

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

PROYECTO DE TITULACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

**“MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN ENSEÑANZA DE
LA MATEMÁTICA”**

TEMA:

IMPLEMENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA AULA INVERTIDA
COMO UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN ESTUDIANTES DE 2^{do}
DE BACHILLERATO PARA EL APRENDIZAJE DE LA ELABORACIÓN
DE GRÁFICAS DE FUNCIONES RACIONALES, IDENTIFICANDO
SUS ASÍNTOTAS E INTERVALOS DE MONOTONÍA.

AUTOR:

GEORGE ALBERTO DEL PEZO GUZMÁN

Guayaquil - Ecuador

2025

RESUMEN

La investigación tuvo como objetivo general implementar la metodología de aula invertida como estrategia didáctica utilizando diferentes recursos audiovisuales que contribuyen al proceso de conceptualización para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en la elaboración de gráficas de funciones racionales. El estudio se desarrolló bajo un enfoque mixto, con predominancia del diseño cuantitativo cuasi-experimental y el apoyo de técnicas cualitativas que permitieron recoger percepciones y experiencias. La muestra estuvo conformada por 30 estudiantes de segundo año de bachillerato, divididos en un grupo control y un grupo experimental, además de seis docentes que participaron a través de entrevistas semiestructuradas. Los resultados iniciales evidenciaron que ambos grupos presentaban niveles similares de conocimiento en el diagnóstico, con medias de 3.07 y 2.67 respectivamente. Tras la aplicación del aula invertida, el grupo experimental alcanzó una media de 5.73 en el *postest*, lo que significó una mejora de 2.67 puntos, mientras que el grupo control apenas incrementó un punto, confirmando la efectividad de la estrategia frente a la clase magistral. Desde la percepción estudiantil, un 80% valoró positivamente los recursos digitales y más del 70% reconoció que el trabajo colaborativo enriqueció su aprendizaje, aunque también se identificaron limitaciones relacionadas con el acceso a dispositivos y la autonomía en la preparación previa. De igual forma, los docentes coincidieron en que la metodología potencia la participación y la responsabilidad del estudiante, siempre que exista acompañamiento y soporte tecnológico. En conclusión, el aula invertida demostró ser una estrategia didáctica eficaz y motivadora para el aprendizaje de las funciones racionales, favoreciendo la comprensión conceptual y el desarrollo de competencias colaborativas.

Palabras claves: Aula invertida, funciones racionales, recursos digitales, aprendizaje colaborativo, rendimiento académico

ABSTRACT

The research aimed to implement the flipped classroom methodology as a didactic strategy using different audiovisual resources that contribute to the conceptualization process in order to improve students' academic performance in the elaboration of rational function graphs. The study was conducted under a mixed-methods approach, with a predominance of a quantitative quasi-experimental design and the support of qualitative techniques that allowed the collection of perceptions and experiences. The sample consisted of 30 second-year high school students, divided into a control group and an experimental group, as well as six teachers who participated through semi-structured interviews. The initial results showed that both groups presented similar levels of knowledge in the diagnostic test, with means of 3.07 and 2.67, respectively. After the implementation of the flipped classroom, the experimental group reached a mean of 5.73 in the post-test, representing an improvement of 2.67 points, while the control group barely increased by one point, confirming the effectiveness of the strategy compared to the traditional lecture-based method. From the students' perspective, 80% positively valued the digital resources, and more than 70% acknowledged that collaborative work enriched their learning, although limitations were identified regarding access to devices and autonomy in prior preparation. Likewise, teachers agreed that the methodology enhances student participation and responsibility, provided that adequate support and technological resources are available. In conclusion, the flipped classroom proved to be an effective and motivating didactic strategy for learning rational functions, fostering conceptual understanding and the development of collaborative skills.

Keywords: Flipped classroom, rational functions, digital resources, collaborative learning, academic performance

DEDICATORIA

A Dios, por haber guiado cada paso de mi camino, por las oportunidades que me ha brindado y por las bendiciones que ha derramado a lo largo de mi vida.

A mis padres, Wiston Del Pezo Sánchez y Sonia Guzmán Coronel por estar siempre a mi lado con amor, paciencia y apoyo incondicional, siendo mi mayor ejemplo de perseverancia.

A mi enamorada, Gloria Maigua Cervantes por su constante compañía, por procurar siempre mi bienestar, por permanecer a mi lado como apoyo constante y por creer en mí incluso en los momentos más difíciles.

AGRADECIMIENTO

Deseo expresar mi sincero agradecimiento a la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL), por brindarme una formación académica de calidad y por ser el espacio donde he podido crecer tanto personal como profesionalmente.

Extiendo también mi especial gratitud a mi tutor de tesis al Dr. Fernando Mejías, por su constante acompañamiento, orientación y compromiso durante el desarrollo de esta tesis.

Declaración Expresa

Yo, George Alberto Del Pezo Guzmán acuerdo y reconozco que: La titularidad de los derechos patrimoniales de autor (derechos de autor) del proyecto de graduación corresponderá al autor o autores, sin perjuicio de lo cual la ESPOL recibe en este acto una licencia gratuita de plazo indefinido para el uso no comercial y comercial de la obra con facultad de sublicenciar, incluyendo la autorización para su divulgación, así como para la creación y uso de obras derivadas. En el caso de usos comerciales se respetará el porcentaje de participación en beneficios que corresponda a favor del autor o autores. El o los estudiantes deberán procurar en cualquier caso de cesión de sus derechos patrimoniales incluir una cláusula en la cesión que proteja la vigencia de la licencia aquí concedida a la ESPOL.

La titularidad total y exclusiva sobre los derechos patrimoniales de patente de invención, modelo de utilidad, diseño industrial, secreto industrial, secreto empresarial, derechos patrimoniales de autor sobre software o información no divulgada que corresponda o pueda corresponder respecto de cualquier investigación, desarrollo tecnológico o invención realizada por mí durante el desarrollo del proyecto de graduación, pertenecerán de forma total, exclusiva e indivisible a la ESPOL, sin perjuicio del porcentaje que me corresponda de los beneficios económicos que la ESPOL reciba por la explotación de mi innovación, de ser el caso.

En los casos donde la Oficina de Transferencia de Resultados de Investigación (OTRI) de la ESPOL comunique al/los autores/es que existe una innovación potencialmente patentable sobre los resultados del proyecto de graduación, no se realizará publicación o divulgación alguna, sin la autorización expresa y previa de la ESPOL.

Guayaquil, 27 de Septiembre del 2025.

George Del Pezo Guzmán

EVALUADORES

TUTOR
Luis Fernando Mejías, PHD.

EVALUADOR
Sonnia Reyes Ramos, MEd.

PRESIDENTE
Guillermo Baquerizo Palma, Msc.

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1	12
INTRODUCCIÓN.....	12
1.1 Antecedentes	12
1.2 Descripción del problema.....	13
1.3 Justificación.....	15
1.4 Objetivos	16
1.4.1 Objetivo general	16
1.4.2 Objetivos específicos.....	16
1.5 Pregunta de investigación.....	16
1.6 Hipótesis.....	17
1.7 Alcance	17
CAPÍTULO 2	18
MARCO TEÓRICO	18
2.1 Fundamentos epistemológicos del aprendizaje matemático.....	18
2.1.1 Constructivismo: Piaget, Vygotsky, Ausubel	18
2.1.2 Teoría de las situaciones didácticas (Brousseau)	19
Brousseau y las situaciones didácticas.....	21
2.1.3 Concepción antropológica del saber matemático (Chevallard)	21
2.1.4 Registros de representación semiótica (Duval).....	22
2.1.5 Ejemplificación didáctica en funciones racionales.....	23
2.2 Teorías del aprendizaje de funciones en matemática	24
2.2.1 Desarrollo histórico-epistemológico del concepto de función	24
2.2.2 Obstáculos racionales en las funciones (Sierpinska, Sfard)	25
Sierpinska y el cambio de lo operacional a lo estructural.....	26
Sfard y el enfoque discursivo	26
2.2.3 Pensamiento funcional y covariacional.....	26
2.2.4 Representaciones múltiples de funciones	27
2.3 Obstáculos didácticos de funciones racionales.....	28
2.3.1 Análisis de errores conceptuales típicos	28
2.3.2 Dificultades con asíntotas y comportamiento límite	29
2.3.3 Problemas de coordinación entre registros algebraico y gráfico.....	30
2.3.4 Investigaciones específicas sobre aprendizaje de funciones racionales.....	30
2.4 Fundamentos teóricos del aula invertida.....	31
2.4.1 Constructivismo social de Vigotsky	32

2.4.2 Aprendizaje autorregulado	32
2.4.3 Taxonomía de Bloom revisada (Anderson y Krathwohl)	33
2.4.4 Aprendizaje activo y colaborativo	34
2.5 Integración tecnológica en Enseñanza de Matemáticas.....	35
2.5.1 Modelo TPACK.....	35
2.5.2 Teoría del Aprendizaje Multimedia (Mayer).....	36
2.5.3 Affordances tecnológicas en matemáticas	36
2.5.4 Visualización matemática y herramientas digitales	37
2.6 Modelo teórico integrador propuesto	38
2.6.1 Resumen de los marcos teóricos previos.....	38
2.6.2 Marco conceptual específico para la investigación	39
2.6.3 Teorías hipotéticas que surgen del modelo	40
2.6.4 Articulación entre el aula invertida y el aprendizaje de funciones racionales.....	41
Discusión crítica y perspectivas personales.....	43
CAPITULO 3	45
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....	45
3.1 Tipo de Investigación	45
3.2 Hipótesis general.....	45
3.3 Hipótesis específicas	46
CAPÍTULO 4	48
RESULTADOS	48
4.1 Resultados de la encuesta	48
4.2 Resultados de la entrevista	53
4.3 Resultados de los grupos de control y experimental	55
CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	57
5.1 Conclusiones.....	57
5.2 Recomendaciones	58
Referencias	59

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1 Comparaciones de los grupos ¡Error! Marcador no definido.2

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1 Me siento más motivado para aprender matemáticas con el modelo de aula invertida.	48
Tabla 2 Preparar los contenidos antes de la clase me ayudó a ser más responsable y autónomo.	48
Tabla 3 Los videos y recursos digitales fueron claros y útiles para comprender las funciones racionales.	49
Tabla 4 El uso de tecnologías hizo que el aprendizaje fuera más dinámico y atractivo.	49
Tabla 5 El trabajo en equipo me permitió comprender mejor los ejercicios.	50
Tabla 6 Compartir ideas con mis compañeros enriqueció mi aprendizaje.	50
Tabla 7 La participación en actividades colaborativas fue mayor que en clases tradicionales.	51
Tabla 8 Tuve dificultades para comprender algunos contenidos de manera autónoma antes de la clase.	51
Tabla 9 No siempre conté con los recursos tecnológicos necesarios (internet, dispositivos).	52
Tabla 10 El modelo de aula invertida me resultó más demandante que la enseñanza tradicional.	52
Tabla 11 Matriz de Entrevista Semiestructurada.	53
Tabla 12 Dataset del grupo de los estudiantes	55
Tabla 13 Estadísticos descriptivos por grupo	56

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

El aprendizaje de ciertos temas en matemáticas suele confrontarse con conceptos y propiedades abstractos ante los cuales un adolescente no está acostumbrado a interpretarlos por eso necesitamos la herramienta adecuada para que el estudiante tenga acceso a esta información enfatizando la parte abstracta para que la comprenda antes de comenzar a resolver problemas.

El modelo para mejorar la comprensión de los conceptos y propiedades previos a la resolución de problemas y la que vamos a usar para este proyecto es la metodología de aula invertida.

Este es un modelo en el que los estudiantes escuchan las clases aplicando conceptos a través de debates, actividades colaborativas durante el tiempo de clase. Este enfoque fomenta una comprensión y retención más profunda.

Cuando el docente le proporciona al estudiante el material adecuado para la construcción de su propio conocimiento se le entrega también la responsabilidad de ser partícipe de algo que él considera que no se hace a su ritmo.

Al revisar el material previo el estudiante estará pendiente en cada detalle nuevo que aparezca y le pueda servir al momento de pasar al aprendizaje colaborativo ya dentro de un salón de clases.

Las investigaciones indican que los estudiantes que reciben clases con diferentes metodologías tienden a obtener mejores resultados académicos en comparación con los de los entornos tradicionales. La capacidad de aprender a su propio ritmo y revisar temas desafiantes contribuye a esta mejora.

Los estudiantes al contar con más herramientas de donde pueden obtener su aprendizaje y llevándolas a las actualizaciones que facilita las tecnologías de la información y comunicación esto les permitirá en primera instancia comprender mejor un concepto que antes solo lo leía en un lenguaje muchas veces confuso pero ahora en vez de solo oírlo puede observarlo en dos o tres dimensiones, esos conceptos pueden exponerse a través de una pantalla incluso pueden ponerle pausa, retroceder hasta repetir la información las veces que sea necesario. Estos estudiantes estadísticamente

van a obtener mejores resultados en aprendizaje ya que se han alejado del método tradicional y se han adaptado a una nueva metodología donde puede aprender a su propio ritmo.

