



**Escuela Superior Politécnica del Litoral**  
**Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra**

**“Elaboración y Análisis de Curvas:  
Momento flector vs. Curvatura para  
Secciones Transversales de Columnas de  
Concreto Reforzado Diseñadas según el  
Código ACI 318-2002”**

**TESIS DE GRADO**

**Previa a la Obtención del Título de:**

**INGENIERO CIVIL**

**Presentada por:**

**DANIEL TORO CASTILLO**

**GUAYAQUIL - ECUADOR**

**Año 2006**

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra**

**“Elaboración y análisis de curvas: Momento flector vs.  
Curvatura para secciones transversales de columnas de concreto  
reforzado diseñadas según el  
Código ACI 318-2002”**

**TESIS DE GRADO**

Previa a la obtención del Título de:

**INGENIERO CIVIL**

Presentada por:

**DANIEL TORO CASTILLO**

**GUAYAQUIL-ECUADOR**

**AÑO**

**2006**

---

## AGRADECIMIENTO

A todas las personas que de una u otra manera colaboraron con la realización de este trabajo y especialmente al ING OTTÓN LARA MONTIEL por su dirección y generosos consejos.

---

# DEDICATORIA

A DIOS

A MICHELLE

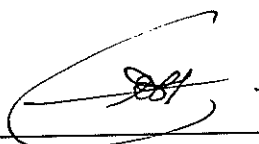
A MIS PADRES

A MIS HERMANOS

A MIS AMIGOS

---

## TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



---

ING. EDISON NAVARRETE

SUB-DECANO DE FICT



---

ING. OTTON LARA MONTIEL

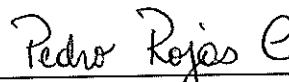
DIRECTOR DE TESIS



---

ING. ALEX VILLACRES

VOCAL



---

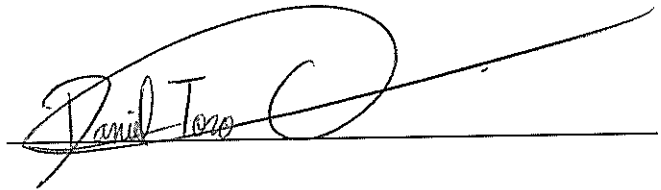
ING. PEDRO ROJAS

VOCAL

---

## DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponden exclusivamente, y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Daniel Toro", is written over a horizontal line. The signature is stylized and cursive.

DANIEL ANTONIO TORO CASTILLO

## RESUMEN

En el proceso del diseño estructural, es importante conocer la relación Momento-Curvatura de las secciones de los elementos estructurales, con el objetivo de saber cual es la capacidad de ductilidad de curvatura y la máxima capacidad a flexión del elemento, para luego hacer una comparación entre estos valores y las demandas obtenidas en el diseño sismo-resistente de una estructura.

El presente trabajo es un estudio de la relación Momento-Curvatura. Consiste en la elaboración y análisis de curvas momento flector vs. curvatura para diferentes secciones transversales de columnas de concreto reforzado, las mismas que han sido diseñadas según las disposiciones especiales de diseño sísmico que contiene el Código ACI 318-2002.

Además, a partir de las curvas Momento-Curvatura se han elaborado curvas Razón de Ductilidad de Curvatura-Carga Axial y Rotación Plástica-Carga Axial. Todas estas curvas ayudarán al diseñador a tener una idea del comportamiento de su estructura a partir del comportamiento local de sus columnas.

---

## INDICE GENERAL

RESUMEN.....	VI
INDICE GENERAL.....	VII
ABREVIATURAS.....	IX
SIMBOLOGIA.....	X
INDICE DE FIGURAS.....	XIII
INDICE DE TABLAS.....	XXIII
INTRODUCCION.....	1
<b>CAPÍTULO I: IMPORTANCIA Y UTILIDAD DE LAS CURVAS:</b>	pag
<b>“MOMENTO-CURVATURA”</b>	
1.1    Importancia del estudio de la relación “Momento - Curvatura”.	3
1.2    Ejemplo de análisis de una estructura sujeta al sismo de diseño para Guayaquil.	4
<b>CAPÍTULO II: CONCEPTOS GENERALES SOBRE COLUMNAS DE                   CONCRETO REFORZADO</b>	
2.1    Introducción	15
2.2    Relación esfuerzo - deformación para el concreto y el acero de refuerzo.	16
2.2.1    Concreto no confinado	16
2.2.2    Concreto confinado	19
2.2.3    Acero de refuerzo	36



2.3	Resistencia de miembros sometidos a flexión y carga axial.	45
2.4	Introducción al concepto de ductilidad monotónica (no cíclica).	52
2.5	Relaciones Momento – Curvatura.	55
2.5.1	Determinación teórica de la relación Momento-Curvatura	60
2.6	Razón de ductilidad de secciones de columna.	64
2.7	Deformaciones de las columnas.	66

### **CAPÍTULO III: ELABORACION DE LAS CURVAS “MOMENTO FLECTOR VS. CURVATURA”**

3.1	Introducción	70
3.2	Puntos más importantes de la curva: “Momento-Curvatura”	71
3.3	Descripción del software utilizado para la elaboración y el análisis de las curvas	77

### **CAPÍTULO IV: RESULTADOS**

4.1	Introducción	85
4.2	Curvas “Momento – Curvatura”, para diferentes secciones de columnas	86
4.3	Aplicación de las curvas elaboradas	130

### **CAPÍTULO V: ANALISIS DE LAS CURVAS Y CONCLUSIONES** 134

### **BIBLIOGRAFÍA**

## ABREVIATURAS

MDSREG	=	Manual de Diseño de Estructuras Sismo-resistentes para Guayaquil
ACI	=	American Concrete Institute
IBC	=	Internacional Building Code
mm.	=	Milímetro
cm.	=	Centímetro
rad.	=	Radián
MPa.	=	Mega Pascal
m.	=	Metro
psi.	=	Libras por pulgada cuadrada
KN	=	Kilo Newton
Kg	=	Kilogramo
pulg	=	Pulgada
N	=	Newton

## SIMBOLOGÍA

- R** = Factor de modificación de respuesta  
*M* = Momento flector  
 $\theta_p$  = Rotación Plástica  
 $\rho$  = Porcentaje de acero de refuerzo longitudinal  
 $f'_c$  = Resistencia máxima a compresión del concreto no confinado  
 $f_y$  = Resistencia a la cadencia del acero de refuerzo  
 $\phi$  = Diámetro de varilla  
 $\phi$  = Curvatura  
 $\phi_a$  = Curvatura cuando el concreto alcanza su máximo esfuerzo a tracción  
 $\phi_u$  = Curvatura última  
 $\phi_y$  = Curvatura cedente  
*P* = Carga Axial aplicada sobre la columna  
 $P_0 = 0.85 f'_c A_g$  Aproximación de la capacidad a compresión de la columna  
 $\varepsilon_c$  = Deformación del concreto  
 $E_c$  = Módulo de Elasticidad del concreto  
*w* = Densidad del concreto  
 $f''_c$  = Esfuerzo máximo a compresión alcanzado en el concreto según el modelo de Hognestad  
 $\varepsilon_0$  = Deformación correspondiente al esfuerzo máximo a compresión del concreto no confinado  
 $f_l$  = Máxima presión lateral efectiva  
 $f_{yh}$  = Esfuerzo de cedencia del acero de los estribos o espirales  
 $D'$  = Diámetro del núcleo de concreto que encierra la espiral  
 $A_{sp}$  = Diámetro del estribo o espiral  
*s* = Espaciamiento longitudinal del estribo o espiral  
 $f_c$  = Esfuerzo del concreto  
 $f'_{cc}$  = Esfuerzo máximo a la compresión del concreto confinado  
 $\rho_s$  = Relación volumétrica del acero de confinamiento  
*Z* = Parámetro que define la rama descendente en el modelo esfuerzo deformación del concreto de Kent y Park  
 $\varepsilon_{50u}$  = Deformación de compresión asociada a un esfuerzo igual a  $0.5 f'_c$  en el modelo de Kent y Park  
 $\varepsilon_{50h}$  = Deformación que tiene en cuenta la ductilidad adicional proporcionada por los estribos en el modelo de Kent y Park  
 $b''$  = Ancho del núcleo confinado medido desde el exterior de los estribos en el modelo de Kent y Park  
 $s_h$  = Espaciamiento de los estribos en el modelo de Kent y Park

- $\varepsilon_{co}$  = Deformación correspondiente al máximo esfuerzo a compresión del concreto no confinado según el modelo de Mander  
 $\varepsilon_{cc}$  = Deformación correspondiente al máximo esfuerzo a compresión del concreto confinado según el modelo de Mander  
 $f'_l$  = Esfuerzo lateral efectivo de confinamiento para el modelo de Mander  
 $k_c$  = Coeficiente de confinamiento efectivo  
 $E_{sec}$  = Módulo secante de elasticidad  
 $\rho_x$  = Cuantía de acero transversal en la dirección x  
 $\rho_y$  = Cuantía de acero transversal en la dirección y  
 $f'_{lx}$  = Esfuerzo lateral efectivo de confinamiento en la dirección x  
 $f'_{ly}$  = Esfuerzo lateral efectivo de confinamiento en la dirección y  
 $\varepsilon_{cu}$  = Deformación última del concreto confinado  
 $\varepsilon_{su}$  = Deformación última del acero de refuerzo  
 $E_s$  = Módulo de elasticidad del acero de refuerzo  
 $f_{sy}$  = Esfuerzo de cedencia del acero de refuerzo según el modelo de Park  
 $f_{su}$  = Esfuerzo último del acero de refuerzo según el modelo de Park  
 $\varepsilon_{sy}$  = Deformación correspondiente al esfuerzo de cedencia del acero de refuerzo según el modelo de Park  
 $\varepsilon_{su}$  = Deformación última del acero de refuerzo según el modelo de Park  
 $\varepsilon_{sh}$  = Deformación correspondiente al inicio de la región de endurecimiento por deformación en el acero de refuerzo según el modelo de Park  
 $A_g$  = Área total de la sección transversal de columna  
 $A_{st}$  = Área total de acero longitudinal de la sección  
 $P_n$  = Capacidad de una columna a la compresión  
 $P_u$  = Carga axial sobre la columna para el Diagrama de Interacción  
 $M_u$  = Momento flector sobre la columna para el Diagrama de Interacción  
 $e$  = Excentricidad de la carga axial aplicada sobre la columna  
 $P_b$  = Carga axial correspondiente a la falla balanceada en el Diagrama de Interacción de la columna  
 $M_b$  = Momento flector correspondiente a la falla balanceada en el Diagrama de Interacción de la columna  
 $M_a$  = Momento flector cuando el concreto alcanza su máximo esfuerzo a la tracción  
 $e_b$  = Excentricidad correspondiente a la falla balanceada en el Diagrama de Interacción de la columna  
 $R$  = Radio de curvatura  
 $kd$  = Profundidad al eje neutro medida desde la fibra extrema de la sección  
 $\varepsilon_s$  = Deformación en el acero de refuerzo

$E$  = Módulo de elasticidad  
 $I$  = Momento de Inercia  
 $\varepsilon_{cm}$  = Deformación del concreto en la fibra extrema a compresión  
 $S$  = Fuerza del acero de refuerzo  
 $C_c$  = Fuerza del concreto  
 $\alpha, \gamma$  = Parámetros para encontrar la fuerza en el concreto y su línea de acción  
 $b$  = Ancho de la sección transversal  
 $\mu$  = Razón de Ductilidad  
 $\mu_\phi$  = Razón de Ductilidad de Curvatura  
 $\phi_p$  = Curvatura Plástica  
 $L_p$  = Longitud de la rótula plástica  
 $d$  = Lado menor de la sección transversal de columna  
 $\mu_\Delta$  = Razón de ductilidad de desplazamiento  
 $L$  = Longitud de la columna  
 $\Delta_u$  = Deflexión lateral máxima de la columna  
 $\Delta_y$  = Deflexión lateral de cedencia  
 $f_t$  = Esfuerzo máximo a tracción en el concreto

## INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Pórtico representativo de la Nueva Terminal, usado para realizar el análisis.....	5
Figura 1.2. Espectros de respuesta escalados para los cuatro registros escogidos y Espectro de Diseño del MDSREG – 2001 con factores de modificación de respuesta $R = 1$ y $R = 3$ .....	7
Figura 1.3. Diagramas de Respuesta $M - \theta_p$ para los extremos inferior y superior de las columnas 2 y 4 del segundo y primer entrepiso del pórtico E sujeto al registro de aceleraciones VALP N70E escalado a nivel de sismo último.....	10
Figura 1.4. Diagramas Momento-Curvatura para Columna 2 del Pórtico E de la Nueva Terminal de Pasajeros.....	12
Figura 1.5. Diagramas Momento-Curvatura para Columnas 3 y 4 del Pórtico E de la Nueva Terminal de Pasajeros.....	13
Figura 2.1. Curvas esfuerzo-deformación para cilindros de concreto cargados en compresión uniaxial. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	17
Figura 2.2. Curva idealizada esfuerzo-deformación para el concreto en compresión uniaxial. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	19
Figura 2.3. Curvas esfuerzo-deformación para cilindros de concreto de 150 mm. (5.9 pulg.) de diámetro por 300 mm. (11.8 pulg) de altura, confinados por hélices de varillas de acero suave de 6.5 mm. (0.26 pulg.) de diámetro. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	20

Figura 2.4. Curvas carga axial-deformación para prismas cuadrados de concreto de 4 1/2 pulg (108 mm) por lado con distinto contenido de estribos cuadrados. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	21
Figura 2.5. Confinamiento por estribos cuadrados y hélices (a) estribo cuadrado, (b) hélice. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	22
Figura 2.6. Efecto del espaciamiento del acero transversal en la eficiencia del confinamiento. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	24
Figura 2.7. Confinamiento del concreto mediante aros o espirales.....	26
Figura 2.8. Confinamiento de secciones de columna debido al refuerzo transversal y longitudinal. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996).....	27
Figura 2.9. Curva esfuerzo-deformación para el hormigón armado confinado por estribos rectangulares. Modelo propuesto por Kent y Park (1971). (Tomado de Park y Paulay, 1994).....	28
Figura 2.10. Modelo Esfuerzo-Deformación para concreto a compresión, confinado y no confinado. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996).....	32
Figura 2.11. Determinación de la resistencia a la compresión del concreto confinado para secciones rectangulares, a partir los esfuerzos de confinamiento laterales. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996).....	35

Figura 2.12. Curvas típicas esfuerzo deformación para el refuerzo de acero. (Tomado de Park y Paulay, 1994).....	37
Figura 2.13. Curvas esfuerzo deformación que ilustra los puntos superior e inferior de cedencia. (Tomado de Park y Paulay, 1994).....	38
Figura 2.14. Idealización elástica perfectamente plástica (Tomado de Park y Paulay, 1994).....	40
Figura 2.15. a) Idealización trilineal, b) Curva completa (Tomado de Park y Paulay 1994).....	42
Figura 2.16. Modelo de Park para el acero.....	43
Figura 2.17. Curvas Carga Axial – Deformación para el acero y concreto, de una columna de concreto reforzado cargada axialmente. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	46
Figura 2.18. Comparación de curvas Carga Axial – Deformación para columnas con estribos y zunchadas. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	49
Figura 2.19. Carga equivalente en columnas. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	50
Figura 2.20. Diagrama de Interacción de una sección de columna.....	51
Figura 2.21. Comparación comportamiento dúctil vs. comportamiento frágil. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	54



Figura 2.22. Gráfico Momento-Curvatura donde se puede observar la deformación plástica, en este caso la curvatura plástica de una columna de concreto reforzado.....	54
Figura 2.23. Deformación de un miembro sometido a flexión. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	55
Figura 2.24. Curvas momento-curvatura para: a) elemento con hormigón confinado, b) elemento con hormigón sin confinar. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	57
Figura 2.25. Diagrama Momento-Curvatura donde se muestra el cambio brusco de pendiente que denota la pérdida del recubrimiento de concreto de la sección.....	59
Figura 2.26. Curvas esfuerzo-deformación: (a) acero, (b) concreto.....	61
Figura 2.27. Sección con deformaciones, esfuerzos y distribución de fuerzas. (Tomado de Park y Paulay 1994).....	61
Figura 2.28. Gráfico Momento-Curvatura que ilustra el concepto de razón de ductilidad de curvatura ( $\mu_{\phi}$ ).....	65
Figura 2.29. Deformación inelástica de una columna. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996).....	68
Figura 3.1 Forma idealizada del Diagrama Momento-Curvatura en donde se muestran los tres puntos importantes.....	72
Figura 3.2. Primer bloque de información. Ingreso de datos para generar los modelos del concreto: confinado y sin confinar.....	78

Figura 3.3 Segundo bloque de información. Ingreso de datos para generar los modelos del acero: longitudinal y transversal.....	79
Figura 3.4 Tercer bloque de información. Definición geométrica de las sub-secciones de concreto, ingresadas tomando en cuenta los dos tipos de concreto (confinado y no confinado).....	79
Figura 3.5 Cuarto bloque de Información. Ingreso de los datos del refuerzo longitudinal, indicando el número de varillas, el área de dichas varillas, la distribución y sus coordenadas.....	80
Figura 3.6 Quinto bloque de información. Ingreso de la carga axial en el elemento estructural.....	81
Figura 3.7 Sexto bloque de información. Ingreso de datos para el control del análisis.....	81
Figura 3.8 Sección transversal, donde se observan las fibras de concreto, las varillas de acero, y la rotación de la sección que ha sido ingresada (generalmente el ángulo de rotación es 0°).....	82
Figura 3.9 Curva Esfuerzo-Deformación para el concreto confinado.....	83
Figura 3.10 Curva Esfuerzo-Deformación para el acero de las varillas.....	83
Figura 3.11 Curva Momento-Curvatura.....	84
Figura 4.1 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Rectangular $b=30\text{cm}$ $h=30\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....	88

Figura 4.2 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=30\text{cm}$ $h=30\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....	89
Figura 4.3 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=30\text{cm}$ $h=30\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....	90
Figura 4.4 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Rectangular $b=40\text{cm}$ $h=40\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....	91
Figura 4.5 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=40\text{cm}$ . $h=40\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	92
Figura 4.6 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=40\text{cm}$ . $h=40\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	93
Figura 4.7 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Rectangular $b=50\text{cm}$ $h=50\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....	94
Figura 4.8 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=50\text{cm}$ . $h=50\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	95
Figura 4.9 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=50\text{cm}$ . $h=50\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	96
Figura 4.10 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Rectangular $b=60\text{cm}$ $h=60\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....	97
Figura 4.11 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=60\text{cm}$ . $h=60\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	98

Figura 4.12 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=60\text{cm}$ . $h=60\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	99
Figura 4.13 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Rectangular $b=70\text{cm}$ $h=70\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....	100
Figura 4.14 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=70\text{cm}$ . $h=70\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	101
Figura 4.15 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=70\text{cm}$ . $h=70\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	102
Figura 4.16 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Rectangular $b=80\text{cm}$ $h=80\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....	103
Figura 4.17 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=80\text{cm}$ . $h=80\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	104
Figura 4.18 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=80\text{cm}$ . $h=80\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	105
Figura 4.19 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Rectangular $b=90\text{cm}$ $h=90\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....	106
Figura 4.20 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=90\text{cm}$ . $h=90\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	107
Figura 4.21 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Rectangular $b=90\text{cm}$ . $h=90\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.....	108

Figura 4.22 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Circular D=30cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	109
Figura 4.23 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=30cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	110
Figura 4.24 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=30cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	111
Figura 4.25 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Circular D=40cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	112
Figura 4.26 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=40cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	113
Figura 4.27 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=40cm. ; recubrimiento = 2.5 cm.....	114
Figura 4.28 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Circular D=50cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	115
Figura 4.29 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=50cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	116
Figura 4.30 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=50cm. ; recubrimiento = 2.5 cm.....	117
Figura 4.31 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Circular D=60cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	118

Figura 4.32 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=60cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	119
Figura 4.33 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=60cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	120
Figura 4.34 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Circular D=70cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	121
Figura 4.35 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=70cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	122
Figura 4.36 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=70cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	123
Figura 4.37 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Circular D=80cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	124
Figura 4.38 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=80cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	125
Figura 4.39 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=80cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	126
Figura 4.40 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA	
Columna Circular D=80cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	127
Figura 4.41 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL	
Columna Circular D=90cm.; recubrimiento = 2.5 cm.....	128

Figura 4.42 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL

Columna Circular  $D=90\text{cm.}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.....129

Figura 4.43. Obtención del valor de  $\mu_\phi$  para una columna de 50cm.

de diámetro, carga axial de 15% de  $P_0$ ,  $\rho=2\%$  y espirales de 10mm.

de diámetro separadas cada 10 cm.....132

Figura 4.44. Obtención del valor de  $\theta_p$  para una columna de 50cm.

de diámetro, carga axial de 15% de  $P_0$ ,  $\rho=2\%$  y espirales de 10mm.

de diámetro separadas cada 10 cm.....133

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.1.</b> Magnitud Máxima de Momentos Flectores (M) y Rotaciones Plásticas ( $\theta_p$ ) de las Columnas del Pórtico Eje E obtenidas de los análisis con registros de aceleraciones.....	8
---	---



## INTRODUCCIÓN

En el proceso del diseño estructural, es importante conocer la relación momento-curvatura de las secciones de los elementos estructurales, con el objetivo de saber cual es la capacidad de ductilidad de curvatura y la máxima capacidad a flexión del elemento, para luego hacer una comparación entre estos valores y las demandas obtenidas en el diseño sismo-resistente de una estructura.

Los tipos de fallas más comunes en columnas de concreto reforzado se deben principalmente a: resistencia a la flexión y ductilidad inadecuadas, fallas debido a esfuerzos de corte y fallas debido a pandeo local de las varillas de acero. Las secciones de columnas que se presentan en este trabajo han sido diseñadas de tal manera que no presentarán fallas por esfuerzos de corte ni de pandeo local; su único modo de falla será debido a los esfuerzos de flexión que deba soportar el elemento.

La ductilidad es la capacidad que tiene un elemento de sufrir grandes deformaciones bajo cargas cercanas a la falla. Si un elemento posee poca capacidad de ductilidad de curvatura, lo más probable es que presente una falla de tipo frágil cuando la estructura ingrese al rango no lineal. Este tipo de falla no es deseable en estructuras sismo-resistentes. Un valor alto de

---

ductilidad de curvatura hace que la edificación dé amplia advertencia de falla en el rango no lineal; además, hará posible la redistribución de momentos y la disipación de energía.

El presente trabajo es un estudio de la relación momento-curvatura. Consiste en la elaboración y análisis de curvas momento flector vs. curvatura para diferentes secciones transversales de columnas de concreto reforzado, las mismas que han sido diseñadas según las disposiciones especiales de diseño sísmico que contiene el Código ACI 318-2002.

En el primer capítulo se realizará el análisis de una estructura sujeta al sismo de diseño para Guayaquil, para con estos resultados hacer una comparación entre las demandas del diseño y la capacidad de los elementos representada por las curvas momento-curvatura de sus secciones. En el segundo capítulo se expondrá la teoría sobre columnas de concreto reforzado y las relaciones momento-curvatura en la cual se basan las curvas. En el tercer capítulo se presenta una descripción del método a seguir para graficar las curvas y del software que ayudó a realizarlas. En el cuarto capítulo se presentan las curvas elaboradas para diferentes secciones de columnas. Finalmente, en el quinto capítulo se analizarán los resultados obtenidos y se presentarán las conclusiones de este estudio.

