

Año:	2023	Periodo:	I PAO
Materia:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	Profesores:	Jesús Aponte, Eduardo Rivadeneira, Carlos Martín
Evaluación:	Tercera	Fecha:	11 de septiembre de 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que solo puedo un lápiz o esferográfico y borrador, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni deo copiar”.

Firma: _____ Número de matrícula: _____ Paralelo: _____

1. (20 puntos) Halle la solución general de la EDO

$$y'' + 4y' + 4y = t^{-2}e^{-2t}, t > 0.$$

2. Considere el conjunto $S = \{x - x^2, 1 + 2x\} \subset \mathbb{P}_2$. Muestre que:

(a) (7 puntos) El polinomio 1 no pertenece a $\text{gen}(S)$.

(b) (7 puntos) El polinomio $1 + 2x^2$ pertenece a $\text{gen}(S)$.

(c) (6 puntos) $\dim \text{gen}(S) = 2$

3. Sea $T: \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ la transformación lineal dada por

$$T(p(x)) = \begin{bmatrix} p'(0) \\ 2p(1) \\ 0 \\ p''(3) \end{bmatrix}.$$

(a) (7 puntos) Halle una base para $\text{Im}(T)$.

(b) (7 puntos) Calcule $\dim N(T)$

(c) (6 puntos) Halle la matriz de T respecto a las bases $\mathcal{B} = \{1, x, x^2\}$ de \mathbb{P}_2 y $\mathcal{C} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$ de \mathbb{R}^4 .

4. (20 puntos) Resuelva el PVI

$$y' = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} y, \quad y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

5. (20 puntos) Resuelva el PVI

$$y'' + 3y = \begin{cases} t, & \text{si } 0 \leq t < 1; \\ 1, & \text{si } t \geq 1. \end{cases}, \quad y(0) = 2, y'(0) = 0.$$