1.2 Descripción del problema

Es común ver en las aulas del Ecuador como muchos estudiantes hacen de la matemática su materia menos preferida, al preguntarles el porqué, sus respuestas más convencionales es que “son aburridas”, “no las entiendo”, “tienen muchos problemas”, “son complicadas”, “no me atraen”, “prefiero hacer otra cosa”.

Y cuando le preguntamos que les atrae a ellos fácilmente indican “jugar en línea”, “ver series”, “repetir *trends*” esto es copiar ideas, expresiones, diálogos de un video y replicarlos.

La escasa motivación hacia una asignatura que los estudiantes perciben como poco atractiva, sumada a la falta de comprensión de los conceptos fundamentales y a la acumulación de conocimientos sin un entendimiento real, conlleva a resultados insatisfactorios al momento de evaluar dichos saberes. Esta situación puede atribuirse a la falta de interés y de dedicación de tiempo por parte de los estudiantes, lo cual incide negativamente en el logro de un aprendizaje significativo.

En la actualidad en los colegios de Guayaquil se puede notar que los estudiantes están creciendo y educándose mediante las redes sociales y la mayor parte del tiempo la invierten en entretenimiento digital ya bien jugando o simplemente viendo videos de algún juego tantas horas que no se dan cuenta que a más de una distracción es un gran problema.

Los estudiantes de nuestra ciudad han dejado en la gran mayoría el propósito de estudiar fervientemente por un mejor futuro dejando de lado todo hábito de estudio para mejorar sus aptitudes y habilidades para aplicarlas en un futuro de una manera adecuada, estos hábitos de estudios que son muy importante en el periodo de enseñanza aprendizaje.

Es posible que algunos estudiantes carezcan de hábitos de estudio y de estrategias de aprendizaje eficaces, lo cual puede agravar sus dificultades académicas. La ausencia de una orientación adecuada sobre cómo abordar el estudio de las matemáticas de manera efectiva contribuye a este problema.

Cuando un estudiante no posee hábitos de estudio es muy probable que invierta mal su tiempo en otras situaciones, aun así, proponiéndose y enfocando su tiempo si este no está bien organizando no desarrollará un aprendizaje eficaz y esto puede generar un grado de frustración en el estudiante.

Por eso la nueva misión del docente es crear un entorno óptimo para el aprendizaje, usando las tecnologías de la información y comunicación, aquella tecnología que atrae a los estudiantes e inculca el uso continuo de estas herramientas para generar aprendizaje a base de la repetición, del entretenimiento y el entendimiento de conceptos.

Para aprovechar la actual forma de comunicarnos y entretenernos mediante aplicaciones, en nuestros teléfonos existen aplicaciones que han dedicado a promover el acceso a la matemática como *GeoGebra*, *Wordwall*, *LiveWorksheet*, incluso en otras aplicaciones donde solo vemos cosas no académicas los divulgadores científicos han ganado espacio en esas aplicaciones y han formado una comunidad considerable como Date un Vlog, C de Ciencia, Quamtunfracture, El Robot de Platón, donde se transmite información no tan sencilla de entender pero al optimizarla mediante videos cortos logran captar la atención de más adeptos. Observando esta tendencia nuestro estudio recolectará información de cómo la metodología de aula invertida y de mantener una eficaz metodología de estudio logre dar mejores resultados a un grupo de estudiantes que reciba los mismos conocimientos de una manera tradicional.

Para esto como docentes de matemática debemos realizar una mejor guía en la recolección de información para que ellos desarrollen su propio aprendizaje permanente y futura aplicación en resolución de problemas

Carignano (2016) indica que la clase invertida promueve el aprendizaje autónomo al alentar a los estudiantes a asumir la responsabilidad de su proceso de aprendizaje. Pueden elegir como y cuando estudiar el material lo que puede aumentar la motivación y el aprendizaje autodirigido, como lo demuestra la eficacia del 65% a la hora de desarrollar el aprendizaje autónomo entre los alumnos.

El tiempo de clase se dedica a aplicar estos conceptos a través de actividades de resolución de problemas, debates y proyectos colaborativos. Este enfoque práctico alienta a los estudiantes a practicar activamente en los problemas matemáticos, fomentando una comprensión más profunda del tema.

1.3 Justificación

En el imaginario colectivo existe una apreciación muy generalizada de que la matemática es una disciplina aburrida, pasiva, difícil, inútil y solamente apta para personas con dones especiales. Este prejuicio se suele justificar en el bajo rendimiento académico por parte de los estudiantes y está, en gran parte, originado en las técnicas y métodos que se usan para proceso enseñanza-aprendizaje. El bajo rendimiento académico se puede ejemplificar con la falta de destrezas para elaborar representaciones gráficas de funciones racionales, ya que involucran conocimientos de límites y aplicaciones de la primera y segunda derivada para la determinación de asíntotas e intervalos de monotonía. Se requiere, por tanto, introducir propuestas innovadoras para romper con los esquemas pasivos y poder desarrollar en el estudiante la idea de que la matemática es una ciencia importante que puede ayudarlo a tener una comprensión profunda de la ciencia y la tecnología que contiene el ambiente donde desarrolla su vida cotidiana.

En este orden de ideas, la metodología de aula invertida es un enfoque del acto docente que procura facilitar el desarrollo de actividades para que el estudiante asuma un papel activo en la construcción del conocimiento. Se hace necesario pues, asimilar las experiencias que existen sobre la implementación de tal metodología en diferentes disciplinas y contenidos específicos, para encontrar su adecuada aplicación en algunas áreas de la matemática.

La elaboración de gráficas de funciones racionales es un tema propicio pues vincula la adquisición de destrezas motrices en coordinación con el sentido de la vista y apoyada en conocimientos acerca del de los conceptos de límite, función continua y derivada. Junto con las habilidades para graficar funciones el estudiante afianza las nociones de aplicabilidad del cálculo en el planteamiento y resolución de problemas de la ciencia y la tecnología.

Surge así el problema de cómo implementar de la metodología de aula invertida para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje para graficar funciones racionales y determinar el aporte de esta metodología para la adquisición de un conocimiento significativo. Este proyecto, al promover una mayor comprensión y aplicación de conceptos matemáticos, tiene un impacto positivo en la calidad educativa, fortaleciendo

tanto el conocimiento de los estudiantes como sus competencias para enfrentar los desafíos de la sociedad actual.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Implementar la metodología de aula invertida como estrategia didáctica utilizando diferentes recursos audiovisuales que contribuyan al proceso de conceptualización para mejora del rendimiento académico de los estudiantes en los procesos de elaboración de gráficas de funciones racionales.

1.4.2 Objetivos específicos

1. Diagnosticar a los dos (2) grupos de estudiantes mediante pruebas escritas para la determinación del estado inicial del conocimiento de los estudiantes.
2. Elaborar un plan para el acto docente que involucre el diseño de estrategias didácticas dentro del contexto de la metodología de aula invertida, para el desarrollo de destrezas en la elaboración de gráficas de funciones racionales por parte de los estudiantes de 2^{do} año de bachillerato.
3. Determinar la eficacia de las estrategias didácticas dentro del contexto de la metodología de aula invertida con respecto a la técnica de clase magistral en el proceso de enseñanza de la elaboración de gráficas de funciones racionales a estudiantes de 2^{do} año de bachillerato.

1.5 Pregunta de investigación

¿En qué medida la implementación del aula invertida apoyada en videos y aplicaciones mejora el rendimiento académico de los estudiantes en el tema de gráficas de funciones racionales?

1.6 Hipótesis

Si un grupo de estudiantes desarrolla el proceso de aprendizaje de elaboración de gráficas de funciones racionales usando la metodología de aula invertida entonces desarrollará dibujos de gran calidad y precisión, lo cual se verá reflejando en un mejor rendimiento académico con respecto a estudiantes que aprenden el mismo tema mediante la técnica de clase magistral.

1.7 Alcance

La presente tesis se enfoca en la aplicación del modelo de aula invertida como estrategia pedagógica para el estudio de funciones racionales en estudiantes de 2do año de bachillerato de la Unidad Educativa Particular “José Domingo de Santistevan”.

El estudio se llevó a cabo durante el periodo lectivo 2025-2026 y se centró en evaluar el impacto de esta metodología en el rendimiento académico de los estudiantes en el tema de funciones racionales, perteneciente al área de Matemática.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 Fundamentos epistemológicos del aprendizaje matemático.

El aprendizaje de las matemáticas se sustenta en una serie de enfoques epistemológicos que permiten comprender cómo los estudiantes construyen y transforman el conocimiento. Estas bases teóricas son esenciales, ya que orientan la manera en que se diseñan las experiencias de enseñanza y se interpretan las dificultades que surgen en el proceso. En este apartado se revisan aportes de autores como Piaget, Vygotsky, Ausubel, Brousseau, Chevallard y Duval, cuyas propuestas han sido determinantes para explicar la construcción del saber matemático y para fundamentar estrategias pedagógicas que promuevan un aprendizaje activo, significativo y contextualizado.

2.1.1 Constructivismo: Piaget, Vygotsky, Ausubel

Según Benítez (2023) en la teoría de Piaget, hay interacciones activas entre el aprendiz y el entorno, a medida que el aprendiz comienza a interactuar con los objetos del mundo y, a partir de ahí, comienza a aprender, durante lo cual, el conocimiento se percibe más bien como una elaboración lenta y gradual, facilitada, primero, por la asimilación (la fusión de nuevos conocimientos con la estructura cognitiva preexistente); y, segundo, por la acomodación (el cambio en la estructura cognitiva para adaptarse a los nuevos conocimientos).

Piaget (1970) menciona que, desde este punto de vista, el aprendiz es la figura central en el proceso, ya que son ellos quienes organizan, interpretan y reestructuran la información de acuerdo con sus modelos mentales. Esta visión del aprendiz ha sido fundamental para el desarrollo de estrategias de enseñanza que enfatizan la exploración, la indagación y el aprendizaje por descubrimiento.

García (2020), quien estudió la teoría de Vygotsky (1978), señala la importancia de la evidencia del desarrollo cognitivo como un producto de la interacción social, explicando cómo los aprendizajes se construyen en colaboración con otros más conocedores, en lo que se llama una zona de desarrollo próximo. Esta visión requiere el rol del docente, quien, como resultado de la conversación y colaboración entre el docente y el estudiante, reestructura el proceso de enseñanza-aprendizaje para permitir que los niveles de comprensión del niño sean más avanzados.

Camarillo (2020), quien cita a Ausubel, añade a esta visión al enfatizar la importancia del conocimiento previo del aprendiz en el proceso de aprendizaje significativo (Ausubel, 1983). Desde esta perspectiva, la oportunidad del estudiante se disfruta más cuando la nueva información se vincula a otra información que ya está en la mente del estudiante, lo que resulta en la formación de una estructura conceptual ordenada y firme. Por lo tanto, la enseñanza necesita centrarse en la activación, recuperación y organización de esos elementos previos para que el aprendizaje tenga sentido y esté completamente integrado.

Estas teorías ofrecen aportes complementarios: Piaget resalta la construcción individual, Vygotsky la mediación social y Ausubel la importancia de los conocimientos previos. En funciones racionales, permiten explicar cómo los estudiantes construyen significados, colaboran y conectan aprendizajes. Sin embargo, Piaget limita al centrarse en etapas, Vygotsky exige una mediación docente difícil de sostener y Ausubel presupone bases previas sólidas que no siempre existen. Su valor radica en conjunto, aunque de forma aislada resultan incompletas.

2.1.2 Teoría de las situaciones didácticas (Brousseau)

Brousseau afirma que las lecciones de matemáticas consisten en conjuntos de ejercicios problemáticos adaptados a cada estudiante para que desarrollen sus propias

estrategias de resolución de problemas (Gálvez & Block, 2024). En este sentido, la teoría de las situaciones didácticas sostiene que el aprendizaje no es simplemente la recepción de contenido, sino más bien el resultado de la interacción entre el estudiante y el docente, el contenido y el contexto, todo ello enmarcado dentro de un contrato didáctico que delinea las interacciones y las obligaciones de los participantes.

(Amón , Loja, & Zhañay, 2022) señalan que las características más importantes de una situación didáctica son la construcción de un "milieu" que el estudiante encuentra al navegar las "dificultades" que la situación plantea, y el compromiso de "posibilidades" para que el conocimiento que debe movilizarse y el nuevo conocimiento que debe construirse. En este sentido, los errores adquieren un valor formativo como indicadores de la construcción del proceso de pensamiento matemático, y así proporcionan oportunidades para la reconsideración y reformulación de estrategias.