---

# CAPITULO 1

## IMPORTANCIA DE LAS CURVAS

### “MOMENTO-CURVATURA”

#### 1.1 IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LA RELACIÓN “MOMENTO-CURVATURA”

Los gráficos momento-curvatura de una sección transversal de columna de concreto reforzado alcanzan su importancia al ser una forma de observar el desempeño de dicho elemento y de medir su ductilidad cuando esté sujeto a cargas, en nuestro caso momentos flectores que se incrementan hasta llegar a la falla (comportamiento monotónico) combinados con cargas axiales.

La ductilidad del elemento se mide por medio de la relación momento-curvatura calculando la razón de ductilidad de curvatura, que es el cociente entre el valor de la curvatura última y la curvatura cedente (valores obtenidos a través de la curva momento-curvatura). Este parámetro (razón de ductilidad de curvatura), en definitiva mide la capacidad de rotación plástica que va a tener la columna frente a un incremento de momentos flectores, caso que se presenta en un sismo.

En este capítulo se estudiará un pórtico sujeto al sismo de diseño para Guayaquil, analizaremos la capacidad de las secciones de columnas a través de sus diagramas momento-curvatura, y las demandas del sismo en estos elementos, calculados a través del programa DRAIN-2DX (Prakash et al. 1993). Este análisis servirá para mostrar la importancia que tienen los diagramas momento-curvatura en el diseño sismo-resistente de estructuras.

## **1.2 EJEMPLO DE ANÁLISIS DE UNA ESTRUCTURA SUJETA AL SISMO DE DISEÑO PARA GUAYAQUIL**

La capacidad global de una estructura, para satisfacer los objetivos del nivel de desempeño sísmico deseado, depende fundamentalmente de la capacidad local de los elementos que componen a dicha estructura. Ello conlleva a proporcionar a los elementos con las características apropiadas para que tengan el desempeño esperado durante un sismo. Una de estas características es la capacidad de rotación plástica del elemento medida a través de su diagrama momento-curvatura.

A continuación se presentará un análisis de la capacidad de las columnas del edificio de la Nueva Terminal de Pasajeros del Aeropuerto Simón Bolívar de Guayaquil tomando como base sus diagramas Momento-Curvatura, y comparando estas capacidades con la demanda que presenta el Sismo de Diseño de la ciudad de Guayaquil. Esta demanda ha sido obtenida del

---

informe: "Evaluación del Desempeño Sísmico de Pórtico de la Nueva Terminal de Pasajeros del Aeropuerto Internacional José Joaquín de Olmedo", realizado en el mes de Enero del 2006 por la Asociación T.Y. Lin/H.J. Ross – Consulsísmica – Conyfis, Fiscalizador de las obras de construcción del edificio mencionado.

Este informe presenta los aspectos más importantes relacionados al estudio del desempeño sísmico de uno de los pórticos típicos de la estructura de la Nueva Terminal. Uno de estos aspectos son los resultados obtenidos a partir de los análisis dinámicos-no lineales y particularmente, para la presente tesis, es la Respuesta Sísmica Local en las columnas del edificio.

El pórtico representativo seleccionado fue el del eje E del edificio, el cual presenta las características que se muestran en la figura 1.1.

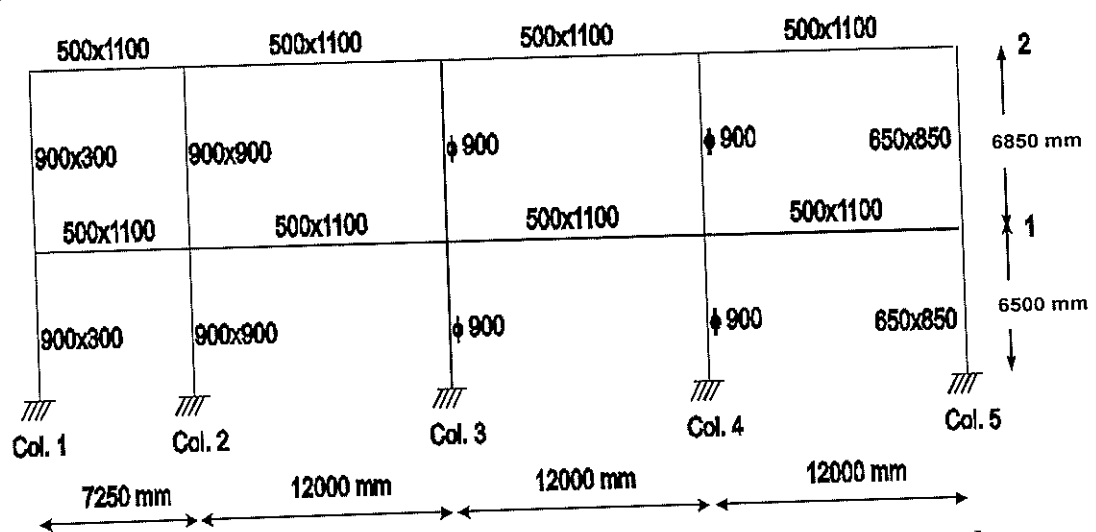


Figura 1.1. Pórtico representativo de la Nueva Terminal, usado para realizar el análisis.

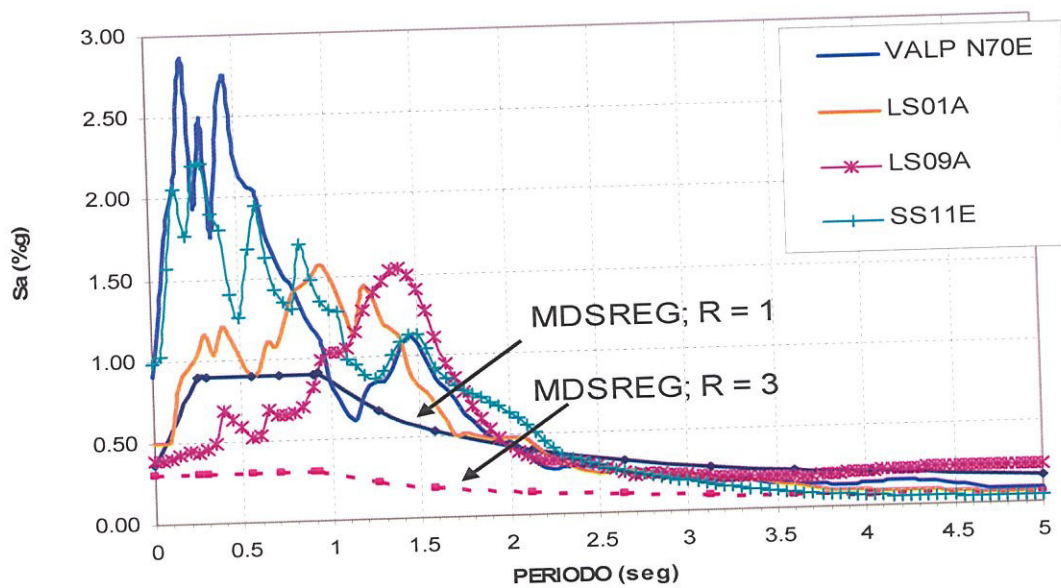
El modelo analítico de este pórtico fue elaborado con la ayuda del programa DRAIN-2DX (Prakash et al. 1993), el cual permite hacer análisis estáticos y dinámicos no-lineales para pórticos bidimensionales.

El nivel sísmico que se utilizó para el análisis del pórtico fue el del Sismo Último para un nivel de desempeño de Protección de Vida. Se seleccionaron cuatro registros de aceleraciones (para suelos blandos), los mismos que se utilizaron para desarrollar los análisis dinámicos no-lineales del pórtico. Los registros utilizados fueron:

- Valparaíso, Componente N70E
- Los Angeles LS01A
- Seattle SS11E
- Los Angeles LS09A

Los registros se escalaron a un nivel compatible con el 5% de amortiguamiento del espectro de diseño del Manual de Diseño de Estructuras Sismo-resistentes para Guayaquil (MDSREG 2001) para de esta forma obtener registros equivalentes al Sismo Último.

---



**Figura 1.2. Espectros de respuesta escalados para los cuatro registros escogidos y Espectro de Diseño del MDSREG – 2001 con factores de modificación de respuesta  $R = 1$  y  $R = 3$ .**

Los resultados de la respuesta sísmica local en las columnas del edificio una vez realizado el análisis dinámico – no lineal se presentan en la Tabla 1.1.

**Tabla 1.1. Magnitud Máxima de Momentos Flectores (M) y Rotaciones Plásticas ( $\theta_p$ ) de las Columnas del Pórtico Eje E obtenidas de los análisis con registros de aceleraciones.**

	<b>M</b> <b>(Ton-m)</b>	$\theta_p$ <b>(rad)</b>	<b>M</b> <b>(Ton-m)</b>	$\theta_p$ <b>(rad)</b>
	<i>Columna 1</i>		<i>Columna 2</i>	
<b>VALP N70E</b>	47	0.00	413	0.0109
<b>LS01A</b>	41	0.00	401	0.0081
<b>SS11E</b>	43	0.00	400	0.0083
<b>LS09A</b>	14	0.00	121	0.00
<b><i>m</i></b>	<b>36.3</b>	<b>0.00</b>	<b>333.8</b>	<b>0.0091*</b>
<b><i>m + <math>\sigma</math></i></b>	<b>51.3</b>	<b>0.00</b>	<b>475.7</b>	<b>0.0107*</b>

	<i>Columna 3</i>		<i>Columna 4</i>	
<b>VALP N70E</b>	346	0.0107	340	0.0106
<b>LS01A</b>	342	0.0081	336	0.0080
<b>SS11E</b>	343	0.0084	337	0.0083
<b>LS09A</b>	114	0.00	118	0.00
<b><i>m</i></b>	<b>286.3</b>	<b>0.0091*</b>	<b>282.8</b>	<b>0.0090*</b>
<b><i>m + <math>\sigma</math></i></b>	<b>401.1</b>	<b>0.0105*</b>	<b>392.6</b>	<b>0.0104*</b>

	<i>Columna 5</i>	
<b>VALP N70E</b>	257	0.007
<b>LS01A</b>	256	0.0041
<b>SS11E</b>	256	0.0042
<b>LS09A</b>	72	0.00
<b><i>m</i></b>	<b>210.3</b>	<b>0.0051*</b>
<b><i>m + <math>\sigma</math></i></b>	<b>302.4</b>	<b>0.0068*</b>

\* = no se tomó en cuenta el registro LS09A

Debido a que se usan cuatro registros de aceleraciones para los análisis, los valores de  $M$  y  $\theta_p$  para la base de cada columna localizada en el primer entresuelo se presentan en términos estadísticos de la media,  $m$ , y la media más una desviación estándar,  $m+\sigma$ , en donde los resultados de  $m+\sigma$  corresponden aproximadamente al 84<sup>avo</sup> percentil, asumiendo una distribución logarítmica normal.



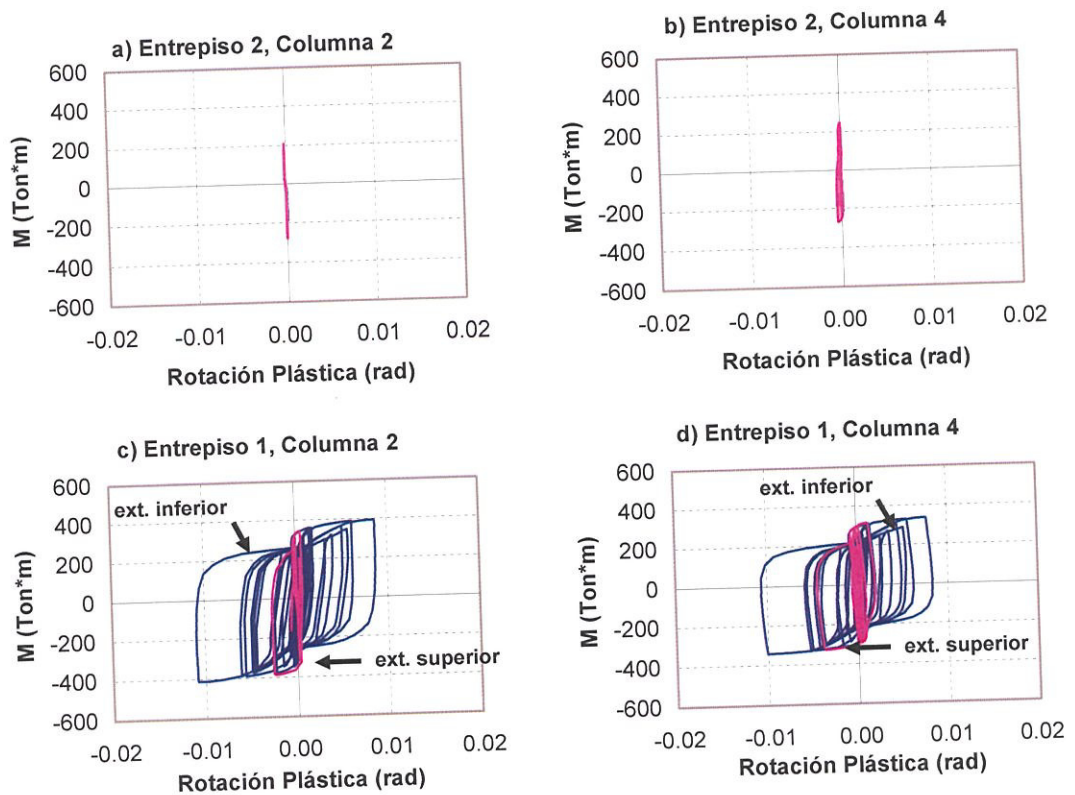
Como se puede observar en la Tabla 1.1 los máximos valores de rotación plástica,  $\theta_p$ , ocurren en las columnas interiores del pórtico (columnas 2,3 y 4).

Los valores de la  $m$  y  $m+\sigma$  de la máxima rotación plástica  $\theta_p$ , para las tres columnas interiores están entre 0.0090 radianes y 0.0107 radianes, respectivamente.

El registro VALP N70E, provoca en las columnas interiores los máximos valores de rotaciones plásticas: 0.0109 rad. para la **columna 2**; 0.0107 rad. para la **columna 3**; y 0.0106 rad. para la **columna 4**. La figura 1.3 presenta los Diagramas de Respuesta  $M - \theta_p$  para los extremos inferior y superior de las columnas 2 y 4 del segundo y primer piso entrepiso del pórtico E sujeto al registro de aceleraciones VALP N70E escalado a nivel de sismo último.

Los diagramas momento-curvatura (objetivo de la presente tesis) presentan la capacidad local de las columnas, y permiten comparar estas capacidades con las demandas del sismo en estos elementos. En base al comportamiento local que las columnas presenten frente a estas demandas se puede estimar el comportamiento global del edificio.

---



**Figura 1.3. Diagramas de Respuesta  $M - \theta_p$  para los extremos inferior y superior de las columnas 2 y 4 del segundo y primer piso entrepiso del pórtico E sujeto al registro de aceleraciones VALP N70E escalado a nivel de sismo último**

Para obtener la capacidad de rotación plástica de las columnas 2,3 y 4 se pueden utilizar las figuras 1.4 y 1.5 donde se observan curvas obtenidas con el programa XSECTION (Seyed, 1995), y que forman parte de la colección de curvas Momento-Curvatura del Capítulo 4 de la presente Tesis. Estas curvas han sido obtenidas a partir de las propiedades geométricas del elemento, su armado longitudinal y transversal; y de las curvas esfuerzo deformación para el concreto y el acero de refuerzo utilizados.

La columna 2 tiene las siguientes características: sección cuadrada de 900 mm. de lado, cuantía de acero longitudinal  $\rho = 2.38\%$  (24 varillas de 32mm. de diámetro), estribos de 12 mm. de diámetro espaciados cada 10 cm., concreto con  $f'_c = 28$  MPa. y acero de refuerzo con  $f_y = 420$  MPa.

Las columnas 3 y 4 tienen la misma sección transversal: diámetro = 900mm., cuantía de acero longitudinal  $\rho = 2.78\%$  (22 varillas de 32mm. de diámetro), estribos de 12 mm. de diámetro espaciados cada 10 cm., concreto con  $f'_c = 28$  MPa. y acero de refuerzo con  $f_y = 420$  MPa.

Como se puede observar en las figuras 1.4 y 1.5, se han tomado las curvas realizadas con una cuantía del 2% y 3%, para luego interpolar y obtener los valores de curvatura última y curvatura cedente correspondientes a la cuantía de acero de refuerzo real de la columna (2.38% para la columna 2 y 2.78% para las columnas 3 y 4).

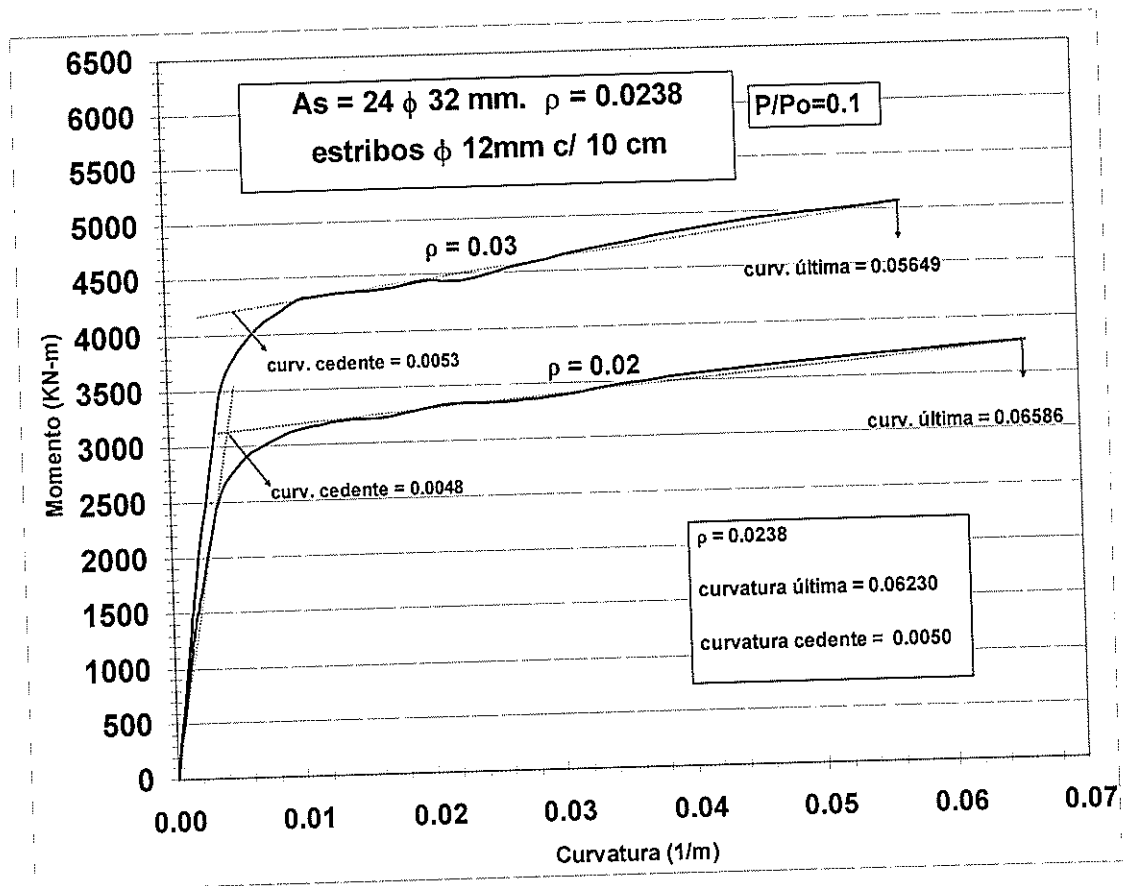


Figura 1.4. Diagramas Momento-Curvatura para Columna 2 del Pórtico E de la Nueva Terminal de Pasajeros.

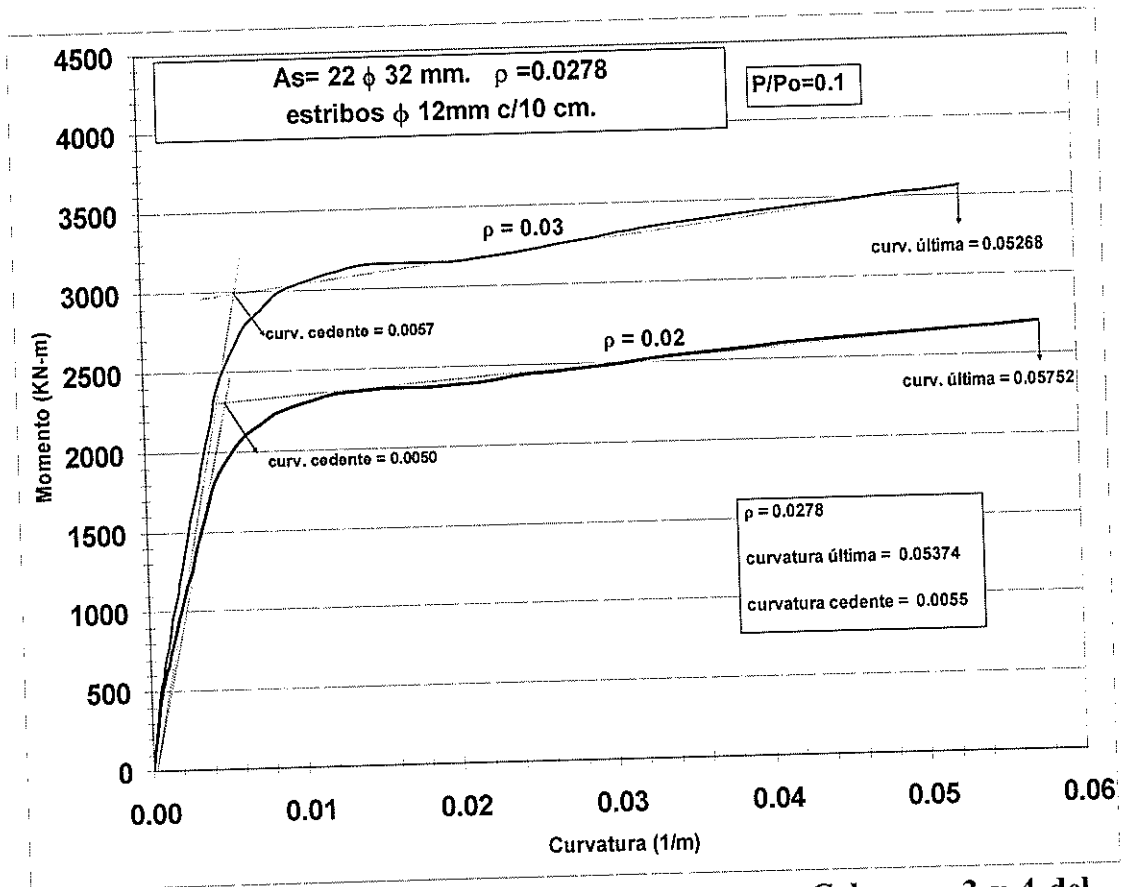


Figura 1.5. Diagramas Momento-Curvatura para Columnas 3 y 4 del Pórtico E de la Nueva Terminal de Pasajeros.

Con las curvaturas últimas y cedentes obtenidas de las figuras 1.4 y 1.5 se pueden obtener las curvaturas plásticas y luego encontrar el valor de la rotación plástica para ambos tipos de columna.

Para el caso de la columna cuadrada (columna 2), su valor de curvatura plástica (diferencia entre la curvatura última y cedente) es 0.0573 rad/m. y su capacidad de rotación plástica es 0.026 rad. A su vez la columna circular (columnas 3 y 4) tiene un valor de curvatura plástica igual a

0.0482 rad/m. y su capacidad de rotación plástica es 0.022 rad. En el capítulo 2 se explica detalladamente la manera de obtener las curvaturas y rotaciones plásticas.

