FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	II PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., Díaz R., García A., García E., Laveglia F., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	22/noviembre/2021

Tema # 1

1. (5 PUNTOS)

En la bola abierta $N_{0.1}(-3)$, una función de variable real f cumple con:

$$\left[\!\left[\frac{x}{2}-9\right]\!\right] \leq f(x) \leq x^2+6x-2$$

Enuncie el TEOREMA DEL EMPAREDADO y luego aplíquelo para evaluar:

$$\lim_{x\to -3} f(x)$$

2. (5 PUNTOS)

En la bola abierta $N_{0.1}(3)$, una función de variable real f cumple con:

$$\left[\!\left[\frac{x}{2}-7\right]\!\right] \leq f(x) \leq x^2-6x+3$$

Enuncie el TEOREMA DEL EMPAREDADO y luego aplíquelo para evaluar:

$$\lim_{x\to 3} f(x)$$

3. (5 PUNTOS)

En la bola abierta $N_{0.1}(2)$, una función de variable real f cumple con:

$$-x^2+4x+5 \leq f(x) \leq \left[\!\left[10-\frac{x}{3}\right]\!\right]$$

Enuncie el TEOREMA DEL EMPAREDADO y luego aplíquelo para evaluar:

$$\lim_{x\to 2} f(x)$$

4. (5 PUNTOS)

   En la bola abierta $N_{0.1}(-2)$, una función de variable real f cumple con:

   $$-x^2 - 4x + 3 \leq f(x) \leq \left[\!\left[7 - \frac{x}{3} \right]\!\right]$$

   Enuncie el TEOREMA DEL EMPAREDADO y luego aplíquelo para evaluar:

   $$\lim_{x \to -2} f(x)$$

5. (5 PUNTOS)

   En la bola abierta $N_{0.1}(-3)$, una función de variable real f cumple con:

   $$\left[\!\left[\frac{x}{2} - 6 \right]\!\right] \leq f(x) \leq x^2 + 6x + 1$$

   Enuncie el TEOREMA DEL EMPAREDADO y luego aplíquelo para evaluar:

   $$\lim_{x \to -3} f(x)$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	II PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., Díaz R., García A., García E., Laveglia F., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	22/noviembre/2021

Tema # 2

6. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + ax + 1} - x$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que su asíntota horizontal sea la recta $y = \frac{1}{6}$.

7. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \sqrt{x}\left(\sqrt{x + a} - \sqrt{x}\right)$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que su asíntota horizontal sea la recta $y = \frac{1}{4}$.

8. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + 2x}$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que su asíntota horizontal sea la recta $y = \frac{1}{8}$.

9. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3ax} - \sqrt{x^2 + x}$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que su asíntota horizontal sea la recta $y = 3$.

10. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4ax + 3} - x$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que su asíntota horizontal sea la recta $y = \frac{3}{2}$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	II PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., Díaz R., García A., García E., Laveglia F., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	22/noviembre/2021

Tema # 3

11. (6 PUNTOS)

Dadas las funciones $f: X_f \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g: X_g \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tales que:

$$f(x) = \frac{1}{x-3} \qquad\qquad g(x) = \sqrt{x+2}$$

Determine los intervalos de continuidad de la función $h(x)$ definida por:

$$h(x) = f(x+2) + g(x+1)$$

12. (6 PUNTOS)

Dadas las funciones $f: X_f \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g: X_g \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tales que:

$$f(x) = \frac{1}{x^2-1} \qquad\qquad g(x) = \sqrt[3]{x-2}$$

Determine los intervalos de continuidad de la función $h(x)$ definida por:

$$h(x) = f(x-1) + g(x-2)$$

13. (6 PUNTOS)

Dadas las funciones $f: X_f \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g: X_g \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tales que:

$$f(x) = \frac{1}{x^2-1} \qquad\qquad g(x) = \sqrt{2x+1}$$

Determine los intervalos de continuidad de la función $h(x)$ definida por:

$$h(x) = f(x-1) + g(x-2)$$

14. (6 PUNTOS)

Dadas las funciones $f: X_f \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g: X_g \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tales que:

$$f(x) = \frac{1}{x-7} \qquad\qquad g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

Determine los intervalos de continuidad de la función $h(x)$ definida por:

$$h(x) = f(x+3) + g(x-2)$$

15. (6 PUNTOS)

Dadas las funciones $f: X_f \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g: X_g \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tales que:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}} \qquad\qquad g(x) = ln(x+1)$$

Determine los intervalos de continuidad de la función $h(x)$ definida por:

$$h(x) = f(x+5) + g(x-2)$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	II PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., Díaz R., García A., García E., Laveglia F., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	22/noviembre/2021

Tema # 4

16. (8 PUNTOS)

    Determine el valor de $k \in \mathbb{R}$ tal que la recta $y = -3x - 4$ sea tangente a la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x + k$.

17. (8 PUNTOS)

    Determine el valor de $k \in \mathbb{R}$ tal que la recta $y = -2x - 6$ sea tangente a la función cuadrática $f(x) = x^2 + 3x + k$.

18. (8 PUNTOS)

    Determine el valor de $k \in \mathbb{R}$ tal que la recta $y = -4x - 1$ sea tangente a la función cuadrática $f(x) = x^2 - x + k$.

19. (8 PUNTOS)

    Determine el valor de $k \in \mathbb{R}$ tal que la recta $y = 2x - 3$ sea tangente a la función cuadrática $f(x) = x^2 + x + k$.

