

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

TESIS DE GRADUACIÓN

**PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:
“MAGÍSTER EN GESTIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD Y LA
CALIDAD”**

TEMA:

**“ESTUDIO DE UN SISTEMA DE MEDICIÓN EN EL ENSAYO
DESTRUCTIVO DE RESISTENCIA A LA TRACCIÓN DE METALES”**

AUTOR

DIEGO ARMANDO TOSCANO PRIETO

Guayaquil - Ecuador

AÑO

2016

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi familia, por su incondicional apoyo en todo lo que me propongo, al laboratorio LEMAT por depositar su confianza en mí para liderar este trabajo.

Diego Toscano Prieto

AGRADECIMIENTO

A Dios, a mi familia por su respaldo, al personal técnico, administrativo y directivo del laboratorio LEMAT por su colaboración en el desarrollo del presente trabajo.

Diego Toscano Prieto

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en esta Tesis de Graduación, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Departamento de Matemáticas** de la Escuela Superior Politécnica del Litoral.

A handwritten signature in blue ink, enclosed in a blue oval. The signature reads "Toscano".

DIEGO ARMANDO TOSCANO PRIETO

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



M.Sc. Carlos Martin Barreiro
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL



Omar Ruiz Barzola PhD.
DIRECTOR DE TESIS



Sandra García Bustos PhD.
VOCAL DEL TRIBUNAL

FIRMA DE AUTOR



Toscano

DIEGO ARMANDO TOSCANO PRIETO

INDICE DE CONTENIDO

CAPÍTULO I	2
1. Antecedentes, estado de arte y objetivos	2
1.1. Antecedentes	2
1.2. Estado de arte	3
1.3. Objetivos	4
1.3.1. Objetivo general	4
1.3.2. Objetivos específicos	4
CAPÍTULO II	5
2. Marco teórico	5
2.1. Descripción de la variable respuesta y de los factores de estudio.	5
2.2. Definiciones básicas del ensayo	6
2.3. Definiciones estadísticas	8
2.4. Programas estadístico informáticos	23
CAPÍTULO III	24
3. Desarrollo	24
3.1. Puesta a punto	24
3.2. Experimentación	26
3.3. Resultados.....	28
3.4. Análisis de resultados obtenidos para el Material 1.....	31
3.4.1. Supuestos que se basa el análisis de la varianza (ANOVA) - Material 1.....	31
3.4.2. Análisis de la Varianza ANOVA – Material 1.....	38
3.4.3. Análisis R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad) – Material 1.....	41
3.4.4. Análisis Gráfico R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad) – Material 1.....	42
3.4.5. Comparación entre promedios - Prueba de Tukey para Material 1.	44
3.5. Análisis de resultados obtenidos para el Material 2.....	47
3.5.1. Supuestos que se basa el análisis de la varianza (ANOVA) - Material 2.....	47
3.5.2. Análisis de la Varianza ANOVA – Material 2.....	54
3.5.3. Análisis R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad) – Material 2.....	57
3.5.4. Análisis Gráfico R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad) – Material 2.....	58
3.5.5. Comparación entre promedios - Prueba de Tukey para Material 2.	59

CAPÍTULO IV	62
4. Conclusiones y recomendaciones	62
4.1. Conclusiones	62
4.2. Recomendaciones	63
BIBLIOGRAFÍA	64
ANEXOS	66

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ilustración de la deformación de una muestra sometida a fuerzas axiales en sus extremos.	6
Figura 2. Curva Esfuerzo Vs. Deformación obtenida del Software Trapezium 2	7
Figura 3. Esquema del plan de trabajo realizado.....	24
Figura 4. Esquema del diseño experimental.....	27
Figura 5. Gráfico de probabilidad para la variable de respuesta de Esfuerzo Máximo - Material 1.....	31
Figura 6. Gráfico de probabilidad para el Operador 1 - Material 1.	32
Figura 7. Gráfico de probabilidad para el Operador 2 - Material 1.	33
Figura 8. Gráfico de probabilidad para la parte ASTM- Material 1.....	34
Figura 9. Gráfico de probabilidad para la parte Proveedor- Material 1.	35
Figura 10. Prueba de igualdad de varianzas para Esfuerzo Máximo. Material 1.....	37
Figura 11. Gráfico R&R cruzado – Material 1.....	44
Figura 12. Gráfico de probabilidad para la variable de respuesta de Esfuerzo Máximo - Material 2.....	47
Figura 13. Gráfico de probabilidad para el Operador 1 - Material 2.	48
Figura 14. Gráfico de probabilidad para el Operador 2 - Material 2.	49
Figura 15. Gráfico de probabilidad para la parte ASTM- Material 2.....	50
Figura 16. Gráfico de probabilidad para la parte Proveedor- Material 2.	51
Figura 17. Prueba de igualdad de varianzas para Esfuerzo Máximo. Material 2.....	53
Figura 18. Gráfico R&R cruzado-Material 2	59

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Experimento de dos factores con n réplicas.	10
Tabla 2. Análisis de la varianza para el experimento de dos factores con n réplicas.	14
Tabla 3. Ejemplo de resultados de medición en estudio R&R de la longitud de resortes (pulgadas).....	18
Tabla 4. Factores para la elaboración de cartas de control.	22
Tabla 5. Programación de ensayos.	28
Tabla 6. Resultados de esfuerzo máximo de acuerdo a la aleatorización y orden de corrida. ..	29
Tabla 7. Resultados de esfuerzo máximo para el material 1.....	30
Tabla 8. Resultados de esfuerzo máximo para el material 2.	30
Tabla 9. ANOVA de dos factores con interacción. Material 1.....	38
Tabla 10. ANOVA de dos factores sin interacción. Material 1.	39
Tabla 11. Análisis R&R del sistema de medición para esfuerzo máximo. Material 1.	41
Tabla 12. ANOVA de un factor-Operadores. Material 1.	45
Tabla 13. ANOVA de un factor-Parte. Material 1.....	46
Tabla 14. ANOVA de dos factores con interacción. Material 2.....	54
Tabla 15. ANOVA de dos factores sin interacción. Material 2.	55
Tabla 16. Análisis R&R del sistema de medición para esfuerzo máximo. Material 2.	57
Tabla 17. ANOVA de un factor-Operadores. Material 2.	60
Tabla 18. ANOVA de un factor-Parte. Material 2.....	61
Tabla A. 1. Puntos porcentuales superiores de la Distribución de rango studentizado: Valores de q (0.05, k, ν).....	66
Tabla B 1. Resultados de la calibración del equipo de ensayo de tracción	67
Tabla B 2. Resultados de la calibración del equipo de medición dimensional, micrómetro de exteriores empleado para ensayo de tracción.....	67
Tabla B 3. Resultados de la calibración del equipo de medición dimensional, pie de rey empleado para ensayo de tracción	68

ABREVIATURAS

ANOVA – Analysis of Variance

ASTM - American Society for Testing and Materials

Desv. Est. - Desviación Estándar

EN – Norma Europea

H₀ - Hipótesis Nula

H₁ - Hipótesis Alternativa

IAF – International Accreditation Forum

IAAC – Inter American Accreditation Cooperation

IEC - International Electrotechnical Commission

ILAC – International Laboratory Accreditation Cooperation

INEN - Servicio de Normalización Ecuatoriano

ISO - International Standardization Organization

LEMAT – Laboratorio de Ensayos Metrológicos y de Materiales

MIPRO – Ministerio de Industrias y de Productividad

MPa - Mega Pascal

PEE - Procedimiento Específico de Ensayo

R - Rango

R&R – Repetibilidad y Reproducibilidad

SAE – Servicio de Acreditación Ecuatoriano

UNE – Una Norma Española

VIM - Vocabulario Internacional de Metrología

CAPÍTULO I

1. Antecedentes, estado de arte y objetivos

1.1. Antecedentes

La calidad es un aspecto fundamental para la seguridad, desarrollo, competitividad y bienestar de los pueblos. Por ello, es trascendental que los países cuenten con las instituciones necesarias para garantizar que los productos nacionales e importados cumplan con los estándares de calidad aplicables.

En nuestro país existe el Sistema Nacional de Calidad, su ente rector es el Ministerio de Industrias y de Productividad (MIPRO), este a su vez mantiene instituciones adscritas como el Servicio de Acreditación Ecuatoriano (SAE), quien tiene como misión asegurar la competencia de los organismos evaluadores de la conformidad a través de la acreditación de Laboratorios de Ensayos, Laboratorios de Calibración, Organismos de Certificación y Organismos de Inspección.

El SAE es una institución firmante de Acuerdos de Reconocimiento Internacional con organizaciones como: International Laboratory Accreditation Cooperation (ILAC), InterAmerican Accreditation Cooperation (IAAC), International Accreditation Forum (IAF), lo cual avala la gestión de acreditación que el SAE realiza en nuestro país para los organismos evaluadores de la conformidad.

El Laboratorio de Ensayos Metrológicos y de Materiales (LEMAT) forma parte del Sistema Nacional de Calidad al ser un laboratorio de ensayos acreditado por el SAE.

Los laboratorios acreditados deben demostrar competencia técnica en la realización de los ensayos. El estudio del sistema de medición de repetibilidad y reproducibilidad, a través de la estadística, permite evaluar de forma cuantitativa la competencia del laboratorio para realizar mediciones. Además, ayuda al laboratorio a identificar

oportunidades de mejora que puedan existir en su proceso de medición y también permite determinar la confiabilidad de los resultados.

En el presente trabajo se despliega el estudio del sistema de medición para el ensayo de resistencia a la tracción en materiales metálicos. En vista de que el LEMAT tiene como propósito acreditar el mencionado ensayo, este estudio forma parte de uno de los requisitos fundamentales para el logro de este objetivo.

1.2. Estado de arte

Controlar la variación que pueda existir al realizar mediciones bajo las mismas condiciones o bajo condiciones similares es una tarea que todo laboratorio acreditado debe perseguir.

Deming declara que el conocimiento de la variación es una de las herramientas más poderosas que una compañía puede aplicar en la búsqueda del mejoramiento (Joiner & Gaudard, 1990).

David W. Hoffa y Chad M. Laux (2007) enfatizan que en los procesos de fabricación, controlar la variación con alta precisión exige un mayor grado de efectividad en las mediciones.

Entender los componentes individuales de la variación de un proceso es crítico porque su reducción depende de la habilidad para discriminar entre la variación del proceso de fabricación y la variación de la medición (Ishikawa, 1982; Juran 1990).

Harry y Lawson (1992) señalan que el Análisis de Sistemas de Medición se basa en la filosofía que establece que los errores en la medición ocultan la verdadera capacidad de un proceso de fabricación. Por lo tanto, se desarrollan previo a cualquier actividad de mejoramiento de los procesos de fabricación con el fin de cuantificar y minimizar el error en la medición.

Automotive Industry Action Group, AIAG (2010, p. 5), describe a un sistema de medición como “una colección de instrumentos o medidores, patrones, operaciones, métodos, accesorios, software, personal, ambiente y supuestos empleados para cuantificar una

unidad de medida o para evaluar la característica que esté siendo medida; es el proceso completo empleado para obtener mediciones”.

Según AIAG (2010, p. 17) los errores de un sistema de medición pueden ser clasificados dentro de cinco categorías: sesgo, repetibilidad, reproducibilidad, estabilidad y linealidad.

El presente estudio de Repetibilidad y Reproducibilidad (R&R) estima los componentes de variación del sistema de medición con la finalidad de evaluar si es adecuado para el fin previsto.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

- i. Determinar si el sistema de medición empleado por el laboratorio es capaz de ofrecer mediciones confiables de forma consistente (repetibilidad y reproducibilidad) a partir de un estudio del sistema de medición empleando el análisis de la varianza.

1.3.2. Objetivos específicos

- i. Determinar la variabilidad del sistema de medición e identificar sus causas, las cuales pueden ser atribuibles a diferentes factores como operador, homogeneidad y preparación de la muestra.
- ii. Determinar la competencia de los proveedores que el laboratorio emplea para la preparación de muestras, a través del análisis estadístico.

CAPÍTULO II

2. Marco teórico

2.1. Descripción de la variable respuesta y de los factores de estudio.

Para este estudio la variable respuesta es el esfuerzo máximo, también llamado esfuerzo último (en inglés, Ultimate Tensile Strength), el cual es obtenido del ensayo de tracción.

Los factores que se han considerado en el diseño experimental son:

Operadores: Dos operadores realizan el ensayo de tracción en el laboratorio. Ambos cumplen con el perfil establecido por el laboratorio. Entre las diferencias están que el operador 1 tiene mayor experiencia en la realización del ensayo, la formación académica y técnica del operador 2 es de mejor nivel que el operador 1.

Partes: Considerando que las muestras a ensayar son declaradas por ASTM como homogéneas y que el ejercicio exige ensayar las muestras preparadas por el laboratorio (a través de un taller-proveedor calificado) y las preparadas por ASTM, las diferencias entre partes se consideran a partir de esta fuente. Es decir, se considera como parte 1 las muestras preparadas por ASTM y parte 2 las muestras preparadas por el taller-proveedor.

Adicionalmente, este estudio ha sido realizado por separado para dos distintos materiales:

Material 1: Este material es un acero galvanizado de bajo carbono que presenta su punto de fluencia o una inflexión en la curva esfuerzo versus deformación al comienzo de la deformación plástica. Su esfuerzo máximo está en la vecindad de 350MPa.

Material 2: Este material es un acero inoxidable 201 recocido, sin recubrimiento. Este acero austenítico presenta mayores resistencias y elongaciones que el material 1. Su esfuerzo máximo está en la vecindad de 790MPa.

2.2. Definiciones básicas del ensayo

Esfuerzo máximo: La resistencia del acero a fuerzas axiales de tracción es una de las características fundamentales para garantizar una adecuada construcción en puentes, edificios, oleoductos, poliductos, entre otras obras.

El esfuerzo es la relación existente entre la fuerza (axial) necesaria para deformar un cuerpo y el área de la sección transversal. La máxima medición de esfuerzo registrada durante el ensayo se denomina *Esfuerzo Máximo*.

$$E = \frac{F}{A}$$

Siendo;

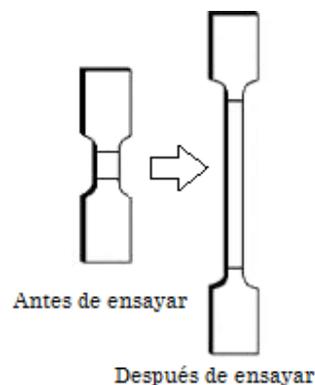
E: Esfuerzo,

F: Fuerza ejercida axialmente, necesaria para deformar un cuerpo,

A: Área de la sección trasversal del cuerpo sometido a tracción.

Deformación: Es una medida del grado de aumento en una o varias de sus dimensiones que sufre un material cuando es sometido a fuerzas de tracción.

