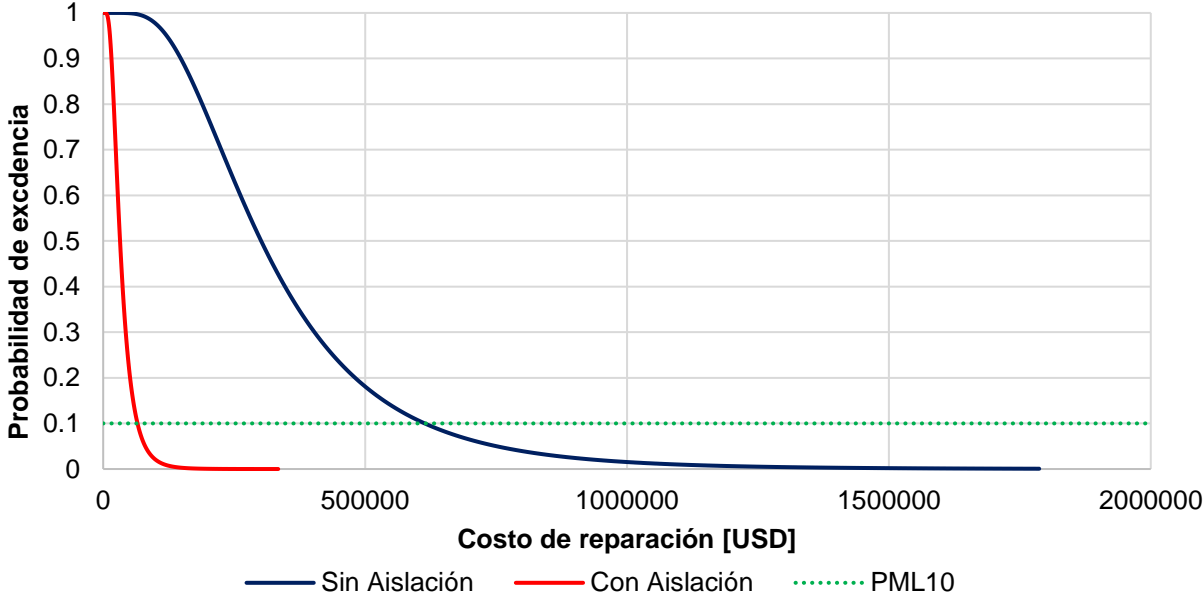
**Figura 3.48 Comparativa de curvas de amenaza sísmica**

*Nota.* Adaptado de *Norma Ecuatoriana de la Construcción: Seguridad Estructural – Peligro Sísmico, diseño sísmo resistente (NEC-SE-DS)* por MIDUVI, 2015b.

Todos los escenarios comparten la misma escala de exposición, el edificio mantiene un área total de 2390 m<sup>2</sup> y una ocupación residencial de 24 personas. El valor de reposición base se estima con un costo unitario de 449 USD/m<sup>2</sup>, resultando un valor de reposición de 1.073.110 USD. Sobre esta base se incorpora explícitamente el inventario de componentes no estructurales sensibles a deriva y a aceleración, dado que una porción

importante del riesgo económico suele concentrarse en estos elementos. Los componentes controlados por deriva como ductos y mampostería totalizan 242.325 USD, mientras que el paquete controlado por aceleración tales como cielo falso, ascensor, sistemas HVAC, contra-incendios, energía y seguridad suma 321.545 USD. Con ello, el valor de reposición total ampliado del caso convencional se sitúa en 1.636.980 USD. Para el caso con aislación se adiciona el costo del sistema de aislación de 150.000 USD, elevando el valor de reposición total a 1.786.980 USD.

El incremento de capital expuesto indica que a cualquier reducción de pérdidas observada en el sistema aislado se prescinde de atribuir a una disminución del valor económico, sino que refleja un cambio real en desempeño, una reducción en razones de pérdida y de probabilidad de excedencia de estados severos. El análisis condicionado al escenario IM\* de TR de 2475 años, refuerza la tendencia observada en EAL. El caso sin aislación P<sub>ML</sub> al percentil 90 de 615.418 USD, mientras que con aislación cae a 65.712 USD.

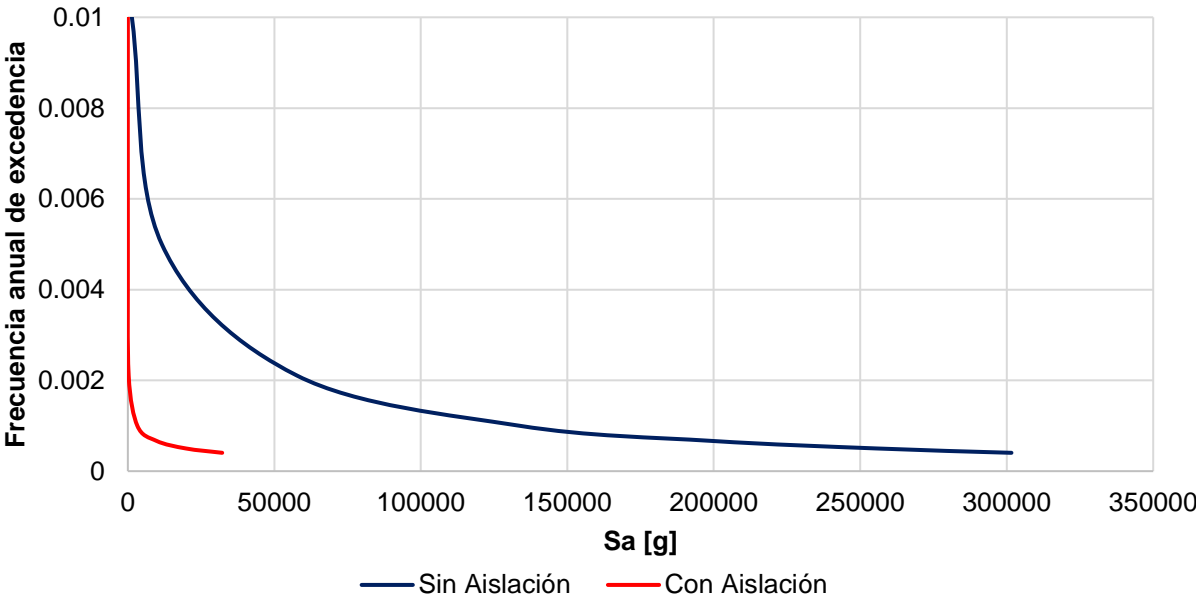


**Figura 3.49 Comparativa de probabilidades de excedencia vs costo de reparación**

La aislación reduce de uno a dos órdenes de magnitud el costo de reparación esperado y su percentil alto para un evento raro, lo cual es consistente con el desacoplamiento de

la superestructura respecto al movimiento del suelo. La caída de las pérdidas condicionales sugiere que la aislación reduce pérdidas promedio a lo largo del tiempo y atenúa de manera significativa el impacto económico en escenarios de baja probabilidad y alta severidad; esto se puede visualizar gráficamente en la Figura 3.49.

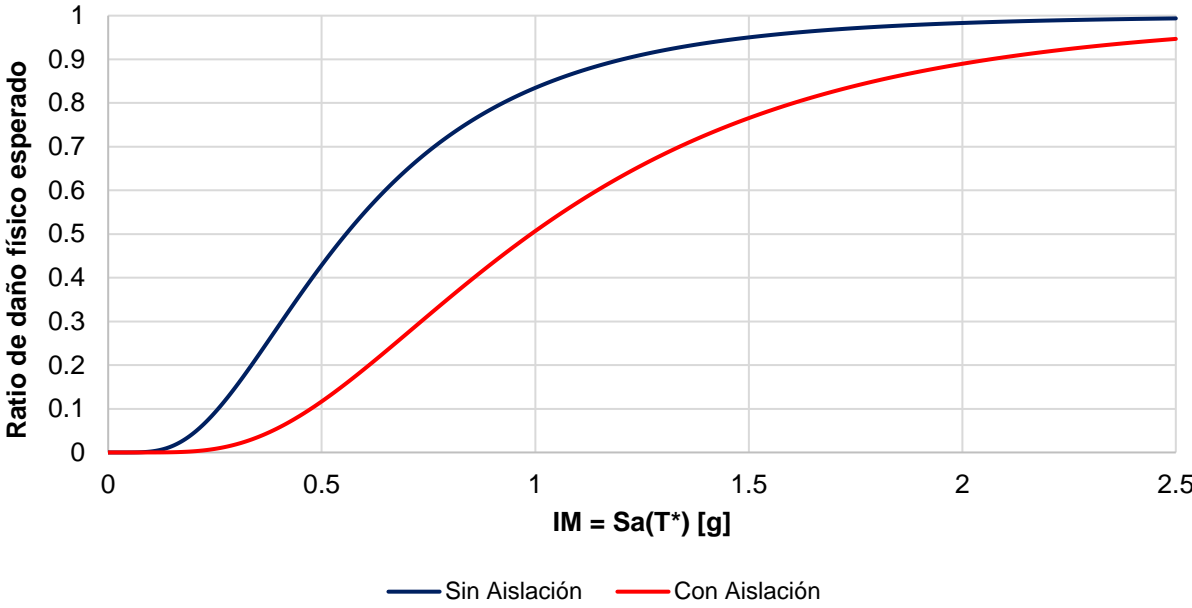
La curva probabilística permite visualizar el comportamiento de la pérdida en función de la frecuencia anual de excedencia para varios períodos de retorno. Los puntos reportados confirman que para tasas anuales equivalentes el caso aislado se sitúa sistemáticamente en niveles de pérdida menores. La pérdida esperada condicionado a un nivel de amenaza de 2475 años disminuye de 301.617 USD para la estructura sin aislación, a 32.205 USD para la estructura con aislación (Figura 3.50).



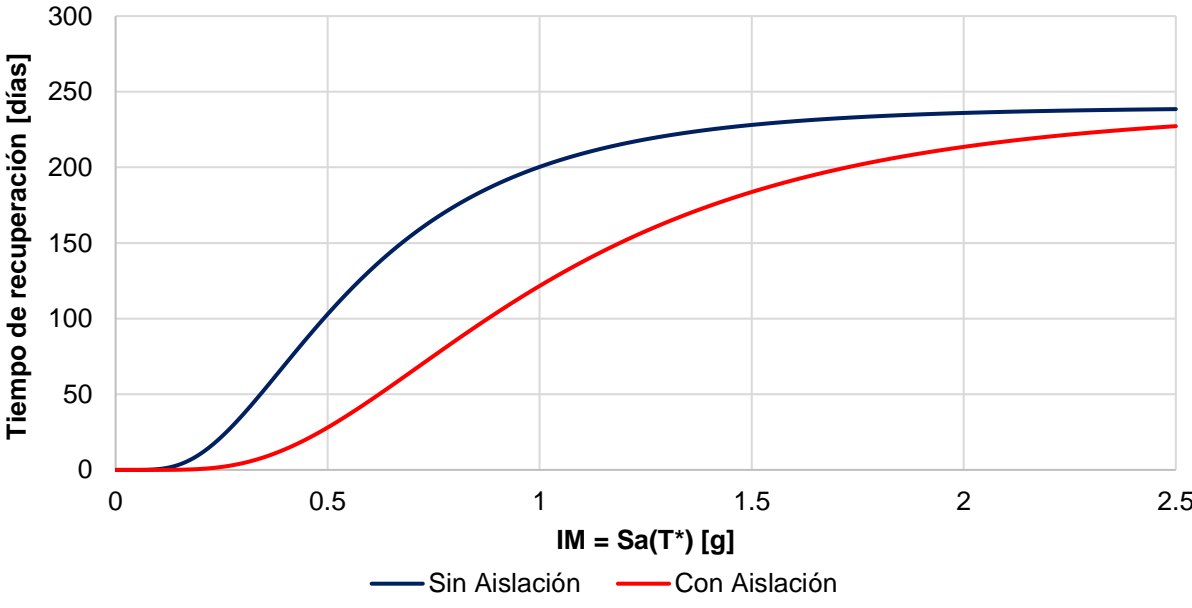
**Figura 3.50 Comparativa de curvas probabilísticas de pérdidas**

En las Figuras 3.51 y 3.52 se muestran la comparación del daño físico esperado y del tiempo de recuperación en función de la intensidad sísmica  $S_a(T^*)$ , para estructuras con y sin aislamiento sísmico. Para niveles bajos de intensidad, ambas configuraciones presentan un comportamiento similar, con daños y tiempos de recuperación reducidos. A medida que la intensidad sísmica aumenta, la estructura sin aislamiento experimenta un incremento acelerado del daño físico, alcanzando valores cercanos al daño total para

intensidades moderadas. En contraste, la estructura con aislamiento presenta una evolución más gradual del daño, evidenciando una reducción significativa de la demanda sísmica transmitida a la superestructura.



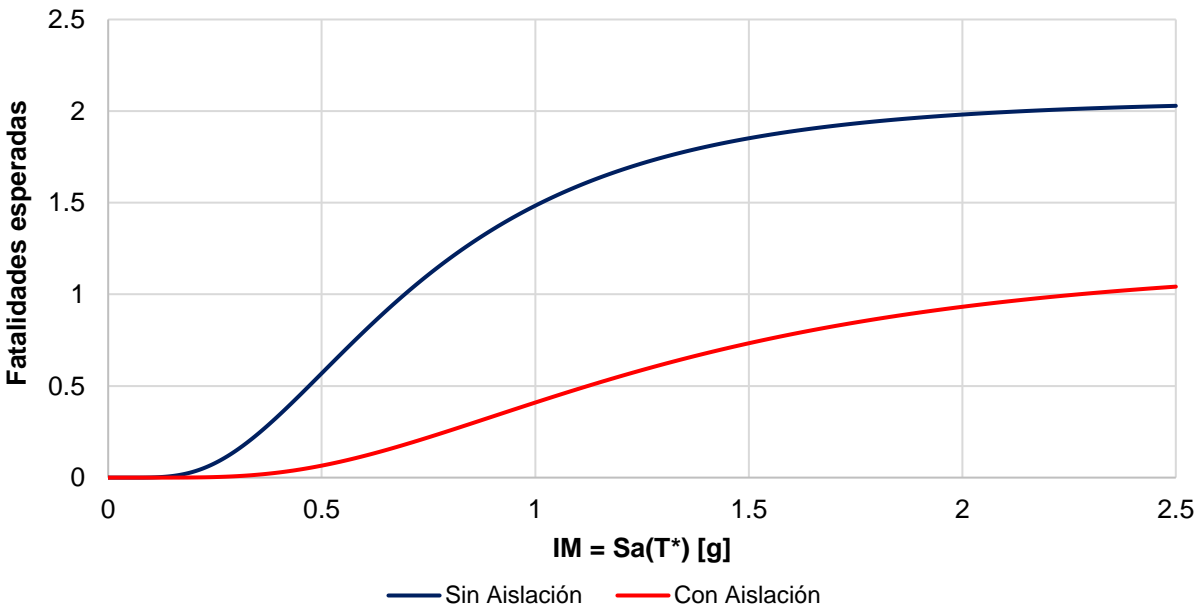
**Figura 3.51 Comparativa de daños físicos esperados**



**Figura 3.52 Comparativa de pérdidas temporales esperadas**

El tiempo de recuperación es considerablemente mayor en la estructura sin aislamiento, reflejando una pérdida prolongada de funcionalidad. Por el contrario, la estructura aislada muestra tiempos de recuperación menores, lo que indica una mejora sustancial en la resiliencia y continuidad operativa. En su conjunto, los resultados confirman que el aislamiento sísmico constituye una estrategia eficaz para reducir tanto el daño físico como las pérdidas temporales, especialmente ante eventos sísmicos de mediana y alta intensidad, fortaleciendo el desempeño estructural y la resiliencia post-sismo.

En cuanto a consecuencias humanas, el esquema mantiene 24 personas en los cuatro escenarios, por lo que las diferencias en fatalidades esperadas provienen exclusivamente de cambios en la probabilidad de colapso o en la excedencia de estados severos. Para el escenario de TR de 2475 años, la probabilidad de colapso en IM\* disminuye con aislación. Esta reducción es consistente con la disminución de demandas globales y aporta una lectura integral del beneficio, al desplazar la respuesta hacia estados de daño menos severos, la aislación reduce simultáneamente pérdidas económicas y la severidad esperable del daño en eventos raros (Figura 3.53).



**Figura 3.53 Comparativa de fatalidades esperadas**

La aislación sísmica introduce el cambio dinámico esperado, el aumento de  $T^*$  y relocalización del escenario probabilista en  $Sa(T^*)$ , incrementa el valor de reposición total al incorporar el costo del sistema de aislación y reduce de manera marcada las pérdidas anualizadas y las pérdidas de cola en escenarios raros. El efecto es particularmente intenso donde la pérdida esperada condicionado a un nivel de amenaza de 2475 años y  $P_{ML}$  percentil 90 disminuyen en forma muy pronunciada. Desde la interpretación física, la evidencia apunta a que el beneficio principal proviene del control conjunto de aceleraciones y derivas que gobiernan el daño no estructural, confirmando que, para esta tipología residencial y el inventario considerado, la mitigación del riesgo económico depende tanto del desempeño global del sistema resistente como del comportamiento de los componentes no estructurales sensibles a la demanda sísmica transmitida a la superestructura.

# CAPÍTULO 4

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El presente capítulo sintetiza los principales hallazgos obtenidos a lo largo del estudio, integrando los resultados del análisis estructural y del desempeño sísmico de la edificación evaluada. A partir de la aplicación conjunta de análisis lineales y no lineales, así como de metodologías avanzadas de evaluación del daño y estimación de pérdidas, se establecen conclusiones orientadas a valorar el comportamiento sísmico global de la estructura convencional y con aislación, y se formulan recomendaciones técnicas que contribuyen a la mejora del desempeño estructural y a la toma de decisiones en el diseño sismorresistente.

### Conclusiones

El análisis lineal dinámico permitió verificar que la edificación presenta una configuración estructural adecuada, con una distribución equilibrada de masas y rigideces. Los modos de vibración dominantes corresponden a traslaciones en las direcciones principales, alcanzándose una participación de masa acumulada superior al 90% en los primeros seis modos. El período fundamental obtenido, de 0.86s, se encuentra por debajo del límite normativo de 1.29s establecido por la normativa sismorresistente vigente, confirmando el cumplimiento de los criterios de regularidad y control dinámico en la configuración convencional.

La aplicación del análisis estático no lineal tipo pushover, combinada con la obtención de sistemas equivalentes SDOF, permitió caracterizar de forma consistente el comportamiento inelástico global de la edificación en ambos sentidos principales. La incorporación del sistema de aislación sísmica produjo un alargamiento significativo del período efectivo del sistema equivalente, pasando de 0.93s a 2.74s en el sentido X y de 1.00s a 2.85s en el sentido Y. Este incremento confirma el cambio dinámico esperado del sistema estructural, asociado a una reducción de la rigidez efectiva y a una disminución de la demanda espectral transmitida a la superestructura.

La caracterización del SDOF equivalente evidenció que la incorporación del sistema de aislación sísmica modifica principalmente la rigidez efectiva y la capacidad de deformación del sistema, acompañadas de un incremento moderado en la resistencia de fluencia. En particular, la fuerza de fluencia aumentó en un 13.2% en el sentido X y en un 16.5% en el sentido Y, mientras que el desplazamiento de fluencia aumentó un 40.9% en el sentido X y un 31.1% en el sentido Y, lo que refleja una mayor capacidad del sistema para acomodar deformaciones antes del inicio del comportamiento inelástico de la superestructura, modificando de manera sustancial el mecanismo que gobierna la respuesta estructural.

A partir de las propiedades del SDOF equivalente en el sentido crítico Y, se obtuvieron las curvas de fragilidad mediante el método SPO2FRAG. Los resultados muestran un desplazamiento sistemático de las medianas hacia mayores valores de intensidad sísmica en la estructura con aislación para todos los estados de daño analizados. En particular, la mediana del estado IO aumentó de 0.40g a 0.77g, la del estado LS de 0.61g a 1.02g y la del estado CP de 0.71g a 1.25g, registrando incrementos del orden de 92.5%, 67.2% y 76.1%, respectivamente. Estas amplificaciones confirman una reducción significativa de la probabilidad de exceder estados de daño moderados y severos para un mismo nivel de intensidad sísmica. Por su parte, el estado FO presentó un incremento del 110% de la mediana, aumentando de 0.19g a 0.40g, asociado principalmente a la modificación del comportamiento inicial del sistema.

La conversión de las curvas de fragilidad en curvas de vulnerabilidad permitió cuantificar el impacto de la aislación sísmica en las pérdidas económicas esperadas. En el sentido crítico Y, la mediana de la curva de vulnerabilidad se incrementó de 0.56g en la estructura sin aislación a 0.99g en la estructura aislada, lo que representa un aumento del 76.8%. Este desplazamiento indica que, para un mismo nivel de intensidad sísmica, la pérdida media esperada es considerablemente menor en el sistema con aislación. Adicionalmente, la dispersión disminuyó ligeramente de 0.60 a 0.57, evidenciando una respuesta probabilística más estable.

La estimación de pérdidas probables mediante la combinación de las curvas de vulnerabilidad con la amenaza sísmica del sitio, permitió cuantificar de manera objetiva el beneficio económico de la aislación sísmica. Para un escenario con período de retorno de 2475 años, la pérdida máxima probable correspondiente al percentil 90 se redujo de 615.418 USD en la estructura convencional a 65.712 USD en la estructura aislada. De igual manera, la pérdida esperada condicionada a dicho nivel de amenaza se redujo de 301.617 USD a 32.205 USD, lo que representa una reducción aproximada de diez veces en las pérdidas económicas asociadas a eventos sísmicos severos, confirmando la alta eficacia del sistema de aislación.

A pesar del incremento del valor de reposición total asociado a la incorporación del sistema de aislación, incrementando de 1.636.980 USD a 1.786.980 USD; compensando en reducciones de la pérdida máxima probable y la pérdida esperada, lo cual demuestra que la disminución del riesgo no se debe a una menor exposición económica, sino a una mejora real, directa y cuantificable del desempeño estructural y no estructural de la edificación.

El análisis comparativo del daño físico y de las pérdidas temporales esperadas confirma que la incorporación de aislamiento sísmico constituye una estrategia eficaz para la mitigación del riesgo sísmico, puesto que permite reducir de forma consistente el nivel de daño estructural y acortar los tiempos de recuperación a medida que aumenta la intensidad sísmica, fortaleciendo así la resiliencia estructural y la continuidad funcional de las edificaciones frente a eventos sísmicos moderados y severos.

El análisis de consecuencias humanas evidenció una disminución de la probabilidad de colapso para el escenario de período de retorno de 2475 años, lo que se traduce en una reducción directa de las fatalidades esperadas. Este resultado se atribuye al desplazamiento de la respuesta estructural hacia estados de daño menos severos y a la reducción de las demandas globales transmitidas a la superestructura. En conjunto, los resultados confirman que el beneficio principal de la aislación sísmica proviene del control simultáneo de aceleraciones y derivas, reduciendo de manera significativa el

daño en componentes no estructurales, los cuales concentran una fracción dominante de las pérdidas económicas en edificaciones residenciales.

A modo de conclusión, el presente estudio demuestra que una metodología basada en análisis pushover, curvas de fragilidad, curvas de vulnerabilidad y estimación probabilista de pérdidas permite evaluar de forma coherente y consistente el impacto de la aislación sísmica. Los resultados obtenidos evidencian que el cumplimiento normativo orientado únicamente a la prevención del colapso no garantiza la reducción de pérdidas económicas ni la funcionalidad post-sismo. En el contexto ecuatoriano, caracterizado por una elevada amenaza sísmica y una limitada aplicación de sistemas de protección sísmica, esta investigación aporta evidencia cuantitativa que respalda la viabilidad técnica y el alto potencial de la aislación sísmica como estrategia efectiva para la mitigación del riesgo sísmico económico, funcional y humano en edificaciones de hormigón armado.

