EXAMEN DE CONTROL AUTOMÁTICO
SEGUNDO PARCIAL
FEBRERO 2 DE 2010

PRIMER TEMA: 35 puntos

Para el sistema con realimentación negativa, con funciones:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(2s+1)} \quad ; \quad H(s) = 1$$

- **a.** (20) Con K = 1, dibuje el Gráfico Polar. Determine la frecuencia de cruce del trazo polar con el eje real negativo.
- **b.** (5) Con K = 1, aplique el Criterio de Nyquist y determine la estabilidad del sistema.
- **c.** (5) Con K = 2, aplicando el Criterio de Nyquist, es estable el sistema? Justifique su respuesta.
- **d.** (5) Encuentre el valor crítico de la ganancia, Kcrit.

SEGUNDO TEMA: 35 puntos

Un sistema de control con realimentación negativa tiene una función de transferencia de planta dada por:

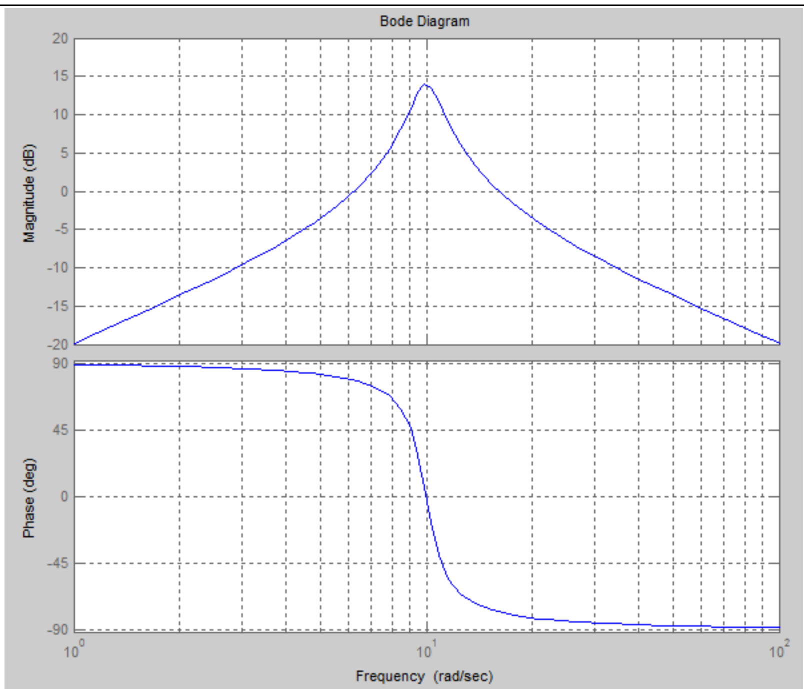
$$G(s) = \frac{K(s+40)}{s(s+10)(s+50)} \quad ; \quad H(s) = 1$$

Se requiere un Error de Estado estacionario del 1% y un Margen de Fase de 45°.

1. (10) Ajuste el valor de K para cumplir con el requerimiento del Margen de Fase.
2. (20) Con el valor de K obtenido en 1) diseñe el compensador apropiado para cumplir con el requisito del Error de Estado estacionario.
3. (5) ¿Su solución mejora o no el Ancho de Banda del sistema?

TERCER TEMA: 30 puntos

La figura muestra el Gráfico de Bode de un sistema. Encuentre su Función de Transferencia.



Solución:

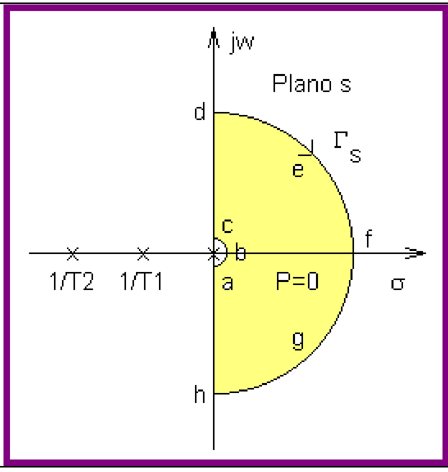
PRIMER TEMA:

$$G(s)=\frac{1}{s(s+1)(2s+1)} \quad ; \quad H(s)=1$$

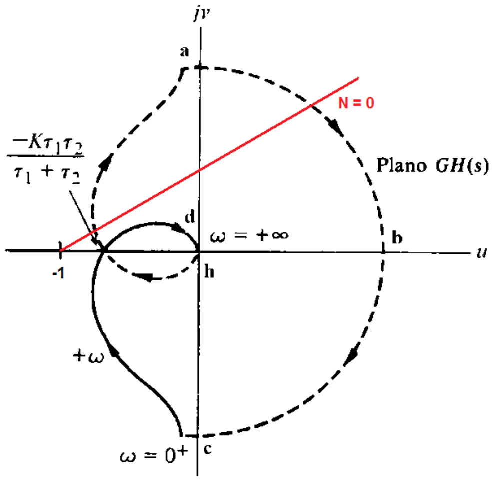
$$T1=2 \quad ; \quad T2=1$$

Según Nyquist, para K = 1:

P = 0 ; N = 0
Entonces: Z = 0, el sistema es estable.



