

Año:	2023	Periodo:	I PAO
Materia:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	Profesores:	Jesús Aponte, Eduardo Rivadeneira, Carlos Martín
Evaluación:	Primera	Fecha:	3 de julio de 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que solo puedo un lápiz o esferográfico y borrador, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: _____ Número de matrícula: _____ Paralelo: _____

1. (10 puntos) Halle todas las soluciones de la EDO

$$y' = y + \sqrt{y}.$$

2. (10 puntos) Considere un tanque usado en ciertos experimentos hidrodinámicos. Después de un experimento, el tanque contiene 150 litros de una solución de tinte con una concentración de 3 g/l. Para preparar el siguiente experimento, el tanque debe enjuagarse con agua dulce que fluya a una velocidad de 3 l/min, y que la solución bien agitada fluya hacia afuera a la misma velocidad. Encuentre el tiempo que transcurrirá antes de que la concentración de tinte en el tanque alcance el 2% de su valor original.

3. En $\mathbb{M}_{2,2}$, sea

$$\mathbb{W} = \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}.$$

(a) (5 puntos) ¿Cuál es la forma general de una matriz en \mathbb{W} ?

(b) (5 puntos) Sean \mathbf{A}, \mathbf{B} dos matrices en \mathbb{W} . Verifique que \mathbf{AB} , el producto matricial de \mathbf{A} por \mathbf{B} , también pertenece a \mathbb{W} .

4. (a) (7 puntos) Sea $p(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2$ un polinomio arbitrario, con $c_2 \neq 0$. Calcule el wronskiano del conjunto $\{p(t), p'(t), p''(t)\}$ y determine si tal conjunto es l.i. ¿Es $\{p(t), p'(t), p''(t)\}$ una base para \mathbb{P}_2 ? Justifique su respuesta.

- (b) (3 puntos) Determine todos los números reales a, b, c para los cuales $p(x)$ es solución de la EDO

$$ay'' + by' + cy = 0,$$

5. (10 puntos) Use el hecho de que $y_1(t) = t$ es una solución de la EDO

$$t^2 y'' - t(t+2)y' + (t+2)y = 0, \quad t > 0,$$

para hallar su solución general.