### **Recomendaciones**

Se recomienda que futuros estudios complementen la metodología empleada con la ejecución de análisis dinámicos incrementales (IDA) utilizando registros sísmicos representativos del sitio de estudio, con el objetivo de validar y refinar las curvas de fragilidad obtenidas mediante el enfoque SPO2FRAG, así como de evaluar de manera más precisa la influencia de la variabilidad registro–registro en la respuesta estructural.

De la misma manera, se recomienda que futuros estudios analicen la conveniencia de emplear directamente el período fundamental de la estructura como parámetro de referencia para la obtención de curvas IDA y de fragilidad, en lugar del período efectivo, con el fin de evaluar si esta aproximación permite una representación más consistente y realista de la respuesta sísmica y del riesgo asociado.

Es aconsejable extender la aplicación de la metodología desarrollada a otras tipologías estructurales comunes en el contexto ecuatoriano, tales como edificaciones de mayor altura, estructuras con irregularidades en planta y elevación, y sistemas estructurales

duales, de acero y de mampostería confinada, a fin de ampliar el alcance del estudio y mejorar la generalización de los resultados obtenidos.

Se sugiere incorporar de forma más detallada la modelación de componentes no estructurales sensibles a la aceleración y al desplazamiento, dado que estos elementos representan una fracción significativa de las pérdidas económicas totales y condicionan de manera directa la funcionalidad y el tiempo de recuperación de la edificación posterior a un evento sísmico.

Para evaluaciones de viabilidad económica más completas, se recomienda desarrollar análisis de costo–beneficio que integren explícitamente el costo inicial de implementación de los sistemas de aislación sísmica frente a la reducción esperada de pérdidas económicas, funcionales y temporales a lo largo de la vida útil de la edificación, considerando diferentes niveles de amenaza sísmica.

Resulta recomendable que la normativa ecuatoriana avance hacia la incorporación de lineamientos específicos para la estimación probabilista de pérdidas, tiempos de reparación y recuperación funcional, alineándose con estándares internacionales como FEMA P-58 (FEMA, 2018) y ASCE/SEI 41-23 (ASCE/SEI, 2023), con el fin de fortalecer el enfoque de diseño basado en desempeño en el país.

Se recomienda profundizar en la evaluación de las incertidumbres aleatorias y epistémicas, asociadas a los parámetros de modelación, propiedades de materiales y caracterización de la demanda sísmica, mediante análisis de sensibilidad que permitan identificar las variables con mayor influencia en la estimación de pérdidas y, de esta forma, mejorar la robustez de los resultados.

Por último, se sugiere que la metodología propuesta sea empleada como herramienta de apoyo en estudios preliminares de reforzamiento sísmico, evaluación de edificaciones existentes y planificación urbana, contribuyendo a una gestión del riesgo sísmico más informada, técnica y sostenible en el contexto nacional.

# BIBLIOGRAFÍA

Aguirre López, C. A. (2017). *Análisis de casos y diseño de guía pre y post eventos sísmicos* [Universidad San Francisco de Quito]. <http://repositorio.usfq.edu.ec/handle/23000/6736>

American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). (2014). *Guide Specifications for Seismic Isolation Design* (4<sup>a</sup> ed.).

American Society of Civil Engineers. (2017a). Minimum design loads and associated criteria for buildings and other structures (ASCE/SEI 7-16). En *Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures*. American Society of Civil Engineers (ASCE). <https://doi.org/https://doi.org/10.1061/9780784414248>

American Society of Civil Engineers. (2017b). Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings (ASCE/SEI 41-17). En *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings*. American Society of Civil Engineers. <https://doi.org/https://doi.org/10.1061/9780784414859>

American Society of Civil Engineers. (2023). Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings (ASCE/SEI 41-23). *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings*. <https://doi.org/https://doi.org/10.1061/9780784416112>

Arroyo, O., Liel, A., & Gutiérrez, S. (2017). Performance based assessment of reinforced concrete frames designed using eigenfrequency optimization. *Procedia Engineering*, 199, 3504–3509. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.498>

Baker, J. W. (2015). Efficient analytical fragility function fitting using dynamic structural analysis. *Earthquake Spectra*, 31(1), 579–599. <https://doi.org/10.1193/021113EQS025M>

- Baltzopoulos, G., Baraschino, R., Iervolino, I., & Vamvatsikos, D. (2017). SPO2FRAG: software for seismic fragility assessment based on static pushover. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 15(10), 4399–4425. <https://doi.org/10.1007/s10518-017-0145-3>
- Borrero Bucheli, A. A., & García Vincés, L. J. (2025). La rehabilitación y la construcción en pedernales luego de nueve años del terremoto del 16 de abril de 2016. *UNESUM - Ciencias. Revista Científica Multidisciplinaria*, 9(2), 102–114. <https://doi.org/10.47230/unesum-ciencias.v9.n2.2025.102-114>
- Cabrera, T., Hube, M. A., María, H. S., Silva, V., Martins, L., Yepes-Estrada, C., & Chacón, M. F. (2024). Empirical fragility curves for houses in Chile using damage data from two earthquakes. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 22(11), 5619–5638. <https://doi.org/10.1007/s10518-024-01933-w>
- Chopra, A. K. (2017). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Pearson. [https://books.google.com.ec/books?id=R8\\_XjwEACAAJ](https://books.google.com.ec/books?id=R8_XjwEACAAJ)
- Coburn, A., & Spence, R. (2002). Earthquake protection: Second edition. En *Earthquake Protection: Second Edition* (2<sup>a</sup> ed.). John Wiley & Sons, Ltd. <https://doi.org/10.1002/0470855185>
- Concejo Metropolitano de Quito. (2011). *Ordenanza Metropolitana No.152*. [https://www7.quito.gob.ec/mdmq\\_ordenanzas/concejo%20abierto/ordenanzas/2011/ORDMUN0152.pdf](https://www7.quito.gob.ec/mdmq_ordenanzas/concejo%20abierto/ordenanzas/2011/ORDMUN0152.pdf)
- Concejo Metropolitano de Quito. (2025). *Ordenanza Metropolitana No.108-2025*. [https://www7.quito.gob.ec/mdmq\\_ordenanzas/Administraci%C3%B3n%202023-2027/Ordenanzas/2025/ORD-108-2025-MET%20-%20VALORACI%C3%93N.pdf](https://www7.quito.gob.ec/mdmq_ordenanzas/Administraci%C3%B3n%202023-2027/Ordenanzas/2025/ORD-108-2025-MET%20-%20VALORACI%C3%93N.pdf)
- Costa, G., & Cardoso, D. C. T. (2023). Nonlinear analysis of GFRP reinforced concrete beams using moment-rotation approach and conjugate beam method. *Engineering*

- Cremon, G., & Baker, J. W. (2019). Improving FEMA P-58 non-structural component fragility functions and loss predictions. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 17(4), 1941–1960. <https://doi.org/10.1007/s10518-018-00535-7>
- De Luca, F., Vamvatsikos, D., & Iervolino, I. (2013). Near-optimal piecewise linear fits of static pushover capacity curves for equivalent SDOF analysis. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 42(4), 523–543. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/eqe.2225>
- Eriksen, K., Mohammed, M., & Coria, C. (2018). Seismic isolation in North and South America. *2018 NZSEE Conference 1*.
- Federal Emergency Management Agency. (2000). *PRESTANDARD AND COMMENTARY FOR THE SEISMIC REHABILITATION OF BUILDINGS (FEMA 356)*.
- Federal Emergency Management Agency. (2001). Advanced Engineering Building Module (AEBM) Manual (Hazus-MH 2.1). En *Technology Acting Branch Chief*. Claire Drury. [www.msc.fema.gov](http://www.msc.fema.gov)
- Federal Emergency Management Agency. (2018). *Seismic Performance Assessment of Buildings Volume 1 – Methodology Second Edition (FEMA P-58-1)*. <https://femap58.atcouncil.org/documents/fema-p-58/24-fema-p-58-volume-1-methodology-second-edition/file>
- Guerrero Bobadilla, H., Aguilar Hernández, J., & Sámano Brito, O. (2022). COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE EDIFICIOS CON AISLADORES DE PÉNDULO DE FRICCIÓN EN LA ZONA DEL LAGO DE LA CIUDAD DE MÉXICO. *Revista Ingeniería Sísmica*, (107), 1–21. <https://doi.org/10.18867/ris.107.584>

Günay, M. S., & Mosalam, K. M. (2012). *PEER Performance Based Earthquake Engineering Methodology, Revisited*.  
[https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/WCEE2012\\_5606.pdf](https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/WCEE2012_5606.pdf)

Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional (IG-EPN). (2023). *Informe Sísmico Especial No. 2023-003*. <https://www.igepn.edu.ec/servicios/noticias/2024-informe-sismico-especial-no-2023-003>

Işık, E., Avcil, F., Hadzima-Nyarko, M., İzol, R., Büyüksaraç, A., Arkan, E., Radu, D., & Özcan, Z. (2024). Seismic Performance and Failure Mechanisms of Reinforced Concrete Structures Subject to the Earthquakes in Türkiye. *Sustainability (Switzerland)*, 16(15). <https://doi.org/10.3390/su16156473>

Kappos, A. J. (2013). Seismic Vulnerability and Loss Assessment for Buildings in Greece. En *Seismic Vulnerability of Structures* (pp. 111–160). John Wiley and Sons. <https://doi.org/10.1002/9781118603925.ch3>

Kelly, J. M. (1997). Earthquake-Resistant Design with Rubber. En *Earthquake-Resistant Design with Rubber* (2<sup>a</sup> ed.). Springer London. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0971-6>

Kircher, C. A., Whitman, R. V., & Holmes, W. T. (2006). Hazus Earthquake Loss Estimation Methods. *Natural Hazards Review*, 7(2), 45–59. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1527-6988\(2006\)7:2\(45\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1527-6988(2006)7:2(45))

Kitayama, S., & Cilsalar, H. (2022). Seismic loss assessment of seismically isolated buildings designed by the procedures of ASCE/SEI 7-16. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 20(2), 1143–1168. <https://doi.org/10.1007/s10518-021-01274-y>

- Krawinkler, H., & Seneviratna, G. D. P. K. (1998). Pros and cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation. *Engineering Structures*, 20(4), 452–464. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(97\)00092-8](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0141-0296(97)00092-8)
- Lanning, F., Haro, A. G., Liu, M. K., Monzón, A., Monzón-Despang, H., Schultz, A., Tola, A., Diaz-Fanas, G., Antonaki, N., Nikolaou, S., Vera-Grunauer, X., Gilsanz, R., Diaz, V., Franco, G., Stone, H., Ahmed, B., Chian, C., Hughes, F., Jirouskova, N., Lopez, J. (2016). EERI Earthquake Reconnaissance Team Report: M7.8 Muisne, Ecuador Earthquake on April 16, 2016. *Earthquake Engineering Research Institute*.
- Mander, J. B., Priestley, M. J. N., & Park, R. (1988). Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering*, 114(8), 1804–1826. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:8\(1804\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:8(1804))
- Mazza, F. (2023). Nonlinear seismic analysis of RC framed structures with horizontal and vertical base-isolation. *Procedia Structural Integrity*, 44, 1172–1179. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2023.01.151>
- Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda (MIDUVI). (2015a). *Norma Ecuatoriana de la Construcción: Seguridad Estructural – Cargas (no sísmicas) (NEC-SE-CG)*. <https://www.habitatyvivienda.gob.ec/wp-content/uploads/2023/03/1.-NEC-SE-CG-Cargas-No-Sismicas.pdf>
- Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda (MIDUVI). (2015b). *Norma Ecuatoriana de la Construcción: Seguridad Estructural – Peligro Sísmico, diseño sísmo resistente (NEC-SE-DS)*. <https://www.habitatyvivienda.gob.ec/wp-content/uploads/2023/03/2.-NEC-SE-DS-Peligro-Sismico-parte-1.pdf>
- Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda (MIDUVI). (2015c). *Norma Ecuatoriana de la Construcción: Seguridad Estructural – Estructuras de Hormigón Armado (NEC-SE-*

HM). <https://www.habitatyvivienda.gob.ec/wp-content/uploads/2023/03/8.-NEC-SE-HM-Hormigon-Armado.pdf>

Mucedero, G., Brunesi, E., & Parisi, F. (2020). Nonlinear material modelling for fibre-based progressive collapse analysis of RC framed buildings. *Engineering Failure Analysis*, 118. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104901>

Naciones Unidas. (s. f.). *Objetivos y metas de desarrollo sostenible - Desarrollo Sostenible*. Recuperado 26 de enero de 2026, de <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/sustainable-development-goals/>

Naeim, F., & Kelly, J. (1999). DESIGN OF SEISMIC ISOLATED STRUCTURES: From Theory to Practice. *Design of Seismic Isolated Structures: From Theory to Practice*, 1–290. <https://doi.org/10.1002/9780470172742>

Porter, K. (2003). An Overview of PEER's Performance-Based Earthquake Engineering Methodology. *Ninth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP9)*. [https://apps.peer.berkeley.edu/research/peertestbeds/Cct/Porter%20\(2003\)%20PEER%20methodology%20overview.pdf](https://apps.peer.berkeley.edu/research/peertestbeds/Cct/Porter%20(2003)%20PEER%20methodology%20overview.pdf)

Porter, K. (2021). *A Beginner's Guide to Earthquake Fragility Vulnerability and Risk*. <https://www.sparisk.com/pubs/Porter-beginners->

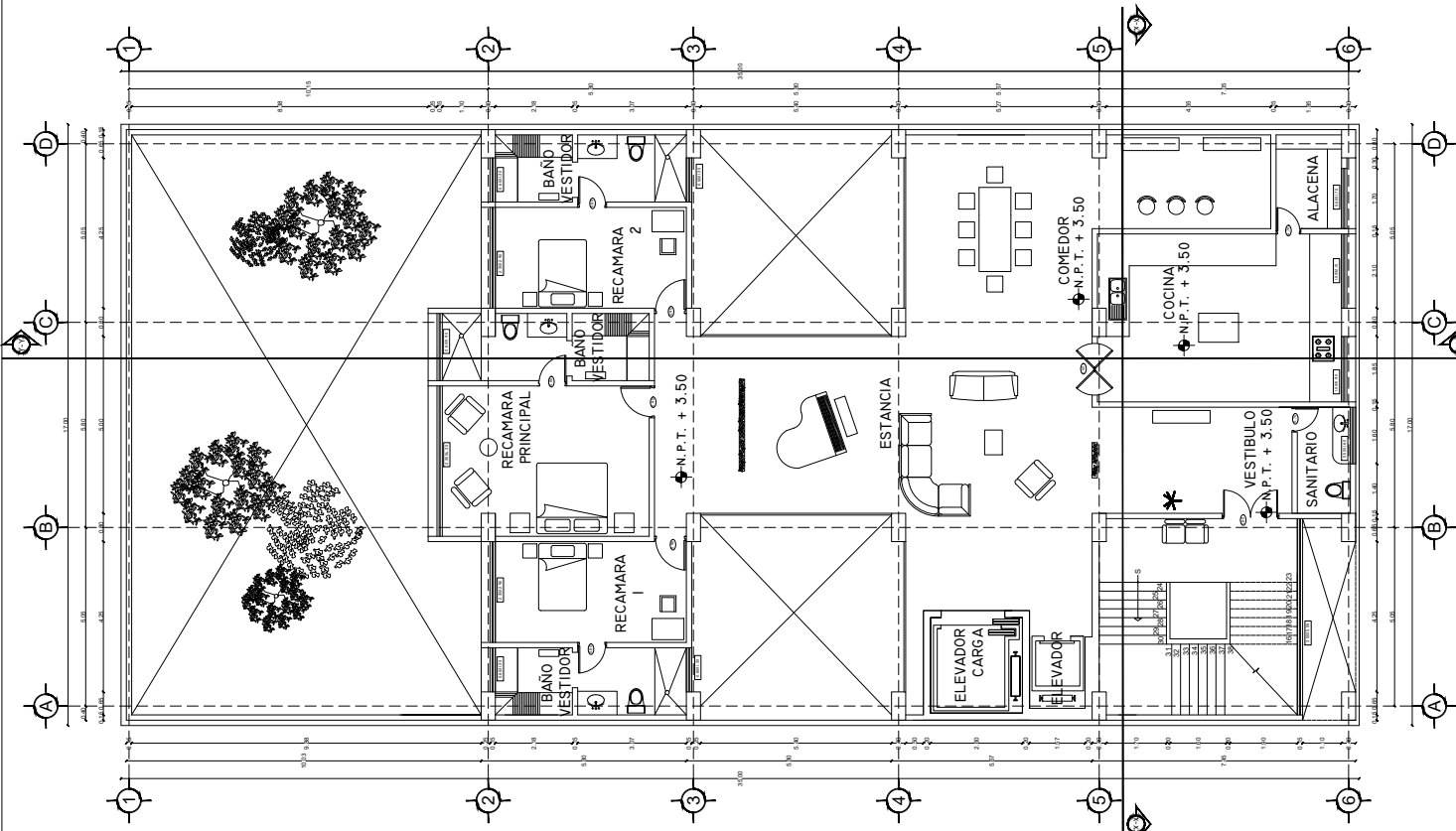
Robinson, W. H., Tucker, A. G., & Greenbank, L. R. (1977). A lead-rubber shear damper. *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, 10(3), 151–153. <https://doi.org/https://doi.org/10.5459/bnzsee.10.3.151-153>

Rossetto, T., & Elnashai, A. (2003). Derivation of vulnerability functions for European-type RC structures based on observational data. *Engineering Structures*, 25(10), 1241–1263. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(03\)00060-9](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0141-0296(03)00060-9)

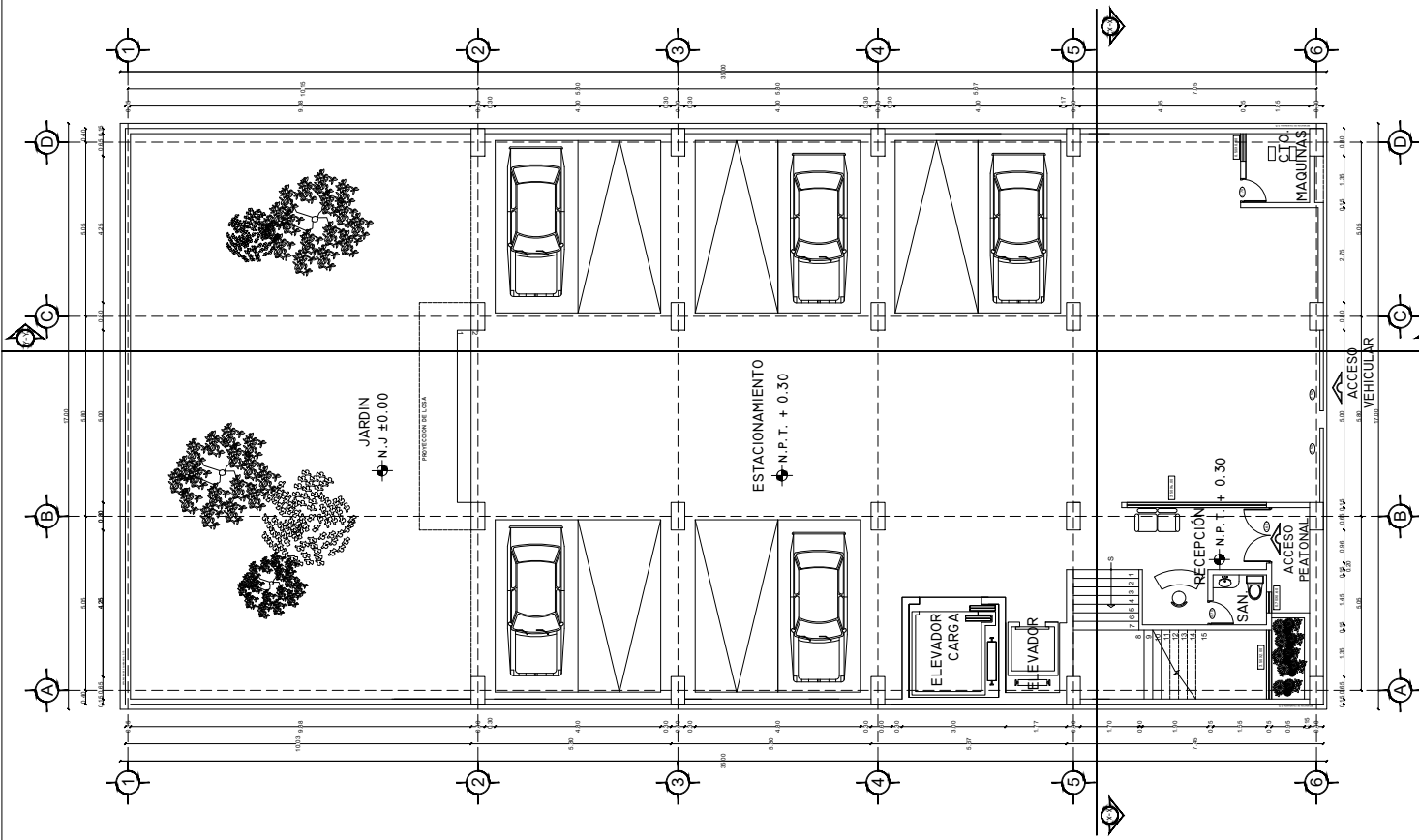
- Skinner, R. I., Kelly, J. M., & Heine, A. J. (1974). Hysteretic dampers for earthquake-resistant structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 3(3), 287–296. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/eqe.4290030307>
- Stewart, J. P., Chiou, S.-J., Bray, J. D., Graves, R. W., Somerville, P. G., & Abrahamson, N. A. (2001). *Ground Motion Evaluation Procedures for Performance-Based Design*.
- Vamvatsikos, D., & Allin Cornell, C. (2006). Direct estimation of the seismic demand and capacity of oscillators with multi-linear static pushovers through IDA. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 35(9), 1097–1117. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/eqe.573>
- Zayas, V. A., Low, S. S., & Mahin, S. A. (1990). A Simple Pendulum Technique for Achieving Seismic Isolation. *Earthquake Spectra*, 6(2), 317–333. <https://doi.org/10.1193/1.1585573>

# **PLANOS Y ANEXOS**

ORIENTACIÓN NORTE		SIMBOLOGÍA --- INCORPORACIÓN EN ALZADO --- INCORPORACIÓN EN PLANTA --- INCORPORACIÓN EN SECCIÓN --- INCORPORACIÓN EN CORTES --- INCORPORACIÓN EN PLANTA	
PLANO 1 PLANIMETRÍA DE EDIFICACIÓN		CONTENIDO PLANTAS	
PROYECTO EDIFICIO DE DEPARTAMENTOS		UBICACIÓN	
DIBUJANTE		REVISOR	
ACOTACION		METROS	
ESCALA 1:75		CLAVE A-4	
FECHA 01-ENERO-2026		ESCALA GRÁFICA	



