

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2024	<b>PERÍODO:</b>	I PAO	<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable
<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Carrión L., Cordero M., Díaz R., García E., Hernández C., Laveglia F., López E., Mejía M., Ramos M., Toledo X., Valdiviezo J.				
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	16/septiembre/2024		

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

**COMPROMISO DE HONOR**

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

***Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.***

\_\_\_\_\_

*"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni deajo copiar".*

1. (10 PUNTOS) Dados  $X = \mathbb{R}$  y la función  $d: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  definida por  $d(x, y) = (2x - y)^2$ .
  - (a) (6 PUNTOS) Enuncie los axiomas que deben cumplirse para que el par  $(X, d)$  constituya un espacio métrico.
  - (b) (4 PUNTOS) Verifique que el par  $(X, d)$  dado, no conforma un espacio métrico.

2. (15 PUNTOS) Considere la siguiente curva  $C$  dada en forma implícita:

$$xy^2 + 2 = \cos(\pi y^3) + 4y$$

Determine la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $C$  en el punto  $P(1, 1)$ .

3. (25 PUNTOS) Dada la función  $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \frac{x^2}{4} (2 \ln(x) - 3)$$

- (a) (7 PUNTOS) Determine las coordenadas del (o de los) PUNTO(S) CRÍTICO(S) de  $f$ .
- (b) (6 PUNTOS) Determine los INTERVALOS DE MONOTONÍA de  $f$ .
- (c) (6 PUNTOS) Determine los INTERVALOS DE CONCAVIDAD de  $f$ .
- (d) (6 PUNTOS) Determine las coordenadas del (o de los) PUNTO(S) DE INFLEXIÓN de  $f$ .

4. (25 PUNTOS) Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{x^3 + x + 3}{(x^2 + 1)^2} dx$$

5. (25 PUNTOS) Dada la región  $R$  definida como:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (2^{-|x|} \leq y \leq 1) \wedge (-2 \leq x \leq 2)\}$$

Calcule el volumen  $V$  del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor de la recta  $y = 0$ . Para el efecto, realice lo siguiente:

- (5 PUNTOS) Ubique, en el plano cartesiano, puntos relevantes de la región  $R$ , grafique los elementos que la limitan, identifíquela claramente; y, bosqueje su reflexión con respecto al eje de rotación.
- (10 PUNTOS) Dibuje la(s) franja(s) representativa(s) y su(s) rotación(es); luego, establezca la(s) respectiva(s) expresión(es) para el volumen del (o de los) elemento(s) tridimensional(es) generado(s).
- (10 PUNTOS) Plantee y evalúe la(s) integral(es) definida(s) correspondiente(s) al cálculo del volumen  $V$ .

