

**Escuela Superior Politécnica del Litoral**

**Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas**

Modelo predictivo para la dosificación de coagulante en el proceso de  
potabilización del agua

**Proyecto Integrador**

Previo la obtención del Título de:

**Ingeniero Químico**

Presentado por:

Josué Abraham Mantilla Rocano

Emily Stephannia Ramos Salazar

Guayaquil - Ecuador

Año: 2023

## Dedicatoria

---

El presente proyecto se lo dedico a mis padres, quienes han sido, son y serán siempre mis pilares fundamentales, mis consejeros y quienes me han brindado su apoyo de una manera incondicional. A mi hermana Paulina, y a mi abuelo Raúl, quienes me han brindado su apoyo en situaciones difíciles y que han estado pendientes de mi siempre.

A mi abuela Luzmila, quien siempre me ha inculcado ese amor a Dios que hoy en día me permite culminar mi etapa universitaria.

*Josué Abraham Mantilla Rocano.*

## Dedicatoria

---

Este proyecto se lo dedico principalmente a mis padres, quienes han sido el motivo por el que me encuentro culminando esta etapa, pues me han dado su apoyo y confianza incondicional para alcanzar mis objetivos. A mis hermanos mayores, Lisette y Galo, quienes han sido un ejemplo de responsabilidad y perseverancia.

A mis tíos y primos quienes han mostrado sus mayores éxitos y deseos, mismos que fueron un soporte en todo momento.

*Emily Stephannia Ramos Salazar.*

## Agradecimientos

---

En primer lugar, agradezco a Dios por todas sus bendiciones, y por brindarme esa fortaleza y carácter necesario durante mi etapa universitaria. A mis padres, por apoyarme siempre en todas mis metas. A mis amigos de la universidad: Masu y Julio, quienes siempre me han sabido guiar y apoyar en cada actividad. A mi compañera Emily Ramos, ya que sin ella no hubiese podido culminar este proyecto.

Así también, agradezco de manera especial a la Ing. Cecilia Villacís, a la Dra. Lorena González, y a las Dras. Brigit, Cinthia, Mónica., Roxana y a Johanna, quienes confiaron en mí durante mis pasantías y me han enseñado lo más hermoso del mundo laboral.

A todos ustedes...Muchas Gracias.

*Josué Abraham Mantilla Rocano*

## Agradecimientos

---

En primer lugar, agradezco a Dios por brindarme las capacidades y la fortaleza para poder culminar todas las etapas de mi carrera universitaria. A mis padres, por apoyarme durante el desarrollo de este proyecto. A mis amigos de la carrera María Andrea y Julio, quienes han sido un soporte fundamental durante este proceso. A mi compañero de proyecto y amigo Josué quien fue parte de esta experiencia.

Así también, mi más sincero agradecimiento a todas las personas que con su conocimiento nos supieron guiar para hacer posible este proyecto: nuestra tutora, cotutores y demás profesores.

Finalmente, un agradecimiento especial a la empresa, y sus colaboradores, por la ayuda prestada durante todo este tiempo.

*Emily Stephannia Ramos Salazar*

## Declaración Expresa

---

“Los derechos de titularidad y explotación, nos corresponde conforme al reglamento de propiedad intelectual de la institución; Josué Abraham Mantilla Rocano y Emily Stephannia Ramos Salazar damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual”



---

Emily Stephannia  
Ramos Salazar



---

Josué Abraham Mantilla  
Rocano

## Evaluadores

---

**Ing. Nadia Flores, M. Sc.**

Profesor de Materia

SUANNY  
SOPHIA  
MOSQUERA  
ROMERO



Firmado digitalmente  
por SUANNY SOPHIA  
MOSQUERA ROMERO  
Fecha: 2023.09.01  
16:49:44 -05'00'

---

**Ing. Suanny Mosquera, M. Sc.**

Tutor de proyecto

---

**Ing. Christian Macías, M. Sc.**

Cotutor del Proyecto

## Resumen

La necesidad de controlar los procesos claves en la potabilización del agua, como la coagulación, ha motivado la búsqueda de algoritmos que permitan establecer las condiciones óptimas de operación. Una alternativa es el uso de modelos matemáticos predictivos. Sin embargo, hasta el momento no se cuenta con uno que ofrezca predicciones precisas. Por ello, el objetivo principal de este proyecto es desarrollar un modelo matemático predictivo que considere todas las variables involucradas en el proceso, mejorando así la precisión en las predicciones.

Se aplicó la metodología de Respuesta de Superficie (RSM) la cual permitió establecer funciones polinómicas en las épocas seca y lluviosa, para los sectores A y B que operan en planta. Los modelos matemáticos fueron validados mediante el cálculo del porcentaje de error. Se obtuvieron valores entre un 0.20% y 30.0% para escenarios incluidos dentro del rango de codificación. Para aquellos fuera de rango, el error fue mayor al 50.0%.

Además, se efectuaron predicciones mediante el uso de una Red Neuronal, donde se identificaron correlaciones entre las variables. Finalmente, se llevó a cabo un análisis de robustez para los parámetros fisicoquímicos medibles a escala de laboratorio, donde el error obtenido fue menor a un 15.0%.

**Palabras Clave:** Coagulación, Respuesta de Superficie, Dosificación, Modelo predictivo

## Abstract

The need to control key processes in water purification, such as coagulation, has motivated the search for algorithms to establish the optimal operating conditions. One alternative is the use of predictive mathematical models. However, so far there is no one that offers accurate predictions. Therefore, the main objective of this project is to develop a predictive mathematical model that considers all the variables involved in the process, thus improving prediction accuracy.

The Response Surface Methodology (RSM) was applied, which allowed establishing polynomial functions in the dry and rainy seasons, for sectors A and B that operate in the plant. The mathematical models were validated by calculating the percentage error. Values between 0.20% and 30.0% were obtained for scenarios included within the coding range. For those outside the range, the error was greater than 50.0%.

In addition, predictions were made using a Neural Network, where correlations between variables were identified. Finally, a robustness analysis was carried out for the physicochemical parameters measurable at laboratory scale, where the error obtained was less than 15.0%.

**Key words:** Coagulation, Surface Response, Dosage, Predictive model.

## Índice general

Resumen .....	I
Abstract .....	II
Índice general .....	III
Abreviaturas .....	V
Simbología .....	VI
Índice de figuras.....	VII
Índice de tablas .....	VII
Capítulo 1 .....	1
1.1 Introducción .....	2
1.2 Descripción del problema.....	3
1.3 Justificación del problema.....	4
1.4 Objetivos .....	6
<i>1.4.1 Objetivo general.....</i>	<i>6</i>
<i>1.4.1 Objetivos específicos.....</i>	<i>6</i>
1.5 Marco Teórico .....	6
<i>1.5.1 Descripción del proceso de tratamiento de agua .....</i>	<i>6</i>
<i>1.5.2 Proceso de coagulación .....</i>	<i>7</i>
<i>1.5.3 Conceptos asociados a diseño de experimentos .....</i>	<i>9</i>
1.5.3.1 Diseños experimentales para modelos de primer orden. ....	9
1.5.3.2 Diseños experimentales para modelos de segundo orden.....	10
<i>1.5.4 Técnicas estadísticas predictivas .....</i>	<i>12</i>
1.5.4.1 Red neuronal artificial .....	12
1.5.4.2 Método de respuesta de superficie (RSM) .....	13
Capítulo 2 .....	16

2.1 Metodología.....	17
2.1.1 Proceso.....	17
2.1.2 Recolección de datos.....	18
2.1.3 Análisis preliminar de los datos.....	19
2.1.4 Modelo de Respuesta de Superficie.....	21
2.1.5 Método de redes neuronales.....	25
Capítulo 3.....	28
3.1 Procesamiento de los datos recopilados.....	29
3.2 Evaluación de independencia.....	31
3.3 Aplicación del modelo de regresión lineal múltiple.....	32
3.4 Codificación de datos para la aplicación del modelo RSM.....	35
3.5 Obtención de los modelos matemáticos predictivos.....	40
3.6 Aplicación del método de red neuronal artificial.....	43
3.7 Validación de los resultados.....	44
Capítulo 4.....	28
4.1 Conclusiones.....	29
4.2 Recomendaciones.....	31
Bibliografía.....	34

## Abreviaturas

ESPOL Escuela Superior Politécnica del Litoral

SAL Sulfato de Aluminio Líquido

RSM Response Surface Methodology

INEC Instituto Nacional de Estadísticas y Censos

INEN Instituto Ecuatoriano de Normalización

NTU Nephelometric Turbidity Unit

COT Carbono Orgánico Total

## Simbología

pH	Potencial de Hidrógeno
Al	Aluminio
Fe	Hierro
ppm	Partes por millón
mg/L	Miligramos por litro
$\mu\text{S/cm}$	Micro siemens por centímetro
$^{\circ}\text{C}$	Grados Celsius
Hz	Hertz

### Índice de figuras

<b>Figura.1.1</b> Construcción del diseño central compuesto para 2 factores y 3 factores .....	11
<b>Figura 1.2</b> Diseño de Box-Behnken para un total de 3 factores .....	12
<b>Figura 2.1</b> Esquema del proceso de potabilización de agua de la planta potabilizadora .....	17
<b>Figura 3.1</b> Comportamiento de la turbiedad del agua del año 2021 .....	29
<b>Figura 3.2</b> Comportamiento de la turbiedad del agua del año 2022 .....	30
<b>Figura 3.3</b> Comportamiento de la dosis de SAL del año 2021 .....	30
<b>Figura 3.4</b> Comportamiento dosis de SAL del año 2022 .....	31
<b>Figura 3.5</b> Diagrama de dispersión Color vs Turbiedad .....	31
<b>Figura 3.6</b> Resultados de regresión lineal múltiple en la época lluviosa Sector A .....	31
<b>Figura 3.7</b> Resultados de regresión lineal múltiple en la época lluviosa Sector B .....	31
<b>Figura 3.8</b> Resultados de regresión lineal múltiple en la época seca Sector A .....	31
<b>Figura 3.9</b> Resultados de regresión lineal múltiple en la época seca Sector B .....	31
<b>Figura 3.10</b> Gráfica de los puntos asociados al Diseño Central compuesto (DCC) para 2, 3 y 4 factores .....	39
<b>Figura 3.11</b> Resultados del Modelo de Segundo orden para el sector A-Época Lluviosa .....	41
<b>Figura 3.12</b> Resultados del Modelo de Segundo orden para el sector B-Época Lluviosa .....	41
<b>Figura 3.13</b> Resultados del Modelo de Segundo orden para el sector A-Época Seca .....	41
<b>Figura 3.14</b> Resultados del Modelo de Segundo orden para el sector B-Época Seca .....	41

### Índice de tablas

<b>Tabla 1.1</b> Procesos involucrados en el Tratamiento Preliminar .....	7
<b>Tabla 2.1</b> Variables independientes consideradas en el proceso de coagulación-floculación ....	20
<b>Tabla 3.1</b> Escenarios considerados para un total de 2 factores (k=2) .....	36
<b>Tabla 3.2</b> Escenarios considerados para un total de 3 factores (k=3) .....	36
<b>Tabla 3.3</b> Escenarios considerados para un total de 4 factores (k=4) .....	36
<b>Tabla 3.4</b> Valores considerados para la aplicación de escenarios .....	40
<b>Tabla 3.5</b> Ecuaciones polinómicas obtenidas mediante la aplicación del método RSM .....	43
<b>Tabla 3.6</b> Porcentaje de errores promedio en red neuronal .....	44

<b>Tabla 3.7</b> Porcentajes de error en la predicción de la dosis de Sulfato en el Sector A-Época Lluviosa .....	45
<b>Tabla 3.8</b> Porcentajes de error en la predicción de la dosis de Sulfato para la época Seca-Sector A .....	47
<b>Tabla 3.9</b> Porcentajes de error en la predicción de la dosis de Sulfato en el Sector B-Época Lluviosa .....	48
<b>Tabla 3.10</b> Porcentajes de error en la predicción de la dosis de Sulfato para la época Seca-Sector B .....	49
<b>Tabla 3.11</b> Ensayo de Robustez para los modelos predictivos obtenidos .....	51

## **Capítulo 1**

## 1.1 Introducción

Dado el crecimiento exponencial poblacional a nivel global, la demanda de agua seguirá aumentando considerablemente. Por esta razón, resulta un punto clave considerar el desarrollo y la optimización de procesos orientados a la adecuación de los parámetros de este recurso que garanticen su inocuidad.

La operación de potabilización del agua involucra una serie de fases que se aplican sobre el agua cruda con la finalidad de volverla apta para el consumo humano. Dentro de estas etapas, los procesos de coagulación-floculación representan un papel fundamental al eliminar sólidos en suspensión, en especial coloides, mediante la adición de reactivos denominados coagulantes o floculantes. Sin embargo, existen varios factores que pueden influir en la eficiencia del proceso al momento de remover contaminantes. Por lo tanto, resulta importante establecer metodologías que identifiquen estos efectos para determinar la dosis óptima del coagulante.

Considerando que el proceso involucra gran cantidad de variables de proceso y de laboratorio, se requiere el uso de herramientas informáticas que ayuden al procesamiento de información y permitan modelar la operación. Por lo que, en este estudio se busca la implementación de modelos matemáticos predictivos para la dosificación de coagulante mediante la correlación de parámetros fisicoquímicos del agua cruda.

En este primer capítulo se abarca la contextualización del problema a resolver, considerando aspectos generales del proceso de potabilización del agua y particularidades del proceso de coagulación. Además, se establecen las razones para el desarrollo de la investigación, los objetivos a alcanzar, así como la importancia de la investigación. En el siguiente capítulo, se detalla la metodología de respuesta de superficie y red neuronal artificial, las cuales permitieron

modelar el proceso y establecer valores de dosis de coagulante asociados a las características fisicoquímicas del agua. Finalmente, se presentan los resultados y las debidas conclusiones en los capítulos posteriores.

## **1.2 Descripción del problema**

Según el último censo efectuado por el INEC, la ciudad de Guayaquil cuenta con un total de 2.723.000 habitantes (INEC, 2022). El agua potable que se le proporciona a esta ciudad proviene principalmente del río Daule, el cual, es empleado como punto de captación de agua cruda por una importante planta de Tratamiento del sector. La planta usa equipos de bombeo y líneas de tubería, para conducir el agua hacia la planta que ejecuta la potabilización del agua y provee este recurso vital a las comunidades de Guayaquil.

La planta tiene un proceso de tratamiento que consta de varias operaciones que se encargan de ajustar los parámetros fisicoquímicos del agua acorde a lo que se estipula en la Normativa 1108:2020-04 del INEN (Instituto Ecuatoriano de Normalización, 2020). Esta normativa plantea los valores permisibles que deben cumplirse para parámetros como turbiedad, color, olor, pH, contenido orgánico total, entre otros.

Debido a la posición geográfica de Guayaquil, su clima es fluctuante. En el primer trimestre del año, suele presentar precipitaciones y un contenido elevado de humedad; mientras que, el resto del año se tiene un clima seco. Como resultado de los cambios en las condiciones climáticas, el contenido de materia orgánica varía, lo que produce una modificación principalmente a la turbiedad del agua, afectando así la dosificación de coagulante.

En la planta, se llevan a cabo pruebas experimentales como la prueba de Jarras para el cálculo de la dosificación. Sin embargo, dicha dosis no es semejante a la que se aplica en el

departamento de producción. El motivo principal de dicha diferencia se fundamenta en la facilidad que se tiene a escala experimental de controlar variables como contenido de materia orgánica, turbiedad, velocidad de agitación, entre otras. Al momento de considerar grandes volúmenes de agua, el control sobre cada uno de estos parámetros resulta más complejo, dando como resultado diferencias en las dosis de coagulante. Por parte del cliente, se ha llevado a cabo el desarrollo e implementación de algoritmos matemáticos y computacionales que han considerado algunos parámetros medibles en el agua. Pese a ello, al no considerar todo el conjunto de datos, muchos de estos algoritmos no ofrecen resultados precisos en cuanto a dosificación óptima. Esto se traduce en el problema fundamental que actualmente afronta el cliente: un consumo excesivo de coagulante.

### **1.3 Justificación del problema**

Uno de los recursos naturales más importantes es el agua, la cual constituye el eje fundamental para acceder a un desarrollo sostenible; además, puede emplearse como medio para la producción de energía, alimentos, entre otros (Naciones Unidas, 2021). A raíz de reconocer su relevancia, se han implementado plantas potabilizadoras químicas y sistemas de saneamiento que tienen como finalidad garantizar una mejora continua en la calidad del agua.

Un aspecto importante que considerar es la calidad inicial del agua cruda (agua de río) que se emplea en los procesos de tratamiento. Debido a diferentes actividades tales como: agropecuarias, industriales, vertimientos, entre otros; existe un deterioro progresivo en la calidad del agua de río (Quiroz, Izquierdo, & Menéndez, 2017). En consecuencia, resulta cada vez más complejo poder remover los sólidos suspendidos que se generan.

Los procesos de coagulación y floculación clarifican el agua mediante la adición de agentes químicos que remueven los sólidos suspendidos, generando un agua apta para continuar con los procesos de filtración y cloración (Yagual, 2012). Es importante conocer bien la cantidad de coagulante que se emplee en el proceso de coagulación, ya que, a medida que exista una mayor concentración de este componente, se genera una mayor cantidad de lodos que deben ser removidos por procesos de sedimentación. Esto implica la generación de residuos sólidos que deben gestionarse por parte de la planta, lo cual, se traduce en una mayor inversión económica.

A escala experimental, se suele considerar el uso de una prueba conocida como “Test de jarras” que permite determinar la dosis óptima de coagulante. Además, ofrece información sobre la velocidad de agitación requerida para el aglutinamiento del material sólido presente en el agua (Mascarós, 2013). Al momento de establecer una comparación entre la dosis calculada en el laboratorio, con la que se aplica en planta, se observa una diferencia y es que el comportamiento dinámico de las variables en el caudal que se capta del río impide que se ejerza un control eficiente sobre todos los parámetros fisicoquímicos que se asocian a la dosis de coagulante. Debido a ello, muchas veces no se conoce una dosis precisa, lo que se traduce en un consumo excesivo de coagulante al desconocer la concentración exacta requerida.

Poder implementar modelos matemáticos predictivos que permitan determinar la dosificación de Sulfato de Aluminio (SAL) al considerar los parámetros fisicoquímicos del agua cruda podría brindar un beneficio económico al cliente al reducir el consumo excesivo de reactivo. Por lo tanto, el impacto de esta propuesta se enfoca, de manera puntual, en la optimización del proceso de coagulación.

## **1.4 Objetivos**

### ***1.4.1 Objetivo general***

Proponer un modelo matemático predictivo basado en el análisis de parámetros fisicoquímicos del agua cruda para la determinación de la dosis óptima de coagulante (Sulfato de Aluminio-SAL).

### ***1.4.1 Objetivos específicos***

- Identificar el grado de influencia de los parámetros fisicoquímicos del agua en el proceso de coagulación-floculación analizando la base de datos de la operación.
- Desarrollar una función matemática a través de algoritmos computacionales que permita la interrelación de las variables del proceso con la dosificación de coagulante.
- Determinar el grado de precisión del modelo matemático desarrollado mediante la comparación de los resultados experimentales y los obtenidos a través de algoritmo.

## **1.5 Marco Teórico**

### ***1.5.1 Descripción del proceso de tratamiento de agua***

El tratamiento de aguas está conformado por una serie de fases y operaciones que se aplican al agua cruda con la finalidad de modificar sus características y volverla apta para el consumo humano. De manera general, el proceso de potabilización inicia con la implementación de tratamientos preliminares:

**Tabla 1.1***Procesos involucrados en el Tratamiento Preliminar*

<b>Proceso</b>	<b>Descripción</b>
Cribado	Considera el uso de rejillas o cribas, mismas que permiten remover material sólido voluminoso presente en el agua a tratar.
Remoción de arenas (Desarenador)	Tiene como finalidad remover los materiales sólidos inorgánicos que puedan generar un desgaste mecánico en etapas posteriores.
Ecualización	Ayuda a regular (homogenizar) la tasa de flujo que se tiene dentro de la etapa preliminar de tratamiento.
Aireación	Ayuda a evitar problemas de corrosión, además de reducir la Demanda Biológica de Oxígeno (DBO)

*Nota.* Información adaptada de (Riffat, 2013)

En cuanto al cliente, el proceso de tratamiento inicia al caracterizar el agua cruda proveniente del Río Daule, obtenida a partir de sistemas de bombeo, a la cual se le han administrado tratamientos preliminares de cribado. Una vez que se conocen las características del agua de ingreso, se inicia el proceso de dosificación de químicos, para luego dirigirse a los clarificadores e iniciar el proceso de decantación. A continuación, el agua resultante es filtrada mediante el uso de distintos tipos de grava y arena, para finalmente proceder con el suministro de cloro como agente de desinfección.

### ***1.5.2 Proceso de coagulación***

La coagulación es un proceso mediante el cual el material particulado presente en el agua cruda se transforma en coágulos. Este proceso se lleva a cabo mediante la adición de un agente químico; a medida que el reactivo se añade al sistema, el diámetro del material sólido aumenta. Una vez finalizado este proceso, los coágulos que se han formado son removidos por filtración,

sedimentación, u otros mecanismos auxiliares. En este estudio, se considera el uso de Sulfato de Aluminio Líquido (SAL) como agente coagulante, y Floquat como agente floculante.

Típicamente, las partículas que se encuentran disueltas en agua están cargadas negativamente. Para fomentar el proceso de aglutinamiento, se debe neutralizar la carga presente en el agua, lo cual, implica añadir una sustancia que genere iones positivos. Entre las sustancias que se aplican para efectuar el proceso de neutralización, se tienen aquellas que derivan de sales de aluminio (Al) o hierro (Fe), mismas que en disolución, liberan cationes, facilitando la síntesis de coágulos. Por ello, es muy común el uso de SAL como agente coagulante (Mackenzie, 2010).

Un parámetro que resulta imperante contemplar a fin de garantizar la eficiencia del proceso de coagulación es la turbiedad final alcanzada en el agua tratada. La turbidez hace referencia a la presencia de partículas sólidas que generan una dispersión de la luz; como resultado, la tonalidad del agua también se ve afectada considerablemente, haciéndose mucho más oscura (Schroeder, 2003).

Dentro de los estándares de calidad del agua, siempre que este sea destinado a consumo humano, se tiene un límite máximo permisible de 5 NTU (Unidades Nefelométricas) (Instituto Ecuatoriano de Normalización, 2020). En la planta de tratamiento, se debe llevar un registro de los valores de este parámetro previo y posterior a la ejecución de la operación de coagulación, verificando así la eficiencia del proceso.

Como todo proceso químico, existen factores que influyen en el proceso de coagulación, entre los cuales se tienen: temperatura, pH, cantidad de materia orgánica, alcalinidad, entre otros (Perez de la Cruz & Urrea, 2012). A escala experimental, cada uno de estos parámetros son

medidos a fin de determinar una dosis óptima, misma que debe posteriormente aplicarse a escala global en el proceso de tratamiento de aguas.

### ***1.5.3 Conceptos asociados a diseño de experimentos***

Cuando se lleva a cabo el estudio de un proceso en el cual se ven inmersos una gran variedad de parámetros, se suele recurrir al diseño de experimentos. Este proceso consiste en analizar un conjunto de datos mediante la aplicación de métodos estadísticos que le permitan al autor establecer conclusiones objetivas y precisas (Westreicher, 2021). El objetivo principal es llegar a identificar la interacción de variables, esto es, determinar qué parámetros tienen una mayor influencia sobre una variable de respuesta de interés. (Benitez, 2010)

El conjunto de todas las variables independientes asociadas a un diseño experimental se conoce como factores. Estos factores pueden definirse como controlables (aquellos que presentan un valor fijo) y no controlables. Cada uno de los factores puede presentar uno o varios valores que describen su comportamiento dentro de la operación. A fin de poder optimizar el tratamiento estadístico de los datos, se suelen categorizar los diferentes valores asociados a cada factor.

Cada una de las categorías que se asignan a un factor se denominan niveles (Yepes, Definiciones básicas del Diseño de Experimentos, 2013). En todo diseño experimental, se debe establecer las condiciones bajo las cuales se llevará a cabo el estudio del proceso que se ha seleccionado previamente. La naturaleza bajo la cual se desarrolla la experimentación con cada factor se denomina tratamiento (Mendoza, 2000).

**1.5.3.1 Diseños experimentales para modelos de primer orden.** Un *diseño factorial* consiste en llevar a cabo una experimentación considerando todos los tratamientos que se obtienen al combinar cada nivel de un factor con los niveles de otro. Por lo regular, este diseño

es ampliamente usado cuando se tienen dos factores, sin embargo, se puede ampliar para un total de  $k$  factores (Palomo, 2011). El *diseño factorial fraccionado* se define como aquel conjunto de experimentos que se deriva del total de eventos que el investigador requeriría efectuar si desarrolla un diseño factorial completo.

Cuando se tienen más de 5 factores, el número de experimentos resultantes es considerablemente alto. En la práctica, el uso de recursos para desarrollar estos experimentos es limitado, por ello, se suele recurrir a un diseño factorial fraccionado. Cabe recalcar que, el hecho de considerar menos experimentos en esta metodología no implica que genere resultados menos precisos (Fernández, 2020).

**1.5.3.2 Diseños experimentales para modelos de segundo orden.** Los diseños experimentales de segundo orden son aplicables cuando se tienen dos o más factores que se encuentran relacionados significativamente al proceso. El algoritmo permite estudiar los efectos cuadráticos o de curvatura pura, adicionales a los efectos lineales y de interacción. Este método resulta útil cuando se prevé que las condiciones óptimas de operación ya se encuentran incluidas dentro de la región experimental (Gutierrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008). Los diseños experimentales que comúnmente se aplican son: diseño central compuesto (DCC) y el diseño de Box-Behnken.

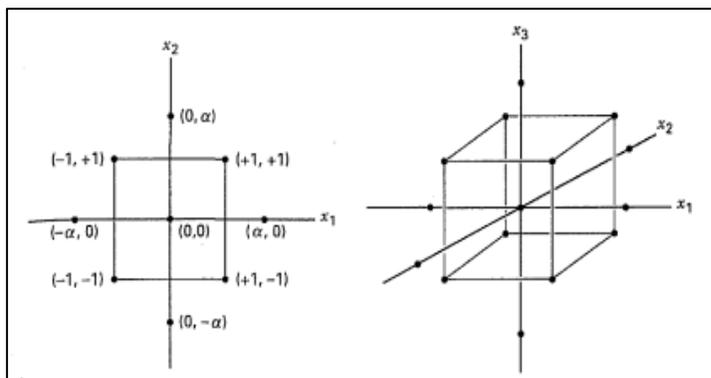
El *diseño central compuesto* se aplica comúnmente cuando se tiene una gran variedad de factores y se requiere de una flexibilidad en la manipulación de estos. Considerando que  $k$  es el número de factores considerados en el experimento, y  $n$ , es un parámetro que permite representar una cantidad finita de una variable de interés, este diseño consta de:

- Una porción factorial, misma que se constituye de un diseño factorial  $2k$  o un diseño factorial fraccionado  $2k-p$ .
- $n_o$  puntos centrales asociados al diseño, para ello, debe cumplirse que  $n_o \geq 1$
- $2k$  puntos sobre cada uno de los ejes considerados en el diseño, mismos que se ubican a una distancia  $\alpha$  del origen.

La configuración final de este diseño experimental dependerá de cuántos factores se tengan asociados al modelo. En la figura 1.1 se muestran las configuraciones experimentales para 2 y 3 factores.

