

AÑO: 2024

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: Tercera

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **PRIMER TERMINO**

PROFESORES: Bracamonte Mireya, Laveglia Franca,  
Martin Carlos, Pastuizaca María Nela, Ramírez John,  
Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 12 de septiembre de 2024

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: \_\_\_\_\_

NÚMERO DE MATRÍCULA: \_\_\_\_\_

PARALELO: \_\_\_\_\_

**1. (15 Puntos)**

A continuación, encontrará 3 afirmaciones, donde debe determinar si estas son verdaderas o falsas. En cada caso debe justificar su elección, bien sea presentando alguna demostración, contraejemplo o cálculo.

a. Si  $H$  es un subespacio no nulo de un espacio vectorial  $V$  de dimension  $n$ , entonces

$$\dim(H^\perp) = n.$$

b. Sea  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 8 \\ 5 & 8 & 4 \end{pmatrix}$ , entonces  $\lambda = 3 + 2i$  es un valor característico de  $A$ .

c. Sean  $V$  y  $W$  dos espacios vectoriales de dimensión finita y  $T$  una transformación lineal de  $V$  en  $W$ . Si  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  es un conjunto linealmente dependiente, entonces  $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)\}$  es linealmente dependiente.

**2. (20 Puntos)**

Considere el espacio vectorial  $\mathbb{R}^4$ , con las operaciones convencionales y los subconjuntos de  $\mathbb{R}^4$ :

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : z = w = 0 \right\}$$

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : z = -w \right\}$$

$$W_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : x = y = 1 \right\}$$

- Determine cuáles de estos subconjuntos son subespacios vectoriales de  $\mathbb{R}^4$ .
- Calcule la intersección de los subespacios encontrados en la parte a.)

**3. (20 Puntos)**

Sea  $A$  la matriz de coeficientes del sistema lineal:

$$\begin{cases} 2x + y - z = a \\ x - y + 2z = b \\ x + 2y - 3z = c \end{cases}$$

- a. Determine una base para el espacio fila y para el núcleo de la matriz  $A$ .
- b. Si  $c = 2a + b$ , determine si el vector  $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  pertenece al conjunto  $Im(A)$ .

**4. (20 Puntos)**

Sea  $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  el espacio vectorial de las matrices de orden 2 con las operaciones convencionales y sea  $T: M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ , tal que  $T(A) = A - A^t$

Determine el vector del núcleo de  $T$  más cercano a  $v = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ .

**5. (25 Puntos)**

Determine los valores de la constante  $k$ , para los cuales la matriz  $A$  es diagonalizable.  
Justifique su respuesta.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 6 & -5 & 0 \\ 3 & -3 & k \end{pmatrix}$$