Como puede observarse en la Tabla 1.1 los valores de máxima rotación plástica que demanda el sismo están en el orden de los 0.0107 rad. para la columna cuadrada (columna 2) y 0.0105 rad. para las columnas circulares (columnas 3 y 4). Estos valores de rotación plástica están muy por debajo de la capacidad de rotación plástica de las columnas interiores del primer entrepiso (columnas 2,3 y 4) que está en el orden de 0.026 rad. para la columna 2 y 0.022 para las columnas 3 y 4.

Finalmente, podemos concluir que las columnas del pórtico analizado responderán satisfactoriamente a las demandas de rotación plástica que presente el sismo de diseño para Guayaquil.

---

## **CAPITULO 2**

### **CONCEPTOS GENERALES SOBRE**

### **COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO**

#### **2.1 INTRODUCCION**

Las columnas son elementos estructurales que soportan la combinación de cargas axiales con momentos flectores. Las columnas de concreto reforzado pueden tener diversas formas en su sección transversal. Están reforzadas con barras de acero, longitudinales y transversales.

Generalmente el acero de refuerzo transversal tiene la forma de estribos o hélices, espaciados estrechamente (entre 7.5 y 15 cm.). Este acero de refuerzo transversal proporciona un efecto de confinamiento al concreto y previene el pandeo del refuerzo longitudinal. Además, la acción conjunta del acero longitudinal y transversal (espaciado estrechamente), permite restringir la expansión lateral del concreto que es acompañada de agrietamiento, manteniendo la integridad del concreto que se encuentra confinado.

En este capítulo se estudiará la relación esfuerzo-deformación tanto para el acero de refuerzo como para el concreto, y se presentarán los modelos

---

matemáticos que definen la relación esfuerzo-deformación para ambos materiales. Esto es fundamental para la elaboración de las curvas momento-curvatura. También se expondrán conceptos básicos sobre el comportamiento de columnas ante momentos flectores y cargas axiales, y se tratarán conceptos importantes en el desempeño sismo-resistente de una columna como lo son: la ductilidad de curvatura, la razón de ductilidad y las deformaciones de las columnas.

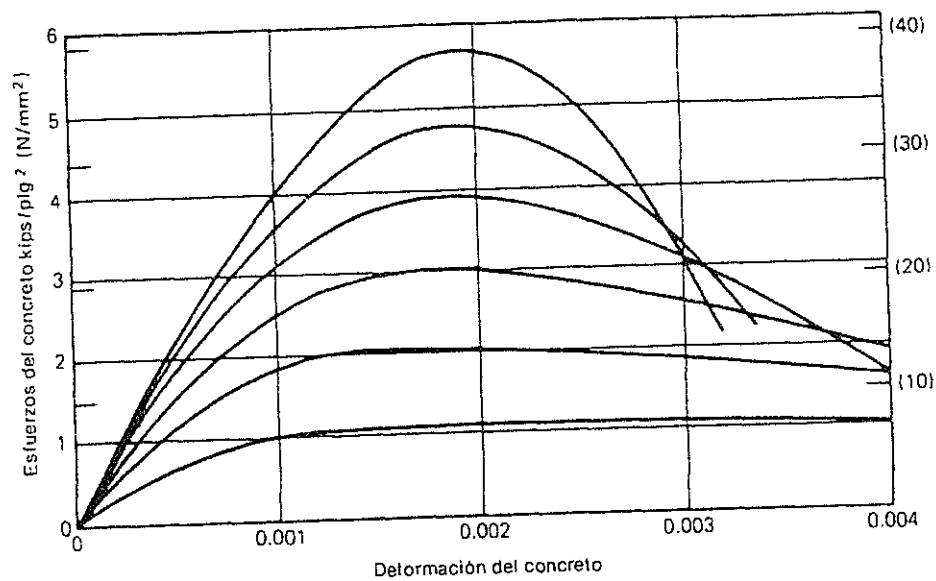
## **2.2 RELACION ESFUERZO - DEFORMACION PARA EL CONCRETO Y EL ACERO DE REFUERZO**

### **2.2.1 CONCRETO NO CONFINADO**

Por lo general, la resistencia máxima a compresión del concreto (ó resistencia uniaxial del concreto),  $f'_c$ , se obtiene a partir del ensayo de compresión uniaxial en cilindros estándar al cabo de 28 días. La **figura 2.1** presenta curvas típicas esfuerzo-deformación para hormigones de diferente resistencia.

Las curvas son lineales hasta aproximadamente un medio de la resistencia máxima a compresión. El pico de la curva para concreto de alta resistencia es relativamente agudo, pero para concreto de baja resistencia la curva tiene una meseta plana.





**Figura 2.1. Curvas esfuerzo-deformación para cilindros de concreto cargados en compresión uniaxial. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

Es importante notar que a medida que aumenta el valor de la resistencia máxima a compresión,  $f'_c$ , la deformación unitaria asociada,  $\epsilon_c$ , disminuye. Esta aparente fragilidad en los hormigones de alta resistencia es muy importante, y debe ser considerada cuando los requerimientos de ductilidad exigen desarrollar grandes deformaciones de compresión en el hormigón. La deformación unitaria asociada con el máximo esfuerzo máximo,  $\epsilon_c$ , es aproximadamente 0.002 (Tal como se puede observar en la figura 2.1). A deformaciones más elevadas, después de alcanzarse el esfuerzo máximo, todavía pueden transmitirse esfuerzos, aunque se hacen visibles grietas en el concreto paralelas a la dirección de la carga.

El módulo de elasticidad para el concreto  $E_c$  se puede tomar como:

$$E_c = 0.043w^{1.5} \sqrt{f'_c} \quad (\text{MPa}) \quad (2.1)$$

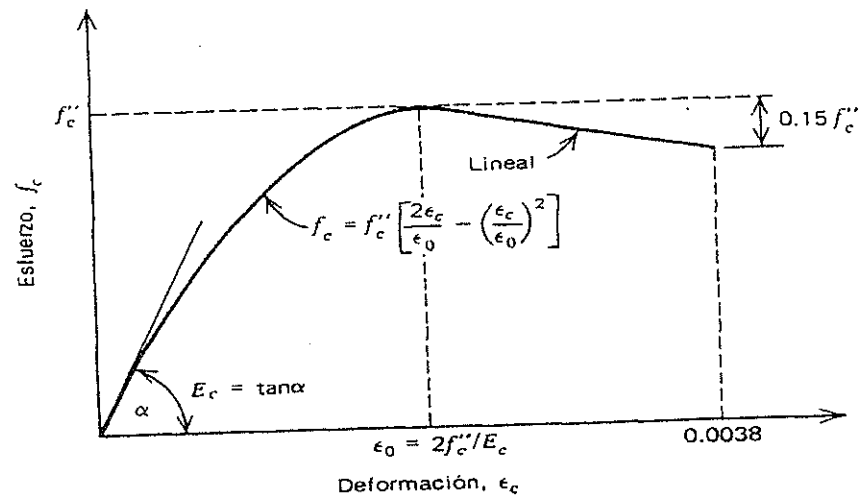
en donde  $w$  es la densidad del concreto y  $f'_c$  es la resistencia a compresión del cilindro.

La ecuación 2.1 es válida para valores  $w$  entre 1400 y 2500 Kg/m<sup>3</sup> (87.4 y 156 lb/pie<sup>3</sup>). Para hormigones de peso normal aproximadamente 2300 Kg/m<sup>3</sup> (143.6 lb/pie<sup>3</sup>)  $E_c$  se define como:

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad (\text{MPa}) \quad (2.2)$$

$$E_c = 57000 \sqrt{f'_c} \quad (\text{psi}) \quad (2.3)$$

Una aproximación muy usada para el perfil de la curva esfuerzo deformación antes del esfuerzo máximo es una parábola de segundo grado. Por ejemplo, en la **figura 2.2** se muestra la curva esfuerzo-deformación debida a Hognestad, en que  $f''_c$  es el esfuerzo máximo alcanzado en el concreto. El esfuerzo máximo a compresión alcanzado en el concreto de un miembro a flexión,  $f''_c$ , puede diferir de la resistencia  $f'_c$  del cilindro debido a la diferencia en el tamaño y forma del concreto comprimido.

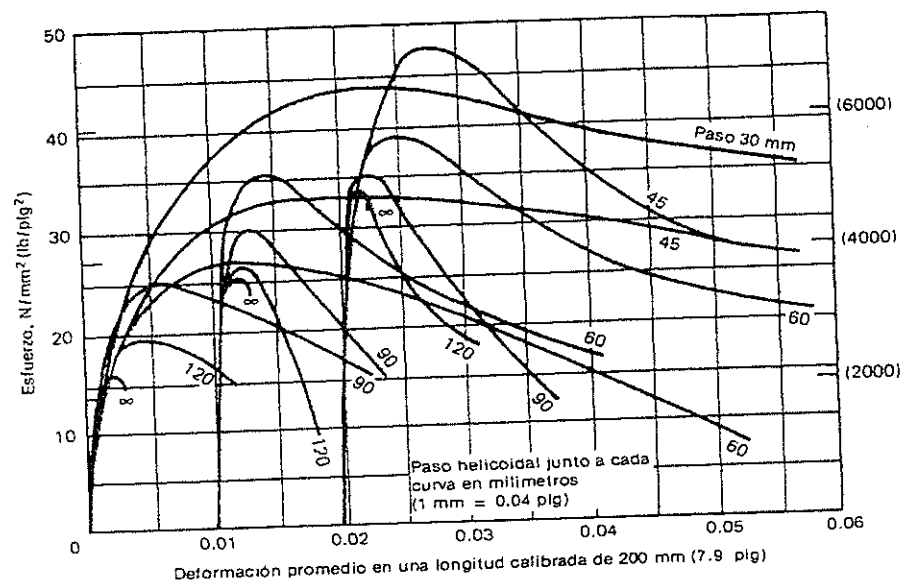


**Figura 2.2. Curva idealizada esfuerzo-deformación para el concreto en compresión uniaxial. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

### 2.2.2 CONCRETO CONFINADO

En la práctica, se puede confinar al concreto mediante refuerzo transversal, comúnmente en forma de hélices circulares o aros rectangulares de acero espaciados estrechamente (el espaciamiento varía entre 7.5 y 15 cm.). En este caso, a bajos niveles de esfuerzo en el concreto, el refuerzo transversal apenas se esfuerza; en consecuencia, el concreto no está confinado. El concreto queda confinado cuando a esfuerzos aproximadamente iguales a la resistencia uniaxial, las deformaciones transversales se hacen muy elevadas debido al agrietamiento interno y el concreto se apoya contra el refuerzo transversal, ejerciendo este último una reacción de confinamiento sobre el concreto.

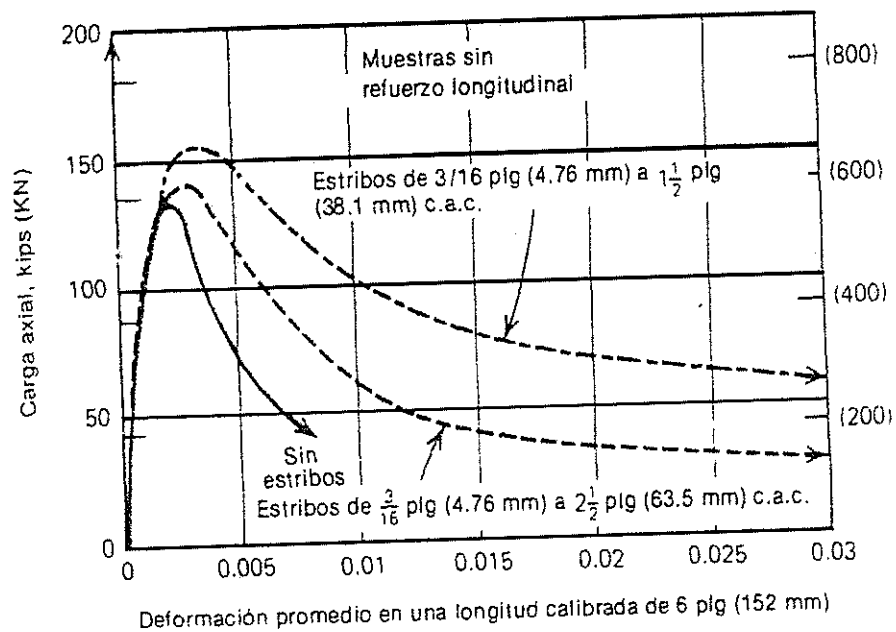
Las pruebas realizadas por muchos investigadores han demostrado que el confinamiento por el refuerzo transversal puede mejorar considerablemente las características esfuerzo-deformación del concreto a deformaciones elevadas. La **figura 2.3** muestra curvas esfuerzo-deformación obtenidas de tres conjuntos de cilindros de concreto confinados por hélices que probaron Iyengar y otros (1970). Cada conjunto tenía una resistencia no confinada distinta del concreto. Es muy apreciable el aumento en la resistencia y ductilidad con la cuantía del acero de confinamiento. Las pruebas han demostrado que las hélices confinan al concreto con mucha mayor eficiencia que los estribos rectangulares o cuadrados.



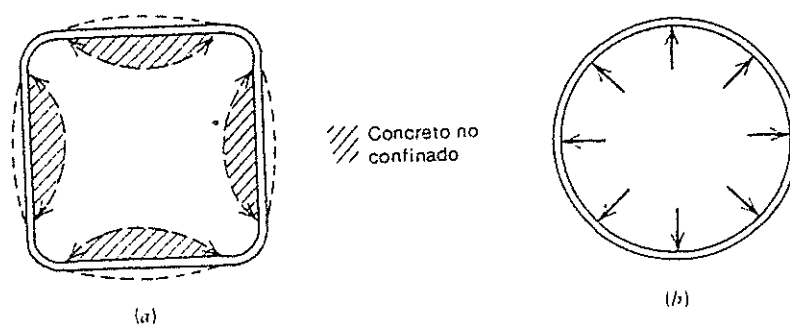
**Figura 2.3. Curvas esfuerzo-deformación para cilindros de concreto de 150 mm. (5.9 pulg.) de diámetro por 300 mm. (11.8 pulg) de altura, confinados por hélices de varillas de acero suave de 6.5 mm. (0.26 pulg.) de diámetro. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

En la **figura 2.4** tenemos curvas carga-deformación para prismas de concreto, que probaron Bertero y Felippa (1964), que contenían distintas cantidades de estribos cuadrados. Es muy evidente el efecto de la cuantía de acero transversal en la ductilidad, aunque no lo es tanto en la resistencia.

La causa de la considerable diferencia entre el confinamiento por hélices de acero y el confinamiento por los estribos rectangulares o cuadrados de acero está ilustrada en la **figura 2.5**.



**Figura 2.4. Curvas carga axial-deformación para prismas cuadrados de concreto de  $4\frac{1}{2}$  pulg (108 mm) por lado con distinto contenido de estribos cuadrados. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

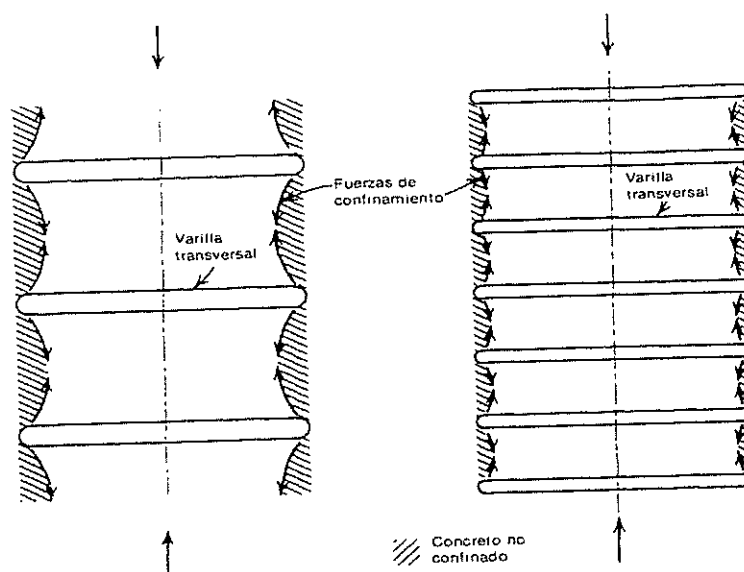


**Figura 2.5. Confinamiento por estribos cuadrados y hélices (a) estribo cuadrado, (b) hélice. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

Debido a su forma, las hélices proporcionan una presión continua de confinamiento alrededor de la circunferencia, que a grandes deformaciones transversales se aproxima al confinamiento de un fluido. Sin embargo, los estribos cuadrados sólo pueden aplicar reacciones de confinamiento cerca de las esquinas de los aros, debido a que la presión del concreto contra los lados de los aros tiende a flexionar los lados hacia afuera, tal como puede observarse en la **figura 2.5**. En consecuencia, una porción considerable de la sección transversal del concreto puede no estar confinada. Debido al arqueado interno entre las esquinas, el concreto está confinado efectivamente sólo en las esquinas y en la región central de la sección. Sin embargo, el estribo cuadrado de confinamiento si produce un aumento significativo en la ductilidad y muchos investigadores han observado cierto aumento en la resistencia.

De las **figuras 2.3 y 2.4** es evidente que el confinamiento por refuerzo transversal tiene poco efecto en la curva esfuerzo deformación antes de que se alcance la resistencia uniaxial del concreto. El perfil de la curva de esfuerzo-deformación a deformaciones elevadas (mayores a las deformaciones que corresponden a la resistencia uniaxial) es una función de muchas variables, en que las principales son las siguientes:

- 1.- La relación del volumen del acero transversal al volumen del núcleo del concreto, debido a que un elevado contenido de acero transversal involucra una elevada presión de confinamiento lateral.
  - 2.- La resistencia a la cedencia del acero transversal, puesto que esto proporciona un límite superior a la presión de confinamiento.
  - 3.- La relación del espaciamiento del acero transversal a las dimensiones del núcleo de concreto, puesto que a medida que reducimos el espaciamiento el confinamiento es más efectivo, como lo ilustra la **figura 2.6**. El concreto está confinado por el arqueado del concreto entre las varillas transversales; y si el espaciamiento es grande, es evidente que no puede confinarse un volumen grande de concreto, por lo que éste puede desprenderse.
-



**Figura 2.6. Efecto del espaciamiento del acero transversal en la eficiencia del confinamiento. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

4.- La relación del diámetro de la varilla transversal a la longitud no soportada de las varillas transversales en el caso de estribos o aros rectangulares, debido a que un diámetro grande de varilla conduce a confinamiento más efectivo. Este efecto está ilustrado en la **figura 2.5**. Las varillas transversales de diámetro pequeño actúan solamente como amarres entre las esquinas, debido a que la rigidez por flexión del aro rectangular o cuadrado es pequeña y éstos se arquean hacia afuera en vez de confinar en forma efectiva al concreto en las regiones entre las esquinas. Con una relación mayor de diámetro de la barra transversal a su longitud no soportada, el área de concreto confinado efectivamente es mayor debido a la mayor rigidez por flexión del lado del aro. En el caso de una hélice esta variable no tiene



significado; gracias a su forma, la hélice trabaja en tensión axial y aplica una presión radial uniforme al concreto.

5.- La cuantía y tamaño del refuerzo longitudinal, debido a que ese acero también confina al concreto. Las varillas longitudinales generalmente tienen diámetro grande (en comparación con el refuerzo transversal), y por lo general la relación de diámetro de varilla a longitud no soportada es tal que las varillas pueden confinar efectivamente el concreto. Sin embargo, las varillas longitudinales deben colocarse bien ajustadas contra el acero transversal, ya que este proporciona las reacciones de confinamiento a las varillas longitudinales.

6.- La resistencia del concreto, debido a que el concreto de baja resistencia es más dúctil que el concreto de alta resistencia (véase la **figura 2.1**).

El concreto no está confinado fuera del acero transversal, y se puede esperar que este concreto de recubrimiento tenga características esfuerzo-deformación distintas a las del concreto dentro del acero transversal. El recubrimiento generalmente comienza a desprenderse cuando se alcanza la resistencia no confinada. Se puede suponer que el recubrimiento tiene las características del concreto no confinado hasta una deformación supuesta en

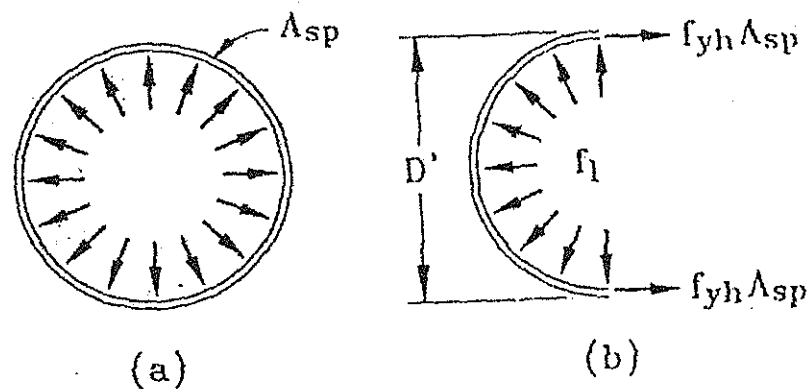
---

la cual se desprende, y que no contribuye a la resistencia total bajo deformaciones más elevadas.

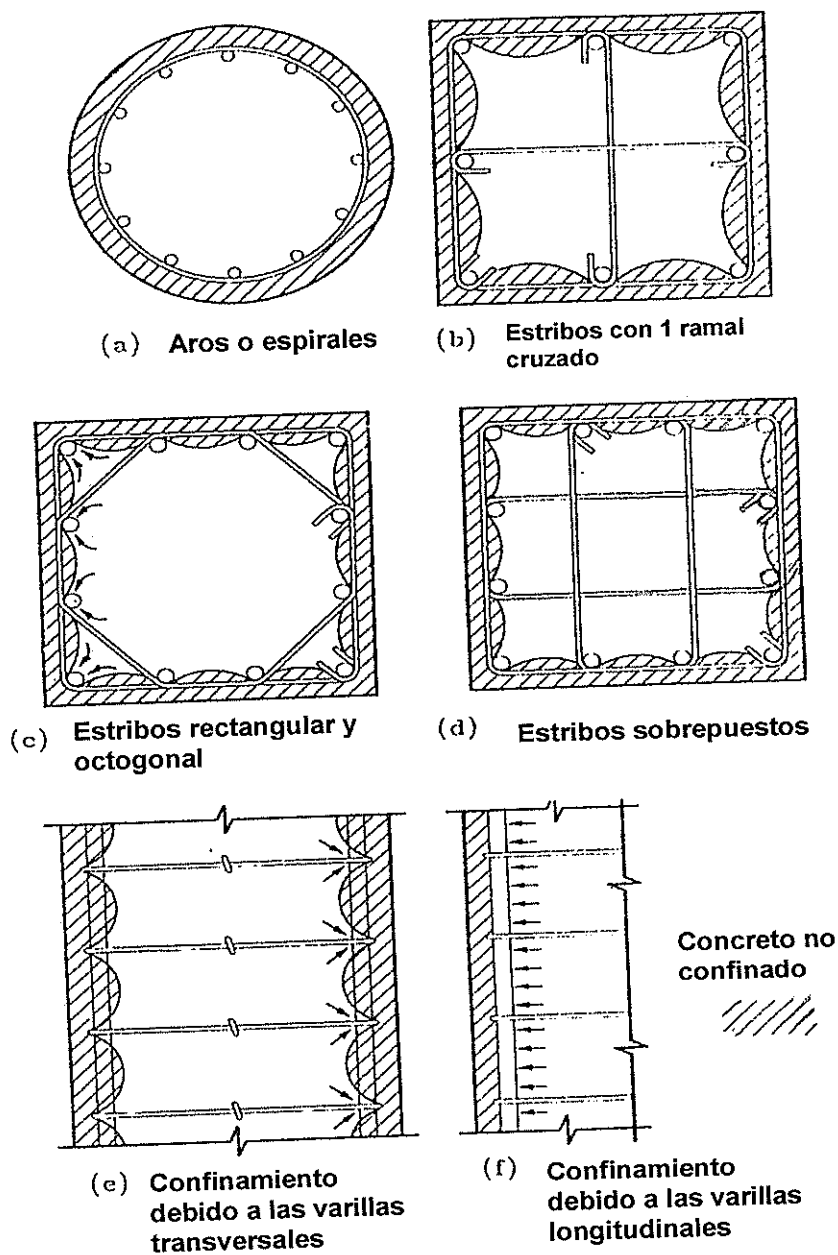
Para secciones circulares con refuerzo transversal de aros (hélices) o espiral, la máxima presión lateral efectiva  $f_l$  que recibe el concreto ocurre cuando las espirales o los estribos son esforzados hasta su esfuerzo de cedencia  $f_{yh}$ . Con referencia en el diagrama de cuerpo libre de la **figura 2.7(b)**, las condiciones de equilibrio requieren que:

$$f_l = \frac{2f_{yh}A_{sp}}{D's} \quad (2.4)$$

Donde  $D'$  es el diámetro del aro o de la espiral, que tiene un área de varilla  $A_{sp}$  y un espaciamiento longitudinal  $s$ .



