

AÑO: 2023

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: Tercera

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**

PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martínez Margarita, Ramirez John, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 08 de febrero de 2024

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

*"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".*

FIRMA: \_\_\_\_\_

NÚMERO DE MATRÍCULA: \_\_\_\_\_

PARALELO: \_\_\_\_\_

**1. (20 Puntos)**

Califique justificadamente cada una de las siguientes proposiciones como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N)**.

- a. Si  $A$  es una matriz de orden  $m \times n$  y  $B = A^T A$ , entonces  $B$  es diagonalizable ortogonalmente.
  
- b. Sea  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  es un conjunto ortonormal (considerado el producto usual) de vectores en  $\mathbb{R}^4$ . Si  $Q$  es la matriz de orden  $4 \times 4$  cuyas columnas son los vectores  $v_1, v_2, v_3, v_4$ , entonces  $\det Q = 0$ .

## 2. (20 Puntos)

Un joyero dispone 3 modelos de anillos **A**, **B** y **C**. Los anillos del modelo **A** tienen 2 gramos de oro, 4 gramos de plata y 14 gramos de cobre; los del tipo **B** tienen 6 gramos de oro, 4 gramos de plata y 10 gramos de cobre y los del tipo **C** tienen 8 gramos de oro, 6 gramos de plata y 16 gramos de cobre. Al fundirse una cierta cantidad de anillos de los 3 modelos se obtiene una aleación que contiene "a" gramos de oro, "b" gramos de plata y "c" gramos de cobre.

- a. Determine la relación existente entre a, b y c de esta nueva aleación.
- b. ¿cuántos anillos de cada modelo se debe fundir para obtener en la aleación 46 gramos de oro y 46 gramos de plata?

**3. (20 Puntos)**

Sea  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{S}_{2 \times 2}$ , la transformación lineal dada por:  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y & z \\ z & x-y \end{pmatrix}$ , donde  $\mathbb{S}_{2 \times 2}$  es el espacio vectorial de las matrices simétricas  $2 \times 2$ .

a. Determine si  $T$  es un isomorfismo.

b. En caso de serlo, calcular  $T^{-1} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ .

**4. (20 Puntos)**

Sea  $\pi$  el subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $\pi = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 3x - y + z = 0 \right\}$  con las operaciones convencionales de  $\mathbb{R}^3$ .

- a. Encuentre una base ortonormal para el subespacio  $\pi$ .
- b. Sea  $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Determine  $\text{proy}_{\pi} v$ .

**5. (20 Puntos)**

Sean  $X$  e  $Y$  dos espacios vectoriales reales y  $T: X \rightarrow Y$  una transformación lineal.

Pruebe que si  $W$  es un subespacio vectorial de  $X$ , entonces  $T(W)$  es un subespacio vectorial de  $Y$ .