20. (8 PUNTOS)

    Determine el valor de $k \in \mathbb{R}$ tal que la recta $y = 4x + 2$ sea tangente a la función cuadrática $f(x) = x^2 + 7x + k$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	II PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., Díaz R., García A., García E., Laveglia F., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	22/noviembre/2021

Tema # 5

21. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

"Si f es una función racional, entonces f no es derivable en todo su dominio."

Demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

22. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

"Si f es una función dos veces derivable, entonces f tiene puntos de inflexión."

Demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

23. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

"Si f es una función suave y continua, entonces f es derivable en todo su dominio."

Demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

24. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

"Si la gráfica de f tiene asíntotas, entonces f no es derivable en todo su dominio."

Demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

25. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

"Si f tiene valores extremos, entonces f es derivable en todo su dominio."

Demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	II PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., Díaz R., García A., García E., Laveglia F., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	22/noviembre/2021

Tema # 6

26. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \pi^{sen(x)} - x^{1/x} + arctan(\sqrt{x})$$

Obtenga la expresión simplificada correspondiente a f'.

27. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = arctan\left(\frac{1}{x}\right) - 2^{cos(x)} + x^{ln(x^2-4)}$$

Obtenga la expresión simplificada correspondiente a f'.

28. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = e^{x^x} - arcsen\left(\frac{1}{x}\right) + 3^{tan(x)}$$

Obtenga la expresión simplificada correspondiente a f'.

29. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = x^{cot(x)} + 2^{1/x} - arccos(\sqrt{x})$$

Obtenga la expresión simplificada correspondiente a f'.

30. (6 PUNTOS)

Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = x^{\sqrt{x}} + arctan(x^2) - 3^{cot(x)}$$

Obtenga la expresión simplificada correspondiente a f'.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	II PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., Díaz R., García A., García E., Laveglia F., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	22/noviembre/2021

Tema # 7

31. (8 PUNTOS)

Dada la función $f: A \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = x^{-1}e^{x}$$

(a) (1 PUNTO) Determine el conjunto A.
(b) (7 PUNTOS) Realice un análisis de cálculo diferencial para determinar las posibles asíntotas, los intervalos de monotonía y los valores extremos.

32. (8 PUNTOS)

Dada la función $f: A \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$$

(a) (1 PUNTO) Determine el conjunto A.
(b) (7 PUNTOS) Realice un análisis de cálculo diferencial para determinar los intervalos de monotonía, los valores extremos y los puntos de inflexión.

33. (8 PUNTOS)

Dada la función $f: A \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = x^2 ln(x)$$

(a) (1 PUNTO) Determine el conjunto A.
(b) (7 PUNTOS) Realice un análisis de cálculo diferencial para determinar los intervalos de monotonía, los valores extremos y los puntos de inflexión.

34. (8 PUNTOS)

Dada la función $f: A \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x+1)^2}$$

(a) (1 PUNTO) Determine el conjunto A.
(b) (7 PUNTOS) Realice un análisis de cálculo diferencial para determinar las posibles asíntotas, los intervalos de monotonía y los valores extremos.

35. (8 PUNTOS)

Dada la función $f: A \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \frac{6}{x^2} - \frac{6}{x}$$

(a) (1 PUNTO) Determine el conjunto A.
(b) (7 PUNTOS) Realice un análisis de cálculo diferencial para determinar las posibles asíntotas, los intervalos de monotonía y los valores extremos.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	II PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., Díaz R., García A., García E., Laveglia F., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	22/noviembre/2021

Tema # 8

36. (6 PUNTOS)

En cierta zona pantanosa, la cantidad c de $miles\ de\ mosquitos$ se puede modelizar con:

$$c(p) = 200 + 24p + 9p^2 - 2p^3 \quad ; \quad 0 \leq p \leq 7$$

donde p es el número de $pulgadas$ de lluvia en cierto período de tiempo, también conocido como precipitación pluvial.

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine la cantidad máxima de mosquitos y la precipitación pluvial que la genera.

37. (6 PUNTOS)

La cantidad c de $litros$ de leche, producidos por una vaca, se puede modelizar con:

$$c(h) = 0.72h + 0.12h^2 - 0.02h^3 \quad ; \quad 0 \leq h \leq 8$$

donde h es la $cantidad\ de\ hormonas$ inyectadas a la vaca por día.

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine la cantidad máxima de leche que produce la vaca y la cantidad de hormonas diarias que la genera.

38. (6 PUNTOS)

La distancia s en $miles\ de\ millas$ que los astrónomos utilizan para calcular qué tanto un meteorito se está acercando a la Tierra se puede modelizar con:

$$s(t) = t^3 - 48t + 200 \quad ; \quad t \geq 0$$

donde t es el tiempo que ha transcurrido y se mide en $meses$.

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine el tiempo en el que el meteorito se encuentra más cercano a la tierra y qué tan cerca puede llegar.

39. (6 PUNTOS)

Una persona estima que su riqueza r en $millones\ de\ dólares$, durante un período de $10\ años$ se puede modelizar con:

$$r(t) = 200 + 192t - t^3 \quad ; \quad 0 \leq t \leq 10$$

donde t es el tiempo que ha transcurrido y se mide en $años$.

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine la riqueza máxima que puede alcanzar esta persona y en qué año ocurre esto.

40. (6 PUNTOS)

El porcentaje p $(\%)$ de la población que ha contraído un virus gripal se puede modelizar con:

$$p(t) = \frac{400t}{(t+1)^3} \quad ; \quad t \geq 0$$

donde t representa los $años$ transcurridos después de haber empezado la epidemia de gripe.

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine el tiempo en que la epidemia alcanza la fracción máxima de la población que se infectará y el valor porcentual de dicha fracción.