

AÑO:	2024 - 2025	PERIODO:	PAO - II
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario, Joseph Páez
EVALUACIÓN:	2da Evaluación	FECHA:	28-Enero-2025

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

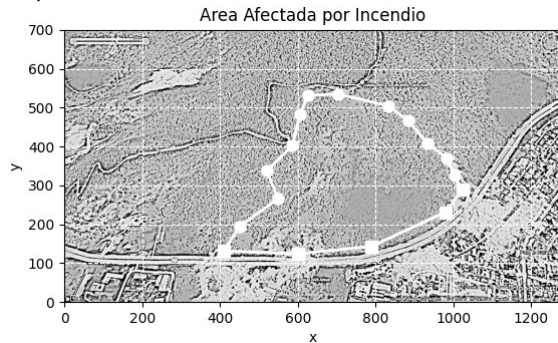
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Indicaciones generales: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte en "aula virtual" los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png.

Tema 1 (30 puntos) El lunes 2 de diciembre del 2024, el cuerpo de Bomberos informó sobre un incendio forestal en el Km 33 de vía Perimetral en Guayaquil, sector Cerro Azul. Se desplegaron ocho unidades de bomberos, tres tanqueros, un camión cisterna, una ambulancia y un vehículo comando de accidentes [1]. La voracidad de las llamas obligó a las autoridades a trasladar más recursos humanos y materiales, 120 uniformados, 36 vehículos contraincendios y un helicóptero. Se informó que hasta las 16h30, se habían usado 12000 litros de agua en la zona.



Se requiere **determinar el área forestal afectada** y delimitada por las coordenadas relativas representadas en la imagen.

<p>Frontera superior</p> <p>$x_i = [410, 450, 550, 520, 586, 606, 626, 705, 830, 884, 934, 984, 1004, 1024]$</p> <p>$y_i = [131, 194, 266, 337, 402, 483, 531, 535, 504, 466, 408, 368, 324, 288]$</p> <p>Frontera Inferior</p> <p>$x_j = [410, 600, 790, 980, 1024]$</p> <p>$y_j = [131, 124, 143, 231, 288]$</p>
--

- Calcular los tamaños de paso en cada frontera y plantear la integración con fórmulas compuestas
- Desarrollar **las expresiones** del área para las coordenadas de la **frontera superior**, según el literal a.
- Realice los cálculos para la **frontera inferior** y encuentre el **área afectada**.
- Estime la cota de error en los cálculos.

Nota: $dxi = np.diff(xi)$ calcula los tamaños de paso de un vector

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (10 puntos), literal c (10 puntos), literal d (5 puntos)

Referencia: [1] Bomberos atienden voraz incendio forestal en Guayaquil. EL COMERCIO. 2 de diciembre 2024.

<https://www.elcomercio.com/actualidad/bomberos-atienden-incendio-forestal-guayaquil.html>

[2] Incendios forestales han afectado 1.656 hectáreas durante la época seca en Guayaquil. Eluniverso.com. 4 de diciembre 2024.

<https://www.eluniverso.com/guayaquil/comunidad/incendios-forestales-han-afectado-1656-hectareas-durante-la-epoca-seca-para-guayaquil-nota/>

[3] Noticiero de Guayaquil (Primera Emisión 03/12/24) desde [1:52,17:03]. Teleamazonas Ecuador.

<https://youtu.be/ak0Mgl2lw4c?si=W7YNmRk49YQZ4I3F&t=111>

Tema 2 (35 puntos) Suponga que en un país democrático existen **dos tendencias políticas** identificadas por los colores **Azul y Rojo** [1,3]. Al inicio, la gran mayoría de la población tiene preferencia "Azul". Los hijos que nacen en población Azul se educan e identifican con la tendencia política Azul. Sin embargo, algunos jóvenes al encontrarse con las ideas de los Rojos cambian su preferencia política a **Rojo** e incluso se **mudan** hacia provincias o estados donde predomina una tendencia.