**Figura. 1.1**

*Construcción del diseño central compuesto para 2 factores y 3 factores*



*Nota:* Gráfico obtenido de (Montgomery, 2004)

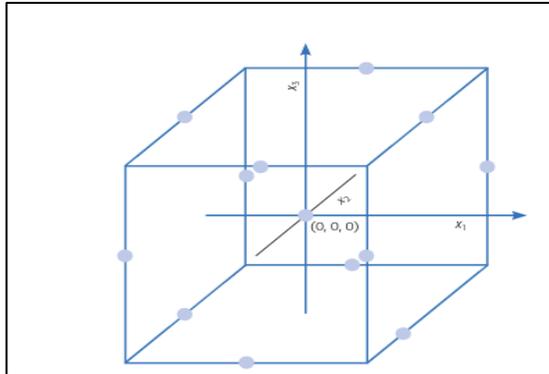
Por otra parte, el *diseño de Box-Behnken* resulta de gran utilidad cuando se tienen 3 o más factores, además, garantiza una alta efectividad al momento de ejecutar las diferentes corridas. Es un diseño rotatable a casi rotatable, ya que, se distingue por no incluir los tratamientos

de los vértices de la región experimental delimitada. (Gutierrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008).

*Nota:* Gráfico obtenido de (Gutierrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008).

### Figura 1.2

*Diseño de Box-Behnken para un total de 3 factores*



#### 1.5.4 Técnicas estadísticas predictivas

**1.5.4.1 Red neuronal artificial.** Algoritmo matemático que permite abordar un proceso que se ve sujeto a un conjunto de variables. Esta herramienta es capaz de realizar ajustes de forma autónoma a medida que el usuario ingresa un conjunto de datos para cada variable que se desea estudiar. El campo de aplicación de esta técnica se ve enfocada mayoritariamente en resolver problemas donde no necesariamente exista una relación lineal entre las variables. (Rouse, 2023)

Esta herramienta considera tres tipos de redes: una primera red se ve conformada exclusivamente por los nodos que representan las variables de entrada del proceso. Las redes medias, conocidas también como capas ocultas, no tienen un número fijo de nodos. La técnica ANN se vuelve dinámica en este punto ya que existen múltiples formas de determinar el número de nodos en la capa oculta, entre las cuales se tiene:

$$L = \frac{m + n}{2} + c \quad (1.1)$$

Donde L es el número de nodos que componen la capa oculta, c es una constante comprendida entre:  $1 < c < 10$ , m y n representan los nodos de entrada y salida del proceso respectivamente. Una vez se conoce el número total de nodos de la capa oculta, el algoritmo de esta herramienta procede a establecer un determinado número de relaciones mediante técnicas estadísticas de diseño de eventos. Como resultado, se establecen relaciones entre los nodos de entrada y aquellos que se tienen en la capa oculta. (Song, Zhao, Song, & Liu, 2009)

Finalmente, la técnica realiza una administración de los resultados de los experimentos relacionados con el número de eventos que se definen previamente. Mediante la minimización del error, se obtiene una respuesta a la variable de salida del proceso en cuestión. La última capa sólo está conformada por un único nodo y es precisamente el que permite obtener un valor predictivo de la variable de interés. Para el caso particular de este estudio, este único nodo en la capa final representa la dosificación de coagulante.

**1.5.4.2 Método de respuesta de superficie (RSM).** Esta metodología consiste en hacer uso de un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas para el modelamiento y análisis de un determinado proceso. Si se cuenta con más de 3 variables que influyen en un parámetro de interés, se suele considerar la aplicación de este método. El objetivo final es precisamente determinar cuáles son los valores asociados a cada factor (variable) que permiten optimizar la variable de respuesta (Yepes Piqueras, 2016). Al momento de optimizar el comportamiento de las variables, se logra entonces una mayor eficiencia en el proceso. Cabe recalcar que dicha optimización puede corresponder a una maximización o minimización, esto dependerá totalmente del contexto del problema abordado.

Si para un proceso en particular, la variable de respuesta  $y$  se ve asociada a los factores  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  entonces:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) + \varepsilon \quad (1.2)$$

Donde  $\varepsilon$  denota un error experimental u observable asociado a la variable de respuesta  $y$ .

Si ahora, denotamos a la superficie que describe la función como:

$$E(y) = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \eta \quad (1.3)$$

Se denomina a  $\eta = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  como Superficie de respuesta (Montgomery, 2004).

En un inicio, el investigador desconoce qué relación existe entre la variable de respuesta y las variables independientes que se asocian al proceso. Por ello, un primer paso en el método RSM es plantear un polinomio de bajo orden, por ejemplo, una función lineal entre la variable de respuesta y las variables de entrada. Siempre que dicha función permita modelar de forma adecuada el proceso, se dice entonces que este es de primer orden.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (1.4)$$

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_i \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (1.5)$$

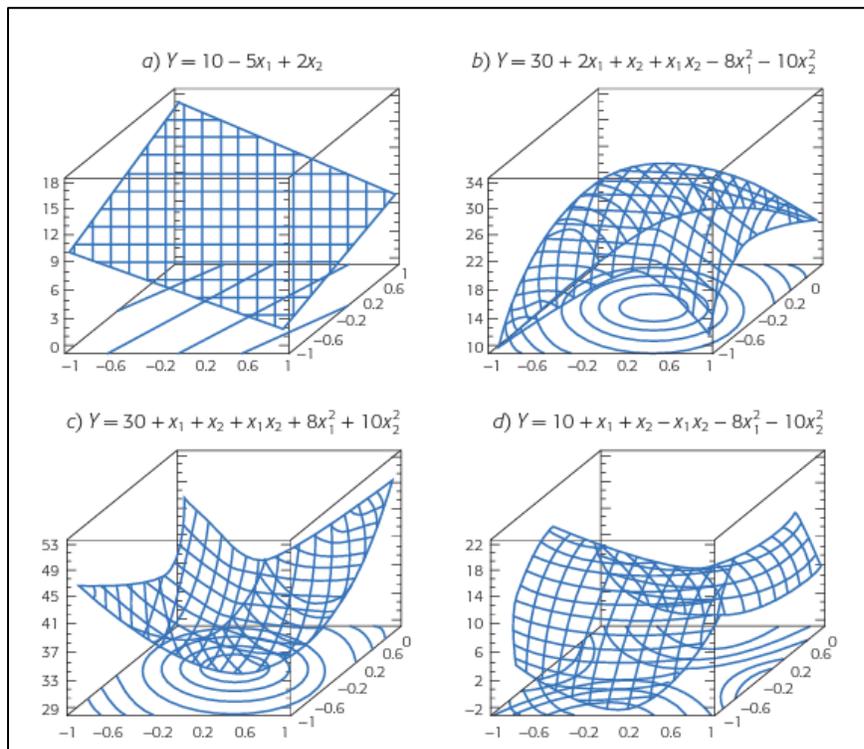
En caso de que este modelo inicial no se ajuste, entonces se investiga por la significancia de la curvatura. Si se llegase a comprobar que existe una curvatura significativa, entonces se ajusta el comportamiento de los datos a un modelo de segundo orden.

*Nota:* Información obtenida de (Gutierrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

En la **Figura 1.3** se muestran los diferentes casos asociados a las superficies de respuesta.

**Figura 1.3**

*Superficies de Respuesta de primer y segundo orden*



Cuando el conjunto de datos se puede ajustar a un modelo de primer orden, la gráfica que se obtiene es un hiperplano (Figura 1.3a). Por otra parte, en caso de confirmarse la curvatura, las gráficas que se obtienen pueden ser: tipo montaña (Figura 1.3b), una superficie con valor mínimo (valle) (Figura 1.3c) y una superficie con punto de silla (minimax) (Figura 1.4d) (Gutierrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008).

## **Capítulo 2**

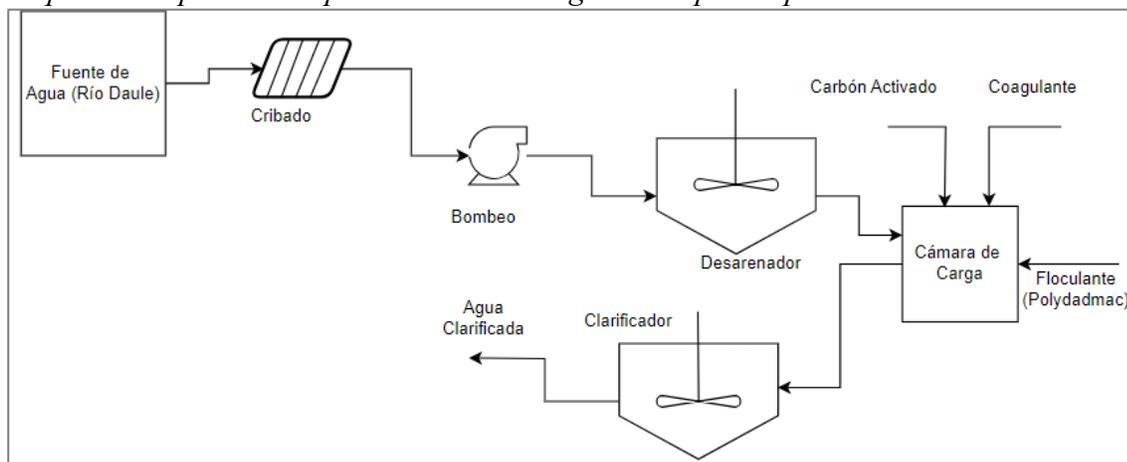
## 2.1 Metodología.

### 2.1.1 Proceso

El proceso de potabilización de agua, tal como se describe en el Capítulo 1, cuenta con una serie de pasos que permiten la transformación del agua cruda en apta para el consumo humano. El enfoque de esta investigación se basa en una de estas etapas, la coagulación, la cual se considera desde el ingreso del agua proveniente del río Daule hasta el agua de salida del proceso de clarificación. A continuación, se incluye un esquema del sistema:

**Figura 2.1**

*Esquema del proceso de potabilización de agua de la planta potabilizadora*



El agua de entrada, la cual presenta propiedades fisicoquímicas variables, se distribuye a lo largo de la planta en dos diferentes sectores. A cada sección se le añade una dosis específica de coagulante SAL, y polímero floculante (e.g.- Floquat), con la finalidad de iniciar el proceso de tratamiento de agua. A continuación, el agua pasa a los clarificadores donde se inicia la sedimentación. La planta cuenta con seis clarificadores por cada sector y considera límites establecidos para la turbiedad del agua de salida, conocida también como agua decantada, que varían de 2 a 4 NTU.

Por lo tanto, una vez se delimitó el enfoque del estudio se consideraron para la investigación las variables asociadas a las propiedades fisicoquímicas del agua de ingreso, las variables operacionales de los clarificadores y la dosificación tanto de coagulante como de polímero. No obstante, resulta importante determinar el origen de los datos asociados a cada uno de los factores considerados.

### ***2.1.2 Recolección de datos***

Para la obtención de información se aplicaron principalmente técnicas de investigación cualitativas. En primer lugar, se realizaron entrevistas al personal a cargo con el objetivo de entender tanto la parte operacional de la planta, así como el manejo de la información asociada al proceso de coagulación. Además, se efectuó el análisis de documentos compartidos por la empresa basado en los datos históricos de la planta de tratamiento y de información bibliográfica relacionada. Por otro lado, se implementó la técnica de la observación participativa, la cual permitió interactuar con el personal de producción y así conocer a detalle el proceso de dosificación de coagulante enfatizando en las variables involucradas.

A partir de los datos históricos, se recopiló la información correspondiente entre los periodos de enero 2021 hasta abril 2023. Dentro de este periodo se consideraron las variables relacionadas con las propiedades fisicoquímicas del agua de entrada, las cuales se obtienen a partir de ensayos de laboratorio y por sensores ubicados en la planta de tratamiento. Las mediciones de laboratorio se realizan para turbiedad, pH, temperatura, color, conductividad, materia orgánica, carbono orgánico total y nitrógeno amoniacal; mientras las operativas, medidas en línea, corresponden a turbiedad, pH y temperatura. De la misma manera, para las variables

asociadas al clarificador se consideraron la frecuencia de agitación, el caudal de agua cruda, la consigna de agua decantada y las dosis de coagulante y polímero.

Los datos recopilados se ordenaron por fecha y hora en una hoja de cálculo de Excel. Al considerar que algunos datos asociados a laboratorio solo contaban con información a las 8:00 am, se estableció a la misma como hora común para todas las variables a utilizar. Por otra parte, al determinar, mediante entrevistas, la falta de efectividad de los métodos implementados para la medición de carbono orgánico total y nitrógeno amoniacal se prescindió de ambas variables.

Finalmente, para garantizar que la base de datos se encuentre apta para el procesamiento, se realizó una revisión y limpieza general para aquellos que presentaban valores de cero o valores inconsistentes de acuerdo con cada variable. Estas situaciones se presentaron por problemas de tipeo, por falta de reactivo para realizar las mediciones o, debido a que los clarificadores se encontraban en mantenimiento.

### ***2.1.3 Análisis preliminar de los datos***

Una vez obtenida la base de datos, se estudió el comportamiento de las variables de manera individual mediante la implementación de gráficos de columnas utilizando la herramienta Microsoft Excel (versión 2021 18.0). Considerando que este tipo de gráficos permite mostrar la conducta de una variable cuantitativa en base a un periodo de tiempo (Camm, Cochran, Fry, & Ohlmann, 2022). Se utilizó este análisis para establecer los periodos de tiempo que corresponden a la época lluviosa y a la época seca.

Luego de realizar la división por temporadas, se aplicó la herramienta de caja y bigotes para cada variable con el fin de obtener la estadística básica que ayude a visualizar los rangos en los que se mantienen en cada periodo. Este tipo de diagrama muestra información procedente de

los cuartiles, mediana, valores máximos y mínimos, así como valores atípicos, lo que determina también la simetría de la distribución de datos (García Fernández , 2022). Para la aplicación de esta técnica se utilizó el software **Rstudio (versión 4.3.1)** considerando la función **boxplot**, la cual tiene como argumento la variable de interés.

A continuación, se aplicaron diagramas de dispersión entre cada una de las variables con la finalidad de evaluar las dependencias entre sí. Para esto se utilizó el software Rstudio con la función **plot**, a la cual se le indica argumento para “x” y “y” siendo los mismos determinados por las variables que se requieran relacionar. A partir de este análisis visual, se establece el uso de la función **cor** para determinar el coeficiente de correlación de Pearson. El mismo permite establecer la relación lineal existente entre dos variables mediante valores de -1 a +1, siendo que los valores menores a 0 muestran una relación en sentido inverso; cero o valores cercanos la ausencia de relación lineal; y un valor positivo cercano a 1 una relación en sentido directo. (Camargo Uribe, 2021)

Posteriormente, se aplicaron metodologías estadísticas con las cuales se identificó qué variables presentan una relación más significativa con la dosis de coagulante. Mediante una prueba de regresión lineal múltiple en el software Rstudio, se determinó el nivel de significancia entre la dosificación y las variables independientes que se incluyen en la Tabla 2.1.

**Tabla 2.1**

*VARIABLES INDEPENDIENTES CONSIDERADAS EN EL PROCESO DE COAGULACIÓN-FLOCULACIÓN*

<b>Variables de Laboratorio</b>	<b>Variables de Planta</b>
Conductividad	Frecuencia agitación clarificador
pH	Caudal Agua cruda
Temperatura	Porcentaje de Manto

Color	Consigna de Turbiedad
Turbiedad	pH
Alcalinidad	Temperatura
Materia Orgánica	Color
Dosis de Polímero	

*Nota:* Para las variables de pH, temperatura y color se considera el promedio.

El modelo de regresión múltiple aplicado consiste en una prueba de hipótesis donde se evalúa la probabilidad de que ocurra un determinado evento (hipótesis). Se establecieron dos hipótesis: la primera indica una independencia entre la dosis de coagulante y los parámetros medibles (hipótesis nula). Por otra parte, la hipótesis alternativa sugiere que existe una relación entre la dosis y las variables asociadas al proceso de coagulación.

Una vez se efectuó el modelo de regresión múltiple, se buscó establecer la significancia de cada variable con el análisis del valor p. Este parámetro indica cuál es el menor nivel de significancia en el cual, está permitido rechazar la hipótesis nula (Beers, 2023). Siempre que:

$$p < 0,05$$

La hipótesis nula se rechaza, y todas aquellas variables que presenten un valor p menor a 0.05, serán consideradas significativas. Para establecer las variables con mayor significancia, se consideró la herramienta *summary*, la cual permite visualizar los valores p de cada parámetro.

#### ***2.1.4 Modelo de Respuesta de Superficie***

Para el planteamiento de la función polinomial predictiva, se consideró establecer un *diseño experimental central compuesto*. Siempre que existen más de 3 factores (variables) asociadas al comportamiento de una variable de interés, esta técnica permite determinar las mejores combinaciones a fin de garantizar un ajuste óptimo del modelo (Gutierrez Pulido & De

la Vara Salazar, 2008). Otro aspecto importante por destacar es que, este tipo de diseño experimental puede ajustarse a modelos de primer y segundo orden. Esto último resulta de utilidad ya que, siempre que se abordan problemas en ingeniería donde se tiene más de una variable, el comportamiento del proceso típicamente es no lineal. Aparte de considerar un mejor ajuste en los datos, este diseño experimental permite la determinación de las condiciones óptimas del proceso; esto se logra al combinar esta técnica con un modelo de respuesta de superficie (Montgomery, 2004).

Se hizo uso de la librería *rsm* en *Rstudio*, la cual proporciona funciones matemáticas de segundo orden sujetas a un determinado número de parámetros. Cabe recalcar que, la aplicación de esta metodología resulta más eficiente si se ve sujeta a dos o tres factores. Además, permite generar gráficas de superficie donde se pueda establecer la trayectoria de ascenso/descenso para la máxima pendiente asociada al conjunto de datos.

Para la estimación de los diferentes coeficientes asociados a la función polinomial de segundo orden del modelo predictivo, se consideró el uso de un diseño central compuesto. Particularmente en este estudio, este diseño experimental fue abordado en su variante circunscrita, esto es, se consideraron los experimentos asociados al diseño factorial, los puntos axiales y los puntos centrales.

Los puntos experimentales que se obtuvieron vienen descritos por la siguiente ecuación:

$$N_f = n_f + 2k + n_c \quad (2.1)$$

Donde:

$n_f$ :  $2^k$  puntos factoriales [establecen los valores máximos y mínimos para cada variable]

$2k$ : puntos axiales: establecen los nuevos extremos máximos y mínimos de cada uno de los factores.

$n_c$ : puntos centrales.

Una característica importante en los diseños experimentales de segundo orden es la rotabilidad. Se dice que un diseño de experimentos es rotable cuando la varianza de cada uno de los puntos  $x$  es la misma con respecto al punto central del diseño. Para que esta característica se cumpla dichos puntos deben ser equidistantes (Montgomery, 2004).

Otro parámetro que resulta menester es el valor que corresponde a la distancia de los puntos axiales con respecto al punto central sobre el cual se efectúa el diseño. Este parámetro es conocido como distancia ( $\alpha$ ). A fin de poder asegurar una rotabilidad, se debe cumplir que:

$$\alpha = (2k)^{\frac{1}{4}} \quad (2.2)$$

Una vez se implementó este diseño, se contó con un total de 5 niveles para cada factor expresados como  $(-\alpha, -1, 0, +1, +\alpha)$  los cuales corresponden al punto axial mínimo, punto factorial mínimo, punto central, punto factorial máximo y punto axial máximo, respectivamente.

El proceso de codificación para cada variable(factor) considera la siguiente expresión:

$$x_i = \frac{\xi_i - \frac{[\max(\xi_i) + \min(\xi_i)]}{2}}{\frac{[\max(\xi_i) - \min(\xi_i)]}{2}} \quad (2.3)$$

A partir de esta expresión, se procede a establecer un rango bajo el cual se llevará a cabo la creación de los escenarios para el modelo de Superficie de Respuesta. A continuación, se ilustra la aplicación de este algoritmo considerando la variable turbiedad en la época lluviosa, para el sector B:

$$x_1 = \frac{\xi_1 - \frac{[183 + 65]}{2}}{\frac{[183 - 65]}{2}} = \frac{\xi_1 - 124}{59}$$

A partir de esta expresión, podemos establecer que el punto mínimo axial, el punto central, y el punto máximo axial son 65;124 y 183 respectivamente. El valor del denominador indica la distancia que existe entre los valores mínimo y máximo axial con respecto al punto central. Sin embargo, el diseño central con la variante circunscrita considera un total de cinco puntos, donde cada uno debe ser equidistante. Por ello, se dividió el valor de 59 a la mitad, de tal forma que se obtuvieron los puntos mínimo y máximo factorial, siendo estos 94.5 y 153.5 respectivamente. De esta forma, se obtienen finalmente los cinco puntos que requiere el diseño; cuando se ingresa esta expresión en el software Rstudio, el algoritmo se ejecuta de forma inmediata. Es así como:

$$(-1.4142, -1, 0, +1, +1.4142) = (65; 94.5; 124; 153.5; 183)$$

Mediante la función *ccd()* se generó el diseño central compuesto en el software Rstudio, mismo que, le solicita al usuario defina los siguientes argumentos:

- **basis:** Indicar el número de factores a considerar.
- **n0:** número de puntos centrales considerados en el diseño.
- **randomize:** valor lógico el cual le consulta al usuario si desea generar una aleatoriedad al momento de ejecutar las corridas experimentales.

- **alpha:** valor numérico aplicado al ensayo, en caso de considerar ortogonalidad, se ubica el string “ortogonal”
- **inscribed:** valor lógico del algoritmo que le consulta al usuario si se desea aplicar la variante inscrita del diseño experimental.
- **coding:** listado de fórmulas que permiten codificar los factores contemplados en el diseño.

Una vez definidos cada uno de estos argumentos en el algoritmo, el software Rstudio presenta los valores codificados asociados a cada variable, permitiendo así la obtención del modelo predictivo.

### ***2.1.5 Método de redes neuronales***

La metodología de redes neuronales establece relaciones entre variables que no poseen una relación lineal mediante el análisis del comportamiento de un conjunto de datos (Rouse, 2023). Para la implementación de la metodología de redes neuronales, se utilizó el software Rstudio, considerando las librerías *neuralnet*, *caTools* y *neuralnetTools*. Como primer paso se requiere leer la hoja de cálculo de Excel donde se encuentra la base de datos del proceso, esto se realiza utilizando la herramienta *Import Database*. Posteriormente, se requiere escalar las variables independientes con el objetivo de que todas las variables puedan ser comparables entre sí y así el programa determine la incidencia de cada una. Para este paso se hace uso de la función *escale* y *cbind*, que permite concatenar columnas, para crear un nuevo arreglo entre la variable de respuesta y las variables escaladas.

A continuación, se definen variables para el entrenamiento y el testeo, para esto se utiliza la función *sample.split* a la cual se le indica la proporción de datos a utilizar, en este caso se define una relación de 70-30. Esto indica que el 70% de la base de datos se utilizará para que el software establezca el comportamiento de los datos, mientras el 30% será utilizado para comparar los resultados de predicción.

Una vez se definieron estas bases, se procede a usar la función *neuralnet* para iniciar con la aplicación del modelo. Dentro de esta función se especifica: la formula; la data a utilizar, en este caso la definida para el entrenamiento; el número de capas ocultas; el número de neuronas; y el número de pasos máximos. La función por detallar en este punto se basa en relacionar la variable de respuesta con las variables independientes a través de la virgulilla.

Finalmente, para poder predecir se hizo uso de la función *compute* y el modelo definido anteriormente. Sin embargo, en esta ocasión se consideró la muestra establecida para el testeo. Para evaluar la efectividad del pronóstico se realizó una comparación de los valores obtenidos con la muestra de testeo original mediante el porcentaje de error dado por:

$$\%error = \frac{|Valor_{predicción} - Valor_{actual}|}{Valor_{actual}} \times 100$$

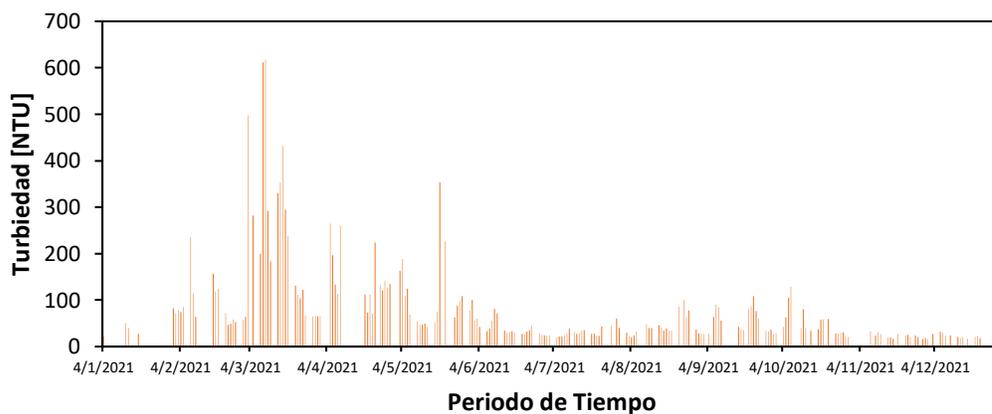
## **Capítulo 3**

### 3.1 Procesamiento de los datos recopilados

Al analizar el comportamiento de los datos históricos proporcionados por la empresa, se obtuvo una división clara de los periodos correspondientes a la época lluviosa y seca de la ciudad de Guayaquil para las variables de turbiedad y dosis de coagulante. En las **Figuras 3.1 y 3.2** se presentó la conducta de la turbiedad de los años 2021 y 2022 respectivamente. Esta variable resultó más alta en los meses de febrero a mayo, lo cual se justifica al considerar la presencia de precipitaciones. Considerando que la presencia de lluvias conlleva arrastre de material de la superficie del suelo, es de esperar un aumento en las partículas (sedimentos) presentes en cuerpos de agua. De acuerdo con (López, Martínez, & Almario, 2015) existe una relación directa entre la turbiedad y el incremento de la lluvia siendo este el principal parámetro alterado por la precipitación.

#### Figura 3.1

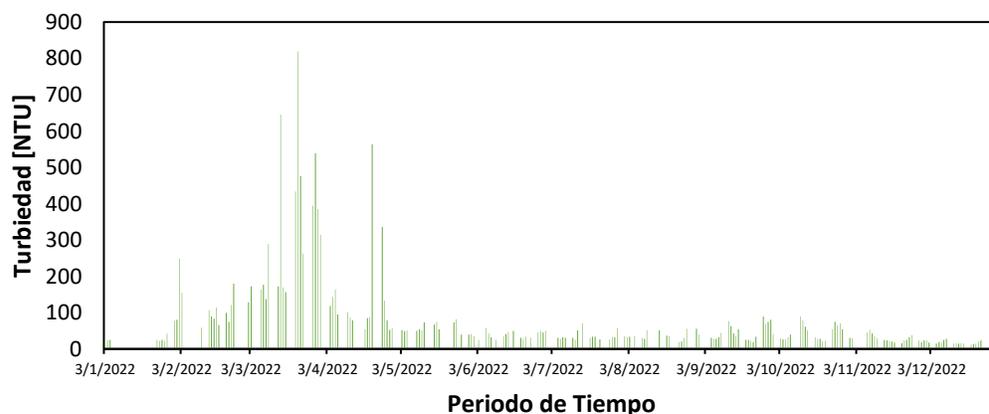
*Comportamiento de la turbiedad del agua del año 2021*



*Nota.* Gráfica obtenida a partir de Microsoft Excel versión 2021 18.0

**Figura 3.2**

*Comportamiento de la turbiedad del agua del año 2022*

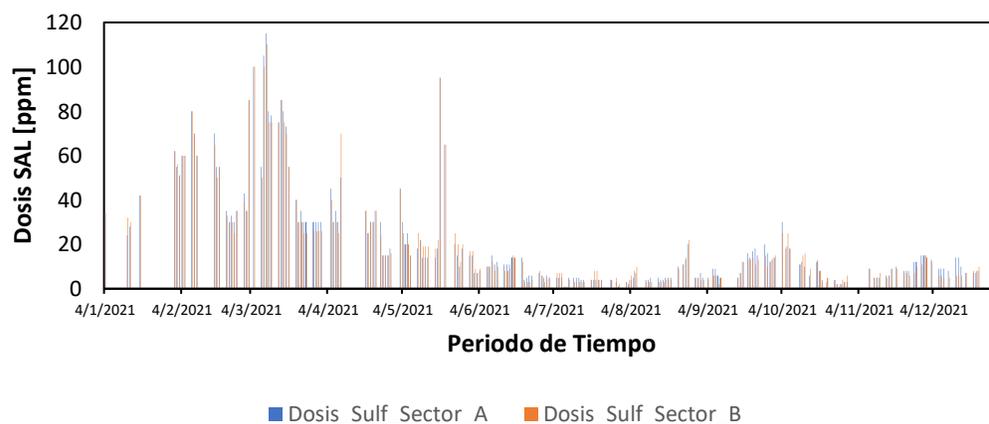


*Nota.* Gráfica obtenida a partir de Microsoft Excel versión 2021 18.0

Por otro lado, al analizar el comportamiento de la dosificación de sulfato de aluminio líquido en las **Figuras 3.3 y 3.4** se observó una conducta similar durante los mismos periodos de tiempo, siendo el consumo de coagulante más alto durante la época lluviosa. Esto implica que existe una relación directa entre ambos parámetros. No obstante, no debe descartarse la influencia de las otras variables previamente presentadas y la implementación de nuevos métodos estadísticos para la validación de esta asunción.