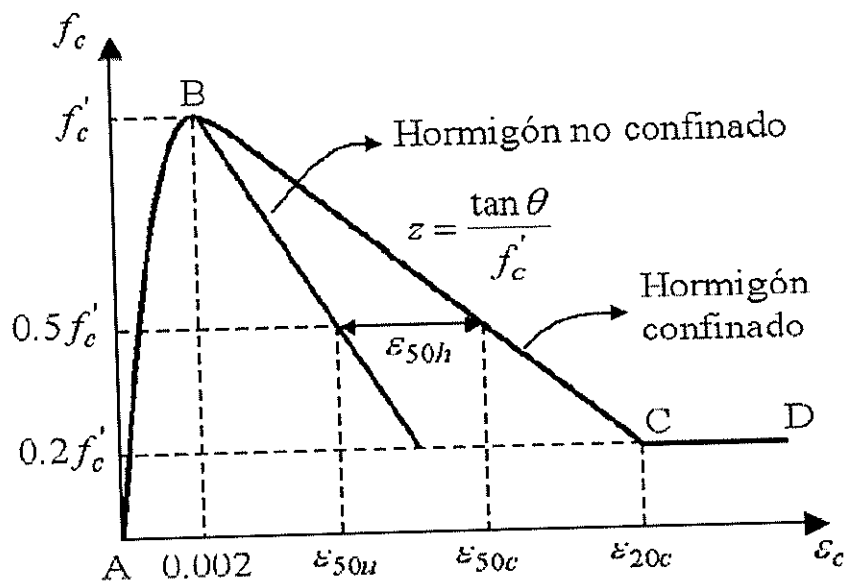
**Figura 2.7. Confinamiento del concreto mediante aros o espirales.**



**Figura 2.8. Confinamiento de secciones de columna debido al refuerzo transversal y longitudinal. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)**

Varios investigadores han propuesto relaciones esfuerzo-deformación para el hormigón confinado por estribos o aros rectangulares (Chan, 1955; Blume et al., 1961; Roy y Sozen, 1964; Soliman y Yu, 1967; Sargin et al., 1971; Sheikh y Uzumeri, 1980). No obstante, una de las relaciones con mayor grado de aceptación, es la propuesta por Kent y Park (1971), **figura 2.9**, la cual fue desarrollada a partir de la evidencia experimental existente.

### Modelo de Kent y Park



**Figura 2.9.** Curva esfuerzo-deformación para el hormigón armado confinado por estribos rectangulares. Modelo propuesto por Kent y Park (1971). (Tomado de Park y Paulay, 1994)

Esta relación combina muchas de las características de las curvas propuestas antes. Las características de la curva propuesta son como sigue:

**Región AB:** esta parte ascendente de la curva está representada por una parábola de segundo grado y supone que el acero de confinamiento no afecta el perfil esfuerzo-deformación. Se supone que el esfuerzo máximo que alcanza el hormigón confinado es la resistencia  $f'_c$  del cilindro y las deformaciones son menores o iguales que 0.002. La curva se define mediante la siguiente ecuación:

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\varepsilon_c}{0.002} - \left( \frac{\varepsilon_c}{0.002} \right)^2 \right] \quad (2.5)$$

donde  $f_c$  y  $\varepsilon_c$  son el esfuerzo y la deformación del hormigón a compresión.

El aumento en la resistencia en el valor de  $f'_c$  generalmente se desprecia, excepto en el caso de columnas con secciones circulares y refuerzo en hélices o espiral, en el que el aumento podría llegar a ser significativo. Para este caso Park y Paulay (1994) proponen la siguiente relación:

$$f'_{cc} = f'_c + 2.05 \rho_s f_y \quad (2.6)$$

donde  $f'_{cc}$  es el esfuerzo de compresión confinado del hormigón,  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal y  $\rho_s$  es la relación de volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de hormigón medido al exterior de las hélices o espirales.

**Región BC:** esta parte descendente de la curva está representada por una línea recta definida como:

$$f_c = f'_c [1 - Z(\varepsilon_c - 0.002)] \quad (2.7)$$

$$Z = \frac{0.5}{\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - 0.002} \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + 0.002 f'_c}{f'_c - 1000} \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b''}{s_h}} \quad (2.10)$$

$Z$  es el parámetro que define la pendiente de la rama descendente,  $\varepsilon_{50u}$  es la deformación de compresión asociada a un esfuerzo igual a  $0.5 f'_c$ ,  $\varepsilon_{50h}$  es la deformación que tiene en cuenta la ductilidad adicional proporcionada por los estribos,  $b''$  es el ancho del núcleo confinado medido desde el exterior de los aros y,  $s_h$  es el espaciado entre los estribos.

**Región CD:** esta zona considera la capacidad del hormigón de soportar ciertos esfuerzos a deformaciones muy altas y se define como:

$$f_c = 0.2 f'_c \quad (2.11)$$

Normalmente este tramo de la curva no se considera para el análisis dinámico (Kunnath et al., 1992).

### **Modelo de Mander**

A continuación se describe el modelo matemático que se utilizará para definir la relación esfuerzo-deformación, tanto para el concreto confinado como para el no confinado, de las secciones de columnas que se utilizarán en este trabajo.

El modelo de Mander (1988) para el concreto toma en cuenta el efecto del confinamiento. Este efecto permite que aumenten tanto la resistencia a la compresión del concreto como su deformación última, tal como se ilustra en la **figura 2.10**, donde podemos ver un esquema del modelo de Mander.

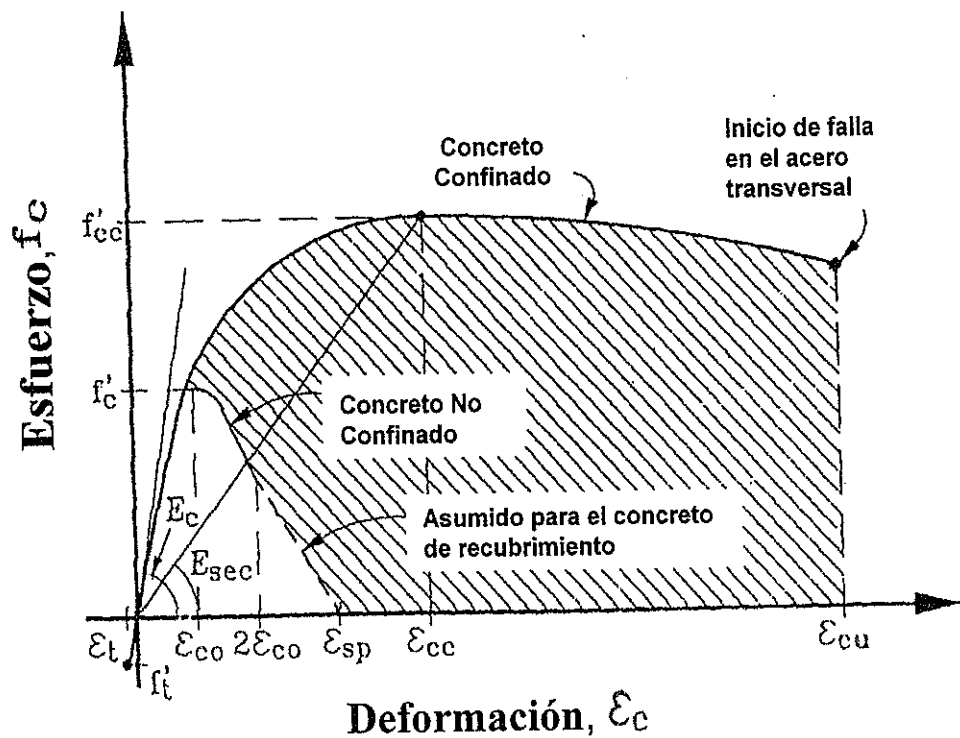


Figura 2.10. Modelo Esfuerzo-Deformación para concreto a compresión, confinado y no confinado. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

Este modelo se puede aplicar a todas las formas de secciones transversales y a todos los niveles de confinamiento, y está definido por las siguientes ecuaciones, cuyos parámetros se pueden observar gráficamente en la **figura**

**2.10:**

$$f_c = \frac{f'_{cc} x^r}{r - 1 + x^r} \quad (2.12)$$

donde:



$$f'_{cc} = f'_c \left( 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_c}} - \frac{2 f'_l}{f'_c} - 1.254 \right) \quad (2.13)$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_{cc} = 0.002 \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right] \quad (2.15)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{\text{sec}}} \quad (2.16)$$

$$E_{\text{sec}} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.17)$$

$$E_c = \begin{cases} 4700 \sqrt{f'_c} & \text{(MPa)} \\ 57000 \sqrt{f'_c} & \text{(psi)} \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.18a) \\ (2.18b) \end{matrix}$$

En las ecuaciones 2.12 a 2.18,  $f'_{cc}$  y  $\varepsilon_{cc}$  son respectivamente el esfuerzo y la deformación correspondientes al esfuerzo máximo de la curva, y  $f'_l$  es el esfuerzo lateral efectivo de confinamiento. Con  $f'_l = 0$  en las ecuaciones 2.12 a 2.18 podemos obtener un modelo apropiado para el concreto no confinado.

Para secciones circulares el esfuerzo lateral de confinamiento,  $f'_l$ , está relacionado con la máxima presión lateral efectiva de la ecuación 2.4 por la expresión:

$$f'_l = k_e f_l \quad (2.19)$$

En secciones rectangulares con diferentes cuantías de acero transversal,  $\rho_x$  y  $\rho_y$ , en los ejes principales de la sección, se desarrollan diferentes esfuerzos de confinamiento de acuerdo con las siguientes relaciones:

$$f'_{lx} = k_e \rho_x f_{yh} \quad (2.20a)$$

$$f'_{ly} = k_e \rho_y f_{yh} \quad (2.20b)$$

En las ecuaciones 2.19 y 2.20,  $k_e$  es el coeficiente de confinamiento efectivo, que se obtiene de la relación entre el área efectiva que confina al núcleo de concreto (ver figura 2.8) y el área nominal del núcleo de concreto que se encuentra limitada por los aros o estribos. Valores típicos de  $k_e$  son 0.95 para secciones circulares y 0.75 para secciones rectangulares.

Para secciones rectangulares con esfuerzos de confinamiento efectivo  $f'_{lx}$  y  $f'_{ly}$  diferentes, dados por las ecuaciones 2.20a y 2.20b, el máximo esfuerzo del concreto confinado,  $f'_{cc}$ , puede ser calculado de la relación  $f'_{cc} / f'_c$  mostrada en la figura 2.11, donde  $f'_{lx} > f'_{ly}$ .

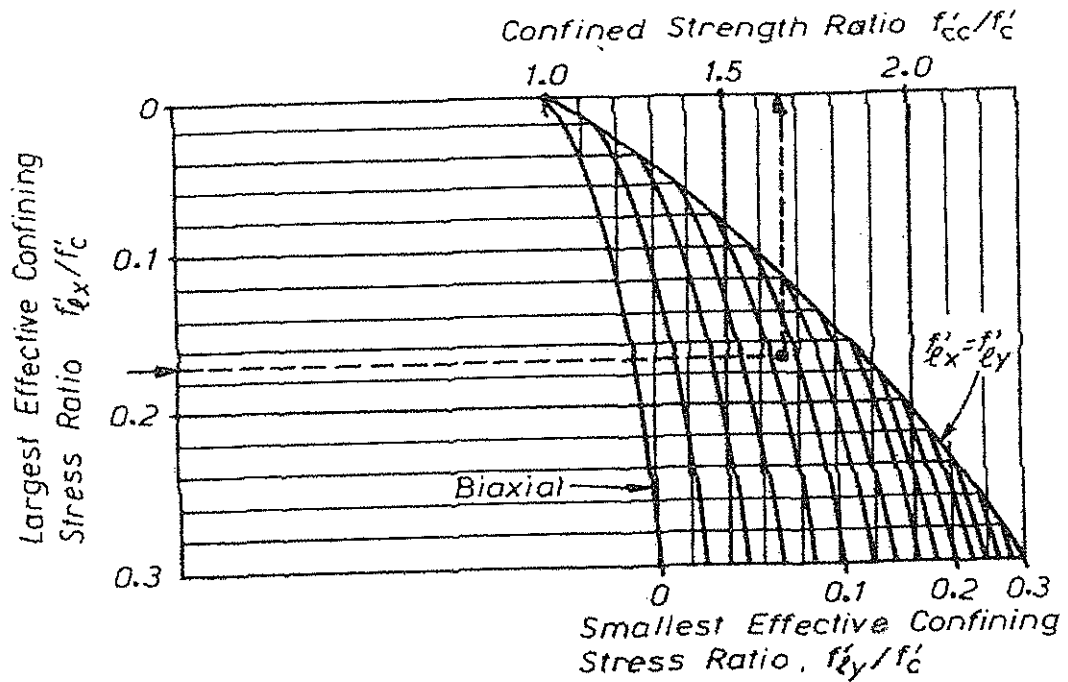


Figura 2.11. Determinación de la resistencia a la compresión del concreto confinado para secciones rectangulares, a partir los esfuerzos de confinamiento laterales. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)

La deformación última del concreto confinado en el Modelo de Mander ocurre cuando se inicia la fractura del acero transversal de confinamiento, tal como se muestra en la figura 2.10. Esta puede ser estimada igualando la capacidad de energía de deformación del acero transversal cuando es deformado por su esfuerzo máximo, con el incremento de energía absorbida por el concreto producido por el confinamiento. El incremento de esta energía absorbida se puede apreciar en la figura 2.10. Una estimación para la deformación última del concreto a compresión se puede obtener a partir de la siguiente ecuación:

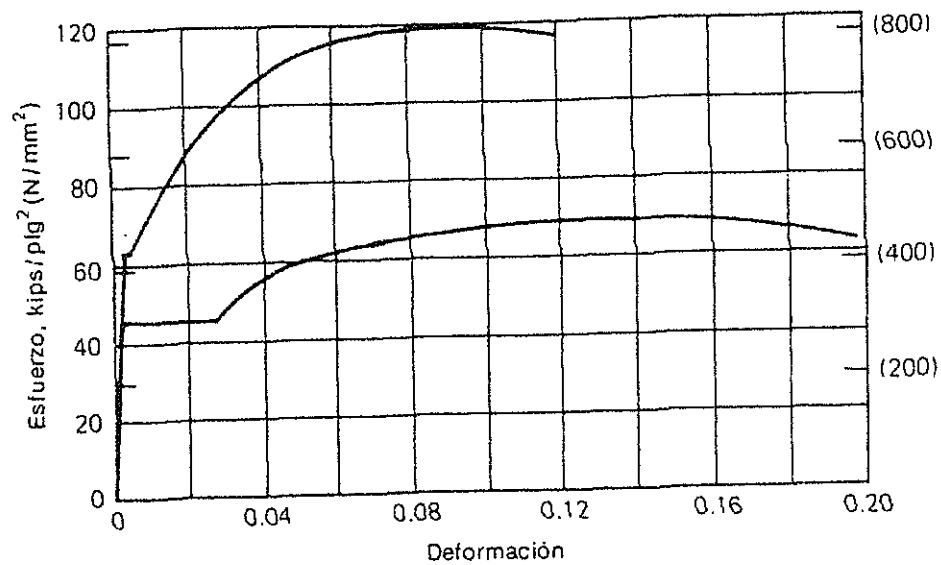
$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4\rho_s f_{yh} \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} \quad (2.21)$$

donde  $\varepsilon_{su}$  es la deformación correspondiente al máximo esfuerzo del acero y  $\rho_s = 4A_{sp} / D's$  es la relación volumétrica del acero de confinamiento. Para secciones rectangulares  $\rho_s = \rho_x + \rho_y$ . Valores típicos de  $\varepsilon_{cu}$  se encuentran en un rango entre 0.012 y 0.05.

### 2.2.3 ACERO DE REFUERZO

#### Comportamiento monotónico de esfuerzos (Relación Esfuerzo-Deformación para el acero)

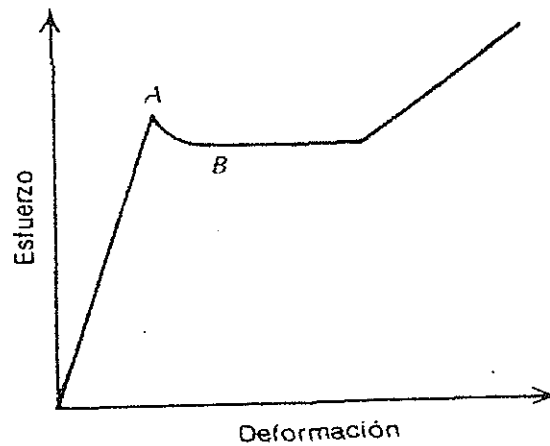
Curvas típicas esfuerzo-deformación para varillas de acero utilizadas en el concreto reforzado (**figura 2.12**) se obtuvieron de varillas de acero cargadas monotónicamente a tensión. Las curvas exhiben una porción inicial elástica lineal, una plataforma de cedencia (es decir una zona más allá de la cual la deformación aumenta con poco o ningún aumento del esfuerzo), una región de endurecimiento por deformación en la que el esfuerzo nuevamente aumenta con la deformación, y finalmente una región en la que el esfuerzo decae hasta que ocurre la fractura.



**Figura 2.12. Curvas típicas esfuerzo deformación para el refuerzo de acero. (Tomado de Park y Paulay, 1994)**

El módulo de elasticidad del acero está dado por la pendiente de la porción elástica lineal de la curva. El módulo de elasticidad del acero de refuerzo  $E_s$  generalmente se toma igual a  $29 \times 10^6$  lb/plg<sup>2</sup> ( $0.2 \times 10^6$  N/mm<sup>2</sup>).

Una propiedad muy importante del acero de refuerzo es el esfuerzo en el punto de cedencia, conocido como la resistencia de cedencia. Ocasionalmente, a la cedencia le acompaña una disminución abrupta en el esfuerzo, de manera que un diagrama esfuerzo-deformación tiene la forma que aparece en la **figura 2.13**. En tal caso, a los esfuerzos en A y en B se les conoce como las resistencias de cedencia superior e inferior respectivamente.



**Figura 2.13. Curvas esfuerzo deformación que ilustra los puntos superior e inferior de cedencia. (Tomado de Park y Paulay, 1994)**

La posición del punto superior de cedencia depende de la velocidad de la prueba, la forma de la sección y la forma del espécimen. Por lo general, se considera que la resistencia de cedencia inferior es la verdadera característica del material y se denomina simplemente como la resistencia de cedencia.

Por otro lado, la longitud de la plataforma de cedencia es función de la resistencia del acero. Los aceros de alta resistencia con alto contenido de carbono generalmente tienen una plataforma más corta de cedencia que los aceros de menor resistencia y menor contenido de carbono. En forma semejante, el trabajado en frío del acero puede producir un acortamiento de la plataforma de cedencia, a tal grado que el endurecimiento por deformación comienza inmediatamente después que se produce la cedencia. Los aceros

de alta resistencia también tienen una elongación previa a la fractura más pequeña que los aceros de baja resistencia.

Las varillas de acero corrugado producidas respetando las especificaciones del ASTM tienen una resistencia de cedencia especificada mínima de 40, 50, 60 ó 75 kips/plg<sup>2</sup> (276, 345, 414, ó 517 N/mm<sup>2</sup>); se les conoce como grados 40, 50, 60 y 75 respectivamente. Para los aceros que carecen de un punto de cedencia bien definido, se considera que su resistencia de cedencia es el esfuerzo que corresponde a una deformación de 0.005 para los grados 40, 50 y 60 y a una de 0.0035 para el grado 75. Las resistencias últimas (resistencias a tensión) que corresponden a los grados 40, 50, 60 y 75 son por lo menos 70, 80, 90 y 100 kips/plg<sup>2</sup> (483, 552, 621 y 690 N/mm<sup>2</sup>), respectivamente. La deformación mínima a la fractura del acero también está definida en las especificaciones, ya que es esencial para la seguridad de la estructura que el acero sea suficientemente dúctil para que pueda sufrir grandes deformaciones antes de llegar a la fractura.

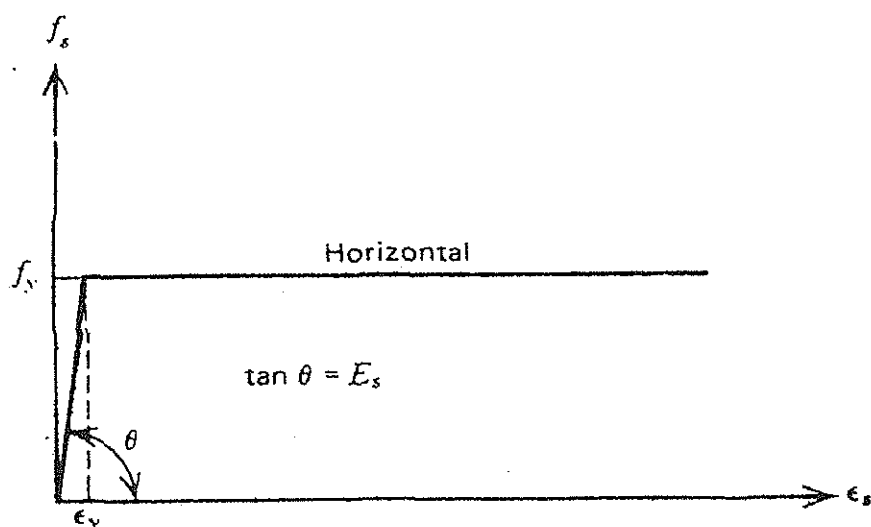
Por lo general, la resistencia de cedencia real de las varillas es algo mayor que el valor especificado. En algunos casos es indeseable tener una resistencia de cedencia mucho mayor que la considerada en el diseño. Esto se debe a que la resistencia a flexión incrementada de un miembro, por ejemplo, produce mayores fuerzas cortantes actuando en el miembro bajo

---

carga última, lo que puede producir una falla cortante frágil del miembro en vez de una falla a flexión dúctil. En consecuencia, las especificaciones para el acero estructural en zonas sísmicas también deberían requerir que no se exceda determinada resistencia de cedencia para cierto grado de acero.

Por lo general, se supone que las curvas esfuerzo-deformación para el acero a tensión y compresión son idénticas. Las pruebas han demostrado que esta es una suposición razonable.

En el diseño es necesario idealizar el perfil de la curva esfuerzo-deformación. Por lo general, la curva se simplifica idealizándola como dos líneas rectas, tal como se puede observar en la **figura 2.14**, ignorando la resistencia superior de cedencia y el aumento en el esfuerzo debido al endurecimiento por deformación.