Además, esta teoría reconoce el hecho de que el docente hace más que impartir conocimientos, sino que construye un marco que permite al estudiante trabajar de manera autónoma en las tareas matemáticas (Brousseau, 2000). El aprendizaje, por lo tanto, se convierte en un proceso de negociación continua de los equilibrios entre lo que el docente ofrece y lo que el estudiante es capaz de crear, enfatizando el hecho de que la situación y los procesos que permiten que el conocimiento aflore son importantes.

Brousseau plantea que el aprendizaje surge de la interacción con un medio problemático, donde los errores se convierten en oportunidades formativas. En funciones racionales, este enfoque facilita comprender temas complejos como asíntotas y límites a través de situaciones contextualizadas. Su debilidad es que exige un diseño didáctico elaborado y tiempo suficiente, condiciones difíciles de cumplir en aulas tradicionales. Aun así, constituye un referente útil para transformar la enseñanza matemática en un proceso activo.

Brousseau y las situaciones didácticas.

Desde la perspectiva de Brousseau, el docente plantea un problema que obliga a los estudiantes a movilizar sus conocimientos. Por ejemplo, se les podría proponer determinar qué sucede con la gráfica de la función f definida por

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

cuando se desplaza hacia la gráfica de la función g dada por

$$g(x) = \frac{1}{x-3}.$$

El desafío radica en descubrir que la asíntota vertical cambia de $x = 0$ a $x = 3$. En este caso, el error de graficar la función sin considerar el desplazamiento cumple un rol formativo, pues obliga a replantear la estrategia de resolución.

2.1.3 Concepción antropológica del saber matemático (Chevallard)

Según Chevallard, las matemáticas no pueden verse como una colección estática de conocimientos abstractos, sino como un conjunto de prácticas sociales con roles claramente definidos en ciertos contextos (Sánchez, 2025). La esencia del conocimiento debe ser producida, institucionalizada y diseminada, y la culminación de tal análisis forma la concepción antropológica de las matemáticas. Cada práctica en matemáticas está correlacionada con una sensación específica y tangible.

Olis (2024) enmarcado de esta manera, considera el proceso de enseñanza como una forma de "transposición didáctica", que pone el énfasis principal en la enseñanza de la disciplina en la forma original no científica sino al contrario escolar que es básica y necesita ser aprendida. De esta manera, es útil analizar las elecciones que los educadores hacen al crear, editar y enseñar información, así como los contextos sociales e institucionales en los que se toman dichas decisiones.

Además, Pescador (2020) es consciente de que la pedagogía tiene sus propios valores y propósitos que hablan de la cultura, el contexto y las limitaciones que la anclan en lugar de ser neutros, y que guían la circulación del conocimiento en una sociedad. Por lo tanto, involucrarse con las matemáticas desde este ángulo es aceptar su aspecto social y cultural, lo que luego permite la transformación de los aprendices en pensadores críticos que establecen asociaciones entre el conocimiento y las necesidades y problemas del contexto.

Chevallard aporta la fortaleza de situar el conocimiento matemático como práctica social, vinculando funciones racionales con contextos reales y significativos. Esto ayuda a superar la visión puramente abstracta del contenido y favorece su pertinencia. Sin embargo, al centrarse en la transposición didáctica, corre el riesgo de diluir la precisión conceptual exigida en matemáticas. En consecuencia, requiere equilibrarse para no perder el rigor académico mientras se contextualiza la enseñanza.

2.1.4 Registros de representación semiótica (Duval)

Pensar en matemáticas implica las competencias para trabajar con múltiples registros de representación semiótica, como el lenguaje natural, dibujos, álgebra y gráficos (Bejarano, 2023). Para Duval, entender un concepto implica más que el uso de un solo registro; conlleva la capacidad de coordinar, traducir y manipular información de múltiples registros, en cuyo caso la comprensión lograda es más profunda.

Propone que el hecho de que muchos estudiantes tengan dificultades con las matemáticas se debe a su incapacidad para hacer la transición de un registro a otro, lo que más que cualquier otra cosa es la principal barrera para entender los objetos matemáticos (Amore, 2021). Por ejemplo, para entender una función es necesario conocer su expresión algebraica y su representación gráfica, y es solo al unir ambas que se logra una comprensión más profunda del concepto.

En última instancia, el trabajo de Duval destaca que la responsabilidad de un docente es fundamental al organizar la clase en torno al uso de actividades que fomenten la conversión sistemática y el uso sistemático del tratamiento de registros (Cardoso & Arbelaez, 2021). Tal perspectiva se aleja de la concentración únicamente en la manipulación simbólica de una expresión, y de aquellas que consideran el uso de la variedad de sistemas de símbolos, y la flexibilidad cognitiva que fomentan en los estudiantes.

El aporte clave de Duval es destacar la coordinación entre registros algebraico, gráfico, tabular y verbal como condición para comprender funciones. En el caso de funciones racionales, esto es esencial, pues muchas dificultades provienen de la desconexión entre expresiones algebraicas y gráficas. Su debilidad radica en la falta de propuestas metodológicas concretas para el aula, lo que deja al docente la responsabilidad de diseñar estrategias. Aun así, constituye un marco teórico decisivo en didáctica matemática.

2.1.5 Ejemplificación didáctica en funciones racionales

La aplicación de los marcos teóricos revisados puede ilustrarse mediante ejemplos concretos sobre funciones racionales, que permiten observar cómo cada perspectiva aporta a la enseñanza y el aprendizaje de este contenido.

Duval y los registros semióticos

Según la teoría de Duval, la comprensión requiere coordinar distintos registros. Por ejemplo, al analizar la función racional

$$f(x) = \frac{1}{x-2},$$

el estudiante debe relacionar la expresión algebraica con su representación gráfica. El paso crítico es reconocer que el denominador $x-2$ implica una asíntota vertical en $x = 2$, lo que se visualiza claramente en la gráfica, pero no es evidente solo en el álgebra. Una

secuencia didáctica coherente fomentaría que los alumnos traduzcan entre registros: calcular valores numéricos, graficarlos, interpretar tendencias y finalmente expresar en lenguaje natural lo observado.

2.2 Teorías del aprendizaje de funciones en matemática

Tras revisar los fundamentos epistemológicos del aprendizaje matemático, es necesario enfocarse en cómo estas bases impactan en la enseñanza de funciones, lo cual requiere analizar la evolución del propio concepto y los obstáculos asociados a su comprensión.

2.2.1 Desarrollo histórico-epistemológico del concepto de función

El concepto de función ha evolucionado de manera compleja y evolutiva a lo largo de la historia de las matemáticas. Surgió por primera vez durante el siglo XVII como parte de una relación de dependencia entre magnitudes durante la época de la geometría analítica de Descartes y el desarrollo del cálculo por Newton y Leibniz (Pérez, 2021). En esta etapa temprana, una función se consideraba una expresión analítica en la que las variables estaban relacionadas de manera directa y explícita.

Con el paso del tiempo, el concepto se volvió mucho más general de lo que era anteriormente. Euler fue uno de los primeros en considerar una función como una fórmula que establecía una correspondencia entre cantidades. Sin embargo, esto todavía estaba bastante cargado algebraicamente (Sabatinelli, 2022). Luego, el más abstracto Dirichlet introdujo en el siglo XIX el concepto de una función como una correspondencia entre dos conjuntos, incluso si no se podía expresar mediante una fórmula.

Durante el siglo XX, la teoría de conjuntos y el formalismo matemático consolidaron la definición de una función: una relación entre los elementos de dos conjuntos, uno de los cuales es el anterior. Esta evolución histórico-epistemológica hace

posible entender por qué la enseñanza de funciones es un problema para los estudiantes. Mientras aprenden, los estudiantes encuentran obstáculos cuando necesitan pasar del nivel intuitivo a niveles más formales y abstractos.

2.2.2 Obstáculos racionales en las funciones (Sierpinska, Sfard)

Sierpinska ha indicado que la enseñanza de las funciones tiene un obstáculo de gran perplejidad que es la incapacidad de los estudiantes para pasar de un concepto operacional de una función a un concepto ‘estructural’ capaz de ver una función como una entidad matemática (Cisneros, 2022). Este cambio es perspectiva y no siempre ocurre de forma innata.

En el mismo espíritu, Sfard ha analizado el procedimiento de pasar del funcionamiento de una entidad matemática al énfasis de las funciones como acciones al énfasis de las funciones como objetos (Vázquez, 2020). Este cambio es un problema porque el razonamiento de los estudiantes es tergiversado, fijándose en aisladas de cálculos y fórmulas explícitas, incapaces de ver la función como un todo, un compuesto de relaciones entre varias variables. Este problema es único, un bloqueo mental para comprender conceptos matemáticos más avanzados como la continuidad, la derivada y la integral.

Ambos autores coinciden en que superar estos desafíos implica diseñar experiencias de aprendizaje que fomenten el pensamiento metacognitivo y la reestructuración conceptual. Soto (Martínez, 2024) enfatiza que el profesor debería formular tareas que fomenten el cuestionamiento de entendimientos previos. Sfard (2008) aboga por un enfoque discursivo que permita a los estudiantes generar significados compartidos en torno al concepto de una función.

Sierpinska y el cambio de lo operacional a lo estructural.

Para Sierpinska, el reto es pasar de ver la función como un cálculo aislado a concebirla como un objeto matemático. Por ejemplo, en la función definida por

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1},$$

muchos estudiantes tienden a simplificar y concluir que

$$f(x) = x + 1.$$

Sin embargo, al nivel estructural deben comprender que la función no está definida en $x = 1$, lo que genera una discontinuidad removible. Esta reflexión permite que los alumnos reconozcan que una función no se reduce a “hacer cuentas”, sino que posee propiedades intrínsecas como dominio y continuidad.

Sfard y el enfoque discursivo

La propuesta de Sfard se centra en generar significados compartidos. Un ejemplo concreto sería trabajar en grupos el análisis de la función definida por

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

En la discusión, los estudiantes podrían argumentar cómo el numerador y denominador influyen en el crecimiento y decrecimiento, intercambiando interpretaciones sobre la simetría respecto al eje y . El valor del enfoque discursivo radica en que el concepto se construye socialmente, más allá de los cálculos individuales.

2.2.3 Pensamiento funcional y covariacional

El pensamiento funcional se refiere a la capacidad de comprender las relaciones entre variables y de identificar patrones de dependencia que permiten modelar fenómenos (Cárdenas & Severino, 2025). Este tipo de pensamiento se desarrolla desde

edades tempranas y constituye un pilar fundamental para el aprendizaje del álgebra y del cálculo, al favorecer la transición desde lo aritmético hacia lo general.

El pensamiento covariacional, estrechamente relacionado, consiste en concebir cómo varía una cantidad en función de los cambios en otra, enfatizando la simultaneidad de estas variaciones (Guzmán, 2021). Este enfoque aporta una perspectiva dinámica que va más allá de ver las funciones como simples correspondencias, permitiendo comprender fenómenos como la velocidad, el crecimiento exponencial o la relación entre magnitudes físicas.

Ambas formas de pensamiento han sido reconocidas como esenciales para superar enfoques reduccionistas en la enseñanza de las funciones. Por lo que el desarrollo de estas competencias requiere diseñar experiencias que involucren representaciones gráficas, situaciones contextualizadas y análisis de cambios, favoreciendo así una comprensión más rica y profunda de la noción de función.

2.2.4 Representaciones múltiples de funciones

El estudio de las funciones no puede desvincularse de la multiplicidad de representaciones que las acompañan: algebraica, gráfica, tabular y verbal (Hernández, 2023). Cada una de estas formas aporta perspectivas diferentes que, en conjunto, enriquecen la comprensión conceptual. La capacidad de los estudiantes para articular y traducir entre estas representaciones es un indicador clave de comprensión matemática.

Miño (2024) subrayó que una de las dificultades más comunes radica en que los alumnos suelen desarrollar destrezas aisladas en un solo registro, sin lograr establecer conexiones entre ellos. Por ejemplo, algunos dominan la manipulación algebraica, pero presentan obstáculos al interpretar gráficas o al describir el comportamiento de una función en lenguaje natural.

En este sentido, diversos autores han resaltado la importancia de promover la flexibilidad en el uso de representaciones. Según Mejía (2022), el aprendizaje profundo surge cuando el estudiante logra realizar conversiones entre registros y no solo eso si no que las tareas didácticas deben diseñarse intencionalmente para fomentar esta articulación. De esta manera, las representaciones múltiples no solo son recursos pedagógicos, sino también herramientas cognitivas para la construcción del pensamiento matemático.

2.3 Obstáculos didácticos de funciones racionales

Las teorías revisadas permiten entender el marco de aprendizaje de las funciones; sin embargo, al llevar estos conceptos al aula surgen obstáculos didácticos que dificultan la asimilación por parte de los estudiantes, especialmente en el caso de las funciones racionales.