**Figura 3.3**

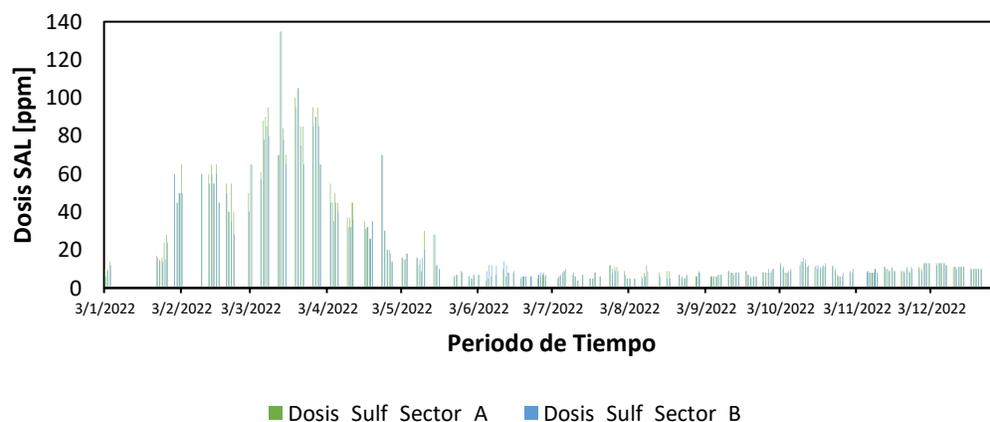
*Comportamiento de la dosis de SAL del año 2021*



*Nota.* Gráfica obtenida a partir de Microsoft Excel versión 2021 18.0

**Figura 3.4**

*Comportamiento dosis de SAL del año 2022*



*Nota.* Gráfica obtenida a partir de Microsoft Excel versión 2021 18.0

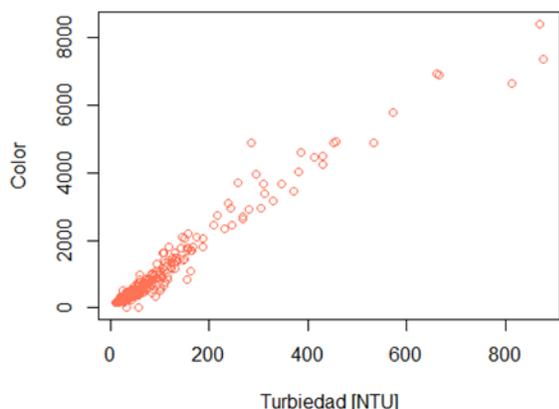
Para las variables adicionales consideradas en la Tabla 2.1, no se observó un comportamiento dividido por épocas. Sin embargo, los resultados correspondientes a estos parámetros se presentan en el *Anexo 1*.

### 3.2 Evaluación de independencia

Al aplicar diagramas de dispersión para las distintas variables, resultados presentes en el *Anexo 1*, se determinó la dependencia lineal entre las variables de turbiedad y color. En la Figura 3.5 se observa la relación directa entre ambos parámetros, la cual se comprueba al analizar el valor del coeficiente de Pearson. El valor de  $r = 0,98$  implica una alta dependencia de los parámetros, siendo que al aumentar la turbiedad el color aumenta en medida proporcional. Esto se explica considerando que las mediciones se basan en el color aparente del agua, el cual incluye las partículas en suspensión que otorgan la turbidez al agua.

**Figura 3.5**

Diagrama de dispersión Color vs Turbiedad



Nota. Gráfica obtenida a partir de Rstudio versión 4.3.1

### 3.3 Aplicación del modelo de regresión lineal múltiple.

Se determinó la relación que presentan las variables con respecto a la dosificación de coagulante considerando la época del año y el sector en el que se realiza el proceso. Al efectuar la prueba de regresión lineal múltiple en el software Rstudio se encontró, para ambos sectores, que en la época lluviosa resultan significativas las variables de turbiedad y materia orgánica. Por otro lado, en la época seca resultan relevantes las variables de dosis de polímero, caudal de agua cruda y conductividad para ambos sectores, siendo que al sector A se le añade también la alcalinidad.

**Figura 3.6**

Resultados de regresión lineal múltiple en la época lluviosa Sector A

Coefficients:				
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	147.733066	142.448701	1.037	0.3019
NTU_ACP_PROM	0.076898	0.016026	4.798	4.85e-06 ***
Cond_ACP_LCP	0.030858	0.078450	0.393	0.6948
ALC_ACP_LCP	-0.042547	0.261569	-0.163	0.8711
Caudal_ACP_Sector_A	0.003405	0.001348	2.527	0.0129 *
Dosis_Polímero	-9.435461	4.516978	-2.089	0.0389 *
FREC_AGIT_PROM	0.235496	0.547045	0.430	0.6676
MO_ACP_LCP	6.975787	1.382775	5.045	1.71e-06 ***
pH_ACP_PROM	-22.686378	15.952137	-1.422	0.1577
Temp_ACP_PROM	-1.403358	2.301813	-0.610	0.5433
PORC_MANTO_PROM	-1.148106	0.550852	-2.084	0.0394 *
Consigna_NTU	-2.929763	4.146812	-0.707	0.4813

**Figura 3.7**

*Resultados de regresión lineal múltiple en la época lluviosa Sector B*

Coefficients:					
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	191.225875	128.230978	1.491	0.138495	
pH_ACP_PROM	-29.930305	15.203880	-1.969	0.051286	.
Temp_ACP_PROM	-0.338465	1.975317	-0.171	0.864237	
NTU_ACP_PROM	0.087376	0.015104	5.785	5.81e-08	***
Caudal_ACP_Sector_B	0.003423	0.001051	3.257	0.001460	**
Cond_ACP_LCP	0.106316	0.063812	1.666	0.098285	.
Consigna_NTU	-2.774426	3.977423	-0.698	0.486801	
Dosis_Polímero	-1.945280	4.782968	-0.407	0.684940	
FREC_AGIT_PROM	-0.900034	0.505073	-1.782	0.077260	.
PORC_MANTO_PROM	-0.629500	0.533752	-1.179	0.240558	
MO_ACP_LCP	5.085139	1.332508	3.816	0.000215	***

Tal y como se evidencia, el software muestra por pantalla la significancia de todas las variables independientes consideradas en el proceso. Al analizar el estadístico p presente en las **Figuras 3.6 y 3.7**, y considerando que se trata de una prueba de hipótesis, un valor menor a 0.05 se considera significativo. Esto indica que mientras menor sea el mismo, mayor relevancia presenta la variable en el conjunto de datos, siendo entonces turbiedad y materia orgánica aquellos parámetros con gran incidencia en la dosificación de coagulante. Esto resulta lógico ya que, a medida que las precipitaciones arrastran la tierra circundante al río, aumenta el contenido de materia orgánica y le genera una tonalidad oscura, indicador de un incremento en la turbiedad del agua (Swanson & Baldwin, 2016).

Partiendo de este criterio, se identificó que, en la época seca las variables más significativas son caudal, alcalinidad, dosis de polímero y conductividad (**Figuras 3.8 y 3.9**) debido a un valor  $p < 0.05$ . Esto se justifica al considerar que el uso de floculante promueve la aglomeración del material sólido suspendido, dando paso a la formación de flóculos de mayor tamaño que posteriormente se remueven por filtración (Siah Lee, Robinson, & Fong Chong, 2014). Dado que la función principal del proceso de coagulación es la neutralización del material sólido suspendido en el agua, el uso del floculante permite reducir la dosis de Sulfato de

Aluminio a emplearse, por ello, resulta evidente que esta variable sea significativa. Para el caso del caudal del agua cruda, la relación se explica al considerar que una mayor cantidad de agua se requiere de mayor cantidad del reactivo. Otro parámetro que resultó ser significativo en ambos sectores para la época seca es la conductividad, parámetro que hace referencia a la concentración de iones disueltos en el agua (López del Pino & Martín, 2017). Como estos iones influyen en el proceso de neutralización de carga efectuado por el coagulante, es de esperar que la conductividad influya en la dosificación. A medida que la cantidad de iones presentes en el agua aumente o disminuya, el comportamiento de la dosis de SAL presentará una tendencia semejante.

**Figura 3.8**

*Resultados de regresión lineal múltiple en la época seca Sector A*

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	34.2987192	13.9834388	2.453	0.014861	*
NTU_ACP_PROM	0.0659073	0.0198200	3.325	0.001016	**
Cond_ACP_LCP	0.0935201	0.0249195	3.753	0.000218	***
ALC_ACP_LCP	-0.3687794	0.0882852	-4.177	4.09e-05	***
Caudal_ACP_Sector_A	0.0004966	0.0001426	3.483	0.000586	***
Dosis_Polimero	1.7736620	1.4165481	1.252	0.211708	
FREC_AGIT_PROM	-0.1870775	0.0724952	-2.581	0.010438	*
MO_ACP_LCP	0.5230711	0.3131628	1.670	0.096120	.
pH_ACP_PROM	-3.6003450	1.8763085	-1.919	0.056147	.
Temp_ACP_PROM	-0.0232534	0.3961492	-0.059	0.953239	
PORC_MANTO_PROM	0.0827720	0.0680654	1.216	0.225112	
Consigna_NTU	-0.0472613	0.4824525	-0.098	0.922042	

**Figura 3.9**

*Resultados de regresión lineal múltiple en la época seca Sector B*

Coefficients:					
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	-1.052e+01	4.996e+00	-2.105	0.03630	*
pH_ACP_PROM	-1.914e+00	9.772e-01	-1.958	0.05134	.
Temp_ACP_PROM	2.791e-01	2.662e-01	1.049	0.29540	
NTU_ACP_PROM	8.447e-03	1.303e-02	0.648	0.51731	
Caudal_ACP_Sector_B	8.142e-04	1.397e-04	5.828	1.76e-08	***
Cond_ACP_LCP	8.290e-02	2.067e-02	4.010	8.05e-05	***
Consigna_NTU	1.055e+00	3.644e-01	2.895	0.00413	**
Dosis_Polimero	7.610e+00	1.038e+00	7.334	3.26e-12	***
FREC_AGIT_PROM	-6.914e-02	4.793e-02	-1.443	0.15042	
PORC_MANTO_PROM	-3.983e-02	4.754e-02	-0.838	0.40297	
MO_ACP_LCP	6.077e-01	1.994e-01	3.048	0.00256	**
ALC_ACP_LCP	-7.604e-02	6.509e-02	-1.168	0.24387	

En el caso particular del sector A, se verificó que otra de las variables que presenten una relación estrecha con la dosificación de coagulante es la alcalinidad. Esta propiedad se define como la capacidad del agua para neutralizar ácidos y, dado que el SAL genera una desestabilización de cargas asociadas al material sólido presente en el agua, resulta evidente la existencia de una relación entre ambos parámetros. No obstante, en el caso del sector B esta variable no presenta una significancia elevada, esto se debe mayoritariamente al comportamiento de los datos recopilados y la incidencia de las otras variables.

### 3.4 Codificación de datos para la aplicación del modelo RSM

Para los sectores A y B, en la época lluviosa se obtuvo que las variables significativas son Turbiedad y Materia orgánica, por lo tanto, al momento de efectuar el proceso de codificación, se contemplaron cinco puntos definidos por:

$$\alpha = (2^k)^{\frac{1}{4}} \text{ con } k = 2 \rightarrow \alpha = 1,4142$$

$$(-\alpha, -1, 0, +1, +\alpha) = (-1.4142, -1, 0, +1, +1.4142)$$

Con la herramienta *ccd ()*, se generó una combinación aleatoria de estos valores para los dos factores contemplados en la época lluviosa de ambos sectores. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 3.1:

**Tabla 3.1**

*Escenarios considerados para un total de 2 factores (k=2).*

<b>Escenario</b>	<b>X<sub>1</sub></b>	<b>X<sub>2</sub></b>
1	-1,00	-1,00
2	1,00	-1,00
3	-1,00	1,00
4	1,00	1,00
5	0,00	0,00
6	0,00	0,00
7	-1,41	0,00
8	1,41	0,00
9	0,00	-1,41
10	0,00	1,41
11	0,00	0,00
12	0,00	0,00

Por otra parte, en la época seca, el sector A presentó cuatro variables significativas, mientras que el sector B presentó solo 3 variables significativas. En cada uno de estos casos, la codificación se aplicó siguiendo el procedimiento mostrado anteriormente, obteniéndose así que:

**Sector A-Época Seca:**

$$\alpha = (2^k)^{\frac{1}{4}} \text{ con } k = 4 \rightarrow \alpha = 2,00$$

$$(-\alpha, -1,0, +1, +\alpha) = (-2, -1,0, +1, +2)$$

**Sector B-Época Seca:**

$$\alpha = (2^k)^{\frac{1}{4}} \text{ con } k = 3 \rightarrow \alpha = 1,6819$$

$$(-\alpha, -1,0, +1, +\alpha) = (-1.6819, -1,0, +1, +1.6819)$$

**Tabla 3.2**

*Escenarios considerados para un total de 3 factores ( $k=3$ ).*

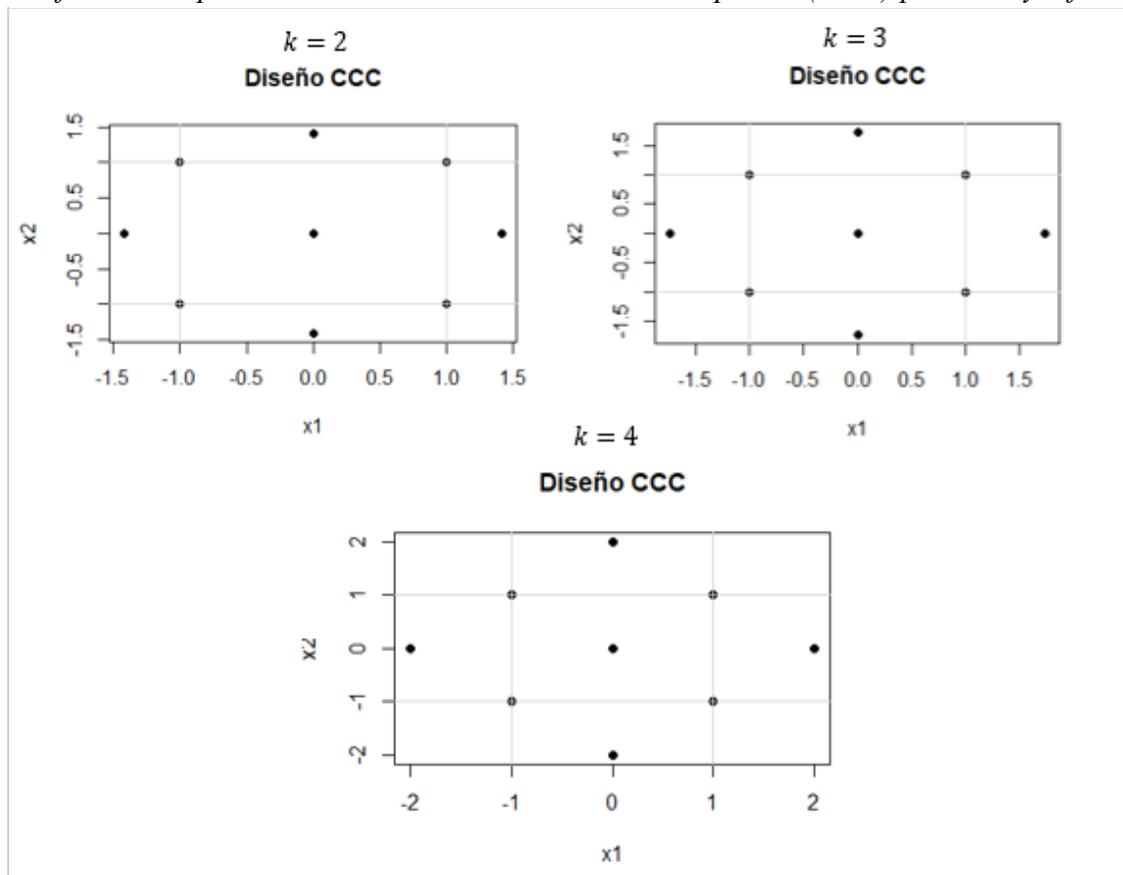
<b>Escenario</b>	<b>X<sub>1</sub></b>	<b>X<sub>2</sub></b>	<b>X<sub>3</sub></b>
1	-1.00	-1.00	-1.00
2	1.00	-1.00	-1.00
3	-1.00	1.00	-1.00
4	1.00	1.00	-1.00
5	-1.00	-1.00	1.00
6	1.00	-1.00	1.00
7	-1.00	1.00	1.00
8	1.00	1.00	1.00
9	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00
12	-1.68	0.00	0.00
13	1.68	0.00	0.00
14	0.00	-1.68	0.00
15	0.00	1.68	0.00
16	0.00	0.00	-1.68
17	0.00	0.00	1.68
18	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	0.00
20	0.00	0.00	0.00

**Tabla 3.3***Escenarios considerados para un total de  $k=4$  factores.*

<b>Escenarios</b>	<b>X<sub>1</sub></b>	<b>X<sub>2</sub></b>	<b>X<sub>3</sub></b>	<b>X<sub>4</sub></b>
<b>1</b>	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00
<b>2</b>	1,00	-1,00	-1,00	-1,00
<b>3</b>	-1,00	1,00	-1,00	-1,00
<b>4</b>	1,00	1,00	-1,00	-1,00
<b>5</b>	-1,00	-1,00	1,00	-1,00
<b>6</b>	1,00	-1,00	1,00	-1,00
<b>7</b>	-1,00	1,00	1,00	-1,00
<b>8</b>	1,00	1,00	1,00	-1,00
<b>9</b>	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00
<b>10</b>	1,00	-1,00	-1,00	1,00
<b>11</b>	-1,00	1,00	-1,00	1,00
<b>12</b>	1,00	1,00	-1,00	1,00
<b>13</b>	-1,00	-1,00	1,00	1,00
<b>14</b>	1,00	-1,00	1,00	1,00
<b>15</b>	-1,00	1,00	1,00	1,00
<b>16</b>	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>17</b>	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>18</b>	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>19</b>	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>20</b>	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>21</b>	-2,00	0,00	0,00	0,00
<b>22</b>	2,00	0,00	0,00	0,00
<b>23</b>	0,00	-2,00	0,00	0,00
<b>24</b>	0,00	2,00	0,00	0,00
<b>25</b>	0,00	0,00	-2,00	0,00
<b>26</b>	0,00	0,00	2,00	0,00
<b>27</b>	0,00	0,00	0,00	-2,00
<b>28</b>	0,00	0,00	0,00	2,00
<b>29</b>	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>30</b>	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>31</b>	0,00	0,00	0,00	0,00

**Figura 3.10**

*Gráfica de los puntos asociados al Diseño Central compuesto (DCC) para 2, 3 y 4 factores*



*Nota.* Gráfica obtenida a partir de Rstudio versión 4.3.1

Los escenarios obtenidos para cada uno de estos casos se muestran a continuación. Así también, el software Rstudio permite visualizar los puntos que se generan al momento de efectuar el proceso de codificación. Cada uno de estos puntos pueden verse referenciados en la Figura 10.

A partir de la expresión (2.3), se procede a establecer un rango bajo el cual se llevará a cabo la creación de los escenarios para el modelo de Superficie de Respuesta. A continuación, se presenta en la Tabla 5 los escenarios dispuestos para cada caso.

**Tabla 3.4***Valores considerados para la aplicación de escenarios*

Época	Sector	Variable	- $\alpha$	-1	0	1	$\alpha$
Lluviosa	A	Turbiedad	70	97.5	125	152.5	180
		Materia Orgánica	5.8	7	8.2	9.4	10.5
	B	Turbiedad	65	94.5	124	153.5	183
		Materia Orgánica	6.80	7.4	8.04	8.66	9.28
Seca	A	Conductividad	100	112	123	134	145
		Alcalinidad	45	49	53	57	60
		Caudal	9500	11125	12750	14375	16000
	B	Turbiedad	20	32.5	45	57.5	70
		Conductividad	102	113	124	136	147
		Caudal	11712	12852	13993	15133	16274
		Dosis Polímero	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60

### 3.5 Obtención de los modelos matemáticos predictivos

Una vez se llevó a cabo la codificación de cada una de las variables contempladas en cada época para los sectores A y B, y mediante la ejecución del modelo RSM, el software permitió la obtención de los coeficientes asociados al modelo de segundo orden. Los resultados se muestran a continuación.

**Figura 3.11**

*Resultados del Modelo de Segundo orden para el sector A-Época Lluviosa.*

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	50.50000	1.19013	42.4325	1.146e-08	***
x1	6.52665	0.84155	7.7555	0.0002416	***
x2	3.89277	0.84155	4.6257	0.0035937	**
x1:x2	-3.25000	1.19013	-2.7308	0.0341496	*
x1^2	6.50000	0.94088	6.9084	0.0004548	***
x2^2	0.25000	0.94088	0.2657	0.7993570	

**Figura 3.12**

*Resultados del Modelo de Segundo orden para el Sector B Época Lluviosa*

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	4.9900e+01	1.6208e-01	307.8798	7.924e-14	***
x1	1.0303e+00	1.1461e-01	8.9903	0.0001059	***
x2	5.1517e-01	1.1461e-01	4.4951	0.0041253	**
x1:x2	2.5572e-15	1.6208e-01	0.0000	1.0000000	
x1^2	-1.6062e+00	1.2813e-01	-12.5358	1.576e-05	***
x2^2	-9.8125e-01	1.2813e-01	-7.6581	0.0002591	***

**Figura 3.13**

*Resultados del Modelo de Segundo orden para el sector A-Época Seca*

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	11.25000	0.82236	13.6801	4.277e-09	***
x1	-0.45833	0.33573	-1.3652	0.1953535	
x2	-0.12500	0.33573	-0.3723	0.7156504	
x3	0.87500	0.33573	2.6063	0.0217456	*
x4	0.87500	0.33573	2.6063	0.0217456	*
x1:x2	0.43750	0.41118	1.0640	0.3066909	
x1:x3	0.06250	0.41118	0.1520	0.8815199	
x1:x4	0.06250	0.41118	0.1520	0.8815199	
x2:x3	0.31250	0.41118	0.7600	0.4608135	
x2:x4	-0.18750	0.41118	-0.4560	0.6559123	
x3:x4	-0.06250	0.41118	-0.1520	0.8815199	
x1^2	-1.36458	0.33573	-4.0645	0.0013393	**
x2^2	-0.61458	0.33573	-1.8306	0.0901734	.
x3^2	-0.48958	0.33573	-1.4583	0.1684994	
x4^2	-1.48958	0.33573	-4.4369	0.0006706	***

**Figura 3.14**

*Resultados del Modelo de Segundo orden para el sector B-Época Seca*

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	1.7217e+01	3.2808e-01	52.4774	1.528e-13	***
x1	-8.3800e-01	2.1478e-01	-3.9017	0.0029527	**
x2	2.2755e+00	2.1478e-01	10.5945	9.340e-07	***
x3	1.3329e+00	2.1478e-01	6.2059	0.0001007	***
x1:x2	-2.8187e-16	2.8412e-01	0.0000	1.0000000	
x1:x3	-1.0691e-15	2.8412e-01	0.0000	1.0000000	
x2:x3	-1.0347e-15	2.8412e-01	0.0000	1.0000000	
x1^2	2.6905e-01	2.0249e-01	1.3287	0.2134777	
x2^2	-5.6429e-01	2.0249e-01	-2.7867	0.0192290	*
x3^2	-6.4286e-02	2.0249e-01	-0.3175	0.7574165	

Tal y como se puede apreciar, el software no solo permite la obtención de los coeficientes, sino que, además, ofrece el valor del estadístico  $R^2$ . Para el caso de la época seca y lluviosa de ambos sectores, este parámetro presenta valores mayores a 0.90; indicando así que existe un muy buen ajuste entre el modelo y los datos empleados en los escenarios. Así también, se puede interpretar la significancia de cada uno de los coeficientes mediante el análisis del estadístico p. En este caso, el criterio de decisión es semejante al que se aplica en la regresión lineal múltiple, siempre que el valor p sea menor a 0.05; el coeficiente resulta ser significativo.

Un aspecto importante que destacar es el fenómeno de interacción entre variables. Dentro de los modelos de segundo orden, resulta menester considerar si existe o no una interacción significativa entre dos o más variables. En la **Figuras 3.10, 3.11, 3.12 y 3.13** se puede evidenciar que, para los 4 modelos obtenidos, existen coeficientes relacionados al producto cruzado entre dos variables, no obstante, al momento de interpretar el estadístico p, vemos que estos no son significativos. Además, si se analiza la magnitud de cada coeficiente de interacción, se observa que estos pueden considerarse despreciables. Por ello, se concluye que los modelos de segundo orden no presentan un fenómeno de interacción significativo.

Los coeficientes presentados previamente derivan en una ecuación polinómica asociada a las variables codificadas, por ello, si se desea hacer uso de dichos modelos, el usuario tendría que llevar a cabo el proceso de codificación descrito en secciones anteriores y, luego, efectuar los cálculos a fin de obtener la codificación. Al efectuarse esta modificación, los coeficientes asociados a cada variable sufren un cambio significativo en su magnitud. Sin embargo, es importante resaltar que aquello no altera el ajuste del modelo, así como también, no se tiene ningún tipo de efecto sobre la significancia de cada coeficiente del modelo o incluso de las variables.

Las ecuaciones que definen los modelos predictivos obtenidos para ambos sectores en las épocas seca y lluviosa se resumen a continuación:

**Tabla 3.5**

*Ecuaciones polinómicas obtenidas mediante la aplicación del método RSM.*

Sector	Época	Ecuación Obtenida
A	Lluviosa	$f_1 = 50.5 + 6.52x_1 + 3.89x_2 + 6.50x_1^2 + 0.25x_2^2$
	Seca	$f_2 = 11.25 - 0.45x_1 - 0.12x_2 + 0.875x_3 + 0.875x_4 - 1.36x_1^2 - 0.61x_2^2 - 0.49x_3^2 - 1.49x_4^2$
B	Lluviosa	$f_3 = 49.9 + 1.03x_1 + 0.52x_2 - 1.61x_1^2 - 0.98x_2^2$
	Seca	$f_4 = 17.2 - 0.38x_1 + 2.27x_2 + 1.33x_3 + 0.27x_1^2 - 0.56x_2^2 - 0.064x_3^2$

### 3.6 Aplicación del método de red neuronal artificial

Para el método de red neuronal se realizó la aplicación del código respectivo considerando los resultados de la sección de regresión lineal múltiple, esto implicó que para la

época lluviosa se consideren solo dos variables. Por otro lado, para la época seca se consideraron los datos correspondientes a las 4 variables detalladas previamente para el sector A y las 3 variables asociadas al sector B.