Las provincias donde predominan los Rojos comienzan a crecer no solo por los nacimientos y educación en familias Rojas, sino también por las **mudanzas**, lo que podría a cambiar la balanza en las votaciones “democráticas” de gobierno. Se observa que las provincias predominantemente Rojas tienen un costo de vida menor aunque con expectativa de vida menor [2], sin embargo las tendencias de cambio se mantienen. En un modelo de Rashevsky modificado con la ecuación logística de Verhulst [4], la **población anual del país** se describe con $x(t)$, con tasas de natalidad $a = 0.018$ y mortalidad $b = 0.012$

$$\frac{dx}{dt} = a x - b x^2$$

$$x(0)=2$$

La población de Rojos es minoría y se describe con $y(t)$. Sin embargo los jóvenes descendientes de los Azules al meditar sobre la situación actual del país, como protesta, cambian su tendencia política hacia los Rojos, a tasa de 0.19 de jóvenes descendientes “Azules”.

$$\frac{dy}{dt} = 0.026y - 0.017y^2 + 0.19b(x - y)$$

$$y(0)=0.5$$

- Realice el planteamiento del ejercicio usando Runge-Kutta de 2do Orden.
- Desarrolle tres iteraciones con expresiones completas para $x(t)$, $y(t)$ con tamaño de paso $h=0.5$.
- Realice una observación sobre el crecimiento de población del país, $x(t)$, a lo largo del tiempo usando los resultados del literal c.
- Realice una observación sobre el gobierno elegido democráticamente por mayoría, según los resultados de $y(t)$ del literal c.
- (Extra)** Encuentre el tiempo t cuando los “Rojos” $y(t)$ se vuelven mayoría simple, más de la mitad de la población $x(t)$. Se supondrá que la tendencia política gobernante será “Roja”. Adjunte algoritmo.py, resultado.txt y gráfica.png.

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (20 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos), literal e Extra (5 puntos)

Referencia: [1] Estados rojos y estados azules. Wikipedia, Enero 2025. https://es.wikipedia.org/wiki/Estados_rojos_y_estados_azules

[2] Los estadounidenses se mudan cada vez más a estados rojos, de tendencia republicana, donde la vida es más barata, pero la gente también muere más joven. theconversation.com. Mayo 25, 2023. <https://theconversation.com/americans-are-increasingly-moving-to-red-republican-leaning-states-where-life-is-cheaper-but-people-also-die-younger-205980>

[3] Bipartidismo en EEUU: ¿Solo existen dos partidos? Enterarse. 15 Octubre 2020. <https://www.youtube.com/watch?v=bfRqamLHC5I>

[4] Rashevsky, MIT 1968. pp102-110, Protestantismo <https://es.wikipedia.org/wiki/Protestantismo>

Tema 3. (35 puntos) Considere la ecuación diferencial parcial, tipo elíptica descrita sobre una placa en el plano x,y :

Con condiciones en frontera en los intervalos definidos para una placa.

$$u(0,y) = 0 ; u(1,y) = 0$$

$$u(x,0) = 0 ; u(x,1.5) = 100 \sin(\pi x)$$

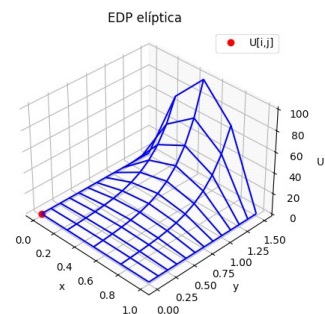
Utilice diferencias finitas para las variables independientes x,y

- Plantee las ecuaciones discretas a usar un método numérico en un nodo i,j
- Realice la gráfica de malla, detalle los valores de i, j, x_i, y_j
- Desarrolle y obtenga el modelo discreto para $u(x_i,y_j)$
- Determine el valor de Lambda λ , considerando $\Delta x = 1/4, \Delta y = 1/8$
- Desarrolle la ecuación para al menos tres nodos i,j diferentes y consecutivos.
- (Extra)** Estime el error de $u(x_i,t_j)$ y adjunte los archivos del algoritmo.py, resultados.txt, gráficas.png

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$0 \leq x \leq 1$$

$$0 \leq y \leq 1.5$$



Rúbrica: Selección de diferencias finitas divididas (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos), literal e (15 puntos). literal f extra (5 puntos)

Referencia: Chapter 13: Partial Differential Equations (Part 2 - Elliptic PDEs). Lindsey Westover. 18 Marzo 2021.

<https://youtu.be/OeI5zrhtEjE?si=a8rQhpEEirvMBC26&t=633>