ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Instituto de Ciencias Matemáticas
PRIMERA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES
Guayaquil, 02 de diciembre de 2009

Nombre:……………………………………………………………………Paralelo…………

1. (10 puntos) Califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones. **Justifique su respuesta.**

a) La distancia del punto (2, 1, –1) a la recta L: $x+2y=4,\ x-z=1$; es $2\sqrt{5}/3$ unidades.

b) Si $z=\dfrac{f(x,y)}{y}$, donde f es diferenciable en $\mathbb{R}^2$ con $y\neq 0$, entonces $z-y\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$.

c) La superficie $x^2 - 2y^2 + 3z = 0$ tiene un plano tangente paralelo al plano XY.

d) Si $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ es un campo diferenciable en $\mathbf{x_0}$, tal que $\nabla f(\mathbf{x_0}) = \mathbf{0}$, entonces $f(\mathbf{x_0})$ es un extremo relativo de f.

e) Sea $f(x, y) = x^2 - 3y + 6$; $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Existen puntos (x, y) tales que la derivada direccional de f se anula en la dirección $2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$.

2. (10 puntos) Grafique la región Q=$\left\{\left(r,\theta,z\right)/\, r-2\leq z\leq 4-r^{2}; r\geq 0; 0\leq\theta\leq 2\pi\right\}$

3. (10 puntos) Sea S una superficie diferenciable dada por $z = f(x, y)$, tal que $\frac{\partial z}{\partial x}(1,-2) = 4$; $\frac{\partial z}{\partial y}(1,-2) = 2$; $f(1,-2) = 5$. Determine la ecuación del plano tangente a S en $(1,-2)$.

4. (10 Puntos) Sea $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2+xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & ;(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & ;(x,y)=(0,0) \end{cases}$.

Justificando su respuesta, determine:

a) Si f es continua en (0, 0).
b) Si f es derivable en (0, 0).
c) Empleando los resultados anteriores, si f es diferenciable en (0,0).

5. (10 puntos) Sean $f(x,y,z) = \left(x^2 + y^2 + z^2,\ e^{1-x^2-y^2-z^2},\ xyz\right)$; $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$,

$g(u, v, w) = (uv + w,\ wu^2 - vw^2,\ u + 4w)$; $(u, v, w) \in \mathbb{R}^3$.

Calcular $\mathbf{D}_{f\circ g}\,(-1,1,0)$.

6. (10 Puntos) Un recipiente cerrado en forma de prisma rectangular (paralelepípedo recto) debe tener una longitud interior de 8*m*, un acho interior de 5*m* y una altura interior de 4*m*. El espesor del material con el que se lo va a construir es de 4*cm*. Empleando diferenciales, aproxime el volumen del material que se requerirá para su construcción.

7. (10 puntos) Considere $f(x,y,z) = sen(2x) + e^{-y} + z^2; \quad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

a) Escriba la Fórmula de Taylor de 2º orden de f en $(\pi, 0, -1)$.

b) Con el resultado anterior, aproxime $f(3.12, 0.1, -0.9)$.