Debido a que esta metodología no contempla el desarrollo de una ecuación, se obtuvo como resultado, para cada caso, una tabla con el valor asociado a la predicción junto al valor, tal como se muestran en las tablas presentadas en la sección de anexos. Tal como se mencionó en la metodología, la cantidad de respuestas mostradas corresponde al 30% de los datos ingresados por lo que se obtuvo el porcentaje de error para este conjunto de datos. Como resultado, para el sector A se obtuvo un porcentaje de error promedio de 32.72% para la época seca y un valor de 48.45% para la época lluviosa. Para el sector B se obtuvo un valor de 33.58% para la época seca y un valor de 37.59% para la época lluviosa. Estos porcentajes son considerados elevados, por lo que no se puede concluir que este método resulte efectivo para el conjunto de datos analizados. Al conocer que el software crea un modelo a partir de los valores de ingreso, para tener una buena predicción se requieren una alta confiabilidad en los datos ingresados, así como un gran número de estos, condiciones que pudieron no cumplirse en nuestro caso.

**Tabla 3.6**

*Porcentaje de errores promedio en red neuronal*

	<b>Sector A</b>	<b>Sector B</b>
Época	Porcentaje de error promedio	Porcentaje de error promedio
Seca	32,72	33,58
Lluviosa	48,45	37,59

### 3.7 Validación de los resultados

Una vez obtenidos los modelos predictivos, se llevó a cabo la validación de estos mediante el cálculo del porcentaje de error. Para ello, se consideró la dosis de coagulante asociada a un total de diez escenarios para cada época en ambos sectores, con aquella obtenida al reemplazar los valores en las ecuaciones polinómicas de los modelos de segundo orden. Los resultados se muestran a continuación.

**Tabla 3.7**

*Porcentajes de error en la predicción de la dosis de Sulfato en el Sector A-Época Lluviosa.*

<b>Pruebas</b>	<b>Variables originales</b>	<b>Variables codificadas</b>	<b>Respuesta</b>	<b>Dosis Original</b>	<b>%Error</b>																																																		
<b>1</b>	82,00	0,54	58,09	62,00	<b>6,31</b>																																																		
	8,70	0,93				<b>2</b>	156,50	1,03	64,77	70,00	<b>7,47</b>	8,70	0,93	<b>3</b>	617,00	4,05	173,19	115,00	<b>50,60</b>	10,60	1,13	<b>4</b>	103,50	0,68	59,28	55,00	<b>7,77</b>	6,80	0,72	<b>5</b>	106,50	0,70	60,19	60,00	<b>0,32</b>	9,80	1,04	<b>6</b>	121,50	0,80	61,12	55,00	<b>11,12</b>	8,00	0,85	<b>7</b>	41,00	0,27	54,51	35,00	<b>55,73</b>	5,30	0,56	<b>8</b>	163,50
<b>2</b>	156,50	1,03	64,77	70,00	<b>7,47</b>																																																		
	8,70	0,93				<b>3</b>	617,00	4,05	173,19	115,00	<b>50,60</b>	10,60	1,13	<b>4</b>	103,50	0,68	59,28	55,00	<b>7,77</b>	6,80	0,72	<b>5</b>	106,50	0,70	60,19	60,00	<b>0,32</b>	9,80	1,04	<b>6</b>	121,50	0,80	61,12	55,00	<b>11,12</b>	8,00	0,85	<b>7</b>	41,00	0,27	54,51	35,00	<b>55,73</b>	5,30	0,56	<b>8</b>	163,50	1,07	65,66	58,00	<b>13,20</b>				
<b>3</b>	617,00	4,05	173,19	115,00	<b>50,60</b>																																																		
	10,60	1,13				<b>4</b>	103,50	0,68	59,28	55,00	<b>7,77</b>	6,80	0,72	<b>5</b>	106,50	0,70	60,19	60,00	<b>0,32</b>	9,80	1,04	<b>6</b>	121,50	0,80	61,12	55,00	<b>11,12</b>	8,00	0,85	<b>7</b>	41,00	0,27	54,51	35,00	<b>55,73</b>	5,30	0,56	<b>8</b>	163,50	1,07	65,66	58,00	<b>13,20</b>												
<b>4</b>	103,50	0,68	59,28	55,00	<b>7,77</b>																																																		
	6,80	0,72				<b>5</b>	106,50	0,70	60,19	60,00	<b>0,32</b>	9,80	1,04	<b>6</b>	121,50	0,80	61,12	55,00	<b>11,12</b>	8,00	0,85	<b>7</b>	41,00	0,27	54,51	35,00	<b>55,73</b>	5,30	0,56	<b>8</b>	163,50	1,07	65,66	58,00	<b>13,20</b>																				
<b>5</b>	106,50	0,70	60,19	60,00	<b>0,32</b>																																																		
	9,80	1,04				<b>6</b>	121,50	0,80	61,12	55,00	<b>11,12</b>	8,00	0,85	<b>7</b>	41,00	0,27	54,51	35,00	<b>55,73</b>	5,30	0,56	<b>8</b>	163,50	1,07	65,66	58,00	<b>13,20</b>																												
<b>6</b>	121,50	0,80	61,12	55,00	<b>11,12</b>																																																		
	8,00	0,85				<b>7</b>	41,00	0,27	54,51	35,00	<b>55,73</b>	5,30	0,56	<b>8</b>	163,50	1,07	65,66	58,00	<b>13,20</b>																																				
<b>7</b>	41,00	0,27	54,51	35,00	<b>55,73</b>																																																		
	5,30	0,56				<b>8</b>	163,50	1,07	65,66	58,00	<b>13,20</b>																																												
<b>8</b>	163,50	1,07	65,66	58,00	<b>13,20</b>																																																		

---

	9,70	1,03			
<b>9</b>	88,15	0,58	58,55	53,00	<b>10,47</b>
	8,80	0,94			
<b>10</b>	88,50	0,58	58,71	60,00	<b>2,15</b>
	9,30	0,99			

---

**Tabla 3.8***Porcentajes de error en la predicción de la dosis de Sulfato para la época Seca-Sector A.*

<b>Pruebas</b>	<b>Variables originales</b>	<b>Variables codificadas</b>	<b>Respuesta</b>	<b>Dosis Original</b>	<b>%Error</b>
<b>1</b>	165,70	1,24	9,53	11,00	<b>13,36</b>
	55,00	0,96			
	14800,00	1,03			
	31,00	0,54			
<b>2</b>	177,00	1,32	8,96	8,00	<b>12,00</b>
	57,00	1,00			
	14153,00	0,98			
	42,00	0,73			
<b>3</b>	150,10	1,12	9,75	12,00	<b>18,72</b>
	57,00	1,00			
	15152,00	1,05			
	39,00	0,68			
<b>4</b>	113,60	0,85	9,20	8,00	<b>15,02</b>
	43,00	0,75			
	15112,00	1,05			
	79,50	1,38			
<b>5</b>	190,00	1,42	7,98	7,00	<b>14,05</b>
	61,00	1,07			
	12200,00	0,85			
	56,00	0,97			
<b>6</b>	115,10	0,86	10,65	11,00	<b>3,15</b>
	46,00	0,81			
	15162,00	1,05			
	40,00	0,70			
<b>7</b>	97,90	0,73	11,30	13,00	<b>13,08</b>
	41,00	0,72			
	16732,00	1,16			
	27,50	0,48			
<b>8</b>	93,30	0,70	11,45	10,00	<b>14,50</b>
	40,00	0,70			
	18598,00	1,29			
	31,50	0,55			
<b>9</b>	119,30	0,89	10,63	7,00	<b>51,92</b>
	43,00	0,75			
	11570,00	0,80			
	23,00	0,40			
<b>10</b>	94,80	0,71	11,40	12,00	<b>5,02</b>

45,00	0,79
17850,00	1,24
15,50	0,27

**Tabla 3.9**

*Porcentajes de error en la predicción de la dosis de Sulfato en el Sector B-Época lluviosa.*

<b>Pruebas</b>	<b>Variables originales</b>	<b>Variables codificadas</b>	<b>Respuesta</b>	<b>Dosis Original</b>	<b>%Error</b>																																																																				
<b>1</b>	82,00	0,53	49,66	62,00	<b>19,91</b>																																																																				
	8,70	1,00				<b>2</b>	72,50	0,47	49,60	56,00	<b>11,42</b>	8,10	0,94	<b>3</b>	78,50	0,51	49,56	51,00	<b>2,83</b>	8,30	0,96	<b>4</b>	74,00	0,48	49,46	60,00	<b>17,57</b>	8,70	1,00	<b>5</b>	85,50	0,56	46,96	60,00	<b>21,74</b>	9,00	1,04	<b>6</b>	235,00	1,53	49,26	80,00	<b>38,43</b>	10,20	1,18	<b>7</b>	114,00	0,74	49,72	70,00	<b>28,97</b>	9,00	1,04	<b>8</b>	63,50	0,41	48,81	60,00	<b>18,65</b>	7,80	0,90	<b>9</b>	156,50	1,02	49,38	65,00	<b>24,03</b>	8,70	1,00	<b>10</b>	118,50	0,77	49,90
<b>2</b>	72,50	0,47	49,60	56,00	<b>11,42</b>																																																																				
	8,10	0,94				<b>3</b>	78,50	0,51	49,56	51,00	<b>2,83</b>	8,30	0,96	<b>4</b>	74,00	0,48	49,46	60,00	<b>17,57</b>	8,70	1,00	<b>5</b>	85,50	0,56	46,96	60,00	<b>21,74</b>	9,00	1,04	<b>6</b>	235,00	1,53	49,26	80,00	<b>38,43</b>	10,20	1,18	<b>7</b>	114,00	0,74	49,72	70,00	<b>28,97</b>	9,00	1,04	<b>8</b>	63,50	0,41	48,81	60,00	<b>18,65</b>	7,80	0,90	<b>9</b>	156,50	1,02	49,38	65,00	<b>24,03</b>	8,70	1,00	<b>10</b>	118,50	0,77	49,90	50,00	<b>0,20</b>	8,00	0,92				
<b>3</b>	78,50	0,51	49,56	51,00	<b>2,83</b>																																																																				
	8,30	0,96				<b>4</b>	74,00	0,48	49,46	60,00	<b>17,57</b>	8,70	1,00	<b>5</b>	85,50	0,56	46,96	60,00	<b>21,74</b>	9,00	1,04	<b>6</b>	235,00	1,53	49,26	80,00	<b>38,43</b>	10,20	1,18	<b>7</b>	114,00	0,74	49,72	70,00	<b>28,97</b>	9,00	1,04	<b>8</b>	63,50	0,41	48,81	60,00	<b>18,65</b>	7,80	0,90	<b>9</b>	156,50	1,02	49,38	65,00	<b>24,03</b>	8,70	1,00	<b>10</b>	118,50	0,77	49,90	50,00	<b>0,20</b>	8,00	0,92												
<b>4</b>	74,00	0,48	49,46	60,00	<b>17,57</b>																																																																				
	8,70	1,00				<b>5</b>	85,50	0,56	46,96	60,00	<b>21,74</b>	9,00	1,04	<b>6</b>	235,00	1,53	49,26	80,00	<b>38,43</b>	10,20	1,18	<b>7</b>	114,00	0,74	49,72	70,00	<b>28,97</b>	9,00	1,04	<b>8</b>	63,50	0,41	48,81	60,00	<b>18,65</b>	7,80	0,90	<b>9</b>	156,50	1,02	49,38	65,00	<b>24,03</b>	8,70	1,00	<b>10</b>	118,50	0,77	49,90	50,00	<b>0,20</b>	8,00	0,92																				
<b>5</b>	85,50	0,56	46,96	60,00	<b>21,74</b>																																																																				
	9,00	1,04				<b>6</b>	235,00	1,53	49,26	80,00	<b>38,43</b>	10,20	1,18	<b>7</b>	114,00	0,74	49,72	70,00	<b>28,97</b>	9,00	1,04	<b>8</b>	63,50	0,41	48,81	60,00	<b>18,65</b>	7,80	0,90	<b>9</b>	156,50	1,02	49,38	65,00	<b>24,03</b>	8,70	1,00	<b>10</b>	118,50	0,77	49,90	50,00	<b>0,20</b>	8,00	0,92																												
<b>6</b>	235,00	1,53	49,26	80,00	<b>38,43</b>																																																																				
	10,20	1,18				<b>7</b>	114,00	0,74	49,72	70,00	<b>28,97</b>	9,00	1,04	<b>8</b>	63,50	0,41	48,81	60,00	<b>18,65</b>	7,80	0,90	<b>9</b>	156,50	1,02	49,38	65,00	<b>24,03</b>	8,70	1,00	<b>10</b>	118,50	0,77	49,90	50,00	<b>0,20</b>	8,00	0,92																																				
<b>7</b>	114,00	0,74	49,72	70,00	<b>28,97</b>																																																																				
	9,00	1,04				<b>8</b>	63,50	0,41	48,81	60,00	<b>18,65</b>	7,80	0,90	<b>9</b>	156,50	1,02	49,38	65,00	<b>24,03</b>	8,70	1,00	<b>10</b>	118,50	0,77	49,90	50,00	<b>0,20</b>	8,00	0,92																																												
<b>8</b>	63,50	0,41	48,81	60,00	<b>18,65</b>																																																																				
	7,80	0,90				<b>9</b>	156,50	1,02	49,38	65,00	<b>24,03</b>	8,70	1,00	<b>10</b>	118,50	0,77	49,90	50,00	<b>0,20</b>	8,00	0,92																																																				
<b>9</b>	156,50	1,02	49,38	65,00	<b>24,03</b>																																																																				
	8,70	1,00				<b>10</b>	118,50	0,77	49,90	50,00	<b>0,20</b>	8,00	0,92																																																												
<b>10</b>	118,50	0,77	49,90	50,00	<b>0,20</b>																																																																				
	8,00	0,92																																																																							

**Tabla 3.10**

*Porcentajes de error en la predicción de la dosis de Sulfato en el Sector B-Época Seca.*

<b>Prueba</b>	<b>Variables originales</b>	<b>Variables codificadas</b>	<b>Respuesta</b>	<b>Dosis Original</b>	<b>% Error</b>
<b>1</b>	175,00	1,29	20,79	17,00	<b>22,30</b>
	1,00	1,82			
	11770,00	0,78			
<b>2</b>	190,00	1,40	20,87	19,00	<b>9,85</b>
	1,00	1,82			
	12225,00	0,81			
<b>3</b>	176,30	1,30	20,42	18,00	<b>13,47</b>
	0,80	1,45			
	12178,00	0,80			
<b>4</b>	177,00	1,30	20,42	19,00	<b>7,47</b>
	0,80	1,45			
	12110,00	0,80			
<b>5</b>	165,90	1,22	19,93	17,00	<b>17,21</b>
	0,60	1,09			
	11615,00	0,77			
<b>6</b>	178,00	1,31	19,96	18,00	<b>10,90</b>
	0,60	1,09			
	11712,00	0,77			
<b>7</b>	179,30	1,32	19,95	15,00	<b>32,99</b>
	0,60	1,09			
	11538,00	0,76			
<b>8</b>	185,30	1,36	19,54	18,00	<b>8,54</b>
	0,40	0,73			
	11700,00	0,77			
<b>9</b>	185,50	1,36	19,55	16,00	<b>22,19</b>
	0,40	0,73			
	11842,00	0,78			
<b>10</b>	166,20	1,22	19,70	18,00	<b>9,44</b>

0,50	0,91
11522,00	0,76

---

Se calculó el porcentaje de error asociado a los valores obtenidos con las funciones polinómicas de cada etapa. Los resultados obtenidos se muestran en las tablas 5,6,7 y 8. Para el cálculo de dicho porcentaje, se consideró hacer uso de un total de 10 escenarios que no hayan sido contemplados en la obtención de los modelos predictivos a fin de poder verificar cuán eficientes es el ajuste que tiene cada ecuación polinómica con el comportamiento dinámico de la dosificación de SAL. Dentro de estos escenarios, se incluyeron valores dentro y fuera del rango empleado en el proceso de codificación para la obtención del método.

Al momento de efectuar los cálculos, se obtuvieron apenas cinco puntos entre todos los escenarios contemplados que arrojaron un porcentaje de error mayor a un 28%. La justificación principal de dicho resultado se fundamenta en que, los valores asociados a las variables en cada uno de estos escenarios se encuentran fuera de rango, lo cual disminuye considerablemente la bondad de ajuste del modelo.

A partir de ello, se verifica que la predicción de la dosis no es precisa si se consideran datos fuera del intervalo de codificación, sin embargo, es importante resaltar el hecho de que, pese a que se tenga un valor fuera de rango, el modelo puede reformularse a fin de ajustarse a la dinámica del proceso. Por otra parte, aquellos escenarios que presentan valores dentro del rango de codificación presentan errores menores al 10.0%, lo cual, para nivel de significancia del 95.0% por ejemplo, resulta eficiente. No obstante, se pueden verificar algunos porcentajes de error comprendidos entre un 20-30%. Esto se justifica principalmente por la variabilidad que presenta la dosificación de coagulante con respecto a un mismo valor asociado a una variable de entrada.

**Tabla 3.11**

*Ensayo de Robustez para los modelos predictivos obtenidos.*

<b>Muestra</b>	<b>Parámetros</b>	<b>Valor</b>	<b>Dosis</b>	<b>Dosis Requerida</b>	<b>Porcentaje de</b>
<b>Agua</b>	<b>considerados</b>	<b>obtenido</b>	<b>Calculada(mL)</b>	<b>(mL)</b>	<b>error (%)</b>
<b>A</b>	Conductividad	202.90	46	50	<b>8.00</b>
	pH	7.47			
	Turbiedad Inicial	220			
<b>B</b>	Conductividad	148.7	48	52	<b>7.69</b>
	pH	7.44			
	Turbiedad inicial	172			
<b>C</b>	Conductividad	114.8	47	49	<b>4.08</b>
	pH	7.51			
	Turbiedad inicial	120			

Como parte del proceso de validación de las ecuaciones predictivas, se desarrolló un ensayo de robustez mediante una prueba de jarras para poder examinar si los modelos pueden predecir la dosis de coagulante para muestras de agua diferentes a la que se usan en planta. Debido a que el periodo de tiempo en el cual se desarrolló el presente estudio no permite recrear la época lluviosa, se consideró examinar la precisión de los modelos de época seca para ambos sectores. Así también, es importante resaltar que sólo fueron contempladas aquellas variables que resultaron medibles en el laboratorio, siendo estas la conductividad y la turbiedad. Dado que la consigna que actualmente considera el cliente es que la muestra de agua tenga una turbiedad final no mayor a 2 NTU, al momento de efectuar los ensayos del test de jarras, se consideró aplicar una dosis de SAL que permita el cumplimiento de dicha consigna.

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 9, donde, se aplicaron ambos modelos predictivos (época seca-Sector A y época seca-Sector B) para la determinación de la dosis, por ello, el valor de dosificación incluida es un promedio entre ambos resultados. Adicionalmente, se

incluyó una columna donde se indica la dosis que fue requerida para el cumplimiento de la consigna. Como se puede evidenciar, el porcentaje de error obtenido no es mayor a un 10.0%, indicando que el modelo matemático predictivo tiene una alta probabilidad de robustez.

## Capítulo 4

## 4.1 Conclusiones

- A partir del análisis de la base de datos recopilada, se pudo establecer un modelo predictivo para la dosificación de coagulante (Sulfato de Aluminio) para los sectores A y B en las épocas seca y lluviosa. Cada una de las predicciones efectuadas les permiten a los operadores contar con un punto de referencia ya que, a partir de los valores que presenten las variables fisicoquímicas asociadas al proceso y del valor predicho, se puede tomar una decisión sobre la cantidad de coagulante que se debe emplear. De esta forma, se disminuye considerablemente la dependencia de contar con registros de dosificaciones anteriores para establecer la concentración de coagulante que se requiere. Con respecto a las predicciones efectuadas en ambas épocas para los dos sectores, el porcentaje de error obtenido se encuentra entre un 5.0% a un 60%, esto se debe principalmente a la variabilidad que presenta la variable de respuesta (dosis de SAL) con respecto a una misma variable de entrada al proceso.
- Se efectuaron visitas a la planta de tratamiento a fin de poder identificar las variables que presentan una incidencia directa en la dosificación de coagulante. A partir de ello, se recopilaron los datos de parámetros que actualmente son medidos tanto a escala de laboratorio, como también a nivel de planta. Una vez organizada la información en hojas de cálculo, se llevó a cabo el diseño experimental para la obtención de un modelo matemático predictivo de segundo orden.
- Por medio de la aplicación de modelos de regresión lineal, se estudió si existía o no una relación entre las variables que inicialmente, fueron contempladas como variables independientes. A partir de la ejecución de este ensayo, se identificó que el color y la turbiedad presentan una relación significativa, por ello, solo se tomó en consideración a la

turbiedad como una variable asociada al proceso de coagulación. Esto implica considerar de forma implícita la incidencia del color en la dosis de Sulfato.

- Al aplicar la técnica de regresión lineal múltiple, se obtuvieron las variables más significativas para cada época en los sectores A y B, siendo que: en el caso de ambos sectores para la época lluviosa, la turbiedad y la Materia orgánica resultaron ser significativas. Mientras que, para la época seca, el caudal, la dosis de polímero y la conductividad resultaron ser significativas, a excepción del sector A que presentó a la alcalinidad como otra variable significativa en la época seca.
- Mediante la aplicación del modelo RSM, se obtuvieron las ecuaciones polinómicas de segundo orden para cada época en ambos sectores. Los resultados obtenidos en Rstudio demostraron que el fenómeno de interacción no es significativo ( $p > 0.05$ ), por lo que no fue contemplado este término para ninguna de las ecuaciones polinómicas desarrolladas. Así también, el ajuste de los modelos con respecto a la base de datos empleada para su elaboración fue satisfactoria, ya que la bondad de ajuste ( $R^2$ ) obtenida fue mayor a 0.90 para ambos sectores en las dos épocas.
- Cuando se evaluó la robustez de las ecuaciones obtenidas con muestras de agua diferentes a la que actualmente se usa en la planta de tratamiento, el porcentaje de error obtenido se encuentra comprendido entre valores del 3% al 10%. No obstante, no se consideraron todas las variables contempladas en cada modelo, por lo que el resultado obtenido no permite asegurar que el modelo sea totalmente robusto.

## 4.2 Recomendaciones

- Dentro del proceso de obtención de información se identificó que existen parámetros que no presentan resultados fiables, ya sea por el equipo utilizado o el algoritmo de análisis, por lo que se recomienda adaptar procedimientos para llevar a cabo mediciones continuas y certeras de estos nuevos parámetros y establecer la significancia de estos dentro del proceso de dosificación para incluirlas en el modelo predictivo.
- Dentro de este estudio, se implementó un modelo predictivo para los sectores A y B considerando las épocas seca y lluviosa. No obstante, es posible interpretar un periodo de transición entre ambas épocas donde el comportamiento de las variables pueda tener una variabilidad significativa. Es por ello que se recomienda considerar implementar un modelo predictivo exclusivamente para este periodo de tiempo, aumentando así la precisión en la dosificación de coagulante.
- Los modelos presentados en este trabajo fueron desarrollados considerando los datos de los años 2021 y 2022. A partir de la data recopilada, se verificó un buen ajuste de los modelos de segundo orden, sin embargo, es recomendable que en futuros estudios se desarrollen nuevamente estos modelos predictivos considerando datos del 2023. En este año se presentaron variaciones climáticas por la presencia de “El niño”, lo que pudo implicar un cambio en el comportamiento de los parámetros con respecto a los dos años previos.
- Se sugiere llevar a cabo un plan de capacitación al personal técnico y directivo que labora en planta sobre el uso del modelo predictivo, resaltando los pasos que deberán seguir para el cálculo de la dosificación, pero, sobre todo, cómo ajustar el modelo a cualquier cambio

drástico que presente el comportamiento de alguna variable asociada al proceso de dosificación.

- Dentro del desarrollo de los modelos predictivos, no se efectuaron las pruebas de jarras asociadas a los escenarios obtenidos en la época lluviosa para el proceso de codificación. Esto se debe principalmente a que el periodo bajo el cual se desarrolló el presente proyecto no permitía recrear las condiciones invernales, por ello, se recomienda que, buscando mejorar el ajuste de las ecuaciones, se generen las pruebas de jarras en dicho periodo.
- Si bien los modelos desarrollados en el presente proyecto permiten obtener predicciones con bajos porcentajes de error, cuando los valores asociados a cada variable se encuentran fuera de rango, el ajuste del modelo disminuye significativamente. Por ello, se sugiere implementar técnicas de Support vector machine en conjunto con modelos de segundo orden a fin de poder considerar intervalos de codificación más amplios para cada variable, logrando así mejorar la precisión en las predicciones.
- Al momento de llevar a cabo la experimentación para cada uno de los escenarios, se recomienda que estas sean desarrolladas en un ambiente controlado a fin de poder determinar con una mayor precisión la incidencia de cada variable en la dosificación de coagulante.
- Se recomienda evaluar la robustez de los modelos predictivos tanto para las épocas seca como para la lluviosa, permitiendo así determinar con un mayor grado de precisión, que ambos modelos pueden ser aplicados a diferentes tipos de muestras de agua. Esto a su vez, permitirá expandir el uso del algoritmo RSM para la determinación de la

dosificación de coagulante en muestras de agua con características fisicoquímicas disímiles.