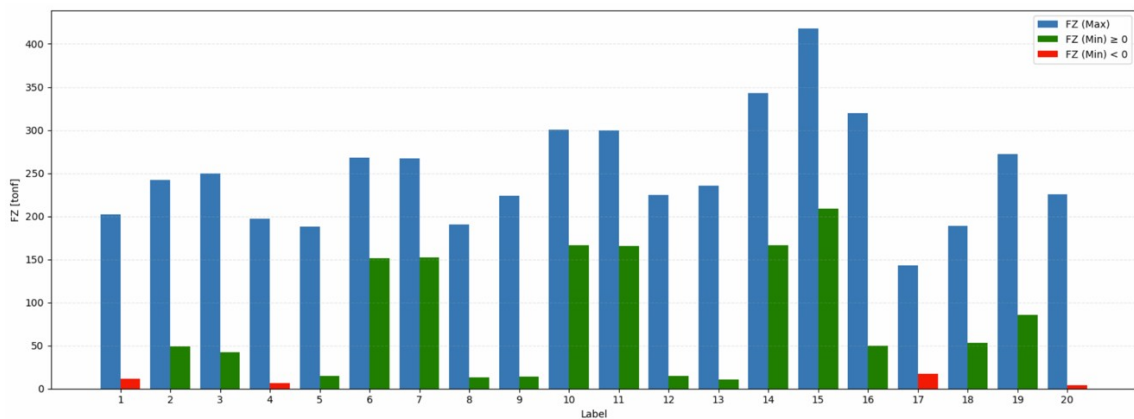
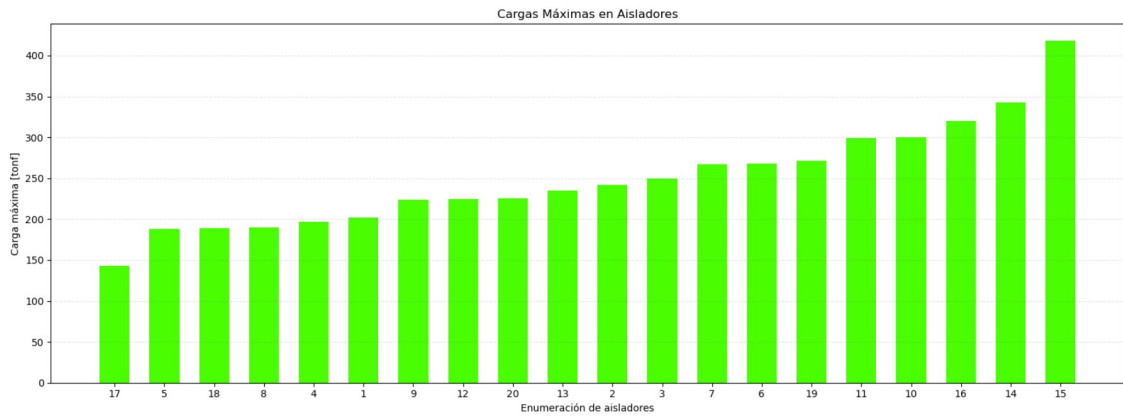
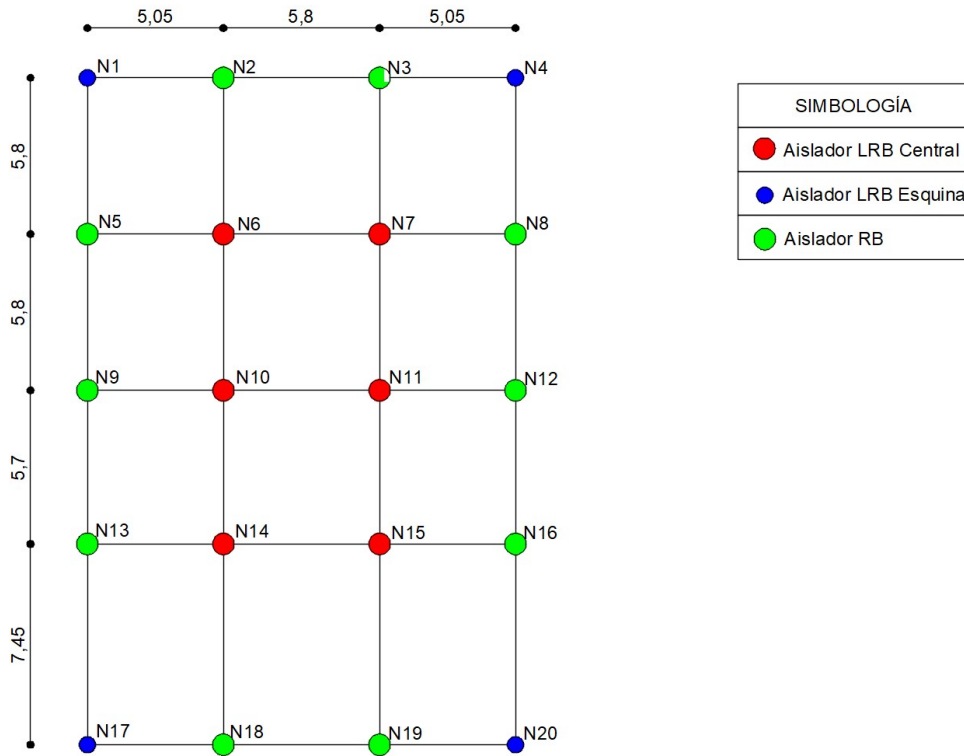
PLANTA ALTA (TIPO)



PLANTA BAJA



## Anexo 1: Diseño del Sistema de Aislación Sísmica



\* Se evidencia tracción en los aisladores esquineros dada la configuración en planta

# DISEÑO RB

## Datos de entrada:

$$T_{objetivo} := 2.424 \text{ s}$$

$$\beta_M := 0.14$$

$$D_M := 29.85 \text{ cm}$$

$$\beta_{Mx0} := 10 \quad B_{My0} := 1.2$$

$$\beta_{Mx1} := 20 \quad B_{My1} := 1.5$$

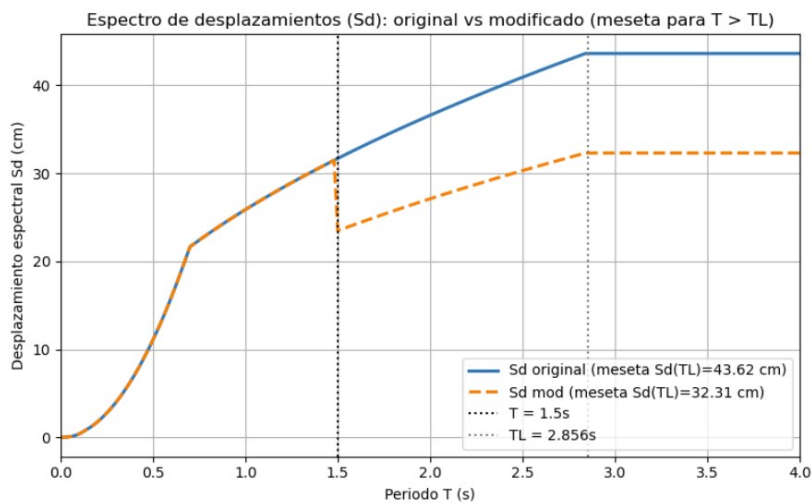
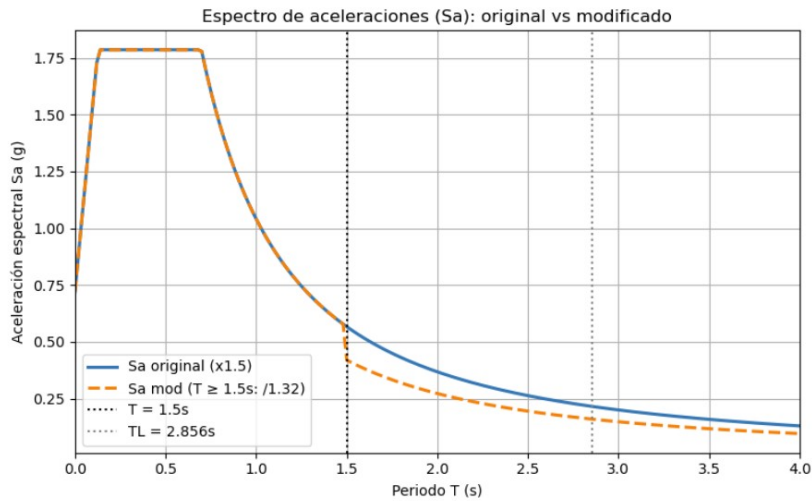
$$B_M := B_{My0} + \frac{B_{My1} - B_{My0}}{\beta_{Mx1} - \beta_{Mx0}} \cdot (\beta_M \cdot 100 - \beta_{Mx0}) = 1.32$$

Table 17.5-1 Damping Factor,  $B_M$

Effective Damping, $\beta_M$ (percentage of critical) <sup>a,b</sup>	$B_M$ Factor
$\leq 2$	0.8
5	1.0
10	1.2
20	1.5
30	1.7
40	1.9
$\geq 50$	2.0

<sup>a</sup>The damping factor shall be based on the effective damping of the isolation system determined in accordance with the requirements of Section 17.2.8.6.  
<sup>b</sup>The damping factor shall be based on linear interpolation for effective damping values other than those given.

## Espectros de diseño considerando MCER



T = 2.42 s  
 Sd original = 40.30 cm  
 Sd modificado = 29.85 cm

## Combinaciones de carga:

$$P_{max1} := 319.95 \text{ tonnef}$$

$$P_{oestatico1} := 153.56 \text{ tonnef}$$

## Datos Aislador:

Geometría

Propiedades

Capas acero

Capas elastómero

$$D_e := 650 \text{ mm}$$

$$G_r := 0.4 \text{ MPa}$$

$$t_e := 25 \text{ mm}$$

$$N_{elastómero} := 27$$

$$t_s := 2.7 \text{ mm}$$

$$t_r := 8 \text{ mm}$$

## Desplazamiento máximo total:

$$D_{TM} := D_M \cdot 1.15 = 343.275 \text{ mm}$$

$$D_{TM} := 343.13 \text{ mm}$$

\*Se obtiene del desplazamiento vectorial, está cerca del umbral de 1.15 veces DM

## Cálculo aislador:

$$h_{r\_RB} := N_{elastómero} \cdot t_r = 216 \text{ mm}$$

$$N_{acero} := N_{elastómero} - 1 = 26$$

$$h_{acero\_RB} := N_{acero} \cdot t_s = 70.2 \text{ mm}$$

$$H := h_{r\_RB} + h_{acero\_RB} = 286.2 \text{ mm}$$

$$A_{r\_RB} := \frac{\pi \cdot D_e^2}{4} = 0.332 \text{ m}^2$$

$$K_d := \frac{G_r \cdot A_{r\_RB}}{h_{r\_RB}} = 614.501 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$Q_d := 0 \text{ kN}$$

$$K_{effM1} := K_d + \frac{Q_d}{D_M} = 614.501 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$K_u := K_d = 614.501 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\Delta_y := 0$$

$$F_y := 0$$

$$EDC_M := 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\beta_{M1} := \frac{EDC_M}{2 \cdot \pi \cdot K_{effM1} \cdot D_M^2} = 0$$

Restricciones geométricas

$$\frac{D_e}{h_{r\_RB}} = 3.009 \quad \left| \begin{array}{l} \text{if } \frac{D_e}{h_{r\_RB}} > 3 \\ \parallel \text{ "Cumple" } \\ \text{else} \\ \parallel \text{ "No cumple" } \end{array} \right. = \text{"Cumple"}$$

$$\alpha := \frac{\sqrt{D_e^2 - D_{TM}^2}}{D_e} = 0.849$$

$$\text{asin}(\alpha) = 1.015$$

$$A_{Red} := \frac{2 \cdot A_{r\_RB}}{\pi \cdot D_e^2} \cdot \left( D_e^2 \cdot \text{asin}(\alpha) - D_{TM} \cdot \sqrt{D_e^2 - D_{TM}^2} \right) = 0.12 \text{ m}^2$$

Verificación de capacidad de carga

$$S_{RB} := \frac{D_e}{4 \cdot t_r} = 20.313$$

$$P_{cr\_estat} := \frac{\pi \cdot G_r \cdot S_{RB} \cdot D_e \cdot A_{r\_RB}}{\sqrt{8} \cdot h_{r\_RB}} = 918.933 \text{ tonnef}$$

$$FS_{estático} := \frac{P_{cr\_estat}}{P_{oestatico1}} = 5.984 \quad \left| \begin{array}{l} \text{if } FS_{estático} > 3 \\ \parallel \text{ "Cumple" } \\ \text{else} \\ \parallel \text{ "No cumple" } \end{array} \right. = \text{"Cumple"}$$

$$P_{cr\_dinam} := \frac{\pi \cdot G_r \cdot S_{RB} \cdot D_e \cdot A_{Red}}{\sqrt{8} \cdot h_{r\_RB}} = 331.312 \text{ tonnef}$$

$$FS_{dinámico} := \frac{P_{cr\_dinam}}{P_{max1}} = 1.036 \quad \left| \begin{array}{l} \text{if } FS_{dinámico} > 1 \\ \parallel \text{ "Cumple" } \\ \text{else} \\ \parallel \text{ "No cumple" } \end{array} \right. = \text{"Cumple"}$$

Presión de apoyo

$$\sigma_{max} := 17 \text{ MPa}$$

$$\sigma := \frac{P_{max1}}{A_{r\_RB}} = 9.456 \text{ MPa}$$

if $\sigma < \sigma_{max}$	= "Cumple"
"Cumple"	
else	
"No cumple"	

Verificación de deformaciones en el elastómero

$$P_r := P_{max1} = 319.95 \text{ tonnef}$$

$$\varepsilon_u := 600\% = 6$$

$$\frac{D_{TM}}{h_{r\_RB}} + \frac{P_r}{G_r \cdot A_{r\_RB} \cdot S_{RB}} = 2.752 \qquad \frac{0.85 \cdot \varepsilon_u}{1.5} = 3.4$$

if $\frac{D_{TM}}{h_{r\_RB}} + \frac{P_r}{G_r \cdot A_{r\_RB} \cdot S_{RB}} \leq \frac{0.85 \cdot \varepsilon_u}{1.5}$	= "Cumple"
"Cumple"	
else	
"No cumple"	

## DISEÑO LRB CENTRALES

### Datos de entrada:

$$T_{\text{objetivo}} = 2.424 \text{ s}$$

$$\beta_M = 0.14$$

$$D_M = 298.5 \text{ mm}$$

### Combinaciones de carga:

$$P_{\text{max}2} := 417.83 \text{ tonnef}$$

$$P_{\text{oestatico}2} := 265.77 \text{ tonnef}$$

### Datos Aislador:

Geometría

Propiedades

Capas acero

Capas elastómero

$$D_e := 700 \text{ mm}$$

$$G_r := 0.4 \text{ MPa}$$

$$t_e := 25 \text{ mm}$$

$$N_{\text{elastómero}} := 29$$

$$D_l := 140 \text{ mm}$$

$$t_s := 2.7 \text{ mm}$$

$$t_r := 8 \text{ mm}$$

### Desplazamiento máximo total:

$$D_{TM} = 343.13 \text{ mm}$$

### Cálculo aislador:

$$h_{r\_LRB\_A} := N_{\text{elastómero}} \cdot t_r = 232 \text{ mm}$$

$$N_{\text{acero}} := N_{\text{elastómero}} - 1 = 28$$

$$h_{\text{acero\_LRB}} := N_{\text{acero}} \cdot t_s = 75.6 \text{ mm}$$

$$H := h_{r\_LRB\_A} + h_{\text{acero\_LRB}} = 307.6 \text{ mm}$$

$$A_{r\_LRB\_A} := \frac{\pi \cdot (D_e^2 - D_l^2)}{4} = 0.369 \text{ m}^2$$

$$A_l := \frac{\pi \cdot D_l^2}{4} = 0.015 \text{ m}^2$$

$$K_d := \frac{G_r \cdot A_{r\_LRB\_A}}{h_{r\_LRB\_A}} = 636.985 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$Q_d := A_l \cdot 8 \text{ MPa} = 123.15 \text{ kN}$$

$$K_{effM2} := K_d + \frac{Q_d}{D_M} = 1049.549 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$K_u := 10 \cdot K_d = 6369.85 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F_y := \frac{Q_d}{0.9} = 136.834 \text{ kN}$$

$$\Delta_y := \frac{Q_d}{9 \cdot K_d} = 21.481 \text{ mm}$$

$$EDC_M := 4 \cdot Q_d \cdot (D_M - \Delta_y) = 136.46 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\beta_{M2} := \frac{EDC_M}{2 \cdot \pi \cdot K_{effM2} \cdot D_M^2} = 0.232$$

Restricciones geométricas

$$\frac{D_e}{D_l} = 5 \quad \left| \begin{array}{l} \text{if } 3.3 < \frac{D_e}{D_l} < 6 \\ \parallel \text{ "Cumple" } \\ \text{else} \\ \parallel \text{ "No cumple" } \end{array} \right. = \text{"Cumple"}$$

$$\frac{D_e}{h_{r\_LRB\_A}} = 3.017 \quad \left| \begin{array}{l} \text{if } \frac{D_e}{h_{r\_LRB\_A}} > 3 \\ \parallel \text{ "Cumple" } \\ \text{else} \\ \parallel \text{ "No cumple" } \end{array} \right. = \text{"Cumple"}$$

$$\alpha := \frac{\sqrt{D_e^2 - D_{TM}^2}}{D_e} = 0.872$$

$$\text{asin}(\alpha) = 1.058$$

$$A_{Red} := \frac{2 \cdot A_{r\_LRB\_A}}{\pi \cdot D_e^2} \cdot (D_e^2 \cdot \text{asin}(\alpha) - D_{TM} \cdot \sqrt{D_e^2 - D_{TM}^2}) = 0.148 \text{ m}^2$$

Verificación de capacidad de carga

$$S_{LRB\_A} := \frac{D_e}{4 \cdot t_r} = 21.875$$

$$P_{cr\_estat} := \frac{\pi \cdot G_r \cdot S_{LRB\_A} \cdot D_e \cdot A_{r\_LRB\_A}}{\sqrt{8} \cdot h_{r\_LRB\_A}} = 1104.739 \text{ tonnef}$$

$$FS_{estático} := \frac{P_{cr\_estat}}{P_{oestatico2}} = 4.157 \quad \left. \begin{array}{l} \text{if } FS_{estático} > 3 \\ \parallel \text{“Cumple”} \\ \text{else} \\ \parallel \text{“No cumple”} \end{array} \right| = \text{“Cumple”}$$

$$P_{cr\_dinam} := \frac{\pi \cdot G_r \cdot S_{LRB\_A} \cdot D_e \cdot A_{Red}}{\sqrt{8} \cdot h_{r\_LRB\_A}} = 443.949 \text{ tonnef}$$

$$FS_{dinámico} := \frac{P_{cr\_dinam}}{P_{max2}} = 1.063 \quad \left. \begin{array}{l} \text{if } FS_{dinámico} > 1 \\ \parallel \text{“Cumple”} \\ \text{else} \\ \parallel \text{“No cumple”} \end{array} \right| = \text{“Cumple”}$$

Presión de apoyo

$$\sigma_{max} := 17 \text{ MPa}$$

$$\sigma := \frac{P_{max2}}{A_{r\_LRB\_A}} = 11.091 \text{ MPa} \quad \left. \begin{array}{l} \text{if } \sigma < \sigma_{max} \\ \parallel \text{“Cumple”} \\ \text{else} \\ \parallel \text{“No cumple”} \end{array} \right| = \text{“Cumple”}$$

Verificación de deformaciones en el elastómero

$$P_r := P_{max2} = 417.83 \text{ tonnef}$$

$$\varepsilon_u := 600\% = 6$$

$$\frac{D_{TM}}{h_{r\_LRB\_A}} + \frac{P_r}{G_r \cdot A_{r\_LRB\_A} \cdot S_{LRB\_A}} = 2.747$$

$$\frac{0.85 \cdot \varepsilon_u}{1.5} = 3.4$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } \frac{D_{TM}}{h_{r\_LRB\_A}} + \frac{P_r}{G_r \cdot A_{r\_LRB\_A} \cdot S_{LRB\_A}} \leq \frac{0.85 \cdot \varepsilon_u}{1.5} \\ \parallel \text{“Cumple”} \\ \text{else} \\ \parallel \text{“No cumple”} \end{array} \right| = \text{“Cumple”}$$

## DISEÑO LRB ESQUINEROS

### Datos de entrada:

$$T_{\text{objetivo}} = 2.424 \text{ s}$$

$$\beta_M = 0.14$$

$$D_M = 298.5 \text{ mm}$$

### Combinaciones de carga:

$$P_{\text{max}3} := 225.44 \text{ tonnef}$$

$$P_{\text{oestatico}3} := 88.23 \text{ tonnef}$$

### Datos Aislador:

Geometría

Propiedades

Capas acero

Capas elastómero

$$D_e := 600 \text{ mm}$$

$$G_r := 0.4 \text{ MPa}$$

$$t_e := 25 \text{ mm}$$

$$N_{\text{elastómero}} := 23$$

$$D_l := 125 \text{ mm}$$

$$t_s := 2.7 \text{ mm}$$

$$t_r := 8 \text{ mm}$$

### Desplazamiento máximo total:

$$D_{TM} = 343.13 \text{ mm}$$

### Cálculo aislador:

$$h_{r\_LRB\_B} := N_{\text{elastómero}} \cdot t_r = 184 \text{ mm}$$

$$N_{\text{acero}} := N_{\text{elastómero}} - 1 = 22$$

$$h_{\text{acero\_LRB}} := N_{\text{acero}} \cdot t_s = 59.4 \text{ mm}$$

$$H := h_{r\_LRB\_B} + h_{\text{acero\_LRB}} = 243.4 \text{ mm}$$

$$A_{r\_LRB\_B} := \frac{\pi \cdot (D_e^2 - D_l^2)}{4} = 0.27 \text{ m}^2$$

$$A_l := \frac{\pi \cdot D_l^2}{4} = 0.012 \text{ m}^2$$

$$K_d := \frac{G_r \cdot A_{r\_LRB\_B}}{h_{r\_LRB\_B}} = 587.982 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$Q_d := A_l \cdot 8 \text{ MPa} = 98.175 \text{ kN}$$

$$K_{effM3} := K_d + \frac{Q_d}{D_M} = 916.875 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$K_u := 10 \cdot K_d = 5879.815 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F_y := \frac{Q_d}{0.9} = 109.083 \text{ kN}$$

$$\Delta_y := \frac{Q_d}{9 \cdot K_d} = 18.552 \text{ mm}$$

$$EDC_M := 4 \cdot Q_d \cdot (D_M - \Delta_y) = 109.935 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\beta_{M3} := \frac{EDC_M}{2 \cdot \pi \cdot K_{effM3} \cdot D_M^2} = 0.214$$

Restricciones geométricas

$$\frac{D_e}{D_l} = 4.8 \quad \left| \begin{array}{l} \text{if } 3.3 < \frac{D_e}{D_l} < 6 \\ \parallel \text{ "Cumple" } \\ \text{else} \\ \parallel \text{ "No cumple" } \end{array} \right. = \text{"Cumple"}$$

$$\frac{D_e}{h_{r\_LRB\_B}} = 3.261 \quad \left| \begin{array}{l} \text{if } \frac{D_e}{h_{r\_LRB\_B}} > 3 \\ \parallel \text{ "Cumple" } \\ \text{else} \\ \parallel \text{ "No cumple" } \end{array} \right. = \text{"Cumple"}$$

$$\alpha := \frac{\sqrt{D_e^2 - D_{TM}^2}}{D_e} = 0.82$$

$$\sin(\alpha) = 0.962$$

$$A_{Red} := \frac{2 \cdot A_{r\_LRB\_B}}{\pi \cdot D_e^2} \cdot (D_e^2 \cdot \sin(\alpha) - D_{TM} \cdot \sqrt{D_e^2 - D_{TM}^2}) = 0.085 \text{ m}^2$$

Verificación de capacidad de carga

$$S_{LRB\_B} := \frac{D_e}{4 \cdot t_r} = 18.75$$

$$P_{cr\_estat} := \frac{\pi \cdot G_r \cdot S_{LRB\_B} \cdot D_e \cdot A_{r\_LRB\_B}}{\sqrt{8} \cdot h_{r\_LRB\_B}} = 749.205 \text{ tonnef}$$

$$FS_{estático} := \frac{P_{cr\_estat}}{P_{oestatico3}} = 8.491 \quad \left. \begin{array}{l} \text{if } FS_{estático} > 3 \\ \parallel \text{“Cumple”} \\ \text{else} \\ \parallel \text{“No cumple”} \end{array} \right| = \text{“Cumple”}$$

$$P_{cr\_dinam} := \frac{\pi \cdot G_r \cdot S_{LRB\_B} \cdot D_e \cdot A_{Red}}{\sqrt{8} \cdot h_{r\_LRB\_B}} = 235.074 \text{ tonnef}$$

$$FS_{dinámico} := \frac{P_{cr\_dinam}}{P_{max3}} = 1.043 \quad \left. \begin{array}{l} \text{if } FS_{dinámico} > 1 \\ \parallel \text{“Cumple”} \\ \text{else} \\ \parallel \text{“No cumple”} \end{array} \right| = \text{“Cumple”}$$