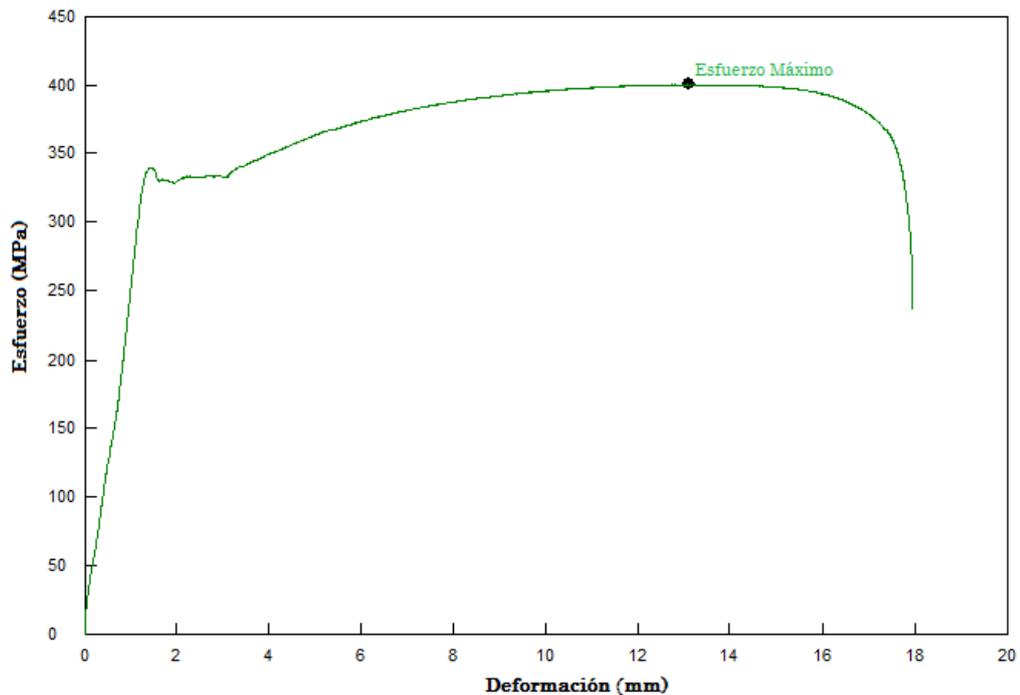
Figura 1. Ilustración de la deformación de una muestra sometida a fuerzas axiales en sus extremos.



Fuente: Autor

Curva: Esfuerzo vs Deformación: El ensayo de resistencia a la tracción es realizado por un equipo de medición que tiene incorporado un software que registra los datos y construye en tiempo real una gráfica bidimensional con los resultados de esfuerzo y deformación de la muestra sometida a tracción. La figura 2 muestra un ejemplo de los datos registrados y graficados por el software.

Figura 2. Curva Esfuerzo Vs. Deformación obtenida del Software Trapezium 2



Fuente: Laboratorio LEMAT

Ensayo de aptitud (Proficiency Testing). La norma UNE-EN ISO/IEC 17043:2010 define al ensayo de aptitud como la evaluación del desempeño de los laboratorios participantes con respecto a criterios previamente establecidos mediante comparaciones interlaboratorios.

Para el estudio realizado en este trabajo, el laboratorio LEMAT participó en el ensayo de aptitud organizado por American Society for Testing and Materials (ASTM) –Organización técnico científica norteamericana de reconocimiento mundial.

Las muestras fueron distribuidas desde los Estados Unidos a todos los laboratorios participantes, entre ellos LEMAT. En este ejercicio, más de 50 laboratorios participantes deben realizar los ensayos de tracción a las muestras

enviadas. Del grupo de muestras enviadas existen probetas listas para el ensayo y otras que requieren un procedimiento de preparación denominado maquinado de probetas. Este último es realizado por un taller-proveedor.

2.3. Definiciones estadísticas

Análisis de la Varianza (ANOVA)

Esto fue tomado del libro *“Probabilidad y estadística para ingenieros”* de Walpole, Raymond Myers y Sharon Myers (1999).

El análisis de varianza, también llamado Analysis of Variance (ANOVA) es una técnica estadística que se utiliza para identificar los motivos relevantes de la variabilidad en la respuesta de un experimento.

Por medio de ANOVA se calcula la variación total y la variación individual de sus componentes (también llamados factores). A su vez, estos componentes pueden contener distintos niveles o tratamientos.

En el procedimiento del análisis de varianza, se supone que cualquier variación que exista entre los promedios de los tratamientos se atribuye a:

1. La variación de las observaciones dentro de cada factor o nivel (Variación aleatoria).
2. La variación de las observaciones debido al efecto del factor o nivel (Variación sistemática)

La tarea del análisis de varianza es determinar la incidencia de cada factor en la variable de respuesta del experimento. Esto quiere decir, comparar la variación entre factores con la variación dentro del factor con el fin de detectar diferencias significativas entre ellas.

El ANOVA requiere el cumplimiento los siguientes supuestos:

- ✓ Normalidad de los datos. - Las distribuciones de probabilidad de la variable dependiente correspondiente a cada factor son normales.
- ✓ Independencia de las “N” muestras sobre las que se aplican los tratamientos.

- ✓ Igualdad de varianzas. - Las poblaciones tienen todas igual varianza (homoscedasticidad).

Análisis de la Varianza (ANOVA) de dos factores

Esto fue tomado del libro “*Probabilidad y estadística para ingenieros*” de Walpole, Raymond Myers y Sharon Myers (1999).

Consideraremos el caso de n réplicas de las combinaciones del tratamiento que se determinan por a niveles del factor A y b niveles del factor B . Cada combinación de niveles se define en una celda de nuestro arreglo. De esta manera tenemos ab celdas, cada una de las cuales contiene n observaciones. Denotemos la k -ésima observación tomada en el i -ésimo nivel del factor A y el j -ésimo nivel del factor B con y_{ijk} , las abn observaciones se muestran en la tabla 1. Las observaciones en la celda (ij) -ésima constituyen una muestra aleatoria de tamaño n de una población que se supone distribuida normalmente con media μ_{ij} y varianza σ^2 . Se define a continuación los símbolos empleados en la tabla 1.

Y_{ij} = Suma de observaciones en la (ij) -ésima celda,

$Y_{i.}$ = Suma de observaciones para el i -ésimo nivel del factor A ,

$Y_{.j}$ = Suma de observaciones para el j -ésimo nivel del factor B ,

$Y_{...}$ = Suma de todas las abn observaciones,

\bar{y}_{ij} = Media de observaciones en la (ij) -ésima celda,

$\bar{y}_{i.}$ = Media de observaciones para el i -ésimo nivel del factor A ,

$\bar{y}_{.j}$ = Media de observaciones para el j -ésimo nivel del factor B ,

$\bar{y}_{...}$ = Media de todas las abn observaciones,

Tabla 1. Experimento de dos factores con n réplicas.

		Factor B				Total	Media
		1	2	...	b		
Factor A	1	y_{111}	y_{121}	...	y_{1b1}	$Y_{1..}$	$\bar{y}_{1..}$
	y_{112}	y_{122}		y_{1b2}			
			
	y_{11n}	y_{12n}		y_{1bn}			
2	y_{211}	y_{221}	...	y_{2b1}	$Y_{2..}$	$\bar{y}_{2..}$	
y_{212}	y_{222}		y_{2b2}				
...				
y_{21n}	y_{22n}		y_{2bn}				
.	
.	
.	
a	y_{a11}	y_{a21}	...	y_{ab1}	$Y_{a..}$	$\bar{y}_{a..}$	
y_{a12}	y_{a22}		y_{ab2}				
...				
y_{a1n}	y_{a2n}		y_{abn}				
Total	$Y_{.1.}$	$Y_{.2.}$...	$Y_{.b.}$	$Y_{...}$		
Media	$\bar{y}_{.1.}$	$\bar{y}_{.2.}$...	$\bar{y}_{.b.}$		$\bar{y}_{...}$	

Fuente: Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers (1999). Libro: Probabilidad y estadística para ingenieros - Sexta Edición, Página 531.

Cada observación de la tabla 1 se puede escribir en la forma: $y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk}$

Donde ε_{ijk} mide las desviaciones de los valores y_{ijk} observados en la (ij) -ésima celda de la media poblacional μ_{ij} . Si denotamos con $(\alpha\beta)_{ij}$ el efecto de la interacción del i -ésimo nivel del factor A y el j -ésimo nivel del factor B y con μ la media general, podemos escribir

$$\mu_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij}$$

Y entonces $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$

Sobre la que imponemos las restricciones

$$\sum_{i=1}^a \alpha_i = 0, \quad \sum_{j=1}^b \beta_j = 0, \quad \sum_{i=1}^a (\alpha\beta)_{ij} = 0, \quad \sum_{j=1}^b (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

Las tres hipótesis a probar son las siguientes

1. $H'_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_a = 0,$

Vs.

H'_1 : Al menos una de las α_i no es igual a cero.

2. $H''_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0,$

Vs.

H''_1 : Al menos una de las β_i no es igual a cero.

3. $H'''_0: (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \dots = (\alpha\beta)_{ab} = 0,$

Vs.

H'''_1 : Al menos una de las $(\alpha\beta)_{ij}$ no es igual a cero.

Cada una de estas pruebas se basará en una comparación de estimaciones independientes de σ^2 que proporciona la división de la suma total de cuadrados de nuestros datos en cuatro componentes por medio de la siguiente identidad.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2 \\ &= bn \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 + an \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 \\ &+ n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2 \end{aligned}$$

De manera simbólica, escribimos la identidad de suma de cuadrados como:

$$SST = SSA + SSB + SS(AB) + SSE$$

Donde

SST es la suma de cuadrados total,

SSA es la suma de cuadrados para los efectos principales del factor A,

SSB es la suma de cuadrados para los efectos principales del factor B,

SS(AB) es la suma de cuadrados de la interacción de los factores A y B,

SSE es la suma de cuadrados del error.

Los grados de libertad se dividen de acuerdo con la identidad

$$SST = SSA + SSB + SS(AB) + SSE$$

$$abn - 1 = (a - 1) + (b - 1) + (a - 1)(b - 1) + ab(n - 1)$$

Formación de cuadrados medios

Si dividimos cada una de las sumas de cuadrados del lado derecho de la identidad entre sus correspondientes número de grados de libertad, obtenemos las cuatro estadísticas:

$$S_1^2 = \frac{SSA}{a-1}, \quad S_2^2 = \frac{SSB}{b-1}, \quad S_3^2 = \frac{SS(AB)}{(a-1)(b-1)}, \quad S^2 = \frac{SSE}{ab(n-1)}$$

Todas estas varianzas estimadas son estimaciones independientes de σ^2 bajo la condición de que no hay efectos $\alpha_i, \beta_j, (\alpha\beta)_{ij}$

Si interpretamos la suma de cuadrados como funciones de las variables aleatorias independientes $y_{111}, y_{112}, \dots, y_{abn}$, no es difícil verificar que

$$E(S_1^2) = E\left[\frac{SSA}{a-1}\right] = \sigma^2 + \frac{nb \sum_{i=1}^a \alpha_i^2}{a-1}$$

$$E(S_2^2) = E\left[\frac{SSB}{b-1}\right] = \sigma^2 + \frac{na \sum_{j=1}^b \beta_j^2}{b-1}$$

$$E(S_3^2) = E\left[\frac{SS(AB)}{(a-1)(b-1)}\right] = \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\alpha\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$$

$$E(S^2) = E\left[\frac{SSE}{ab(n-1)}\right] = \sigma^2$$

De donde de inmediato observamos que las cuatro estimaciones de σ^2 son insesgadas cuando H_0', H_0'', H_0''' son verdaderas.

Prueba de hipótesis

Para probar la hipótesis H'_0 , de que los efectos de los factores A son todos iguales a cero, calculamos la razón $f_1 = \frac{S_1^2}{S^2}$, que es un valor de la variable aleatoria F_1 que tiene una distribución F con $a-1$ y $ab(n-1)$ grados de libertad cuando H'_0 es verdadera. La hipótesis nula se rechaza en el nivel de significancia α cuando $f_1 > f_\alpha[a - 1, ab(n - 1)]$.

De manera similar, para probar la hipótesis H''_0 , de que todos los efectos del factor B son iguales a cero, calculamos la razón $f_2 = \frac{S_2^2}{S^2}$, que es un valor de la variable aleatoria F_2 que tiene una distribución F con $b-1$ y $ab(n-1)$ grados de libertad cuando H''_0 es verdadera. La hipótesis nula se rechaza en el nivel de significancia α cuando $f_2 > f_\alpha[b - 1, ab(n - 1)]$.

Finalmente, para probar la hipótesis H'''_0 , que todos los efectos de interacción son iguales a cero, calculamos la razón $f_3 = \frac{S_3^2}{S^2}$, que es un valor de la variable aleatoria F_3 que tiene una distribución F con $(a-1)(b-1)$ y $ab(n-1)$ grados de libertad cuando H'''_0 es verdadera. La hipótesis nula se rechaza en el nivel de significancia α cuando $f_3 > f_\alpha[(a - 1)(b - 1), ab(n - 1)]$.

Se aconseja realizar la prueba de la interacción antes de intentar hacer inferencias sobre los efectos principales. Si la interacción no es significativa, hay en realidad evidencia de que las pruebas sobre los efectos principales son interpretables. Sin embargo, una interacción significativa podría implicar muy bien que los datos se deben analizar de una manera algo diferente –quizá mediante la observación de los efectos del factor A a niveles fijos del factor B . Los cálculos en un problema de análisis de varianza, para un experimento de dos factores con n réplicas, por lo general se resumen en la tabla 2.

Tabla 2. Análisis de la varianza para el experimento de dos factores con n réplicas.

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	f calculada
Efecto principal A	SSA	$a-1$	$S_1^2 = \frac{SSA}{a-1}$	$f_1 = \frac{S_1^2}{S^2}$
Efecto principal B	SSB	$b-1$	$S_2^2 = \frac{SSB}{b-1}$	$f_2 = \frac{S_2^2}{S^2}$
Interacciones de dos factores (AB)	SS(AB)	$(a-1)(b-1)$	$S_3^2 = \frac{SS(AB)}{(a-1)(b-1)}$	$f_3 = \frac{S_3^2}{S^2}$
Error	SSE	$ab(n-1)$	$S^2 = \frac{SSE}{ab(n-1)}$	
Total	SST	$abn-1$		

Fuente: Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers (1999). Libro: Probabilidad y estadística para ingenieros - Sexta Edición, Página 534.

Prueba de Tukey

Esto fue tomado del libro “Probabilidad y estadística para ingenieros” de Walpole, Raymond Myers y Sharon Myers (1999).

La prueba de Tukey, permite la formación de intervalos de confianza $100(1 - \alpha)\%$ simultáneos para todas las comparaciones pareadas. El método se basa en la distribución del rango studentizado. El punto percentil apropiado es una función de α , k (tratamientos), y ν (grados de libertad) para S^2 (Media cuadrática del error). Una lista de puntos porcentuales superiores para $\alpha = 0.05$ se muestra en la tabla A1 del Anexo. El método de comparaciones pareadas de Tukey implica encontrar una diferencia significativa entre las medias i y j ($i \neq j$) si

$$(\bar{y}_i - \bar{y}_j) \text{ excede a } q[\alpha, k, \nu] S \sqrt{1/n}.$$

Prueba de rachas o corridas.

Esto fue tomado del manual estadístico de SPSS (Statistical Package for the Social Science) publicado por la Facultad de Economía de la Universidad de Barcelona (2005).

El contraste de rachas permite verificar la hipótesis nula de que la muestra es aleatoria, es decir, si las sucesivas observaciones son independientes. Este contraste se basa en el número de rachas que presenta una muestra. Una racha se define como una secuencia de valores muestrales con una característica común precedida y seguida por valores que no presentan esa característica. Así, se considera una racha la secuencia de k valores consecutivos superiores o iguales a la media muestral (o a la mediana o a la moda, o a cualquier otro valor de corte) siempre que estén precedidos y seguidos por valores inferiores a la media muestral (o a la mediana o a la moda, o a cualquier otro valor de corte).

El número total de rachas en una muestra proporciona un indicio de si hay o no aleatoriedad en la muestra. Un número reducido de rachas (el caso extremo es 2) es indicio de que las observaciones no se han extraído de forma aleatoria, los elementos de la primera racha proceden de una población con una determinada característica (valores mayores o menores al punto de corte) mientras que los de la segunda proceden de otra población. De forma idéntica un número excesivo de rachas puede ser también indicio de no aleatoriedad de la muestra. La prueba de hipótesis que se plantea es

H_0 : *Los datos fueron obtenidos aleatoriamente,*

Vs.

H_1 : *Los datos no fueron escogidos aleatoriamente*

La prueba de corridas ofrece la información siguiente:

- K – Valor del criterio de comparación; usualmente la media de las puntuaciones de los datos de la muestra
- Número observado de corridas – Número de corridas obtenidas en la muestra

- Número esperado de corridas – Media de la distribución de muestreo de corridas en una serie aleatoria
- Valor p – Se utiliza una distribución normal para aproximar la distribución exacta de una prueba de corridas de muestras individuales
 - ✓ Si el valor p es menor o igual que el nivel de significancia " α " predeterminado (usualmente 0.05), sus datos no están en orden aleatorio.
 - ✓ Si el valor p es mayor que el nivel de significancia " α " predeterminado, sus datos están en orden aleatorio.

