ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO LECTIVO: 2024 - 2025	**PERIODO ACADÉMICO:** 2
ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales **COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar	**PROFESORES:** **Paralelo 01:** Jennifer Avilés Monroy **Paralelos 02, 05 y 06:** Eduardo Rivadeneira Molina **Paralelo 03:** Mario Celleri Mujica **Paralelo 04:** Antonio Chong Escobar
EVALUACIÓN: Segunda	**FECHA:** 27 de enero de 2025

COMPONENTE TEÓRICO	
Examen (50 Puntos)	
Promedio de lecciones + Promedio de otras pruebas (50 Puntos)	
TOTAL (100 Puntos)	

COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR
PARA QUE ESTA EVALUACIÓN SEA CALIFICADA

Yo, ____

reconozco que en la presente evaluación:

1) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
2) **sólo** puedo **comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
3) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
4) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se mantenga en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo la evaluación luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
5) **sólo** puedo usar **un bolígrafo** que no sea de tinta roja**, un lápiz, un borrador y un sacapuntas;** mientras que **todo lo demás, incluido cartucheras, calculadoras, laptops y tablets**, debo ubicarlos dentro de mi mochila.
6) no debo usar **abrigos, gafas, relojes, gorras, ni audífonos; mis manos** estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi evaluación; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
7) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
8) debo **desarrollar los temas de manera ordenada y clara** en las hojas de la evaluación, las cuales debo mantener **dobladas del tamaño de una hoja A4**.
9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** ____________________ **PARALELO:** ____

Tema 1

Literal a (5 puntos)

Utilizando el cambio de variable $x = e^t$, transforme la EDO $x^2 y''(x) - 2y(x) = 10x^2 - 1$ en una ecuación no homogénea de coeficientes constantes. Luego, para esta última ecuación, determine la solución complementaria (es decir la solución de la EDO homogénea correspondiente) en términos de la variable "t".

/ 5

Literal b (5 puntos)

Para la ecuación no homogénea de coeficientes constantes obtenida en el literal a, determine una solución particular usando el método de los coeficientes indeterminados y concluya cuál es su solución general. A continuación, concluya cuál es la solución general de la EDO no homogénea de coeficientes variables del literal a.

/ 5

Nombre:____ **Firma:**_____________________________________

Tema 2

Literal a (2 puntos)

Muestre que $x_0 = 0$ es un punto singular regular de la EDO $xy''(x) - y'(x) + (3 + x)y(x) = 0$.

/ 2

Literal b (6 puntos)

Utilizando la teoría de Frobenius, plantee la forma de la solución en serie de potencias alrededor de $x_0 = 0$ para la ecuación diferencial del literal a, luego determine la respectiva ecuación indicial con sus raíces y la relación de recurrencia de los coeficientes de la serie.

/ 6

Literal c (2 puntos)

Con los resultados del literal b, determine la solución en serie correspondiente a la raíz de mayor magnitud de la ecuación indicial, mostrando los coeficientes de sus 4 primeros términos de forma explícita.

/ 2

Tema 3

Literal a (5 puntos)

Enuncie el teorema de la transformada de Laplace de la integral. Luego, utilizando teoremas de la transformada de Laplace determine la transformada de las funciones: $f(t) = \int_0^t t\,cos(t)\,dt$ y $g(t) = e^{2-t}\int_0^t t\,cos(t)\,dt$.

/ 5

Literal b (5 puntos)

Sea $F(S) = \frac{e^{-4nS}}{S^2 - 3}; n \in \mathbb{N}$ la transformada de Laplace de $f(t)$ y sea $H(S) = \sum_{n=1}^{+\infty}\left(e^{-4nS}\frac{log_{1/2}(n)}{S^2 - 3}\right)$ la transformada de Laplace de $h(t)$. Determine $f(t)$ y $h(t)$. Además, determine si $h(9)$ es positivo, negativo o cero.

(Recuerde que $senh(a) > 0$ cuando $a > 0$, $senh(0) = 0$ y $senh(a) < 0$ cuando $a < 0$.)

/ 5

Tema 4

Considere un circuito eléctrico en serie conformado por un resistor de resistencia $R = 4\Omega$, un capacitor de capacitancia $C = 0.25F$ y un inductor de inductancia $L = 1H$, alimentado por una fuente de voltaje $v(t)$. De acuerdo con la ley de Kirchhoff, el sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento del circuito es $\begin{cases} \frac{d}{dt}(q(t)) = i(t) \\ L\frac{d}{dt}(i(t)) + Ri(t) + \frac{1}{C}q(t) = v(t) \end{cases}$, donde $i(t)$ y $q(t)$ denotan la corriente del circuito y la carga del capacitor en cualquier instante t, respectivamente.

Literal a (5 puntos)

Proporcione la ecuación diferencial de orden 2 que se obtiene al reemplazar la primera en la segunda ecuación del sistema. Luego, aplicando la transformada de Laplace en la ecuación obtenida y considerando $q(0) = 0$, $i(0) = 0$ y $v(t) = (t-3)^2\delta(t) + 7\mu\left(t - \frac{\pi}{4}\right)$, muestre que la transformada de la carga del capacitor tiene la forma $A\big(F(S)\big) + B(e^{-CS}G(S))$ donde $F(S) = \frac{1}{(S+D)^2}$ y $G(S) = \frac{1}{S(S+D)^2}$, identificando los valores de las constantes A, B, C y D. (Observación: μ denota la función escalón unitario.)

/ 5

$A =$ __________; $B =$ __________; $C =$ __________; $D =$ __________.

Literal b (5 puntos)

Con los resultados del literal anterior y usando el teorema de la transformada de la convolución de forma inversa, determine la transformada inversa de $F(S)$ y $G(S)$. Luego, concluya cuál es la función de carga del capacitor $q(t)$ y determine si su valor en el instante $t = 1/2$ segundos, supera los "$9/e$" culombios.

/ 5

Tema 5
Literal a (3 puntos)

Plantee la forma de la solución vectorial del sistema $X'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} X(t)$, de acuerdo con el método de valores y vectores propios.

Luego, calcule los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema.

/ 3

Literal b (7 puntos)

Determine un vector propio asociado a cada valor propio hallado en el literal a. Luego, concluya cuál es la solución general del sistema y determine una expresión para la suma de sus componentes evaluadas en el tiempo $t = 0$.

/ 7