Presión de apoyo

$$\sigma_{max} := 17 \text{ MPa}$$

$$\sigma := \frac{P_{max3}}{A_{r\_LRB\_B}} = 8.174 \text{ MPa} \quad \left. \begin{array}{l} \text{if } \sigma < \sigma_{max} \\ \parallel \text{“Cumple”} \\ \text{else} \\ \parallel \text{“No cumple”} \end{array} \right| = \text{“Cumple”}$$

Verificación de deformaciones en el elastómero

$$P_r := P_{max3} = 225.44 \text{ tonnef}$$

$$\varepsilon_u := 600\% = 6$$

$$\frac{D_{TM}}{h_{r\_LRB\_B}} + \frac{P_r}{G_r \cdot A_{r\_LRB\_B} \cdot S_{LRB\_B}} = 2.955$$

$$\frac{0.85 \cdot \varepsilon_u}{1.5} = 3.4$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } \frac{D_{TM}}{h_{r\_LRB\_B}} + \frac{P_r}{G_r \cdot A_{r\_LRB\_B} \cdot S_{LRB\_B}} \leq \frac{0.85 \cdot \varepsilon_u}{1.5} \\ \parallel \text{“Cumple”} \\ \text{else} \\ \parallel \text{“No cumple”} \end{array} \right| = \text{“Cumple”}$$

## Sistema Total

$$n_{RB} := 10 \quad n_{LRB\_A} := 6 \quad n_{LRB\_B} := 4 \quad n_{Total} := n_{RB} + n_{LRB\_A} + n_{LRB\_B} = 20$$

$$W_s := 2399.06 \text{ tonnef} \quad g := 9.81 \frac{m}{s^2}$$

$$K_{effT} := n_{RB} \cdot K_{effM1} + n_{LRB\_A} \cdot K_{effM2} + n_{LRB\_B} \cdot K_{effM3} = 16109.81 \frac{kN}{m}$$

$$\beta_{effT} := \frac{n_{RB} \cdot K_{effM1} \cdot \beta_{M1} + n_{LRB\_A} \cdot K_{effM2} \cdot \beta_{M2} + n_{LRB\_B} \cdot K_{effM3} \cdot \beta_{M3}}{K_{effT}} = 0.14$$

$$T_M := 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{W_s}{g \cdot K_{effT}}} = 2.424 \text{ s}$$

$$K := 6070 \text{ MPa}$$

$$K_{v1} := \frac{A_{r\_RB}}{\left( \frac{1}{4 \cdot G_r \cdot (1 + 1.7 \cdot S_{RB}^2)} + \frac{1}{K} \right) \cdot h_{r\_RB}} = 1456812.305 \frac{kN}{m}$$

$$K_{v2} := \frac{A_{r\_LRB\_A}}{\left( \frac{1}{4 \cdot G_r \cdot (1 + 1.7 \cdot S_{LRB\_A}^2)} + \frac{1}{K} \right) \cdot h_{r\_LRB\_A}} = 1708451.558 \frac{kN}{m}$$

$$K_{v3} := \frac{A_{r\_LRB\_B}}{\left( \frac{1}{4 \cdot G_r \cdot (1 + 1.7 \cdot S_{LRB\_B}^2)} + \frac{1}{K} \right) \cdot h_{r\_LRB\_B}} = 1216094.672 \frac{kN}{m}$$

$$K_v := n_{RB} \cdot K_{v1} + n_{LRB\_A} \cdot K_{v2} + n_{LRB\_B} \cdot K_{v3} = 29683211.089 \frac{kN}{m}$$

$$T_v := 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{W_s}{g \cdot K_v}} = 0.056 \text{ s}$$

$$f_v := \frac{1}{T_v} = 17.706 \text{ Hz} \quad \left. \begin{array}{l} \text{if } f_v \geq 10 \text{ Hz} \\ \quad \parallel \text{ "Cumple" } \\ \text{else} \\ \quad \parallel \text{ "No cumple" } \end{array} \right| = \text{"Cumple"}$$

# Anexo 2. Algoritmo para la obtención de Fragilidad, Vulnerabilidad y Pérdidas Probables a partir de un Análisis Pushover

\*Escuela Superior Politécnica del Litoral - Maestría en Estructuras Civiles Sismorresistentes\*

Elaborado por:

- Juan Sebastián Díaz Méndez
- Paul Fernando Córdova Faggioni

Descripción:

El presente algoritmo integra de manera sistemática los distintos componentes del enfoque de evaluación sísmica basada en desempeño (PBEE) para la estimación integral de pérdidas en edificaciones. Como datos de entrada, el procedimiento considera los resultados del análisis no lineal estático (pushover), así como información geométrica, económica y funcional de la edificación, incluyendo áreas construidas, costos de reposición, número y distribución de ocupantes, entre otros parámetros relevantes para la evaluación de consecuencias. A partir de la curva de capacidad obtenida del pushover, se aplica el método SPO2FRAG para la generación de curvas de fragilidad asociadas a distintos estados de daño. Posteriormente, dichas curvas de fragilidad se combinan con modelos de consecuencias para derivar curvas de vulnerabilidad, a partir de las cuales se estiman pérdidas probables, no únicamente en términos económicos, sino también en relación a tiempos de reparación y posibles pérdidas humanas. Finalmente, las curvas de vulnerabilidad se integran con la amenaza sísmica del sitio para el cálculo de pérdidas condicionadas a distintos niveles de intensidad sísmica y de la pérdida anual esperada, permitiendo una cuantificación integral del riesgo sísmico de la edificación analizada.

## Curvas de Fragilidad

In [ ]: # === SPO2FRAG\_N2\_MSTAR\_SUM\_m\_phi (TRILINEAL backbone) ===

```
from __future__ import annotations

from dataclasses import dataclass
from typing import Dict, List, Optional, Tuple
import numpy as np
import json
import matplotlib.pyplot as plt

# =====
# CONFIGURACIÓN GLOBAL DE TIPOGRAFÍA (FIGURAS PBEE)
# =====
import matplotlib as mpl

mpl.rcParams.update({

    # --- Fuente base ---
    "font.family": "Arial",
    "font.size": 13,

    # --- Ejes ---
    "axes.titlesize": 16,
    "axes.labelsize": 15,
    "axes.labelweight": "normal",

    # --- Ticks ---
    "xtick.labelsize": 13,
    "ytick.labelsize": 13,
    "xtick.direction": "in",
    "ytick.direction": "in",

    # --- Leyendas ---
    "legend.fontsize": 12,
    "legend.frameon": True,

    # --- Líneas ---
    "lines.linewidth": 2.2,
    "lines.markersize": 6,

    # --- Grid ---
    "grid.alpha": 0.6,
    "grid.linestyle": "--",

    # --- Guardado ---
    "savefig.dpi": 300,
    "figure.dpi": 120
})

G_ACCEL = 9.80665
TON_TO_KNS2PM = 1.0 # 1 ton (1000 kg) = 1 kN*s^2/m

IDA_SA_SCALE = 1.0

try:
    from scipy.stats import norm
    from scipy.optimize import minimize
    SCIPY_OK = True
except Exception:
    SCIPY_OK = False

# =====
# 0) Tablas SPO2IDA: Table II y Table IV (Vamvatsikos & Cornell 2006)
```

```

# =====
PERCENTILES = [16, 50, 84]
FIDX = {16: 0, 50: 1, 84: 2}

# ----- Table II (moderate periods) -----
TABLE2_HARD_BETA = np.array([
    [ 0.6164, 0.7132, 1.0024], # 1
    [-0.1697, -0.0415, 1.5907], # ah
    [ 1.3103, 1.5158, -7.1722], # ah^2
    [-1.9551, -2.5525, 10.3472], # ah^3
    [ 1.2201, 1.3921, -4.8024], # ah^4
])

TABLE2_HARD_GAMMA = np.array([
    [ 0.1454, 0.2928, 0.4003], # 1
    [-0.1394, -0.6415, -3.0742], # ah
    [-0.2576, 0.0347, 9.7763], # ah^2
    [ 0.6156, 0.9604, -12.8813], # ah^3
    [-0.3707, -0.6620, 5.8376], # ah^4
])

TABLE2_NEG_BETA = np.array([
    [ 0.2252, 0.3720, 0.6130], # 1
    [-0.1850, -0.3023, -0.4392], # Ln|ac|
    [ 0.1039, 0.1056, 0.0847], # (Ln|ac|)^2
])

TABLE2_NEG_GAMMA = np.array([
    [-0.5111, -0.3817, -0.4118], # |ac|^-1
    [-0.6194, -0.3599, -0.2610], # 1
    [ 0.0928, -0.0019, -0.0070], # |ac|
    [ 0.0163, 0.0186, 0.0158], # |ac|^2
])

TABLE2_RES_BETA = np.array([
    [-0.3615, 0.2391, 0.9557], # 1
    [-0.0729, -0.0297, -0.0696], # Ln|ac|
    [-0.4557, -0.4907, -0.4759], # Ln req
    [-0.0372, -0.0272, -0.0308], # Ln req * Ln|ac|
])

TABLE2_RES_GAMMA = np.array([
    [ 1.1022, 1.0846, 1.0176], # 1
    [ 0.0180, 0.0081, 0.0203], # Ln|ac|
    [ 0.1111, 0.1218, 0.1086], # Ln req
    [ 0.0136, 0.0086, 0.0061], # Ln req * Ln|ac|
])

# ----- Table IV (dependencia con el periodo T) -----
TABLE4_HARD_BETA = np.array([
    [-0.1520, -0.1985, -0.6344], # Ln^{-1}(T+1)
    [-0.5027, -0.0955, 0.2649], # 1
    [-0.0542, -0.0316, 0.0818], # Ln T
    [ 0.0181, 0.0291, -0.1250], # Ln^2 T
    [-0.1520, -0.1985, -0.6344], # ah * Ln^{-1}(T+1)
    [ 0.8058, 0.3737, -0.0954], # ah
    [ 0.2037, 0.2334, 0.5720], # ah * Ln T
    [-0.2572, -0.3683, -0.5508], # ah * Ln^2 T
    [-0.1520, -0.1985, -0.6344], # sqrt(ah) * Ln^{-1}(T+1)
    [-0.3675, -0.3041, -0.1600], # sqrt(ah)
    [-0.1520, -0.1985, -0.6344], # sqrt(ah) * Ln T
    [ 0.2258, 0.3128, 0.6418], # sqrt(ah) * Ln^2 T
])

TABLE4_HARD_GAMMA = np.array([
    [ 0.1925, 0.3689, 0.9434], # Ln^{-1}(T+1)
    [ 0.1246, 0.0480, 0.0277], # 1
    [-0.1045, -0.1747, -0.4226], # Ln T
    [ 0.0605, 0.1364, 0.3241], # Ln^2 T
    [ 0.1925, 0.3689, 0.9434], # ah * Ln^{-1}(T+1)
    [-0.1989, -0.2105, -0.0297], # ah
    [-0.0822, -0.1916, -0.5081], # ah * Ln T
    [ 0.1711, 0.3816, 0.5662], # ah * Ln^2 T
    [ 0.1925, 0.3689, 0.9434], # sqrt(ah) * Ln^{-1}(T+1)
    [ 0.0713, 0.1533, -0.0010], # sqrt(ah)
    [ 0.1925, 0.3689, 0.9434], # sqrt(ah) * Ln T
    [-0.2237, -0.4964, -0.8851], # sqrt(ah) * Ln^2 T
])

TABLE4_NEG_BETA = np.array([
    [ 0.2391, 0.3846, 0.5834], # 1
    [ 0.0517, 0.0887, 0.1351], # Ln T
    [-1.2399, -1.3531, -1.4585], # Ln|ac|
    [-0.0976, -0.1158, -0.1317], # Ln|ac| * Ln T
    [ 0.0971, 0.1124, 0.1100], # Ln^2|ac|
    [ 0.0641, 0.0501, 0.0422], # Ln^2|ac| * Ln T
    [-0.0009, 0.0041, 0.0056], # Ln^3|ac|
    [ 0.0072, 0.0067, 0.0074], # Ln^3|ac| * Ln T
])

TABLE4_NEG_GAMMA = np.array([
    [-0.2508, -0.2762, -0.2928], # 1
    [-0.5517, -0.1992, -0.4394], # |ac|
    [ 0.0941, -0.0031, 0.0683], # ac^2
    [ 0.0059, 0.0101, 0.0131], # |ac|^-1
    [ 0.1681, 0.2451, 0.1850], # Ln T
])

```

```

[ 0.1357, -0.0199, 0.1783], # |ac| * Ln T
[-0.0127, 0.0091, -0.0305], # ac^2 * Ln T
[ 0.0010, -0.0075, -0.0066], # |ac|^-1 * Ln T
[-0.1579, -0.0135, 0.0027], # Ln^2 T
[ 0.2551, -0.0841, 0.0447], # |ac| * Ln^2 T
[-0.0602, 0.0222, -0.0151], # ac^2 * Ln^2 T
[ 0.0087, -0.0003, -0.0025], # |ac|^-1 * Ln^2 T
])

```

```

TABLE4_RES_BETA = np.array([
[-0.2226, 0.1401, 0.7604], # 1
[-0.0992, -0.0817, -0.1035], # Ln|ac|
[-0.4537, -0.5091, -0.5235], # Ln req
[-0.0398, -0.0236, -0.0287], # Ln req * Ln|ac|
[ 0.0829, -0.0364, -0.0174], # Ln req^-1
[ 0.0193, -0.0126, -0.0118], # Ln req^-1 * Ln|ac|
[-0.1831, -0.2732, -0.5651], # Ln T
[-0.0319, 0.0015, 0.0437], # Ln T * Ln|ac|
[ 0.1461, 0.1101, 0.0841], # Ln T * Ln req
[-0.0227, -0.0045, 0.0159], # Ln T * Ln req * Ln|ac|
[-0.0108, 0.0333, 0.0033], # Ln T * Ln req^-1
[-0.0081, 0.0000, 0.0033], # Ln T * Ln req^-1 * Ln|ac|
[ 0.1660, 0.1967, 0.0929], # Ln^2 T
[-0.0124, -0.0304, 0.0130], # Ln^2 T * Ln|ac|
[ 0.0273, 0.0396, 0.0580], # Ln^2 T * Ln req
[-0.0167, -0.0209, -0.0144], # Ln^2 T * Ln req * Ln|ac|
[-0.0182, 0.0311, 0.0221], # Ln^2 T * Ln req^-1
[-0.0097, -0.0047, 0.0007], # Ln^2 T * Ln req^-1 * Ln|ac|
])

```

```

TABLE4_RES_GAMMA = np.array([
[ 1.0595, 1.0635, 1.0005], # 1
[ 0.0236, 0.0177, 0.0283], # Ln|ac|
[ 0.1237, 0.1466, 0.1607], # Ln req
[ 0.0111, 0.0048, -0.0004], # Ln req * Ln|ac|
[-0.0023, 0.0102, 0.0021], # Ln req^-1
[ 0.0008, 0.0019, 0.0035], # Ln req^-1 * Ln|ac|
[-0.0881, -0.1044, -0.1276], # Ln T
[-0.0077, -0.0137, -0.0413], # Ln T * Ln|ac|
[-0.0239, -0.0090, -0.0085], # Ln T * Ln req
[ 0.0025, -0.0014, -0.0198], # Ln T * Ln req * Ln|ac|
[ 0.0082, -0.0003, 0.0037], # Ln T * Ln req^-1
[ 0.0007, -0.0013, -0.0043], # Ln T * Ln req^-1 * Ln|ac|
[ 0.0317, 0.0038, 0.0673], # Ln^2 T
[ 0.0006, 0.0065, 0.0074], # Ln^2 T * Ln|ac|
[-0.0173, -0.0484, -0.0737], # Ln^2 T * Ln req
[ 0.0056, 0.0068, 0.0255], # Ln^2 T * Ln req * Ln|ac|
[ 0.0007, -0.0112, -0.0073], # Ln^2 T * Ln req^-1
[ 0.0004, 0.0008, 0.0005], # Ln^2 T * Ln req^-1 * Ln|ac|
])

```

```

# =====
# Helpers para bx% y yx% (Table II y IV)
# =====

```

```

def _beta_gamma_hard(ah: float, T: float, x: int, use_period_dependent: bool = True) -> Tuple[float, float]:
    idx = FIDX[x]
    ah = float(np.clip(ah, 0.0, 1.0))
    if use_period_dependent and (0.2 <= T <= 4.0):
        LT = np.log(max(T, 1e-6))
        LT2 = LT * LT
        LT1 = np.log(1.0 + max(T, 0.0))
        LT1_inv = 1.0 / max(LT1, 1e-10)
        sqrt_ah = np.sqrt(max(ah, 0.0))

        p = np.array([
            LT1_inv, 1.0, LT, LT2,
            ah * LT1_inv, ah, ah * LT, ah * LT2,
            sqrt_ah * LT1_inv, sqrt_ah, sqrt_ah * LT, sqrt_ah * LT2
        ], dtype=float)

        ln_beta = float(np.dot(TABLE4_HARD_BETA[:, idx], p))
        s_gamma = float(np.dot(TABLE4_HARD_GAMMA[:, idx], p))
        ln_gamma1 = max(s_gamma, 0.0)
        beta = np.exp(ln_beta)
        gamma = np.exp(ln_gamma1) - 1.0
        return beta, gamma
    else:
        ah_vec = np.array([1.0, ah, ah ** 2, ah ** 3, ah ** 4], dtype=float)
        beta = float(np.dot(TABLE2_HARD_BETA[:, idx], ah_vec))
        gamma = float(np.dot(TABLE2_HARD_GAMMA[:, idx], ah_vec))
        return beta, gamma

```

```

def _beta_gamma_neg(ac: float, T: float, x: int, use_period_dependent: bool = True) -> Tuple[float, float]:
    idx = FIDX[x]
    ac = float(ac)
    u = float(abs(ac) if abs(ac) > 1e-8 else 1e-8)
    if use_period_dependent and (0.2 <= T <= 4.0):
        LT = np.log(max(T, 1e-6))
        LT2 = LT * LT
        ln_u = np.log(u)
        ln_u2 = ln_u * ln_u
        ln_u3 = ln_u2 * ln_u

        p_beta = np.array([1.0, LT, ln_u, ln_u * LT, ln_u2, ln_u2 * LT, ln_u3, ln_u3 * LT], dtype=float)

```

```

beta = float(np.dot(TABLE4_NEG_BETA[:, idx], p_beta))

p_gamma = np.array([
    1.0, u, ac * ac, 1.0 / u,
    LT, u * LT, (ac * ac) * LT, (1.0 / u) * LT,
    LT2, u * LT2, (ac * ac) * LT2, (1.0 / u) * LT2
], dtype=float)
gamma_raw = float(np.dot(TABLE4_NEG_GAMMA[:, idx], p_gamma))
gamma = min(gamma_raw, 1.0)
return beta, gamma
else:
    ln_u = np.log(u)
    ln_u2 = ln_u * ln_u
    v_beta = np.array([1.0, ln_u, ln_u2], dtype=float)
    beta = float(np.dot(TABLE2_NEG_BETA[:, idx], v_beta))

    v_gamma = np.array([1.0 / u, 1.0, u, u * u], dtype=float)
    gamma = float(np.dot(TABLE2_NEG_GAMMA[:, idx], v_gamma))
    return beta, gamma

def _beta_gamma_res(ac: float, req: float, T: float, x: int,
                    use_period_dependent: bool = True) -> Tuple[float, float]:
    idx = FIDX[x]
    ac = float(ac)
    u = float(abs(ac) if abs(ac) > 1e-8 else 1e-8)
    req = float(np.clip(req, 0.05, 0.90))
    ln_u = np.log(u)
    ln_req = np.log(req)
    ln_req_inv = np.log(1.0 / req)

    if use_period_dependent and (0.2 <= T <= 4.0):
        LT = np.log(max(T, 1e-6))
        LT2 = LT * LT

    p_beta = np.array([
        1.0, ln_u, ln_req, ln_req * ln_u,
        ln_req_inv, ln_req_inv * ln_u,
        LT, LT * ln_u, LT * ln_req, LT * ln_req * ln_u,
        LT * ln_req_inv, LT * ln_req_inv * ln_u,
        LT2, LT2 * ln_u, LT2 * ln_req, LT2 * ln_req * ln_u,
        LT2 * ln_req_inv, LT2 * ln_req_inv * ln_u
    ], dtype=float)
    beta = float(np.dot(TABLE4_RES_BETA[:, idx], p_beta))

    p_gamma = p_beta.copy()
    gamma = float(np.dot(TABLE4_RES_GAMMA[:, idx], p_gamma))
    return beta, gamma
else:
    v_beta = np.array([1.0, ln_u, ln_req, ln_req * ln_u], dtype=float)
    beta = float(np.dot(TABLE2_RES_BETA[:, idx], v_beta))

    v_gamma = np.array([1.0, ln_u, ln_req, ln_req * ln_u], dtype=float)
    gamma = float(np.dot(TABLE2_RES_GAMMA[:, idx], v_gamma))
    return beta, gamma

# =====
# 1) Lectura TXT + autodetección robusta del techo (N2 original)
# =====

def _detect_roof_column_robust(Fb: np.ndarray, disp: np.ndarray) -> Tuple[int, float]:
    M = disp.shape[1]
    final = disp[-1, :]
    final = (final - np.min(final)) / max(np.ptp(final), 1e-12)

    mono = np.array([np.mean(np.diff(disp[:, j])) >= -1e-12 for j in range(M)])
    corr = np.zeros(M)
    for j in range(M):
        dj = disp[:, j]
        if np.std(dj) > 1e-12 and np.std(Fb) > 1e-12:
            c = np.corrcoef(dj, Fb)[0, 1]
            corr[j] = max(c if np.isfinite(c) else 0.0, 0.0)
    score = 0.5 * final + 0.3 * mono + 0.2 * corr
    j_candidates = np.where(np.isclose(score, score.max(), rtol=0, atol=1e-12))[0]
    j = int(j_candidates[-1])
    return j, float(score[j])

def load_spo_txt(path: str, roof_position: str = "auto") -> Tuple[np.ndarray, np.ndarray, np.ndarray, int]:
    data = np.loadtxt(path, dtype=float, delimiter=None)
    if data.ndim == 1:
        data = data[None, :]
    if data.shape[1] < 2:
        raise ValueError("TXT debe tener >= 2 columnas: [F_b, disp_1, ..., disp_n]")

    Fb, disp = data[:, 0], data[:, 1:]

    if roof_position == "first":
        roof_idx, conf = 0, 1.0
    elif roof_position == "last":
        roof_idx, conf = disp.shape[1] - 1, 1.0
    else:
        roof_idx, conf = _detect_roof_column_robust(Fb, disp)
        pos = "first" if roof_idx == 0 else ("last" if roof_idx == disp.shape[1] - 1 else f"columna {roof_idx + 1}")

    return Fb, disp[:, roof_idx], disp, roof_idx