R & R de un sistema de medición

Esto fue tomado del libro "*Statistical design and analysis of experiments with applications to engineering and science*" de Mason, Gunst, Hess (2003).

Estudios de medición de repetibilidad y reproducibilidad, comúnmente denominados estudios R&R, son empleados como herramienta para asegurar que las mediciones realizadas son lo suficientemente confiables. El proceso de medición es el conjunto de operaciones, procedimientos, instrumentos, equipamiento, software y personal empleados para asignar un valor numérico a la característica que esté siendo medida.

Este valor numérico o medición es usado para una variedad de propósitos, por ejemplo: determinar si un proceso está adecuadamente controlado, implementar procedimientos para el control real del proceso, determinar si un proceso es capaz de cumplir con los requerimientos del cliente, incrementar la comprensión del proceso, modelamiento de procesos, cuantificación de mejoras, caracterización de productos fabricados, conducir muestreo de inspección, entre otros.

Los valores numéricos obtenidos de un proceso de medición deben ser lo suficientemente confiables para que puedan ser útiles para el fin previsto. La confiabilidad de las mediciones es determinada por:

- La desviación de las mediciones obtenidas respecto a un valor de referencia, también denominado “*sesgo*”. A menor *sesgo*, las mediciones son más confiables.
- La precisión (Variabilidad en las mediciones realizadas). Las mediciones con menor variabilidad son más precisas y por ende más confiables.

Lograr mediciones con pequeño sesgo es posible a través de la calibración de los instrumentos de medición empleados.

La razón más común para obtener mediciones poco confiables es la baja precisión—variabilidad excesiva—en los procesos de medición. Esto puede ocultar la verdadera variación en procesos de manufactura (o cualquier otro proceso que se estuviera analizando), perjudicando la toma de decisiones sobre las formas de mejorar un producto o proceso.

El estudio de los sistemas de medición R&R es útil para conocer las fuentes de variación que pueden influir en los valores numéricos producidos por un proceso de medición y asegurar lo adecuado del proceso de medición para describir el comportamiento real del proceso.

Experimentos factoriales en diseños completamente aleatorizados son típicamente empleados para estudios R&R. Existen generalmente dos factores de interés: operadores quienes toman las mediciones y las partes (o piezas) a las cuales se les realiza las mediciones.

Los operadores deben ser quienes realizan usualmente las mediciones de la característica de interés y deben existir dos operadores como mínimo.

Las partes (o piezas) ensayadas son seleccionadas del proceso y representan todo el rango operativo de la parte. Para el estudio, es necesario al menos contar con dos partes (o piezas) y para cada parte como mínimo tres repeticiones. Contar con un mayor número de repeticiones es beneficioso para obtener un estudio robusto. Sin embargo, se debe lograr un equilibrio entre el costo, riesgo y beneficio de obtener cada medición. Con tres repeticiones, por ejemplo, se puede realizar el análisis pero no es una investigación cuantitativa concluyente,

pues faltaría analizar el número de observaciones por tratamiento considerando la potencia de la prueba estadística realizada.

La tabla 3 muestra un ejemplo de mediciones obtenidas de un estudio R&R para la variable de respuesta: longitud de resorte (pulgadas). El proceso de medición consiste en que tres operadores toman tres mediciones de longitud a cada uno de cinco tipos de resortes empleando una cinta métrica calibrada. Las cinco partes están identificadas desde A hasta E, escogidas aleatoriamente de un proceso productivo y representan el rango de variación del proceso productivo. Los operadores desconocen la procedencia de los resortes. Este diseño permite evaluar la reproducibilidad y repetibilidad del proceso de medición.

Tabla 3. Ejemplo de resultados de medición en estudio R&R de la longitud de resortes (pulgadas)

Operador 1		Parte A	Parte B	Parte C	Parte D	Parte E
Mediciones	1	72.750	73.000	73.125	73.500	73.875
	2	72.750	73.031	73.250	73.438	73.750
	3	72.813	72.938	73.000	73.531	73.750

Operador 2		Parte A	Parte B	Parte C	Parte D	Parte E
Mediciones	1	73.000	73.000	73.156	73.438	73.813
	2	72.844	73.000	73.250	73.438	73.750
	3	72.750	73.125	73.125	73.500	73.500

Operador 3		Parte A	Parte B	Parte C	Parte D	Parte E
Mediciones	1	72.813	73.063	73.125	73.500	73.750
	2	72.813	73.125	73.063	73.500	73.813
	3	72.750	72.938	73.125	73.500	73.813

Fuente: Robert L. Mason, Richard F. Gunst, James L. Hess (2003). Libro: Statistical Design and Analysis of Experiments- Segunda Edición, Página 405.

La salida de R&R del sistema de medición muestra cómo se divide la variabilidad total entre las siguientes fuentes:

- ✓ R&R total del sistema de medición, el cual se puede dividir en
 - Repetibilidad, que es la variabilidad en las mediciones obtenida cuando el mismo operador mide la misma parte múltiples veces.
 - Reproducibilidad, (que se puede dividir en los componentes Operador y Operador*Parte), que es la variabilidad en las mediciones obtenida cuando diferentes operadores miden la misma parte.
- ✓ Parte a parte, que es la variabilidad en las mediciones entre las diferentes partes.

Lo ideal, para un adecuado sistema de medición, es que muy poca variabilidad se deba a la repetibilidad y reproducibilidad; en cambio, las diferencias entre las partes (parte a parte) deben representar la mayor cantidad de la variabilidad. Esto se mostraría mediante:

- Un %Contribución pequeño para las fuentes de Repetibilidad y Reproducibilidad.
- Un %Contribución grande para la fuente parte a parte.

La información más importante se encuentra en las columnas %Contribución y %Variación de estudio. Estas columnas muestran qué porcentaje de cierto tipo de variabilidad es explicado por una fuente particular. Típicamente, R&R total del sistema de medición debe representar menos del 30% de la variación del estudio, menos del 10% es ideal. Caso contrario, se requiere entrenamiento de los operadores o la adquisición de mejores equipos de medición.

Repetibilidad

Esto fue tomado del Vocabulario Internacional de Metrología “VIM, tercera edición en Español” del Centro Español de Metrología (2012).

La repetibilidad es definida como la precisión de medida bajo un conjunto de condiciones de repetibilidad. A su vez, estas se refieren a la condición de medición, dentro de un conjunto de condiciones que incluye el mismo procedimiento de medida, los mismos operadores, el mismo sistema de medida, las mismas condiciones de operación y el mismo lugar, así como mediciones repetidas del mismo objeto o de un objeto similar en un periodo corto de tiempo.

Reproducibilidad

Esto fue tomado del Vocabulario Internacional de Metrología “VIM, tercera edición en Español” del Centro Español de Metrología (2012).

La reproducibilidad es definida como la precisión de medida bajo un conjunto de condiciones de reproducibilidad. A su vez, estas se refieren a la condición de medición, dentro de un conjunto de condiciones que incluye diferentes lugares, operadores, sistemas de medida y mediciones repetidas de los mismos objetos u objetos similares.

Gráficos

- ✓ Gráficos de componentes de variación R&R.- En esta gráfica se representan las fuentes de variación, estas son:
 - a) R&R total del sistema de medición, que es la variación debido al sistema de medición incluyendo los múltiples operadores que utiliza el mismo sistema de medición.
 - b) Repetibilidad, que es la variabilidad en las mediciones obtenidas bajo condiciones de repetibilidad. En este caso, cuando el mismo operador mide la misma parte múltiples veces, bajo el mismo procedimiento, en el mismo equipo.
 - c) Reproducibilidad, que es la variabilidad en las mediciones obtenidas bajo condiciones de reproducibilidad. En este caso, cuando diferentes operadores miden la misma parte, bajo el mismo procedimiento, en el mismo equipo.
 - d) Parte a parte, que es la variabilidad en las mediciones entre las diferentes partes.
- Las barras separadas representan:
- %Contribución, que es igual a 100 veces el componente de la varianza para esa fuente dividido entre la varianza total.
 - %Variación del estudio, que es 100 veces la variación del estudio para esa fuente dividida entre la variación total del estudio.
- ✓ Gráfico de control del Rango (R).- La gráfica R consta de lo siguiente:
 - a) Los puntos graficados representan para cada operador, la diferencia entre las mediciones más grandes y las más pequeñas de cada parte (Rango). Debido a que los puntos están organizados por operador, se puede determinar la uniformidad de cada operador.
 - b) Promedio general del rango (\bar{R}), línea de color verde. Este valor es el promedio de todos los rangos de los subgrupos.
 - c) Los límites de control, líneas de color rojo, representan la cantidad de variación esperada para los rangos de los subgrupos. Estos límites se

calculan utilizando la variación dentro de los subgrupos. En la tabla 4 se presentan los valores de las constantes D_4 y D_3 . Límites de control para R:

$$\text{Límite de Control Superior} = D_4\bar{R}$$

$$\text{Límite Central} = \bar{R}$$

$$\text{Límite de Control Inferior} = D_3\bar{R}$$

Si cualquiera de los puntos en la gráfica se ubica por fuera de los límites de control, entonces ese operador tiene problemas para medir las partes con uniformidad. Los límites toman en cuenta el número de mediciones realizadas por un operador en una parte y la variabilidad entre las partes. Si los operadores realizan mediciones uniformes, entonces estos rangos deben ser pequeños con respecto a los datos y los puntos deben permanecer bajo control.

✓ Gráfico de control para promedios (\bar{X} - \bar{x}).

La gráfica \bar{x} consta de lo siguiente:

- Los puntos graficados representan, para cada operador, el promedio de cada parte.
- El promedio general para todas las mediciones ($\bar{\bar{x}}$), línea de color verde.
- Los límites de control, líneas de color rojo, que se basan en el estimado de repetibilidad y en el número de mediciones en cada promedio. En la tabla 4 se presentan los valores de la constante A_2 . Límites de control para \bar{x} :

$$\text{Límite de Control Superior} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$$

$$\text{Límite Central} = \bar{\bar{x}}$$

$$\text{Límite de Control Inferior} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$$

Debido a que las partes elegidas para el estudio R&R del sistema de medición deben representar todo el rango de partes posibles, esta gráfica de manera ideal debería mostrar falta de control. La falta de control existe cuando muchos puntos se encuentran por encima del límite de control superior y/o por debajo del límite de control inferior.

Tabla 4. Factores para la elaboración de cartas de control.

Observaciones en la muestra, n	Gráfica para promedios	Gráfica para rangos	
	Factores para los límites de control		
	A ₂	D ₃	D ₄
2	1.880	0	3.267
3	1.023	0	2.574
4	0.729	0	2.282
5	0.577	0	2.114
6	0.483	0	2.004
7	0.419	0.076	1.924
8	0.373	0.136	1.864
9	0.337	0.184	1.816
10	0.308	0.223	1.777

Fuente: Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers (1999). Libro: Probabilidad y estadística para ingenieros - Sexta Edición, Página 721.

✓ Gráfico de dispersión por parte.

La gráfica por parte muestra todas las mediciones tomadas en el estudio, organizadas por parte. Las mediciones se representan con puntos; las medias con el símbolo de cruz encerrada en un círculo. La línea negra conecta las mediciones promedio para cada parte.

Lo ideal es que,

- a) las múltiples mediciones para cada parte individual varíen lo menos posible (los puntos para una parte estarán muy cerca)
- b) los promedios varíen lo suficiente como para que las diferencias entre las partes se observen claramente

✓ Gráfico de dispersión por operador.

La gráfica por operador muestra todas las mediciones tomadas en el estudio, organizadas por operador. Las mediciones se representan con puntos; las medias, con el símbolo de cruz encerrada en un círculo. La línea negra conecta las mediciones promedio de cada operador. Lo ideal es que,

- a) las mediciones de cada operador varíen en igual cantidad
- b) los promedios de los operadores varíen lo menos posible

- ✓ Gráfico de dispersión de interacción operador y parte.

Este gráfico muestra las mediciones promedio tomadas por cada operador en cada parte incluida en el estudio, organizadas por parte. Cada línea conecta los promedios de un operador. Lo ideal es que,

- a) las líneas sigan la misma tendencia.
- b) los promedios de las partes varíen lo suficiente como para que las diferencias entre las partes se observen claramente.

2.4. Programas estadístico informáticos

En la actualidad existe una marcada tendencia hacia el uso de aplicaciones y herramientas informáticas, no se escapa de esta tendencia los programas informáticos de aplicación a la estadística.

Para este trabajo se utilizó el software Minitab en su versión número 15 y 17, MINITAB® la cual es una marca comercial registrada por Minitab Inc.

Fue desarrollado en 1972 como un programa de análisis estadístico del Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST) de los Estados Unidos, por instructores de la Universidad Estatal de Pensilvania.

Minitab es frecuentemente usado en la implantación de la metodología de mejora de procesos Seis Sigma. Su interfaz es sencilla, basado en una plataforma similar a Excel. Esto permite fácil adaptación de usuarios nuevos al uso del software. Cuenta con tutoriales para el uso del software y para los conceptos estadísticos aplicados por él.

Con este software se realizó: el análisis de la varianza (ANOVA), la aleatorización del orden de corrida de los ensayos, los gráficos de componentes de variación, gráfico del rango, gráfico de x barra, gráficos de dispersión: por parte, por operador y su interacción, el análisis R&R, así como las pruebas de hipótesis.

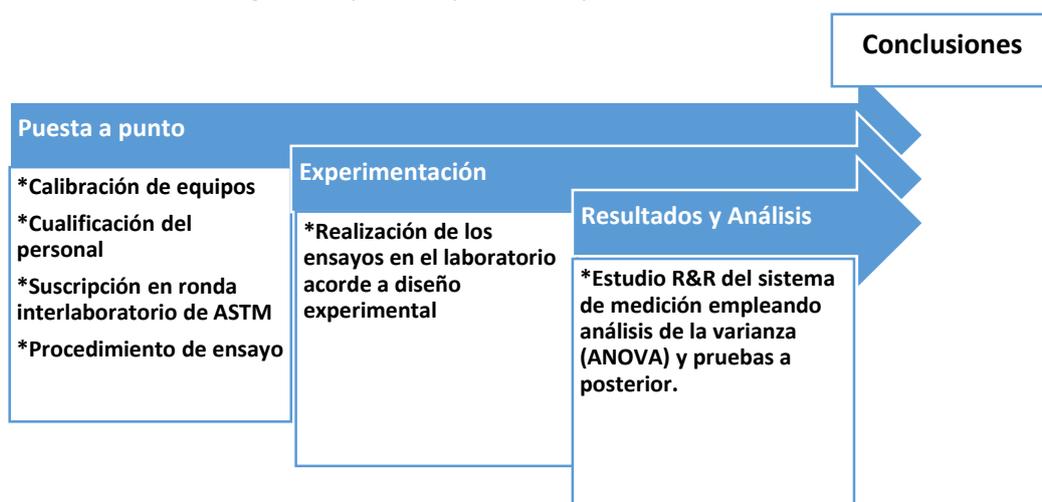
CAPÍTULO III

3. Desarrollo

Para realizar un estudio de un sistema de medición es necesario desarrollar actividades previas encaminadas a asegurar la confianza del estudio.

En la figura 3 se muestra un esquema del trabajo realizado antes, durante y después de la ejecución de los ensayos en el laboratorio.

Figura 3. Esquema del plan de trabajo realizado



Fuente: Autor

3.1. Puesta a punto

Calibración de los equipos empleados en el ensayo.

El equipo principal es la máquina universal de ensayos la cual fue calibrada por el Laboratorio Nacional de Metrología del Servicio Ecuatoriano de Normalización (INEN), los resultados de la calibración se muestran en la tabla B.1 del anexo e indican que la máquina cumple con el grado de exactitud exigido por la norma de ensayo ASTM E8:15^a.

