

Año: 2020	PERÍODO: SEGUNDO TÉRMINO
MATERIA: INTRODUCCIÓN AL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO	PROFESOR: FERNANDO MEJÍAS
EVALUACIÓN: SEGUNDA	
TIEMPO DE DURACIÓN: 2 HORAS	FECHA: 30 DE ENERO

### COMPROMISO DE HONOR

Yo, \_\_\_\_\_ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico, que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

*“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.*

**Firma:** \_\_\_\_\_ **Número de matrícula:** \_\_\_\_\_ **Paralelo:** \_\_\_\_\_

**Tema 1 (10 puntos).** ¿Para qué funciones  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  existe una función  $g$  tal que  $f = g^2$ ? Argumente su respuesta.

*Indicación:* Es posible responder a la pregunta si “función” se sustituye por “número”.



**Tema 2 (10 puntos).** Dados dos conjuntos no vacíos  $A$  y  $B$ , decimos que  $A$  es *similar* a  $B$ , y lo denotamos por  $A \sim B$ , si existe una función biyectiva  $\phi : A \rightarrow B$ . Demostrar que  $\sim$  es una relación de equivalencia.

**Tema 3 (10 puntos).** Demostrar que  $\{1, 2, \dots, n\} \sim \{1, 2, \dots, m\}$  si y sólo si  $n = m$ .

*Indicación:* Una implicación de este ejercicio es un caso particular del tema 2.

**Tema 4 (10 puntos).** Sea  $f : X \rightarrow Y$  una función. Demostrar que  $f$  es inyectiva si y sólo si para todo par de conjuntos disjuntos  $A, B \subset X$ , se tiene que  $f(A)$  y  $f(B)$  son disjuntos.

**Tema 5 (10 puntos).** Demostrar que si  $A$  es un conjunto numerable y  $f : A \rightarrow B$  es una función sobreyectiva, entonces  $B$  es numerable.