```

```

# =====
# 2) Multi-Linearización automática (backbone TRILINEAL)
# =====

@dataclass
class Backbone:
    ah: float
    lc: float
    ac: float
    rp: float
    Fy: float
    dy: float
    d_end: float

def _monotone_envelope(Fb: np.ndarray, dr: np.ndarray) -> Tuple[np.ndarray, np.ndarray]:
    order = np.argsort(dr)
    d = dr[order]
    F = Fb[order]
    Fenv = np.maximum.accumulate(F)
    d_unique, idx = np.unique(d, return_index=True)
    return Fenv[idx], d_unique

def _Ki_by_origin_old(F: np.ndarray, d: np.ndarray, frac=0.35, dmin=0.002) -> float:
    Fmax = float(np.max(F))
    m = (d >= dmin) & (F <= frac * Fmax)
    if np.sum(m) < 4:
        idx = np.where(d >= dmin)[0][:max(6, int(0.1 * len(d)))]
        x, y = d[idx], F[idx]
    else:
        x, y = d[m], F[m]
    Ki = float(np.sum(y * x) / max(np.sum(x * x), 1e-12))
    return max(Ki, 1e-6)

def _Ki_by_pairwise(F: np.ndarray, d: np.ndarray, Fmax: float, tol_rel: float = 0.10) -> float:
    F = np.asarray(F, float)
    d = np.asarray(d, float)
    mask = (F > 0.0) & (F <= 0.30 * Fmax)
    idx = np.where(mask)[0]
    if idx.size < 3:
        return _Ki_by_origin_old(F, d)

    slopes: List[float] = []
    for k in range(idx.size - 1):
        i, j = idx[k], idx[k + 1]
        if d[j] <= d[i]:
            continue
        s = (F[j] - F[i]) / (d[j] - d[i])
        if not np.isfinite(s):
            continue
        if len(slopes) == 0:
            slopes.append(s)
            continue
        s_mean = float(np.mean(slopes))
        if abs(s - s_mean) / max(abs(s_mean), 1e-12) > tol_rel:
            break
        slopes.append(s)

    if len(slopes) < 2:
        return _Ki_by_origin_old(F, d)
    return float(np.mean(slopes))

def _residual_and_anchor(Fb_raw: np.ndarray, dr_raw: np.ndarray, d_peak: float) -> Tuple[float, float]:
    order = np.argsort(dr_raw)
    d = np.asarray(dr_raw, float)[order]
    F = np.asarray(Fb_raw, float)[order]
    tail_mask = d >= (d_peak * 1.02)
    d_tail = d[tail_mask]
    F_tail = F[tail_mask]
    if F_tail.size < 6:
        d_tail = d[d >= d_peak]
        F_tail = F[d >= d_peak]
    run_min = np.minimum.accumulate(F_tail[::-1])[::-1]
    m = max(3, int(0.2 * len(run_min)))
    Fres = float(np.median(run_min[-m:]))
    tol = max(0.10 * abs(Fres), 5.0)
    within = np.abs(F_tail - Fres) <= tol
    anchor_idx = None
    for i in range(len(F_tail) - 3):
        if np.mean(within[i:]) >= 0.70:
            anchor_idx = i
            break
    if anchor_idx is None:
        anchor_idx = int(0.85 * len(F_tail))
    return Fres, float(d_tail[anchor_idx])

def fit_backbone_from_pushover(Fb_raw: np.ndarray, dr_raw: np.ndarray) -> Backbone:
    Fenv, denv = _monotone_envelope(np.asarray(Fb_raw, float), np.asarray(dr_raw, float))

    if denv[0] > 1e-9 or Fenv[0] > 1e-9:
        denv = np.concatenate([[0.0], denv])
        Fenv = np.concatenate([[0.0], Fenv])

```

```

Fmax = float(np.max(Fenv))
i_pk = int(np.argmax(Fenv))
d_pk = float(denv[i_pk])
d_end = float(denv[-1])

Ki0 = _Ki_by_origin_old(Fenv, denv, frac=0.35, dmin=0.002)
Fres, _d_anchor = _residual_and_anchor(Fb_raw, dr_raw, d_pk)

dy0 = 0.06 * d_pk
best_dy = dy0

def cost_old(dy):
    dy = float(dy)
    if not (0.005 * d_pk <= dy <= 0.25 * d_pk):
        return 1e12
    Fy = Ki0 * dy
    mu_c = max(d_pk / dy, 1.01)
    R_c = Fmax / max(Fy, 1e-12)
    ah = max((R_c - 1.0) / (mu_c - 1.0), 0.0)

    d_fit = denv[:i_pk + 1]
    F_fit = Fenv[:i_pk + 1]

    Fm = np.zeros_like(d_fit)
    for i, dd in enumerate(d_fit):
        if dd <= dy:
            Fm[i] = (Fy / dy) * dd
        else:
            k2 = (R_c * Fy - Fy) / max(d_pk - dy, 1e-12)
            Fm[i] = Fy + k2 * (dd - dy)
    return float(np.mean((Fm - F_fit) ** 2))

if SCIPY_OK:
    res = minimize(lambda x: cost_old(x[0]),
                  x0=np.array([dy0]),
                  method="Nelder-Mead",
                  options=dict(maxiter=600))
    if res.success:
        best_dy = float(res.x[0])

dy0 = float(best_dy)
Fy0 = Ki0 * dy0

Ki1 = _Ki_by_pairwise(Fenv, denv, Fmax, tol_rel=0.10)
Ki = Ki1
Fy = Fy0
dy = Fy / max(Ki, 1e-12)

rp = float(np.clip(Fres / max(Fy, 1e-12), 0.0, 0.6))
mu_c = max(d_pk / dy, 1.01)
R_c = Fmax / max(Fy, 1e-12)
ah = max((R_c - 1.0) / (mu_c - 1.0), 0.0)

mu_end = max(d_end / dy, mu_c + 1e-3)
ac = (rp - R_c) / max(mu_end - mu_c, 1e-12)

print(f"[DBG backbone trilinear] Ki0={Ki0:.0f} | Ki1={Ki1:.0f} kN/m | Fy={Fy:.1f} kN | dy={dy:.4f} m")
return Backbone(ah=ah, lc=mu_c, ac=ac, rp=rp, Fy=Fy, dy=dy, d_end=d_end)

def backbone_curve_xy(bb: Backbone, end_force: float, n: int = 200):
    """
    Trilinear:
    1) 0 -> dy : elástico
    2) dy -> d_peak : hardening lineal
    3) d_peak -> d_end: softening lineal TERMINANDO exactamente en end_force
    """
    Fy, dy = bb.Fy, bb.dy
    d_peak = bb.lc * dy

    Rc = 1.0 + bb.ah * (bb.lc - 1.0)
    F_peak = Rc * Fy
    F_end = float(end_force)

    n1 = max(8, int(0.33 * n))
    n2 = max(8, int(0.33 * n))
    n3 = max(8, n - n1 - n2)

    d1 = np.linspace(0.0, dy, n1)
    F1 = (Fy / max(dy, 1e-12)) * d1

    d2 = np.linspace(dy, d_peak, n2)
    k2 = (F_peak - Fy) / max(d_peak - dy, 1e-12)
    F2 = Fy + k2 * (d2 - dy)

    d3 = np.linspace(d_peak, bb.d_end, n3)
    k3 = (F_end - F_peak) / max(bb.d_end - d_peak, 1e-12)
    F3 = F_peak + k3 * (d3 - d_peak)

    d = np.concatenate([d1, d2[1:], d3[1:]])
    F = np.concatenate([F1, F2[1:], F3[1:]])
    d[0] = 0.0
    F[0] = 0.0
    return d, F

```

```

# =====
# 3) Dinámica N2 - SDOF equivalente
# =====

@dataclass
class N2Dynamics:
    Gamma: float
    M_eff: float
    M_gen: float
    PMF_model: float
    Fy_star: float
    dy_star: float
    dm_star: float
    Em_star: float
    T1: float
    T2: float
    Tstar: float

def _build_uniform_K0(n: int) -> np.ndarray:
    K0 = np.zeros((n, n), dtype=float)
    for i in range(n):
        if i > 0:
            K0[i, i] += 1.0
            K0[i, i - 1] -= 1.0
            K0[i - 1, i] -= 1.0
            K0[i - 1, i - 1] += 1.0
        else:
            K0[i, i] += 1.0
    return K0

def n2_from_data(
    masses_ton: np.ndarray, heights: np.ndarray,
    Fb: np.ndarray, roof_disp: np.ndarray,
    Ki_ini: float
) -> N2Dynamics:
    """
    Devuelve: Gamma, M_eff, M_gen, PMF, y periodos escalados para que T1 coincida con Ki_ini.
    NOTA: Fy*, dy*, dm*, Em* se fijan después desde el backbone para consistencia.
    """
    m = np.asarray(masses_ton, float) * TON_TO_KNS2PM
    n = len(m)

    K0 = _build_uniform_K0(n)
    Minv = np.diag(1.0 / np.maximum(m, 1e-12))
    A0 = Minv @ K0
    eigvals0, eigvecs0 = np.linalg.eig(A0)
    eigvals0 = np.real(eigvals0)
    eigvecs0 = np.real(eigvecs0)
    idx_sorted = np.argsort(eigvals0)
    eigvals0 = eigvals0[idx_sorted]
    eigvecs0 = eigvecs0[:, idx_sorted]

    w1_0_sq = float(eigvals0[0])
    w2_0_sq = float(eigvals0[1]) if len(eigvals0) > 1 else float(eigvals0[0]) * 4.0

    phi1 = eigvecs0[:, 0].copy()
    if phi1[-1] == 0.0:
        idx_max = np.argmax(np.abs(phi1))
        phi1 /= np.sign(phi1[idx_max]) * max(abs(phi1[idx_max]), 1e-12)
    else:
        phi1 /= np.sign(phi1[-1]) * max(abs(phi1[-1]), 1e-12)

    M_eff = float(np.sum(m * phi1))
    M_gen = float(np.sum(m * phi1 * phi1))
    Gamma = M_eff / max(M_gen, 1e-12)

    total_mass = float(np.sum(m))
    PMF_model = float((Gamma * Gamma * M_gen) / max(total_mass, 1e-12))

    T1_target = float(2.0 * np.pi * np.sqrt(M_eff / max(Ki_ini, 1e-12)))
    w1_target = 2.0 * np.pi / max(T1_target, 1e-12)
    scale_k = (w1_target ** 2) / max(w1_0_sq, 1e-18)
    w2_target = np.sqrt(scale_k * w2_0_sq)
    T2 = float(2.0 * np.pi / max(w2_target, 1e-12))

    nan = float("nan")
    return N2Dynamics(Gamma, M_eff, M_gen, PMF_model,
                      nan, nan, nan, nan,
                      T1_target, T2, T1_target)

def _sdof_energy_to_peak_from_backbone(bb: Backbone, Gamma: float) -> Tuple[float, float, float, float]:
    """
    Devuelve (Fy*, dy*, dm*, Em*) coherentes con backbone del techo.
    dm* se toma como d_peak* (mu_c * dy*).
    Em* es el área bajo la trilineal hasta d_peak* (tramo 1 + tramo 2).
    """
    Fy_star = bb.Fy / max(Gamma, 1e-12)
    dy_star = bb.dy / max(Gamma, 1e-12)

    mu_c = float(bb.lc)
    d_peak_star = mu_c * dy_star

    Rc = 1.0 + bb.ah * (mu_c - 1.0)
    F_peak_star = Rc * Fy_star

```

```

E1 = 0.5 * Fy_star * dy_star
E2 = 0.5 * (Fy_star + F_peak_star) * max(d_peak_star - dy_star, 0.0)
Em_star = E1 + E2

return float(Fy_star), float(dy_star), float(d_peak_star), float(Em_star)

```

```

# =====
# 4) SPO2IDA - Implementación tipo Vamvatsikos & Cornell
# =====

```

```

def spo2ida_vamvatsikos(bb: Backbone, n2: N2Dynamics,
                       mu_max_extra: float = 2.0,
                       use_period_dependent: bool = True
                       ) -> Dict[str, np.ndarray]:

    ah = float(bb.ah)
    mu_c = float(bb.lc)
    ac = float(bb.ac)
    r = float(np.clip(bb.rp, 0.0, 1.0))

    abs_ac = float(abs(ac) if abs(ac) > 1e-8 else 1e-8)

    mu_peak = (mu_c * abs_ac + 1.0 + ah * (mu_c - 1.0)) / (1.0 + abs_ac)
    mu_r = mu_c + (1.0 - r + (mu_c - 1.0) * ah) / abs_ac
    mu_end = mu_r

    if mu_r < mu_c + 1e-6:
        mu_r = mu_c + 1e-3
    if mu_end < mu_r + 1e-6:
        mu_end = mu_r + 1e-3

    mu_max = max(mu_end + mu_max_extra, 6.0)
    mu_vec = np.linspace(0.0, mu_max, 500)

    Rmax = 1.0 + ah * (mu_c - 1.0)
    if Rmax <= 0.0:
        Rmax = 1.0
    req = r / Rmax
    req = float(np.clip(req, 0.05, 0.90))

    T = float(max(n2.Tstar, 0.01))

    R16 = np.zeros_like(mu_vec)
    R50 = np.zeros_like(mu_vec)
    R84 = np.zeros_like(mu_vec)

    def invert_eq1_for_R(mu_target, beta, gamma):
        mu_target = float(max(mu_target, 1.0 + 1e-10))
        ln_mu = np.log(mu_target)
        a = gamma
        b = beta
        c = -ln_mu
        if abs(a) < 1e-12:
            if abs(b) < 1e-12:
                return 1.0
            z = ln_mu / b
            return float(np.exp(z))
        disc = b * b - 4.0 * a * c
        if disc < 0.0:
            disc = 0.0
        sqrt_disc = np.sqrt(disc)
        z1 = (-b + sqrt_disc) / (2.0 * a)
        z2 = (-b - sqrt_disc) / (2.0 * a)

        def resid(z):
            return abs(ln_mu - (beta * z + gamma * z * z))

        cand = []
        for z in (z1, z2):
            if np.isfinite(z):
                cand.append((resid(z), z))
        if not cand:
            return 1.0
        z_best = sorted(cand, key=lambda x: x[0])[0][1]
        return float(np.exp(z_best))

    def invert_eq4_for_R(mu_target, beta, gamma):
        mu_target = float(max(mu_target, 1.0 + 1e-10))
        ln_mu = np.log(mu_target)
        if abs(gamma) < 1e-12:
            return 1.0
        ln_R = (ln_mu - beta) / gamma
        return float(np.exp(ln_R))

    for x, arr in zip(PERCENTILES, (R16, R50, R84)):
        beta_h, gamma_h = _beta_gamma_hard(ah, T, x, use_period_dependent)
        beta_res, gamma_res = _beta_gamma_res(ac, req, T, x, use_period_dependent)

        Rc = invert_eq1_for_R(mu_c, beta_h, gamma_h)
        R_r = invert_eq4_for_R(mu_r, beta_res, gamma_res)
        R_end = R_r

    for i, mu in enumerate(mu_vec):
        if mu <= 1.0:
            arr[i] = mu

```

```

elif mu <= mu_c:
    arr[i] = invert_eq1_for_R(mu, beta_h, gamma_h)
elif mu <= mu_r:
    if mu_r <= mu_c + 1e-6:
        arr[i] = R_r
    else:
        t = (mu - mu_c) / max(mu_r - mu_c, 1e-6)
        lnRc = np.log(max(Rc, 1e-6))
        lnRr = np.log(max(R_r, 1e-6))
        lnR = lnRc + t * (lnRr - lnRc)
        arr[i] = float(np.exp(lnR))
else:
    arr[i] = float(R_end)

fac = (n2.dy_star) * (2.0 * np.pi / max(n2.Tstar, 1e-12)) ** 2
Sa16 = IDA_SA_SCALE * R16 * fac / G_ACCEL
Sa50 = IDA_SA_SCALE * R50 * fac / G_ACCEL
Sa84 = IDA_SA_SCALE * R84 * fac / G_ACCEL

def _clean_monotone(Sa: np.ndarray) -> np.ndarray:
    Sa = np.asarray(Sa, float).copy()
    Sa[~np.isfinite(Sa)] = 0.0
    Sa[Sa < 0.0] = 0.0
    return np.maximum.accumulate(Sa)

Sa16 = _clean_monotone(Sa16)
Sa50 = _clean_monotone(Sa50)
Sa84 = _clean_monotone(Sa84)

return {"mu": mu_vec, "R16": R16, "R50": R50, "R84": R84, "Sa16": Sa16, "Sa50": Sa50, "Sa84": Sa84}

# =====
# 6) Umbrales de daño
# =====

@dataclass
class FragilityCurve:
    name: str
    median_IM: float
    beta: float

def auto_limit_state_thresholds(
    Fb: np.ndarray,
    roof_disp: np.ndarray,
    bb: Backbone
) -> Tuple[Dict[str, float], bool]:

    Fb = np.asarray(Fb, float)
    d = np.asarray(roof_disp, float)
    d_max = float(d.max())
    if d_max <= 0.0:
        return {"FO": 0.0, "IO": 0.0, "LS": 0.0, "CP": 0.0}, False

    Fenv, denv = _monotone_envelope(Fb, d)
    Fmax = float(Fenv.max())
    i_pk = int(np.argmax(Fenv))
    d_LS = float(denv[i_pk])

    Ki = _Ki_by_pairwise(Fenv, denv, Fmax, tol_rel=0.10)
    Ki = max(Ki, 1e-6)

    dd = np.diff(denv)
    dF = np.diff(Fenv)
    slopes = np.zeros_like(dF)
    mask = dd > 1e-9
    slopes[mask] = dF[mask] / dd[mask]

    idx_elastic = np.where(slopes >= 0.8 * Ki)[0]
    if idx_elastic.size > 0:
        i_F0 = int(min(idx_elastic.max() + 1, i_pk))
    else:
        i_F0 = max(1, int(0.05 * i_pk))
    d_F0 = float(denv[i_F0])

    start = min(i_pk, max(i_F0 + 2, 1))
    i_IO = None
    for j in range(start, i_pk + 1):
        if slopes[j - 1] <= 0.60 * Ki:
            i_IO = j
            break
    if i_IO is None:
        i_IO = max(i_F0 + 1, int(0.30 * i_pk))

    i_IO = min(i_IO, i_pk)
    d_IO = float(denv[i_IO])
    d_LS = float(denv[i_pk])

    order = np.argsort(d)
    d_sort = d[order]
    F_sort = Fb[order]
    i_pk0 = int(np.argmax(F_sort))
    target = 0.50 * float(F_sort[i_pk0])
    idx_desc = np.where((np.arange(len(F_sort)) > i_pk0) & (F_sort <= target))[0]
    if idx_desc.size > 0:
        i_CP0 = int(idx_desc[0])

```

```

    d_CP = float(d_sort[i_CP0])
else:
    d_CP = min(d_max * 0.85, d_LS * 1.3)

d_limits = {"FO": d_F0, "IO": d_IO, "LS": d_LS, "CP": d_CP}

names = ["FO", "IO", "LS", "CP"]
vals = [d_limits[n] for n in names]
ok = True
if not all(v > 0.0 for v in vals):
    ok = False
if not all(vals[i] < vals[i + 1] for i in range(len(vals) - 1)):
    ok = False
if d_LS < 0.05 * d_max or d_LS > 0.9 * d_max:
    ok = False
if d_CP < 1.02 * d_LS or d_CP > d_max * 1.01:
    ok = False

return d_limits, ok

def auto_or_manual_limit_state_thresholds(
    Fb: np.ndarray,
    roof_disp: np.ndarray,
    bb: Backbone
) -> Tuple[Dict[str, float], bool, bool]:

    d_limits_auto, ok_auto = auto_limit_state_thresholds(Fb, roof_disp, bb)
    if ok_auto:
        return d_limits_auto, True, False

    print("δ_F0, δ_IO, δ_LS, δ_CP en metros (separados por comas).")
    print(f"Sugeridos: FO={d_limits_auto['FO']:.4f}, IO={d_limits_auto['IO']:.4f}, "
          f"LS={d_limits_auto['LS']:.4f}, CP={d_limits_auto['CP']:.4f}")
    print(f"Rango de desplazamientos en pushover: {roof_disp.min():.4f} - {roof_disp.max():.4f} m")

    try:
        s = input(">> Ingrese 4 valores o presione ENTER para aceptar los sugeridos: ").strip()
    except Exception:
        s = ""

    if not s:
        return d_limits_auto, ok_auto, False

    try:
        parts = [float(p) for p in s.replace(";", ",").split(",") if p.strip() != ""]
        if len(parts) != 4:
            raise ValueError
        vals = sorted(parts)
        names = ["FO", "IO", "LS", "CP"]
        d_limits_new = {n: v for n, v in zip(names, vals)}
        return d_limits_new, True, True
    except Exception:
        print("[ERR] No se pudieron interpretar los valores ingresados. Se mantienen los sugeridos.")
        return d_limits_auto, ok_auto, False

# =====
# 7) Pipeline completo SPO2FRAG
# =====

def run_spo2frag_pipeline(
    roof_disp: np.ndarray,
    base_shear: np.ndarray,
    floor_disps: np.ndarray,
    masses_ton: np.ndarray,
    heights: np.ndarray,
    damping_ratio: float = 0.02,
    idr_limits: Optional[List[Tuple[str, float]]] = None,
    beta_method: str = "p5016", # p5016 o p8416
    b_u_by_state: Optional[Dict[str, float]] = None,
    sigma_thr_by_state: Optional[Dict[str, float]] = None,
    by_global: float = 0.08,
    edp_mode: str = "IDR",
    d_limits_manual: Optional[Dict[str, float]] = None
):

    bb = fit_backbone_from_pushover(base_shear, roof_disp)
    Ki_ini = bb.Fy / max(bb.dy, 1e-12)
    n2_base = n2_from_data(masses_ton, heights, base_shear, roof_disp, Ki_ini=Ki_ini)
    Fy_star, dy_star, dm_star, Em_star = _sdof_energy_to_peak_from_backbone(bb, n2_base.Gamma)
    Fy_star, dy_star, dm_star, Em_star = _sdof_energy_to_peak_from_backbone(bb, n2_base.Gamma)
    Tstar_new = float(2.0 * np.pi * np.sqrt(
        (n2_base.M_eff * dy_star) / max(Fy_star, 1e-12)
    ))

    n2 = N2Dynamics(
        Gamma=n2_base.Gamma,
        M_eff=n2_base.M_eff,
        M_gen=n2_base.M_gen,
        PMF_mode1=n2_base.PMF_mode1,
        Fy_star=Fy_star,
        dy_star=dy_star,
        dm_star=dm_star,
        Em_star=Em_star,
        T1=n2_base.T1,
        T2=n2_base.T2,

```

```

    Tstar=Tstar_new
)

H = float(np.sum(heights))
Fb, dr = base_shear, roof_disp

idx = np.argwhere(Fb <= 0.10 * np.max(Fb)).ravel()
if idx.size < 5:
    idx = np.arange(min(max(5, int(0.1 * len(Fb))), len(Fb)))
k = int(idx[-1])
di = floor_disps[k, :]
di_prev = np.concatenate([[0.0], di[:-1]])
idr_i = (di - di_prev) / heights
IDRmax_el = float(np.max(np.abs(idr_i)))
RDR_el = float(dr[k] / H)
COD = float(np.clip(IDRmax_el / max(RDR_el, 1e-12), 1.0, 1.6))

ida_data_raw = spo2ida_vamvatsikos(bb, n2, use_period_dependent=True)
mu_vec = ida_data_raw["mu"]
Sa16_v = ida_data_raw["Sa16"]
Sa50_v = ida_data_raw["Sa50"]
Sa84_v = ida_data_raw["Sa84"]

if edp_mode.upper() == "RDR":
    theta_max_vec = (mu_vec * bb.dy / max(H, 1e-12)) * 100.0
    edp_label = r"$\theta_{\mathrm{roof}}$ (%)"
else:
    theta_max_vec = COD * (mu_vec * bb.dy / max(H, 1e-12)) * 100.0
    edp_label = r"$\theta_{\mathrm{max}}$ (%)"

if d_limits_manual is not None:
    d_limits = dict(d_limits_manual)
    names_req = ["FO", "IO", "LS", "CP"]
    vals = [float(d_limits.get(n, np.nan)) for n in names_req]
    limits_ok = (np.all(np.isfinite(vals)) and np.all(np.array(vals) > 0.0) and np.all(np.diff(vals) > 0.0))
    limits_manual = True
else:
    d_limits, limits_ok, limits_manual = auto_or_manual_limit_state_thresholds(base_shear, roof_disp, bb)

mu_limits = {name: d_limits[name] / max(bb.dy, 1e-12) for name in d_limits.keys()}

if edp_mode.upper() == "RDR":
    theta_limits = {n: (mu_limits[n] * bb.dy / max(H, 1e-12)) * 100.0 for n in mu_limits}
else:
    theta_limits = {n: COD * (mu_limits[n] * bb.dy / max(H, 1e-12)) * 100.0 for n in mu_limits}

if idr_limits is None:
    idr_limits = [{"FO", 0.0}, {"IO", 0.0}, {"LS", 0.0}, {"CP", 0.0}]

if sigma_thr_by_state is None:
    sigma_thr_by_state = {"FO": 0.15, "IO": 0.18, "LS": 0.22, "CP": 0.25}

def Sa_at_mu(mu_target, mu_vec, Sa_vec):
    if mu_target <= mu_vec[0]:
        m = (Sa_vec[1] - Sa_vec[0]) / (mu_vec[1] - mu_vec[0] + 1e-12)
        return float(Sa_vec[0] + m * (mu_target - mu_vec[0]))
    if mu_target >= mu_vec[-1]:
        m = (Sa_vec[-1] - Sa_vec[-2]) / (mu_vec[-1] - mu_vec[-2] + 1e-12)
        return float(Sa_vec[-1] + m * (mu_target - mu_vec[-1]))
    return float(np.interp(mu_target, mu_vec, Sa_vec))

med_IM: Dict[str, float] = {}
beta_base_state: Dict[str, float] = {}

for name, _ in idr_limits:
    if name not in mu_limits:
        continue
    mu_th = mu_limits[name]
    sa16, sa50, sa84 = (Sa_at_mu(mu_th, mu_vec, v) for v in (Sa16_v, Sa50_v, Sa84_v))

    med_IM[name] = max(sa50, 1e-4)

    if beta_method.lower() == "p8416":
        beta_base = float(0.5 * np.log(max(sa84, 1e-12) / max(sa16, 1e-12)))
    else:
        beta_base = float(np.log(max(sa50, 1e-12) / max(sa16, 1e-12)))

    beta_base_state[name] = beta_base

if b_u_by_state is None:
    b_u_by_state = {}
    anchor_name = "CP"
    beta_anchor = 0.40
    if anchor_name in med_IM:
        m_anchor = max(med_IM[anchor_name], 1e-12)
        for n, m in med_IM.items():
            b_u_by_state[n] = beta_anchor * (max(m, 0.0) / m_anchor)
    else:
        for n in med_IM.keys():
            b_u_by_state[n] = 0.0

curves: Dict[str, FragilityCurve] = {}
for name, med in med_IM.items():
    beta_base = float(beta_base_state[name])
    bU = float(b_u_by_state.get(name, 0.0))
    sigma_thr = float(sigma_thr_by_state.get(name, 0.0))
    beta_eff = float(np.sqrt(beta_base ** 2 + bU ** 2 + sigma_thr ** 2))