2.3.1 Análisis de errores conceptuales típicos

Según Alfaro (2020) se han identificado que los estudiantes cometen errores recurrentes al trabajar con funciones, especialmente al interpretar la relación entre variables. Por esto muchos alumnos reducen el concepto de función a la simple manipulación de fórmulas, sin reconocer la naturaleza relacional del objeto matemático. Este enfoque limitado genera dificultades cuando deben trasladar su comprensión a contextos más abstractos o aplicados.

Chacón (2022) señaló que otro error común es confundir el dominio de una función con el rango, lo que refleja una concepción parcial del concepto. Esta confusión suele estar asociada a una enseñanza excesivamente procedimental que no enfatiza la necesidad de analizar la función como un conjunto de correspondencias. En consecuencia, los estudiantes muestran limitaciones al enfrentarse a problemas que exigen un análisis global del comportamiento de la función.

Por su parte, Chávez (2025) advierte que muchos errores provienen de una visión fragmentada de los conceptos matemáticos, donde los estudiantes tratan las funciones como entidades estáticas, desconectadas de procesos de variación. La superación de estos errores requiere actividades que promuevan la reflexión metacognitiva y la articulación de múltiples representaciones, generando así un aprendizaje más coherente y significativo.

2.3.2 Dificultades con asíntotas y comportamiento límite

El estudio de funciones racionales revela que los estudiantes presentan importantes dificultades al comprender las asíntotas y el comportamiento en el infinito. Díaz et al., (2021) señalan que, al abordar límites, los alumnos suelen interpretar las asíntotas como barreras absolutas, lo que impide entender que una función puede acercarse indefinidamente sin llegar a tocar la recta. Este error refleja un pensamiento rígido y una falta de familiaridad con el carácter aproximativo del cálculo.

De acuerdo con Tiza et al. (2023) las concepciones erróneas en torno al límite se relacionan con imágenes intuitivas que los estudiantes forman antes de recibir una explicación formal. Tales imágenes, aunque útiles en etapas iniciales, pueden consolidar malentendidos sobre el infinito y la continuidad. Por ejemplo, algunos creen que una función que se aproxima a cero “llega” a ser cero, desconociendo la distinción entre valor y tendencia.

Otros investigadores, como Gómez et al. (2022) sostienen que estas dificultades se agudizan por la desconexión entre enfoques algebraicos y gráficos. El trabajo con asíntotas suele enseñarse de manera mecánica, limitándose al cálculo procedimental, sin propiciar una comprensión conceptual que relacione los límites con la interpretación visual del comportamiento de la función en la gráfica.

2.3.3 Problemas de coordinación entre registros algebraico y gráfico

La articulación entre el registro algebraico y el registro gráfico es uno de los desafíos más persistentes en la enseñanza de las funciones. Rojas (2025) subraya que los estudiantes tienden a permanecer anclados en un solo registro, lo que obstaculiza la construcción de un conocimiento flexible. En el caso de las funciones racionales, este problema se manifiesta en la dificultad para vincular la ecuación con los rasgos visuales de la gráfica.

Huerta (2020) observa que, cuando se les presenta una función algebraica, muchos estudiantes son capaces de manipular la expresión simbólica, pero carecen de las habilidades necesarias para prever cómo se comportará gráficamente. Esta desconexión limita la posibilidad de identificar tendencias, intervalos de crecimiento o decrecimiento y la ubicación de asíntotas.

Por su parte, Suarez (2020) destaca que la coordinación entre registros no se produce de forma espontánea, sino que requiere experiencias didácticas específicas que promuevan la traducción y conversión entre representaciones. Sin estas oportunidades, los estudiantes corren el riesgo de desarrollar un conocimiento compartimentado, en el que lo algebraico y lo gráfico permanecen como dominios independientes.

2.3.4 Investigaciones específicas sobre aprendizaje de funciones racionales

El aprendizaje de funciones racionales ha sido objeto de investigaciones que ponen de relieve las particularidades y obstáculos de este contenido matemático. Según García (2024), los estudiantes suelen enfrentarse a una sobrecarga cognitiva debido a la necesidad de manejar simultáneamente nociones de álgebra, análisis y geometría. Esta complejidad convierte a las funciones racionales en un terreno fértil para la aparición de errores y malentendidos.

Jiménez (2021) indica que los alumnos presentan dificultades al interpretar la discontinuidad en funciones racionales, especialmente cuando se trata de discontinuidades removibles o no evidentes en la gráfica. Este hallazgo muestra que el análisis de funciones racionales requiere una atención especial a las conexiones entre conceptos de límites, factorización algebraica y representación visual.

Más recientemente, estudios como los de Figueroa et al. (2023) demuestran que la enseñanza de funciones racionales puede enriquecerse mediante el uso de tecnologías digitales que permiten la exploración dinámica. Estas herramientas favorecen la visualización del comportamiento de la función y posibilitan que los estudiantes experimenten con parámetros, logrando así una comprensión más profunda y menos dependiente de la memorización procedimental.

2.4 Fundamentos teóricos del aula invertida

Después de revisar los principales obstáculos conceptuales y didácticos que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de las funciones racionales, se vuelve necesario analizar enfoques pedagógicos que permitan superar estas limitaciones. En este sentido, el modelo de aula invertida se sustenta en fundamentos teóricos que integran la interacción social, la autorregulación, la motivación intrínseca y el aprendizaje activo. Estos marcos ofrecen una base sólida para comprender cómo la reestructuración del proceso de enseñanza puede favorecer la participación, la autonomía y el desarrollo de competencias más profundas, lo que justifica su incorporación en la presente investigación.

2.4.1 Constructivismo social de Vigotsky

Vygotsky (1978), propone que el aprendizaje humano es esencialmente un proceso social, donde la interacción con otros constituye la base para el desarrollo cognitivo. Desde su enfoque, el conocimiento no surge de manera aislada, sino que se construye mediante el lenguaje y la mediación cultural, entendidos como herramientas que permiten internalizar las experiencias compartidas. Así, el aprendizaje se produce primero en un plano interpsicológico —entre personas— para luego consolidarse en un plano intrapsicológico —dentro del individuo—.

Un concepto clave de esta teoría es la zona de desarrollo próximo, definida por Vygotsky (1987) como la distancia entre lo que un estudiante puede hacer de manera independiente y lo que puede lograr con la ayuda de un guía o un compañero más competente. Este planteamiento pone de relieve la importancia de la mediación pedagógica y del andamiaje, en el que el docente no transmite conocimientos de forma directa, sino que facilita el acceso a niveles superiores de comprensión a través de orientaciones graduales.

La perspectiva sociocultural también reconoce el papel de la cultura como escenario en el que se configuran las formas de pensamiento. Como señala Wertsch (1991), la mente se moldea mediante herramientas simbólicas que son históricamente producidas y socialmente compartidas, siendo el lenguaje la más poderosa de ellas. De esta manera, el constructivismo social de Vygotsky invita a concebir la enseñanza como una práctica dialógica y cooperativa, donde la interacción social se convierte en motor del aprendizaje y del desarrollo humano.

2.4.2 Aprendizaje autorregulado

Para Gómez (2024), citando a Zinnerman, concibe el aprendizaje autorregulado como un proceso en el que los estudiantes establecen metas, monitorean su progreso y

ajustan sus estrategias de manera consciente. En este enfoque, el alumno no es un receptor pasivo de información, sino un agente activo que toma decisiones sobre cómo, cuándo y con qué recursos aprender. Esta visión coloca a la motivación y la metacognición en el centro de la práctica educativa.

Sánchez (2025), amplía esta concepción al destacar que la autorregulación involucra no solo aspectos cognitivos, sino también motivacionales y conductuales. Desde su perspectiva, los estudiantes autorregulados son capaces de gestionar sus emociones, mantener la persistencia ante tareas desafiantes y buscar ayuda cuando es necesario. Esto resalta que el éxito académico depende tanto de habilidades de pensamiento como de la capacidad de manejar factores internos y externos.

En la práctica educativa, promover el aprendizaje autorregulado implica diseñar entornos que fomenten la autonomía y la reflexión. Zimmerman (2011), argumenta que los docentes pueden apoyar este desarrollo enseñando a los estudiantes a planificar, evaluar sus resultados y utilizar retroalimentación constructiva para mejorar. De este modo, la autorregulación se convierte en una competencia transversal que potencia el aprendizaje a lo largo de la vida.

2.4.3 Taxonomía de Bloom revisada (Anderson y Krathwohl)

La revisión de la taxonomía de Bloom realizada por Manrique (2020), representa un giro importante en la forma de comprender los procesos cognitivos. A diferencia de la propuesta original, que organizaba los niveles de aprendizaje de manera jerárquica, la revisión introdujo categorías verbales como “recordar”, “comprender”, “aplicar”, “analizar”, “evaluar” y “crear”. Este cambio enfatizó la dinámica del pensamiento y la acción en el aprendizaje.

Según Bautista (2023), el nivel “crear” ocupa la cúspide de la taxonomía revisada, situando la innovación y la producción de nuevas ideas como la meta más

compleja del aprendizaje. Esto refleja la necesidad de formar estudiantes capaces no solo de dominar información, sino también de generar conocimiento original. Además, se incluyó una dimensión adicional del conocimiento: factual, conceptual, procedimental y metacognitivo.

Esta estructura revisada ha tenido gran impacto en el diseño curricular y la evaluación educativa de modo que la nueva taxonomía ofrece un marco flexible que ayuda a los docentes a planificar actividades que integren distintas dimensiones del aprendizaje. De esta forma, la enseñanza puede ir más allá de la memorización, orientándose hacia competencias de mayor complejidad cognitiva.

2.4.4 Aprendizaje activo y colaborativo

El aprendizaje activo se fundamenta en la idea de que los estudiantes construyen mejor el conocimiento cuando participan en actividades que exigen reflexión, resolución de problemas y toma de decisiones (Meza, 2024). Este enfoque contrasta con metodologías tradicionales centradas en la transmisión unidireccional de contenidos, privilegiando en cambio la participación y la interacción con el material de estudio.

En paralelo, el aprendizaje colaborativo enfatiza la construcción social del conocimiento mediante la interacción entre pares. Martínez & Bonilla (2024) destacan que el trabajo en equipo fomenta el desarrollo de habilidades comunicativas, pensamiento crítico y responsabilidad compartida. En este sentido, el aprendizaje se convierte en un proceso colectivo en el que cada integrante aporta perspectivas distintas para enriquecer la comprensión común.

Hernández & De la Cruz Hernández (2024) muestran que la combinación de aprendizaje activo y colaborativo incrementa tanto el rendimiento académico como la motivación. Para lograrlo, se requieren dinámicas didácticas que incluyan discusiones,

proyectos en grupo y el uso de tecnologías interactivas, de modo que los estudiantes se conviertan en protagonistas de su propio proceso formativo.

2.5 Integración tecnológica en Enseñanza de Matemáticas

Los fundamentos del aula invertida se apoyan no solo en teorías pedagógicas, sino también en la incorporación estratégica de herramientas tecnológicas. Dado que el aprendizaje de las funciones racionales exige múltiples representaciones y un alto nivel de visualización, la tecnología se convierte en un recurso indispensable para enriquecer la experiencia didáctica. En esta sección se revisan modelos y teorías que explican cómo la integración tecnológica contribuye a potenciar la comprensión matemática y a favorecer entornos de aprendizaje más dinámicos e interactivos.

2.5.1 Modelo TPACK

Mishra & Koehler (2006) desarrollan el modelo TPACK con el fin de explicar cómo los docentes pueden integrar de manera efectiva la tecnología en los procesos educativos. Este modelo se basa en la interacción de tres tipos de conocimiento: el disciplinar, el pedagógico y el tecnológico, los cuales no deben entenderse como dimensiones aisladas, sino como un entramado dinámico que da lugar a nuevas formas de enseñanza.

Según Alcalá et al. (2023) el desafío principal radica en que el docente sea capaz de combinar estos tres saberes para diseñar experiencias de aprendizaje significativas. Por ejemplo, el conocimiento pedagógico sobre cómo aprenden los estudiantes se enriquece cuando se articula con herramientas tecnológicas que amplían las posibilidades de representación y práctica. Así, el modelo ofrece un marco de referencia para analizar la competencia digital docente desde una perspectiva integral.

En el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, el TPACK resulta particularmente relevante, ya que el conocimiento disciplinar requiere ser traducido en

estrategias didácticas apoyadas en recursos digitales. Benavides (2025) sostienen que esta integración favorece entornos de aprendizaje más interactivos y contextualizados, en los que el uso de tecnologías no es un añadido superficial, sino un medio para potenciar la comprensión y la motivación del estudiante.

2.5.2 Teoría del Aprendizaje Multimedia (Mayer)

Mayer (2001) formula la Teoría del Aprendizaje Multimedia a partir de la idea de que los estudiantes aprenden mejor cuando la información se presenta a través de canales múltiples, como el verbal y el visual. Este planteamiento se sustenta en la teoría de la doble codificación y en la premisa de que la mente procesa de forma más eficiente cuando distribuye la carga cognitiva entre diferentes modalidades.