## Bibliografía

- Beers, B. (23 de marzo de 2023). *P-Value: What It is, How to Calculate It, and Why It Matters*. Recuperado el 05 de julio de 2023, de <https://www.investopedia.com/terms/p/p-value.asp>
- Benitez, C. (2010). *Análisis de la Varianza en Experimentos Factoriales*. Recuperado el 31 de junio de 2023, de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/<https://fcf.unse.edu.ar/archivos/series-didacticas/sd-21-estadistica.pdf>
- Camargo Uribe, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática*. Editorial Universidad de Antioquia. Obtenido de [https://www.google.com.ec/books/edition/Estrategias\\_cualitativas\\_de\\_investigaci/rYJDEAAAQBAJ?hl=es-419&gbpv=1&dq=el+coeficiente+de+correlaci%C3%B3n+de+Pearson+que+significa+1&pg=PT124&printsec=frontcover](https://www.google.com.ec/books/edition/Estrategias_cualitativas_de_investigaci/rYJDEAAAQBAJ?hl=es-419&gbpv=1&dq=el+coeficiente+de+correlaci%C3%B3n+de+Pearson+que+significa+1&pg=PT124&printsec=frontcover)
- Camm, J. D., Cochran, J. J., Fry, M. J., & Ohlmann, J. W. (2022). *Data Visualization: Exploring and Explaining with Data*. CENGAGE. Obtenido de [https://www.google.com.ec/books/edition/Data\\_Visualization\\_Exploring\\_and\\_Explain/hGI4EAAQBAJ?hl=es-419&gbpv=1&dq=column+chart&pg=PA40&printsec=frontcover](https://www.google.com.ec/books/edition/Data_Visualization_Exploring_and_Explain/hGI4EAAQBAJ?hl=es-419&gbpv=1&dq=column+chart&pg=PA40&printsec=frontcover)
- Fernández, S. (julio de 2020). *Diseño de Experimentos: Diseño Factorial*. Recuperado el 30 de 06 de 2023, de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/[https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/339723/TFM\\_Fernandez\\_Bao\\_Sheila.pdf?sequence=1](https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/339723/TFM_Fernandez_Bao_Sheila.pdf?sequence=1)
- García Fernández, M. (2022). *Tratamiento y análisis de la información de mercados*. IC Editorial. Obtenido de [https://www.google.com.ec/books/edition/Tratamiento\\_y\\_an%C3%A1lisis\\_de\\_la\\_informaci/sQZ](https://www.google.com.ec/books/edition/Tratamiento_y_an%C3%A1lisis_de_la_informaci/sQZ)

ZEAAAQBAJ?hl=es-

419&gbpv=1&dq=diagrama+de+caja+y+bigote&pg=PA101&printsec=frontcover

- Gutierrez Pulido, H., & De la Vara Salazar, R. (2008). Diseños de Superficie de Respuesta. En H. Gutierrez Pulido, & R. De la Vara Salazar, *Análisis y diseño de experimentos* (Cuarta ed., págs. 415-417). McGrawHill. Recuperado el 14 de julio de 2023, de chrome-extension://efaidnbmninnibpcjpcglclefindmkaj/https://gc.scalahed.com/recursos/files/r161r/w19537w/analisis\_y\_diseno\_experimentos.pdf
- Instituto Ecuatoriano de Normalización. (2020). *Norma técnica Ecuatoriana-Agua Potable-Requisitos*. Recuperado el 10 de junio de 2023, de <https://docplayer.es/228762074-Nte-inen-1108-sexta-revision.html>
- López del Pino, S., & Martín, S. (2017). Conductividad del Agua. En S. López del Pino, & S. Martín, *Depuración de Aguas residuales* (Quinta ed., págs. 48-50). ELEARNING S.L. Recuperado el 20 de agosto de 2023, de [https://www.google.com.ec/books/edition/UF1666\\_Depuraci%C3%B3n\\_de\\_aguas\\_residuales/9cJWDwAAQBAJ?hl=es&gbpv=1&dq=conductividad+del+agua+definicion&pg=PA49&printsec=frontcover](https://www.google.com.ec/books/edition/UF1666_Depuraci%C3%B3n_de_aguas_residuales/9cJWDwAAQBAJ?hl=es&gbpv=1&dq=conductividad+del+agua+definicion&pg=PA49&printsec=frontcover)
- López, V., Martínez, J., & Almario, D. (2015). Análisis del Índice de Riesgo de la Calidad del Agua para consumo humano-IRCA-y su relación con variables meteorológicas y ubicación geográfica para el departamento de Tolima en los años 2012-2013. *Universidad Nacional Abierta y a Distancia-Revista especializada en Ingeniería*, 3-7. Recuperado el 12 de agosto de 2023, de [https://www.researchgate.net/publication/315910715\\_Analisis\\_del\\_Indice\\_de\\_Riesgo\\_de\\_la\\_Calidad\\_del\\_Agua\\_para\\_Consumo\\_Humano\\_-iRca-y\\_su\\_Relacion\\_con\\_variables\\_meteorologicas\\_y\\_ubicacion\\_Geografica\\_para\\_el\\_departamento\\_del\\_Tolima\\_en\\_los\\_anos\\_2012-2013/link](https://www.researchgate.net/publication/315910715_Analisis_del_Indice_de_Riesgo_de_la_Calidad_del_Agua_para_Consumo_Humano_-iRca-y_su_Relacion_con_variables_meteorologicas_y_ubicacion_Geografica_para_el_departamento_del_Tolima_en_los_anos_2012-2013/link)

- Mackenzie, D. (2010). Coagulation and Flocculation. En D. Mackenzie, *Water and Wastewater Engineering-Design Principles and Practice* (Segunda ed., págs. 610-615). McGrawHill.  
Recuperado el 10 de junio de 2023, de  
[file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Water\\_and\\_Waste\\_Water\\_Engineering.pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Water_and_Waste_Water_Engineering.pdf)
- Mendoza, R. (2000). *Aspectos Generales del Diseño Experimental*. Recuperado el 31 de junio de 2023, de [http://red.unal.edu.co/cursos/ciencias/2000352/html/un1/cont\\_106-06.html](http://red.unal.edu.co/cursos/ciencias/2000352/html/un1/cont_106-06.html)
- Montgomery, D. (2004). Diseños Experimentales para Ajustar Superficies de Respuesta. En D. Montgomery, *Diseño y Análisis de Experimentos* (Segunda ed., págs. 455-457). Limusa Wiley.  
Recuperado el 12 de julio de 2023, de  
[https://www.academia.edu/9101936/Dise%C3%B1o\\_y\\_an%C3%A1lisis\\_de\\_experimentos\\_Douglas\\_C\\_Montgomery](https://www.academia.edu/9101936/Dise%C3%B1o_y_an%C3%A1lisis_de_experimentos_Douglas_C_Montgomery)
- Naciones Unidas. (2021). *Naciones Unidas-Paz, Dignidad e Igualdad en un planeta sano*.  
Recuperado el 02 de junio de 2023, de <https://www.un.org/es/global-issues/water#:~:text=El%20desarrollo%20del%20ser%20humano,productividad%20econ>
- Palomo, J. (2011). *Diseños Factoriales*. Recuperado el 12 de julio de 2023, de [chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://ocw.upm.es/pluginfile.php/797/mod\\_label/intro/Disenos-factoriales.pdf](chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://ocw.upm.es/pluginfile.php/797/mod_label/intro/Disenos-factoriales.pdf)
- Perez de la Cruz, F., & Urrea, M. (2012). *Abastecimiento de Aguas: Coagulación y Floculación*.  
Recuperado el 10 de junio de 2023, de <https://ocw.bib.upct.es/pluginfile.php/601>
- Quiroz, L., Izquierdo, E., & Menéndez, C. (2017). *Aplicación del índice de calidad de agua en el río Portoviejo, Ecuador*. Recuperado el 05 de junio de 2023, de  
[http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1680-03382017000300004](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1680-03382017000300004)

- Riffat, R. (2013). Preliminary Treatment. En R. Riffat, *Fundamentals of wastewater treatment and engineering* (Primera ed., págs. 87-92). CRC Press. Recuperado el 11 de junio de 2023, de [file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Riffat,%20Rumana%20-%20Fundamentals%20of%20wastewater%20treatment%20and%20engineering-CRC%20Press\\_Taylor%20&%20Francis%20\(2013\).pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Riffat,%20Rumana%20-%20Fundamentals%20of%20wastewater%20treatment%20and%20engineering-CRC%20Press_Taylor%20&%20Francis%20(2013).pdf)
- Rouse, M. (2023). *Artificial Neural Networks*. Obtenido de <https://www.techopedia.com/definition/5967/artificial-neural-network-ann>
- Schroeder, E. (2003). Water Resources. *Water Resources - Encyclopedia of Physical Science and Technology*, 3, 721-725. Recuperado el 12 de junio de 2023, de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/B0122274105008218>
- Siah Lee, C., Robinson, J., & Fong Chong, M. (2014). A review on application of flocculants in wastewater treatment. *Process Safety and Environmental Protection*, 92, 1-3. Recuperado el 12 de agosto de 2023, de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0957582014000561>
- Swanson, H., & Baldwin, H. (2016). *Turbidity and Water*. Recuperado el 15 de agosto de 2023, de <https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/turbidity-and-water#:~:text=During%20periods%20of%20low%20flow,that%20has%20higher%20turbidity%20values.>
- Westreicher, G. (2021). *Diseño Experimental*. Recuperado el 31 de junio de 2023, de <https://economipedia.com/definiciones/disenio-experimental.html>
- Yepes, V. (2013). *Definiciones básicas del Diseño de Experimentos*. Recuperado el 31 de 06 de 2023, de <https://victoryepes.blogs.upv.es/2013/04/24/definiciones-basicas-del-diseno-de-experimentos/>

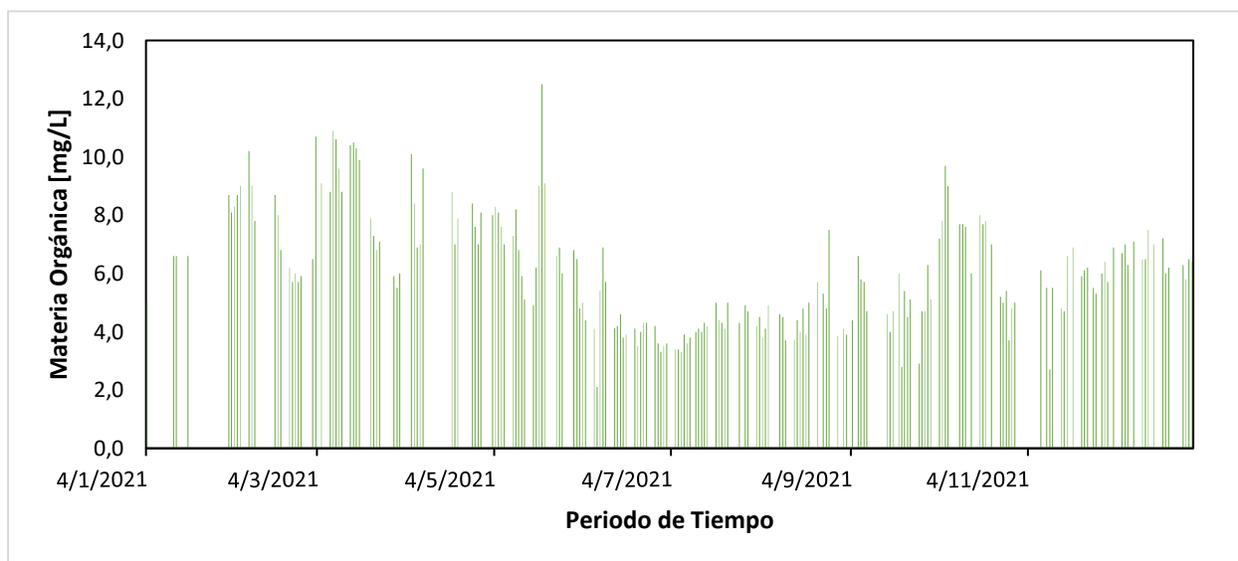
- Yepes, V. (2016). *¿Qué es la metodología de Superficie de Respuesta?* Recuperado el 12 de julio de 2023, de <https://victoryepes.blogs.upv.es/2016/04/19/que-es-la-metodologia-de-las-superficies-de-respuesta/>