```

```

curves[name] = FragilityCurve(name, med, max(beta_eff, 0.05))

prev = 0.0
for n in ["FO", "IO", "LS", "CP"]:
    if n in curves and curves[n].median_IM < prev * 1.01:
        curves[n].median_IM = prev * 1.01
    if n in curves:
        prev = curves[n].median_IM

total_mass_ton = float(np.sum(masses_ton))
modal_out = {
    "Total_height": float(H),
    "Total_mass_ton": total_mass_ton,
    "Gamma1": float(n2.Gamma),
    "PMF_model": float(n2.PMF_model),
    "M* (efectiva)": float(n2.M_eff),
    "M_gen (info)": float(n2.M_gen),
    "Fy*": float(n2.Fy_star),
    "dy*": float(n2.dy_star),
    "dm*": float(n2.dm_star),
    "Em*": float(n2.Em_star),
    "T1": float(n2.T1),
    "T2": float(n2.T2),
    "T*": float(n2.Tstar),
    "COD": float(COD)
}

ida_data = {
    "mu": mu_vec,
    "theta_max": theta_max_vec,
    "Sa16": Sa16_v,
    "Sa50": Sa50_v,
    "Sa84": Sa84_v,
    "theta_limits": theta_limits,
    "edp_label": edp_label
}

return curves, modal_out, bb, ida_data, d_limits, limits_ok, limits_manual

# =====
# 8) MAIN + FIGURAS + DIRECCIÓN CRÍTICA
# =====

def select_critical_direction(curves_X, curves_Y):
    """
    Selecciona la dirección crítica (menor Sa50)
    y conserva ambas curvas por estado de daño.
    """
    critical = {}

    for state in curves_X.keys():
        if state in curves_Y:
            fx = curves_X[state]
            fy = curves_Y[state]

            if fx.median_IM <= fy.median_IM:
                crit_dir = "X"
            else:
                crit_dir = "Y"

            critical[state] = (crit_dir, fx, fy)

    return critical

if __name__ == "__main__":

    # -----
    # Rutas y configuración general
    # -----
    TXT_PATH_X = "Convencional_X.txt"
    TXT_PATH_Y = "Convencional_Y.txt"
    ROOF_POSITION = "auto"

    MASSES_TON = [202.3025, 200.3779, 200.3779, 200.3779, 200.3779, 200.3779, 47.3482]
    HEIGHTS = [3.8, 3.5, 3.5, 3.5, 3.5, 3.5, 3.5]

    DAMPING = 0.02
    IDR_LIMITS = [("FO", 0.0), ("IO", 0.0), ("LS", 0.0), ("CP", 0.0)]

    BETA_METHOD = "p8416"
    B_U_BY_STATE = None
    SIGMA_THR_BY_STATE = {"FO": 0.15, "IO": 0.18, "LS": 0.22, "CP": 0.25}
    BY_GLOBAL = 0.08
    EDP_MODE = "IDR"

    # -----
    # Límites manuales por dirección
    # -----
    D_LIMITS_MANUAL_X = {"FO": 0.038, "IO": 0.07, "LS": 0.31, "CP": 0.455}
    D_LIMITS_MANUAL_Y = {"FO": 0.06, "IO": 0.125, "LS": 0.265, "CP": 0.4}

    # -----
    # EJECUCIÓN DIRECCIÓN X
    # -----
    Fb_X, roof_disp_X, floor_disps_X, roof_idx_X = load_spo_txt(

```

```

    TXT_PATH_X, ROOF_POSITION
)

curves_X, modal_X, bb_X, ida_X, d_limits_X, _, _ = run_spo2frag_pipeline(
    roof_disp=roof_disp_X,
    base_shear=Fb_X,
    floor_disps=floor_disps_X,
    masses_ton=MASSES_TON,
    heights=HEIGHTS,
    damping_ratio=DAMPING,
    idr_limits=IDR_LIMITS,
    beta_method=BETA_METHOD,
    b_u_by_state=B_U_BY_STATE,
    sigma_thr_by_state=SIGMA_THR_BY_STATE,
    by_global=BY_GLOBAL,
    edp_mode=EDP_MODE,
    d_limits_manual=D_LIMITS_MANUAL_X,
)

# -----
# EJECUCIÓN DIRECCIÓN Y
# -----
Fb_Y, roof_disp_Y, floor_disps_Y, roof_idx_Y = load_spo_txt(
    TXT_PATH_Y, ROOF_POSITION
)

curves_Y, modal_Y, bb_Y, ida_Y, d_limits_Y, _, _ = run_spo2frag_pipeline(
    roof_disp=roof_disp_Y,
    base_shear=Fb_Y,
    floor_disps=floor_disps_Y,
    masses_ton=MASSES_TON,
    heights=HEIGHTS,
    damping_ratio=DAMPING,
    idr_limits=IDR_LIMITS,
    beta_method=BETA_METHOD,
    b_u_by_state=B_U_BY_STATE,
    sigma_thr_by_state=SIGMA_THR_BY_STATE,
    by_global=BY_GLOBAL,
    edp_mode=EDP_MODE,
    d_limits_manual=D_LIMITS_MANUAL_Y,
)

# -----
# SELECCIÓN DE DIRECCIÓN CRÍTICA (FEMA P-58 §6.2.2)
# -----
critical_curves = select_critical_direction(curves_X, curves_Y)

print("\nEstado | Sa50_X [g] |  $\beta_X$  || Sa50_Y [g] |  $\beta_Y$  || Dirección crítica")
print("-----")

for state, (dirc, fx, fy) in critical_curves.items():
    print(
        f"{state:>4} | "
        f"{fx.median_IM:8.3f} | {fx.beta:4.2f} || "
        f"{fy.median_IM:8.3f} | {fy.beta:4.2f} || "
        f"{dirc:^9}"
    )

# -----
# RESULTADOS A USAR (CURVAS CRÍTICAS)
# -----
curves = {}
for state, (dirc, fx, fy) in critical_curves.items():
    curves[state] = fx if dirc == "X" else fy

worst_dir = min(
    critical_curves.items(),
    key=lambda x: x[1][1].median_IM
)[1][0]

if worst_dir == "X":
    Fb, roof_disp, bb, ida, modal, d_limits = (
        Fb_X, roof_disp_X, bb_X, ida_X, modal_X, d_limits_X
    )
else:
    Fb, roof_disp, bb, ida, modal, d_limits = (
        Fb_Y, roof_disp_Y, bb_Y, ida_Y, modal_Y, d_limits_Y
    )

print(f"\n>>> Dirección global adoptada para figuras: {worst_dir}")

# -----
# CONFIGURACIÓN GRÁFICA
# -----
import matplotlib as mpl
mpl.rcParams["font.family"] = "Arial"
mpl.rcParams["axes.unicode_minus"] = False

frag_colors = {
    "FO": "#1565c0",
    "IO": "#ef6c00",
    "LS": "#c62828",
    "CP": "#6a1b9a"
}

# =====

```

```

# FIGURA 1 - Pushover vs Backbone (TRILINEAL)
# =====
end_force = float(Fb[-1])
d_bb, F_bb = backbone_curve_xy(bb, end_force=end_force)

fig1 = plt.figure(num=1, figsize=(10.8, 6.2), facecolor="white")
try:
    fig1.canvas.manager.set_window_title("Figura 1 - Pushover vs Backbone trilineal")
except Exception:
    pass

ax = plt.gca()
ax.set_facecolor("white")
ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.3)

plt.plot(roof_disp, Fb, '-', lw=2.4, color='#2F3D44',
         label='Pushover')
plt.plot(d_bb, F_bb, '--', lw=3.0, color='#E53935',
         label='Backbone trilineal')

d_peak = bb.lc * bb.dy
Rc = 1.0 + bb.ah * (bb.lc - 1.0)
F_peak = Rc * bb.Fy

plt.scatter([bb.dy, d_peak, bb.d_end],
           [bb.Fy, F_peak, end_force],
           s=50, color='k', zorder=5)

txt = (f"Fy = {bb.Fy:.1f} kN\nδy = {bb.dy:.4f} m\nah = {bb.ah:.3f}\nμc = {bb.lc:.3f}\n"
      f"ac = {bb.ac:.3f}\nrc = {bb.rc:.3f}\nδ_fin = {bb.d_end:.3f} m")
plt.gcf().text(0.70, 0.52, txt, fontsize=11,
              bbox=dict(facecolor='white', edgecolor='#999', boxstyle='round,pad=0.5'))

x_max_1 = max(roof_disp.max(), d_bb.max()) * 1.03
y_max_1 = max(Fb.max(), F_bb.max()) * 1.03
plt.xlim(0.0, x_max_1)
plt.ylim(0.0, y_max_1)

#plt.title("Figura 1. Pushover vs Backbone trilineal", fontsize=18, weight="bold")
plt.xlabel("Desplazamiento de techo [m]")
plt.ylabel("Cortante basal [kN]")
plt.legend(loc="lower right", fontsize=11, frameon=True)
plt.tight_layout()

# =====
# FIGURA 2 - Curvas IDA percentiles
# =====
theta = ida["theta_max"]
Sa16 = ida["Sa16"]
Sa50 = ida["Sa50"]
Sa84 = ida["Sa84"]
theta_limits = ida["theta_limits"]

edp_label = ida["edp_label"]

fig2 = plt.figure(num=2, figsize=(10.8, 6.5), facecolor="white")
try:
    fig2.canvas.manager.set_window_title("Figura 2 - Curvas IDA percentiles")
except Exception:
    pass

ax = plt.gca()
ax.set_facecolor("white")
ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.3)

def find_plateau_idx(Sa, frac_top=0.001, slope_frac=0.001):
    Sa = np.asarray(Sa, float)
    n = len(Sa)
    if n <= 1:
        return 0
    Sa_max = float(Sa.max())
    Sa_min = float(Sa.min())
    Sa_range = max(Sa_max - Sa_min, 1e-12)
    top_tol = frac_top * Sa_range
    slope_tol = slope_frac * Sa_range
    diff = np.diff(Sa)
    for j in range(n - 1):
        if Sa_max - Sa[j] > top_tol:
            continue
        diff_tail = diff[j:]
        if np.all(np.abs(diff_tail) <= slope_tol):
            return j
    return int(np.argmax(Sa))

def force_green_ramp(theta, Sa, theta_cp, i_red, min_points=2):
    theta = np.asarray(theta, float)
    Sa = np.asarray(Sa, float).copy()
    if theta_cp is None or i_red is None:
        return Sa, False
    cp_idx = int(np.argmin(np.abs(theta - float(theta_cp))))
    if i_red <= cp_idx + min_points:
        return Sa, False
    i1, i2 = cp_idx, int(i_red)
    Sa[i1:i2+1] = np.linspace(Sa[i1], Sa[i2], i2 - i1 + 1)
    Sa = np.maximum.accumulate(Sa)
    return Sa, True

```

```

i16 = find_plateau_idx(Sa16)
i50 = find_plateau_idx(Sa50)
i84 = find_plateau_idx(Sa84)

theta_cp = theta_limits.get("CP", None)
Sa16, did16 = force_green_ramp(theta, Sa16, theta_cp, i16)
Sa50, did50 = force_green_ramp(theta, Sa50, theta_cp, i50)
Sa84, did84 = force_green_ramp(theta, Sa84, theta_cp, i84)

plt.plot(theta, Sa50, "k-", lw=2.5, label="50 %")
plt.plot(theta, Sa16, "k--", lw=2.0, label="16 %")
plt.plot(theta, Sa84, "k-.", lw=2.0, label="84 %")

plt.scatter(theta[i16], Sa16[i16], color="red", s=50, zorder=5)
plt.scatter(theta[i50], Sa50[i50], color="red", s=50, zorder=5)
plt.scatter(theta[i84], Sa84[i84], color="red", s=50, zorder=5)

ymin, ymax = ax.get_ylim()
x_min, x_max_edp = theta.min(), theta.max()
x_range = x_max_edp - x_min
dx = 0.02 * x_range
y_text = ymin + 0.08 * (ymax - ymin)

names_thr = ["FO", "IO", "LS", "CP"]
for idx, name in enumerate(names_thr):
    if name in theta_limits:
        x = theta_limits[name]
        plt.axvline(x=x, color=frag_colors.get(name, "red"),
                    linestyle="--", linewidth=2.4, alpha=0.9)
        xt = x - dx if idx % 2 == 0 else x + dx
        ha = "right" if idx % 2 == 0 else "left"
        plt.text(xt, y_text, name, color="black", fontsize=10, ha=ha, va="bottom")

x_max_plot = 1.1 * float(theta.max())
y_max_plot = 1.1 * float(max(Sa16.max(), Sa50.max(), Sa84.max()))
plt.xlim(0.0, x_max_plot)
plt.ylim(0.0, y_max_plot)

#plt.title("Figura 2. Curvas IDA percentiles", fontsize=16, weight="bold")
plt.xlabel(edp_label, fontsize=12)
plt.ylabel(f"Sa(T* = {modal['T*']:.2f} s) [g]")
plt.legend(loc="lower right", fontsize=11, frameon=True)
plt.tight_layout()

# =====
# FIGURA 3 - Pushover con Umbrales de Daño
# =====
fig3 = plt.figure(num=3, figsize=(10.8, 6.2), facecolor="white")
try:
    fig3.canvas.manager.set_window_title("Figura 3 - Pushover con Umbrales de Daño")
except Exception:
    pass

ax = plt.gca()
ax.set_facecolor("white")
ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.3)

plt.plot(roof_disp, Fb, '-', lw=2.4, color='#2F3D44',
         label='Pushover')
plt.plot(d_bb, F_bb, '--', lw=3.0, color='#E53935',
         label='Backbone trilineal')

plt.scatter([bb.dy, d_peak, bb.d_end],
            [bb.Fy, F_peak, end_force],
            s=50, color='k', zorder=5)

x_min_psh, x_max_psh = 0.0, max(roof_disp.max(), d_bb.max())
y_min_psh, y_max_psh = 0.0, max(Fb.max(), F_bb.max())
x_range_psh = max(x_max_psh - x_min_psh, 1e-6)
dx_psh = 0.02 * x_range_psh
y_text_psh = y_min_psh + 0.08 * (y_max_psh - y_min_psh)

for idx, name in enumerate(names_thr):
    if name in d_limits:
        x = d_limits[name]
        plt.axvline(x=x, color=frag_colors.get(name, "red"),
                    linestyle="--", linewidth=2.4, alpha=0.9)
        xt = x - dx_psh if idx % 2 == 0 else x + dx_psh
        ha = "right" if idx % 2 == 0 else "left"
        plt.text(xt, y_text_psh, name,
                 color=frag_colors.get(name, "red"), fontsize=10,
                 ha=ha, va="bottom")

plt.xlim(0.0, x_max_psh * 1.03)
plt.ylim(0.0, y_max_psh * 1.03)

#plt.title("Figura 3. Pushover con Umbrales de Daño", fontsize=18, weight="bold")
plt.xlabel("Desplazamiento de techo [m]")
plt.ylabel("Cortante basal [kN]")
plt.legend(loc="center right", fontsize=11, frameon=True)
plt.tight_layout()

# =====
# FIGURA 4 - Curvas de Fragilidad
# =====
order_plot = ["FO", "IO", "LS", "CP"]
fills = ["#d9d9d9", "#bfbfbf", "#a6a6a6", "#8c8c8c"]

```

```

Sa_axis = np.linspace(0.0, 2.5, 900)
eps = 1e-9

def Phi(z):
    if SCIPY_OK:
        return norm.cdf(z)
    import math
    z = np.asarray(z, float)
    erf_v = np.vectorize(math.erf)
    return 0.5 * (1.0 + erf_v(z / np.sqrt(2.0)))

fig4 = plt.figure(num=4, figsize=(10.8, 6.2), facecolor="white")
try:
    fig4.canvas.manager.set_window_title("Figura 4 - Curvas de Fragilidad")
except Exception:
    pass

ax = plt.gca()
ax.set_facecolor("white")
ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.3)

items = [(n, curves[n]) for n in order_plot if n in curves]

for i, (n, fc) in enumerate(items):
    P = Phi((np.log((Sa_axis + eps) / fc.median_IM)) / max(fc.beta, 1e-12))
    plt.fill_between(Sa_axis, 0, P, color=fills[min(i, len(fills) - 1)], alpha=1.0, zorder=1)

for i, (n, fc) in enumerate(items):
    P = Phi((np.log((Sa_axis + eps) / fc.median_IM)) / max(fc.beta, 1e-12))
    plt.plot(Sa_axis, P, lw=2.8, color=frag_colors.get(n, "#444"),
             label=f"{n} (Sa50={fc.median_IM:.3f} g, β={fc.beta:.2f})",
             zorder=3)

plt.xlabel(f"Aceleración espectral Sa(T* = {modal['T*']:.2f} s, ξ = {DAMPING * 100:.0f}%) [g]")
plt.ylabel("Probabilidad de Excedencia")
# plt.title("Figura 4. Curvas de Fragilidad", fontsize=18, weight="bold")
plt.legend(loc="lower right", fontsize=11, frameon=True)
plt.xlim(0, Sa_axis.max())
plt.ylim(0, 1.003)
plt.tight_layout()

plt.show()

```

## Curvas de Vulnerabilidad

```

In [ ]: # =====
# 9) CONTINUIDAD: FRAGILIDAD -> VULNERABILIDAD
# =====

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib as mpl

import matplotlib.pyplot as plt
plt.close("all")

# =====
# CONFIGURACIÓN GLOBAL DE TIPOGRAFÍA (FIGURAS PBEE)
# =====
import matplotlib as mpl

mpl.rcParams.update({

    # --- Fuente base ---
    "font.family": "Arial",
    "font.size": 13,

    # --- Ejes ---
    "axes.titlesize": 16,
    "axes.labelsize": 15,
    "axes.labelweight": "normal",

    # --- Ticks ---
    "xtick.labelsize": 13,
    "ytick.labelsize": 13,
    "xtick.direction": "in",
    "ytick.direction": "in",

    # --- Leyendas ---
    "legend.fontsize": 12,
    "legend.frameon": True,

    # --- Líneas ---
    "lines.linewidth": 2.2,
    "lines.markersize": 6,

    # --- Grid ---
    "grid.alpha": 0.6,
    "grid.linestyle": "--",

    # --- Guardado ---
    "savefig.dpi": 300,
    "figure.dpi": 120
})

```

```

try:
    from scipy.stats import norm, lognorm
    from scipy.optimize import curve_fit
    SCIPY_OK_V = True
except Exception:
    SCIPY_OK_V = False

# -----
# 9.1 Entradas desde SPO2FRAG
# -----
IM_grid = np.linspace(0.001, 2.5, 2000)

ds_names = ["FO", "IO", "LS", "CP"]

medians = {}
betas = {}
for n in ds_names:
    if n not in curves:
        raise ValueError(f"Falta el estado {n} en 'curves'. Revisa tu pipeline de fragilidad.")
    medians[n] = float(curves[n].median_IM)
    betas[n] = float(curves[n].beta)

loss_ratios = {
    "FO": 0.05,
    "IO": 0.25,
    "LS": 0.60,
    "CP": 1.00,
}

Tstar_v = float(modal["T*"])
DAMPING_v = float(DAMPING)

# -----
# 9.2 Helpers
# -----
def Phi(z):
    if SCIPY_OK_V:
        return norm.cdf(z)
    import math
    z = np.asarray(z, float)
    erfv = np.vectorize(math.erf)
    return 0.5 * (1.0 + erfv(z / np.sqrt(2.0)))

def fragility_exceedance(IM, theta, beta):
    """
    P[D ≥ DS | IM] con fragilidad lognormal:
    P = Φ( (ln(IM) - ln(theta)) / beta )
    """
    IM = np.asarray(IM, float)
    eps = 1e-12
    z = (np.log(IM + eps) - np.log(max(theta, eps))) / max(beta, eps)
    return Phi(z)

def compute_damage_probabilities(IM_grid, ds_names, medians, betas):
    """
    Devuelve:
    P_exceed[i, :] = P[D ≥ DS_i | IM]
    P_exact [i, :] = P[D = DS_i | IM]
    y además P0 = P(no daño) para cerrar probas.
    """
    n_ds = len(ds_names)
    n_im = len(IM_grid)

    P_exceed = np.zeros((n_ds, n_im), dtype=float)
    for i, name in enumerate(ds_names):
        P_exceed[i, :] = fragility_exceedance(IM_grid, medians[name], betas[name])

    P_exact = np.zeros_like(P_exceed)
    for i in range(n_ds - 1):
        P_exact[i, :] = np.clip(P_exceed[i, :] - P_exceed[i + 1, :], 0.0, 1.0)
    P_exact[-1, :] = np.clip(P_exceed[-1, :], 0.0, 1.0)

    P0 = np.clip(1.0 - P_exceed[0, :], 0.0, 1.0)

    s = P0 + np.sum(P_exact, axis=0)
    s[s < 1e-12] = 1.0
    P0 /= s
    P_exact /= s

    return P_exceed, P_exact, P0

def expected_loss_ratio(IM_grid, ds_names, P_exact, loss_ratios):
    LR_vec = np.array([loss_ratios[n] for n in ds_names], dtype=float)
    return np.dot(LR_vec, P_exact)

P_exceed, P_exact, P0 = compute_damage_probabilities(IM_grid, ds_names, medians, betas)
mean_LR = expected_loss_ratio(IM_grid, ds_names, P_exact, loss_ratios)

# -----
# 9.3 Ajuste Lognormal a La curva de vulnerabilidad
# -----
def lognormal_cdf_IM(IM, sigma, mu):
    if not SCIPY_OK_V:

