ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

espol

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2025	**PERIODO:**	PAE
MATERIA:	Álgebra Lineal	**PROFESOR:**	Carlos M. Martín B.
EVALUACIÓN:	Tercera	**FECHA:**	Lunes 28 de abril de 2025

TEMAS

1.- **Considere la matriz:**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ -1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

a) Encuentre una base y determine la dimensión para el Espacio Fila de A y para el Núcleo de A

b) Dado el vector $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, encuentre un vector $h \in F_A$ y un vector $p \in {F_A}^{\perp}$ tal que $v = h + p$

2.- Considere la matriz: $A = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$

Encuentre la matriz ortogonal Q que diagonaliza a la matriz A y la matriz diagonal D que es semejante a la matriz A.

3.- Sea T una transformación lineal que convierte matrices diagonales de 2×2 en matrices antisimétricas de 2×2 usando la regla de correspondencia $T\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a-b \\ b-a & 0 \end{pmatrix}$.

a) Encuentre una base para el núcleo de T y luego extiéndela para construir una base del espacio vectorial de las matrices diagonales de 2×2. Luego extienda esta segunda base para construir una base para el espacio de las matrices simétricas de 2×2. Finalmente extienda esta tercera base para construir una base del espacio de las matrices de 2×2.

b) Construya cualquier matriz que represente a T. Luego, use esta matriz para encontrar $T\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

4.- Enuncie y demuestre:

a) El teorema de la matriz de cambio de base en espacios de dimensión finita.

b) El teorema de la suma directa de subespacios