

AÑO: 2023

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: Tercera

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**

PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca,
Martínez Margarita, Ramírez John, Valdiviezo Janet,
Vielma Jorge.

FECHA: 08 de febrero de 2024

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____

NÚMERO DE MATRÍCULA: _____

PARALELO: _____

1. (20 Puntos)

Califique justificadamente cada una de las siguientes proposiciones como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N)**.

- a. Si A es una matriz de orden $m \times n$ y $B = A^T A$, entonces B es diagonalizable ortogonalmente.

- b. Sea $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ es un conjunto ortonormal (considerado el producto usual) de vectores en \mathbb{R}^4 . Si Q es la matriz de orden 4×4 cuyas columnas son los vectores v_1, v_2, v_3, v_4 , entonces $\det Q = 0$.

2. (20 Puntos)

Un joyero dispone 3 modelos de anillos **A**, **B** y **C**. Los anillos del modelo **A** tienen 2 gramos de oro, 4 gramos de plata y 14 gramos de cobre; los del tipo **B** tienen 6 gramos de oro, 4 gramos de plata y 10 gramos de cobre y los del tipo **C** tienen 8 gramos de oro, 6 gramos de plata y 16 gramos de cobre. Al fundirse una cierta cantidad de anillos de los 3 modelos se obtiene una aleación que contiene "a" gramos de oro, "b" gramos de plata y "c" gramos de cobre.

- a. Determine la relación existente entre a, b y c de esta nueva aleación.
- b. ¿cuántos anillos de cada modelo se debe fundir para obtener en la aleación 46 gramos de oro y 46 gramos de plata?

3. (20 Puntos)

Sea $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{S}_{2 \times 2}$, la transformación lineal dada por: $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y & z \\ z & x-y \end{pmatrix}$, donde $\mathbb{S}_{2 \times 2}$ es el espacio vectorial de las matrices simétricas 2×2 .

a. Determine si T es un isomorfismo.

b. En caso de serlo, calcular $T^{-1} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

4. (20 Puntos)

Sea π el subespacio vectorial de \mathbb{R}^3 dado por: $\pi = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 3x - y + z = 0 \right\}$ con las operaciones convencionales de \mathbb{R}^3 .

- a. Encuentre una base ortonormal para el subespacio π .
- b. Sea $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Determine $\text{proj}_{\pi} v$.

5. (20 Puntos)

Sean X e Y dos espacios vectoriales reales y $T: X \rightarrow Y$ una transformación lineal.

Pruebe que si W es un subespacio vectorial de X , entonces $T(W)$ es un subespacio vectorial de Y .