**Figura 2.14.** Idealización elástica perfectamente plástica (Tomado de Park y Paulay, 1994)



Esta simplificación es especialmente exacta para el acero que tiene una baja resistencia de cedencia. Si el acero se endurece por deformación poco después del inicio de la cedencia, esta curva supuesta subestima el esfuerzo del acero a deformaciones elevadas. En el diseño sismo-resistente, es necesario evaluar el esfuerzo del acero a deformaciones mayores que las de cedencia, puesto que los requerimientos de ductilidad implican alcanzar deformaciones muchas veces más grandes que la deformación de cedencia.

En la **figura 2.15** se muestran idealizaciones más exactas utilizables para la curva esfuerzo deformación. Para utilizar estas idealizaciones son necesarios los valores de los esfuerzos y deformaciones al inicio de la cedencia, al del endurecimiento por deformación y a la ruptura. Estos puntos se pueden determinar en las curvas esfuerzo-deformación obtenidas en pruebas.

---

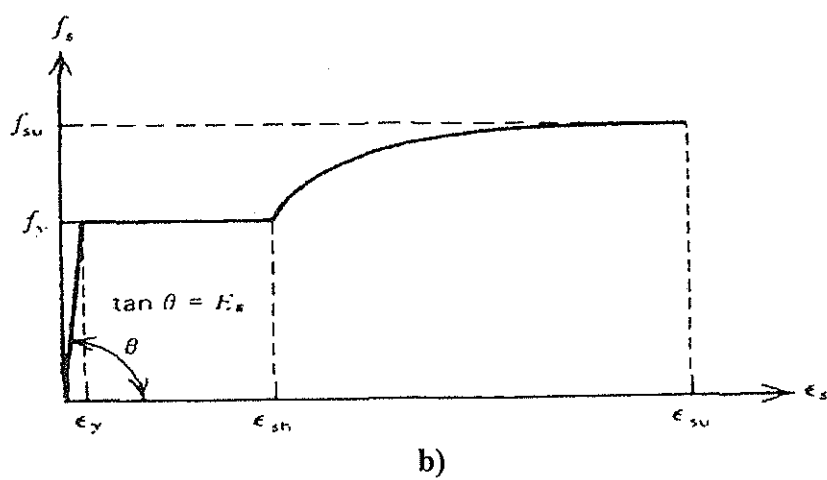
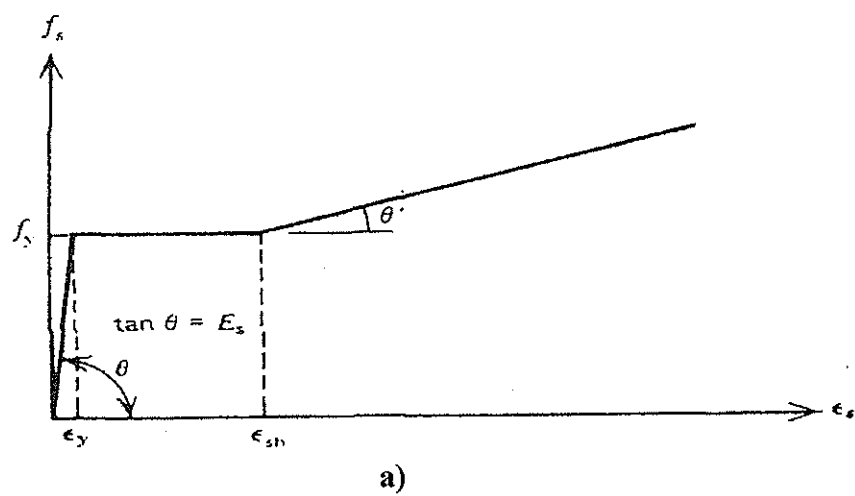


Figura 2.15. a) Idealización trilineal, b) Curva completa (Tomado de Park y Paulay 1994)

### Modelo de Park

A continuación se describe el modelo matemático que se utilizó para definir la relación esfuerzo-deformación del acero, tanto del refuerzo longitudinal como del refuerzo transversal, de las secciones de columnas que se utilizaron en este trabajo.

El modelo de Park incluye tres regiones características de las curvas esfuerzo-deformación del acero; éstas son: región elástica, región perfectamente plástica (plataforma de cedencia), y la región de endurecimiento por deformación. En la **figura 2.16** se puede observar un esquema del modelo de Park.

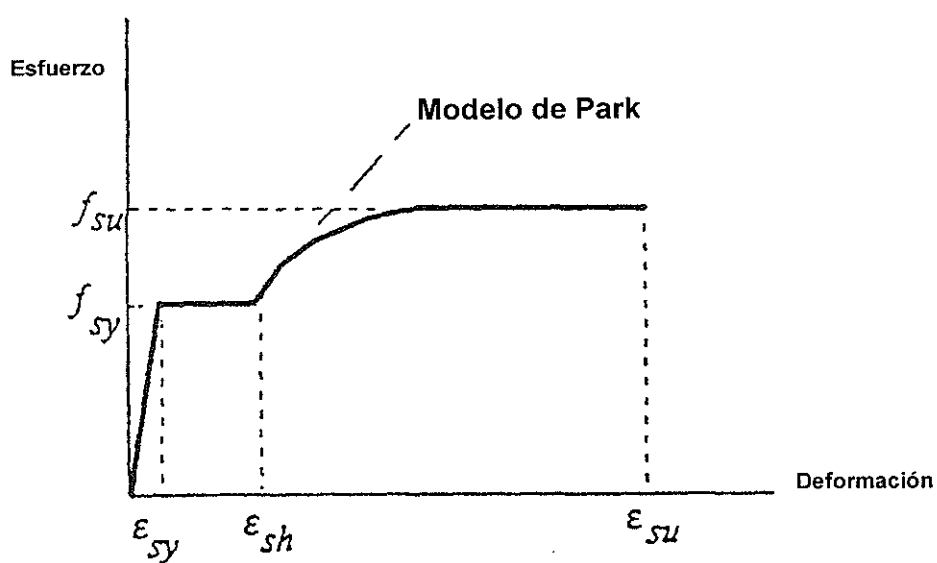


Figura 2.16. Modelo de Park para el acero

Dados  $f_{sy}$  y  $E_s$ , la deformación correspondiente al esfuerzo de cedencia del acero está definida por:

$$\varepsilon_{sy} = f_{sy} / E_s \quad (2.22)$$

El valor de  $\varepsilon_{sh}$  se define tomando como base el esfuerzo de cedencia del acero. Investigaciones de Chai et. al. (1991) presentan las siguientes idealizaciones para aceros de grado 40, grado 60 y aceros de alta resistencia:

$$\varepsilon_{sh} = 14\varepsilon_{sy} \quad \text{para } f_{sy} \leq 40Ksi \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_{sh} = 5\varepsilon_{sy} \quad \text{para } f_{sy} = 60Ksi \quad (2.24)$$

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{sy} \quad \text{para } f_{sy} = 120Ksi \quad (2.25)$$

El valor de  $\varepsilon_{su}$  también se define tomando como base el esfuerzo de cedencia del acero, de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{su} = 0.16 \quad \text{para } f_{sy} \leq 40Ksi \quad (2.26)$$

$$\varepsilon_{su} = 0.12 \quad \text{para } f_{sy} = 60Ksi \quad (2.27)$$

$$\varepsilon_{su} = 0.04 \quad \text{para } f_{sy} \geq 120Ksi \quad (2.28)$$

El valor de  $f_{su}$  depende del esfuerzo de cedencia del acero, tal como se muestra a continuación:

$$f_{su} = 1.50f_{sy} \quad \text{para } f_{sy} \leq 60Ksi \quad (2.29)$$

$$f_{su} = 1.33f_{sy} \quad \text{para } f_{sy} \geq 120Ksi \quad (2.30)$$

Una vez que han sido establecidos los puntos de control de la curva esfuerzo-deformación, la variación del esfuerzo se define de la siguiente manera:

Región elástica:

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \quad (2.31)$$

Región perfectamente plástica:

$$f_s = f_{sy} \quad \text{para } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \quad (2.32)$$

Región de endurecimiento por deformación:

$$f_s = f_{sy} \left[ \frac{m(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2}{60(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right] \quad \text{para } \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \quad (2.33a)$$

donde:

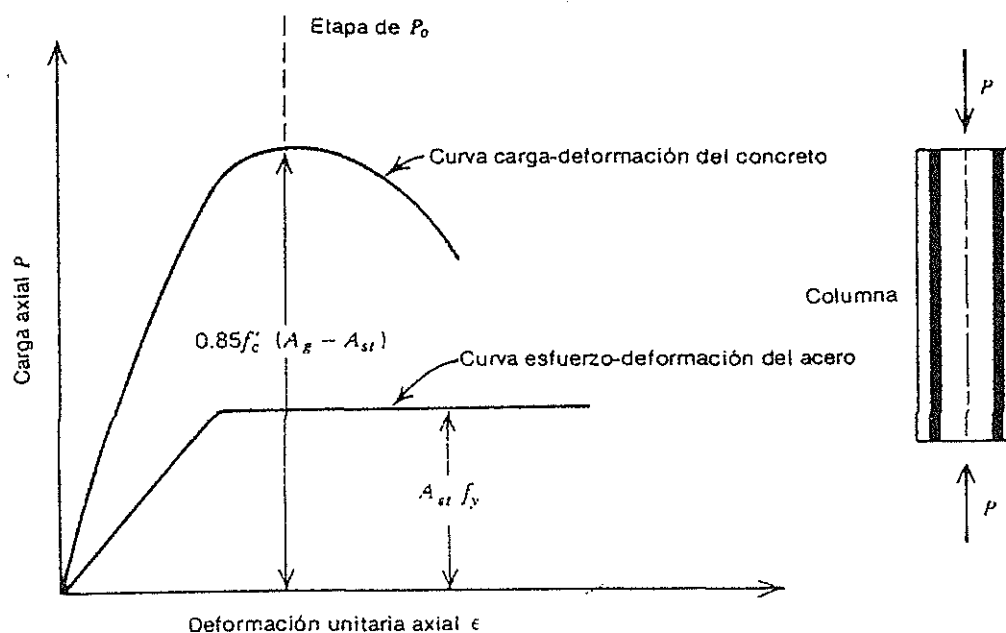
$$r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh} \quad (2.33b)$$

$$m = \frac{(f_{su} / f_{sy})(30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \quad (2.33c)$$

## **2.3 RESISTENCIA DE MIEMBROS SOMETIDOS A FLEXION Y CARGA AXIAL**

La carga que conduce a la falla de una columna de hormigón armado, llamada también carga última, depende de la resistencia del concreto y el acero que componen a dicho elemento. Al aumentar la carga, el acero normalmente alcanza la resistencia de cedencia antes de que el concreto alcance su resistencia total. Sin embargo, en esta etapa la columna no ha

alcanzado su carga última. La columna puede transmitir más carga debido a que el acero soporta el esfuerzo de cedencia en tanto que las deformaciones y cargas aumentan hasta que la carga alcanza su resistencia total. La **figura 2.17** ilustra este comportamiento.



**Figura 2.17. Curvas Carga Axial – Deformación para el acero y concreto, de una columna de concreto reforzado cargada axialmente. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

En forma alterna, si el concreto alcanza su resistencia antes de que el acero ceda, como sucede cuando se utiliza acero de muy alta cedencia, la alta deformación del concreto, cuando éste está próximo a su resistencia total, permite al acero alcanzar la resistencia de cedencia. En consecuencia, la carga última de una columna de concreto reforzado cargada axialmente es la suma de la resistencia de cedencia del acero más la resistencia del concreto.

El resultado de varias investigaciones (Richart y Brown, 1934 y Hognestad, 1951) han encontrado que la resistencia del concreto en una columna cargada axialmente es aproximadamente  $0.85 f'_c$ , en que  $f'_c$  es la resistencia a compresión de un cilindro. La resistencia es algo más baja que la correspondiente a un cilindro debido a la diferencia en la forma y tamaño del espécimen y debido a que el colado vertical de una columna induce la sedimentación y ganancia de agua en la región superior de la columna. En consecuencia, la carga última de una columna cargada axialmente se puede escribir como:

$$P_n = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \quad (2.34)$$

En que  $A_g$  es el área bruta de la sección transversal,  $A_{st}$  es el área total del acero longitudinal en la sección, y  $f_y$  es la resistencia de cedencia del acero.

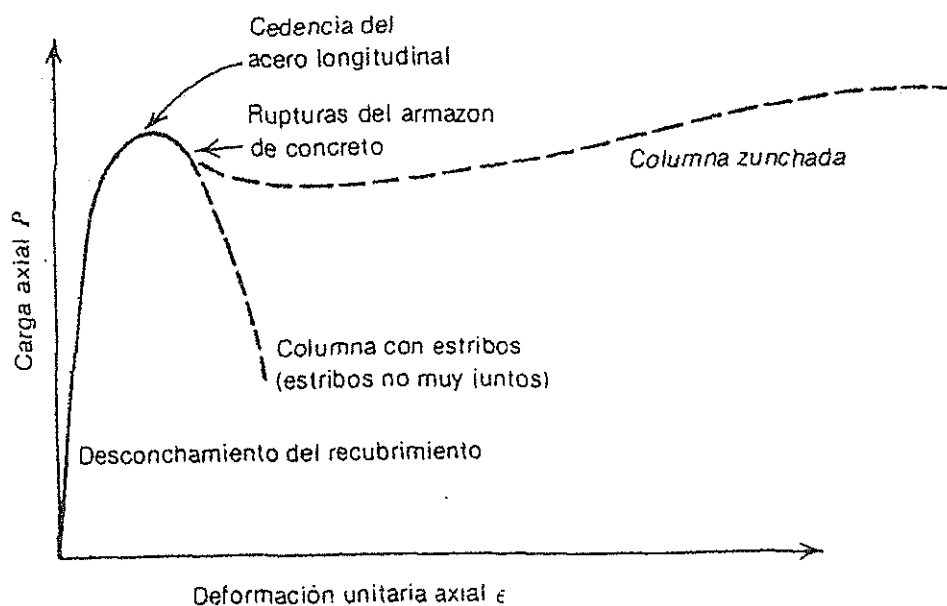
Las columnas con estribos y hélices se comportan casi idénticamente hasta la carga  $P_n$ , y el acero transversal contribuye muy poco a la resistencia de la columna. Una vez que alcanza la carga  $P_n$  una columna con estribos que no estén espaciados estrechamente falla de inmediato, acompañada de ruptura del concreto y pandeo de las varillas de acero longitudinal entre los estribos, debido a que la separación entre los estribos es generalmente grande para impedir la falla general del concreto y el pandeo de las varillas.

Después de que se alcanza la carga  $P_n$  en una columna con hélice, se destruye el recubrimiento del concreto fuera de la espiral. La capacidad de carga se reduce debido a la pérdida de área de concreto, pero generalmente el paso de la hélice de acero es suficientemente pequeño para impedir el pandeo de las varillas longitudinales entre las espirales. En consecuencia, las varillas longitudinales continúan transmitiendo la carga; se llega a una elevada deformación y el concreto del núcleo oprime a la hélice, lo que provoca que la hélice ejerza una reacción de confinamiento en el núcleo. El esfuerzo de compresión radial resultante aumenta la capacidad de transmisión de carga del concreto del núcleo, y a pesar de la pérdida del recubrimiento, la carga última de una columna con una fuerte hélice puede llegar a ser mayor que  $P_n$ .

La elevada ductilidad de las columnas zunchadas (**figura 2.18**) es de interés considerable. En tanto que la columna con estribos cargada axialmente y cuyos estribos no están espaciados estrechamente exhibe falla frágil. Una columna zunchada tiene elevada capacidad de deformación plástica.

---



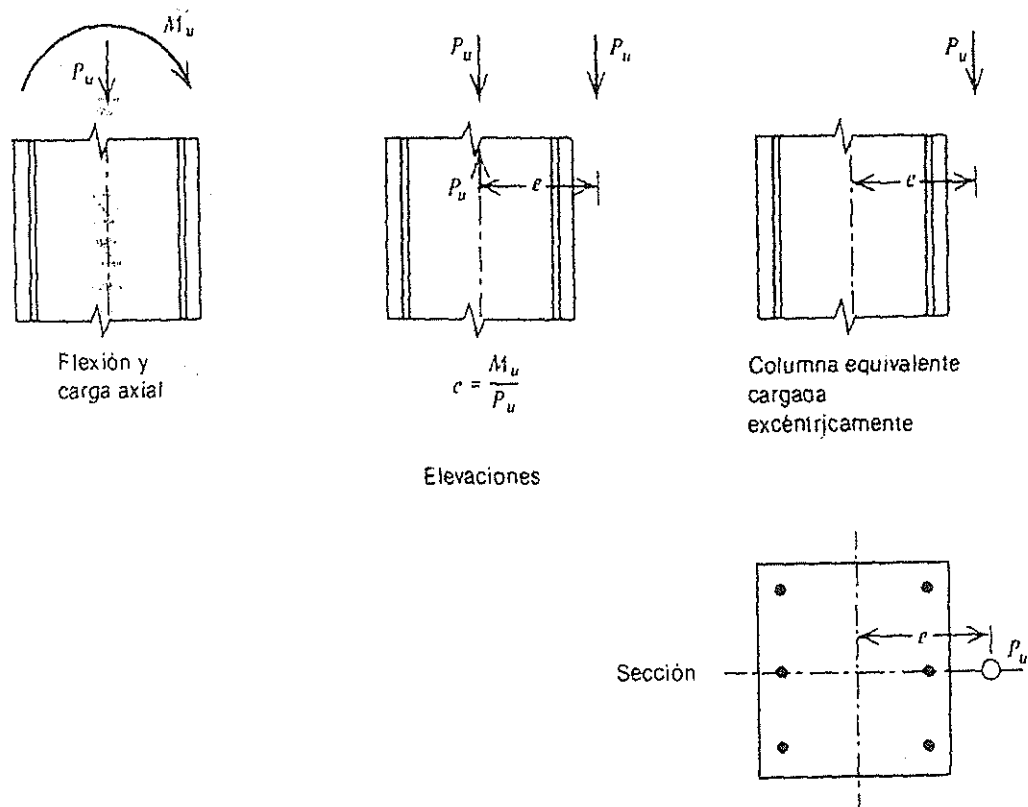


**Figura 2.18. Comparación de curvas Carga Axial – Deformación para columnas con estribos y zunchadas. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

Pruebas realizadas por muchos investigadores, han demostrado que los estribos rectangulares espaciados estrechamente también aumentan la resistencia y ductilidad del concreto confinado, aunque sin la efectividad de las hélices circulares, debido a que los estribos rectangulares sólo ejercen presión de confinamiento cerca de las esquinas de la sección, ya que la presión lateral del concreto provoca el arqueamiento de los lados de los estribos, en tanto que debido a su forma las hélices circulares pueden aplicar una presión uniforme de confinamiento alrededor de la circunferencia.

Las columnas cargadas axialmente rara vez ocurren en la práctica, debido a que casi siempre hay cierta flexión, como lo evidencia la torcedura inicial

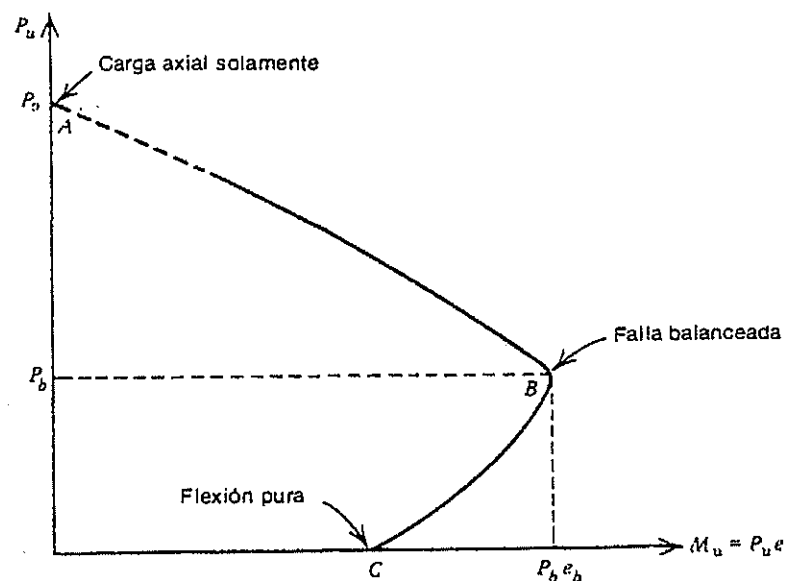
ligera de las columnas, la manera en que se aplican las cargas mediante vigas y losas, y los momentos introducidos por la construcción continua. La combinación de una carga axial  $P_u$  y momento flexionante  $M_u$  equivale a una carga  $P_u$  aplicada con la excentricidad  $e = M_u / P_u$ , como se muestra en la figura 2.19.



**Figura 2.19. Carga equivalente en columnas. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

La resistencia de la sección transversal a una fuerza de compresión, se reduce con la presencia del momento flexionante. La mejor forma de ilustrarlas las combinaciones de  $P_u$  y  $M_u$  que provocan la falla de una

sección dada de columna es mediante un diagrama de interacción. El diagrama de interacción representa el lugar geométrico de los puntos que indican la carga axial y momento flexionante que provocan que un elemento llegue a la falla. Su representación gráfica se muestra en la **figura 2.20**. Así, para una curva de interacción determinada, si la columna está sujeta a una combinación de momento flexionante y carga axial que esté en el interior de dicha curva, el elemento se encuentra del lado de la seguridad. Contrariamente, si la combinación está fuera de la curva, la columna estará propensa a la falla.



**Figura 2.20. Diagrama de Interacción de una sección de columna.**

Como se muestra en la **figura 2.20**, existen tres puntos importantes que definen las características de resistencia en el diagrama de interacción de una columna. El punto A corresponde a un estado en el cual la columna está

sujeta únicamente a compresión axial. El punto B representa el estado de falla denominado "falla balanceada", en el cual la deformación unitaria última en el concreto a compresión se alcanza al mismo tiempo que el acero de refuerzo alcanza la cedencia. Al momento flexionante y carga axial representativos de este punto se les llama momento  $M_b$  y carga balanceada  $P_b$ , y a la relación entre el momento flexionante y la carga axial correspondiente a esta falla balanceada se le denomina excentricidad balanceada  $e_b$ . El punto C del diagrama representa al elemento en flexión pura, representando obviamente el momento de falla por flexión uniaxial.

#### **2.4 INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DE DUCTILIDAD MONOTÓNICA (NO CÍCLICA)**

Es importante asegurar que en el caso extremo de que una estructura se cargue hasta la falla, ésta se comporte en forma dúctil. Esto significa asegurar que la estructura no falle en forma frágil sin advertencia, sino que sea capaz de sufrir grandes deformaciones bajo cargas cercanas a la de falla. Lo cual da amplia advertencia de la falla de la estructura, impidiendo el desplome total y salvando vidas.

La ductilidad es la capacidad que tiene un elemento o una estructura de deformarse en el rango plástico antes de alcanzar la falla. Se puede hablar de ductilidad global de la estructura, ductilidad local de los elementos que

---

conforman a dicha estructura y de la ductilidad de los materiales. Para estudiar la ductilidad global y local utilizamos gráficos en los cuales se representa el comportamiento del elemento o la estructura (medido a través de desplazamientos, rotaciones, curvaturas) ante acciones como fuerzas o momentos. Un ejemplo de ello son las curvas: fuerza-deflexión y momento-curvatura, donde se puede apreciar claramente en que medida nuestros elementos o estructuras incursionan en el rango plástico. La ductilidad de los materiales se estudia generalmente en los gráficos esfuerzo-deformación, resultado de ensayos de laboratorio y de modelos matemáticos. El carácter monotónico (no cíclico) implica que el elemento, la estructura o el material ha sido sometido a un incremento de carga en una sola dirección (carga monotónica) hasta alcanzar la falla. Cabe mencionar que un comportamiento dúctil de los materiales es la base para un comportamiento dúctil de los elementos estructurales, y este a su vez es la base para un comportamiento dúctil de la estructura.