## Anexos

### Comportamiento de las variables a lo largo del tiempo

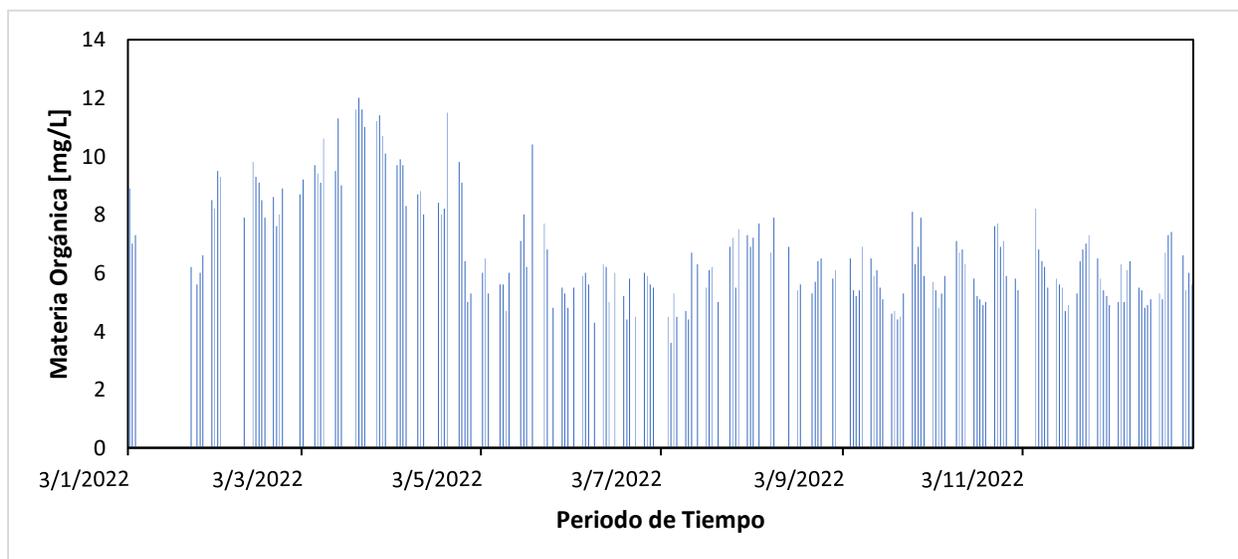
#### Gráfica A. 1

*Comportamiento de la materia orgánica en el año 2021*



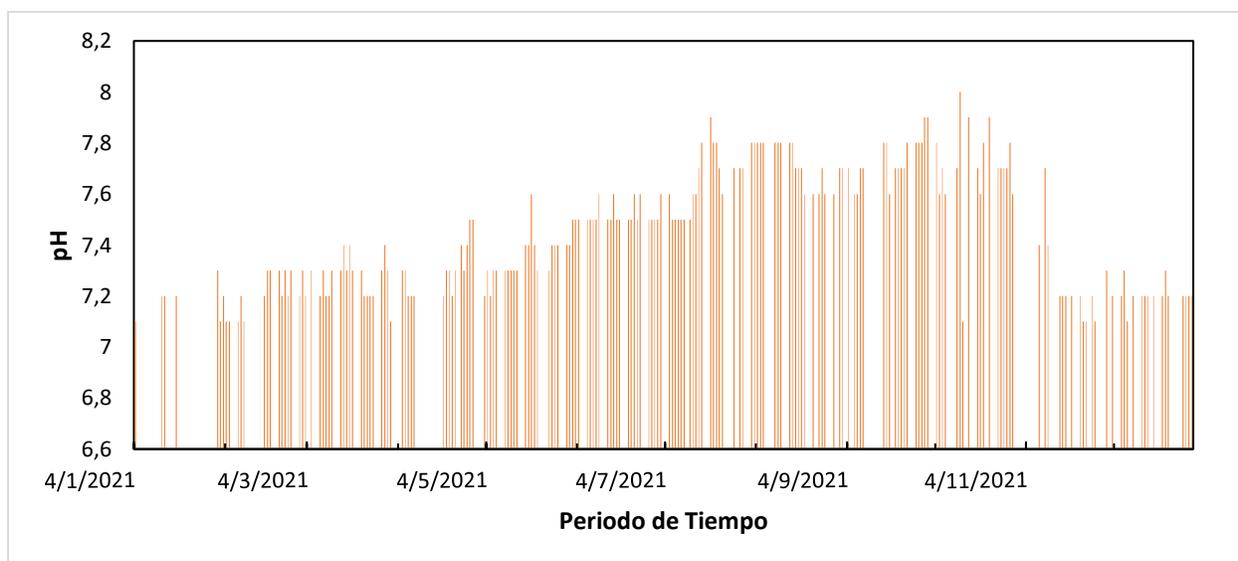
#### Gráfica A. 2

*Comportamiento de la materia orgánica del año 2022*

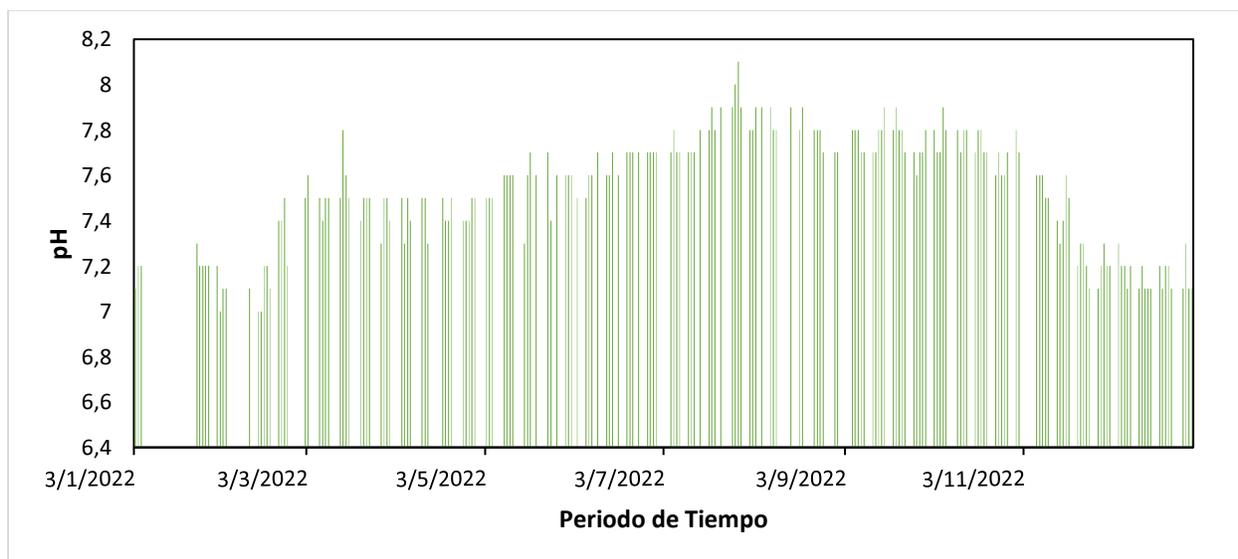


**Gráfica A. 3**

*Comportamiento del pH en el año 2021*

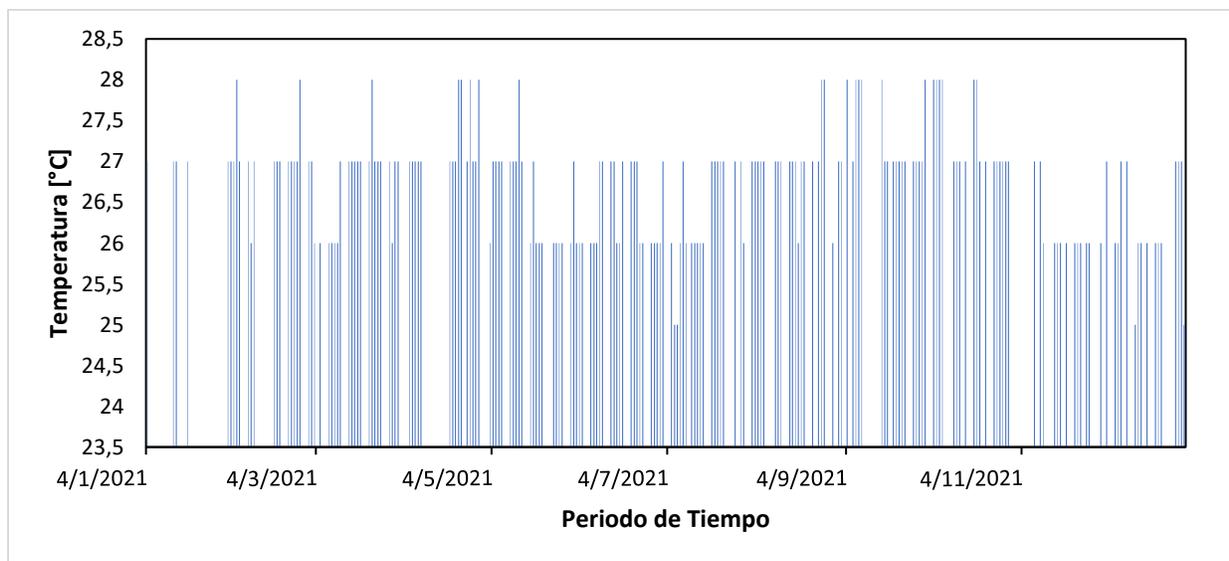
**Gráfica A. 4**

*Comportamiento del pH en el año 2022*



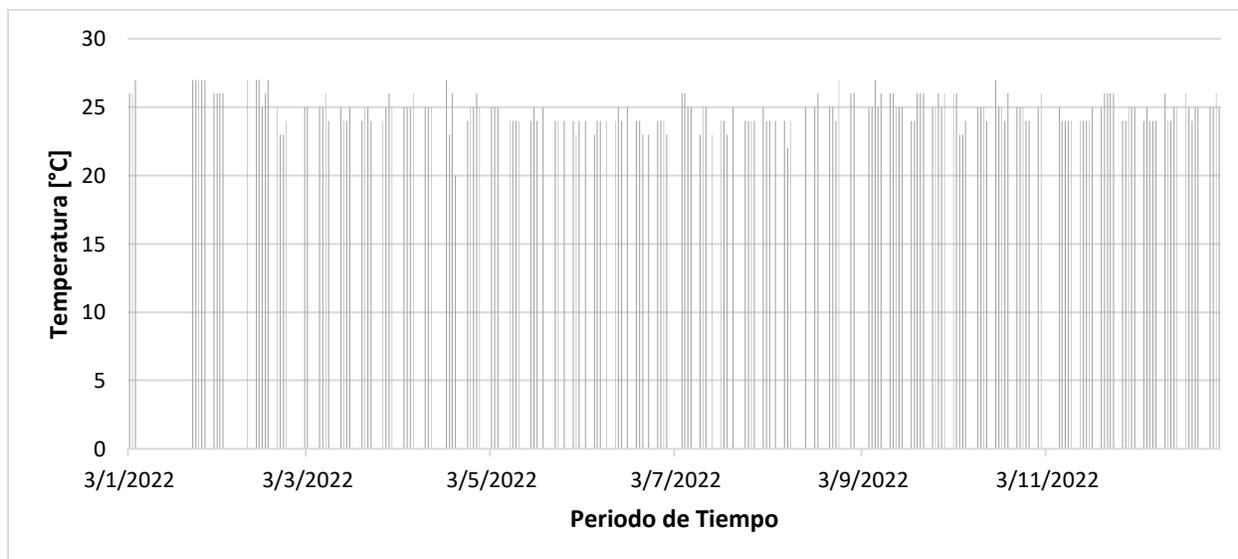
### Gráfica A. 5

*Comportamiento de la temperatura en el año 2021*



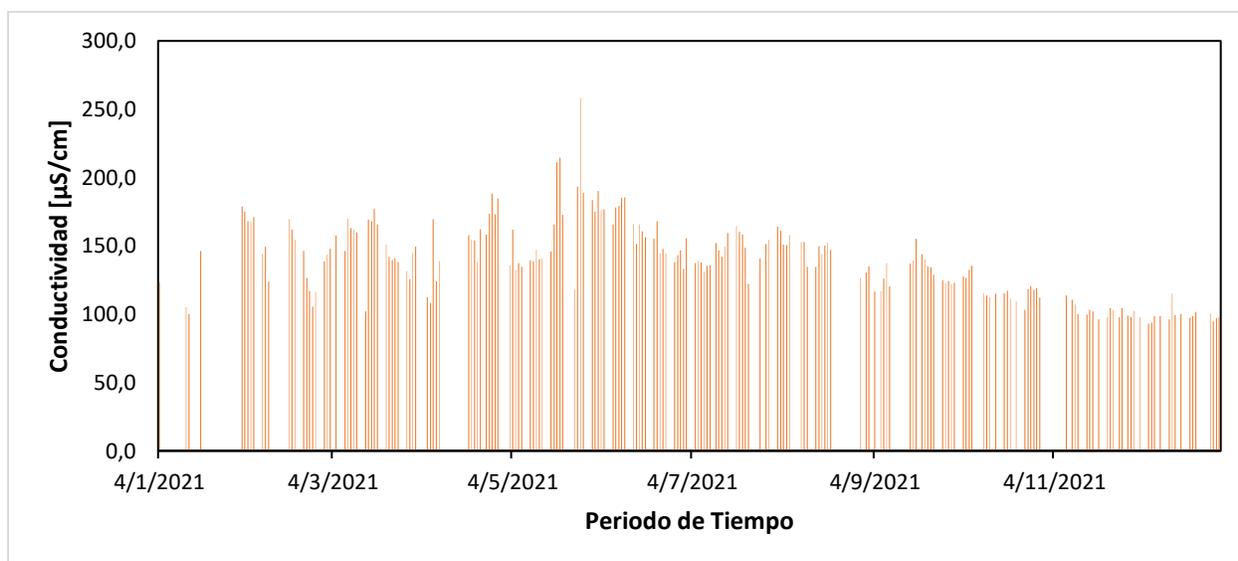
### Gráfica A. 6

*Comportamiento de la temperatura del año 2022*



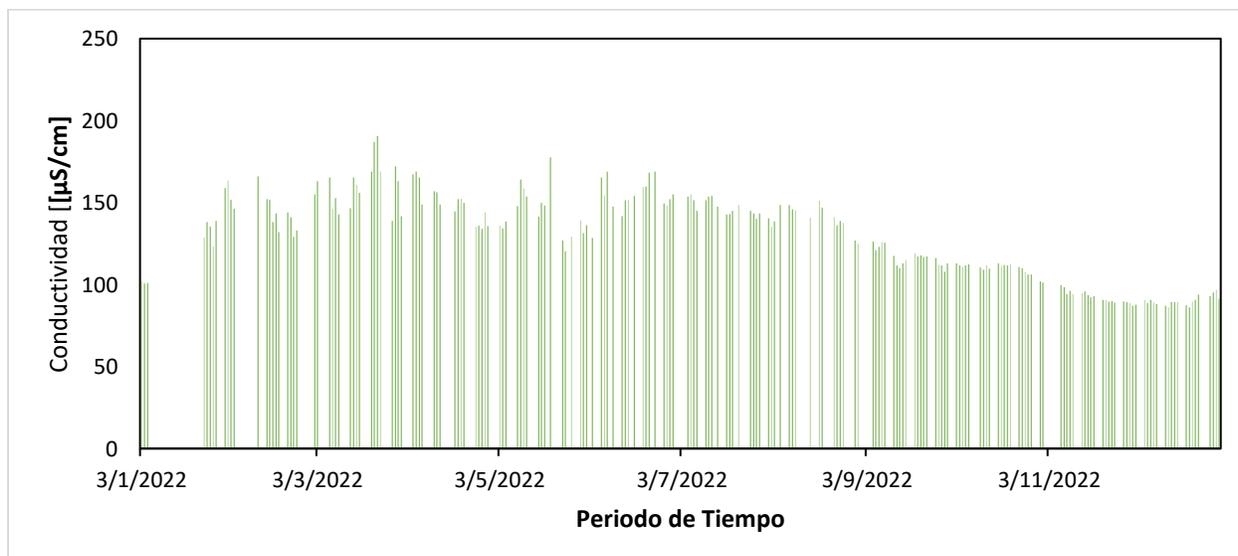
### Gráfica A. 7

*Comportamiento de la conductividad en el año 2021*



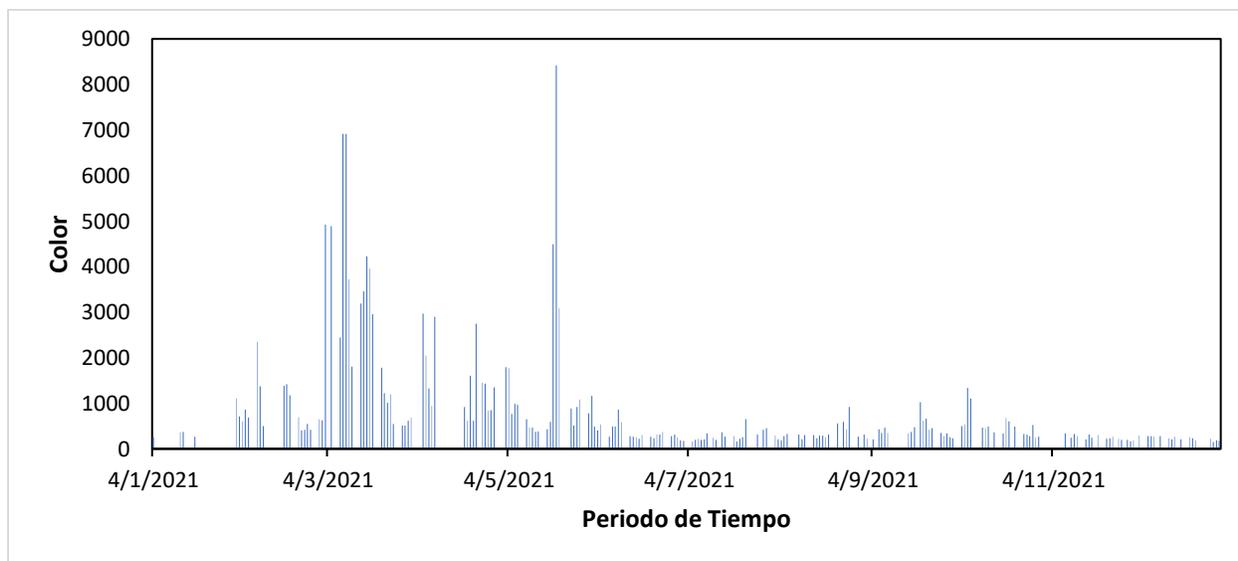
### Gráfica A. 8

*Comportamiento de la conductividad en el año 2022*

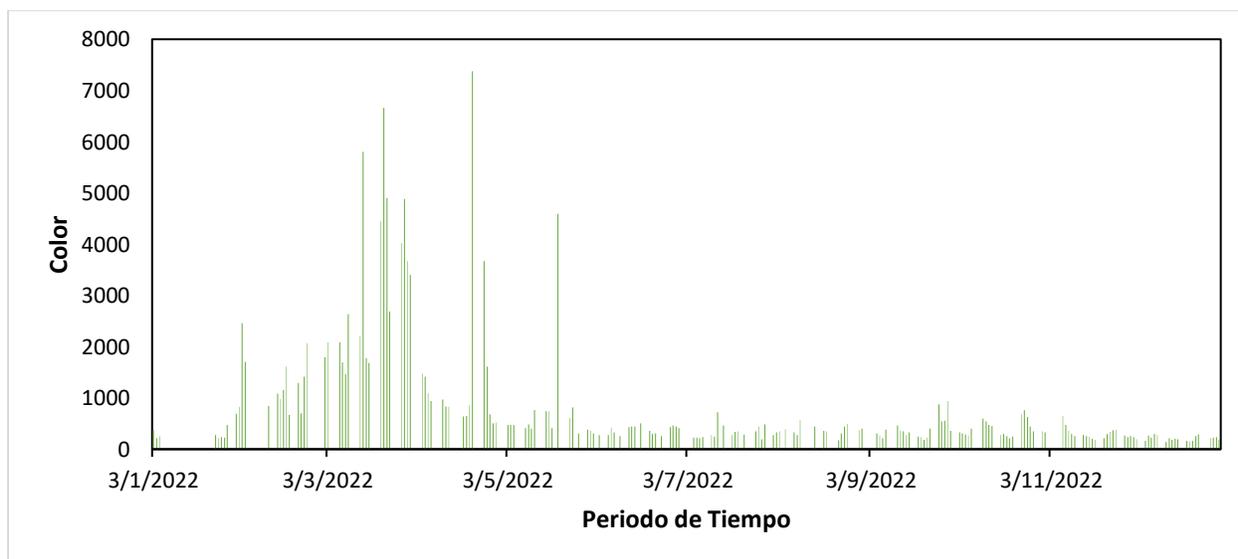


**Gráfica A. 9**

*Comportamiento del color en el año 2021*

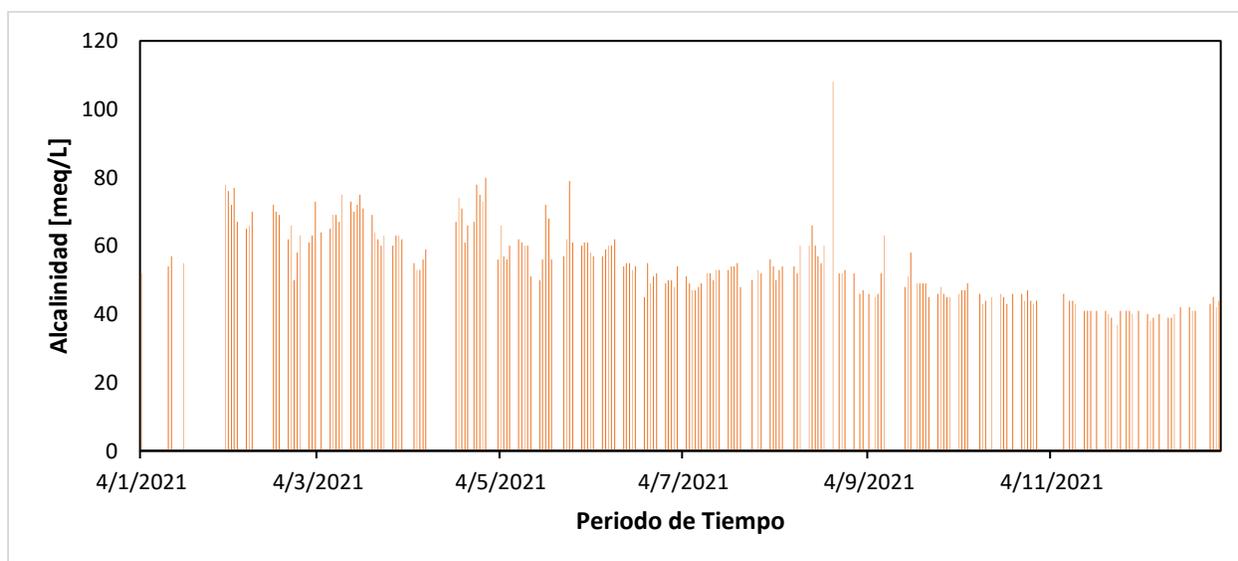
**Gráfica A. 10**

*Comportamiento del color en el año 2022*



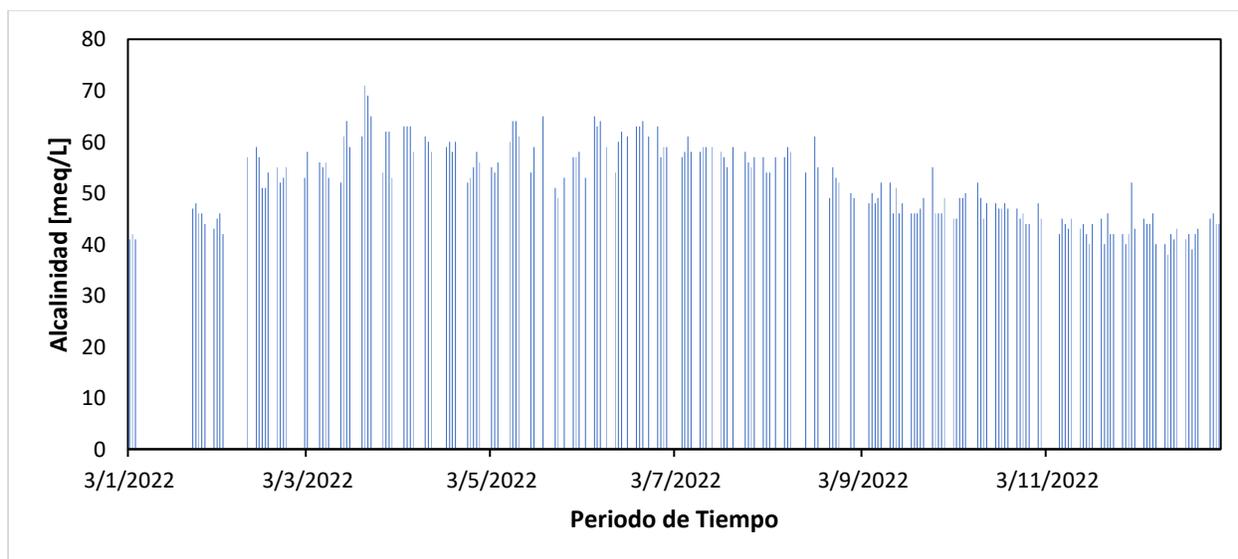
### Gráfica A. 11

*Comportamiento de la alcalinidad en el año 2021*



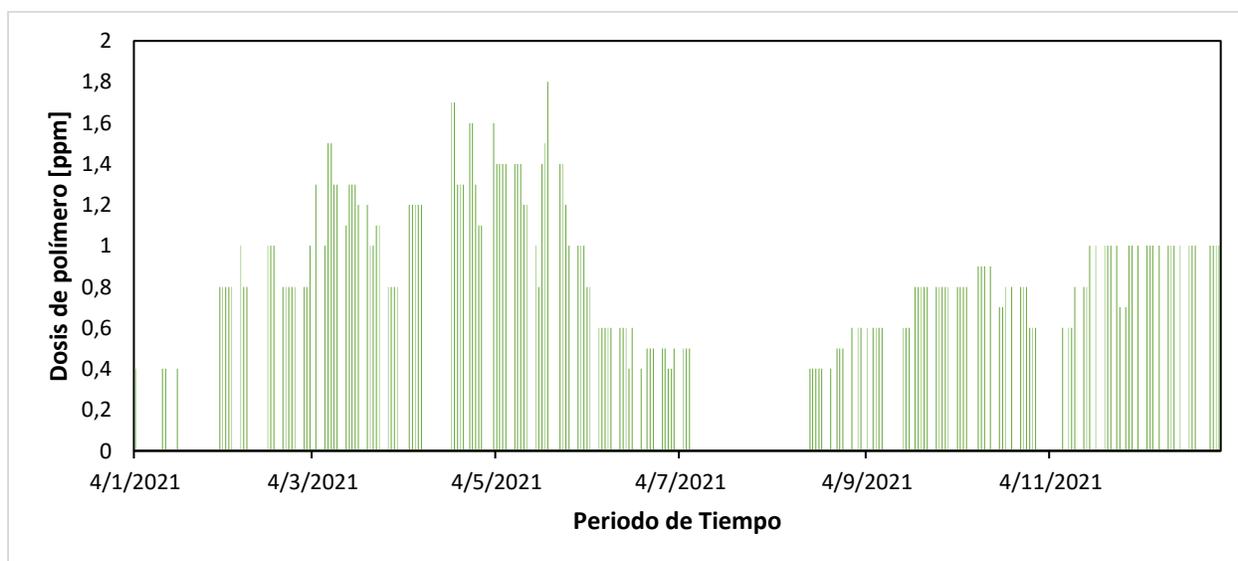
### Gráfica A. 12

*Comportamiento de la alcalinidad en el año 2022*

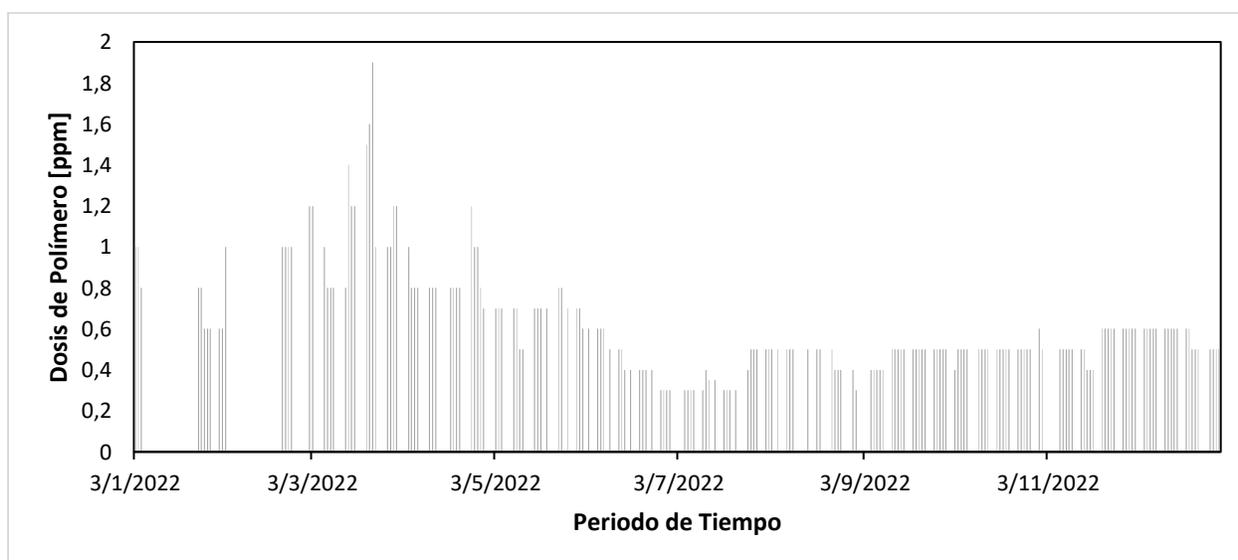


**Gráfica A. 13**

*Comportamiento de la dosis de polímero en el año 2021*

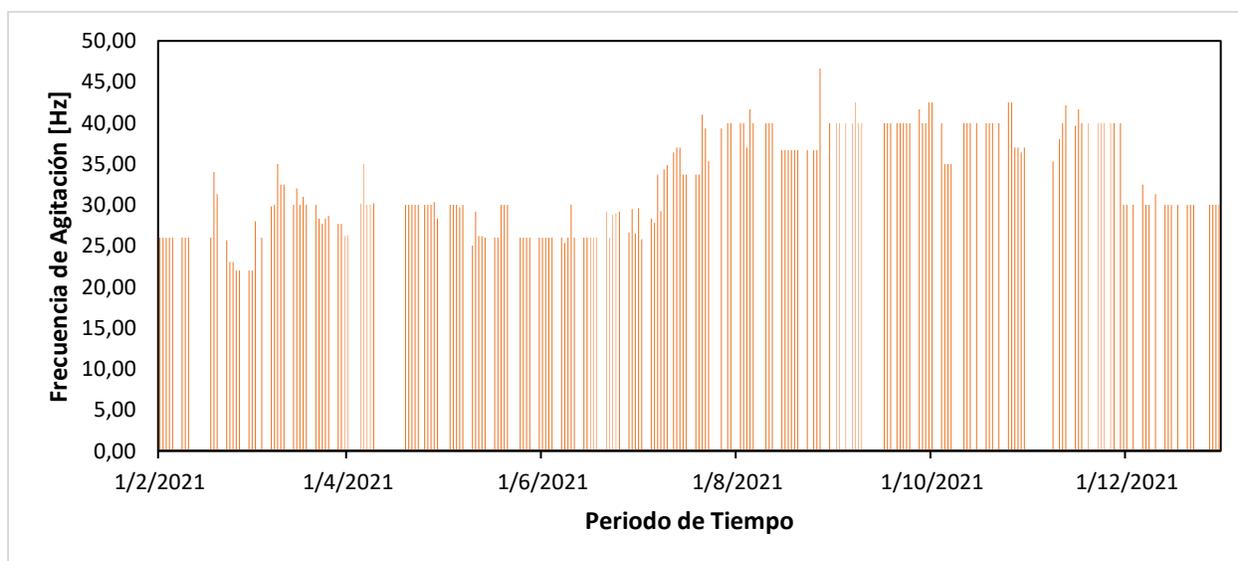
**Gráfica A. 14**

*Comportamiento de la dosis de polímero en el año 2022*

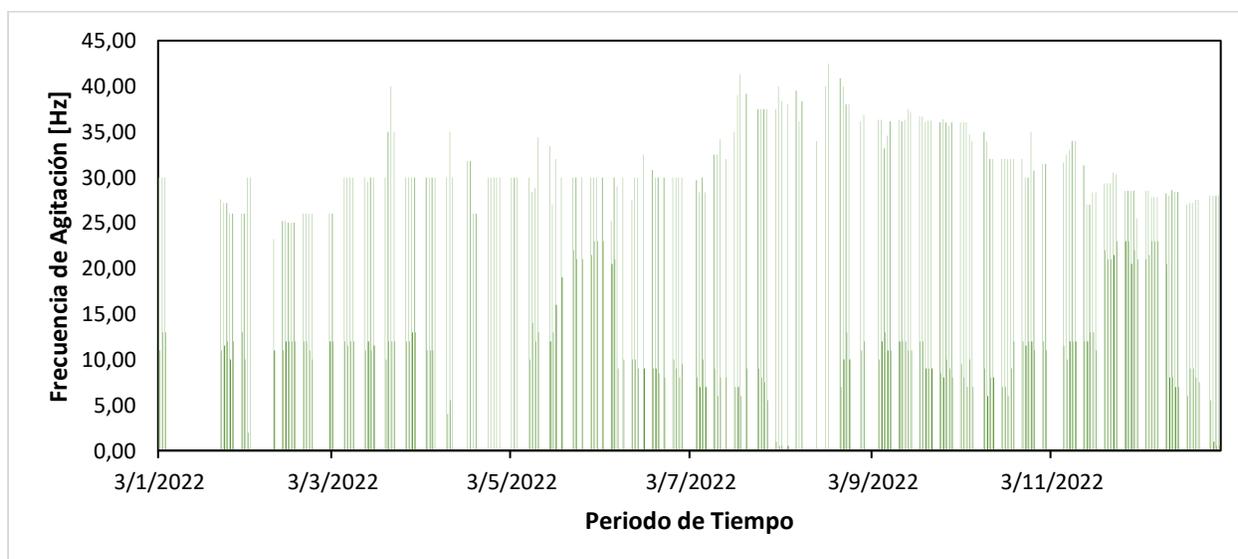


**Gráfica A. 15**

*Comportamiento de la frecuencia de agitación de los clarificadores en el año 2021*

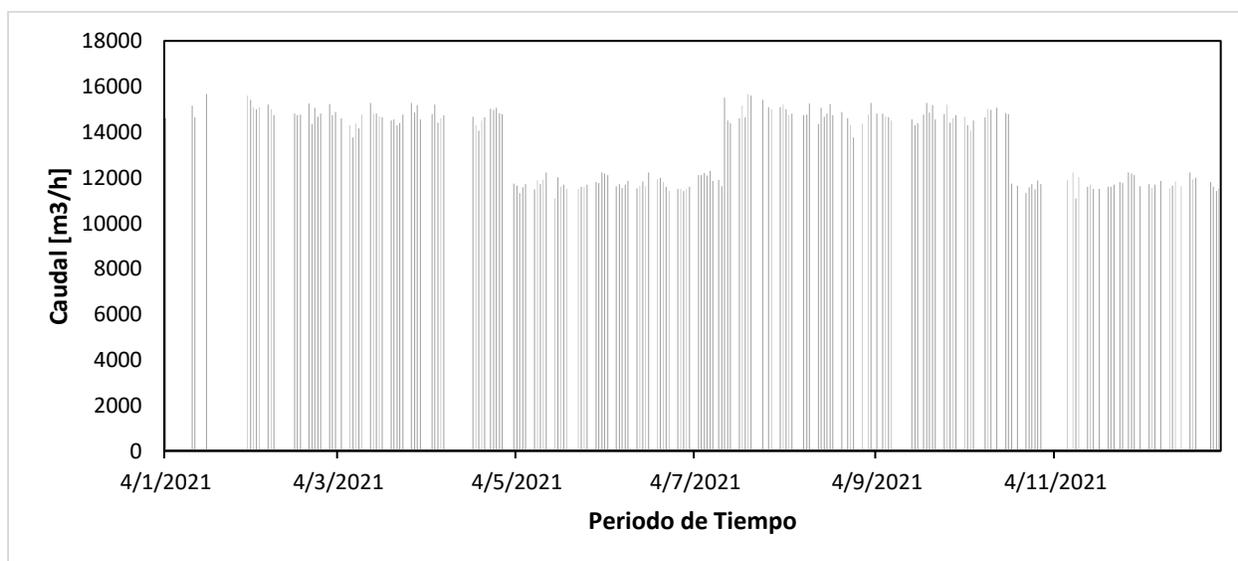
**Gráfica A. 16**

*Comportamiento de la frecuencia de agitación de los clarificadores en el año 2022*

