# INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

**CÁLCULO INTEGRAL**

TERCERA EVALUACIÓN Febrero 19 de 2010

CRITERIOS DE CALIFICACION

1. Justificando sus respuestas, califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones:

**(*Valor 20 puntos)***

1. Si la serie infinita es absolutamente convergente entonces se cumple que .

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Identifica una serie absolutamente convergente que le sirva como contraejemplo. | Hasta 2 |
| Obtiene el valor absoluto de la suma de la serie original. | Hasta 1 |
| Obtiene la suma de la correspondiente serie de términos positivos. | Hasta 1 |
| Compara ambos valores y concluye que la proposición es FALSA | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 5 |

1. 

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Aplica correctamente la definición de la función escalón. | Hasta 1 |
| Aplica correctamente la propiedad aditiva por intervalo reemplazando para cada intervalo la correspondiente regla de la función escalón. | Hasta 1.5 |
| Antideriva y evalúa las integrales obtenidas | Hasta 1.5 |
| Compara valores y concluye que la proposición es FALSA. | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 5 |

1. El radio de convergencia de la serie  es 1.

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Aplica correctamente la prueba de la razón | Hasta 1 |
| Simplifica y calcula correctamente el límite al infinito. | Hasta 1.5 |
| Identifica el radio de convergencia | Hasta 1.5 |
| Compara valores y concluye que la proposición es VERDADERA. | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 5 |

1. 

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Aplica correctamente la propiedad de la derivada de la integral definida con respecto al límite superior | Hasta 2 |
| Identifica que la función a integrar es impar | Hasta 1 |
| Justifica que la integral es 0. | Hasta 1 |
| Compara valores y concluye que la proposición es VERDADERA. | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 5 |

1. Hallar el área de la región limitada por  ***(Valor 15 puntos)***

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Grafica ambas funciones e identifica la región a la cual se debe calcular el área. | Hasta 2 |
| Plantea el diferencial de área. | Hasta 2.5 |
| Expresa el área de la región como una integral definida especificando correctamente los límites de integración. | Hasta 2.5 |
| Antideriva correctamente. | Hasta 4 |
| Evalúa la integral definida. | Hasta 3 |
| Expresa correctamente la solución. | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 15 |

1. Hallar la longitud de arco de curva de: , entre ***(Valor 10 puntos)***

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Identifica la expresión en coordenadas polares para calcular la longitud de una curva. | Hasta 1 |
| Deriva correctamente | Hasta 2 |
| Reemplaza y simplifica correctamente. | Hasta 2 |
| Antideriva correctamente.. | Hasta 2 |
| Evalúa la integral definida.. | Hasta 2 |
| Expresa correctamente la solución. | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 10 |

1. Calcular si es posible el volumen que se genera al rotar la región  alrededor del eje Y

**(*Valor 15 puntos)***

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Grafica la función e identifica la región a rotar. | Hasta 2 |
| Plantea el diferencial de volumen. | Hasta 2.5 |
| Expresa el volumen del sólido, que se obtiene al rotar la región dada, como una integral definida especificando correctamente los límites de integración. | Hasta 2.5 |
| Antideriva correctamente. | Hasta 3 |
| Evalúa la integral definida impropia obtenida. | Hasta 4 |
| Expresa correctamente la solución. | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 15 |

1. Sea la función : ***(Valor 16 puntos)***
2. Hallar la serie de Taylor para *f* alrededor de x = 1

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Identifica la expresión para obtener la serie de Taylor alrededor de x=1. | Hasta 1 |
| Obtiene las derivadas de orden superior de la función dada y las evalúa en x=1. | Hasta 3 |
| Reemplaza los valores obtenidos en la serie de Taylor especificada y simplifica. | Hasta 2 |
| TOTAL | Hasta 6 |

1. Hallar el intervalo de convergencia de la serie obtenida en a)

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Aplica la prueba de la razón a la serie obtenida anteriormente. | Hasta 1 |
| Calcula el correspondiente límite al infinito. | Hasta 1 |
| Determina el intervalo donde la serie es absolutamente convergente. | Hasta 1 |
| Analiza la convergencia en los extremos del intervalo | Hasta 2 |
| Expresa correctamente el intervalo de convergencia | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 6 |

1. Utilizando los resultados de a) y b) , hallar el valor de 

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Identifica un punto donde evaluar término a término la función y la serie obtenida. | Hasta 2 |
| Reemplaza el valor obtenido y simplifica. | Hasta 1 |
| Indica correctamente la suma de la serie obtenida. | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 4 |

1. Calcular : ***(Valor 24 puntos)***

a) 

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Aplica propiedad de linealidad. | Hasta 1 |
| Aplica integración por partes dos veces para antiderivar uno de los términos y antideriva. | Hasta 4 |
| Utiliza identidad para integrar en forma directa la función trigonométrica y antideriva | Hasta 2 |
| Expresa correctamente la solución | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 8 |

b) 

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Identifica las sustituciones a realizar cuando se usa sustitución universal. | Hasta 2 |
| Reemplaza y simplifica correctamente. | Hasta 2 |
| Antideriva correctamente. | Hasta 3 |
| Expresa correctamente la solución en términos de la variable original. | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 8 |

c) 

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Factoriza y expresa el desarrollo en fracciones parciales. | Hasta 2 |
| Obtiene correctamente los coeficientes del desarrollo en fracciones parciales. | Hasta 2 |
| Antideriva correctamente. | Hasta 3 |
| Expresa correctamente la solución en términos de la variable original. | Hasta 1 |
| TOTAL | Hasta 8 |