En investigaciones posteriores, Burin (2020) identifica principios específicos para el diseño de materiales multimedia, tales como la coherencia, la contigüidad y la segmentación. Cada uno de estos principios busca reducir la sobrecarga cognitiva y optimizar la atención de los estudiantes. Por ejemplo, al evitar información irrelevante, se facilita que la mente concentre sus recursos en lo esencial, favoreciendo aprendizajes más duraderos.

La teoría también enfatiza la necesidad de una integración significativa entre lo visual y lo verbal. Mestanza & Villanueva (2025) demuestran que los estudiantes comprenden mejor cuando el material está diseñado para guiar activamente la construcción de esquemas mentales. De este modo, la tecnología multimedia no solo cumple una función estética, sino que se convierte en un recurso pedagógico que transforma la forma en que los alumnos procesan y consolidan el conocimiento.

2.5.3 Affordances tecnológicas en matemáticas

El concepto de *affordance*, introducido originalmente por Suarez (2020) en la psicología ecológica, ha sido retomado en el campo educativo para describir las

posibilidades de acción que ofrecen las tecnologías digitales. En el caso de las matemáticas, estas *affordances* se traducen en oportunidades específicas que permiten a los estudiantes explorar, visualizar y manipular conceptos abstractos de manera interactiva.

Molina (2021) sostiene que las *affordances* tecnológicas en matemáticas incluyen la posibilidad de experimentar con modelos dinámicos, observar patrones emergentes y establecer conexiones entre representaciones. Estas oportunidades favorecen la construcción de significados más profundos, ya que los estudiantes pueden interactuar directamente con el objeto matemático y no solo con su representación estática en papel.

Desde una perspectiva pedagógica, Ruiz (2024) argumenta que el valor de las *affordances* no depende únicamente de la herramienta en sí, sino de cómo los docentes las incorporan en su práctica. De este modo, una calculadora gráfica, un software de geometría dinámica o un simulador en línea no son recursos neutros, sino mediaciones que, bien diseñadas, pueden transformar la experiencia de aprendizaje matemático.

2.5.4 Visualización matemática y herramientas digitales

La visualización matemática se refiere a la capacidad de representar y manipular mentalmente objetos o relaciones numéricas, algebraicas o geométricas. Ureño et al. (2024) destaca que esta competencia es esencial para el aprendizaje, ya que permite construir significados más allá de los cálculos rutinarios. En este sentido, las herramientas digitales han ampliado considerablemente las posibilidades de desarrollar dicha habilidad.

Martínez et al. (2024) demuestran que los programas de geometría dinámica, como Cabri o GeoGebra, ofrecen entornos que estimulan la exploración visual y la comprensión de propiedades matemáticas. Al interactuar con construcciones que pueden

modificarse en tiempo real, los estudiantes no solo observan resultados, sino que generan conjeturas y descubren regularidades de manera activa.

En un plano más amplio, Durand & Huarca (2025) subrayan que las herramientas digitales no solo potencian la visualización, sino que transforman la naturaleza misma del conocimiento matemático. La posibilidad de simular procesos, representar funciones complejas o explorar datos mediante gráficos dinámicos convierte la visualización en un medio privilegiado para la construcción de significados en la educación matemática contemporánea.

2.6 Modelo teórico integrador propuesto

Una vez analizados los fundamentos epistemológicos, los enfoques pedagógicos y las posibilidades que brinda la tecnología, es pertinente articular estos aportes en un modelo teórico integrador que sirva como base para la investigación. Este modelo combina dimensiones cognitivas, pedagógicas, motivacionales y tecnológicas, con el fin de ofrecer un marco coherente que oriente la implementación del aula invertida en el aprendizaje de funciones racionales. La siguiente sección expone dicha articulación, destacando cómo cada componente se complementa para dar sustento a la propuesta investigativa.

2.6.1 Resumen de los marcos teóricos previos

Los marcos analizados permiten entender que el aprendizaje de las funciones racionales se encuentra dentro de la convergencia de enfoques constructivistas, socioculturales y tecnológicos. Desde Piaget, Vygotsky y Ausubel, se pone énfasis en la participación activa del aprendiz en el proceso de construcción del conocimiento, mientras que Brousseau y Chevallard amplían la mirada a las situaciones didácticas y la dimensión cultural de las matemáticas. Al mismo tiempo, Duval introduce la

importancia de los registros semióticos, fundamentales para la comprensión de las funciones en diferentes representaciones.

Estos puntos de vista se complementan con contribuciones contemporáneas como la autorregulación (Zimmerman, Pintrich), la motivación autónoma (Deci y Ryan) y las taxonomías cognitivas (Anderson y Krathwohl) que enfatizan la necesidad de diseñar experiencias activas, colaborativas y mediadas por la tecnología.

Paralelamente, los enfoques centrados en la enseñanza de las funciones enfatizan que los obstáculos epistemológicos (Sierpinska, Sfard) y las dificultades con límites y registros gráficos, requieren un replanteamiento didáctico de las metodologías. La implementación del modelo de aula invertida surge como una respuesta pedagógica que sintetiza el constructivismo social, la metacognición y la motivación intrínseca. Además, los modelos de integración tecnológica (TPACK, Mayer, posibilidades tecnológicas y visualización digital) proporcionan herramientas para satisfacer las demandas de una enseñanza dinámica y orientada al contexto.

En conclusión, el modelo integrador reconoce la importancia de contar con una sólida base conceptual, una mediación docente intencionada, motivación autónoma y un uso estratégico de la tecnología para el aprendizaje de funciones racionales. Estos factores se combinan para proponer un marco coherente de intervención educativa que se estructure dentro del contexto del modelo de aula invertida como un enfoque pedagógico novedoso.

2.6.2 Marco conceptual específico para la investigación

El modelo de marco conceptual propuesto parte de la premisa de que el aprendizaje de funciones racionales mejora considerablemente cuando se entrelazan cuatro dimensiones: cognitiva, motivacional, pedagógica y tecnológica. La dimensión cognitiva abarca el pensamiento funcional, la covariación y la integración de registros

algebraicos y gráficos. La dimensión motivacional incorpora la teoría de la autodeterminación, enfatizando la necesidad de fomentar la autonomía y un sentido de competencia en los aprendices.

La dimensión pedagógica se basa en la teoría de situaciones didácticas y el enfoque antropológico del conocimiento matemático, que describen cómo un docente esculpe entornos de aprendizaje donde los estudiantes enfrentan problemas genuinos y transfieren el aprendizaje a contextos significativos. De la misma manera, la dimensión tecnológica se basa en el modelo TPACK y la teoría del aprendizaje multimedia que justifican el uso de herramientas digitales como mediaciones esenciales para visualizar e investigar funciones racionales.

De esta manera, el modelo conceptual se representa como un sistema donde todas las dimensiones están interrelacionadas. Juntas, la tecnología enriquece la pedagogía, la motivación amplifica lo cognitivo y la intervención del docente integra todos los componentes. Al hacerlo, la pedagogía de las funciones racionales asume el uso del enfoque de aula invertida como el marco unificador para la enseñanza de funciones racionales.

2.6.3 Teorías hipotéticas que surgen del modelo

El modelo integrador proporciona tres hipótesis teóricas que guían esta investigación. En primer lugar, se hipotetiza que el uso del modelo de aula invertida permite un cambio en el aprendizaje de funciones racionales hacia niveles más significativos, ya que el tiempo de clase se utiliza para la resolución colaborativa de problemas y el apoyo docente específico.

En segundo lugar, se sostiene que la coordinación de registros algebraicos, gráficos y tabulares se logra con mayor comprensión al emplear recursos digitales

interactivos. La tecnología actúa como un catalizador que reduce los obstáculos didácticos, al tiempo que aumenta la flexibilidad cognitiva de los aprendices.

En tercer lugar, la investigación demuestra que la motivación hacia la autorregulación, y de por sí el aprendizaje autónomo, aumenta el rendimiento académico, además de la persistencia en la finalización de tareas complejas. De igual manera, el aula invertida no solamente afecta el dominio de las matemáticas, sino también el desarrollo de competencias transversales como la autogestión y el trabajo en equipo.

2.6.4 Articulación entre el aula invertida y el aprendizaje de funciones racionales

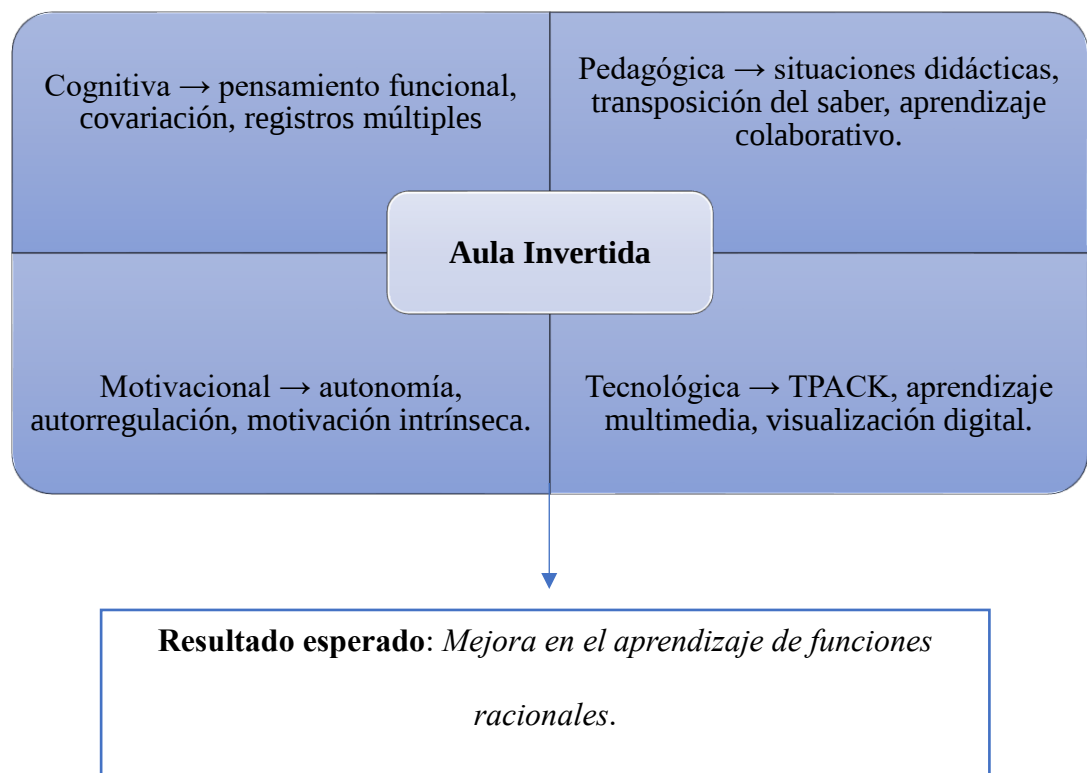
La estrategia del aula invertida es el eje central que conecta el modelo integrador, ya que desplaza la presentación del contenido a un entorno virtual antes de la clase, liberando así tiempo para el análisis de contenido, discusión y aplicación en el aula. Este flujo funciona particularmente bien para el estudio de funciones racionales, ya que necesita tanto autoexploración como apoyo guiado para ayudar a superar ciertas dificultades específicas.

En este sentido, los videos, simulaciones interactivas y otras herramientas multimedia desarrolladas bajo los principios de Mayer ayudan en la conceptualización fundamental. Posteriormente, las actividades en clase emplean metodologías activas y colaborativas que permiten a los estudiantes aplicar lo que se les ha enseñado a problemas específicos, lo que facilita la construcción colaborativa de significado.

La articulación se completa cuando el estudiante asume el papel protagónico, gestionando y regulando su propio aprendizaje con motivación intrínseca. De esta manera, el modelo de aula invertida no solo transforma la dinámica de la clase. También

sirve como un puente entre la teoría y la práctica, lo cognitivo y lo afectivo, así como entre lo tradicional y lo digital en la enseñanza de funciones racionales.

Figura 1
Modelo teórico integrador para el aprendizaje de funciones racionales en el aula invertida



Discusión crítica y perspectivas personales

La revisión de literatura sobre la enseñanza y aprendizaje de las funciones racionales evidencia avances significativos en la comprensión de los obstáculos conceptuales y didácticos que enfrentan los estudiantes. Autores como Sierpinska y Sfard coinciden en señalar que la transición de un enfoque operacional a uno estructural de las funciones constituye un reto central, aunque difieren en las estrategias para superarlo. Mientras Sierpinska resalta la necesidad de fomentar la metacognición y la reflexión conceptual, Sfard enfatiza el papel del discurso y la construcción compartida de significados. Esta divergencia teórica refleja una tensión no resuelta en la didáctica de las matemáticas: ¿se debe priorizar el desarrollo individual del pensamiento o el carácter social y discursivo del aprendizaje?

