

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**  
**MÉTODOS NUMÉRICOS – TERCERA EVALUACIÓN – MARZO 3, 2009**

NOMBRE \_\_\_\_\_ FIRMA \_\_\_\_\_ PARALELO \_\_\_\_\_

**TEMA 1.- (40 puntos)** En los siguientes datos  $(x, f(x))$ ,  $x$  representa el tiempo en horas de entrenamiento que realizaron los 4 empleados de una empresa y  $f(x)$  representa su eficiencia actual para realizar cierta tarea (tiempo en minutos):

$(0.0, 4.0), (2.0, 3.6), (4.0, 2.8), (6.0, 2.5)$ .

- a) Use el **polinomio de interpolación de tercer grado** para estimar la eficiencia (tiempo en minutos) si el entrenamiento es 5 horas.
- b) Use el **polinomio de interpolación de tercer grado** para estimar el tiempo de entrenamiento que se requiere para que la eficiencia sea exactamente 3.0 minutos.

**TEMA 2.- (30 puntos)** Dado el sistema de ecuaciones lineales  $AX=B$ :

$$A = [a_{i,j}], \quad B = [b_i], \quad a_{i,j} = \frac{1}{i+j-1}, \quad b_i = i^2, \quad 1 \leq i, j \leq 3$$

- a) Determine el nivel de mal condicionamiento de  $A$  con la definición:  
 $\text{cond}(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$

- b) Obtenga el vector solución  $X$  e indique si esta solución es confiable.

Use el método de Gauss-Jordan partiendo de la matriz aumentada:  $A | B | I$  de tal manera que al transformar la matriz  $A$  en  $I$ , entonces, las mismas transformaciones aplicadas simultáneamente al vector  $B$ , lo convertirán en la solución y aplicadas a la matriz  $I$ , la convertirán en  $A^{-1}$ . Use 4 decimales, sin redondear, en sus cálculos.

**TEMA 3.- (30 puntos)** Para que la siguiente función sea útil en cálculo de probabilidad, se debe encontrar el valor de  $k$  tal que el área debajo de  $f(x)$  sea igual a 1.

$$f(x) = \begin{cases} kxe^{-x^2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Encuentre un valor aproximado de  $k$  con el siguiente procedimiento.

- a) Separe el integral en dos intervalos:  $[0, 1], [1, \infty)$ . Mantenga  $k$ , fuera del integral.
- b) Integre en el intervalo  $[0, 1]$  con la fórmula de Simpson ( $m = 2$ )
- c) Mediante un cambio de variable elimine el límite  $\infty$  en el segundo intervalo e integre aplicando una vez la Cuadratura de Gauss. Recuerde que esta fórmula no requiere evaluar la función en los extremos del intervalo de integración.
- d) Obtenga el valor de  $k$  igualando a 1 la suma de los dos resultados anteriores.