Las figuras 2.21 Y 2.22 son ejemplos de curvas monotónicas, en donde se puede apreciar el comportamiento de elementos estructurales ante la acción de fuerzas (**figura 2.21**) y momentos (**figura 2.22**). El comportamiento dúctil de estos elementos se ve reflejado en sus deflexiones y curvaturas.

---

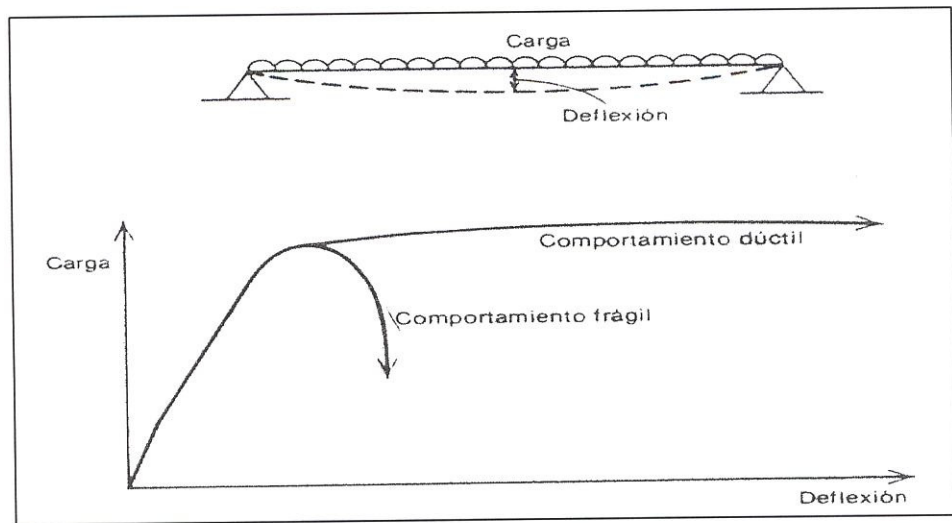


Figura 2.21. Comparación comportamiento dúctil vs. comportamiento frágil. (Tomado de Park y Paulay 1994)

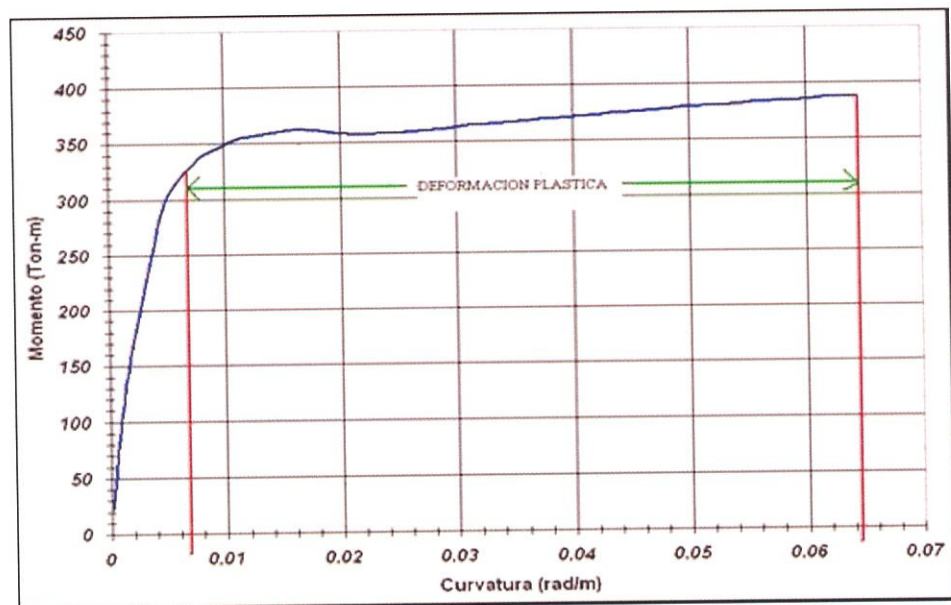
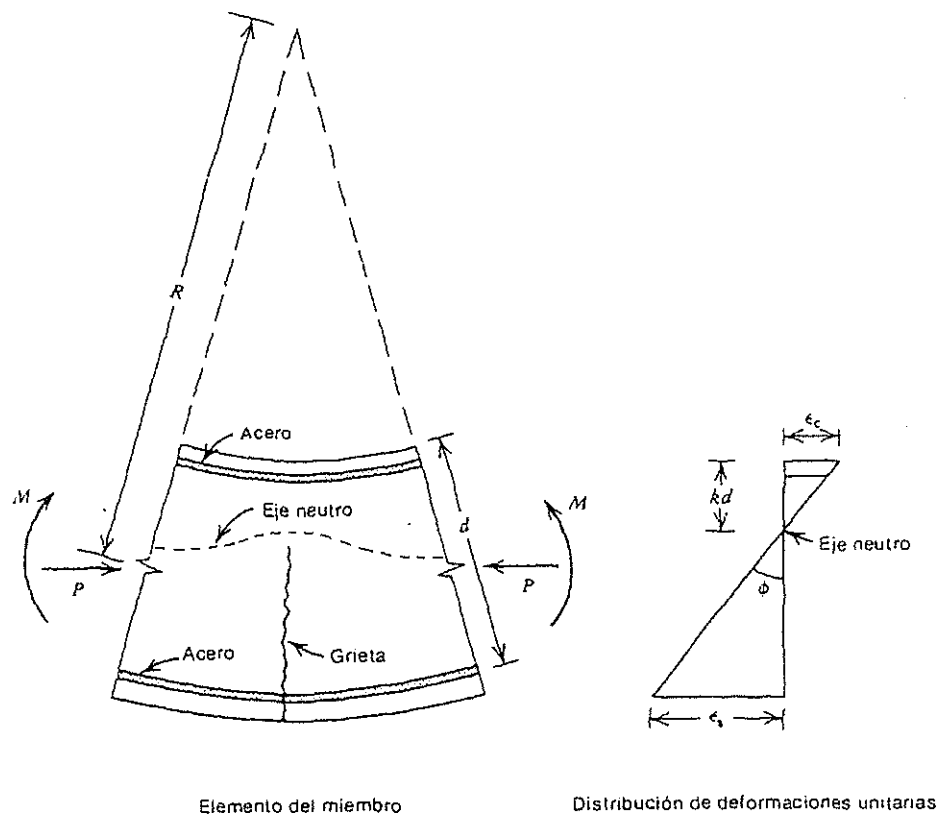


Figura 2.22. Gráfico Momento-Curvatura donde se puede observar la deformación plástica, en este caso la curvatura plástica de una columna de concreto reforzado.

## 2.5 RELACIONES MOMENTO-CURVATURA

La **figura 2.23** muestra un elemento inicialmente recto de un miembro de concreto reforzado con momentos de extremos y fuerzas axiales iguales. El radio de curvatura  $R$  se mide hasta el eje neutro. El radio de curvatura  $R$ , la profundidad del eje neutro  $kd$ , la deformación del concreto en la fibra extrema a compresión  $\epsilon_c$  y la deformación del acero a tensión  $\epsilon_s$  varían a lo largo del miembro debido a que entre las grietas el concreto toma cierta tensión.



**Figura 2.23. Deformación de un miembro sometido a flexión.**  
(Tomado de Park y Paulay 1994)

Considerando solamente un pequeño elemento de longitud  $dx$  del miembro y utilizando la notación de la figura 2.23, las siguientes relaciones proporcionan la rotación entre los extremos del elemento:

$$\frac{dx}{R} = \frac{\varepsilon_c dx}{kd} = \frac{\varepsilon_s dx}{d(1-k)} \quad (2.35a)$$

$$\therefore \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} \quad (2.35b)$$

Entonces  $1/R$  es la curvatura en el elemento (la rotación por longitud unitaria del miembro) y esta dada por el símbolo  $\phi$ . Así se tiene:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \quad (2.36)$$

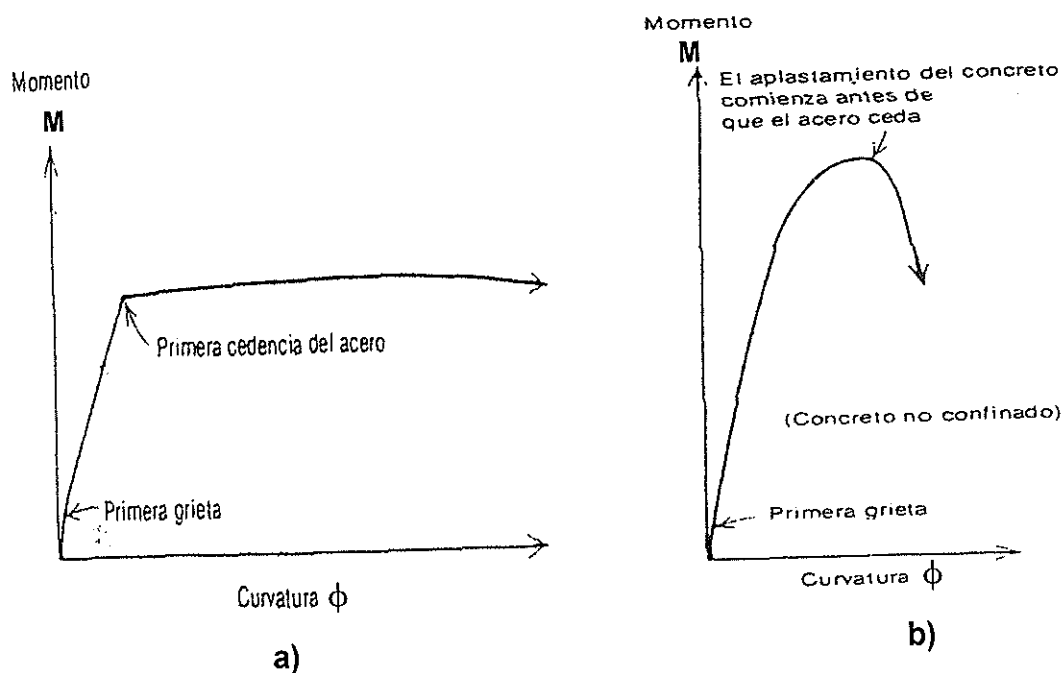
Es evidente que la curvatura  $\phi$  es el gradiente del perfil de deformaciones en el elemento, como se ve en la figura 2.23.

La curvatura varía físicamente a lo largo del miembro debido a la fluctuación de la profundidad del eje neutro y las deformaciones entre las grietas y está dada por la ecuación 2.36, con  $\varepsilon_c$  (deformación unitaria del concreto) y  $\varepsilon_s$  (deformación unitaria del acero de refuerzo) como las deformaciones en la sección agrietada.

Si se miden las deformaciones en la sección crítica de un elemento de concreto reforzado en una corta longitud calibrada conforme se aumenta el



momento flexionante hasta la falla, de la ecuación 2.36 se puede calcular la curvatura, lo que permite obtener la relación momento – curvatura para la sección.



**Figura 2.24. Curvas momento-curvatura para: a) elemento con hormigón confinado, b) elemento con hormigón sin confinar. (Tomado de Park y Paulay 1994)**

La **figura 2.24** muestra dos curvas momento-curvatura para un elemento de hormigón armado con diferentes grados de confinamiento. La figura 2.24a muestra un elemento cuyo hormigón ha sido confinado y presenta un comportamiento dúctil, por otro lado la figura 2.24b nos muestra un elemento cuyo hormigón está sin confinar y presenta una falla de tipo frágil.

Ambas curvas son lineales en las etapas iniciales, y la ecuación clásica de la elástica:

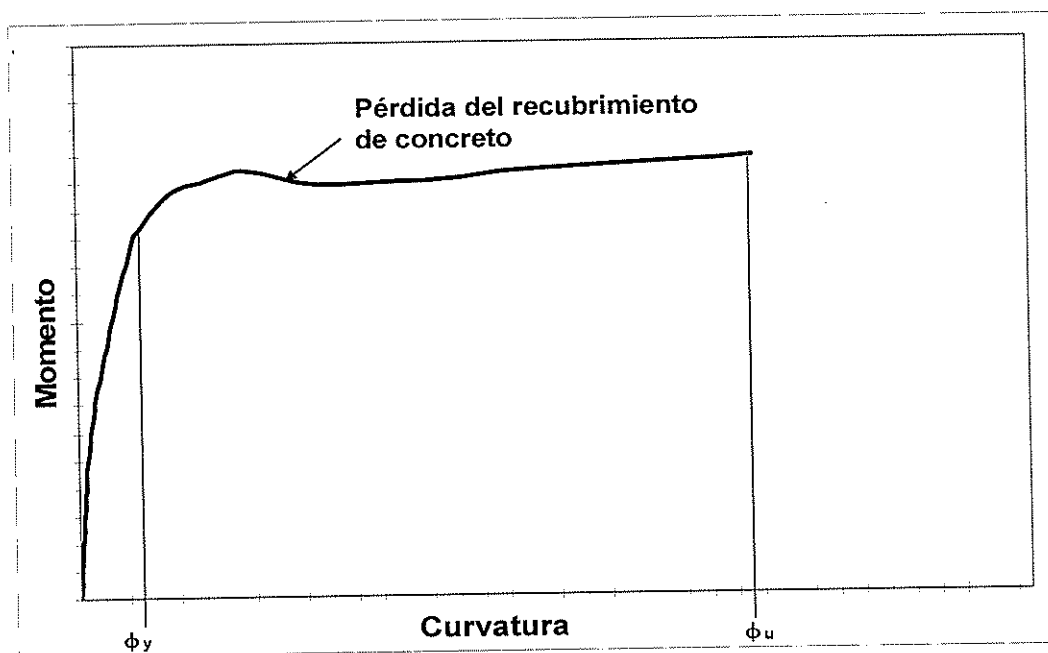
$$EI = MR = \frac{M}{\phi} \quad (2.37)$$

proporciona la relación entre el momento  $M$  y la curvatura  $\phi$  en que  $EI$  es la rigidez a flexión de la sección. Al aumentar el momento, el agrietamiento del concreto reduce la rigidez a flexión de las secciones.

El comportamiento de la sección después del agrietamiento depende principalmente de la cuantía de acero longitudinal  $\rho$  y de la efectividad del confinamiento de la sección transversal. Puesto que, si bien es cierto los elementos de hormigón armado presentan un aumento en la capacidad de soportar momentos conforme aumenta la cuantía de acero, las curvaturas últimas (punto en donde el elemento alcanza la falla) disminuyen. Se puede solucionar esto dotando al hormigón del elemento de un buen confinamiento (estribos o hélices cerrados con una separación pequeña), que asegure un comportamiento dúctil como el de la figura 2.24a.

Otro punto importante a mencionar sobre el diagrama momento-curvatura de una sección de concreto reforzado es el cambio brusco de pendiente que se observa en un punto entre la curvatura de cedencia y la curvatura última como se puede observar en la **figura 2.25**. Este cambio de pendiente se

debe a la pérdida total del recubrimiento de concreto de la sección lo que hace que ésta pierda cierta resistencia. Luego de la pérdida del recubrimiento comienzan a actuar únicamente el acero longitudinal, el acero de confinamiento y el concreto confinado. Y debido al endurecimiento por deformación del acero de refuerzo la pendiente de curva momento-curvatura empieza nuevamente a crecer.



**Figura 2.25. Diagrama Momento-Curvatura donde se muestra el cambio brusco de pendiente que denota la pérdida del recubrimiento de concreto de la sección.**

### 2.5.1 DETERMINACION TEORICA DE LA RELACION MOMENTO-CURVATURA

Es posible deducir curvas teóricas momento-curvatura para secciones de concreto reforzado con flexión y carga axial, en base a suposiciones semejantes a las utilizadas para la determinación de la resistencia a flexión. Se supone que las secciones planas antes de la flexión permanecerán planas después de la flexión y que se conocen las curvas esfuerzo-deformación para el concreto y el acero. Las curvaturas asociadas con un rango de momentos flexionantes y cargas axiales pueden determinarse utilizando estas suposiciones y a partir de los requerimientos de compatibilidad de deformaciones y equilibrio de fuerzas.

Las **figuras 2.26a y 2.26b** muestran modelos esfuerzo-deformación para el acero (Modelo de Park) y concreto (Modelo de Mander), que se analizaron anteriormente. La **figura 2.27** muestra una sección de concreto reforzado con carga axial y flexión. Para determinada deformación del concreto en la fibra extrema de compresión  $\varepsilon_{cm}$  y una profundidad  $kd$  del eje neutro, se pueden determinar las deformaciones del acero  $\varepsilon_{s1}, \varepsilon_{s2}, \varepsilon_{s3}, \dots$ , por triángulos semejantes del diagrama de deformaciones. Por ejemplo, para la varilla  $i$  a la profundidad  $d_i$

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{cm} \left( \frac{kd - d_i}{kd} \right) \quad (2.38)$$

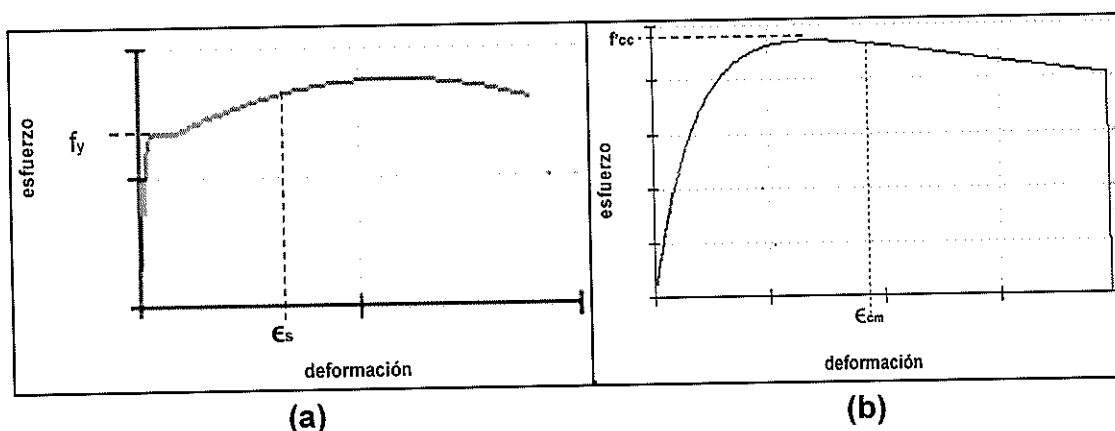


Figura 2.26. Curvas esfuerzo-deformación: (a) acero, (b) concreto

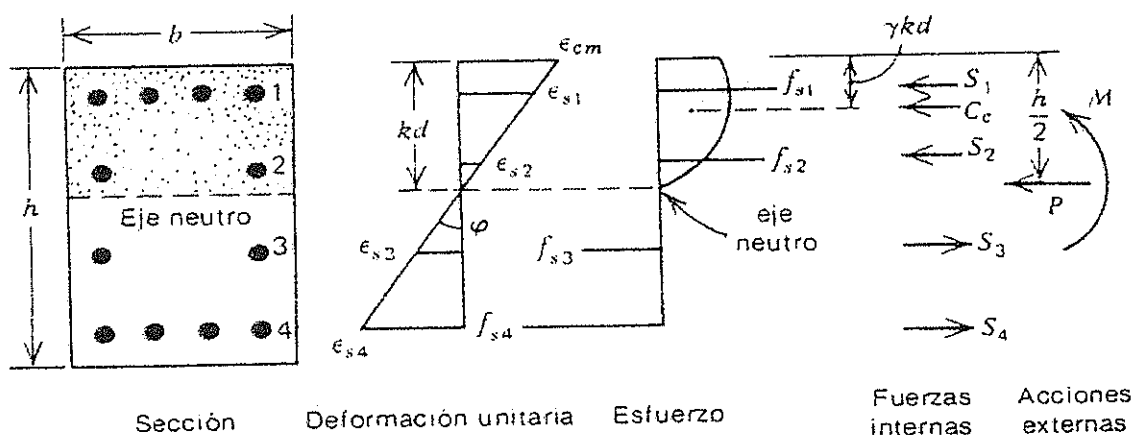


Figura 2.27. Sección con deformaciones, esfuerzos y distribución de fuerzas. (Tomado de Park y Paulay 1994)

Ahora se pueden encontrar los esfuerzos  $f_{s1}, f_{s2}, f_{s3}, \dots$ , correspondientes a las deformaciones  $\epsilon_{s1}, \epsilon_{s2}, \epsilon_{s3}, \dots$ , a partir de la curva esfuerzo deformación para el acero. En seguida se pueden encontrar las fuerzas para el acero  $S_1, S_2, S_3, \dots$ , a partir de los esfuerzos del acero y las áreas del mismo. Por ejemplo para una varilla  $i$ , la ecuación de la fuerza es:

$$S_i = f_{si} A_{si} \quad (2.39)$$

Se puede encontrar la distribución del esfuerzo del concreto en la parte comprimida de la sección de la figura 2.27 a partir del diagrama de deformaciones y la curva esfuerzo-deformación para el concreto. Para cualquier deformación dada del concreto  $\varepsilon_{cm}$  en la fibra extrema a compresión, se puede definir la fuerza del concreto  $C_c$  y su posición en términos de los parámetros  $\alpha$  y  $\gamma$  en que:

$$C_c = \alpha f'_c bkd \quad (2.40)$$

actúa a la distancia  $\gamma kd$  de la fibra extrema a compresión. Se puede determinar el factor  $\alpha$  del esfuerzo medio y el factor  $\gamma$  del centroide para cualquier deformación  $\varepsilon_{cm}$  en la fibra extrema a compresión para secciones rectangulares a partir de la relación esfuerzo-deformación como sigue:

$$\text{área bajo la curva esfuerzo-deformación (véase la figura 2.26)} = \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c = \alpha f'_c \varepsilon_{cm}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c}{f'_c \varepsilon_{cm}} \quad (2.41)$$

el primer momento alrededor del origen del área bajo la curva esfuerzo-

$$\text{deformación} = \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c \varepsilon_c d\varepsilon_c = (1 - \gamma) \varepsilon_{cm} \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c$$

$$\therefore \gamma = 1 - \frac{\int_0^{\varepsilon_{cm}} \varepsilon_c f_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm} \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c} \quad (2.42)$$

En consecuencia, si se conoce la curva esfuerzo-deformación para el concreto, usando las ecuaciones 2.40 a 2.42 se puede determinar la fuerza del concreto y su línea de acción.