```

```

        return np.zeros_like(IM, dtype=float)
    return lognorm.cdf(IM, s=sigma, scale=mu, loc=0.0)

sigma_v, theta_v = None, None
if SCIPY_OK_V:
    mask = mean_LR > 1e-4
    IM_fit = IM_grid[mask]
    LR_fit = mean_LR[mask]

    mu_guess = IM_fit[len(IM_fit)//2] if IM_fit.size else 0.5
    p0 = [0.6, mu_guess]

    params, _ = curve_fit(
        lognormal_cdf_IM,
        IM_fit,
        LR_fit,
        p0=p0,
        bounds=([0.01, 1e-4], [3.0, 50.0])
    )

    sigma_v, theta_v = float(params[0]), float(params[1])
    LR_lognormal = lognormal_cdf_IM(IM_grid, sigma_v, theta_v)
else:
    LR_lognormal = mean_LR.copy()

print("\n=== Vulnerabilidad desde SPO2FRAG ===")
print("Medianas Sa50 (g):", {k: round(v, 4) for k, v in medians.items()})
print("Betas  $\beta$ :", {k: round(v, 4) for k, v in betas.items()})
if SCIPY_OK_V:
    print(f"Ajuste lognormal: theta_v={theta_v:.4f}, beta_v={sigma_v:.4f}")
else:
    print("SciPy no disponible: sin ajuste lognormal.")

# -----
# 9.4 Figura - Vulnerabilidad (mismo Look & feel)
# -----
mpl.rcParams["font.family"] = "Arial"
mpl.rcParams["axes.unicode_minus"] = False

figV = plt.figure(num=5, figsize=(10.8, 6.2), facecolor="white")
try:
    figV.canvas.manager.set_window_title("Figura 5 - Curva de Vulnerabilidad")
except Exception:
    pass

ax = plt.gca()
ax.set_facecolor("white")
ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.3)

# Curva discreta
# plt.plot(IM_grid, mean_LR, lw=2.8, color="#2F3D44", label="E[LR | IM] (desde fragilidades)", zorder=3)

if SCIPY_OK_V:
    plt.plot(IM_grid, LR_lognormal, "-", lw=3.0, color="#6a1b9a",
             label=f"Ajuste lognormal ( $\theta_v$ ={theta_v:.3f},  $\beta_v$ ={sigma_v:.2f})", zorder=4)

plt.xlabel(f"Aceleración espectral Sa( $T^* = \{Tstar_v:.2f\}$  s,  $\xi = \{DAMPING_v*100:.0f\}$ %) [g]")
plt.ylabel("Loss Ratio esperado E[LR | IM]")

plt.legend(loc="upper left", fontsize=11, frameon=True)
plt.xlim(0.0, float(IM_grid.max()))
plt.ylim(0.0, 1.003)

plt.tight_layout()
plt.show()

LR_f = lambda x: float(np.interp(float(x), IM_grid, LR_lognormal if SCIPY_OK_V else mean_LR))

LR_curve_IM = (IM_grid.copy(), (LR_lognormal if SCIPY_OK_V else mean_LR).copy())

```

## Pérdidas Probables

```

In [ ]: # =====
# CÁLCULO DE PÉRDIDAS (PBEE/Hazus-AEBM) + PML + Figuras + AFE
# =====

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
plt.close("all")

# =====
# CONFIGURACIÓN GLOBAL DE TIPOGRAFÍA (FIGURAS PBEE)
# =====
import matplotlib as mpl

mpl.rcParams.update({

    # --- Fuente base ---
    "font.family": "Arial",
    "font.size": 13,

    # --- Ejes ---
    "axes.titlesize": 16,
    "axes.labelsize": 15,
    "axes.labelweight": "normal",

```

```

# --- Ticks ---
"xtick.labelsize": 13,
"ytick.labelsize": 13,
"xtick.direction": "in",
"ytick.direction": "in",

# --- Leyendas ---
"legend.fontsize": 12,
"legend.frameon": True,

# --- Líneas ---
"lines.linewidth": 2.2,
"lines.markersize": 6,

# --- Grid ---
"grid.alpha": 0.6,
"grid.linestyle": "--",

# --- Guardado ---
"savefig.dpi": 300,
"figure.dpi": 120
})

# =====
# 0) CHEQUEO: debe existir 'curves' y 'modal' de derivado de SPO2FRAG
# =====
if "curves" not in globals():
    raise RuntimeError("No existe la variable 'curves'. Ejecuta primero SPO2FRAG.")
if "modal" not in globals():
    raise RuntimeError("No existe la variable 'modal'. Ejecuta primero SPO2FRAG.")
if "T*" not in modal:
    raise RuntimeError("No existe la clave 'T*' en 'modal'. Revisa tu pipeline.")

T_star = float(modal["T*"])
print(f"[OK] T* tomado desde SPO2FRAG: T_star = {T_star:.4f} s")

# =====
# 1) DATOS DEL EDIFICIO
# =====
area_6pisos_m2 = 6 * 360.0
area_azotea_m2 = 230.0
gross_floor_area_m2 = area_6pisos_m2 + area_azotea_m2 # 2390 m2

unit_cost_usd_m2 = 449.0
RV_B = gross_floor_area_m2 * unit_cost_usd_m2 # reposición edificio base

RV_ISO = 150000

N_residents = 6 * 4 # 24

print("\n=== INPUTS EDIFICIO ===")
print(f"Área total (m²): {gross_floor_area_m2:.0f}")
print(f"RV_B (USD): {RV_B:,.0f}")
print(f"RV_ISO (USD): {RV_ISO:,.0f}")

# =====
# 2) COSTOS ESPECÍFICOS (A/D) CON CANTIDADES
# =====
components_AD = [
    ("Arquitectónico / MEP (Shafts/ductos)", "Ductos de ascensores, basura, cuarto de máquinas", 405.0, "m²", "D", 65.0),
    ("Arquitectónico", "Mampostería / Tabiques no estructurales", 80.0, "m²", "D", 2700.0),
    ("Arquitectónico", "Cielo falso (sistema de cielo suspendido)", 45.0, "m²", "A", 1700.0),
    ("Mecánico (Elevadores)", "Ascensor 7-9 paradas (9 pisos) capacidad 8 personas", 52694.0, "U", "A", 1.0),
    ("Mecánico (Contra incendio)", "Sistema contraincendios", 2172.0, "U", "A", 1.0),
    ("Mecánico (HVAC)", "Sistema de ventilación", 5989.0, "U", "A", 1.0),
    ("Mecánico (HVAC)", "Sistema extracción de aire", 8845.0, "U", "A", 1.0),
    ("Eléctrico / Energía", "Sistema de iluminación fotovoltaica", 4193.0, "U", "A", 1.0),
    ("Mecánico (Bombas)", "Bomba de 1 HP", 612.0, "U", "A", 1.0),
    ("Mecánico (Gas)", "Sistema de gas centralizado", 48188.0, "U", "A", 1.0),
    ("Mecánico (Calefacción/HVAC)", "Sistema de calefacción (edificios/centros comerciales)", 103303.0, "U", "A", 1.0),
    ("Eléctrico (Generación)", "Generador a diesel 20 kV", 9038.0, "U", "A", 1.0),
    ("Eléctrico / Seguridad", "Sistema de vigilancia hasta 3 pisos", 10011.0, "U", "A", 1.0),
]

def item_total(price, qty):
    return float(price) * float(qty)

items_D = [(sys, name, price, unit, qty) for (sys, name, price, unit, sens, qty) in components_AD if sens == "D"]
items_A = [(sys, name, price, unit, qty) for (sys, name, price, unit, sens, qty) in components_AD if sens == "A"]

RV_A_from_list = float(sum(item_total(price, qty) for (_, _, price, _, qty) in items_A))
RV_D_from_list = float(sum(item_total(price, qty) for (_, _, price, _, qty) in items_D))

RV_C_accel = RV_A_from_list

print("\n=== COMPONENTES D (DERIVA) - con cantidades ===")
for sys, name, price, unit, qty in items_D:
    print(f"- {name}: {price:.2f} USD/{unit} × {qty:.2f} {unit} = {item_total(price, qty):.0f} USD [{sys}]")
print(f"TOTAL D (lista) = {RV_D_from_list:.0f} USD")

print("\n=== COMPONENTES A (ACELERACIÓN) - con cantidades ===")
for sys, name, price, unit, qty in items_A:
    print(f"- {name}: {price:.2f} USD/{unit} × {qty:.2f} {unit} = {item_total(price, qty):.0f} USD [{sys}]")
print(f"TOTAL A (lista) RV_C_accel = {RV_C_accel:.0f} USD")

```

```

# =====
# 2.1) NSD específico (DERIVA): ductos + mampostería
# =====
USE_D_LIST_FOR_SPECIFIC = True
if USE_D_LIST_FOR_SPECIFIC:
    RV_NSD_specific_total = RV_D_from_list
else:
    RV_NSD_specific_total = float(405.0 * 65.0 + 80.0 * 2700.0)

print(f"\nRV_NSD_specific_total (DERIVA) = {RV_NSD_specific_total:,.0f} USD")

# =====
# 2.2) Valor de reposición total (para cap y para LR)
# =====
RV_total = float(RV_B + RV_ISO + RV_C_accel + RV_NSD_specific_total)
print(f"\nRV_total (RV_B + RV_ISO + A + D) = {RV_total:,.0f} USD")

# =====
# 3) UTILIDADES
# =====
def fix_axes_margins(ax, *,
                    x0=None, x1=None, y0=None, y1=None,
                    zero_margins=True):
    """
    Ajusta márgenes/limites para evitar espacios blancos.
    - x0/x1/y0/y1: si los das, fija límites exactos.
    - zero_margins=True: elimina padding extra.
    """
    if zero_margins:
        ax.margins(x=0.0, y=0.0)

    if x0 is not None or x1 is not None:
        ax.set_xlim(left=x0 if x0 is not None else ax.get_xlim()[0],
                   right=x1 if x1 is not None else ax.get_xlim()[1])

    if y0 is not None or y1 is not None:
        ax.set_ylim(bottom=y0 if y0 is not None else ax.get_ylim()[0],
                   top=y1 if y1 is not None else ax.get_ylim()[1])

def ensure_monotonic_decreasing(x, y):
    """Fuerza y decreciente respecto a x creciente."""
    x = np.asarray(x, float)
    y = np.asarray(y, float)
    order = np.argsort(x)
    x = x[order]
    y = y[order]
    for i in range(len(y) - 2, -1, -1):
        y[i] = max(y[i], y[i + 1])
    return x, y

def Phi(z):
    """CDF normal estándar sin SciPy."""
    import math
    z = np.asarray(z, float)
    erfv = np.vectorize(math.erf)
    return 0.5 * (1.0 + erfv(z / np.sqrt(2.0)))

def fragility_exceedance_IM(IM, theta, beta):
    """P(exceder DS | IM) fragilidad lognormal."""
    IM = np.asarray(IM, float)
    theta = float(theta)
    beta = float(beta)
    IM = np.clip(IM, 1e-16, None)
    theta = max(theta, 1e-16)
    beta = max(beta, 1e-6)
    return Phi((np.log(IM) - np.log(theta)) / beta)

def interp1(x_arr, y_arr):
    x_arr = np.asarray(x_arr, float)
    y_arr = np.asarray(y_arr, float)
    def f(x):
        return float(np.interp(float(x), x_arr, y_arr))
    return f

def IM_at_return_period(TR, IM_arr, lam_arr):
    """Encuentra IM* tal que λ(IM*) = 1/TR (interp log-log)."""
    target = 1.0 / float(TR)
    IM_arr, lam_arr = ensure_monotonic_decreasing(IM_arr, lam_arr)
    logIM = np.log(np.clip(IM_arr, 1e-16, None))
    loglam = np.log(np.clip(lam_arr, 1e-30, None))
    logt = np.log(max(target, 1e-30))
    logIM_star = np.interp(logt, loglam[::-1], logIM[::-1])
    return float(np.exp(logIM_star))

def smooth_hazard_curve(points, IM_dense, deg=3):
    """Ajuste suave log-log: log10(λ)=poly(log10(IM))."""
    pts = np.array(points, float)
    pts = pts[pts[:, 0].argsort()]
    IMp, lamp = pts[:, 0], pts[:, 1]
    x = np.log10(np.clip(IMp, 1e-12, None))
    y = np.log10(np.clip(lamp, 1e-30, None))
    coeff = np.polyfit(x, y, deg=deg)
    poly = np.poly1d(coeff)
    xd = np.log10(np.clip(IM_dense, 1e-12, None))
    yd = poly(xd)
    lam_dense = 10 ** yd
    return ensure_monotonic_decreasing(IM_dense, lam_dense)

```

```

def extrap_loglog(x_new, x, y):
    """Extrapolación y(x) fuera del rango usando rectas en log-log (x,y>0)."""
    x = np.asarray(x, float)
    y = np.asarray(y, float)
    x_new = np.asarray(x_new, float)

    x = np.clip(x, 1e-12, None)
    y = np.clip(y, 1e-30, None)
    x_new_pos = np.clip(x_new, 1e-12, None)

    logx = np.log(x)
    logy = np.log(y)

    m_lo = (logy[1] - logy[0]) / max((logx[1] - logx[0]), 1e-12)
    b_lo = logy[0] - m_lo * logx[0]

    m_hi = (logy[-1] - logy[-2]) / max((logx[-1] - logx[-2]), 1e-12)
    b_hi = logy[-1] - m_hi * logx[-1]

    y_new = np.empty_like(x_new_pos)
    lo = x_new_pos < x[0]
    hi = x_new_pos > x[-1]
    mid = (~lo) & (~hi)

    y_new[lo] = np.exp(m_lo * np.log(x_new_pos[lo]) + b_lo)
    y_new[hi] = np.exp(m_hi * np.log(x_new_pos[hi]) + b_hi)
    y_new[mid] = np.interp(x_new_pos[mid], x, y)

    return y_new

# =====
# 3.B) FUNCIONES PARA PML (beta_f, muestreo Lognormal, survival)
# =====
CV_LOSS_DEFAULT = 0.60
BETA_LOSS_DEFAULT = float(np.sqrt(np.log(1.0 + CV_LOSS_DEFAULT**2)))

def beta_f(IM_value):
    """β de pérdidas (log-std) condicional a IM."""
    return BETA_LOSS_DEFAULT

def sample_lognormal_given_mean_beta(mean, beta, N, rng):
    """Muestras lognormales con media 'mean' y log-std 'beta'."""
    mean = float(max(mean, 1e-30))
    beta = float(max(beta, 1e-9))
    mu = np.log(mean) - 0.5 * beta**2
    z = rng.standard_normal(int(N))
    return np.exp(mu + beta * z)

def lognormal_survival(x, mean, beta):
    """P(L > x) para lognormal parametrizada por (media, beta)."""
    x = np.asarray(x, float)
    mean = float(max(mean, 1e-30))
    beta = float(max(beta, 1e-9))
    mu = np.log(mean) - 0.5 * beta**2
    x_pos = np.clip(x, 1e-30, None)
    z = (np.log(x_pos) - mu) / beta
    return 1.0 - Phi(z)

# =====
# 4) AMENAZA λ(IM) desde NEC + "igual λ" hasta Sa(T*)
# =====
haz_points = {
    "Sa_1s": np.array([
        [0.05, 4.490685e-02],
        [0.10, 1.312267e-02],
        [0.20, 2.965441e-03],
        [0.30, 1.022279e-03],
        [0.40, 4.234423e-04],
        [0.60, 1.048899e-04],
        [0.80, 3.298689e-05],
        [1.00, 1.223825e-05],
    ]),
    "Sa_0p5s": np.array([
        [0.05, 1.715733e-01],
        [0.10, 5.807047e-02],
        [0.20, 1.666060e-02],
        [0.30, 7.028942e-03],
        [0.40, 3.498321e-03],
        [0.60, 1.205979e-03],
        [0.80, 4.995335e-04],
        [1.00, 2.440955e-04],
        [1.20, 1.307457e-04],
    ]),
    "Sa_0p2s": np.array([
        [0.10, 1.880711e-01],
        [0.20, 6.850554e-02],
        [0.30, 3.409537e-02],
        [0.40, 1.929685e-02],
        [0.60, 7.847600e-03],
        [0.80, 3.696435e-03],
        [1.00, 1.979934e-03],
        [1.20, 1.120577e-03],
    ]),
    "Sa_0p1s": np.array([
        [0.05, 4.457823e-01],
        [0.10, 2.099757e-01],
    ]),
}

```

```

        [0.20, 7.790172e-02],
        [0.30, 3.806644e-02],
        [0.40, 2.115236e-02],
        [0.60, 8.602194e-03],
        [0.80, 4.051870e-03],
        [1.00, 2.170317e-03],
        [1.20, 1.251090e-03],
    ]),
}

colors_nec = {
    "Sa_0p5s": "#2ca02c",
    "Sa_1s": "#1f77b4",
    "Sa_0p2s": "#8c564b",
    "Sa_0p1s": "#e377c2",
}

deg_fit = 3
T_list = np.array([0.1, 0.2, 0.5, 1.0], float)
keys_T = ["Sa_0p1s", "Sa_0p2s", "Sa_0p5s", "Sa_1s"]

IM_nec = np.linspace(0.03, 1.20, 1200)

haz_dense_nec = {}
for k in keys_T:
    IMk, lamk = smooth_hazard_curve(haz_points[k], IM_nec, deg=deg_fit)
    IMk, lamk = ensure_monotonic_decreasing(IMk, lamk)
    haz_dense_nec[k] = (IMk, lamk)

IM_ext = np.linspace(1e-6, 5.0, 2500)
haz_dense_ext = {}
lam_hi_list, lam_lo_list = [], []

for k in keys_T:
    IMk, lamk = haz_dense_nec[k]
    lam_ext = extrap_loglog(IM_ext, IMk, lamk)
    IMe, lame = ensure_monotonic_decreasing(IM_ext, lam_ext)
    haz_dense_ext[k] = (IME, lame)
    lam_hi_list.append(float(lame[0]))
    lam_lo_list.append(float(lame[-1]))

lam_target_max_common = min(lam_hi_list)
lam_target_min_common = max(lam_lo_list)

lam_target_min = 1e-6

lam_grid_max = lam_target_max_common
lam_grid_min = max(lam_target_min, lam_target_min_common)
lam_grid = np.logspace(np.log10(lam_grid_max), np.log10(lam_grid_min), 600)

def Sa_at_rate_interp(lam_target, IMk, lamk):
    """Inversión Sa(λ) por interpolación log-log."""
    IMk = np.asarray(IMk, float)
    lamk = np.asarray(lamk, float)
    IMk, lamk = ensure_monotonic_decreasing(IMk, lamk)

    lt = float(lam_target)
    lt = np.clip(lt, lamk[-1], lamk[0])

    logIM = np.log(np.clip(IMk, 1e-16, None))
    loglam = np.log(np.clip(lamk, 1e-30, None))
    logt = np.log(max(lt, 1e-30))

    logIM_star = np.interp(logt, loglam[::-1], logIM[::-1])
    return float(np.exp(logIM_star))

Sa_T_lam = np.zeros((len(T_list), len(lam_grid)), float)
for i, k in enumerate(keys_T):
    IMk, lamk = haz_dense_ext[k]
    for j, lamv in enumerate(lam_grid):
        Sa_T_lam[i, j] = Sa_at_rate_interp(lamv, IMk, lamk)

Sa_Tstar = np.zeros(len(lam_grid), float)
logT = np.log(T_list)
logTstar = np.log(max(T_star, 1e-6))

if (T_list.min() <= T_star <= T_list.max()):
    for j in range(len(lam_grid)):
        logSa = np.log(np.clip(Sa_T_lam[:, j], 1e-16, None))
        Sa_Tstar[j] = float(np.exp(np.interp(logTstar, logT, logSa)))
else:
    if T_star > 1.0:
        i05 = int(np.where(np.isclose(T_list, 0.5))[0][0])
        i10 = int(np.where(np.isclose(T_list, 1.0))[0][0])
        logT05, logT10 = np.log(0.5), np.log(1.0)
        for j in range(len(lam_grid)):
            Sa05 = max(Sa_T_lam[i05, j], 1e-16)
            Sa10 = max(Sa_T_lam[i10, j], 1e-16)
            m = (np.log(Sa10) - np.log(Sa05)) / max((logT10 - logT05), 1e-12)
            Sa_Tstar[j] = float(np.exp(np.log(Sa10) + m * (logTstar - logT10)))
    else:
        i01 = int(np.where(np.isclose(T_list, 0.1))[0][0])
        i02 = int(np.where(np.isclose(T_list, 0.2))[0][0])
        logT01, logT02 = np.log(0.1), np.log(0.2)
        for j in range(len(lam_grid)):
            Sa01 = max(Sa_T_lam[i01, j], 1e-16)
            Sa02 = max(Sa_T_lam[i02, j], 1e-16)

```

```

        m = (np.log(Sa02) - np.log(Sa01)) / max((logT02 - logT01), 1e-12)
        Sa_Tstar[j] = float(np.exp(np.log(Sa01) + m * (logTstar - logT01)))

def pava_increasing(y, w=None):
    y = np.asarray(y, float)
    n = len(y)
    if w is None:
        w = np.ones(n, float)
    else:
        w = np.asarray(w, float)

    blocks_v, blocks_w, blocks_len = [], [], []

    for i in range(n):
        blocks_v.append(y[i])
        blocks_w.append(w[i])
        blocks_len.append(1)

        while len(blocks_v) >= 2 and blocks_v[-2] > blocks_v[-1]:
            v1, w1, L1 = blocks_v[-2], blocks_w[-2], blocks_len[-2]
            v2, w2, L2 = blocks_v[-1], blocks_w[-1], blocks_len[-1]
            v_new = (v1*w1 + v2*w2) / (w1 + w2)
            w_new = (w1 + w2)
            L_new = L1 + L2
            blocks_v[-2] = v_new
            blocks_w[-2] = w_new
            blocks_len[-2] = L_new
            blocks_v.pop(); blocks_w.pop(); blocks_len.pop()

    y_hat = np.empty(n, float)
    idx = 0
    for bv, L in zip(blocks_v, blocks_len):
        y_hat[idx:idx+L] = bv
        idx += L

    return y_hat

logSa_star = np.log(np.clip(Sa_Tstar, 1e-16, None))
logSa_star_iso = pava_increasing(logSa_star)
Sa_Tstar_iso = np.exp(logSa_star_iso)

IM_Tstar = Sa_Tstar_iso
lam_Tstar = lam_grid
IM_Tstar, lam_Tstar = ensure_monotonic_decreasing(IM_Tstar, lam_Tstar)

fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 7))
for k, lab, col in [
    ("Sa_0p1s", "0.1 s", colors_nec["Sa_0p1s"]),
    ("Sa_0p2s", "0.2 s", colors_nec["Sa_0p2s"]),
    ("Sa_0p5s", "0.5 s", colors_nec["Sa_0p5s"]),
    ("Sa_1s", "1.0 s", colors_nec["Sa_1s"]),
]:
    IMk, lamk = haz_dense_nec[k]
    ax.plot(IMk, lamk, lw=2.0, color=col, label=lab)

ax.plot(IM_Tstar, lam_Tstar, lw=3.4, color="purple", label=f"Sa(T*={T_star:.3f}s)")
ax.set_yscale("log")
ax.set_xlim(0.0, 1.2)
ax.set_ylim(lam_grid_min, 1.0)
ax.set_xlabel("Sa [g]")
ax.set_ylabel("Frecuencia anual de excedencia")
ax.grid(True, which="both", ls="--", alpha=0.6)
ax.legend()
fix_axes_margins(ax, x0=0.0, x1=1.2, y0=lam_grid_min, y1=1.0)
fig.tight_layout()
plt.show()

IM_global = np.linspace(1e-6, 2.5, 2000)
lam_on_global = extrap_loglog(IM_global, IM_Tstar, lam_Tstar)
IM, lam_IM = ensure_monotonic_decreasing(IM_global, lam_on_global)

print(f"[OK] Hazard PBEE = Sa(T*={T_star:.3f}s)")
print(f"IM*(2475) en Sa(T*): {IM_at_return_period(2475, IM, lam_IM):.4f} g")

# =====
# 6.1 AFE (Annual Frequency of Exceedance) y conversiones (Poisson)
# =====
AFE_IM = lam_IM

def TR_from_AFE(lam):
    lam = float(max(lam, 1e-30))
    return 1.0 / lam

def poe_in_years_from_AFE(lam, years):
    lam = float(max(lam, 0.0))
    years = float(max(years, 0.0))
    return 1.0 - np.exp(-lam * years)

im_test = 1.0
lam_test = float(np.interp(im_test, IM, AFE_IM))
print(f"\n=== AFE (chequeo) ===")
print(f"AFE(IM={im_test:.2f}g) = {lam_test:.6g} 1/año => TR={TR_from_AFE(lam_test):.1f} años | PoE50={poe_in_years_from_AFE(lam_test, 50):.3f}")

# =====
# 5) PROBABILIDADES DE ESTADOS DE DAÑO (FO/IO/LS/CP) DESDE 'curves'
# =====
DS_NAMES = ["FO", "IO", "LS", "CP"]