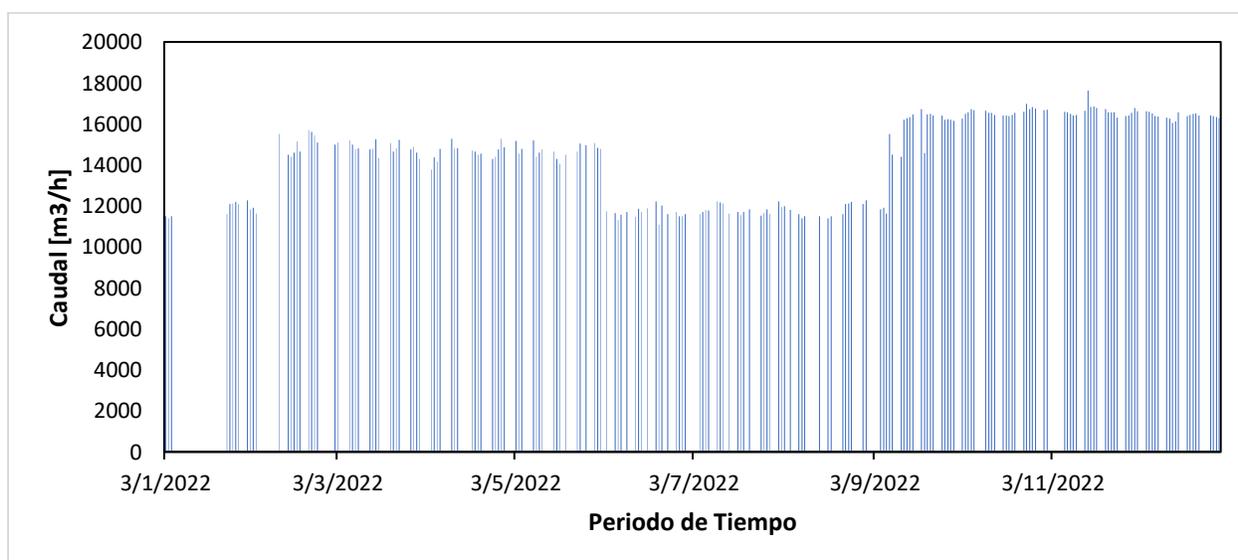


**Gráfica A. 17**

*Comportamiento del caudal de agua cruda en el año 2021*

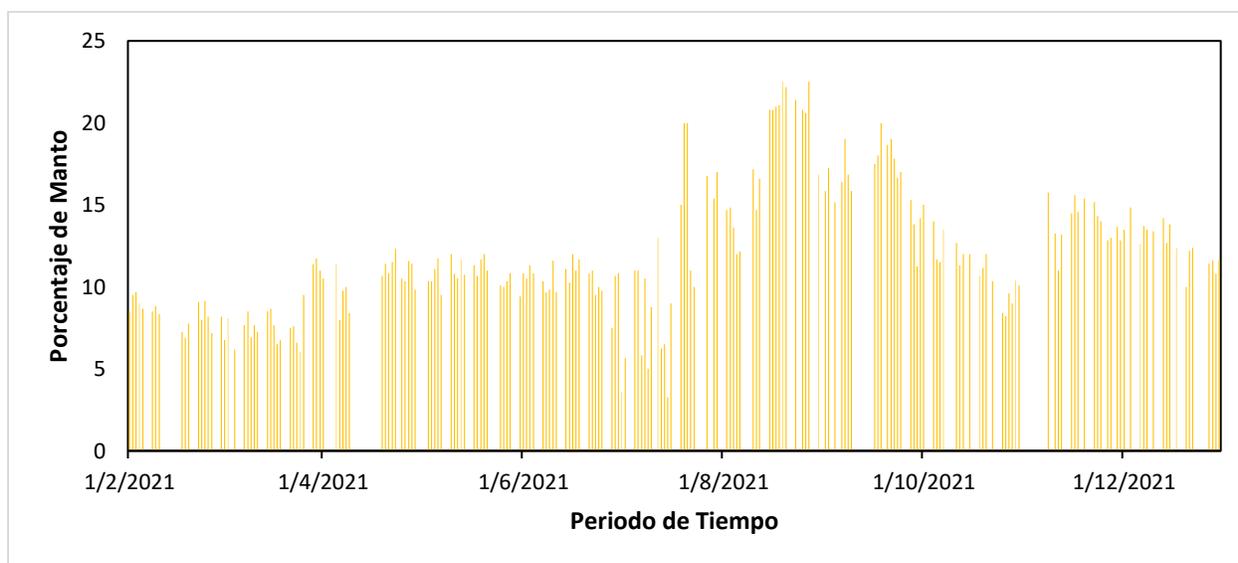
**Gráfica A. 18**

*Comportamiento del caudal de agua cruda en el año 2022*

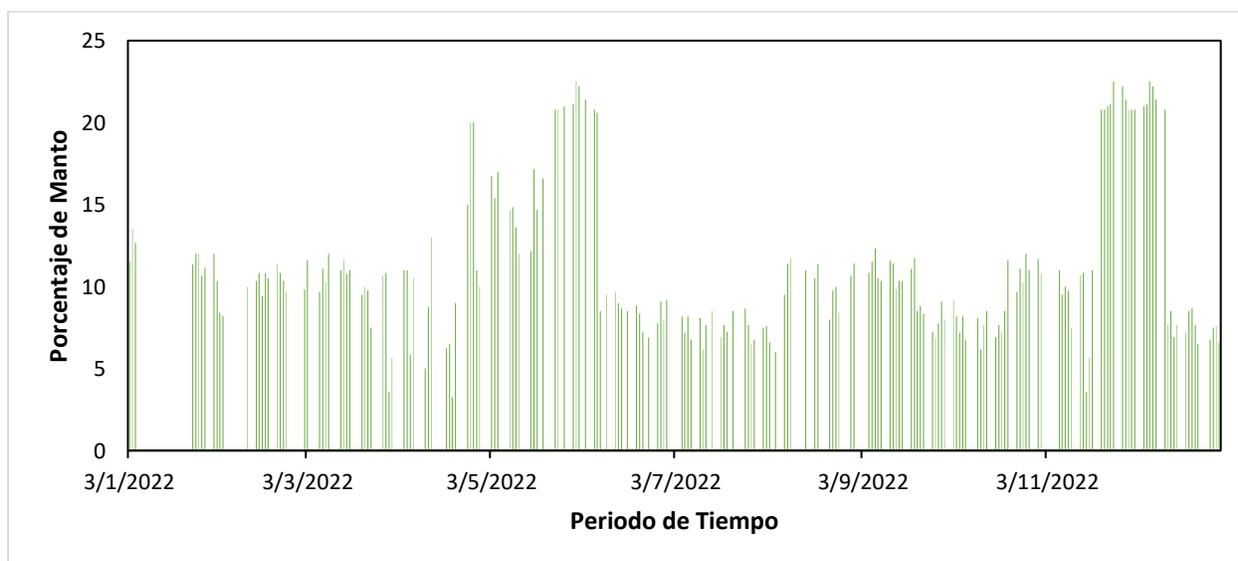


**Gráfica A. 19**

*Comportamiento del manto de lodos en el año 2021*

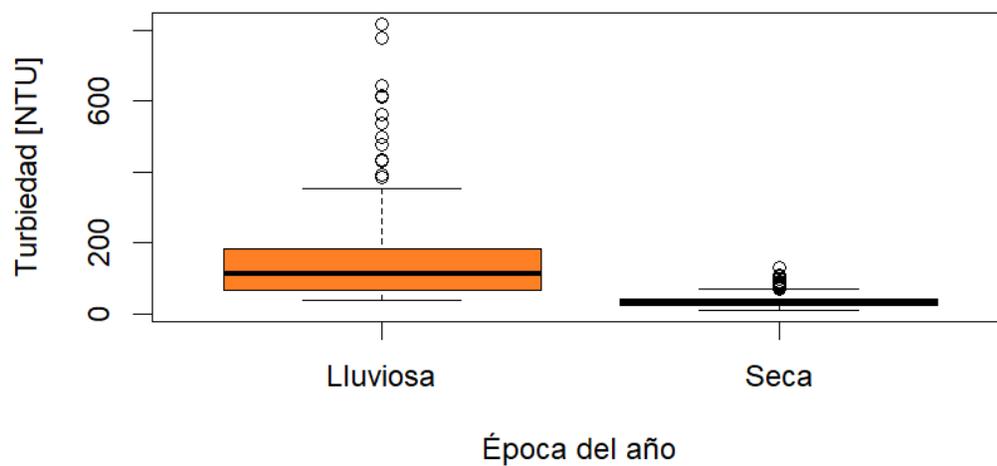
**Gráfica A. 20**

*Comportamiento del manto de lodos en el año 2022*

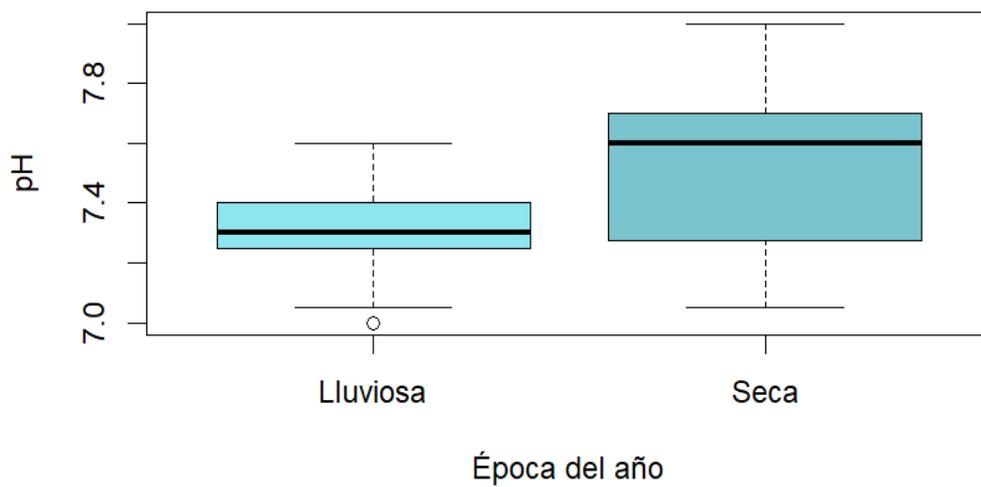


**Gráfica A. 21**

*Diagrama de cajas y bigotes de turbiedad*

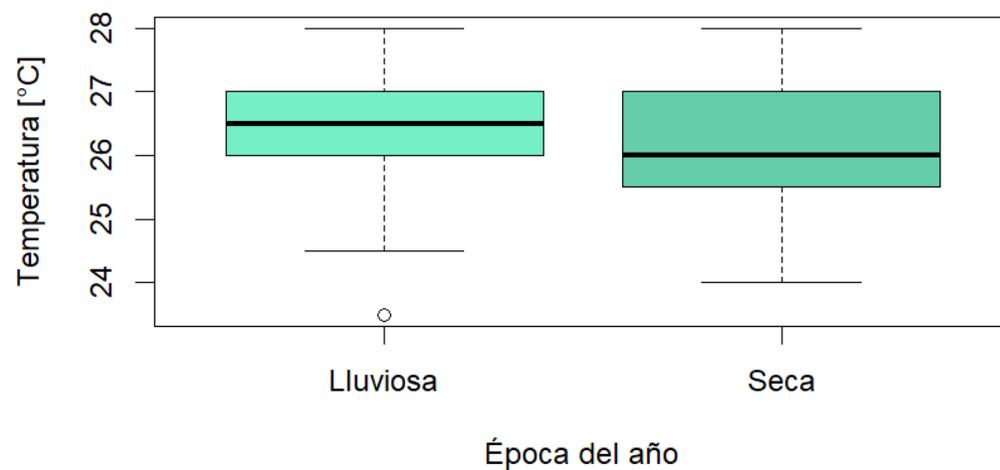
**Gráfica A. 22**

*Diagrama de cajas y bigote de pH*

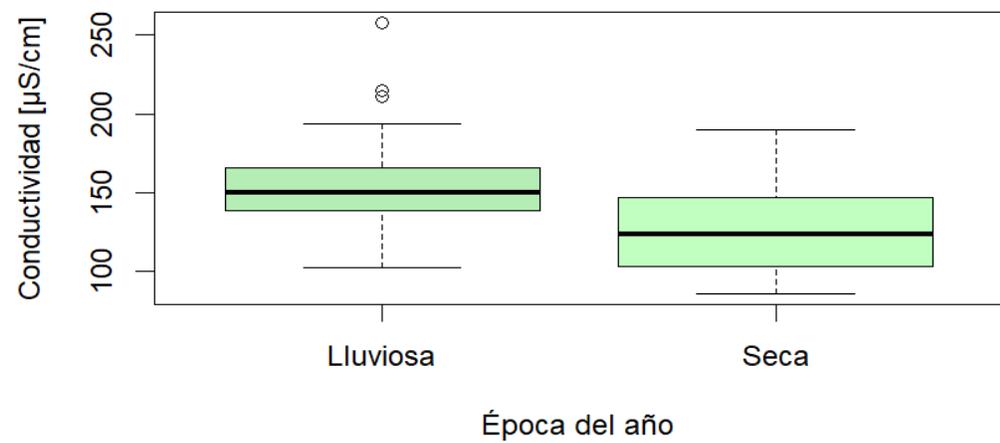


**Gráfica A. 23**

*Diagrama de cajas y bigote de temperatura*

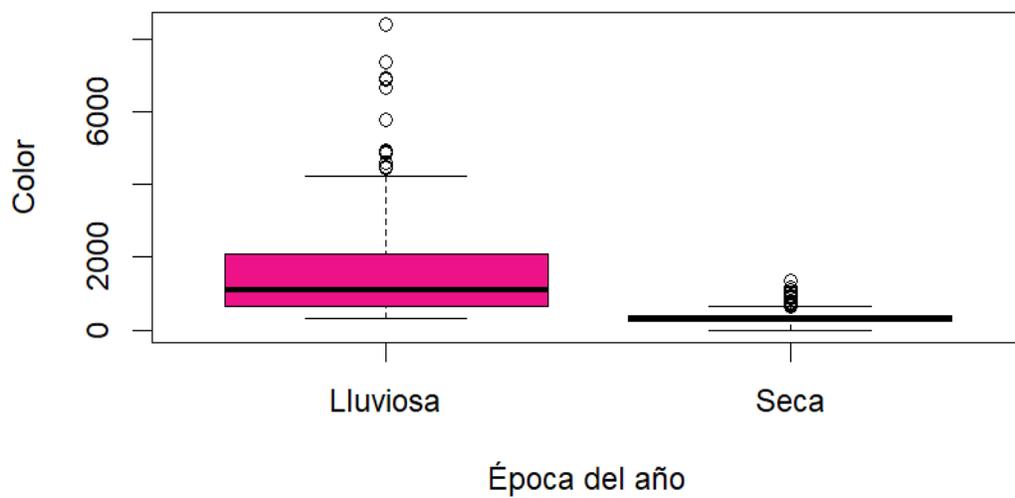
**Gráfica A. 24**

*Diagrama de cajas y bigotes de conductividad*

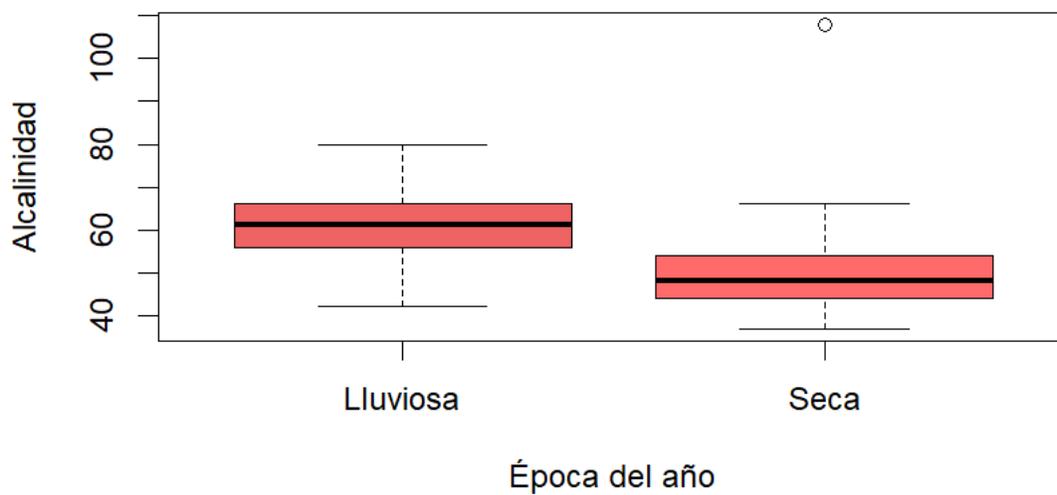


**Gráfica A. 25**

*Diagrama de cajas y bigote de color*

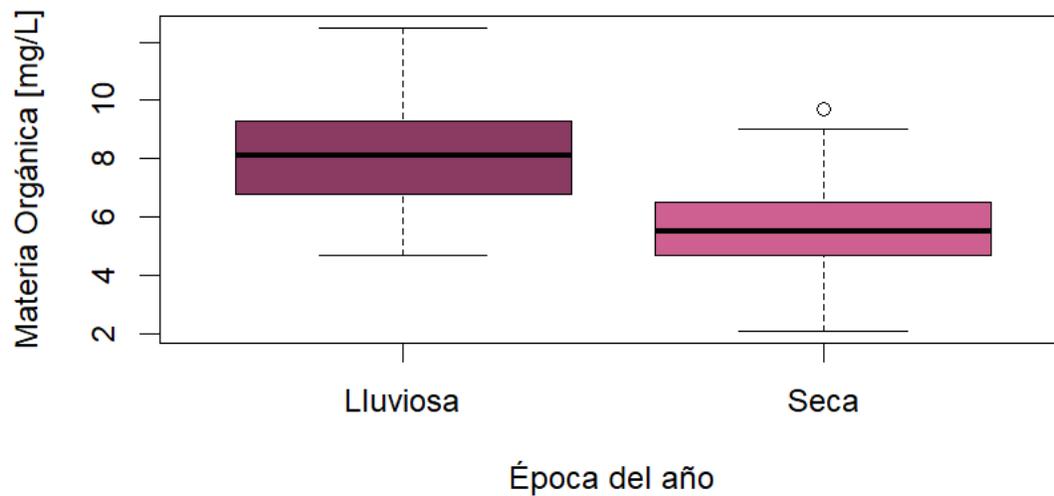
**Gráfica A. 26**

*Diagrama de cajas y bigote de alcalinidad*

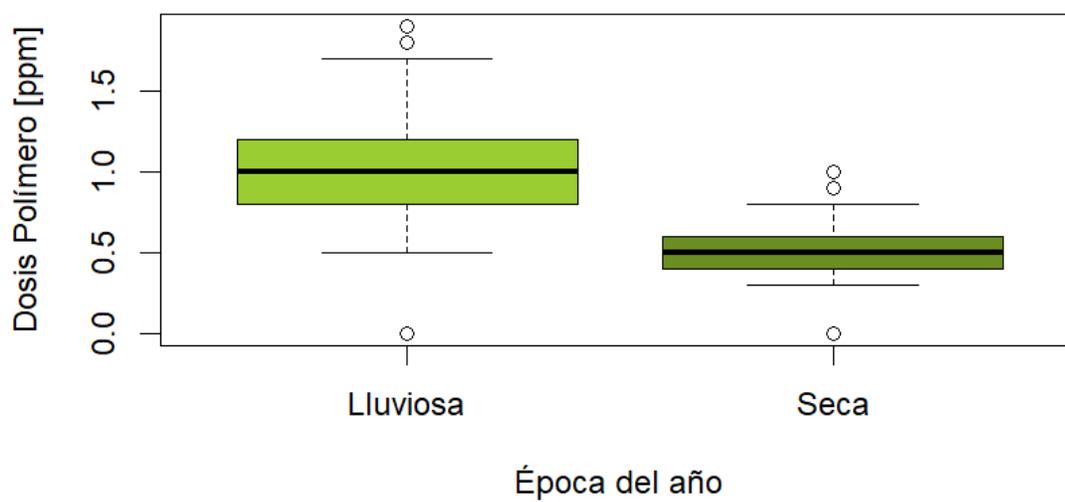


**Gráfica A. 27**

*Diagrama de cajas y bigote de materia orgánica*

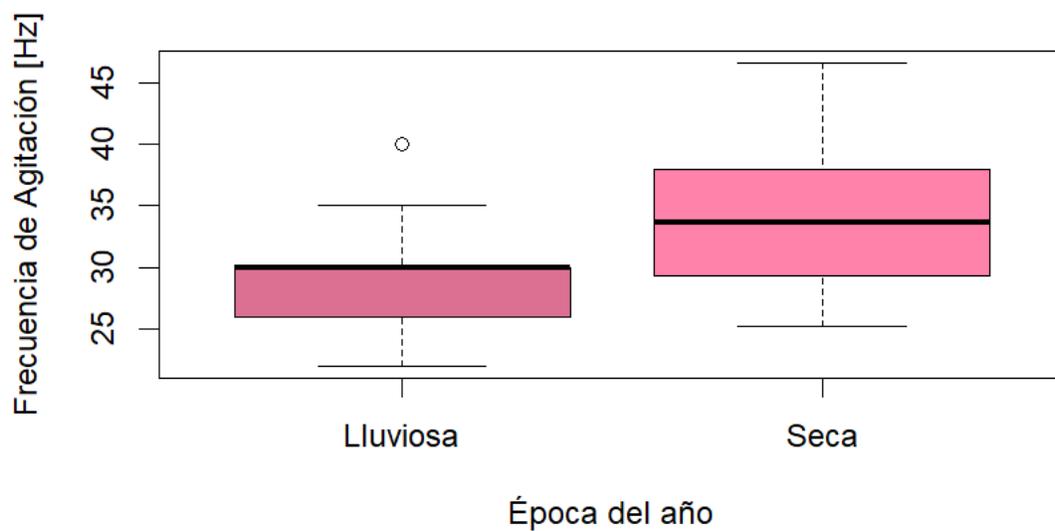
**Gráfica A. 28**

*Diagrama de cajas y bigotes de dosis de polímero*

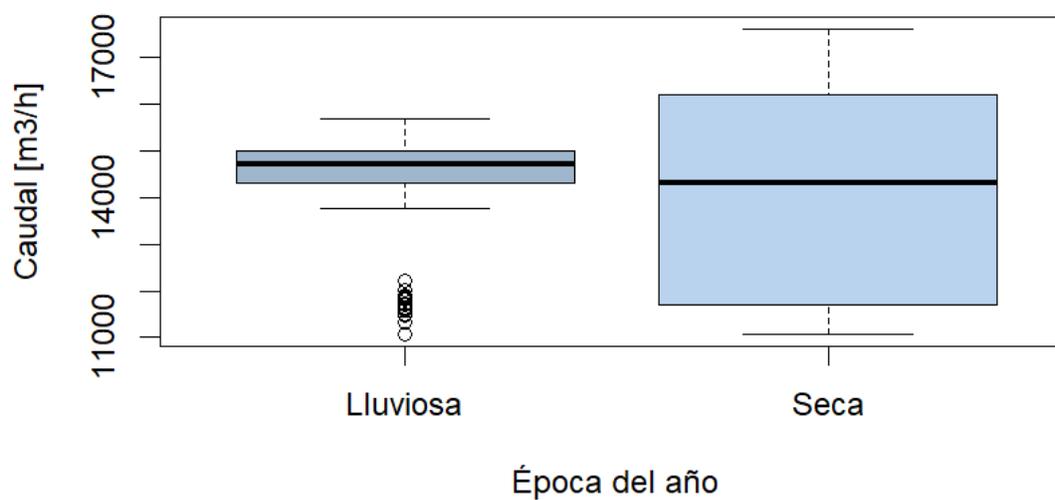


**Gráfica A. 29**

*Diagrama de cajas y bigotes de frecuencia de agitación de clarificadores*

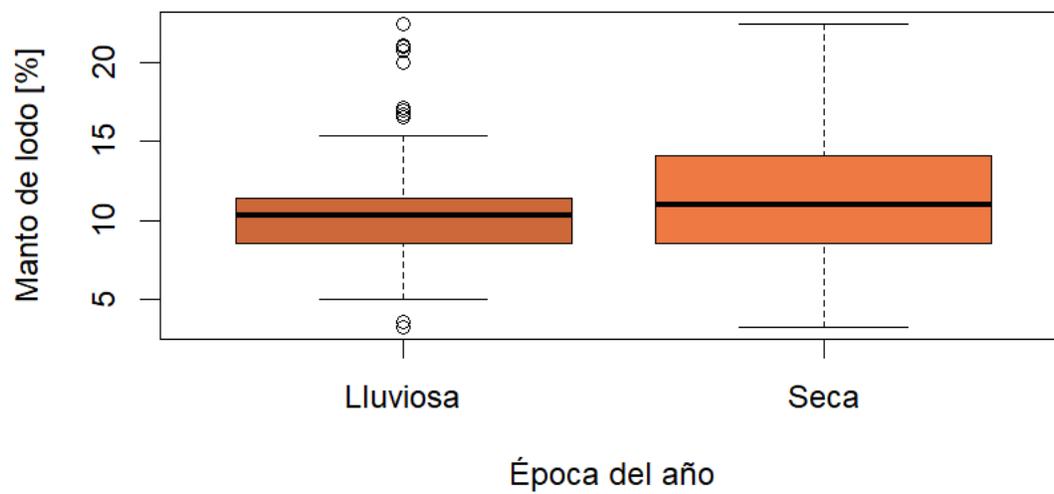
**Gráfica A. 30**

*Diagrama de cajas y bigotes de caudal de agua cruda*



**Gráfica A. 31**

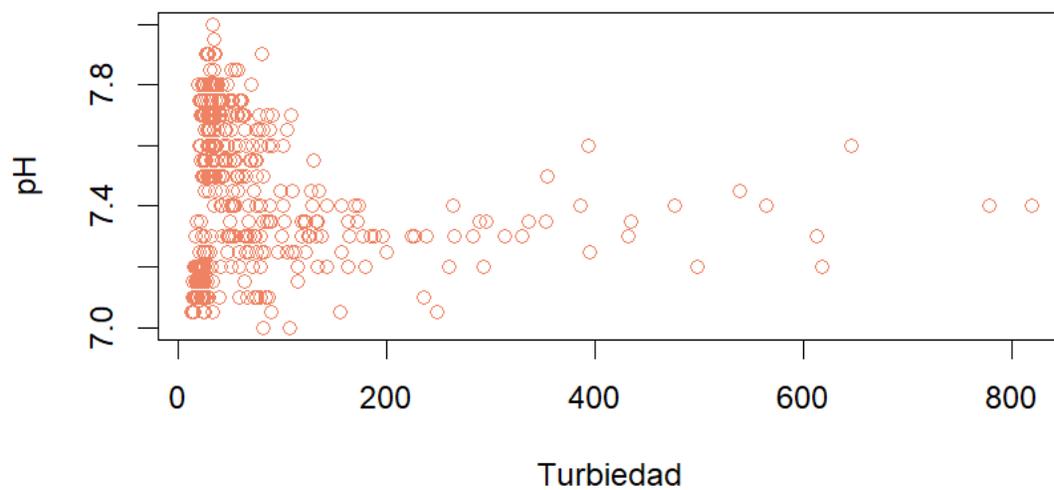
*Diagrama de cajas y bigote de porcentaje de manto de lodos en clarificadores*



