



# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2016	PERIODO:	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Análisis Numérico	PROFESORES:	P. Álvarez, R. Cascante, E. Jaramillo, C. Martín, E. Rivadeneira, L. Rodríguez
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	Martes 30 de agosto de 2016

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, \_\_\_\_\_ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firma al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma \_\_\_\_\_ NÚMERO DE MATRÍCULA: \_\_\_\_\_ PARALELO: \_\_\_\_\_

1. Una curva  $C$  puede darse en forma paramétrica con las ecuaciones:  
 $x = f(t), y = g(t), t \in [a, b]$

Si no hay intersecciones entre  $f$  y  $g$ , entonces, la longitud del arco  $C$  se puede calcular con

$$L = \int_a^b \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2} dt$$

Suponga que se han registrado las coordenadas  $x(t), y(t)$  del recorrido de un cohete en los instantes  $t=0, 1, 2, 3$  y se obtuvieron respectivamente:  $x(t)=2,1,3,4, y(t)=0,4,5,0$

Con esta información y usando polinomios de tercer grado estime la longitud del recorrido del cohete. Para el cálculo use la fórmula de Simpson con dos parábolas ( $h = 0.75$ ).

Determine aproximadamente el error en la integración.

2. Use el método de Simpson 1/3 con  $n=2$  intervalos en el sentido de  $x$  y el método de Cuadratura de Gauss de dos términos con  $m=1$  intervalo en el sentido de  $y$  para aproximar:

$$\int_2^{2.2} \int_x^{2x} (x^2 + y^3) dy dx,$$

y después compare con el valor analítico.

3. Se tiene la ecuación de calor en estado estable

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (x^2 + 2)e^{-y}, \quad R = [0,1] \times [0,1]$$

Condiciones de frontera

$$u(x, 0) = x^2; \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(x, 1) = x^2/e; \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, y) = 0; \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$u(1, y) = e^{-y}; \quad 0 \leq y \leq 1$$

- a) Plante el sistema asociado considerando  $h_x=0.25$  y  $h_y=0.5$ . (Solo planteo)  
b) Encuentre las soluciones estimadas considerando  $h_x=0.25$  y  $h_y=0.25$ .
4. La Dinámica de población son importantes en varios estudios de planeación tales como el transporte y la ingeniería de los recursos hidráulicos. Uno de los modelos más simples de dicho crecimiento incorpora la suposición de que la tasa de cambio de la población  $p$  es proporcional a la que existe en cualquier momento  $t$ :

$$\frac{dp}{dt} = Gp$$

Donde  $G$  = tasa de crecimiento anual. Este modelo tiene sentido intuitivo porque entre mayor sea la población más grande será el número de padres potenciales. Al tiempo  $t=0$ , una isla tiene una población de 6000 personas. Si  $G = 0.075$  por año, emplee el método de Taylor, de segundo orden para predecir la población en  $t=2$  años, con el uso de un tamaño de paso de 0.5 años. Estime el error.