Adicionalmente, se utilizan dos instrumentos de medición dimensional denominados calibrador pie de rey y micrómetro de exteriores, ambos mantienen un certificado de calibración donde se indica que los instrumentos cumplen con los grados de exactitud y precisión exigidos por la norma de ensayo ASTM E8:15^a, los resultados se muestran en la tabla B.2.

Cualificación del personal

Para el desarrollo del presente trabajo se realizaron los ensayos por dos operadores. Ambos cumplen con el perfil del puesto establecido por el laboratorio para el cargo de operador. Entre las diferencias están que el operador 1 tiene mayor experiencia en la realización del ensayo, en cambio la formación académica y técnica del operador 2 es de mejor nivel.

Suscripción en el programa interlaboratorio con ASTM

American Society for Testing and Materials es una organización técnica y científica establecida desde 1898 en los Estados Unidos de Norteamérica, es líder con reconocimiento a nivel mundial en el desarrollo y entrega de normas internacionales de consenso voluntario. Hoy en día, a nivel mundial se utilizan alrededor de 12.000 normas desarrolladas por ASTM para mejorar la calidad y seguridad de los productos, facilitar el acceso a mercados internacionales y fomentar la confianza de los consumidores.

Entre los servicios con los que cuenta ASTM está la gestión de ensayos de aptitud, también llamado “proficiency test”. En resumen, este servicio se refiere a la evaluación cuantitativa de la competencia técnica de los laboratorios al emplear normas de ensayo ASTM. Los ensayos de aptitud pueden ser, entre otros, a través de las denominadas rondas interlaboratorios las cuales consisten en la fabricación y entrega de muestras de referencia a los respectivos laboratorios participantes, quienes a su vez realizan los ensayos y envían los resultados a ASTM. Luego del análisis estadístico de los resultados, ASTM emite un informe en el cual declara los resultados de cada laboratorio y la desviación de cada uno respecto al valor de referencia. Los especímenes son fabricados por

ASTM de tal forma que aseguran la homogeneidad y estabilidad de las muestras entregadas a los laboratorios

Procedimiento de ensayo

El laboratorio emplea un procedimiento de ensayo basado en estándares internacionales. La principal referencia del procedimiento es la norma técnica de ensayo ASTM E8:15^a “Standard test methods for tension testing of metallic materials”, en esta norma se establecen los lineamientos que deben cumplirse para la realización de ensayos de tracción en materiales metálicos.

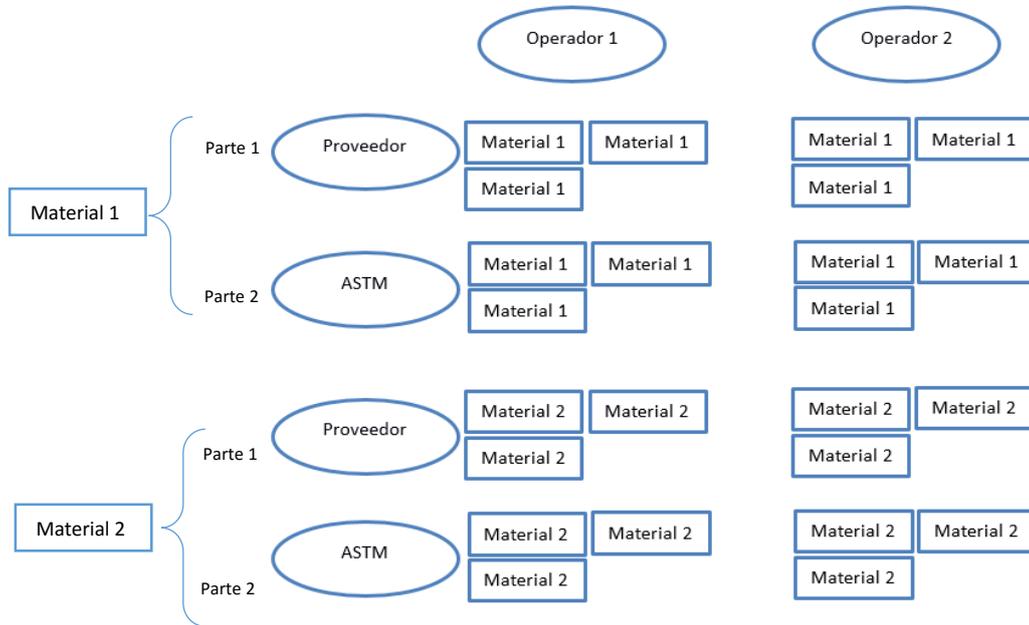
3.2. Experimentación

Se realizaron los ensayos en el laboratorio bajo condiciones de repetibilidad y reproducibilidad, de forma aleatorizada y de acuerdo al diseño experimental mostrado en la figura 4.

Teniendo 3 observaciones por cada tratamiento y considerando que el estudio es realizado para dos distintos materiales. La variable de interés es la resistencia a la tracción la cual y es de tipo cuantitativa – continua.

Las muestras ensayadas fueron provistas por ASTM como parte de la ronda interlaboratorios organizada por la mencionada organización técnico-científica. En este ejercicio de intercomparación se recibieron dos grupos de muestras: el primer grupo consta de muestras preparadas (listas para ensayo), que en adelante se denominarán **ASTM**; el segundo grupo consta de muestras que requieren una preparación, lo cual fue realizado por un proveedor del laboratorio, en adelante se denominará **Proveedor**.

Figura 4. Esquema del diseño experimental



Fuente: Autor

Aleatorización

Con el fin de evitar el posible sesgo que podría existir al realizar los ensayos de forma consecutiva, se aleatorizó la corrida de ensayos entre material 1 y 2.

Tabla 5. Programación de ensayos.

Orden de Corrida	Partes	Operadores	Orden de Corrida	Partes	Operadores
1	Material 2 ASTM	1	13	Material 1 ASTM	2
2	Material 1 ASTM	1	14	Material 2 Proveedor	2
3	Material 2 Proveedor	1	15	Material 1 Proveedor	2
4	Material 1 Proveedor	1	16	Material 2 ASTM	2
5	Material 2 ASTM	2	17	Material 1 Proveedor	1
6	Material 1 ASTM	2	18	Material 2 Proveedor	1
7	Material 2 Proveedor	2	19	Material 2 ASTM	1
8	Material 1 Proveedor	2	20	Material 1 ASTM	1
9	Material 1 ASTM	1	21	Material 2 Proveedor	2
10	Material 2 ASTM	1	22	Material 2 ASTM	2
11	Material 2 Proveedor	1	23	Material 1 ASTM	2
12	Material 1 Proveedor	1	24	Material 1 Proveedor	2

Fuente: Autor.

3.3. Resultados

Los resultados del esfuerzo máximo obtenidos del ensayo de resistencia a la tracción se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Resultados de esfuerzo máximo de acuerdo a la aleatorización y orden de corrida.

Orden de Corrida	Partes	Operadores	Esfuerzo Máximo (MPa)
1	Material 2 ASTM	1	797.39
2	Material 1 ASTM	1	407.58
3	Material 2 Proveedor	1	776.05
4	Material 1 Proveedor	1	409.68
5	Material 2 ASTM	2	777.10
6	Material 1 ASTM	2	398.02
7	Material 2 Proveedor	2	780.56
8	Material 1 Proveedor	2	401.47
9	Material 1 ASTM	1	404.05
10	Material 2 ASTM	1	786.40
11	Material 2 Proveedor	1	771.10
12	Material 1 Proveedor	1	396.53
13	Material 1 ASTM	2	400.31
14	Material 2 Proveedor	2	786.24
15	Material 1 Proveedor	2	397.65
16	Material 2 ASTM	2	801.84
17	Material 1 Proveedor	1	412.97
18	Material 2 Proveedor	1	770.76
19	Material 2 ASTM	1	784.76
20	Material 1 ASTM	1	407.98
21	Material 2 Proveedor	2	791.02
22	Material 2 ASTM	2	804.52
23	Material 1 ASTM	2	401.69
24	Material 1 Proveedor	2	403.36

Fuente: Autor.

Luego de clasificar los resultados según el tipo de material analizado se muestran los resultados en las tablas 7 y 8 para el material 1 y 2 respectivamente.

Tabla 7. Resultados de esfuerzo máximo para el material 1

Partes	Operadores	Esfuerzo Máximo (MPa)
Material 1 ASTM	1	407.58
Material 1 ASTM	1	404.05
Material 1 ASTM	1	407.98
Material 1 Proveedor	1	409.68
Material 1 Proveedor	1	396.53
Material 1 Proveedor	1	412.97
Material 1 ASTM	2	398.02
Material 1 ASTM	2	400.31
Material 1 ASTM	2	401.69
Material 1 Proveedor	2	401.47
Material 1 Proveedor	2	397.65
Material 1 Proveedor	2	403.36

Fuente: Autor.

Tabla 8. Resultados de esfuerzo máximo para el material 2.

Partes	Operadores	Esfuerzo Máximo (MPa)
Material 2 ASTM	1	797.39
Material 2 ASTM	1	786.40
Material 2 ASTM	1	784.76
Material 2 Proveedor	1	776.05
Material 2 Proveedor	1	771.10
Material 2 Proveedor	1	770.76
Material 2 ASTM	2	777.10
Material 2 ASTM	2	801.84
Material 2 ASTM	2	804.52
Material 2 Proveedor	2	780.56
Material 2 Proveedor	2	786.24
Material 2 Proveedor	2	791.02

Fuente: Autor.

3.4. Análisis de resultados obtenidos para el Material 1.

3.4.1. Supuestos que se basa el análisis de la varianza (ANOVA) - Material 1.

- ✓ Normalidad de los datos

Función respuesta: Esfuerzo Máximo

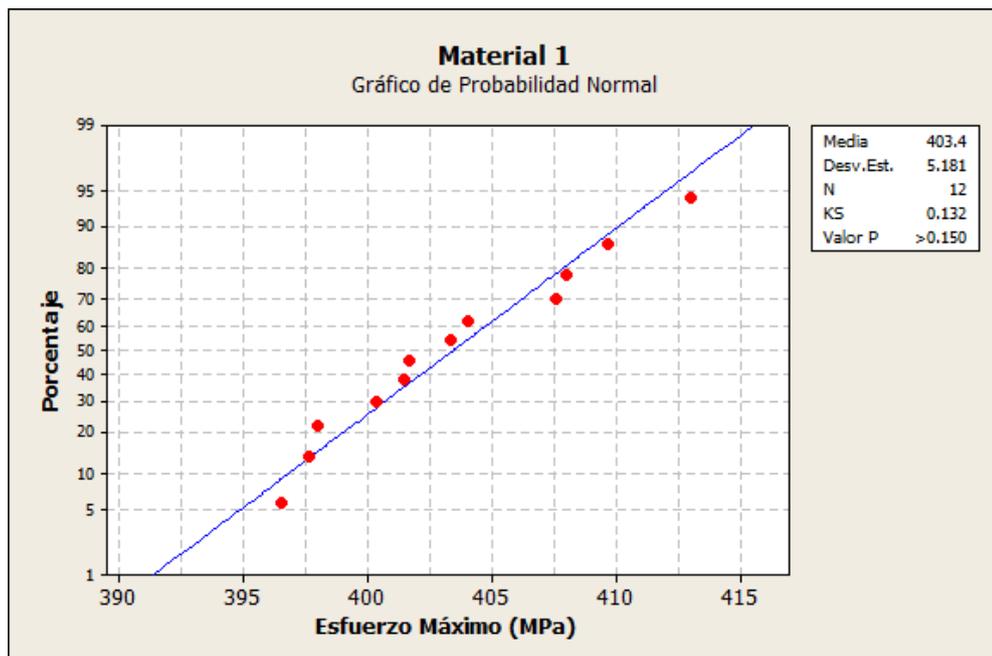
Para evaluar la normalidad de los datos para la función respuesta se plantea la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

H_0 : Los datos de esfuerzo máximo tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos de esfuerzo máximo no tienen una distribución normal

Figura 5. Gráfico de probabilidad para la variable de respuesta de Esfuerzo Máximo - Material 1.



Fuente: Autor.

La figura 5 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

Factor: Operador

Para evaluar la normalidad de los datos de cada nivel del factor operador se plantea la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

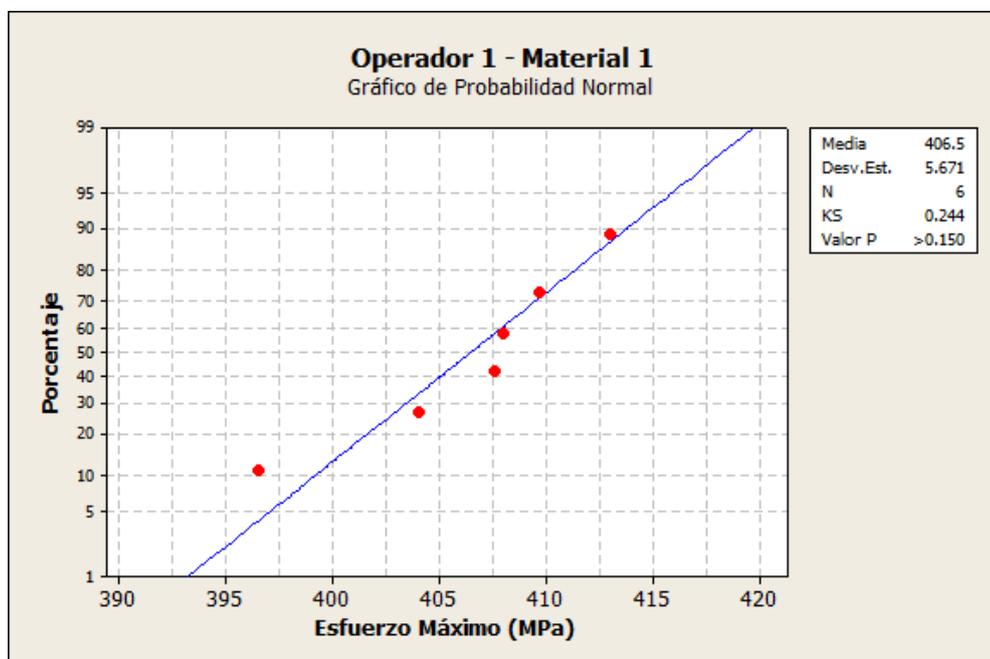
Operador: 1

H_0 : Los datos del operador 1 tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos del operador 1 no tienen una distribución normal

Figura 6. Gráfico de probabilidad para el Operador 1 - Material 1.



Fuente: Autor.

La figura 6 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

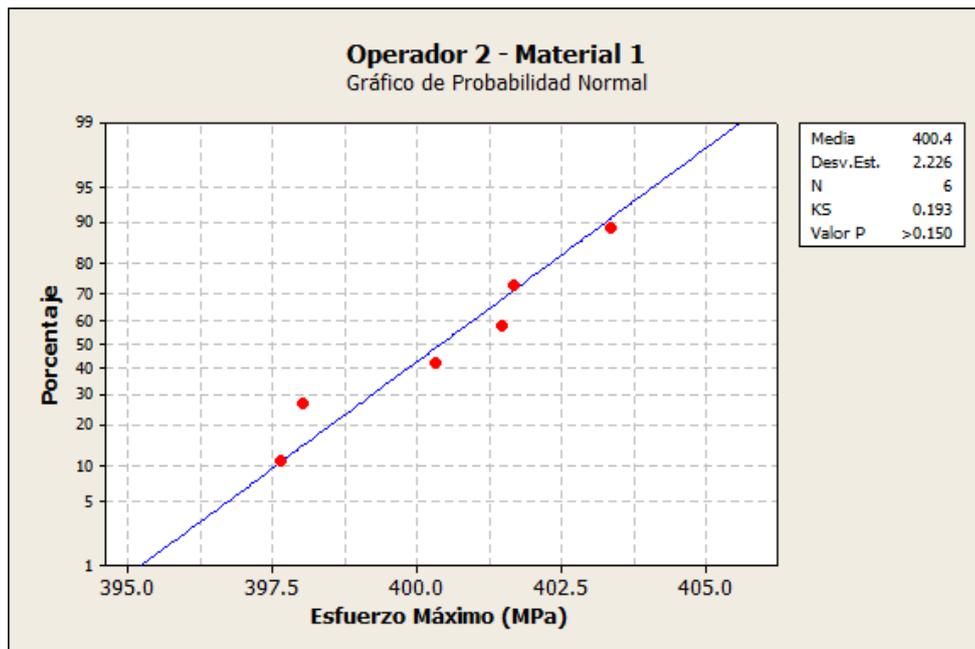
Operador: 2

H_0 : Los datos del operador 2 tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos del operador 2 no tienen una distribución normal

Figura 7. Gráfico de probabilidad para el Operador 2 - Material 1.