## Evaluación de independencia de variables

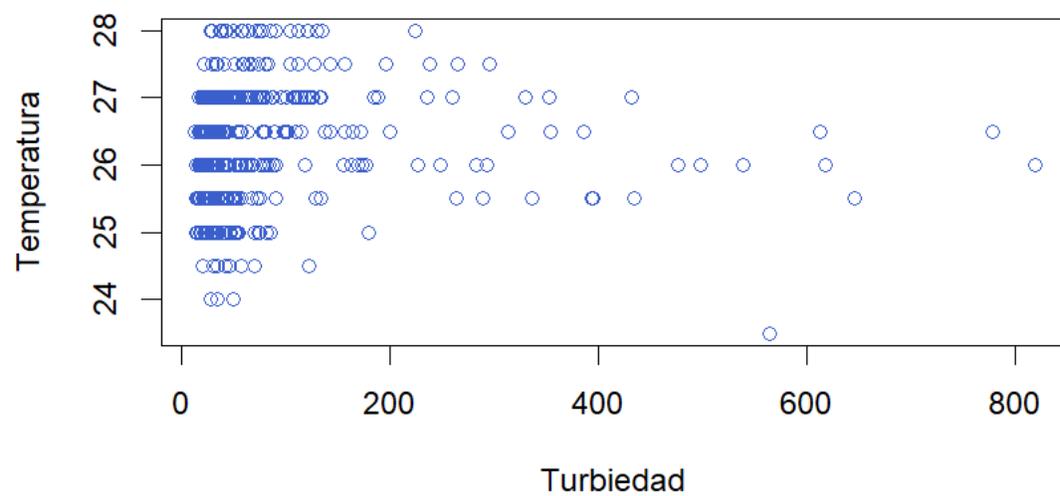
### Gráfica A. 32

*Diagrama de dispersión Turbiedad y pH*



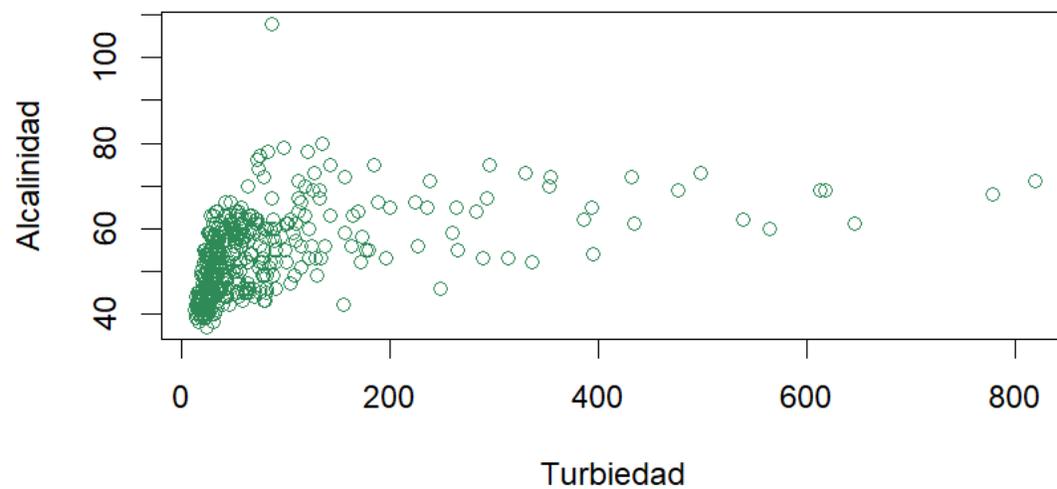
### Gráfica A. 33

*Diagrama de dispersión Turbiedad y Temperatura*

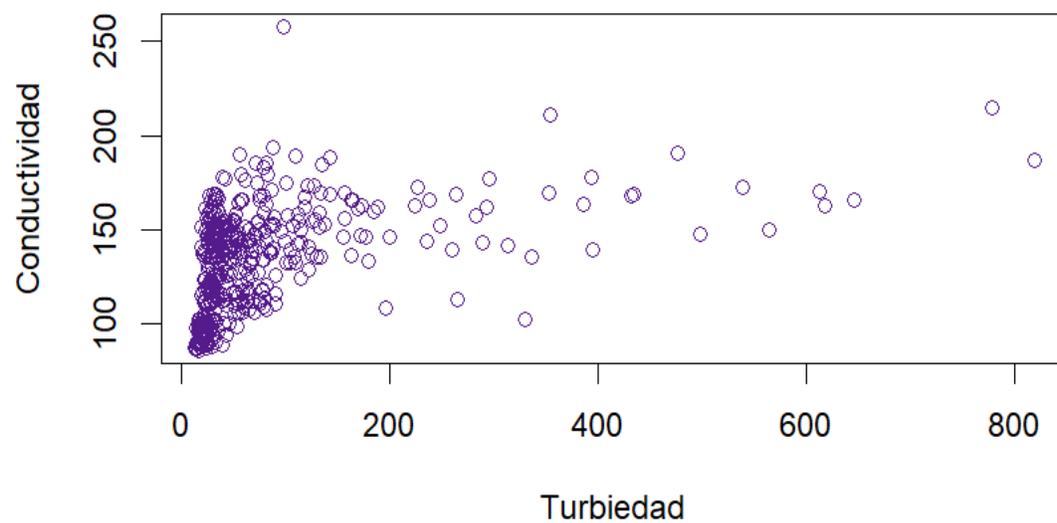


**Gráfica A. 34**

*Diagrama de dispersión Turbiedad y Alcalinidad*

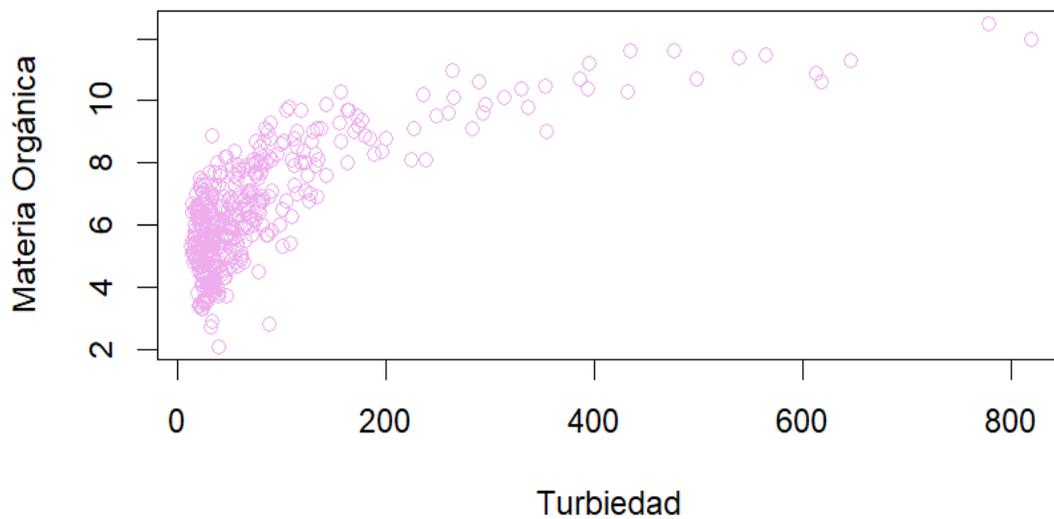
**Gráfica A. 35**

*Diagrama de dispersión Turbiedad y Conductividad*

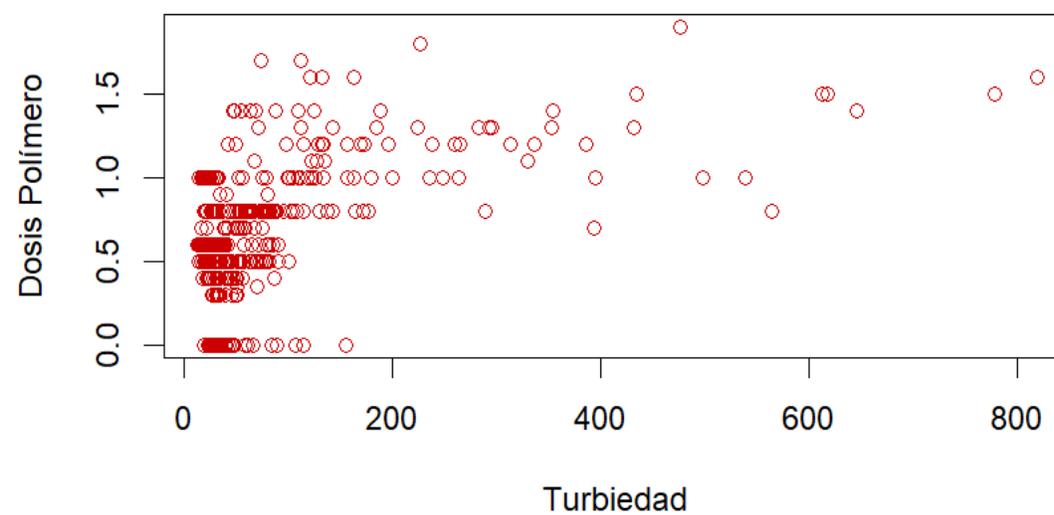


**Gráfica A. 36**

*Diagrama de dispersión Turbiedad y Materia Orgánica*

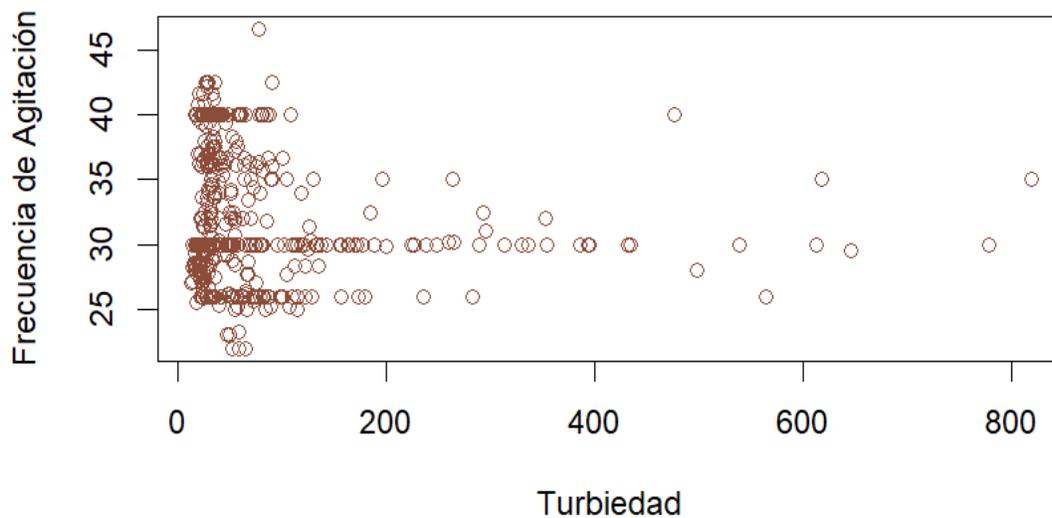
**Gráfica A. 37**

*Diagrama de dispersión de Turbiedad y Dosis de polímero*

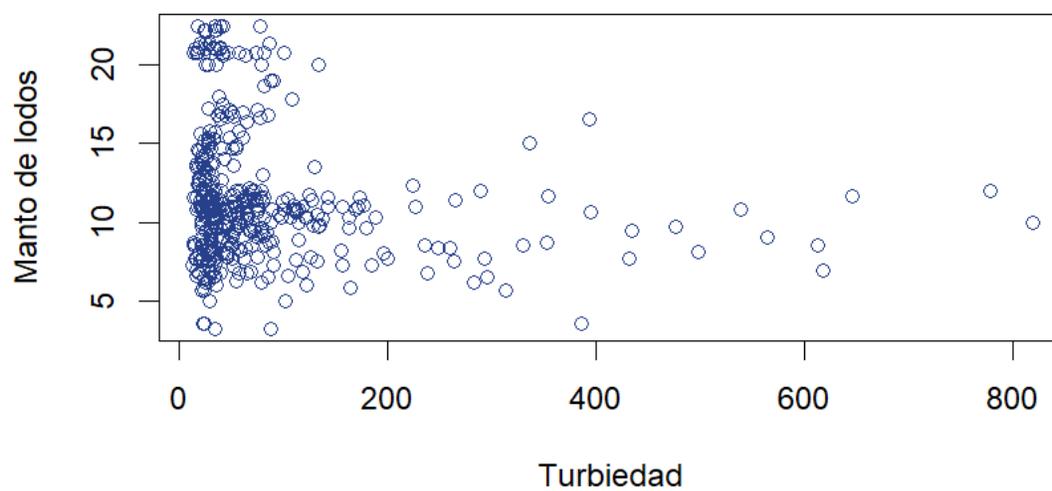


**Gráfica A. 38**

*Diagrama de dispersión Turbiedad y Frecuencia de agitación de clarificadores*

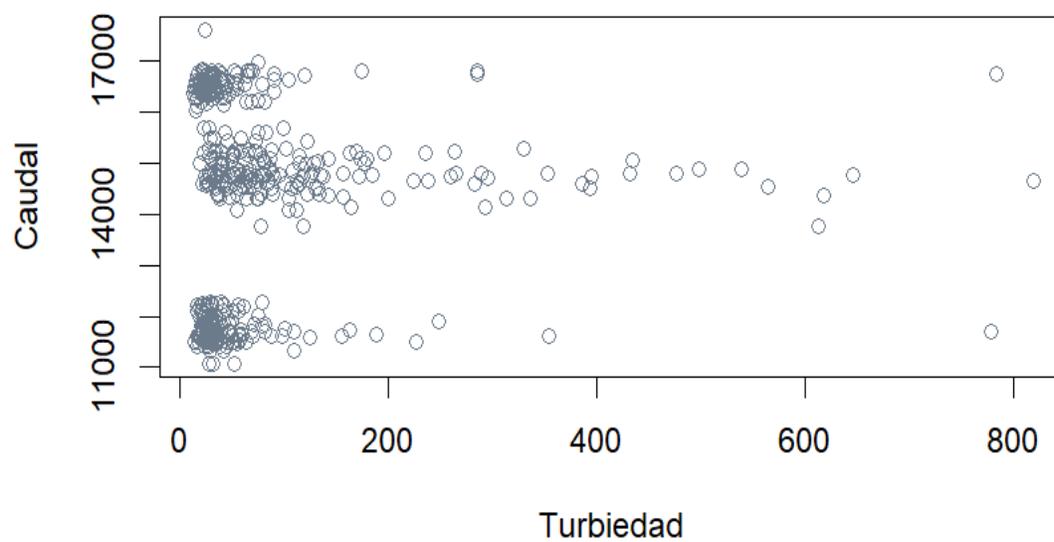
**Gráfica A. 39**

*Diagrama de dispersión Turbiedad y Porcentaje de manto de lodos*

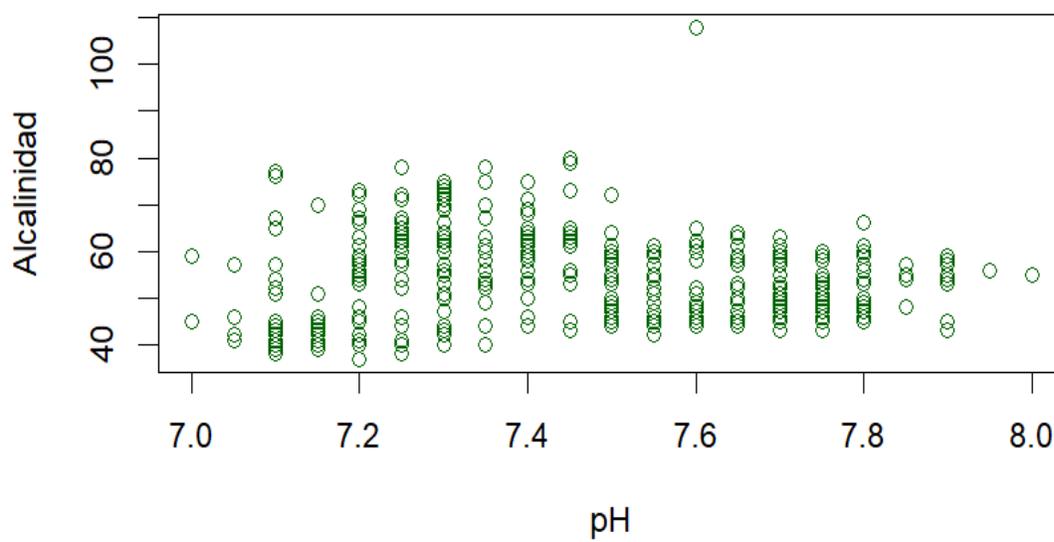


**Gráfica A. 40**

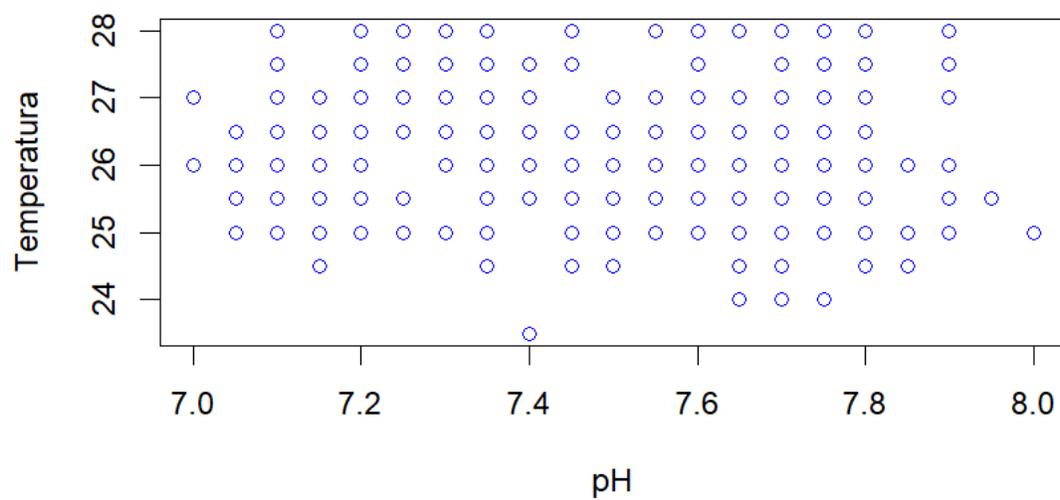
*Diagrama de dispersión Turbiedad y Caudal de agua cruda*

**Gráfica A. 41**

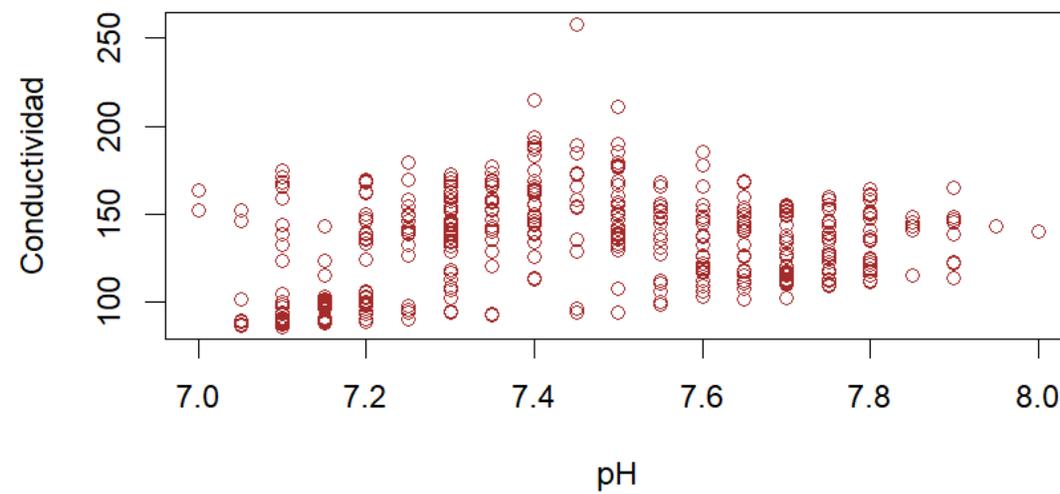
*Diagrama de dispersión pH y Alcalinidad*



Gráfica A. 42

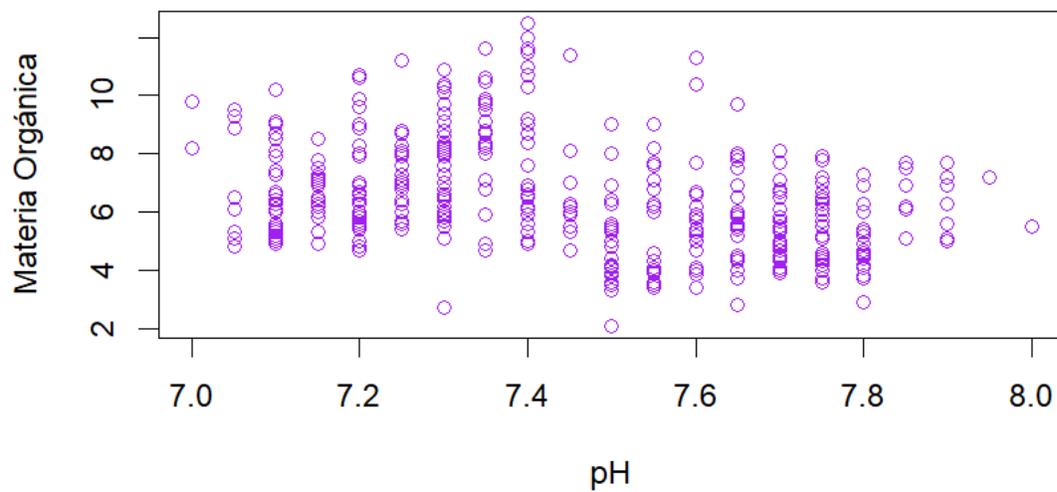
*Diagrama de dispersión pH y Temperatura*

Gráfica A. 43

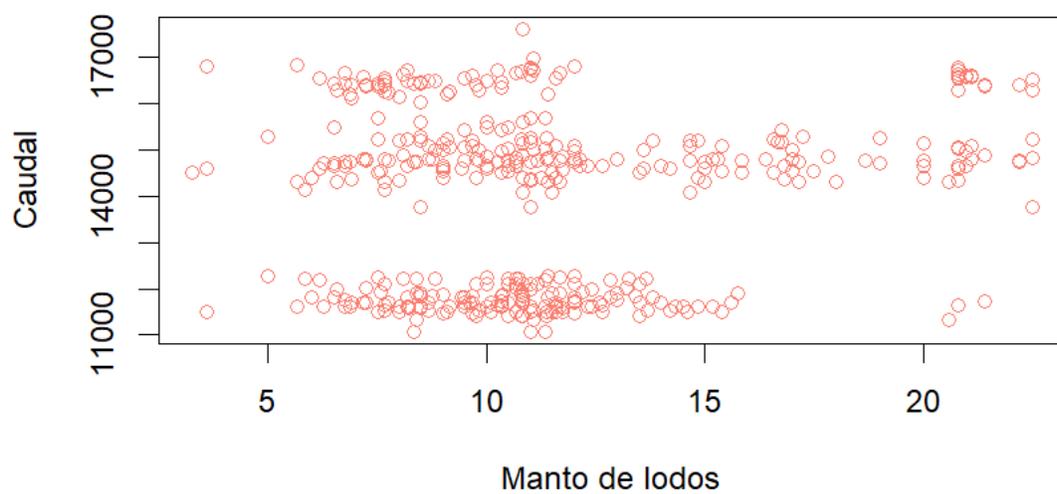
*Diagrama de dispersión pH y conductividad*

**Gráfica A. 44**

*Diagrama de dispersión pH y Materia orgánica*

**Gráfica A. 45**

*Diagrama de dispersión Porcentaje de manto de lodo y Caudal de agua cruda*



## Resultados del método de red neuronal artificial

**Tabla A. 1**

*Resultados Red Neuronal Artificial Sector A*

Época Seca			Época Lluviosa		
Dosis Real	Dosis Calculada	Error (%)	Dosis Real	Dosis Calculada	Error (%)
7,00	10,00	<b>42,86</b>	9,00	10,00	<b>11,11</b>
7,00	15,00	<b>114,29</b>	9,00	15,00	<b>66,67</b>
7,00	11,00	<b>57,14</b>	9,00	15,00	<b>66,67</b>
7,00	11,00	<b>57,14</b>	9,00	10,00	<b>11,11</b>
7,00	6,00	<b>14,29</b>	7,00	10,00	<b>42,86</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	7,00	15,00	<b>114,29</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	7,00	15,00	<b>114,29</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	7,00	15,00	<b>114,29</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	7,00	10,00	<b>42,86</b>
7,00	4,00	<b>42,86</b>	7,00	15,00	<b>114,29</b>
7,00	4,00	<b>42,86</b>	9,00	6,00	<b>33,33</b>
7,00	4,00	<b>42,86</b>	9,00	6,00	<b>33,33</b>
7,00	3,00	<b>57,14</b>	9,00	6,00	<b>33,33</b>
7,00	1,00	<b>85,71</b>	9,00	6,00	<b>33,33</b>
7,00	7,00	<b>0,00</b>	9,00	6,00	<b>33,33</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	9,00	6,00	<b>33,33</b>
7,00	4,00	<b>42,86</b>	9,00	6,00	<b>33,33</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	9,00	15,00	<b>66,67</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	14,00	15,00	<b>7,14</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	14,00	6,00	<b>57,14</b>
8,00	5,00	<b>37,50</b>	14,00	6,00	<b>57,14</b>
11,00	9,00	<b>18,18</b>	14,00	6,00	<b>57,14</b>
7,00	12,00	<b>71,43</b>	8,00	6,00	<b>25,00</b>
11,00	17,00	<b>54,55</b>	8,00	6,00	<b>25,00</b>
11,00	18,00	<b>63,64</b>	8,00	15,00	<b>87,50</b>
7,00	16,00	<b>128,57</b>	8,00	15,00	<b>87,50</b>
7,00	12,00	<b>71,43</b>	8,00	15,00	<b>87,50</b>
11,00	11,00	<b>0,00</b>	8,00	15,00	<b>87,50</b>
11,00	6,00	<b>45,45</b>	8,00	15,00	<b>87,50</b>
7,00	2,00	<b>71,43</b>	8,00	15,00	<b>87,50</b>
11,00	6,00	<b>45,45</b>	11,00	10,00	<b>9,09</b>
11,00	12,00	<b>9,09</b>	13,00	10,00	<b>23,08</b>
11,00	13,00	<b>18,18</b>	13,00	6,00	<b>53,85</b>
11,00	9,00	<b>18,18</b>	15,00	6,00	<b>60,00</b>

11,00	14,00	<b>27,27</b>	15,00	6,00	<b>60,00</b>
10,00	14,00	<b>40,00</b>	15,00	6,00	<b>60,00</b>
7,00	7,00	<b>0,00</b>	15,00	6,00	<b>60,00</b>
11,00	14,00	<b>27,27</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
7,00	4,00	<b>42,86</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
7,00	6,00	<b>14,29</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
7,00	8,00	<b>14,29</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
7,00	7,00	<b>0,00</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
7,00	6,00	<b>14,29</b>	7,00	16,00	<b>128,57</b>
7,00	8,00	<b>14,29</b>	7,00	16,00	<b>128,57</b>
7,00	7,00	<b>0,00</b>	7,00	17,00	<b>142,86</b>
7,00	6,00	<b>14,29</b>	7,00	15,00	<b>114,29</b>
7,00	10,00	<b>42,86</b>	7,00	15,00	<b>114,29</b>
7,00	8,00	<b>14,29</b>	7,00	15,00	<b>114,29</b>
9,00	8,00	<b>11,11</b>	7,00	15,00	<b>114,29</b>
7,00	9,00	<b>28,57</b>	7,00	20,00	<b>185,71</b>
7,00	6,00	<b>14,29</b>	7,00	6,00	<b>14,29</b>
10,00	7,00	<b>30,00</b>	7,00	6,00	<b>14,29</b>
11,00	7,00	<b>36,36</b>	7,00	6,00	<b>14,29</b>
11,00	8,00	<b>27,27</b>	11,00	6,00	<b>45,45</b>
11,00	8,00	<b>27,27</b>	11,00	7,00	<b>36,36</b>
11,00	9,00	<b>18,18</b>	10,00	7,00	<b>30,00</b>
11,00	12,00	<b>9,09</b>	20,00	7,00	<b>65,00</b>
11,00	12,00	<b>9,09</b>	10,00	7,00	<b>30,00</b>
11,00	12,00	<b>9,09</b>	10,00	4,00	<b>60,00</b>
11,00	12,00	<b>9,09</b>	10,00	4,00	<b>60,00</b>
12,00	12,00	<b>0,00</b>	6,00	4,00	<b>33,33</b>
12,00	8,00	<b>33,33</b>	6,00	4,00	<b>33,33</b>
10,00	8,00	<b>20,00</b>	6,00	4,00	<b>33,33</b>
7,00	8,00	<b>14,29</b>	6,00	4,00	<b>33,33</b>
7,00	8,00	<b>14,29</b>	6,00	7,00	<b>16,67</b>
7,00	8,00	<b>14,29</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
7,00	8,00	<b>14,29</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
7,00	12,00	<b>71,43</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
10,00	12,00	<b>20,00</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
10,00	12,00	<b>20,00</b>	7,00	7,00	<b>0,00</b>
11,00	3,00	<b>72,73</b>	10,00	7,00	<b>30,00</b>
11,00	3,00	<b>72,73</b>	10,00	7,00	<b>30,00</b>
11,00	3,00	<b>72,73</b>	10,00	7,00	<b>30,00</b>
10,00	3,00	<b>70,00</b>	11,00	7,00	<b>36,36</b>
10,00	12,00	<b>20,00</b>	11,00	15,00	<b>36,36</b>
10,00	12,00	<b>20,00</b>	15,00	16,00	<b>6,67</b>

10,00	12,00	<b>20,00</b>	17,00	20,00	<b>17,65</b>
11,00	12,00	<b>9,09</b>	20,00	20,00	<b>0,00</b>

**Tabla A. 2**

*Resultados Red Neuronal Artificial Sector B*

Época Seca			Época Lluviosa		
Dosis Real	Dosis Calculada	Error (%)	Dosis Real	Dosis Calculada	Error (%)
6,00	10,00	<b>66,67</b>	15,00	7,00	<b>53,33</b>
6,00	9,00	<b>50,00</b>	15,00	7,00	<b>53,33</b>
6,00	15,00	<b>150,00</b>	15,00	7,00	<b>53,33</b>
6,00	14,00	<b>133,33</b>	20,00	7,00	<b>65,00</b>
6,00	3,00	<b>50,00</b>	20,00	10,00	<b>50,00</b>
6,00	3,00	<b>50,00</b>	20,00	10,00	<b>50,00</b>
6,00	4,00	<b>33,33</b>	20,00	10,00	<b>50,00</b>
6,00	4,00	<b>33,33</b>	20,00	7,00	<b>65,00</b>
6,00	5,00	<b>16,67</b>	9,00	7,00	<b>22,22</b>
6,00	1,00	<b>83,33</b>	9,00	7,00	<b>22,22</b>
6,00	8,00	<b>33,33</b>	9,00	9,00	<b>0,00</b>
6,00	8,00	<b>33,33</b>	9,00	9,00	<b>0,00</b>
6,00	5,00	<b>16,67</b>	15,00	9,00	<b>40,00</b>
6,00	3,00	<b>50,00</b>	15,00	9,00	<b>40,00</b>
6,00	3,00	<b>50,00</b>	15,00	9,00	<b>40,00</b>
6,00	3,00	<b>50,00</b>	23,00	10,00	<b>56,52</b>
6,00	4,00	<b>33,33</b>	23,00	10,00	<b>56,52</b>
6,00	4,00	<b>33,33</b>	23,00	10,00	<b>56,52</b>
6,00	4,00	<b>33,33</b>	15,00	10,00	<b>33,33</b>
6,00	5,00	<b>16,67</b>	15,00	15,00	<b>0,00</b>
6,00	7,00	<b>16,67</b>	15,00	15,00	<b>0,00</b>
6,00	10,00	<b>66,67</b>	15,00	15,00	<b>0,00</b>
6,00	12,00	<b>100,00</b>	22,00	17,00	<b>22,73</b>
6,00	12,00	<b>100,00</b>	22,00	17,00	<b>22,73</b>
6,00	12,00	<b>100,00</b>	22,00	20,00	<b>9,09</b>
6,00	6,00	<b>0,00</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
6,00	6,00	<b>0,00</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
6,00	8,00	<b>33,33</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
6,00	6,00	<b>0,00</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
6,00	7,00	<b>16,67</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>

6,00	9,00	<b>50,00</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
6,00	7,00	<b>16,67</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
6,00	5,00	<b>16,67</b>	45,00	20,00	<b>55,56</b>
6,00	6,00	<b>0,00</b>	45,00	20,00	<b>55,56</b>
6,00	7,00	<b>16,67</b>	45,00	15,00	<b>66,67</b>
6,00	6,00	<b>0,00</b>	45,00	15,00	<b>66,67</b>
6,00	6,00	<b>0,00</b>	16,00	7,00	<b>56,25</b>
7,00	9,00	<b>28,57</b>	16,00	7,00	<b>56,25</b>
7,00	5,00	<b>28,57</b>	15,00	7,00	<b>53,33</b>
7,00	9,00	<b>28,57</b>	15,00	7,00	<b>53,33</b>
7,00	9,00	<b>28,57</b>	15,00	9,00	<b>40,00</b>
7,00	11,00	<b>57,14</b>	15,00	9,00	<b>40,00</b>
8,00	7,00	<b>12,50</b>	15,00	9,00	<b>40,00</b>
8,00	6,00	<b>25,00</b>	14,00	9,00	<b>35,71</b>
8,00	7,00	<b>12,50</b>	15,00	9,00	<b>40,00</b>
8,00	5,00	<b>37,50</b>	15,00	9,00	<b>40,00</b>
8,00	7,00	<b>12,50</b>	9,00	15,00	<b>66,67</b>
8,00	10,00	<b>25,00</b>	9,00	15,00	<b>66,67</b>
8,00	13,00	<b>62,50</b>	9,00	15,00	<b>66,67</b>
9,00	2,00	<b>77,78</b>	9,00	15,00	<b>66,67</b>
9,00	15,00	<b>66,67</b>	10,00	15,00	<b>50,00</b>
9,00	8,00	<b>11,11</b>	10,00	15,00	<b>50,00</b>
9,00	8,00	<b>11,11</b>	30,00	15,00	<b>50,00</b>
9,00	6,00	<b>33,33</b>	30,00	15,00	<b>50,00</b>
9,00	11,00	<b>22,22</b>	30,00	15,00	<b>50,00</b>
9,00	10,00	<b>11,11</b>	15,00	17,00	<b>13,33</b>
10,00	13,00	<b>30,00</b>	15,00	17,00	<b>13,33</b>
10,00	8,00	<b>20,00</b>	15,00	17,00	<b>13,33</b>
10,00	8,00	<b>20,00</b>	15,00	15,00	<b>0,00</b>
10,00	10,00	<b>0,00</b>	28,00	15,00	<b>46,43</b>
10,00	9,00	<b>10,00</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
10,00	12,00	<b>20,00</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
10,00	9,00	<b>10,00</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
10,00	8,00	<b>20,00</b>	30,00	20,00	<b>33,33</b>
11,00	8,00	<b>27,27</b>	15,00	23,00	<b>53,33</b>
11,00	12,00	<b>9,09</b>	15,00	23,00	<b>53,33</b>
11,00	6,00	<b>45,45</b>	15,00	23,00	<b>53,33</b>
11,00	13,00	<b>18,18</b>	15,00	24,00	<b>60,00</b>
11,00	11,00	<b>0,00</b>	24,00	23,00	<b>4,17</b>
11,00	10,00	<b>9,09</b>	24,00	23,00	<b>4,17</b>
12,00	12,00	<b>0,00</b>	24,00	23,00	<b>4,17</b>
12,00	14,00	<b>16,67</b>	24,00	25,00	<b>4,17</b>
12,00	18,00	<b>50,00</b>	24,00	25,00	<b>4,17</b>

12,00	6,00	<b>50,00</b>	30,00	25,00	<b>16,67</b>
12,00	10,00	<b>16,67</b>	30,00	24,00	<b>20,00</b>
13,00	11,00	<b>15,38</b>	30,00	23,00	<b>23,33</b>
13,00	25,00	<b>92,31</b>	30,00	23,00	<b>23,33</b>
13,00	16,00	<b>23,08</b>	35,00	23,00	<b>34,29</b>
14,00	13,00	<b>7,14</b>	35,00	7,00	<b>80,00</b>

---