

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

AÑO:	2024	PERÍODO:	I PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Carrión L., Cordero M., Díaz R., García E., Hernández C., Laveglia F., López E., Mejía M., Ramos M., Toledo X., Valdiviezo J.				
EVALUACIÓN:	TERCERA	FECHA:	16/septiembre/2024		

Nombre: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (10 PUNTOS) Dados $X = \mathbb{R}$ y la función $d: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por $d(x, y) = (2x - y)^2$.
 - (a) (6 PUNTOS) Enuncie los axiomas que deben cumplirse para que el par (X, d) constituya un espacio métrico.
 - (b) (4 PUNTOS) Verifique que el par (X, d) dado, no conforma un espacio métrico.

2. (15 PUNTOS) Considere la siguiente curva C dada en forma implícita:

$$xy^2 + 2 = \cos(\pi y^3) + 4y$$

Determine la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la gráfica de C en el punto $P(1, 1)$.

3. (25 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{x^2}{4} (2 \ln(x) - 3)$$

- (a) (7 PUNTOS) Determine las coordenadas del (o de los) PUNTO(S) CRÍTICO(S) de f .
- (b) (6 PUNTOS) Determine los INTERVALOS DE MONOTONÍA de f .
- (c) (6 PUNTOS) Determine los INTERVALOS DE CONCAVIDAD de f .
- (d) (6 PUNTOS) Determine las coordenadas del (o de los) PUNTO(S) DE INFLEXIÓN de f .

4. (25 PUNTOS) Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{x^3 + x + 3}{(x^2 + 1)^2} dx$$

5. (25 PUNTOS) Dada la región R definida como:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (2^{-|x|} \leq y \leq 1) \wedge (-2 \leq x \leq 2)\}$$

Calcule el volumen V del sólido de revolución que se genera al rotar R alrededor de la recta $y = 0$. Para el efecto, realice lo siguiente:

- (5 PUNTOS) Ubique, en el plano cartesiano, puntos relevantes de la región R , grafique los elementos que la limitan, identifíquela claramente; y, bosqueje su reflexión con respecto al eje de rotación.
- (10 PUNTOS) Dibuje la(s) franja(s) representativa(s) y su(s) rotación(es); luego, establezca la(s) respectiva(s) expresión(es) para el volumen del (o de los) elemento(s) tridimensional(es) generado(s).
- (10 PUNTOS) Plantee y evalúe la(s) integral(es) definida(s) correspondiente(s) al cálculo del volumen V .