Fuente: Autor.

La figura 7 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

Factor: Parte

Para evaluar la normalidad de los datos de cada nivel del factor parte se plantea la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

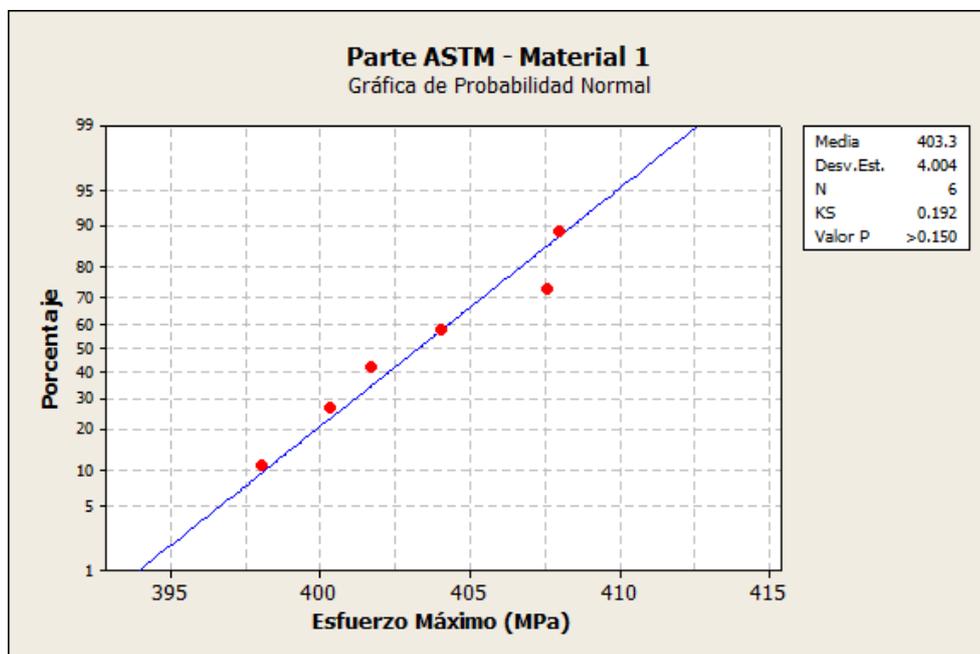
Parte: ASTM

H_0 : Los datos de la parte ASTM tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos de la parte ASTM no tienen una distribución normal

Figura 8. Gráfico de probabilidad para la parte ASTM- Material 1.



Fuente: Autor.

La figura 8 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

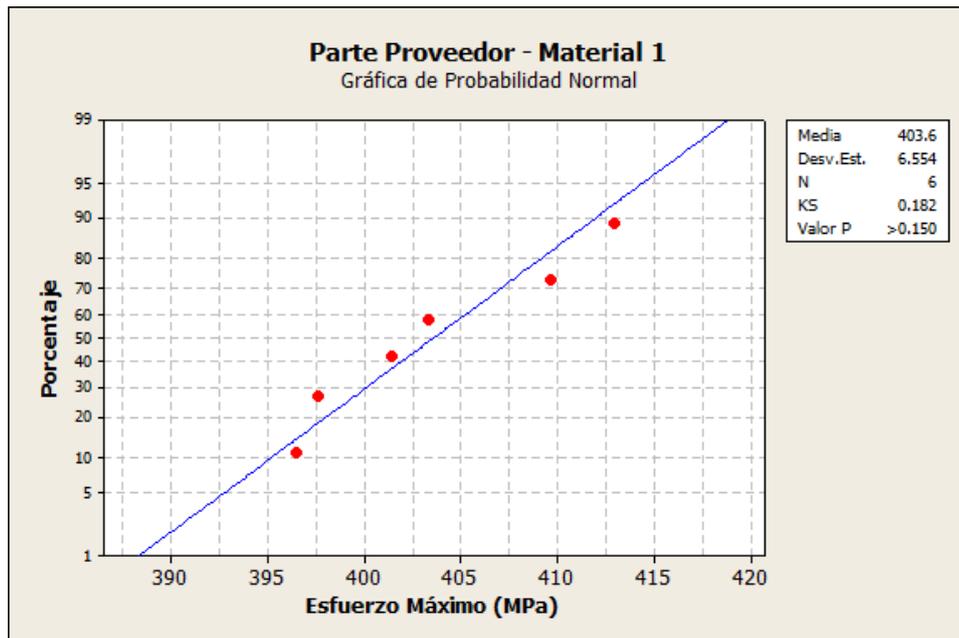
Parte: Proveedor

H_0 : Los datos de la parte Proveedor tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos de la parte Proveedor no tienen una distribución normal

Figura 9. Gráfico de probabilidad para la parte Proveedor- Material 1.



Fuente: Autor.

La figura 9 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

- ✓ Independencia de las “n” muestras sobre las que se aplican los tratamientos.

Se asegura la independencia de las “n” muestras ensayadas debido a:

- i. Los ensayos de tracción son destructivos por lo que solamente es posible obtener un resultado de resistencia máxima a la tracción por cada prueba.
- ii. Las muestras fueron codificadas de tal forma que el operador desconozca su procedencia.
- iii. El orden de las corridas fue aleatorizado.

Para comprobar la aleatoriedad de las observaciones se realiza la prueba de corridas. A continuación se presenta la prueba de hipótesis

H₀: Los datos de material 1 fueron obtenidos aleatoriamente

Vs.

H₁: Los datos de material 1 no fueron obtenidos aleatoriamente

Corridas por encima y por debajo del promedio $K = 403.441$ MPa

El número observado de corridas = 6

El número esperado de corridas = 6.83333

5 observaciones por encima de K, 7 por debajo

* N es pequeño, por lo tanto la siguiente aproximación puede ser no válida.

Valor P = 0.603

Por lo tanto, con un valor p de 0.603 se puede concluir que los datos están en orden aleatorio.

- ✓ Igualdad de varianzas entre grupos (homoscedasticidad).

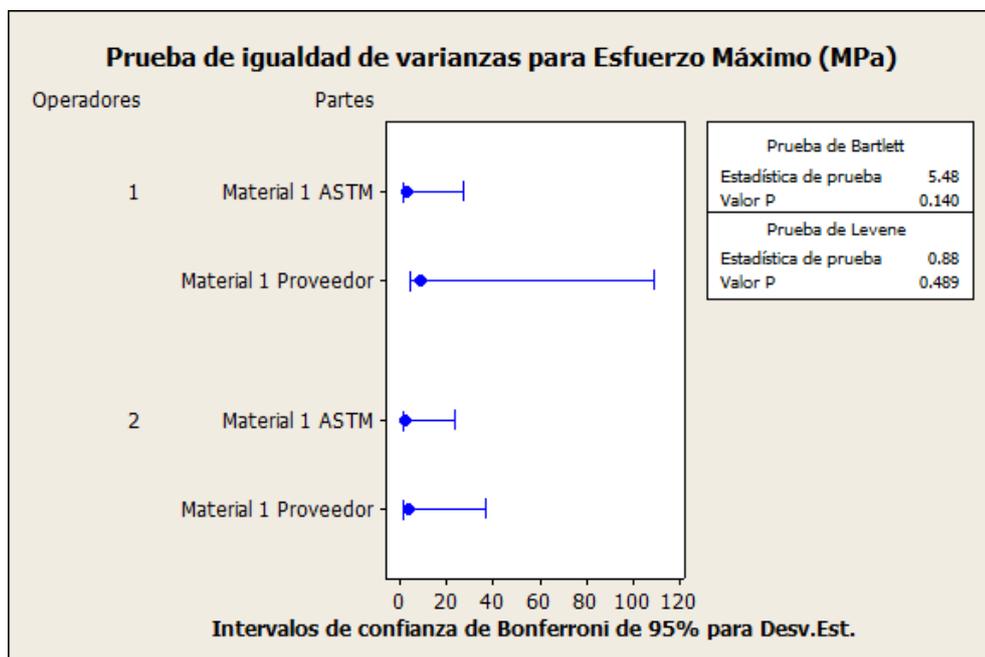
Para evaluar la igualdad de varianzas se plantea la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

H_0 : Las varianzas de los niveles i ($i = 1, 2$) de los factores j ($j = 1, 2$) son iguales,

Vs.

H_1 : Al menos una de las varianzas es distinta

Figura 10. Prueba de igualdad de varianzas para Esfuerzo Máximo. Material 1



Fuente: Autor.

La figura 10 muestra la prueba de igualdad de varianzas para la variable de respuesta Esfuerzo Máximo, con un valor p de 0.14 (Barlett) y valor p de 0.489 (Levene) no se rechaza la hipótesis nula H_0 , por lo que se puede concluir que las varianzas son iguales.

3.4.2. Análisis de la Varianza ANOVA – Material 1.

Se muestra en la tabla 9 el resultado del análisis de la varianza obtenido con el fin de identificar las fuentes de variación de la variable de estudio: Esfuerzo Máximo.

Tabla 9. ANOVA de dos factores con interacción. Material 1

Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media Cuadrática	Estadístico F	Valor P
Partes	1	0.343	0.343	0.500	0.608
Operadores	1	109.747	109.747	159.663	0.050
Partes*Operadores	1	0.687	0.687	0.030	0.867
Repetibilidad	8	184.521	23.065		
Total	11	295.298			

Fuente: Autor.

En primera instancia evaluamos el efecto de la interacción Partes*Operador de los factores mediante la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

$$H_0''': (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = (\alpha\beta)_{21} = (\alpha\beta)_{22} = 0,$$

Vs.

$$H_1''': \text{Al menos una de las } (\alpha\beta)_{ij} \text{ no es igual a cero.}$$

Donde α , representa los niveles del factor Parte y β , representa los niveles del factor Operador.

Para probar la hipótesis H_0''' , que todos los efectos de interacción son iguales a cero, calculamos la razón $f_3 = \frac{S_3^2}{S^2} = 0.030$ que es un valor de la variable aleatoria F_3 que tiene una distribución F con $(a-1)(b-1)$ y $ab(n-1)$ grados de libertad cuando H_0''' es verdadera. La hipótesis nula se rechaza en el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ cuando $f_3 > f_\alpha[(a-1)(b-1), ab(n-1)]$.

El valor de $f_{\alpha}[(a - 1)(b - 1), ab(n - 1)] = f_{0.05}[(2 - 1)(2 - 1), 2 * 2(3 - 1)] = 5.32$.

Entonces, $f_3 = 0.03$ y $f_{0.05}[1, 8] = 5.32$

No existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula H_0''' .

Por otro lado, también es posible aplicar el criterio del *valor p* para decidir si es posible rechazar o no la hipótesis nula; con un *valor p* = 0.867, superior al nivel de significancia $\alpha = 0.05$ no se rechaza la hipótesis nula H_0''' . Podemos concluir que el efecto de la interacción de los niveles de los factores Partes y Operador no influye en la variable de respuesta (esfuerzo máximo).

Entonces, se procede al análisis de la varianza sin considerar la interacción. Los resultados obtenidos se ilustran en la tabla 10.

Tabla 10. ANOVA de dos factores sin interacción. Material 1.

Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media Cuadrática	Estadístico F	Valor P
Partes	1	0.343	0.343	0.01669	0.900
Operadores	1	109.747	109.747	5.33305	0.046
Repetibilidad	9	185.208	20.579		
Total	11	295.298			

Fuente: Autor.

Evaluamos el efecto de cada uno de los factores en la variable de respuesta mediante la prueba de hipótesis mostrada a continuación

Para el factor: Partes

$$H_0': \alpha_1 = \alpha_2 = 0,$$

Vs.

H_1' : Al menos una de las α_i no es igual a cero.

Donde α , representa los niveles del factor Partes.

Para probar la hipótesis H'_0 , calculamos la razón $f_1 = \frac{S_1^2}{S^2} = 0.01669$ que es un valor de la variable aleatoria F_1 que tiene una distribución F con $a-1$ y $ab(n-1)$ grados de libertad cuando H'_0 es verdadera. La hipótesis nula se rechaza en el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ cuando $f_1 > f_\alpha[a - 1, ab(n - 1)]$.

El valor de $f_\alpha[a - 1, ab(n - 1)] = f_{0.05}[(2 - 1), 2 * 2(3 - 1)] = 5.32$.

Entonces, $f_1 = 0.01669$ y $f_{0.05}[1, 8]=5.32$

No existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula H'_0 .

Por otro lado, también es posible aplicar el criterio del *valor p* para decidir si es posible rechazar o no la hipótesis nula; con un *valor p*=0.900, superior al nivel de significancia $\alpha=0.05$ no se rechaza la hipótesis nula H'_0 .

Por lo tanto, podemos concluir que el efecto del factor parte no influye en la variable de respuesta (esfuerzo máximo).

Para el factor: Operador

$H''_0: \beta_1 = \beta_2 = 0,$

Vs.

$H''_1: \text{Al menos una de las } \beta_i \text{ no es igual a cero.}$

Donde β , representa los niveles del factor Operador.

Para probar la hipótesis H''_0 , calculamos la razón $f_2 = \frac{S_2^2}{S^2} = 5.33305$ que es un valor de la variable aleatoria F_2 que tiene una distribución F con $b-1$ y $ab(n-1)$ grados de libertad cuando H''_0 es verdadera. La hipótesis nula se rechaza en el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ cuando $f_2 > f_\alpha[b - 1, ab(n - 1)]$.

El valor de $f_\alpha[b - 1, ab(n - 1)] = f_{0.05}[(2 - 1), 2 * 2(3 - 1)] = 5.32$.

Entonces, $f_2 = 5.33305$ y $f_{0.05}[1, 8]=5.32$

Existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula H_0'' .

Por otro lado, también es posible aplicar el criterio del *valor p* para decidir si es posible rechazar o no la hipótesis nula; con un *valor p*=0.046, inferior al nivel de significancia $\alpha=0.05$ se rechaza la hipótesis nula H_0'' en favor de la hipótesis alterna H_1' .

Por lo tanto, existe suficiente evidencia estadística para concluir que el efecto del factor operador si influye en la variable de respuesta (esfuerzo máximo).

3.4.3. Análisis R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad) – Material 1.

En la tabla 11 se muestra los resultados del análisis de repetibilidad y reproducibilidad para el ejercicio realizado.

Tabla 11. Análisis R&R del sistema de medición para esfuerzo máximo. Material 1.

Fuente	Componentes de la Varianza	%Contribución de los Componentes de la Varianza	Desviación Estándar (DE)	Variación de estudio (6 * DE)	%Variación de estudio (%SV)
R&R del sistema de medición total	35.4401	100.00	5.95315	35.7189	100.00
• Repetibilidad	20.5787	58.07	4.53637	27.2182	76.20
• Reproducibilidad	14.8614	41.93	3.85505	23.1303	64.76
○ Operadores	14.8614	41.93	3.85505	23.1303	64.76
Parte a parte	0.0000	0.00	0.0000	0.0000	0.00
Variación total	35.4401	100.00	5.95315	35.7189	100.00

Fuente: Autor.

