

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	II PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	22/noviembre/2021

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica pero no una calculadora; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____ **# DE MATRÍCULA:** _____ **PARALELO:** ____

1. (5 PUNTOS) En la bola abierta $N_{0,1}(-3)$, una función de variable real f cumple con:

$$\left\lfloor \frac{x}{2} - 9 \right\rfloor \leq f(x) \leq x^2 + 6x - 2$$

Enuncie el TEOREMA DEL EMPAREDADO y luego aplíquelo para evaluar:

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$$

2. (6 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + ax + 1} - x$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que su asíntota horizontal sea la recta $y = \frac{1}{6}$.

3. (6 PUNTOS) Dadas las funciones $f: X_f \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g: X_g \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tales que:

$$f(x) = \frac{1}{x-3} \qquad g(x) = \sqrt{x+2}$$

Determine los intervalos de continuidad de la función $h(x)$ definida por:

$$h(x) = f(x+2) + g(x+1)$$

4. (8 PUNTOS) Determine el valor de $k \in \mathbb{R}$ tal que la recta $y = -3x - 4$ sea tangente a la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x + k$.

5. (5 PUNTOS) Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

“Si f es una función racional, entonces f no es derivable en todo su dominio.”

Demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

6. (6 PUNTOS) Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \pi^{\operatorname{sen}(x)} - x^{1/x} + \arctan(\sqrt{x})$$

Obtenga la expresión simplificada correspondiente a f' .

7. (8 PUNTOS) Dada la función $f: A \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = x^{-1}e^x$$

- (a) (1 PUNTO) Determine el conjunto A .
- (b) (7 PUNTOS) Realice un análisis de cálculo diferencial para determinar las posibles asíntotas, los intervalos de monotonía y los valores extremos.

8. (6 PUNTOS) En cierta zona pantanosa, la cantidad c de *miles de mosquitos* se puede modelizar con:

$$c(p) = 200 + 24p + 9p^2 - 2p^3 \quad ; \quad 0 \leq p \leq 7$$

donde p es el número de *pulgadas* de lluvia en cierto período de tiempo, también conocido como precipitación pluvial.

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine la cantidad máxima de mosquitos y la precipitación pluvial que la genera.