espol Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2022**

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: **Primera**

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**

PROFESORES: Celleri M, Laveglia Franca, Martínez Margarita, Ramirez John, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 24 de noviembre de 2022

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ____________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ______________ ***PARALELO:*** ______

1. ***(30 Puntos)***

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_{3.} \end{cases}$$

Se conoce que los vectores $u = (1,2,3)$ y $w = (4,4,4)$ son elementos de su conjunto solución. Califique justificadamente las siguientes proposiciones como:

S ***(siempre verdadera)***, (N) ***Nunca verdadera*** o (A) ***A veces verdadera***.

a. El espacio fila de la matriz de coeficientes tiene dimensión uno.
b. El sistema tiene infinitas soluciones.
c. El determinante de la matriz de coeficientes es mayor que cero.
d. El vector $(3,2,1)$ pertenece al núcleo de la matriz de coeficientes.
e. El vector (b_1, b_2, b_3) es un múltiplo del vector $(1,2,3)$.

(6 Puntos c/u)

2. *(10 Puntos)*

Sean $A = [\,1\ \ 1\ -2\,]$, $B = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -5 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $C = [1\ \ 2]$ y X una matriz simétrica $2x2$.

Determine el conjunto solución de la ecuación matricial $AB = CX$.

3. *(20 Puntos)*

Sea $V = P_2$ el espacio vectorial real de todos los polinomios de grado menor o igual a 2 con las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar definidas en P_2 y sean los subconjuntos de P_2:

$$W_1 = \{ p(x) \in P_2 \,/\, p(0) = 0,\ p'(1) = p''(1) \}$$

$$W_2 = \{ p(x) \in P_2 \,/\, p(0)p'(1) = 0 \}$$

$$W_3 = Gen\{ x^2 + 1,\ x - 1,\ x^2 + x \}$$

a. Determine cuáles de estos subconjuntos son subespacios vectoriales de P_2.

b. Calcule la intersección de los subespacios encontrados en el literal a.

4. (20 Puntos)

Dada una matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 6 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

Determine:

a) Una base y la dimensión para el núcleo de A.

b) Una base y la dimensión para la Imagen de A.

Extienda, de ser posible, la base obtenida y complete una base para $\mathbb{R}^3$.

5. ***(20 Puntos)***

Sean $B_1 = \{p(x),\ q(x),\ r(x)\}$ y $B_2 = \{x^2 - 1, x^2 + x,\ \ x - 1\}$ dos bases ordenadas de P_2 tal que cumple las siguientes condiciones:

$$[p(x) - 2q(x)]_{B_2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix},\ [2q(x) + r(x)]_{B_2} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ y } [q(x)]_{B_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Determine la matriz de cambio de base de B_2 a B_1