Los resultados R&R de la tabla 11 indican que la variabilidad de la respuesta: esfuerzo máximo se debe completamente a la fuente R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad). Esto quiere decir que los operadores requieren de entrenamiento, considerando que el equipo de medición obtuvo resultados satisfactorios en la calibración realizada por el INEN. Además, es importante complementar el análisis con la revisión de los gráficos R&R, para identificar lo

ocurrido en las mediciones de cada operador para cada una de las muestras ensayadas.

Por otro lado, no existe evidencia estadística para concluir que la preparación de muestras (Parte a parte) influya en la variabilidad de la respuesta.

3.4.4. Análisis Gráfico R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad) – Material 1.

- ✓ Componentes de variación.

Como se ilustra en la figura 11.a, la contribución parte a parte es cero, la contribución debido al sistema de medición se reparte en mayor medida a repetibilidad, esto es variabilidad de los resultados de los ensayos de cada operador bajo las mismas condiciones de operación con mediciones repetidas del mismo objeto y en menor medida la reproducibilidad, esto es variabilidad de los resultados de los ensayos con condiciones diferentes entre operadores.

- ✓ Gráfico R: De control del Rango (R)

En la Figura 11.b se observa que el gráfico R se encuentra bajo control estadístico. Esto, debido a que el rango promedio es 7.44MPa, haciendo permisible al gráfico de control.

- ✓ Gráfico Xbarra: De control para promedios (Xbarra- \bar{x}).

En la Figura 11.c se observa que el gráfico Xbarra- \bar{x} se encuentra bajo control estadístico.

- ✓ Gráfico de dispersión por partes.

En la figura 11.d se observa mayor dispersión entre las muestras preparadas por el taller-proveedor en comparación a las muestras preparadas por ASTM.

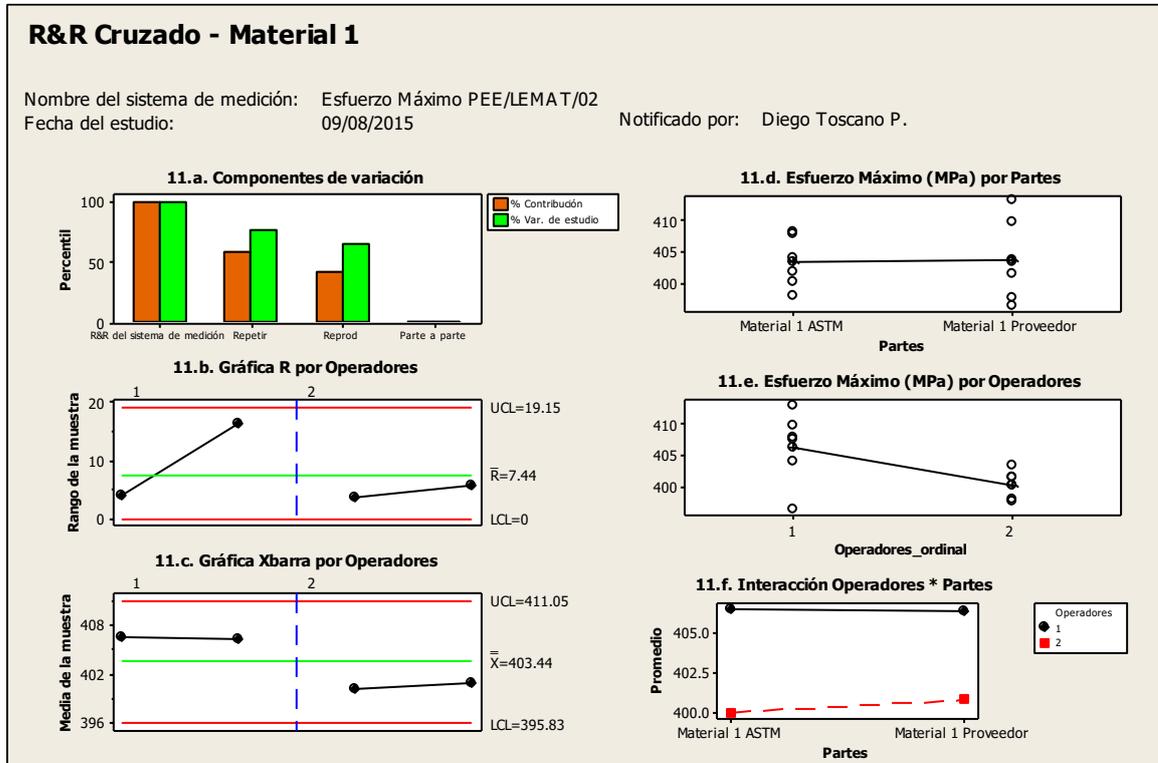
- ✓ Gráfico de dispersión por operadores.

En la figura 11.e se observa mayor dispersión entre las muestras ensayadas por el operador 1 en comparación a las muestras ensayadas por operador 2 . Al parecer el operador 1 tuvo dificultades con una de las muestras en las cuales obtuvo un resultado muy por debajo del promedio. Además, los promedios de ambos operadores son aparentemente distintos.

- ✓ Gráfico de dispersión de interacción operador y parte.

En la figura 11.f se observa la interacción entre operador y parte, las líneas no siguen la misma tendencia y el promedio de la parte 1 y parte 2 son aparentemente iguales.

Figura 11. Gráfico R&R cruzado – Material 1.



Fuente: Autor

3.4.5. Comparación entre promedios - Prueba de Tukey para Material 1.

Para conocer si existe diferencia significativa entre los promedios de cada tratamiento, se realiza la prueba de Tukey, la cual permite la formación de intervalos de confianza $100(1 - \alpha)\%$ simultáneos para todas las comparaciones pareadas, como se mencionó en el marco teórico de este trabajo.

El método de comparaciones pareadas de Tukey implica encontrar una diferencia

significativa entre las medias i y j ($i \neq j$) si $(\bar{y}_i - \bar{y}_j)$ excede a $q[\alpha, k, v]S\sqrt{1/n}$.

- ✓ Comparación entre el promedio del operador 1 y el promedio del operador 2.

$$\bar{x}_{Operario\ 1} = 406.47\ MPa$$

$$\bar{x}_{Operario\ 2} = 400.42\ MPa$$

$$Diferencia = 6.05$$

Ahora es necesario, determinar la media cuadrática del error y los grados de libertad del error.

Tabla 12. ANOVA de un factor-Operadores. Material 1.

Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media Cuadrática	Estadístico F	Valor P
Operadores	1	109.747	109.747	5.33305	0.046
Error	10	185.208	18.6		
Total	11	295.298			

Fuente: Autor.

En la tabla 12 se muestra los resultados obtenidos, entonces:

$$q[\alpha, k \text{ y } v]S\sqrt{1/n} = q[0.05, 2, 10]\sqrt{18.6/6} = 3.15 * 1.76 = 5.54$$

Se dice que existe diferencia estadísticamente significativa entre dos tratamientos si las diferencias entre las medias de los tratamientos

excede a $q[\alpha, k, v]S\sqrt{1/n}$.

Por lo tanto, si existen diferencias estadísticamente significativas entre el promedio del operador 1 y el promedio del operador 2.

- ✓ Comparación entre el promedio de las muestras preparadas por ASTM y las muestras preparadas por el taller-proveedor.

$$\bar{x}_{ASTM} = 403.61 \text{ MPa}$$

$$\bar{x}_{Proveedor} = 403.27 \text{ MPa}$$

$$Diferencia = 0.34$$

Ahora es necesario, determinar la media cuadrática del error y los grados de libertad del error.

Tabla 13. ANOVA de un factor-Parte. Material 1.

Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media Cuadrática	Estadístico F	Valor P
Partes	1	0.343	0.3434	0.01	0.916
Error	10	294.955	29.4955		
Total	11	295.298			

Fuente: Autor.

En la tabla 13 se muestran los resultados obtenidos, entonces:

$$q[\alpha, k \text{ y } v]S\sqrt{1/n} = q[0.05, 2, 10]\sqrt{29.4955/6} = 3.15 * 2.22 = 6.98$$

Se dice que existe diferencia estadísticamente significativa entre dos tratamientos si las diferencias entre las medias de los tratamientos

excede a $q[\alpha, k, v]S\sqrt{1/n}$.

Por lo tanto, no existen diferencias estadísticamente significativas entre el promedio de las muestras preparadas por ASTM y el promedio de las muestras preparadas por el taller proveedor.

3.5. Análisis de resultados obtenidos para el Material 2.

3.5.1. Supuestos que se basa el análisis de la varianza (ANOVA) - Material 2.

- ✓ Normalidad de los datos

Función respuesta: Esfuerzo Máximo

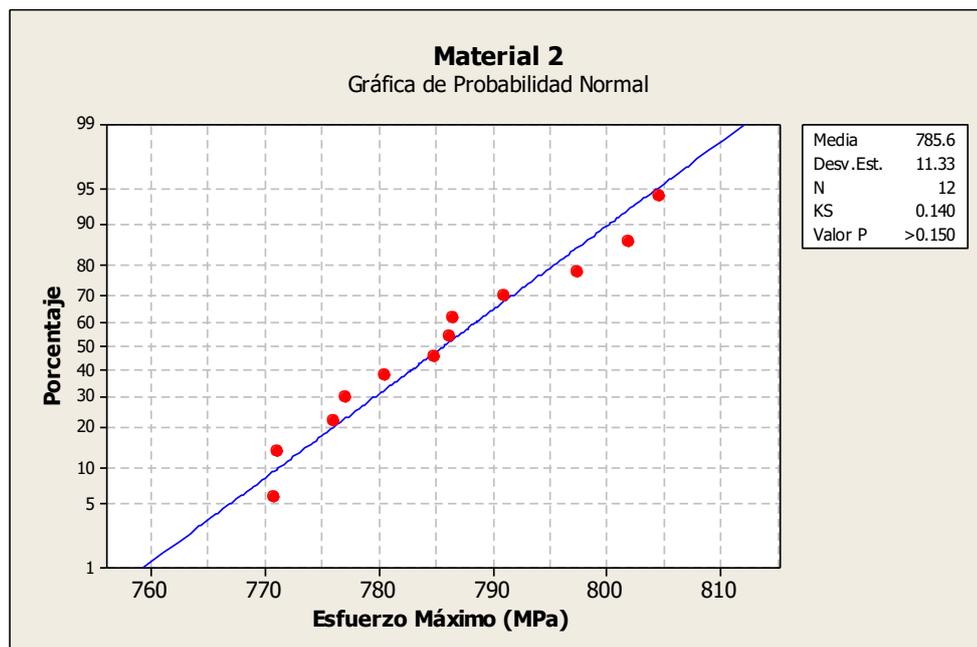
Para evaluar la normalidad de los datos para la función respuesta se plantea la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

H_0 : Los datos de esfuerzo máximo tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos de esfuerzo máximo no tienen una distribución normal

Figura 12. Gráfico de probabilidad para la variable de respuesta de Esfuerzo Máximo - Material 2.



Fuente: Autor.

La figura 12 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

Factor: Operador

Para evaluar la normalidad de los datos de cada nivel del factor operador, se plantea la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

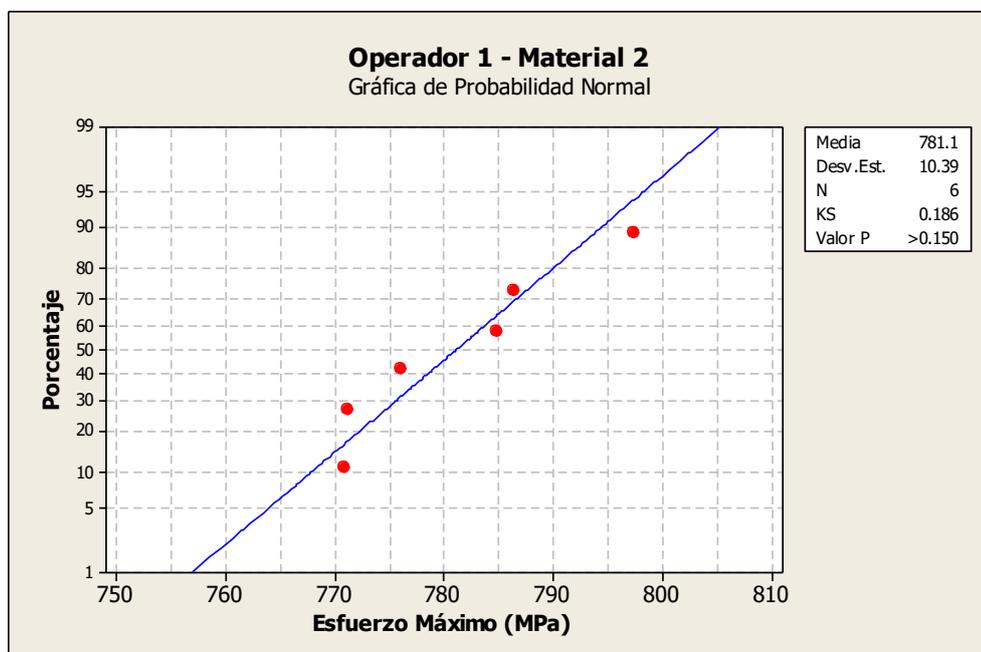
Operador: 1

H_0 : Los datos del operador 1 tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos del operador 1 no tienen una distribución normal

Figura 13. Gráfico de probabilidad para el Operador 1 - Material 2.



Fuente: Autor.

La figura 13 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

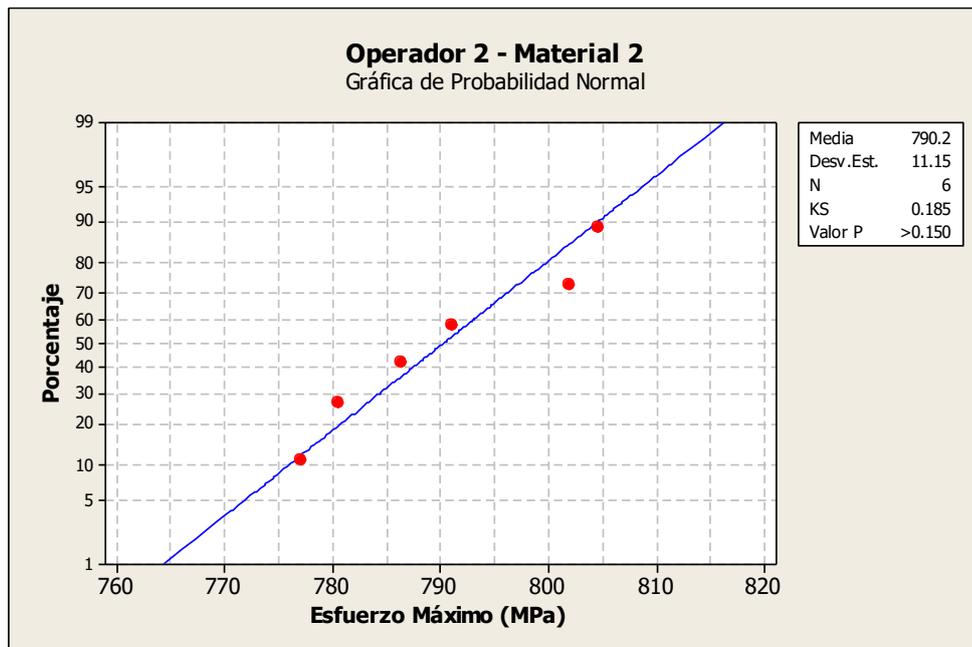
Operador: 2

H_0 : Los datos del operador 2 tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos del operador 2 no tienen una distribución normal

Figura 14. Gráfico de probabilidad para el Operador 2 - Material 2.



Fuente: Autor.