Por otra parte, los estudios revisados muestran un énfasis recurrente en los errores conceptuales, las dificultades de coordinación entre registros y los obstáculos en torno a límites y asíntotas. Sin embargo, existe menor atención a factores contextuales como la disponibilidad de recursos tecnológicos, la capacitación docente o las desigualdades en el acceso a dispositivos, elementos que en la práctica inciden directamente en la efectividad de modelos innovadores como el aula invertida. En este sentido, se advierte una limitación en la literatura: gran parte de las investigaciones asumen contextos ideales que no siempre corresponden con la realidad educativa local.

Desde mi perspectiva, el aula invertida ofrece un potencial transformador al conjugar autonomía, colaboración y uso de recursos digitales. No obstante, su éxito depende de condiciones específicas: la motivación estudiantil, la mediación docente y la infraestructura tecnológica. Este trabajo reconoce que la estrategia no es una solución universal, sino una propuesta que debe adaptarse a las características del entorno. Mi aporte consiste en vincular los marcos teóricos clásicos de la didáctica de las

matemáticas con enfoques contemporáneos de integración tecnológica, articulando ambos para responder a una problemática concreta: las dificultades persistentes de los estudiantes en la comprensión de funciones racionales.

Por ello el análisis crítico de los enfoques revisados sugiere que ninguna teoría por sí sola explica de manera exhaustiva el fenómeno. La propuesta de esta investigación se ubica en un punto intermedio, reconociendo los aportes y limitaciones de cada modelo, pero enfatizando la necesidad de generar un marco integrador que contemple dimensiones cognitivas, motivacionales, pedagógicas y tecnológicas.

CAPITULO 3

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Tipo de Investigación

La presente investigación se enmarca dentro de un enfoque metodológico mixto, con predominancia del enfoque cuantitativo-comparativo, y adopta un diseño cuasi-experimental. La elección de esta metodología se fundamenta en la necesidad de evaluar de forma rigurosa el impacto de la estrategia pedagógica del aula invertida en el aprendizaje de las funciones racionales en estudiantes de nivel secundario.

El enfoque cuantitativo-comparativo permite establecer relaciones claras y medibles entre variables, específicamente entre el uso del aula invertida (variable independiente) y el rendimiento académico de los estudiantes en el estudio de las funciones racionales (variable dependiente). Este enfoque es ideal para obtener datos objetivos que respalden o refuten la hipótesis de que la metodología del aula invertida mejora significativamente el aprendizaje en comparación con métodos tradicionales.

Con base en el problema planteado, los objetivos y las variables de estudio, se formulan las siguientes hipótesis de investigación:

3.2 Hipótesis general

La aplicación de la metodología de aula invertida mejora significativamente el rendimiento académico de los estudiantes en la elaboración de gráficas de funciones racionales, en comparación con la enseñanza tradicional.

3.3 Hipótesis específicas

Los estudiantes que participan en el modelo de aula invertida alcanzan puntajes significativamente más altos en las pruebas de funciones racionales que aquellos que reciben clases mediante la metodología tradicional.

El uso de recursos digitales dentro del aula invertida incrementa la motivación y la autonomía de los estudiantes en el aprendizaje de funciones racionales.

La participación en actividades colaborativas en el modelo de aula invertida favorece en mayor medida la comprensión conceptual y procedimental de las funciones racionales que en las clases magistrales tradicionales.

Asimismo, se incorpora un diseño cuasi-experimental con grupo control y grupo experimental, ya que no es posible realizar una asignación aleatoria de los participantes debido a las condiciones reales del contexto educativo. Esta decisión se basa en la necesidad de intervenir en un entorno natural, respetando la organización existente en las instituciones educativas, pero al mismo tiempo asegurando cierto grado de control sobre las variables que puedan afectar los resultados.

Por otra parte, se incluyen elementos del enfoque cualitativo para complementar los hallazgos cuantitativos, especialmente mediante la recolección de percepciones, opiniones y experiencias tanto de los estudiantes como de los docentes involucrados. Esta integración metodológica busca una comprensión más holística del fenómeno educativo, permitiendo no solo verificar si el aula invertida es efectiva, sino también cómo y por qué funciona en un contexto determinado.

En síntesis, se optó por una metodología mixta con enfoque cuantitativo de diseño comparativo y cuasi-experimental debido a tres motivos principales:

1. Rigurosidad científica: Permite medir con precisión el impacto de la estrategia didáctica mediante el análisis estadístico de los resultados académicos.
2. Viabilidad contextual: Se adapta a las limitaciones del entorno educativo real, donde la asignación aleatoria es poco factible.
3. Enriquecimiento de los resultados: La inclusión de datos cualitativos proporciona una comprensión más profunda del proceso de enseñanza-aprendizaje bajo el modelo de aula invertida.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1 Resultados de la encuesta

Tabla 1

Me siento más motivado para aprender matemáticas con el modelo de aula invertida.

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	2	6.7%
En desacuerdo	3	10.0%
Neutral	5	16.7%
De acuerdo	12	40.0%
Totalmente de acuerdo	8	26.7%
Total	30	100%

La mayoría de los estudiantes manifestó una percepción positiva frente a la motivación que genera el aula invertida. El 40.0% se ubicó en De acuerdo y el 26.7% en Totalmente de acuerdo, lo que refleja que dos tercios de la muestra se sintió motivada. En contraste, un 16.7% permaneció en posición Neutral, mientras que un 10.0% en En desacuerdo y un 6.7% en Totalmente en desacuerdo revelan que todavía existe un grupo que no percibe un aumento en su motivación.

Tabla 2

Preparar los contenidos antes de la clase me ayudó a ser más responsable y autónomo.

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	1	3.3%
En desacuerdo	4	13.3%
Neutral	6	20.0%
De acuerdo	10	33.3%
Totalmente de acuerdo	9	30.0%
Total	30	100%

Respecto a la preparación previa de contenidos, el 33.3% indicó estar De acuerdo y el 30.0% Totalmente de acuerdo, mientras que un 20.0% permaneció Neutral. No obstante, un 13.3% señaló En desacuerdo y un 3.3% Totalmente en desacuerdo. Esto evidencia que la mayoría considera que la metodología fomenta la autonomía, aunque aún hay estudiantes que no lograron adaptarse a esta exigencia.

Tabla 3

Los videos y recursos digitales fueron claros y útiles para comprender las funciones racionales.

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	0	0.0%
En desacuerdo	2	6.7%
Neutral	4	13.3%
De acuerdo	13	43.3%
Totalmente de acuerdo	11	36.7%
Total	30	100%

Los recursos digitales fueron bien valorados: el 43.3% de los estudiantes estuvo De acuerdo y el 36.7% Totalmente de acuerdo. En menor medida, un 13.3% se mantuvo Neutral, un 6.7% en En desacuerdo y ninguno en Totalmente en desacuerdo. Estos datos indican que los materiales digitales se perciben como útiles y efectivos en el aprendizaje de funciones racionales.

Tabla 4

El uso de tecnologías hizo que el aprendizaje fuera más dinámico y atractivo.

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	1	3.3%
En desacuerdo	1	3.3%
Neutral	5	16.7%
De acuerdo	12	40.0%
Totalmente de acuerdo	11	36.7%
Total	30	100%

El 40.0% de los estudiantes se mostró De acuerdo y el 36.7% Totalmente de acuerdo en que el uso de tecnologías hace más dinámico el aprendizaje. Sin embargo, un 16.7% se declaró Neutral y un 3.3% En desacuerdo y Totalmente en desacuerdo respectivamente. En general, predomina una percepción positiva, aunque con un sector de estudiantes que no experimentó ese dinamismo con la misma intensidad.

Tabla 5

El trabajo en equipo me permitió comprender mejor los ejercicios.

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	0	0.0%
En desacuerdo	2	6.7%
Neutral	3	10.0%
De acuerdo	14	46.7%
Totalmente de acuerdo	11	36.7%
Total	30	100%

El trabajo colaborativo fue altamente valorado: un 46.7% de los estudiantes se ubicó en De acuerdo y un 36.7% en Totalmente de acuerdo. Por otro lado, un 10.0% permaneció Neutral y un 6.7% se ubicó En desacuerdo, mientras que ninguno estuvo en Totalmente en desacuerdo. Esto sugiere que la colaboración en equipo resultó beneficiosa para la mayoría de los participantes.

Tabla 6

Compartir ideas con mis compañeros enriqueció mi aprendizaje.

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	0	0.0%
En desacuerdo	1	3.3%
Neutral	4	13.3%
De acuerdo	15	50.0%
Totalmente de acuerdo	10	33.3%
Total	30	100%

Más de la mitad de los estudiantes (50.0%) se mostró De acuerdo y un 33.3% Totalmente de acuerdo en que compartir ideas enriqueció su aprendizaje. En contraste, un 13.3% se mantuvo Neutral, un 3.3% En desacuerdo y ninguno en Totalmente en desacuerdo. La tendencia muestra que el aprendizaje colaborativo tuvo un impacto positivo en el desarrollo académico y social.

Tabla 7

La participación en actividades colaborativas fue mayor que en clases tradicionales.

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	2	6.7%
En desacuerdo	3	10.0%
Neutral	6	20.0%
De acuerdo	12	40.0%
Totalmente de acuerdo	7	23.3%
Total	30	100%

En cuanto a la participación, un 40.0% de los estudiantes estuvo De acuerdo y un 23.3% Totalmente de acuerdo. Sin embargo, un 20.0% permaneció Neutral, un 10.0% En desacuerdo y un 6.7% Totalmente en desacuerdo. Aunque predominan las valoraciones positivas, se observa un sector relevante que no percibe un incremento significativo en su participación respecto a las clases tradicionales.

Tabla 8

Tuve dificultades para comprender algunos contenidos de manera autónoma antes de la clase.

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	3	10.0%
En desacuerdo	6	20.0%
Neutral	9	30.0%
De acuerdo	8	26.7%
Totalmente de acuerdo	4	13.3%
Total	30	100%

Los resultados muestran diversidad: un 30.0% indicó Neutral, un 26.7% De acuerdo y un 13.3% Totalmente de acuerdo, lo que evidencia que varios estudiantes tuvieron dificultades en la comprensión previa. En contraste, un 20.0% señaló En desacuerdo y un 10.0% Totalmente en desacuerdo. Esto refleja que el trabajo autónomo sigue siendo un reto para una parte considerable del grupo.

Tabla 9

No siempre conté con los recursos tecnológicos necesarios (internet, dispositivos).

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	6	20.0%
En desacuerdo	7	23.3%
Neutral	8	26.7%
De acuerdo	5	16.7%
Totalmente de acuerdo	4	13.3%
Total	30	100%

Las respuestas evidencian limitaciones en el acceso a la tecnología: un 26.7% se mantuvo Neutral, un 23.3% En desacuerdo y un 20.0% en Totalmente en desacuerdo. Al mismo tiempo, un 16.7% estuvo De acuerdo y un 13.3% Totalmente de acuerdo. Estos resultados muestran que, aunque la mayoría no percibió graves problemas, existe un sector de estudiantes con limitaciones tecnológicas que influyen en la implementación del aula invertida.

Tabla 10

El modelo de aula invertida me resultó más demandante que la enseñanza tradicional.

Escala Likert	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	4	13.3%
En desacuerdo	5	16.7%
Neutral	7	23.3%
De acuerdo	8	26.7%
Totalmente de acuerdo	6	20.0%
Total	30	100%

Finalmente, sobre la demanda del modelo, un 26.7% se mostró De acuerdo y un 20.0% Totalmente de acuerdo en que resultó más exigente que la enseñanza tradicional. Un 23.3% se mantuvo Neutral, mientras que un 16.7% expresó En desacuerdo y un 13.3% Totalmente en desacuerdo. Esto evidencia que una parte importante de los estudiantes percibe el aula invertida como un modelo que implica mayor esfuerzo, aunque no todos lo valoran de forma negativa.