	s	GH(s)	Comentario
a	e/-90	∞/+90	s=e / Θ e<<1 GH(s) ≈ (K/ e)/- Θ ≈ ∞/- Θ
b	e/0	∞/0	
c	e/+90	∞/-90	
d	r/+90	0/-270	s=r/ Θ r≈ ∞ $GH(s)\approx(K/t_1t_2r^3)$ /- 3Θ ≈0 / -3Θ
e	r/+45	0/-135	
f	r/0	0/0	
g	r/-45	0/+135	
h	r/-90	0/+270	



$$\mathrm{Im}\{GH(\omega)\}=\left.\frac{-K(1-\omega^2\tau_1\tau_2)}{\omega(1+\omega^2(\tau_1^2+\tau_2^2)+\omega^4\tau_1^2\tau_2^2)}\right|_{\omega=\omega cg}=0 \quad ; \quad \omega_{cg}=\frac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}} \quad \rightarrow \quad \omega_{cg}=0.707$$

$$\mathrm{Re}\{GH(\omega_{cg})\}=\left.\frac{-K(\tau_1+\tau_2)}{1+\omega^2(\tau_1^2+\tau_2^2)+\omega^4\tau_1^2\tau_2^2}\right|_{\omega=\omega cg}=-K\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2}=-0.66$$

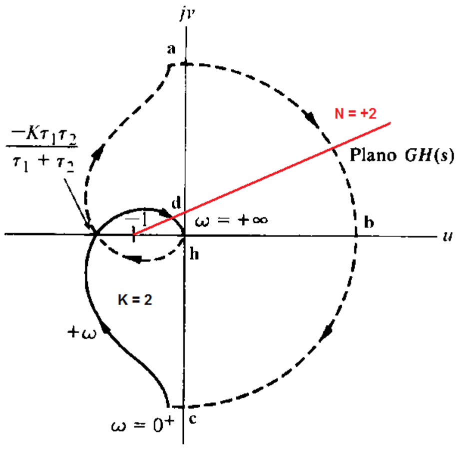
$$Ganancia\_Crítica:$$

$$\mathrm{Re}\{GH(\omega_{cg})\}=-K_{crit}\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2}=-1 \quad \rightarrow \quad K_{crit}=1.5$$

Sistema condicionalmente estable.
Rango de estabilidad: 0 < K < Kcrit

Según Nyquist, para K = 2:

P = 0 ; N = +2
Entonces: Z = 2, el sistema es inestable, dos Raíces de la Ecuación Característica estarán en el semiplano de la derecha del Plano Complejo "s".

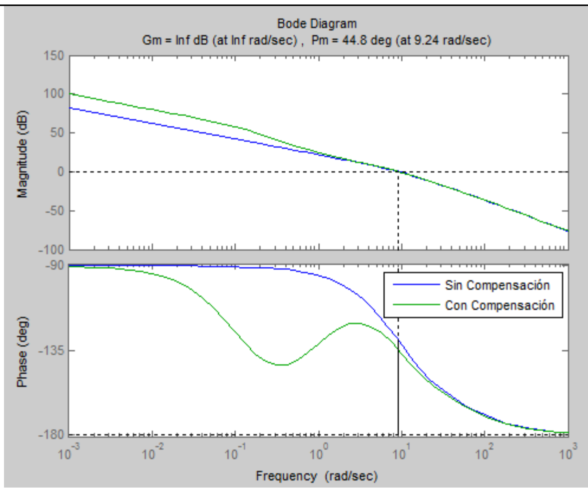


SEGUNDO TEMA:

```
    ExBC020210
%   segundo tema
%   MF=45, Ess=1%
clc,clear
MF=45; K=150; Ess=1;
for i=1:50
    G=zpk([-40],[0 -10 -50],K);
    [Gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(G);
    if Pm<(MF+5)
       PM=Pm
       K, Wcp
       break
    end
    K=K+1;
end
%   Constante Velocidad sin compensación
Kvsc=dcgain(tf([1 0],1)*G)
%   Constante Velocidad con compensación
Kvcc=100/Ess
%   Constante Alpha
Alpha=Kvcc/Kvsc
%   Compensador de Atraso
z=Wcp/10, p=z/Alpha
Gc=zpk([-z],[-p],1)
%   Sistema compensado
Gcc=Gc*G
G(1)=G;G(2)=Gcc;
hold off
for i=1:2
    margin(G(i)), hold on
end
legend('Sin Compensación', 'Con
Compensación')
```

PM = 49.8947
K = 155
Wcp = 9.2064
Kvsc = 12.4000
Kvcc = 100
Alpha = 8.0645

z = 0.9206
p = 0.1142



Se observa que se necesita sobrecompensar con 5° debido a la gran pendiente del ángulo en la zona a compensar.

La dinámica del sistema se mantiene debido al uso de la red de Atraso de Fase no altera la zona de altas frecuencias y por ende su Ancho de Banda.

Zero/pole/gain:
(s+0.9206)

(s+0.1142)

Zero/pole/gain:
155 (s+0.9206) (s+40)
----
s (s+0.1142) (s+10) (s+50)

TERCER TEMA:

Se observa la presencia de un cero en el origen, de dos polos complejos conjugados y de una constante. La componente de segundo orden tiene una frecuencia natural, Wn = 10 y un Mpw de 14 dB (Mpw = 5).

$$G(j\omega) = \frac{j\omega\omega_n^2 K}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2}$$

$$= \frac{j\omega K}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}$$

$$\omega_n = 10 \quad ; \quad M_{pw} = 14\_dB = 5$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{4M_{p\omega}^{\ 2}}}} = 0.1$$

$$K_{dB} = -20 \quad \rightarrow \quad K = 0.1$$