La figura 14 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

Factor: Parte

Para evaluar la normalidad de los datos de cada nivel del factor parte, se plantea la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

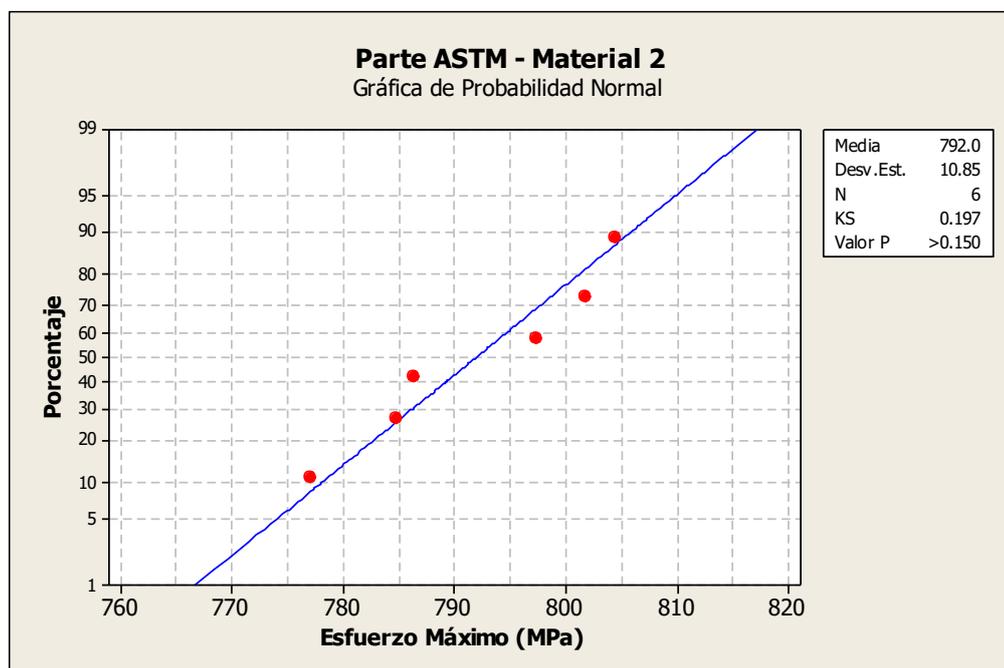
Parte: ASTM

H_0 : Los datos de la parte ASTM tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos de la parte ASTM no tienen una distribución normal

Figura 15. Gráfico de probabilidad para la parte ASTM- Material 2.



Fuente: Autor.

La figura 15 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

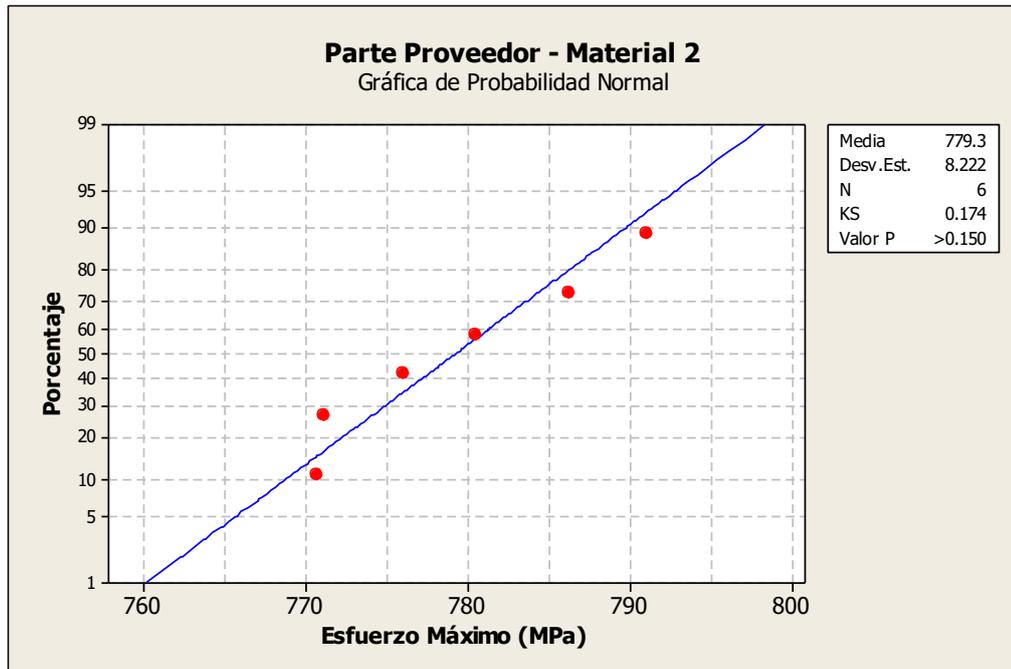
Parte: Proveedor

H_0 : Los datos de la parte Proveedor tienen una distribución normal

Vs.

H_1 : Los datos de la parte Proveedor no tienen una distribución normal

Figura 16. Gráfico de probabilidad para la parte Proveedor- Material 2.



Fuente: Autor.

La figura 16 muestra el gráfico de probabilidad, con un valor p mayor a 0.150, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , y se concluye que los datos siguen una distribución normal.

- ✓ Independencia de las “n” muestras sobre las que se aplican los tratamientos.

Se asegura la independencia de las “n” muestras ensayadas debido a:

- i. Los ensayos de tracción son destructivos por lo que solamente es posible obtener un resultado de resistencia máxima a la tracción por cada prueba.
- ii. Las muestras fueron codificadas de tal forma que el operador desconozca su procedencia.
- iii. El orden de las corridas fue aleatorizado.

Para comprobar la aleatoriedad de las observaciones se realiza la prueba de corridas. A continuación se presenta la prueba de hipótesis

H₀: Los datos de material 2 fueron obtenidos aleatoriamente

Vs.

H₁: Los datos de material 2 no fueron obtenidos aleatoriamente

Corridas por encima y por debajo del promedio $K = 785.644$ MPa

El número observado de corridas = 5

El número esperado de corridas = 7

6 observaciones por encima de K, 6 por debajo

* N es pequeño, por lo tanto la siguiente aproximación puede ser no válida.

Valor P = 0.226

Por lo tanto, con un valor p de 0.226 se puede concluir que los datos están en orden aleatorio.

- ✓ Igualdad de varianzas entre grupos (homoscedasticidad).

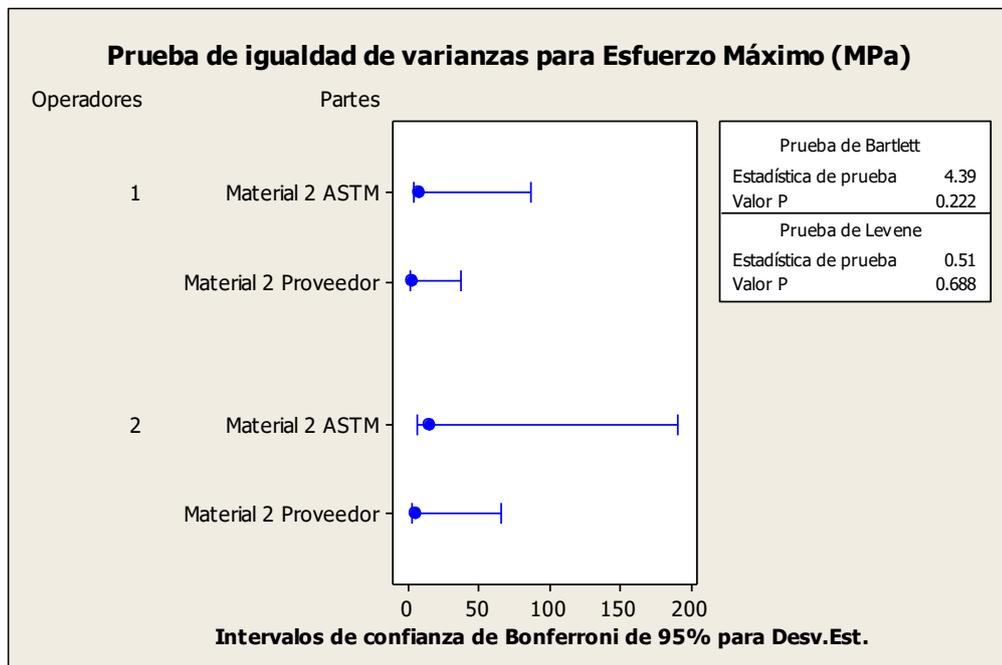
Para evaluar la igualdad de varianzas se plantea la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

H_0 : Las varianzas de los niveles i ($i = 1, 2$) de los factores j ($j = 1, 2$) son iguales,

Vs.

H_1 : Al menos una de las varianzas es distinta

Figura 17. Prueba de igualdad de varianzas para Esfuerzo Máximo. Material 2



Fuente: Autor.

La figura 17 muestra la prueba de igualdad de varianzas para la variable de respuesta Esfuerzo Máximo, con un valor p de 0.222 (Barlett) y valor p de 0.688 (Levene) no se rechaza la hipótesis nula H_0 , por lo que se puede concluir que las varianzas son iguales.

3.5.2. Análisis de la Varianza ANOVA – Material 2.

Se muestra en la tabla 14 el resultado del análisis de la varianza obtenido con el fin de identificar las fuentes de variación de la variable de estudio: Esfuerzo Máximo.

Tabla 14. ANOVA de dos factores con interacción. Material 2

Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media Cuadrática	Estadístico F	Valor P
Partes	1	484.85	484.85	9.30	0.202
Operadores	1	250.45	250.45	4.81	0.272
Partes*Operadores	1	52.11	52.11	0.67	0.437
Repetibilidad	8	623.81	77.98		
Total	11	1411.22			

Fuente: Autor.

En primera instancia evaluamos el efecto de la interacción Partes*Operador de los factores mediante la prueba de hipótesis mostrada a continuación.

$$H_0''': (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = (\alpha\beta)_{21} = (\alpha\beta)_{22} = 0,$$

Vs.

$$H_1''': \text{Al menos una de las } (\alpha\beta)_{ij} \text{ no es igual a cero.}$$

Donde α , representa los niveles del factor Parte y β , representa los niveles del factor Operador.

Para probar la hipótesis H_0''' , que todos los efectos de interacción son iguales a cero, calculamos la razón $f_3 = \frac{S_3^2}{S^2} = 0.67$ que es un valor de la variable aleatoria F_3 que tiene una distribución F con $(a-1)(b-1)$ y $ab(n-1)$ grados de libertad cuando H_0''' es verdadera. La hipótesis nula se rechaza en el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ cuando $f_3 > f_\alpha[(a-1)(b-1), ab(n-1)]$.

El valor de $f_\alpha[(a-1)(b-1), ab(n-1)] = f_{0.05}[(2-1)(2-1), 2 * 2(3-1)] = 5.32$.

Entonces, $f_3 = 0.67$ y $f_{0.05}[1, 8] = 5.32$

No existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula H_0''' .

Por otro lado, también es posible aplicar el criterio del valor p para decidir si es posible rechazar o no la hipótesis nula; con un valor $p = 0.437$, superior al nivel de significancia $\alpha = 0.05$ no se rechaza la hipótesis nula H_0''' . Podemos concluir que el efecto de la interacción de los niveles de los factores Partes y Operador no influye en la variable de respuesta (esfuerzo máximo).

Entonces, se procede al análisis de la varianza sin considerar la interacción. Los resultados obtenidos se ilustran en la tabla 15.

Tabla 15. ANOVA de dos factores sin interacción. Material 2.

Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media Cuadrática	Estadístico F	Valor p
Partes	1	484.85	484.85	6.46	0.032
Operadores	1	250.45	250.45	3.33	0.101
Repetibilidad	9	675.92	75.102		
Total	11	1411.22			

Fuente: Autor.

Evaluamos el efecto de cada uno de los factores en la variable de respuesta mediante la prueba de hipótesis mostrada a continuación

Para el factor: Partes

$$H_0': \alpha_1 = \alpha_2 = 0,$$

Vs.

H_1' : Al menos una de las α_i no es igual a cero.

Donde α , representa los niveles del factor Partes.

Para probar la hipótesis H_0' , calculamos la razón $f_1 = \frac{S_1^2}{S^2} = 6.46$ que es un valor de la variable aleatoria F_1 que tiene una distribución F con $a-1$ y $ab(n-1)$ grados de libertad cuando H_0' es verdadera. La hipótesis nula se rechaza en el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ cuando $f_1 > f_\alpha[a - 1, ab(n - 1)]$.

El valor de $f_{\alpha}[a - 1, ab(n - 1)] = f_{0.05}[(2 - 1), 2 * 2(3 - 1)] = 5.32$.

Entonces, $f_1 = 6.46$ y $f_{0.05}[1, 8] = 5.32$

Existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula H'_0 .

Por otro lado, también es posible aplicar el criterio del *valor p* para decidir si es posible rechazar o no la hipótesis nula; con un *valor p* = 0.032, inferior al nivel de significancia $\alpha = 0.05$ se rechaza la hipótesis nula H'_0 .

Por lo tanto, podemos concluir que el efecto del factor parte sí influye en la variable de respuesta (esfuerzo máximo) para el material 2.

Para el factor: Operador

$H''_0: \beta_1 = \beta_2 = 0,$

Vs.

$H''_1: Al menos una de las \beta_i no es igual a cero.$

Donde β , representa los niveles del factor Operador.

Para probar la hipótesis H''_0 , calculamos la razón $f_2 = \frac{S_2^2}{S^2} = 3.33$ que es un valor de la variable aleatoria F_2 que tiene una distribución F con $b-1$ y $ab(n-1)$ grados de libertad cuando H''_0 es verdadera. La hipótesis nula se rechaza en el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ cuando $f_2 > f_{\alpha}[b - 1, ab(n - 1)]$.

El valor de $f_{\alpha}[b - 1, ab(n - 1)] = f_{0.05}[(2 - 1), 2 * 2(3 - 1)] = 5.32$.

Entonces, $f_2 = 3.33$ y $f_{0.05}[1, 8] = 5.32$

No existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula H''_0 .

Por otro lado, también es posible aplicar el criterio del *valor p* para decidir si es posible rechazar o no la hipótesis nula; con un *valor p* = 0.101, superior al nivel de significancia $\alpha = 0.05$ no se rechaza la hipótesis nula H''_0 .

Por lo tanto, existe suficiente evidencia estadística para concluir que el efecto del factor operador no influye en la variable de respuesta (esfuerzo máximo).

3.5.3. Análisis R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad) – Material 2

En la tabla 16 se muestra los resultados del análisis de repetibilidad y reproducibilidad para el ejercicio realizado.

Tabla 16. Análisis R&R del sistema de medición para esfuerzo máximo. Material 2.

Fuente	Componentes de la Varianza	%Contribución de los Componentes de la Varianza	Desviación Estándar (DE)	Variación de estudio (6 * DE)	%Variación de estudio (%SV)
R&R del sistema de medición total	104.33	60.44	10.21	61.28	77.74
• Repetibilidad	75.10	43.51	8.67	52.00	65.96
• Reproducibilidad	29.22	16.93	5.41	32.44	41.15
○ Operadores	29.22	16.93	5.41	32.44	41.15
Parte a parte	68.29	39.56	8.26	49.58	62.90
Variación total	172.62	100.00	13.14	78.83	100.00

Fuente: Autor.

Los resultados R&R de la tabla 16 indican que la variabilidad de la respuesta: esfuerzo máximo se debe mayormente a la fuente R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad). Típicamente, R&R total del sistema de medición debe representar menos del 30% de la variación del estudio, menos del 10% es ideal. En este caso es de 77.74% por lo que se requiere entrenamiento de los operadores considerando que los equipos de medición obtuvieron resultados satisfactorios en la calibración. Además, es importante complementar el análisis con la revisión de los gráficos R&R, para identificar lo ocurrido en las mediciones de cada operador para cada una de las muestras ensayadas.

Por otro lado, se identifica que la preparación de muestras (Parte a parte) si influye en la variabilidad de la respuesta para el material 2.

3.5.4. Análisis Gráfico R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad) – Material 2.

- ✓ Componentes de variación.

Como se ilustra en la figura 18.a, la contribución por repetibilidad es ligeramente superior a las contribuciones reproducibilidad y parte a parte; esto significa que es mayor la variabilidad de los resultados de los ensayos de cada operador bajo condiciones de repetibilidad.

- ✓ Gráfico R: De control del Rango (R)

En la Figura 18.b se observa que el gráfico R se encuentra bajo control estadístico. Esto, debido a que el rango promedio es 13.95MPa, haciendo permisible al gráfico de control.

