

AÑO:	2025	PERÍODO:	II PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable	Total
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Burbano J., Cabezas J., Cordero M., Díaz R., García E., Laveglia F., Mancero M., Solís J., Toledo X., Valdiviezo J.					
EVALUACIÓN:	TERCERA		FECHA:	09/febrero/2026		

	T1	T2	T3	T4	T5
Puntos posibles	20	20	20	20	20
Puntos obtenidos					

Nombre: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (20 PUNTOS) Para cada literal, obtenga la familia de antiderivadas:

(a) (6 PUNTOS) $\int \frac{x}{\sqrt{9 - 4x^2}} dx$

(b) (7 PUNTOS) $\int \frac{1}{6} x e^{-\frac{1}{3}x} dx$

(c) (7 PUNTOS) $\int \frac{2x + 3}{x^2 - x - 2} dx$

2. (20 PUNTOS) Sea el conjunto $X = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ y la función $f: X \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 1}$$

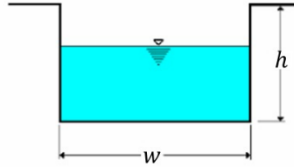
- (a) (10 PUNTOS) Demuestre que $x = 1$ es un punto de acumulación del conjunto X , considerando que es un subconjunto del espacio métrico euclidiano en $\mathbb{R}$, con la misma función distancia; y, utilizando las definiciones pertinentes.
- (b) (10 PUNTOS) Redefina la función f para que sea continua en $x = 1$, justificando su procedimiento.

3. (20 PUNTOS) Sea la función de variable real f definida por tramos, tal que:

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & x \leq 1 \\ 1 - \ln(x), & x > 1 \end{cases}$$

- (a) (12 PUNTOS) Determine los valores de los coeficientes a y b para que f sea derivable en $x = 1$.
- (b) (8 PUNTOS) Analice, utilizando sus conocimientos de cálculo diferencial, la monotonía de f en el intervalo $(1, +\infty)$.

4. (20 PUNTOS) En cierta obra de ingeniería hidráulica, se desea diseñar un canal abierto (sin tapa), cuya sección transversal interior es rectangular con dimensiones w y h (en metros), tal como se observa en la figura.



Si para asegurar la capacidad de flujo se requiere una sección transversal interior cuya área fija A sea 18 m^2 :

- (a) (6 PUNTOS) Establezca una expresión para el perímetro P de la sección interior, a ser recubierta por concreto, en términos de una de sus dimensiones.
- (b) (14 PUNTOS) Determine, realizando el respectivo análisis, las dimensiones w^* y h^* que minimizan P ; y, por tanto, el material de recubrimiento, verificando además que se trata de un valor mínimo. Luego, calcule el perímetro óptimo P^* .

5. (20 PUNTOS) Considere la región Ω acotada por las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$; y, las rectas $x = 0$ y $x = 2$.
- (6 PUNTOS) Bosqueje la región Ω en el plano cartesiano adjunto, identificando puntos característicos y etiquetas adecuadas.
 - (6 PUNTOS) Dibuje la(s) franja(s) representativa(s) y establezca la(s) expresión(es) para el cálculo de su(s) área(s).
 - (8 PUNTOS) Plantee y evalúe la(s) integral(es) definida(s) correspondiente(s) para el cálculo del área A de la región.