4.2 Resultados de la entrevista

Tabla 11
Matriz de Entrevista Semiestructurada

Pregunta eje	Respuestas resumidas (frecuencia entre 4 docentes)	Categorías / Subcategorías	Codificación inicial
1. Expectativas sobre la forma de aprender	2 de 4 docentes esperan mayor participación y autonomía; 1 de 4 cree que será más dinámica pero con riesgo de desmotivación; 1 de 4 considera que el aprendizaje será más profundo si los estudiantes preparan contenidos.	Expectativas de aprendizaje	Participación, autonomía, dinamismo, aprendizaje profundo, riesgos de desmotivación
2. Recursos digitales más útiles	3 de 4 docentes mencionan videos y simulaciones; 2 de 4 incluyen plataformas interactivas y guías digitales; 1 de 4 sugiere cuestionarios interactivos.	Recursos digitales	Videos educativos, simulaciones, guías digitales, cuestionarios interactivos
3. Dificultades anticipadas	2 de 4 docentes mencionan problemas de conectividad y manejo de plataformas; 1 de 4 indica falta de tiempo; 1 de 4 advierte posible resistencia al cambio.	Barreras tecnológicas y actitudinales	Conectividad, manejo de herramientas, gestión del tiempo, resistencia al cambio
4. Preparación de contenidos antes de la clase	2 de 4 docentes se sienten motivados y creen que fomenta autonomía; 1 de 4 expresa preocupación por la carga de trabajo; 1 de 4 indica que requiere seguimiento cercano para asegurar cumplimiento.	Percepción de autonomía y responsabilidad	Autonomía, motivación, preocupación por cumplimiento, necesidad de seguimiento
5. Influencia del trabajo en equipo	2 de 4 docentes destacan que facilita aclarar dudas y refuerza conceptos; 1 de 4 menciona que promueve intercambio de ideas y debate; 1 de 4 señala que algunos estudiantes podrían no colaborar.	Aprendizaje colaborativo	Clarificación de dudas, intercambio de ideas, participación, desafíos de colaboración
6. Mejoras y sugerencias	2 de 4 docentes proponen mejorar acceso a tecnología y soporte técnico; 1 de 4 sugiere capacitación inicial sobre la metodología; 1 de 4 recomienda combinar recursos digitales con actividades prácticas en clase.	Mejora y sugerencias	Acceso a tecnología, capacitación, supervisión, balance recursos/actividad práctica

Un examen de las respuestas proporcionadas por los cuatro profesores indica que las percepciones fueron en su mayoría positivas con respecto a la implementación del modelo de aula invertida, aunque con algunos matices cautelosos. La mayoría de los profesores (2 de 4) esperan que este modelo fomente un mayor compromiso y autonomía estudiantil, mientras que uno espera que la nueva estructura de las clases sea más activa y tenga mayor profundidad, aunque con cierta preocupación de que algunos estudiantes estén desmotivados. Esto indica que los profesores ven el aprendizaje activo dirigido por los estudiantes como algo con gran potencial, pero entienden que se necesita emplear algún mecanismo para mantener un alto nivel de motivación.

En lo que respecta a los recursos digitales, la mayoría de los profesores coinciden en que las herramientas más útiles fueron videos educativos y simulaciones interactivas, junto con plataformas, guías digitales y cuestionarios interactivos. Sin embargo, algunos de los participantes citaron algunas barreras tecnológicas y actitudinales para la implementación, como una mala conectividad, habilidades limitadas en plataformas, tiempo de preparación y cierta reticencia al cambio. Esto sugiere que, para implementar el modelo, es necesario contar con apoyo técnico y capacitación previa para mejorar la implementación

Respecto a la auto preparación de contenido, los profesores consideran que potencia la autonomía y motivación de los estudiantes, aunque enfatizan la necesidad de monitorear para asegurar el cumplimiento y evitar fallos. En cuanto al aspecto colaborativo, se considera como un aspecto positivo la facilidad de aclaración de preguntas, el intercambio de ideas y el fortalecimiento de conceptos, aunque se anticipan algunos desafíos si algunos estudiantes no están completamente implicados.

En la entrevista, los profesores también sugirieron mejoras como asegurar un acceso logístico adecuado a las tecnologías, capacitación inicial, monitoreo de los flujos de trabajo previos y la síntesis de componentes prácticos digitales fusionados con ejercicios. En general, las percepciones señalan una disposición a adoptar el aula invertida, aunque esto es condicional a la preparación y el apoyo necesarios para superar las barreras tecnológicas y facilitar la participación activa de los estudiantes.

Los profesores parecen tener expectativas positivas sobre el aula invertida, según afirman, la autonomía, la participación y el aprendizaje activo son los beneficios centrales, pero los profesores también señalaron algunos riesgos importantes relacionados con la motivación, la gestión del tiempo y la disponibilidad de tecnología, lo que enfatiza la necesidad de una planificación cuidadosa y un apoyo institucional claro antes de implementar las ideas.

4.3 Resultados de los grupos de control y experimental

Tabla 12

Prueba de normalidad Shapiro Wilk

Descriptivas		
	A	B
N	15	15
W de Shapiro-Wilk	0.975	0.988
Valor p de Shapiro-Wilk	0.919	0.998

Basándonos en la Tabla 12, que muestra los resultados de la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk para dos grupos (A y B), el análisis indica que ambas distribuciones son normales. La prueba de Shapiro-Wilk evalúa si una muestra de datos proviene de una población con distribución normal. Para ambos grupos, el valor p de Shapiro-Wilk es superior a 0.05 (0.919 para el grupo A y 0.998 para el grupo B). Dado que un p-valor mayor a 0.05 significa que no se puede rechazar la hipótesis nula (que

los datos provienen de una población con distribución normal), concluimos que los datos para los grupos A y B se distribuyen de forma normal. El tamaño de la muestra para ambos grupos es $N=15$

Tabla 13
Prueba T student en ambos grupos

Prueba t para Muestras Independientes				
		Estadístico	gl	p
calificación	T de Student	-28.3	28.0	<.001

Nota. $H_a \mu_{\text{Grupo control}} < \mu_{\text{Grupo experimental}}$

La nota indica que la hipótesis nula (H_0) es que la media del grupo control es menor o igual a la media del grupo experimental ($\mu_{\text{Grupo control}} \leq \mu_{\text{Grupo experimental}}$), y la hipótesis alternativa (H_1) es que la media del grupo control es menor que la media del grupo experimental ($\mu_{\text{Grupo control}} < \mu_{\text{Grupo experimental}}$). Un p-valor de < .001 es extremadamente bajo. Si se utiliza un nivel de significancia común, como $\alpha=0.05$, este p-valor es mucho menor que α . Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula. Esto lleva a la conclusión de que hay una diferencia estadísticamente muy significativa entre las medias de los dos grupos. Dado que la hipótesis alternativa se refiere a que la media del grupo control es menor que la del grupo experimental, y el estadístico T es negativo (-28.3), esto sugiere que la media del grupo control es significativamente menor que la media del grupo experimental.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

El primer objetivo se cumplió al aplicar las pruebas diagnósticas iniciales a los dos grupos de estudiantes, lo que permitió identificar el estado real de sus conocimientos previos sobre funciones racionales. En el grupo experimental, la media inicial fue de 3.07, mientras que en el grupo de control fue de 2.67, lo que confirmó que ambos partieron de niveles similares. Este diagnóstico sirvió como base para establecer comparaciones posteriores y evidenciar los avances logrados con la metodología del aula invertida frente a la clase magistral.

Respecto al segundo objetivo, se elaboró e implementó un plan de acto docente con estrategias didácticas enmarcadas en la metodología de aula invertida. Dichas estrategias incluyeron el uso de videos, recursos digitales y actividades colaborativas, lo que fue respaldado por la percepción positiva de los estudiantes: el 43.3% estuvo de acuerdo y el 36.7% totalmente de acuerdo en que los materiales digitales fueron claros y útiles; además, el 46.7% de los estudiantes coincidió en que el trabajo en equipo facilitó la comprensión de los ejercicios, y un 50% señaló que compartir ideas enriqueció su aprendizaje. Estos resultados evidencian que el plan elaborado fue factible y pertinente para fomentar un aprendizaje activo y motivador.

Finalmente, el tercer objetivo también se alcanzó, ya que fue posible determinar la eficacia de las estrategias didácticas del aula invertida frente a la enseñanza tradicional. Los resultados muestran que el grupo experimental pasó de una media de 3.07 en el diagnóstico a 5.73 en el *postest*, con una mejora promedio de 2.67 puntos, mientras que el grupo de control solo mejoró en 1 punto (de 2.67 a 3.67). Este contraste confirma que la metodología del aula invertida tuvo un impacto significativamente

mayor en el aprendizaje, fortaleciendo la autonomía, la participación y la motivación de los estudiantes en la elaboración de gráficas de funciones racionales.

5.2 Recomendaciones

A partir del diagnóstico inicial, se recomienda que las instituciones educativas continúen aplicando evaluaciones de entrada en asignaturas de alto nivel de complejidad, como matemáticas, ya que estas permiten diseñar intervenciones más ajustadas a las necesidades de los estudiantes. Este tipo de prácticas ayuda a identificar brechas de conocimiento y facilita que el docente adapte sus estrategias desde el inicio del proceso formativo.

En relación con la elaboración del plan didáctico basado en el aula invertida, se sugiere fortalecer la capacitación docente en el uso de recursos digitales y metodologías activas. Esto permitirá no solo mejorar la calidad de los materiales empleados, sino también diversificar las actividades de aprendizaje, de modo que cada estudiante pueda aprovechar al máximo la autonomía y la colaboración que promueve este enfoque.

Finalmente, dado que los resultados evidenciaron la eficacia del aula invertida frente a la clase magistral, se recomienda institucionalizar progresivamente esta metodología dentro del currículo de matemáticas. Una implementación planificada, que combine recursos tecnológicos con actividades presenciales de análisis y resolución de problemas, puede asegurar que más estudiantes se beneficien de su efectividad y que se consolide como una práctica sostenible en el tiempo.

Referencias

- Al-Amin, Y., & Hartono, M. (2024). How Multimedia Learning Enhances Students' Mathematical Creativity in Science Education: A Meta-Analysis Study. *Jurnal Penelitian Pendidikan IPA*.
- Alcalá, S., & López, R. (2023). *Adaptación y validación de un instrumento basado en el modelo TPACK para docentes universitarios*. Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 14, e1831-e1831. Obtenido de https://mail.rediech.org/ojs/2017/index.php/ie_rie_rediech/article/view/1831
- Alfaro, H. (2020). *DETECCIÓN DE ERRORES CONCEPTUALES EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN PARA ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA MEDIA (Doctoral dissertation, UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN)*. Obtenido de http://bibliorepo.umce.cl/libros_electronicos/tesis/tesis_magister/tesinas/tesinas_matematica/tesinas_2020/deteccion_de_errores_conceptuales_en_la_ensenanza-aprendizaje_del_concepto_de_funcion_para_estudiantes_de_ensenanza_media_hernan_avila_2020.pdf
- Al-Zboun, A. A. (2020). The Effectiveness of Flipped Classroom in Improving Motivation and Achievement among Slow Learners in Mathematics. *journals ju edu.jo DirasatEdu article*.
- Amón, S., Loja, S., & Zhañay, F. (2022). *Situaciones didácticas para la comprensión lectora de cuentos de terror en entornos virtuales para primero de bachillerato*. Obtenido de <https://dspace.ucuenca.edu.ec/items/0334ad12-86dc-47ea-b5d1-02511f043bb9>

- Camarillo, H. (2020). *La enseñanza-aprendizaje del derecho a través de una plataforma virtual: Hallazgos incipientes del constructivismo de Piaget, Vygotsky y Ausubel conforme a las percepciones de los informantes*. Instituto de Ciencias Sociales y Administración. Obtenido de <https://cathi.uacj.mx/handle/20.500.11961/16853>
- Cárdenas, B., & Severino, L. (2025). *El rol del docente de Estudios Sociales en la conexión con los conocimientos previos*. Obtenido de <https://repositorio.upse.edu.ec/items/d98a3bf3-56d9-479f-b8ca-8eae49d666d>
- Cardoso, M., & Arbelaez, F. (2021). *Comunidad de práctica institucional para la formación matemática de los docentes de primaria*. Obtenido de <https://repositorio.ucm.edu.co/server/api/core/bitstreams/1b596d8d-1984-4a0f-be5a-400328b5af6a/content>
- Carignano, C. (Noviembre de 2016). *Implementación de clase invertida en una escuela de una universidad de Lima Metropolitana*. Obtenido de Del repositorio de la Pontificia Universidad Católica del Perú: <https://bit.ly/2MX5jme>
- Chacón, A. (2022). *Dominio y rango para funciones elementales de una variable: un problema generado en diversos estudiantes de Ciencias e Ingeniería*. REMAT: Revista Eletrônica da Matemática, 8(1), e2001-e2001. Obtenido de <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/5264>
- Chavez, A. (2025). *Errores en el aprendizaje de la función afín: Un análisis ontosemiótico*. Obtenido de <https://repositorio.une.edu.pe/entities/publication/7fe45297-2e5b-48ca-87f4-1937f387b760>
- Cisneros, J. (2022). *Aprendizaje significativo y comprensión del concepto función: un estudio con estudiantes de Licenciatura de Matemáticas y Física en la Universidad de Antioquia (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de La*