```

```

def compute_damage_probabilities_from_curves(IM_grid, ds_names, curves_obj):
    IM_grid = np.asarray(IM_grid, float)

    P_ex = []
    for name in ds_names:
        theta = float(curves_obj[name].median_IM)
        beta = float(curves_obj[name].beta)
        P_ex.append(fragility_exceedance_IM(IM_grid, theta, beta))
    P_ex = np.vstack(P_ex)

    P_exact = np.zeros_like(P_ex)
    for i in range(len(ds_names) - 1):
        P_exact[i, :] = np.clip(P_ex[i, :] - P_ex[i + 1, :], 0.0, 1.0)
    P_exact[-1, :] = np.clip(P_ex[-1, :], 0.0, 1.0)

    P0 = np.clip(1.0 - P_ex[0, :], 0.0, 1.0)

    s = P0 + P_exact.sum(axis=0)
    s = np.clip(s, 1e-12, None)
    P0 /= s
    P_exact /= s
    return P_exact, P0, P_ex

P_exact_DS, P0_none, P_ex_all = compute_damage_probabilities_from_curves(IM, DS_NAMES, curves)
P_col = np.clip(P_ex_all[-1, :], 0.0, 1.0)

# =====
# 9) HAZUS AEBM - COSTOS POR SISTEMA (EL_STR, EL_NSD, EL_NSA)
# =====
FV_STR = 0.18
FV_NSD = 0.41
FV_NSA = 0.41

# valores HAZUS: Loss ratio por estado de daño
repair_ratio_building = {"FO": 0.02, "IO": 0.10, "LS": 0.50, "CP": 1.00}

STRD = np.array([repair_ratio_building[n] for n in DS_NAMES], float)
NSDD = np.array([repair_ratio_building[n] for n in DS_NAMES], float)
NSAD = np.array([repair_ratio_building[n] for n in DS_NAMES], float)

P_ds = P_exact_DS

# Base HAZUS por fracciones sobre RV_total
RV_STR_HAZUS = FV_STR * RV_total
RV_NSD_HAZUS = FV_NSD * RV_total
RV_NSA_HAZUS = FV_NSA * RV_total

EL_STR_on_IM = RV_STR_HAZUS * (STRD.reshape(-1, 1) * P_ds).sum(axis=0)
EL_NSD_on_IM = RV_NSD_HAZUS * (NSDD.reshape(-1, 1) * P_ds).sum(axis=0)
EL_NSA_on_IM = RV_NSA_HAZUS * (NSAD.reshape(-1, 1) * P_ds).sum(axis=0)

EL_NSD_specific_on_IM = RV_NSD_specific_total * (NSDD.reshape(-1, 1) * P_ds).sum(axis=0)

EL_total_HAZUSfrac_on_IM = EL_STR_on_IM + EL_NSD_on_IM + EL_NSA_on_IM
EL_total_SPECIFIC_on_IM = EL_STR_on_IM + EL_NSD_specific_on_IM + EL_NSA_on_IM

print("\n=== HAZUS AEBM (por sistemas) ===")
print(f"FV_STR={FV_STR:.2f}, FV_NSD={FV_NSD:.2f}, FV_NSA={FV_NSA:.2f}")
print(f"RV_total={RV_total:,.0f} USD")
print(f"RV_STR_HAZUS={RV_STR_HAZUS:,.0f} RV_NSD_HAZUS={RV_NSD_HAZUS:,.0f} RV_NSA_HAZUS={RV_NSA_HAZUS:,.0f}")
print(f"RV_NSD_specific_total (deriva, lista)={RV_NSD_specific_total:,.0f} USD")

USE_NSD_SPECIFIC = True
if USE_NSD_SPECIFIC:
    EL_TOTAL_IM = EL_total_SPECIFIC_on_IM
    EL_NSD_USED_on_IM = EL_NSD_specific_on_IM
    nsd_label_used = "NSD específico (ductos + mampostería)"
else:
    EL_TOTAL_IM = EL_total_HAZUSfrac_on_IM
    EL_NSD_USED_on_IM = EL_NSD_on_IM
    nsd_label_used = "NSD Hazus por fracción (sobre RV_total)"

# =====
# 9.7) ESCALADO ECONÓMICO
# =====
ECON_SCALE = 1

EL_STR_on_IM *= ECON_SCALE
EL_NSD_on_IM *= ECON_SCALE
EL_NSA_on_IM *= ECON_SCALE

EL_NSD_specific_on_IM *= ECON_SCALE

EL_total_HAZUSfrac_on_IM *= ECON_SCALE
EL_total_SPECIFIC_on_IM *= ECON_SCALE

EL_TOTAL_IM *= ECON_SCALE

# =====
# 10) EAL (AAL) integrando sobre hazard con bin-mass (AFE)
# =====
bin_mass = np.maximum(lam_IM[:-1] - lam_IM[1:], 0.0)

EL_total_f = lambda x: RV_total * LR_f(x)

EL_str_f = interp1(IM, EL_STR_on_IM)

```

```

EL_nsd_f = interp1(IM, EL_NSD_USED_on_IM)
EL_nsa_f = interp1(IM, EL_NSA_on_IM)

EAL_total = 0.0
EAL_STR = 0.0
EAL_NSD = 0.0
EAL_NSA = 0.0

for i in range(len(IM) - 1):
    im_mid = 0.5 * (IM[i] + IM[i + 1])
    EAL_total += bin_mass[i] * EL_total_f(im_mid)
    EAL_STR += bin_mass[i] * EL_str_f(im_mid)
    EAL_NSD += bin_mass[i] * EL_nsd_f(im_mid)
    EAL_NSA += bin_mass[i] * EL_nsa_f(im_mid)

print("\n=== PÉRDIDAS ECONÓMICAS DIRECTAS (Hazus-AEBM) ===")
print(f"NSD usado: {nsd_label_used}")
print(f"EAL_total = {EAL_total:,.2f} USD/año")
print(f" EAL_STR = {EAL_STR:,.2f} USD/año")
print(f" EAL_NSD = {EAL_NSD:,.2f} USD/año")
print(f" EAL_NSA = {EAL_NSA:,.2f} USD/año")

# =====
# 11) PML en IM* (TR) usando AFE
# =====
TR = 2475
target_rate = 1.0 / TR

IM_star_haz = IM_at_return_period(TR, IM, lam_IM)

LR_min = 0.0
loss_floor = LR_min * RV_total
idx_pos = np.where(EL_TOTAL_IM >= loss_floor)[0]
IM_loss_floor = float(IM[idx_pos[0]]) if len(idx_pos) > 0 else float(IM[0])

IM_star = float(np.clip(max(IM_star_haz, IM_loss_floor), IM[0], IM[-1]))

print("\n=== IM* (por AFE/TR) ===")
print(f"TR = {TR} años => AFE objetivo = {target_rate:.6g} 1/año")
print(f"IM* por amenaza: {IM_star_haz:.4f} g")
if LR_min > 0:
    print(f"IM piso por pérdidas (LR>{LR_min*100:.2f}% RV_total): {IM_loss_floor:.4f} g")
print(f"IM* final usado: {IM_star:.4f} g")
print(f"AFE(IM*) = {float(np.interp(IM_star, IM, lam_IM)):.6g} 1/año")
print(f"PoE50(IM*) = {poe_in_years_from_AFE(float(np.interp(IM_star, IM, lam_IM)), 50):.3f}")
print(f"LR(IM*): ", EL_total_f(IM_star)/RV_total)
print(f"P(CP|IM*): ", float(np.interp(IM_star, IM, P_col)))
print(f"P(LS|IM*): ", float(np.interp(IM_star, IM, P_ex_all[2, :])))

rng = np.random.default_rng(1234)
Nsim = 30000

cap_max = RV_total
mean_cost_star = float(EL_total_f(IM_star))
beta_star = float(beta_f(IM_star))

eps_loss = 1e-9 * max(RV_total, 1.0)
mean_cost_star = max(mean_cost_star, eps_loss)

loss_samples = sample_lognormal_given_mean_beta(mean_cost_star, beta_star, Nsim, rng)
loss_samples = np.clip(loss_samples, 0.0, cap_max)
PML_90 = np.percentile(loss_samples, 90.0)

print("\n=== PML (Costo total directo) ===")
print(f"Mean(EL|IM*): {mean_cost_star:,.2f} USD")
print(f"beta(IM*): {beta_star:.4f}")
print(f"PML_90 = {PML_90:,.0f} USD")

# =====
# 12) DAÑO FÍSICO y DOWNTIME
# =====
damage_index_weights = {"FO": 0.05, "IO": 0.20, "LS": 0.60, "CP": 1.00}
downtime_days_by_DS = {"FO": 5.0, "IO": 30.0, "LS": 120.0, "CP": 240.0}

w_vec = np.array([damage_index_weights[n] for n in DS_NAMES], float)
t_vec = np.array([downtime_days_by_DS[n] for n in DS_NAMES], float)

E_damage = np.array([min(max(LR_f(im), 0.0), 1.0) for im in IM], float)
E_downtime = 240.0 * E_damage

# =====
# 13) OCUPACIÓN TIPO PACT (bloques) + fatalidades
# =====
visitor_factor_weekday_evening = 0.20
visitor_factor_weekend_day = 0.30

N_night = N_residents
N_day = 0.70 * N_residents
N_weekday_evening = (1.0 + visitor_factor_weekday_evening) * N_residents
N_weekend_day = (1.0 + visitor_factor_weekend_day) * N_residents

occupancy_states = [
    ("Night_weekday", N_night, 5/7 * 8/24),
    ("Day_weekday", N_day, 5/7 * 10/24),
    ("Evening_weekday", N_weekday_evening, 5/7 * 6/24),
    ("Weekend_day", N_weekend_day, 2/7 * 10/24),
    ("Weekend_night", N_night, 2/7 * 14/24),

```

```

]
w_sum = sum(w for _, _, w in occupancy_states)
occupancy_states = [(nm, N, w / w_sum) for nm, N, w in occupancy_states]
N_eff = sum(N * w for _, N, w in occupancy_states)

FATALITY_RATE_IF_COLLAPSE = 0.05
E_fatal_weighted = N_eff * P_col * FATALITY_RATE_IF_COLLAPSE
E_fatal_night = N_night * P_col * FATALITY_RATE_IF_COLLAPSE
E_fatal_day = N_day * P_col * FATALITY_RATE_IF_COLLAPSE
E_fatal_weekday_evening = N_weekday_evening * P_col * FATALITY_RATE_IF_COLLAPSE
E_fatal_weekend_day = N_weekend_day * P_col * FATALITY_RATE_IF_COLLAPSE

# =====
# 14) FIGURAS (con márgenes corregidos)
# =====

# 14.1 Daño físico
fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 5))
ax.plot(IM, E_damage, lw=2)
ax.set_xlabel(f"IM = Sa(T*={T_star:.2f}s) [g]")
ax.set_ylabel("Ratio de daño físico esperado")
ax.grid(True, ls="--", alpha=0.6)
fix_axes_margins(ax, x0=0.0, x1=float(IM[-1]), y0=0.0, y1=1.0)
fig.tight_layout()
plt.show()

# 14.2 Downtime
fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 5))
ax.plot(IM, E_downtime, lw=2)
ax.set_xlabel(f"IM = Sa(T*={T_star:.2f}s) [g]")
ax.set_ylabel("Tiempo de recuperación (días)")
ax.grid(True, ls="--", alpha=0.6)
fix_axes_margins(ax, x0=0.0, x1=float(IM[-1]), y0=0.0)
fig.tight_layout()
plt.show()

# 14.3 Fatalidades
fig, ax = plt.subplots(figsize=(9, 6))
ax.plot(IM, E_fatal_weighted, lw=2.5, label="Ponderada anual")
ax.plot(IM, E_fatal_night, lw=2, ls="--", label="Noche")
ax.plot(IM, E_fatal_day, lw=2, ls=":", label="Día")
ax.plot(IM, E_fatal_weekday_evening, lw=2, ls="-.", label="Tarde semana (+visitas)")
ax.plot(IM, E_fatal_weekend_day, lw=2, ls=(0, (3, 1, 1, 1)), label="Fin de semana día (+visitas)")
ax.set_xlabel(f"IM = Sa(T*={T_star:.2f}s) [g]")
ax.set_ylabel("Fatalidades esperadas")
ax.grid(True, ls="--", alpha=0.6)
ax.legend()
fix_axes_margins(ax, x0=0.0, x1=float(IM[-1]), y0=0.0)
fig.tight_layout()
plt.show()

# =====
# 13.2 De-agregación por "Performance Group" (STR / NSD / NSA) en IM*
# =====
EL_STR_star = float(np.interp(IM_star, IM, EL_STR_on_IM))
EL_NSD_star = float(np.interp(IM_star, IM, EL_NSD_on_IM))
EL_NSA_star = float(np.interp(IM_star, IM, EL_NSA_on_IM))

parts = np.array([EL_STR_star, EL_NSD_star, EL_NSA_star], float)
labels = ["PG-STR (Estructural)", "PG-NSD (Deriva)", "PG-NSA (Aceleración)"]

frac = parts / max(parts.sum(), 1e-30)
idx = np.argsort(frac)[::-1]
frac_sorted = frac[idx]
labels_sorted = [labels[i] for i in idx]

fig, ax = plt.subplots(figsize=(9, 5))
x = np.arange(len(frac_sorted))
ax.bar(x, frac_sorted)
ax.set_xticks(x)
ax.set_xticklabels(labels_sorted, rotation=0, ha="center")
ax.set_ylabel("Fracción del costo de reparación")
ax.grid(True, axis="y", ls="--", alpha=0.6)
fix_axes_margins(ax, x0=-0.5, x1=len(x)-0.5, y0=0.0, y1=1.0)
fig.tight_layout()
plt.show()

# =====
# 13) PML - PÉRDIDAS EXTREMAS CONDICIONALES A IM*
# =====

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

assert IM_star is not None
assert RV_total > 0.0

rng = np.random.default_rng(1234)
Nsim = 30000

# -----
# 13.1 PÉRDIDA MEDIA CONDICIONAL (USD)
# -----
EL_star_mean = float(np.interp(IM_star, IM, EL_TOTAL_IM))

print("\n=== CHECK PML INPUTS ===")
print(f"IM* = {IM_star:.6f} g")

```

```

print(f"Mean loss Hazus @ IM* = {EL_star_mean:,.2f} USD")

# -----
# 13.2 MODELO DE PÉRDIDAS PARA PML
# -----
MEDIAN_FACTOR = 1.0
BETA_REDUCTION = 1.0

median_cost_star = MEDIAN_FACTOR * EL_star_mean
beta_star = float(BETA_REDUCTION * beta_f(IM_star))

median_cost_star = max(median_cost_star, 1e-9)
beta_star = max(beta_star, 1e-6)

print(f"Median used = {median_cost_star:,.2f} USD")
print(f"beta used = {beta_star:.4f}")

# -----
# 13.3 MUESTREO LOGNORMAL (mediana explícita)
# -----
def sample_lognormal_given_median_beta(median, beta, N, rng):
    mu = np.log(median)
    z = rng.standard_normal(int(N))
    return np.exp(mu + beta * z)

loss_samples = sample_lognormal_given_median_beta(
    median_cost_star, beta_star, Nsim, rng
)
loss_samples = np.clip(loss_samples, 0.0, RV_total)

# -----
# 13.4 PML10
# -----
PML10 = np.percentile(loss_samples, 90.0)

print("\n=== PML RESULT ===")
print(f"PML10 = {PML10:,.0f} USD")
print(f"PML10 / RV_total = {100*PML10/RV_total:.2f} %")

# =====
# 13.5 CURVA DE EXCEDENCIA Y CDF
# =====
xs = np.sort(loss_samples)
x_fit = np.linspace(1e-6, xs.max(), 600)

def lognormal_survival_from_median(x, median, beta):
    mu = np.log(median)
    z = (np.log(x) - mu) / beta
    return 1.0 - Phi(z)

poe_fit = lognormal_survival_from_median(x_fit, median_cost_star, beta_star)
cdf_fit = 1.0 - poe_fit

# -----
# Excedencia
# -----
fig, ax = plt.subplots(figsize=(9, 6))
ax.plot(x_fit, poe_fit, lw=2.8)
ax.axhline(0.10, ls="--")
ax.axvline(PML10, ls="--")
ax.text(PML10, 0.10, f"PML10 = {PML10:,.0f} USD", va="bottom")

ax.set_xlabel("Costo de reparación [USD]")
ax.set_ylabel("Probabilidad de excedencia")
ax.grid(True, ls="--", alpha=0.6)
ax.set_xlim(0.0, max(PML10*2.5, np.percentile(xs, 99)))
ax.set_ylim(0.0, 1.0)
plt.tight_layout()
plt.show()

# -----
# CDF
# -----
fig, ax = plt.subplots(figsize=(9, 6))
ax.plot(x_fit, cdf_fit, lw=2.8)
ax.axhline(0.90, ls="--")
ax.axvline(PML10, ls="--")
ax.text(PML10, 0.90, f"P90 = {PML10:,.0f} USD", va="bottom")

ax.set_xlabel("Costo de reparación [USD]")
ax.set_ylabel("Probabilidad acumulada")
ax.grid(True, ls="--", alpha=0.6)
ax.set_xlim(0.0, max(PML10*2.5, np.percentile(xs, 99)))
ax.set_ylim(0.0, 1.0)
plt.tight_layout()
plt.show()

# =====
# 10.A) CURVA PROBABILÍSTICA DE PÉRDIDAS (estilo HAZUS) + AAL por área sombreada
# =====

def compute_AAL_area_under_loss_curve(lam_pts, loss_pts):
    lam_pts = np.asarray(lam_pts, float)
    loss_pts = np.asarray(loss_pts, float)
    order = np.argsort(lam_pts)
    lam_s = lam_pts[order]
    loss_s = loss_pts[order]

```

```

return float(np.trapz(loss_s, lam_s))

TR_list = np.array([2475, 2000, 1500, 1000, 475, 200, 100], float)
lam_pts = 1.0 / TR_list

IM_star_list = np.array([IM_at_return_period(TRv, IM, lam_IM) for TRv in TR_list], float)

Loss_pts = np.interp(IM_star_list, IM, EL_TOTAL_IM)

order = np.argsort(lam_pts)
lam_sorted = lam_pts[order]
Loss_sorted = Loss_pts[order]
TR_sorted = TR_list[order]

idx_2000 = int(np.where(TR_sorted == 2000)[0][0])
Loss_TR2000 = float(Loss_sorted[idx_2000])

lam0 = lam_sorted[0]
loss0 = Loss_sorted[0]

lam_plot = np.concatenate([[0.0, lam0], lam_sorted])
Loss_plot = np.concatenate([[loss0, loss0], Loss_sorted])

AAL_area = compute_AAL_area_under_loss_curve(lam_plot, Loss_plot)

print("\n=== CURVA PROBABILÍSTICA (HAZUS) Y AAL POR ÁREA ===")
print("Puntos (TR, λ, IM*, Loss):")
for TRv, lamv, imv, Lv in zip(TR_list, lam_pts, IM_star_list, Loss_pts):
    print(f" P{int(TRv):>4d}: λ={lamv:.6f} IM*={imv:.4f} g Loss={Lv:,.0f} USD")

fig, ax = plt.subplots(figsize=(9, 6))
ax.plot(lam_plot, Loss_plot, marker="o", lw=2.2)
ax.fill_between(lam_plot, Loss_plot, alpha=0.25)

ax.set_xlabel("Frecuencia anual de excedencia, AAEF = λ (1/año)")
ax.set_ylabel("Pérdida total [USD]")
ax.grid(True, ls="--", alpha=0.6)

for TRv, lamv, Lv in zip(TR_sorted, lam_sorted, Loss_sorted):
    ax.annotate(f"P{int(TRv)}", (lamv, Lv),
               textcoords="offset points", xytext=(6, 6), fontsize=9)

lam_max = float(lam_plot.max())
loss_max = float(Loss_plot.max())

x1 = lam_max * 1.10 if lam_max > 0 else 1.0
y1 = loss_max * 1.10 if loss_max > 0 else 1.0

if "fix_axes_margins" in globals():
    fix_axes_margins(ax, x0=0.0, x1=x1, y0=0.0, y1=y1)
else:
    ax.set_xlim(0.0, x1)
    ax.set_ylim(0.0, y1)

fig.tight_layout()
plt.show()

# =====
# 10.A.2) CURVA PROBABILÍSTICA DE PÉRDIDAS (AAEF vs Loss) estilo FEMA/Hazus
# (Eje X = Loss [USD], Eje Y = λ [1/año])
# =====

lam_pts_arr = np.asarray(lam_pts, float)
Loss_pts_arr = np.asarray(Loss_pts, float)

order = np.argsort(Loss_pts_arr)
Loss_s = Loss_pts_arr[order]
lam_s = lam_pts_arr[order]

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(Loss_s, lam_s, marker="D", lw=2)

plt.xlabel("Pérdida total [USD]")
plt.ylabel("Frecuencia media anual de excedencia")
plt.grid(True, which="both", ls="--", alpha=0.5)

xmin = float(np.min(Loss_s))
xmax = float(np.max(Loss_s))
dx = 0.02 * (xmax - xmin) if xmax > xmin else 1.0

left_lim = max(0.0, xmin - dx)
right_lim = xmax * 1.02 if xmax > 0 else 1.0

plt.xlim(left=left_lim, right=right_lim)

for TRv, L, lamv in zip(TR_list, Loss_pts, 1.0 / TR_list):
    plt.annotate(
        f"P{int(TRv)}",
        (L, lamv),
        textcoords="offset points",
        xytext=(6, 6),
        fontsize=9
    )

plt.tight_layout()
plt.show()

```

# CERTIFICACIÓN DE APROBACIÓN DE PROYECTO DE TITULACIÓN

Santiago, 1 de febrero de 2026

Ph. D.

**Natividad Leonor García Troncoso**

Coordinador(a) del Programa

**Maestría en Estructuras Civiles Sismorresistentes**

En su Despacho

## De mi consideración:


Yo, **Rodrigo Alfonso Retamales Saavedra**, de nacionalidad chilena, portador del pasaporte No. **F57267093**, en mi calidad de Tutor del Proyecto de Titulación correspondiente a la Maestría en **Estructuras Civiles Sismorresistentes**, II Cohorte, de la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL), certifico lo siguiente:

Con fecha 4 de septiembre del 2025, acepté la tutoría de los estudiantes Paul Fernando Córdova Faggioni con CI: 1150266409, y Juan Sebastián Díaz Méndez con CI: 0105469662, para el desarrollo del proyecto de titulación denominado: *“Análisis Comparativo de Pérdidas Probables Mediante Curvas de Fragilidad para Evaluar el Impacto del Uso de Tecnologías de Protección Sísmica”*.

Certifico que este trabajo de titulación fue supervisado de manera continua durante todo su desarrollo, revisado en cada una de sus etapas y, finalmente, aprobado por mi persona en su versión final, entregada el día 28 de enero del 2026.

Particular que pongo en su conocimiento para los fines pertinentes.

Atentamente,

Powered by  Firma electrónica avanzada  
**RODRIGO ALFONSO**  
**RETAMALES SAAVEDRA**  
2026.02.02 10:04:47 -0300

**Rodrigo Alfonso Retamales Saavedra, Ph. D.**

Tutor del Proyecto

Correo electrónico: roretama@espol.edu.ec; rodrigo.retamales@gmail.com