- ✓ Gráfico Xbarra: De control para promedios (Xbarra- \bar{x}).

En la Figura 18.c se observa que el gráfico Xbarra- \bar{x} se encuentra bajo control estadístico.

- ✓ Gráfico de dispersión por partes.

En la figura 18.d se observa que el promedio de las muestras preparadas por el taller proveedor están por debajo del promedio de las muestras preparadas por ASTM.

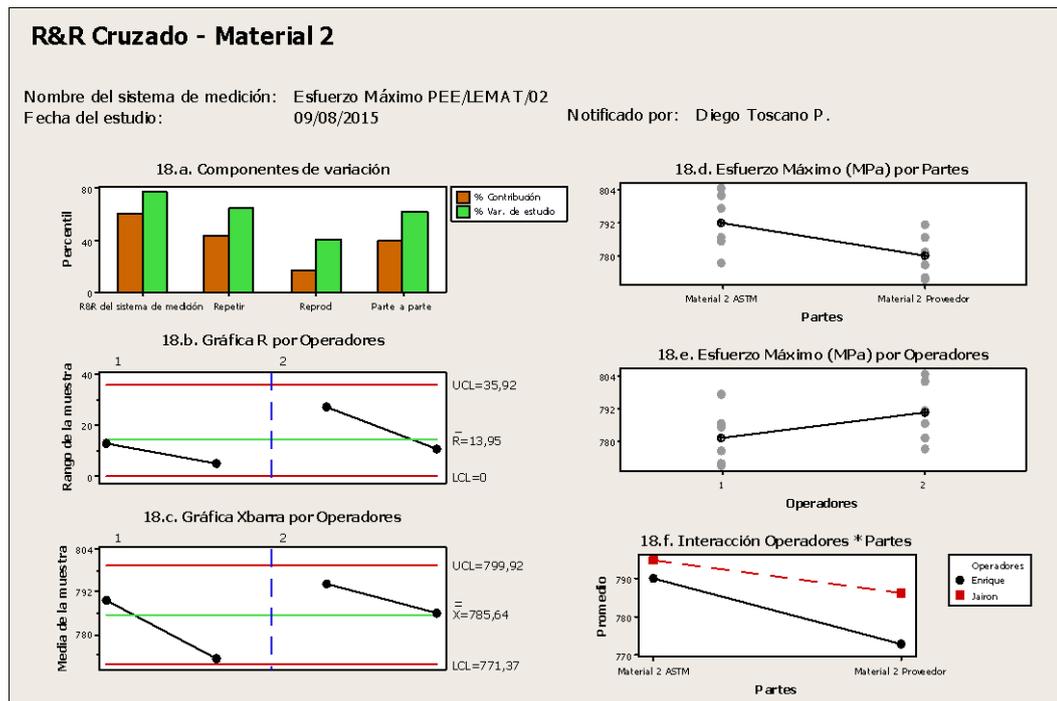
- ✓ Gráfico de dispersión por operadores.

En la figura 18.e se observa que el promedio del operador 2 está por encima del promedio del operador 1. Los promedios de ambos operadores son aparentemente distintos.

- ✓ Gráfico de dispersión de interacción operador y parte.

En la figura 18.f se observa la interacción entre operador y parte, las líneas siguen la misma tendencia. Además, el promedio de la parte 1 y de la parte 2 son aparentemente distintos.

Figura 18. Gráfico R&R cruzado-Material 2



Fuente: Autor

3.5.5. Comparación entre promedios - Prueba de Tukey para Material 2.

Para conocer si existe diferencia significativa entre los promedios de cada tratamiento, se realiza la prueba de Tukey, la cual permite la formación de intervalos de confianza $100(1 - \alpha)\%$ simultáneos para todas las comparaciones pareadas, como se mencionó en el marco teórico de este trabajo.

El método de comparaciones pareadas de Tukey implica encontrar una diferencia significativa entre las medias i y j ($i \neq j$) si $(\bar{y}_i - \bar{y}_j)$ excede a

$$q[\alpha, k, v]S\sqrt{1/n}.$$

- ✓ Comparación entre la media del operador 1 y la media del operador 2.

$$\bar{x}_{Operario 1} = 781.08 \text{ MPa}$$

$$\bar{x}_{Operario 2} = 790.21 \text{ MPa}$$

$$\text{Diferencia} = 9.13$$

Ahora es necesario, determinar la media cuadrática del error y los grados de libertad del error.

Tabla 17. ANOVA de un factor-Operadores. Material 2.

Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media Cuadrática	Estadístico F	Valor P
Operadores	1	250	250	2.16	0.173
Error	10	1161	116		
Total	11	1411			

Fuente: Autor.

En la tabla 17 se muestra los resultados obtenidos, entonces:

$$q[\alpha, k \text{ y } v]S\sqrt{1/n} = q[0.05, 2, 10]\sqrt{116/6} = 3.15 * 4.40 = 13.85$$

Se dice que existe diferencia estadísticamente significativa entre dos tratamientos si las diferencias entre las medias de los tratamientos excede a $q[\alpha, k, v]S\sqrt{1/n}$.

Por lo tanto, no existen diferencias estadísticamente significativas entre el promedio del operador 1 y el promedio del operador 2.

- ✓ Comparación entre la media de las muestras preparadas por ASTM y las muestras preparadas por el taller-proveedor.

$$\bar{x}_{ASTM} = 792.00 \text{ MPa}$$

$$\bar{x}_{Proveedor} = 779.29 \text{ MPa}$$

$$\text{Diferencia} = 12.71$$

Ahora es necesario, determinar la media cuadrática del error y los grados de libertad del error.

Tabla 18. ANOVA de un factor-Parte. Material 2.

Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media Cuadrática	Estadístico F	Valor P
Partes	1	484.8	484.8	5.23	0.045
Error	10	926.4	92.6		
Total	11	1411.2			

Fuente: Autor.

En la tabla 18 se muestran los resultados obtenidos, entonces:

$$q[\alpha, k \text{ y } v]S\sqrt{1/n} = q[0.05, 2, 10]\sqrt{92.6/6} = 3.15 * 3.93 = 12.37$$

Se dice que existe diferencia estadísticamente significativa entre dos tratamientos si las diferencias entre las medias de los tratamientos

excede a $q[\alpha, k, v]S\sqrt{1/n}$.

Por lo tanto, sí existen diferencias estadísticamente significativas entre el promedio de las muestras preparadas por ASTM y el promedio de las muestras preparadas por el taller proveedor. Es preciso indicar que la diferencia existente puede ser considerada mínima y, dependiendo del riesgo que quiera asumir el laboratorio, podría concluirse que las diferencias no fueren significativas por ser diferencias mínimas.

CAPÍTULO IV

4. Conclusiones y recomendaciones

4.1. Conclusiones

El sistema de medición requiere mejorar debido a que el porcentaje de variación R&R obtenido es de 100% (para el material 1) y 77.74% (para el material 2). El porcentaje de variación R&R debe ser menor a 30% para que el sistema de medición sea considerado adecuado.

a. Para el material 1:

- ✓ El laboratorio LEMAT es capaz de ofrecer mediciones con una desviación estándar de aproximadamente 5.95MPa, lo cual se puede catalogar como un resultado satisfactorio considerando que el valor promedio medido en este material está en la vecindad de 400MPa.
- ✓ Los resultados obtenidos indican que la causa de la variabilidad es principalmente la repetibilidad de las mediciones realizadas. Además, del análisis gráfico se concluye que el operador 1 obtuvo mediciones con mayor dispersión en comparación al operador 2.
- ✓ Existen diferencias estadísticamente significativas entre el promedio del operador 1 y el promedio del operador 2.
- ✓ No existen diferencias estadísticamente significativas entre el promedio de las muestras preparadas por ASTM y el promedio de las muestras preparadas por el taller proveedor.
- ✓ La preparación de muestras del material 1 no contribuye a la variabilidad de la respuesta (esfuerzo máximo), por ende se puede concluir que el proveedor es competente para la labor encomendada en este tipo de material.

b. Para el material 2:

- ✓ El laboratorio LEMAT es capaz de ofrecer mediciones con una desviación estándar de aproximadamente 13.13MPa, lo cual se puede catalogar como un resultado satisfactorio considerando que el valor promedio medido en este material está en la vecindad de 790MPa.
- ✓ Los resultados obtenidos indican que la causa de la variabilidad es principalmente la repetibilidad de las mediciones realizadas. Además, del análisis gráfico se concluye que existe dispersión en las mediciones realizadas tanto en operadores como en las partes.
- ✓ No existen diferencias estadísticamente significativas entre el promedio del operador 1 y el promedio del operador 2.
- ✓ Existen pequeñas diferencias estadísticamente significativas entre el promedio de las muestras entregadas por ASTM y el promedio de las muestras preparadas por el taller proveedor.
- ✓ La preparación de muestras del material 2 sí contribuye a la variabilidad de la respuesta (esfuerzo máximo), se requiere que el proveedor de maquinado mejore su desempeño.

4.2. Recomendaciones

1. Se recomienda la revisión del procedimiento de ensayo así como el reentrenamiento a los operadores con el fin de mejorar la repetibilidad y reproducibilidad del método de medición.
2. Comunicar los resultados del presente trabajo a los operadores del laboratorio y al taller proveedor.

BIBLIOGRAFÍA

- Libro Statistical design and analysis of experiments with applications to engineering and science. Segunda edición. Robert Mason, Richard Gunst, James Hess. Editorial Wiley-Interscience.
- Libro Análisis y diseño de experimentos. Segunda edición. Humberto Gutiérrez Pulido, Román de la Vara Salazar. Editorial Mc Graw-Hill.
- Libro Probabilidad y estadística para ingenieros. Sexta Edición. Ronald Walpole, Raymond Myers, Sharon Myers. Editorial Pearson Educación.
- Botero Arbeláez, Arbeláez Salazar, Mendoza Vargas. Método Anova utilizado para realizar el estudio de repetibilidad y reproducibilidad dentro del control de calidad de un sistema de medición. *Scientia et Technica*, 37, 533-537.
- Hoffa David, Laux Chad. Gauge R&R: An Effective Methodology for Determining the Adequacy of a New Measurement System for Micron-level Metrology. *Agricultural and Biosystems Engineering Conference Proceedings and Presentations*. Paper 347. http://lib.dr.iastate.edu/abe_eng_conf/347
- Joiner, B. L., & Gaudard, M. A. (1990). Variation, management, and W. Edwards Deming. *Quality Progress*, 23, 12, 29-36.
- Gómez Montoya (2013). Modelo estadístico de medición R&R en el pesaje de productos de la preparación de pedidos en un centro de distribución. *Revista soluciones de postgrado EIA*, 10, 45-64.
- Norma UNE – EN ISO/IEC 17043:2010. Evaluación de la conformidad. Requisitos generales para los ensayos de aptitud.
- Norma NTE INEN - ISO/IEC 17025:2006. Requisitos generales para la competencia de los laboratorios de ensayos y de calibración.
- Norma ASTM E8/E8M:2015 Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Material.

- Vocabulario internacional de Metrología JCGM 200:2012. Tercera edición en español. Centro Español de Metrología .
- Manual de referencia Measurement Systems Analysis. Cuarta edición. Michael Down, Frederick Czubak, Gregory Gruska, Steve Stahley, David Benham. Chrysler Group LLC, Ford Motor Company, General Motors Corporation.
- Manual Minitab 15. 2011. Josefa Marín Fernández. Universidad de Murcia
- Manual SPSS. 2005. Victoria Alea Riera, Monte Guillén Estany, Carmen Muñoz Vaquer, Isabel Maqueda de Anta, Elisabeth Torrelles Puig, Nuria Viladomiu Canela. Universidad de Barcelona

ANEXOS

Tabla A. 1. Puntos porcentuales superiores de la Distribución de rango studentizado: Valores de q (0.05, k , ν).

Grados de libertad ν	Número de tratamientos k								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	18.0	27.0	32.8	37.2	40.5	43.1	45.4	47.3	49.1
2	6.09	8.33	9.80	10.89	11.73	12.43	13.03	13.54	13.99
3	4.50	5.91	6.83	7.51	8.04	8.47	8.85	9.18	9.46
4	3.93	5.04	5.76	6.29	6.71	7.06	7.35	7.60	7.83
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99
6	3.46	4.34	4.90	5.31	5.63	5.89	6.12	6.32	6.49
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.35	5.59	5.80	5.99	6.15
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92
9	3.20	3.95	4.42	4.76	5.02	5.24	5.43	5.60	5.74
10	3.15	3.88	4.33	4.66	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60
11	3.11	3.82	4.26	4.58	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.40
13	3.06	3.73	4.15	4.46	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25
15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20
16	3.00	3.65	4.05	4.34	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15
17	2.98	3.62	4.02	4.31	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11
18	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.83	4.96	5.07
19	2.96	3.59	3.98	4.26	4.47	4.64	4.79	4.92	5.04
20	2.95	3.58	3.96	4.24	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01
24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92
30	2.89	3.48	3.84	4.11	4.30	4.46	4.60	4.72	4.83
40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.74
60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65
120	2.80	3.36	3.69	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56
∞	2.77	3.32	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47

Fuente: Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers (1999). Libro: Probabilidad y estadística para ingenieros - Sexta Edición, Página 720.

Tabla B 1. Resultados de la calibración del equipo de ensayo de tracción

Fuerza Referencia (kN)	1ª Serie (kN)	2ª Serie (kN)	3ª Serie (kN)	Promedio (kN)	Error (kN)	Exactitud (%)	Clase de Exactitud
0	0	0	0	0	0.000	0	0.5
2.4	2.412	2.41	2.41	2.411	-0.011	0.45	0.5
3.6	3.615	3.606	3.615	3.612	-0.012	0.33	0.5
4.8	4.814	4.807	4.808	4.810	-0.010	0.2	0.5
6	6.013	6.015	6.017	6.015	-0.015	0.25	0.5
7.2	7.209	7.223	7.219	7.217	-0.017	0.24	0.5
8.4	8.418	8.426	8.423	8.422	-0.023	0.27	0.5
9.6	9.617	9.635	9.627	9.626	-0.026	0.27	0.5
10.8	10.823	10.839	10.829	10.830	-0.031	0.28	0.5
12	12.032	12.042	12.036	12.037	-0.037	0.31	0.5

Fuente: Certificado de calibración Máquina Universal de Ensayos. LNM-F-2015-016. Servicio Ecuatoriano de Normalización.

Tabla B 2. Resultados de la calibración del equipo de medición dimensional, micrómetro de exteriores empleado para ensayo de tracción

Longitud Referencia (mm)	Longitud media obtenida (mm)	Error (mm)	Sesgo
0.0	0.000	0.000	0.00%
2.5	2.498	-0.002	-0.08%
5.1	5.099	-0.001	-0.02%
7.7	7.699	-0.001	-0.01%
10.3	10.298	-0.002	-0.02%
12.9	12.898	-0.002	-0.02%
15.0	14.999	-0.001	-0.01%
17.6	17.599	-0.001	-0.01%
20.2	20.198	-0.002	-0.01%
22.8	22.798	-0.002	-0.01%
25.0	24.998	-0.002	-0.01%

Fuente: Certificado de calibración Micrómetro de exteriores. 27645-105. Laboratorio Aferitec Metrologia Acreditado ISO 17025 Brasil.

Tabla B 3. Resultados de la calibración del equipo de medición dimensional, pie de rey empleado para ensayo de tracción

Longitud Referencia (mm)	Longitud media obtenida (mm)	Error (mm)	Sesgo
0.0	0.000	0.000	0.00%
10.3	10.3	0.000	0.00%
20.0	19.99	-0.010	-0.05%
50.0	50	0.000	0.00%
100.0	100	0.000	0.00%
150.0	150	0.000	0.00%
175.0	175	0.000	0.00%
200.0	200	0.000	0.00%
250.0	249.99	-0.010	0.00%
300.0	299.99	-0.010	0.00%

Fuente: Certificado de verificación interna del instrumento pie de rey con patrones trazables a INEN.