Se pueden escribir las ecuaciones de equilibrio de fuerzas como:

$$P = \alpha f_c'' bkd + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \quad (2.43)$$

$$M = \alpha f_c'' bkd \left( \frac{h}{2} - \gamma kd \right) + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \left( \frac{h}{2} - d_i \right) \quad (2.44)$$

La curvatura está dada por la ecuación 2.36 como:

$$\phi = \frac{\varepsilon_{cm}}{kd} \quad (2.45)$$

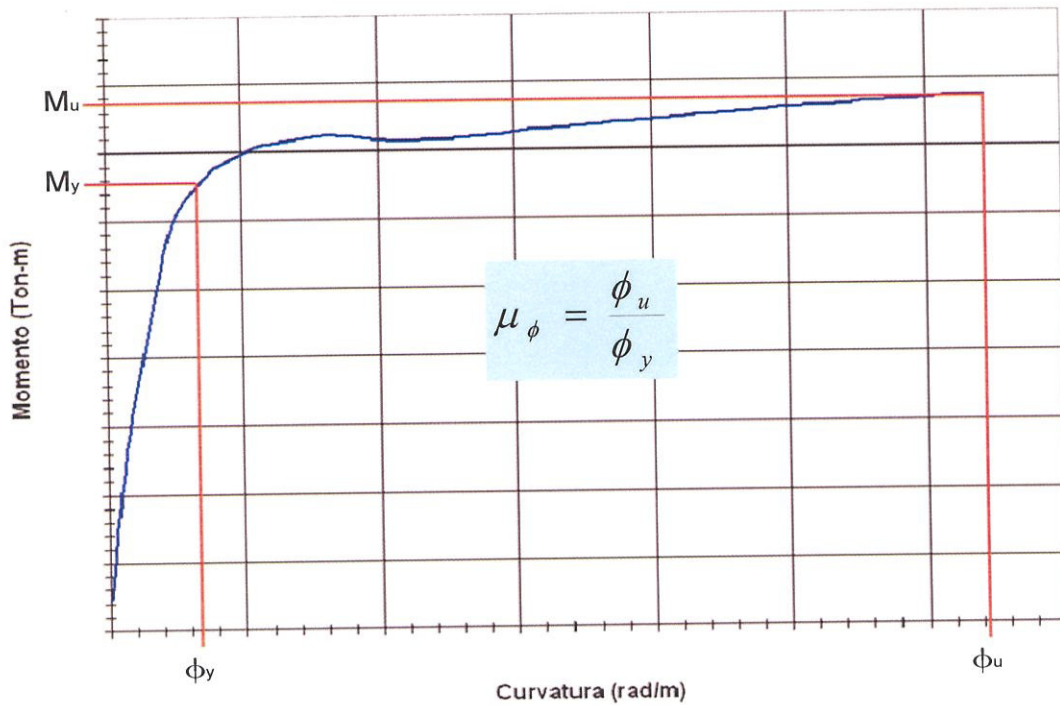
Se puede determinar la relación teórica momento-curvatura para un nivel dado de carga axial, incrementando la deformación del concreto en la fibra  $\varepsilon_{cm}$  extrema a compresión. Para cada valor de  $\varepsilon_{cm}$  se encuentra la profundidad  $kd$  del eje neutro que satisface el equilibrio de las fuerzas, ajustando  $kd$  hasta que las fuerzas internas calculadas utilizando las ecuaciones 2.38 a 2.41 satisfagan la ecuación 2.43. Nótese que en el caso de flexión solamente,  $P=0$ . Entonces se utilizan las fuerzas internas y la

profundidad del eje neutro, encontrados de esa manera, para determinar el momento  $M$  y curvatura  $\phi$  a partir de las ecuaciones 2.42, 2.44 y 2.45 que corresponden a ese valor de  $\varepsilon_{cm}$ . Desarrollando el cálculo para una diversidad de valores de  $\varepsilon_{cm}$  se puede graficar la curva momento-curvatura.

## **2.6 RAZON DE DUCTILIDAD DE SECCIONES DE COLUMNA**

Una forma de medir la ductilidad es a través de la razón de ductilidad. La razón de ductilidad ( $\mu$ ) es una medida del grado de plasticidad alcanzado por un elemento o una estructura. Está definido como el cociente entre el valor de deformación última que alcanza la estructura cuando se plastifica y el valor de la deformación cedente. A partir de las curvas que se presentan en este trabajo, se puede obtener razones de ductilidad de curvatura monotónicas ( $\mu_\phi$ ), que son el cociente entre el valor de la curvatura última ( $\phi_u$ ) y la curvatura cedente ( $\phi_y$ ) del gráfico momento-curvatura (Ver **figura 2.28**).





**Figura 2.28.** Gráfico Momento-Curvatura que ilustra el concepto de razón de ductilidad de curvatura ( $\mu_\phi$ ).

La carga axial influye en la curvatura, es por esto que no existe una curva única momento-curvatura para una sección determinada de columna, lo contrario al caso de una sección de viga determinada, en donde generalmente se asume que el valor de la carga axial es cero.

Es evidente que la presencia de carga axial reduce significativamente la ductilidad de la sección. Si se confina el elemento mediante refuerzo transversal espaciado estrechamente, se puede aumentar considerablemente la ductilidad en el concreto, logrando así un comportamiento dúctil del elemento.

La presión que aplica el refuerzo transversal al concreto mejora considerablemente las características esfuerzo-deformación de este material. Las hélices confinan el concreto con mayor efectividad que los estribos rectangulares, debido a que el acero de confinamiento en forma de círculo aplica una presión radial uniforme al concreto, en tanto que un rectángulo tiende a confinar el concreto principalmente en las esquinas.

## **2.7 DEFORMACIONES DE LAS COLUMNAS**

- Un concepto muy importante al momento de encontrar las deformaciones en los elementos es el de rótula plástica. Se llama rótula o articulación plástica al punto en el cual la sección no es capaz de absorber mayor momento a flexión y empieza únicamente a rotar.

La capacidad de rotación plástica disponible y la ductilidad de un elemento depende de la geometría de su sección transversal y de la cantidad y distribución de refuerzo transversal en la región de la articulación plástica.

La capacidad de curvatura plástica  $\phi_p$  es la diferencia entre la curvatura última  $\phi_u$ , correspondiente a la máxima deformación por compresión del concreto del elemento  $\varepsilon_{cu}$ , y la curvatura de cedencia  $\phi_y$ . De aquí tenemos que:

$$\phi_p = \phi_u - \phi_y \quad (2.46)$$

Esta curvatura plástica se asume que es constante sobre la longitud de la rótula plástica equivalente  $L_p$ , que es calibrada para idealizar la curvatura plástica real que ocurre en la estructura.

Generalmente se toma:

$$L_p = 0.5d \quad (2.47)$$

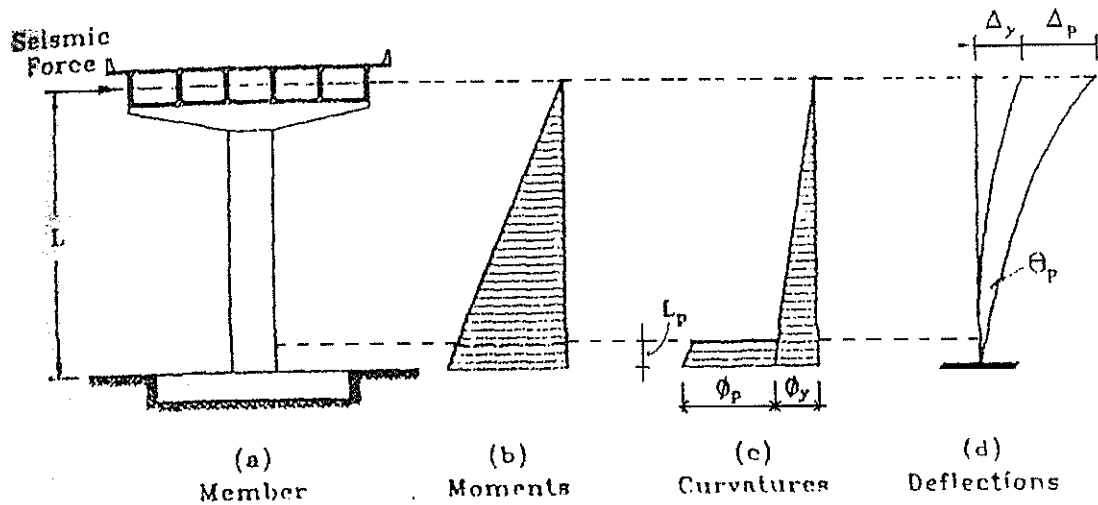
Donde  $d$  es el lado menor de la sección transversal de la columna.

La rotación plástica es:

$$\theta_p = L_p \phi_p = L_p (\phi_u - \phi_y) \quad (2.48)$$

Es importante reconocer que hay una diferencia significativa entre la razón de ductilidad de desplazamiento  $\mu_\Delta$  y la razón de ductilidad de curvatura  $\mu_\phi$ . Ello se debe a que una vez que ha comenzado la cedencia de un marco, las deformaciones se concentran en las posiciones de la articulación plástica; en consecuencia, cuando un marco se deflexiona lateralmente en el intervalo inelástico, la razón de ductilidad de curvatura requerida en una articulación plástica puede ser mayor que la razón de ductilidad de desplazamientos.

La relación entre la razón de ductilidad de curvatura y la razón de ductilidad de desplazamiento se puede ilustrar en un caso simple como la columna con una carga lateral en el extremo de la **figura 2.29**, donde también observamos la distribución idealizada de curvatura en el momento máximo.



**Figura 2.29. Deformación inelástica de una columna. (Tomado de Priestley, Seible y Calvi, 1996)**

Se puede determinar la deflexión lateral en la parte superior de la columna tomando momentos del diagrama de curvatura alrededor de la parte superior.

La deflexión lateral en la parte superior, en el momento máximo es:

$$\Delta_u = \left( \frac{\phi_y L}{2} \frac{2L}{3} \right) + (\phi_u - \phi_y) L_p (L - 0.5L_p) \quad (2.49)$$

La deflexión lateral en la parte superior en la cedencia es:

$$\Delta_y = \frac{\phi_y L}{2} \frac{2L}{3} \quad (2.50)$$

Se puede entonces obtener la razón de ductilidad de desplazamiento:

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = 1 + \left( \frac{\phi_u - \phi_y}{\phi_y} \right) \frac{L_p (L - 0.5L_p)}{L^2 / 3} \quad (2.51)$$

En función de la razón de ductilidad de curvatura quedaría:

$$\mu_\Delta = 1 + (\mu_\phi - 1) \frac{L_p (L - 0.5L_p)}{L^2 / 3} \quad (2.52)$$

Y despejando  $\mu_\phi$  de la ecuación 2.52 obtenemos:

$$\mu_\phi = 1 + (\mu_\Delta - 1) \frac{L^2}{3L_p(L - 0.5L_p)} \quad (2.53)$$

## CAPITULO 3

### ELABORACIÓN DE LAS CURVAS

#### “MOMENTO FLECTOR VS. CURVATURA”

##### 3.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se tratarán dos temas fundamentales para el desarrollo de las curvas momento-curvatura: el primero tiene que ver con la obtención de los puntos más importantes de estas curvas. Estos puntos denotan los diferentes cambios que sufre el elemento hasta llegar a la falla, dichos cambios son producto de la interacción entre los esfuerzos aplicados al elemento y la capacidad de los materiales que lo componen para soportarlos (relación esfuerzo-deformación para el concreto y el acero de refuerzo). El segundo tema se refiere a la descripción del software que ayudó a realizar las curvas; se darán nociones generales del programa utilizado y de manera gráfica se explicará el ingreso de datos para la obtención de las curvas. Además, se mostrarán los gráficos que se obtienen como resultado una vez que se ha ejecutado el programa.

---

### **3.2 PUNTOS MÁS IMPORTANTES DE LA CURVA: “MOMENTO-CURVATURA”**

La forma idealizada de un diagrama momento-curvatura presenta 3 puntos importantes definidos por cambios en las propiedades de los materiales (concreto y acero de refuerzo) debidos al incremento del momento flector.

Estos puntos son los siguientes (Ver figura 3.1):

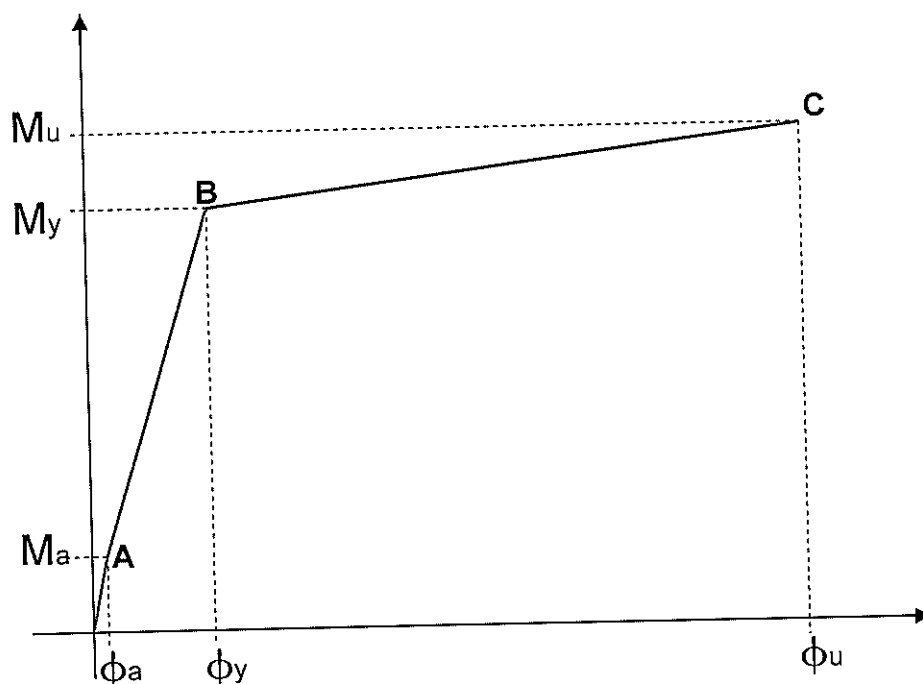
**Punto A:** este se determina cuando el concreto llega a su máximo esfuerzo a la tracción.

**Punto B:** este se determina cuando el acero de refuerzo a tracción alcanza su esfuerzo de fluencia ( $f_y$ ) correspondiente a la deformación  $\varepsilon_y$  del acero de refuerzo. Generalmente se considera el rango elástico de la curva momento-curvatura a la zona comprendida entre el origen de coordenadas con el punto B.

**Punto C:** se determina cuando el concreto alcanza su deformación última a compresión  $\varepsilon_{cu}$ . Una estimación para la deformación última del concreto a compresión se puede obtener a partir de la ecuación 2.21.

---

Con la obtención de estos tres puntos unidos mediante rectas (como se puede observar en la figura 3.1) queda definida una curva idealizada momento-curvatura de la sección transversal de la columna, brindando una idea general del comportamiento del elemento. Un análisis de mayor precisión es posible con la ayuda del computador, en donde se podría observar la forma real de la curva y ver el comportamiento de la columna a través de todas sus curvaturas.



**Figura 3.1 Forma idealizada del Diagrama Momento-Curvatura en donde se muestran los tres puntos importantes.**

El Diagrama Momento-Curvatura es función de la relación constitutiva del concreto y del acero de refuerzo (relaciones esfuerzo deformación), la compatibilidad de deformaciones en el concreto y el acero de refuerzo, y el



equilibrio de fuerzas internas entre el concreto y el acero de refuerzo de la sección analizada.

Antes de proceder a encontrar los puntos de la curva momento-curvatura, se deben tener definidas las relaciones esfuerzo-deformación del concreto y el acero de refuerzo que conforman al elemento. Como ya se explicó en el Capítulo 2, el modelo del concreto que se ha utilizado en la presente tesis para la elaboración de las curvas momento-curvatura es el de Mander (1988), mientras que para el acero de refuerzo se ha utilizado el modelo de Park (1975).

Existen algunas formas de calcular el Diagrama Momento-Curvatura, todas éstas se basan en los mismos principios: compatibilidad de deformaciones, equilibrio de fuerzas y equilibrio de momentos. En el Capítulo 2 (Sección 2.5.1) se describe el procedimiento de cálculo del Diagrama Momento-Curvatura, un resumen “paso a paso” de este procedimiento es el siguiente:

- 1.- Seleccionar un valor de deformación para el concreto.
  - 2.- Suponer una ubicación del Eje Neutro de la sección, y en base a esta ubicación y a la deformación seleccionada en el paso 1 trazar el perfil de
-

deformación a lo largo de la profundidad de la sección. Se supone que la deformación varía linealmente.

3.- Por medio de la compatibilidad de deformaciones (relaciones entre las deformaciones debido a la distribución lineal) se determinan las deformaciones en cada fila de acero de refuerzo y en cualquier punto del concreto.

4.- Con las deformaciones obtenidas, se encuentran los correspondientes esfuerzos del acero de refuerzo y el concreto en base a la relación constitutiva (curva esfuerzo deformación) de cada material.

5.- Una vez obtenidos los esfuerzos se calculan las fuerzas que actúan sobre la sección de acero de refuerzo y de concreto, multiplicando cada esfuerzo por su área respectiva.

6.- La resultante de la suma vectorial de fuerzas representa la carga axial neta que gravita sobre la sección. Tiene que existir equilibrio de fuerzas considerando la carga axial dada. De no existir equilibrio de fuerzas se repite el procedimiento desde el paso 2, aumentando o disminuyendo la profundidad del Eje Neutro. De aquí que la ayuda de un programa de

---

computación es muy importante ya que este es un proceso iterativo que concluye cuando exista equilibrio de fuerzas.

7.- Se obtiene el momento flector interno que corresponde a la última posición del Eje Neutro, multiplicando cada fuerza por su brazo respectivo, medido desde el eje de referencia al Eje Neutro correspondiente.

8.- La curvatura correspondiente al momento flector encontrado se obtiene dividiendo la deformación del concreto,  $\varepsilon_c$  (supuesta en el paso 1), para la profundidad al Eje Neutro, esto es utilizando la ecuación 2.36,  $\phi = \varepsilon_c / kd$ .

La obtención del **punto A** se puede simplificar utilizando las siguientes ecuaciones (Viera, 2004):

$$M_a = \frac{I}{c} \left( f_t + \frac{P}{A} \right) \quad (3.1)$$

$$\phi_a = \frac{M_a}{E_c I} \quad (3.2)$$

En que  $f_t$  es la resistencia máxima del concreto a tracción que generalmente está entre el 10% y el 20% de la resistencia máxima a la compresión  $f'_c$ .

Después del punto A, para poder obtener los demás puntos del Diagrama Momento-Curvatura necesitamos asumir una deformación en el concreto y

una profundidad del Eje Neutro por cada punto que se quiera encontrar. La deformación en el concreto va aumentando a medida que se avanza en el Diagrama Momento-Curvatura hasta llegar a la deformación última del concreto, que a su vez está relacionado al punto de curvatura última.

Una buena estimación de la deformación en el concreto para poder hallar los puntos B y C se la puede obtener de la siguiente manera:

Para encontrar el **punto B** la deformación en el concreto se puede obtener a partir de la compatibilidad de deformaciones, debido a que se puede estimar la deformación de cedencia en el acero de refuerzo,  $\varepsilon_y$ , conociendo el esfuerzo de cedencia y el módulo de elasticidad del acero de refuerzo y aplicando la ecuación 2.22,  $\varepsilon_{sy} = f_{sy} / E_s$ .

La deformación en el concreto para obtener el **punto C** corresponde a la deformación última del concreto confinado  $\varepsilon_{cu}$ , que se halla mediante la ecuación 2.21,  $\varepsilon_{cu} = 0.004 + 1.4\rho_s f_{yh} \varepsilon_{su} / f'_{cc}$ .

### **3.3 DESCRIPCIÓN DEL SOFTWARE UTILIZADO PARA LA ELABORACIÓN Y EL ANÁLISIS DE LAS CURVAS**

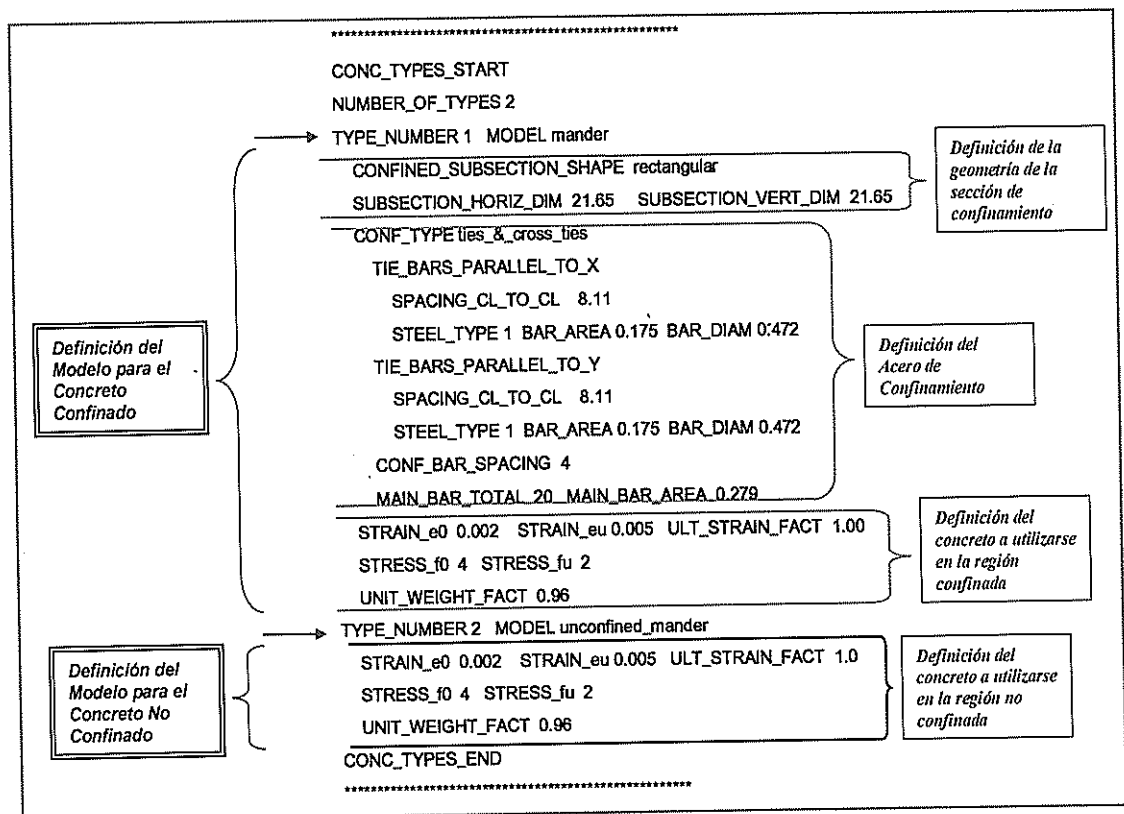
En el presente trabajo se utilizó el programa XSECTION Versión 2.11 (Seyed, 1995) para la elaboración de las curvas momento-curvatura. Se trata de un programa para el análisis de secciones transversales de elementos de concreto reforzado. Este programa fue creado con el propósito de ayudar a los Ingenieros Estructurales en el proceso de estimación de la resistencia y ductilidad de secciones transversales de concreto reforzado sometidas a flexión y carga axial. El programa trabaja sobre el entorno de MS-DOS, el ingreso de datos se realiza mediante un archivo de texto (tipo ASCII), que está dividido en diferentes bloques de información como: título del trabajo e identificación del software, geometría de la sección transversal, datos para el modelo del concreto a utilizar, datos para el modelo del acero de refuerzo, distribución del acero de refuerzo, y otros bloques de información.

El programa muestra como resultados: gráficos de los modelos del concreto y el acero, geometría de la sección transversal analizada, distribución de las varillas de refuerzo y la curva momento-curvatura de la sección. Además de la presentación en forma gráfica, el programa nos da el archivo de resultados en forma de texto.