- Plata. Facultad de H. Obtenido de
<https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/library?a=d&c=tesis&d=Jte2231>
- Díaz, J. M.-C. (2021). *Un enfoque interactivo para el análisis y diseño de sistemas de control utilizando el método del lugar de las raíces*. Revista Iberoamericana de Automática e informática industrial, 18(2), 172-188. Obtenido de
<http://polipapers.upv.es/index.php/RIAI/article/view/13811>
- Durand Torres, M. M. (2025). *Herramientas digitales y el aprendizaje de matemática en el Centro Educativo Reino de Suecia del Centro Poblado de Humaya 2024*. Obtenido de <http://repositorio.unjfsc.edu.pe/handle/20.500.14067/11316>
- Figuerola, Á., Cajape, N., Lino, D., Domínguez, T., Bernabé, J., Sánchez, L., & Soledispa, C. (2023). *Recursos educativos digitales y el proceso de enseñanza aprendizaje sobre funciones*. Nada, 70, 75-27. Obtenido de
<https://biblioteca.ciencialatina.org/wp-content/uploads/2023/09/Recursos-educativos-digitales-y-el-proceso-de-ensenanza-aprendizaje.pdf>
- Firda, N., Suryadi, D., & Nasir, N. (2024). The Most Common Students' Epistemological Obstacles in Relations and Functions.
- Gálvez, G., & Block, D. (2024). *La Teoría de las Situaciones Didácticas, legado fundamental de Guy Brousseau a la educación matemática*. Educación matemática, 36(1), 258-263. Obtenido de
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2448-80892024000100258&script=sci_arttext
- García, F. G. (2024). *Las tecnologías digitales para la resolución de problemas: el caso de un curso de álgebra, trigonometría y geometría analítica de nivel superior en educación virtual ya distancia*. Obtenido de
<https://repository.unad.edu.co/handle/10596/64096>

- García, J. (2020). *El constructivismo en la educación y el aporte de la teoría sociocultural de Vygotsky para comprender la construcción del conocimiento en el ser humano*. Dilemas contemporáneos: Educación, política y valores. Obtenido de <https://dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/2033>
- Gómez Cardona, M., Úsuga Martínez, Y., & Hernández Cataño, L. (2022). *El impacto del manejo del lenguaje algebraico en la modelación y solución de situaciones problema variacionales*. Obtenido de <https://repository.ucc.edu.co/entities/publication/13061e82-803d-470b-a6db-908e56ab7afe>
- Gómez, I. (2024). *La autorregulación en el aprendizaje: intervención para mejorar la autonomía mediante el modelo de autorregulación de Zimmerman (Bachelor's thesis)*. Obtenido de <https://digibuo.uniovi.es/dspace/handle/10651/72939>
- Guzmán, C. (2021). *Emociones de estudiantes de bachillerato durante el desarrollo del razonamiento covariacional (Doctoral dissertation, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada)*. Obtenido de https://mariosanchezaguilera.com/wp-content/uploads/2021/12/tesis_doctorado_cristian_nava_guzman.pdf
- Hernández, M. (2023). *Función lineal y sus registros de representación semiótica. Diseño de una secuencia didáctica para el nivel secundaria*. Obtenido de <http://148.217.50.3/jspui/handle/20.500.11845/3443>
- Hernandez, M., & De la Cruz Hernández, R. (2024). *Impacto de las metodologías activas en la motivación y rendimiento académico de estudiantes en educación*

- secundaria*. Pedagogical Constellations, 3(1), 127-146. Obtenido de <http://pedagogicalconstellations.com/index.php/home/article/view/32>
- Huerta, C. F. (2020). *El álgebra escolar con sentido y significado para los estudiantes (Doctoral dissertation, UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE)*. Obtenido de <https://www.mem.dmcc.usach.cl/wp-content/uploads/2024/12/2020-El-Acevedo-C..pdf>
- Jiménez, M. (2021). *La ingeniería didáctica como metodología para la enseñanza del teorema del residuo de variable compleja y su aplicación en la solución de integrales reales*. Obtenido de <https://repositorio.utp.edu.co/items/4c8a0081-860e-4d38-9fc0-acfdcd026ef8>
- Kesumawati, N., Lusiana, L., & Fuadiah, N. F. (2024). Obstacles to Relations and Functions Concepts Learning in Terms of Theory of Didactic Situations Criteria. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 259 - 272.
- Manrique, M. S. (2020). *Tipología de procesos cognitivos. Una herramienta para el análisis de situaciones de enseñanza*. Educación, 29(57), 163-185. Obtenido de http://www.scielo.org.pe/scielo.php?pid=S1019-94032020000200163&script=sci_arttext&tlng=pt
- Martínez Zapata, M., Pérez Urruchi, A., & Apolinario Arzube, O. (2024). *Explorando la geometría con GeoGebra: Estrategias para reforzar el aprendizaje en estudiantes de niveles intermedios*. Universidad, Ciencia y Tecnología, 28(122), 62-72. Obtenido de https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-48212024000100062
- Martinez, I., & Bonilla, O. (2024). *Competencias del siglo xxi: desarrollo de habilidades blandas (comunicación, colaboración, pensamiento crítico,*

- creatividad). Investigación & Praxis En CS Sociales, 3(1), 60-79. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=10018094>*
- Martínez, J. (2024). *Una comunidad de práctica de profesores de primaria interesados en el diseño de tareas de argumentación en geometría. Obtenido de <http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/20915>*
- Mejía, J. A. (2022). *Una unidad didáctica para promover el aprendizaje profundo (uso de representaciones) del concepto fermentación con base en procesos agroindustriales en estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa Técnica Agropecu. Obtenido de <https://repositorio.utp.edu.co/entities/publication/63ee2713-773b-4bb3-a9c4-e783bdec33bb>*
- Mestanza , J., & Villanueva , A. (2025). *El uso de material concreto en la construcción de fracciones en estudiantes de primaria. Obtenido de <https://repositorio.its.edu.pe/handle/20.500.14360/225>*
- Meza, L. F.-V.-G. (2024). *Aplicando técnicas de enseñanza activa en matemáticas para fomentar el pensamiento critico y la resolución efectiva de problemas. MQRInvestigar, 8(2), 101. Obtenido de <https://idicap.com/ojs/index.php/editorialeip/article/view/295>*
- Miño, A. (2024). *Dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje de la lectoescritura en estudiantes de tercer año de educación general básica (Bachelor's thesis). Obtenido de <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/27906>*
- Molina, J. F. (2021). *Aprendizajes potencialmente expansivos en procesos de modelación con tecnologías digitales. Obtenido de*

<https://bibliotecadigital.udea.edu.co/entities/publication/1ba3a06f-8cbd-4507-93d7-5c3733de8397>

Olis, L. (2024). *Estrategias didácticas en ambientes virtuales: el sentido de la práctica docente, los modos de transposición didáctica y la generación de situaciones de enseñanza en una institución universitaria en Bogotá, Colombia*. Obtenido de <https://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/170233>

Pérez, F. (2021). *Evolución histórica de los conceptos básicos del Análisis Matemático*. Obtenido de https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/75752/Historia_Matematicas%20%281%29.pdf?sequence=1

Pescador, Y. (2020). *La Pedagogía Activa un Puente entre la Educación Propia y el Contexto Socio Cultural*. Obtenido de <https://normalsagradocorazon.edu.co/sites/default/files/documentos/Informe%20investigaci%C3%B3n%20Caracterizaci%C3%B3n%20Instituci%C3%B3n%20Educativa%20Florenia.pdf>

Rojas, G. (2025). *Las representaciones semióticas en la enseñanza de la función lineal: un estudio de la formación docente en México*. South Florida Journal of Development, 6(4), e5146-e5146. Obtenido de <https://ojs.southfloridapublishing.com/ojs/index.php/jdev/article/view/5146>

Ruiz, I. (2024). *Sociedad, cultura digital y affordance*. IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, (15), 4. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=10047199>

Sabatinelli, P. A. (2022). *La escisión de la geometría analítica y el álgebra lineal en la enseñanza universitaria: ¿problema epistemológico o didáctico?* Revista Internacional de Pesquisa em Didática das Ciências e Matemática, e022002-e0.

Obtenido de

<https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/revin/article/view/638>

Sánchez, H. (2025). *LA ENSEÑANAZA DE LA MATEMÁTICA Y SUS COMPETENCIAS EN EL NIVEL DE BÁSICA SECUNDARIA DESDE LOS IMAGINARIOS SOCIALES DE LOS DOCENTES. TESIS DOCTORALES.*

Obtenido de <http://espacio.digital.upel.edu.ve/index.php/TD/article/view/1991>

Sanchez, M. E. (2025). *Aprendizaje autorregulado y autoeficiencia en estudiantes del nivel secundaria de la IEP Ruben Dario 2023-Santa María Huaura.* Obtenido de <http://repositorio.unjfsc.edu.pe/handle/20.500.14067/11113>

Sebsibe, A. S., Dorra, B. T., & Beressa, B. W. (2019). Students' difficulties and misconceptions of the function concept. *International Journal of Research.*

Souza, J. S., & Souza, L. (2018). A definição de função: operacionalizar para articular e articular para compreender. *Alexandria* , 125-128.

Suardipa, I. P., & Sedana, I. M. (2022). Korelasi pembelajaran flipped classroom dengan taksonomi bloom. *Jurnal Pendidikan, Agama Dan Budaya.*

Suárez Guerrero, C. R. (2020). *Preguntas educativas para la tecnología digital como respuesta.* Edutec, 2020, num. 73, p. 7-22. Obtenido de <https://diposit.ub.edu/dspace/handle/2445/172741>

Suárez, S. R. (2020). *Conversión entre los diversos registros de representación semiótica en la resolución de problemas con estructura multiplicativa.* Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/84116951.pdf>

Tiza, M. M. (2023). *El pensamiento lógico matemático: Concepciones y enseñanza en el aula de clases.* Obtenido de <https://files.osf.io/v1/resources/6qwgw/providers/osfstorage/6549af2ab1613d0467b7a813?format=pdf&action=download&direct&version=1>

- Ureña-Villamizar, Y., Henao-Gómez, M., Vargas-Velásquez, O., Ramírez-Ramírez, J., & Fernández-Nieto, E. (2024). *Ma-Tecn: Modelo innovador para fomentar competencias lógico-matemáticas. AiBi Revista De Investigación, Administración E Ingenieria*. Obtenido de <https://revistas.udes.edu.co/aibi/article/view/3781>
- Vázquez, G. (2020). *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de educación media sobre el concepto de función (Doctoral dissertation, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso)*. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Gonzalo-Espinoza-Vasquez/publication/348659874_Caracterizacion_del_conocimiento_especializado_del_profesor_de_matematicas_de_educacion_media_sobre_el_concepto_de_funcion/links/6009ad16299bf14088b173d9/Caracterizacion-d
- Veloz González, Á. I., & Tisalema Sisa, M. A. (26 de Dic de 2019). *El aula invertida como método social de enseñanza en los institutos tecnológicos de la Provincia de Bolívar*. Obtenido de [revistas.utb.edu.ec: https://revistas.utb.edu.ec/index.php/sr/article/download/792/581](https://revistas.utb.edu.ec/index.php/sr/article/download/792/581)
- Vicente, J. B. (2023). *Pensamiento crítico: una propuesta didáctica del aprendizaje basado en el pensamiento (TBL-ABP) y la taxonomía de Bloom*. Obtenido de <http://rixplora.upn.mx/jspui/bitstream/RIUPN/161490/2/UPN212LPBAJA2023.pdf>
- Zhao, X., & Wang, F. (2024). A quantitative model of technological pedagogical content knowledge (TPACK) based on graphical calculation. *Discover Education*, 3.

Apéndice A

Cuestionario de Percepción Estudiantil

Objetivo: Identificar la opinión de los estudiantes sobre el modelo de aula invertida y el uso de tecnologías.

Instrucciones: Marca con una “X” la opción que mejor represente tu opinión:

1 = Totalmente en desacuerdo | 2 = En desacuerdo | 3 = Neutral | 4 = De acuerdo | 5 = Totalmente de acuerdo

Dimensión 1: Motivación y autonomía

1. Me siento más motivado para aprender matemáticas con el modelo de aula invertida.
2. Preparar los contenidos antes de la clase me ayudó a ser más responsable y autónomo.

Dimensión 2: Utilidad de los recursos digitales

3. Los videos y recursos digitales fueron claros y útiles para comprender las funciones racionales.
4. El uso de tecnologías hizo que el aprendizaje fuera más dinámico y atractivo.

Dimensión 3: Aprendizaje colaborativo en clase

5. El trabajo en equipo me permitió comprender mejor los ejercicios.
6. Compartir ideas con mis compañeros enriqueció mi aprendizaje.
7. La participación en actividades colaborativas fue mayor que en clases tradicionales

Dimensión 4: Dificultades percibidas

8. Tuve dificultades para comprender algunos contenidos de manera autónoma antes de la clase.
9. No siempre conté con los recursos tecnológicos necesarios (internet, dispositivos).
10. El modelo de aula invertida me resultó más demandante que la enseñanza tradicional.