

5. (20 puntos)

Una varilla de longitud  $L$  coincide con el eje  $X$  en el intervalo  $[0, L]$ , tal que la temperatura en los extremos de la varilla se mantiene a  $0^\circ\text{C}$  en cualquier instante y la temperatura inicial en toda la varilla está dada por  $f(x) = x(L-x)$ . Determine la temperatura  $u(x, t)$  de la varilla, conociendo que el modelo matemático de este problema viene dado por:

$$\begin{cases} k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} & , \quad 0 < x < L \wedge t > 0 \\ u(0, t) = u(L, t) = 0 & , \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x(L-x) & , \quad 0 < x < L \end{cases}$$