---

En las siguientes figuras (3.2 a 3.7) se explicará la forma del ingreso de datos en el programa, así como los resultados que se obtienen una vez que se ha ejecutado el mismo:

### **DATOS DE ENTRADA:**



**Figura 3.2. Primer bloque de información. Ingreso de datos para generar los modelos del concreto: confinado y sin confinar**

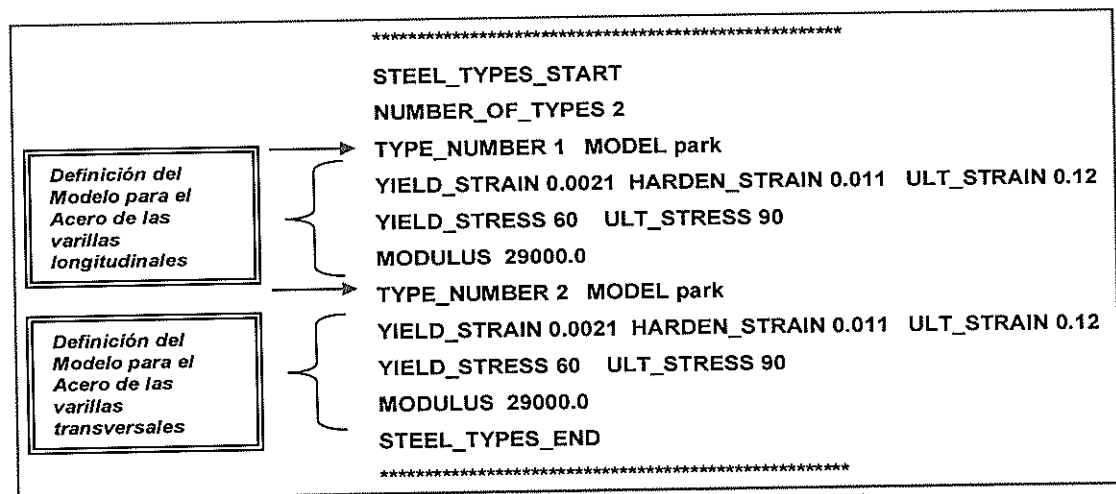


Figura 3.3 Segundo bloque de información. Ingreso de datos para generar los modelos del acero: longitudinal y transversal

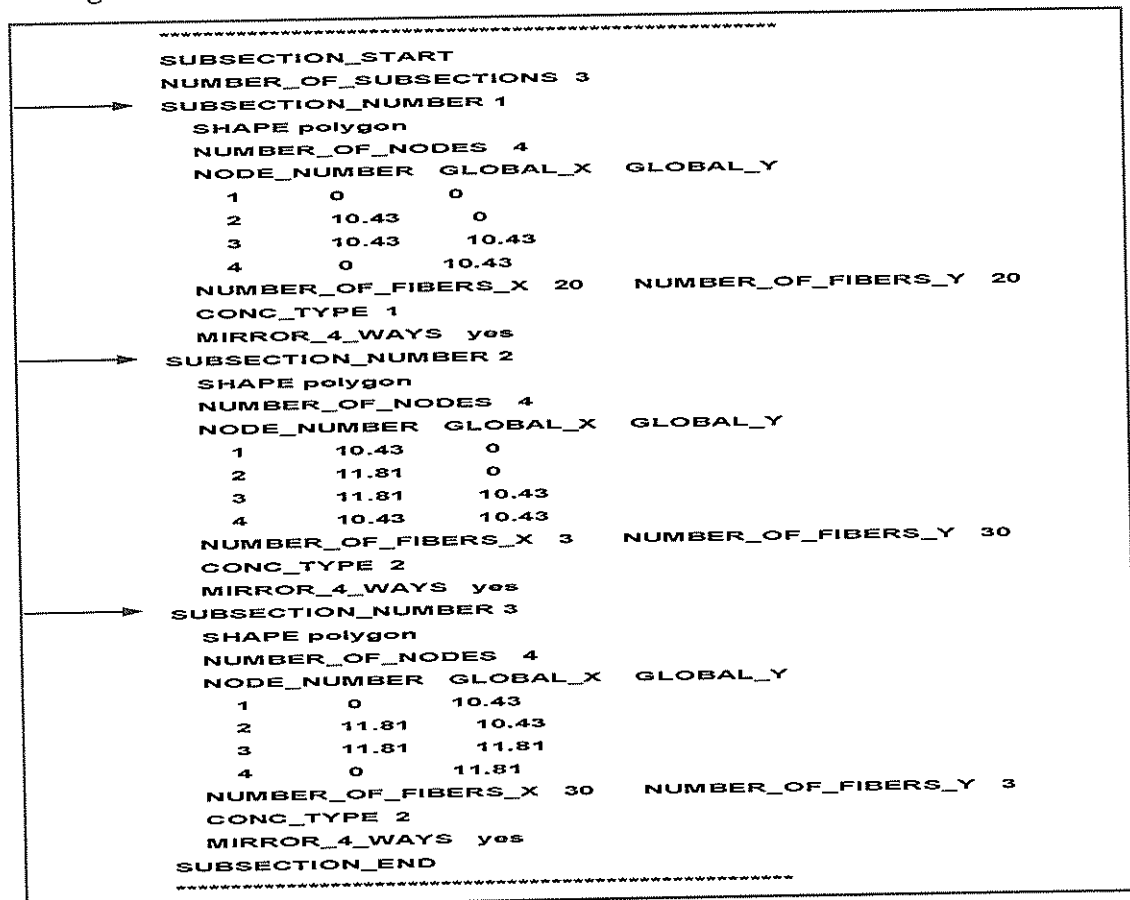


Figura 3.4 Tercer bloque de información. Definición geométrica de las sub-secciones de concreto, ingresadas tomando en cuenta los dos tipos de concreto (confinado y no confinado).

```

*****
REBAR_LAYOUT_START
NUMBER_OF_REBAR_GROUPS 6
GROUP_NUMBER 1
  LAYOUT_SHAPE line
  NUMBER_OF_REBARS 6 AREA_OF_EACH_BAR 0.279 STEEL_TYPE 2
  GLOBAL_COORD_X_Y_START -10.06 10.06 GLOBAL_COORD_X_Y_END 10.06 10.06
  MIRROR_4_WAYS no
GROUP_NUMBER 2
  LAYOUT_SHAPE line
  NUMBER_OF_REBARS 2 AREA_OF_EACH_BAR 0.279 STEEL_TYPE 2
  GLOBAL_COORD_X_Y_START -10.06 6.075 GLOBAL_COORD_X_Y_END 10.06 6.075
  MIRROR_4_WAYS no
GROUP_NUMBER 3
  LAYOUT_SHAPE line
  NUMBER_OF_REBARS 2 AREA_OF_EACH_BAR 0.279 STEEL_TYPE 2
  GLOBAL_COORD_X_Y_START -10.06 2.025 GLOBAL_COORD_X_Y_END 10.06 2.025
  MIRROR_4_WAYS no
GROUP_NUMBER 4
  LAYOUT_SHAPE line
  NUMBER_OF_REBARS 2 AREA_OF_EACH_BAR 0.279 STEEL_TYPE 2
  GLOBAL_COORD_X_Y_START -10.06 -2.025 GLOBAL_COORD_X_Y_END 10.06 -2.025
  MIRROR_4_WAYS no
GROUP_NUMBER 5
  LAYOUT_SHAPE line
  NUMBER_OF_REBARS 2 AREA_OF_EACH_BAR 0.279 STEEL_TYPE 2
  GLOBAL_COORD_X_Y_START -10.06 -6.075 GLOBAL_COORD_X_Y_END 10.06 -6.075
  MIRROR_4_WAYS no
GROUP_NUMBER 6
  LAYOUT_SHAPE line
  NUMBER_OF_REBARS 6 AREA_OF_EACH_BAR 0.279 STEEL_TYPE 2
  GLOBAL_COORD_X_Y_START -10.06 -10.06 GLOBAL_COORD_X_Y_END 10.06 -10.06
  MIRROR_4_WAYS no
REBAR_LAYOUT_END
*****

```

**Figura 3.5** Cuarto bloque de Información. Ingreso de los datos del refuerzo longitudinal, indicando el número de varillas, el área de dichas varillas, la distribución y sus coordenadas.



```

*****
AXIAL_LOAD
LOAD_VALUE 566.7
CENTER_OF_LOAD_APPLICATION_GLOBAL_X_Y 0 0
*****

```

Figura 3.6 Quinto bloque de información. Ingreso de la carga axial en el elemento estructural.

```

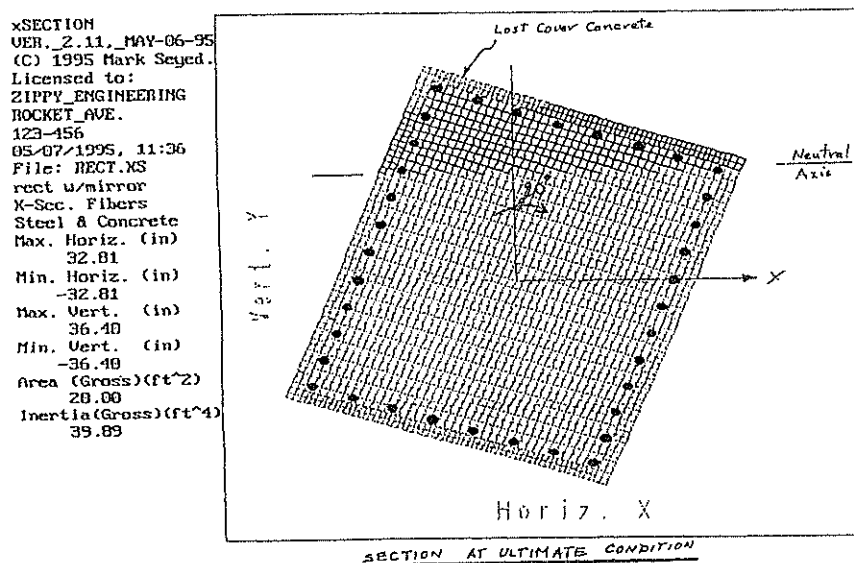
*****
ANALYSIS_CONTROL
STOP_DUE_FIRST_CONC_FAILURE no
STOP_DUE_FIRST_REBAR_FAILURE yes
BENDING_AXIS_CCW_ROTATION_DEGREES 0
NEUTRAL_AXIS_PROXIMITY_TO_COMPRESSION_EDGE 0.99
CONVERGENCE_TOLERANCE 0.001
*****
RESULTS_REQUESTED
MOMENT_AT_GLOBAL_X_Y 0 0
CONC_FIBER_INFO_OUTPUT yes
REBAR_FIBER_INFO_OUTPUT yes
*****

```

Figura 3.7 Sexto bloque de información. Ingreso de datos para el control del análisis.

### DATOS Y GRÁFICOS DE SALIDA:

Una vez ejecutado el programa, éste automáticamente genera un archivo de tipo texto, en donde se encuentran todos los datos de salida mostrados en las figuras (Figura 3.8 a 3.11), este archivo puede ser fácilmente transformado en una hoja electrónica con un programa como EXCEL y por medio de este graficar las curvas que se quiera seleccionar. Además de esta forma se pueden modificar las unidades de los gráficos, ya que los datos de salida se generan en unidades inglesas.



**Figura 3.8** Sección transversal, donde se observan las fibras de concreto, las varillas de acero, y la rotación de la sección que ha sido ingresada (generalmente el ángulo de rotación es  $0^\circ$ ).

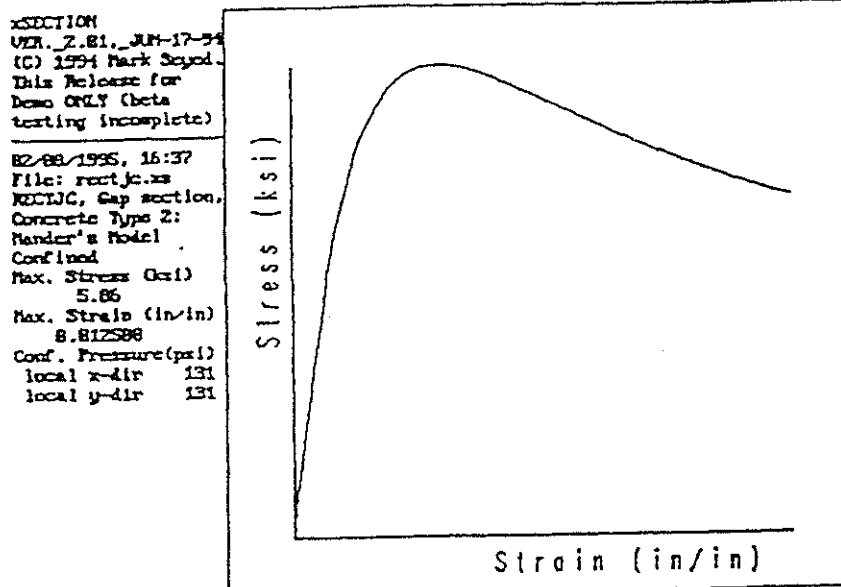


Figura 3.9 Curva Esfuerzo-Deformación para el concreto confinado.

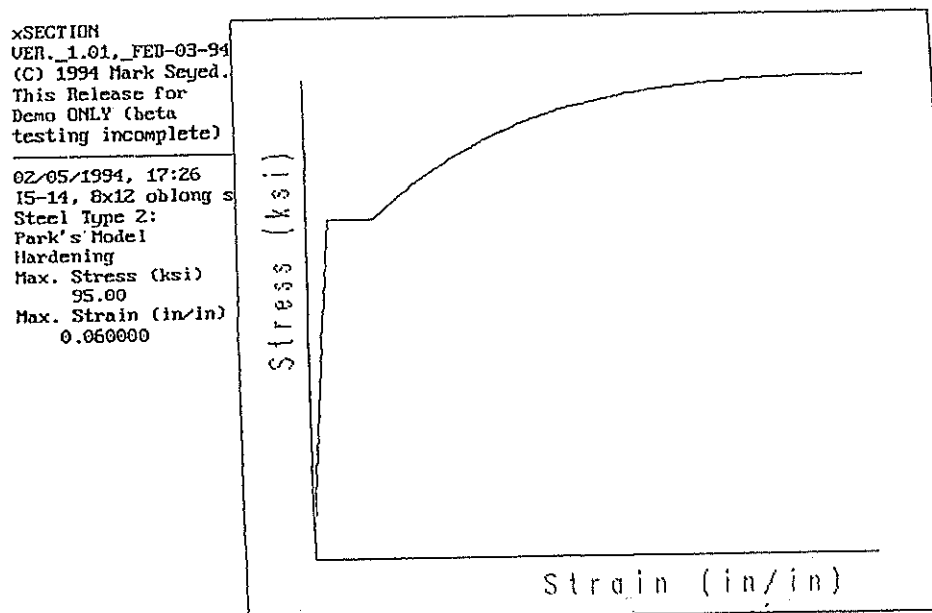


Figura 3.10 Curva Esfuerzo-Deformación para el acero de las varillas.

xSECTION  
 VER. 2.11, MAY-06-95  
 (C) 1995 Mark Seyed.  
 Licensed to:  
 ZIPPY\_ENGINEERING  
 ROCKET\_AVE.  
 123-456  
 05/07/1995, 18:51  
 File: rectia.xls  
 rect w/3 circ. cores  
 Moment vs.  
 Curvature  
 Max. moment (ft-k)  
 2205.66  
 Max. curv. (rad/in)  
 0.002913  
 Rebar Yield info:  
 Moment (k-ft) =  
 1708  
 Curvature (rad/in) =  
 0.000143  
 Conc. modulus (ksi) =  
 4032  
 Icracked (ft<sup>4</sup>) =  
 1.715  
 Idealized values:

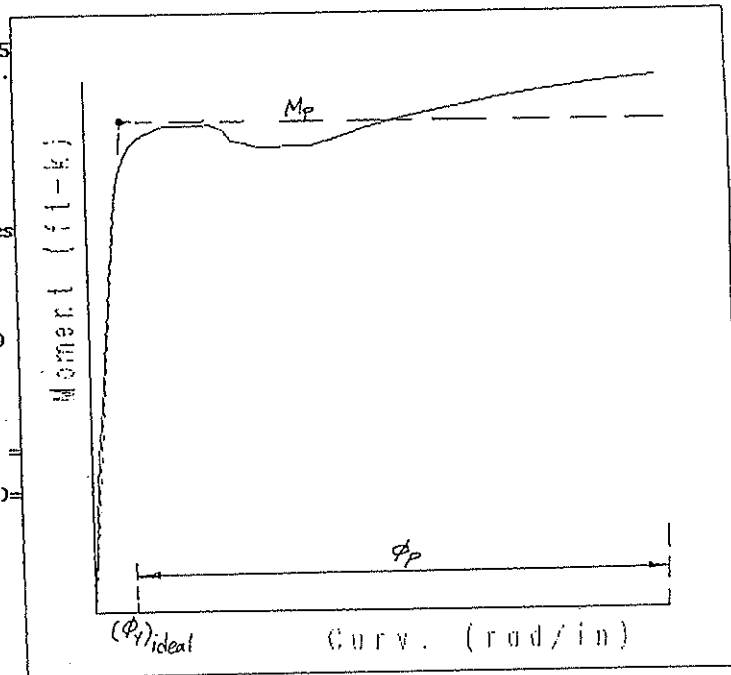


Figura 3.11 Curva Momento-Curvatura.

## CAPITULO 4

### RESULTADOS

#### 4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan las curvas Momento flector vs. Curvatura para diferentes secciones de columnas, las cuales han sido diseñadas según lo establecido en el código ACI 318-2002. Cada página de la sección 4.2 está dedicada a una determinada sección de columna en donde se exponen, además de sus curvas Momento-Curvatura, sus características geométricas, la resistencia máxima a la compresión del concreto de la sección, la resistencia a la fluencia del acero de refuerzo de la sección, su armado longitudinal en términos del porcentaje  $\rho$ :

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g} \quad (4.1)$$

en donde  $A_{st}$  es el área de acero longitudinal y  $A_g$  es el área total de la sección. También se presenta su armado transversal y la carga axial a la cual está sometida la columna en porcentaje con respecto a la carga  $P_0$ . En donde  $P_0 = 0.85 f'_c A_g$ , que se aproxima a la capacidad de compresión axial máxima de la columna.

Además, a partir de los Diagramas Momento-Curvatura se han obtenido también Diagramas Razón de Ductilidad de Curvatura vs. Carga Axial y

Diagramas Rotación Plástica vs. Carga Axial para cada sección de columna. Estos Diagramas se componen de varias curvas que se diferencian por su armado longitudinal y transversal; representan una ayuda para comprender de mejor manera el comportamiento de determinada columna. Para la elaboración de estos Diagramas se han seguido las bases teóricas expuestas en el Capítulo 2 de la presente tesis en lo relacionado a la Razón de Ductilidad de Curvatura y Rotación Plástica.

De esta manera se ha logrado obtener una colección de más de seiscientas cincuenta curvas Momento vs. Curvatura, alrededor de noventa curvas Razón de Ductilidad de Curvatura vs. Carga Axial y cerca de noventa curvas Rotación Plástica vs. Carga Axial, cuyo análisis y conclusiones se presentan en el Capítulo 5.

#### **4.2 CURVAS “MOMENTO – CURVATURA” PARA DIFERENTES SECCIONES DE COLUMNAS**

Las columnas, cuyas curvas se presentan en esta sección, han seguido las Disposiciones Especiales para el Diseño Sísmico que presenta el Código ACI 318-2002 en su Capítulo 21. A continuación se presentan las disposiciones que se relacionan a la geometría de la sección, el acero de refuerzo longitudinal y el acero de refuerzo transversal:

---

**21.4.1.1** *La dimensión más corta de la sección transversal, medida sobre una línea recta que pase a través del centroide geométrico, no debe ser menor de 30 cm.*

**21.4.3.1** *El porcentaje de refuerzo,  $\rho_g$ , no debe ser menor de 0.01 ni mayor de 0.06.*

**21.4.4.2** *El refuerzo transversal se debe espaciar a distancias que no excedan de: a) la cuarta parte de la dimensión mínima del elemento, b) seis veces el diámetro del refuerzo longitudinal, y c)  $s_x$ , será definido por medio de la ecuación (21.5)*

$$s_x = 10 + \left( \frac{35 - h_x}{3} \right) \quad (21.5)$$

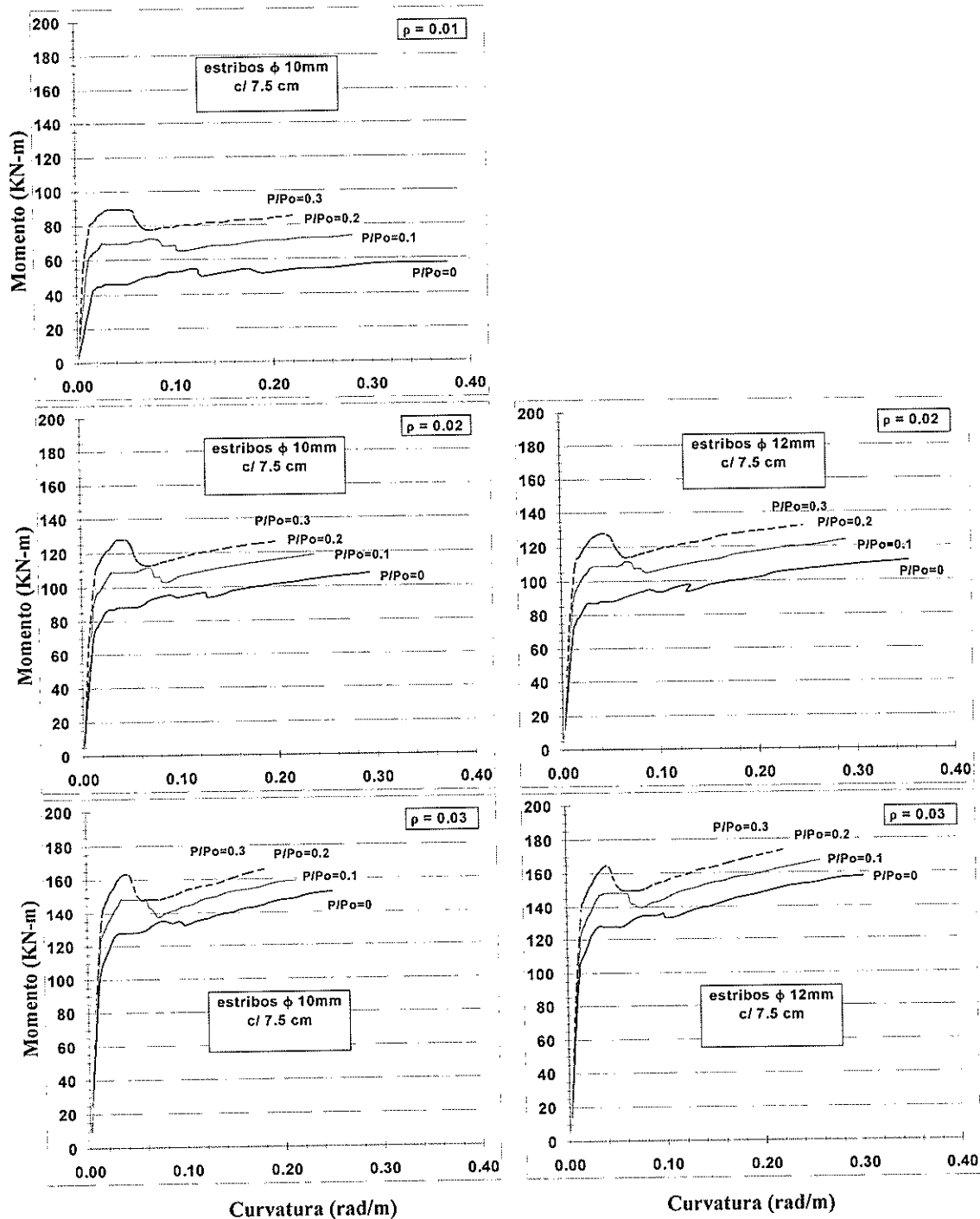
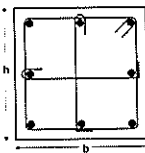
*El valor de  $s_x$  no debe ser mayor de 15 cm. y no menor de 10 cm.*

**21.4.4.3** *Las horquillas o las ramas de los zunchos traslapados no se deben espaciar a más de 35 cm. centro a centro, en dirección perpendicular al eje longitudinal del elemento estructural.*

A continuación se presentan las Curvas Momento vs. Curvatura, las Curvas Razón de Ductilidad de Curvatura vs. Carga Axial y las Curvas Rotación Plástica vs. Carga Axial para diferentes secciones de columnas (figuras 4.1 a 4.42).

**Figura 4.1 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Rectangular  $b=30\text{cm}$   $h=30\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

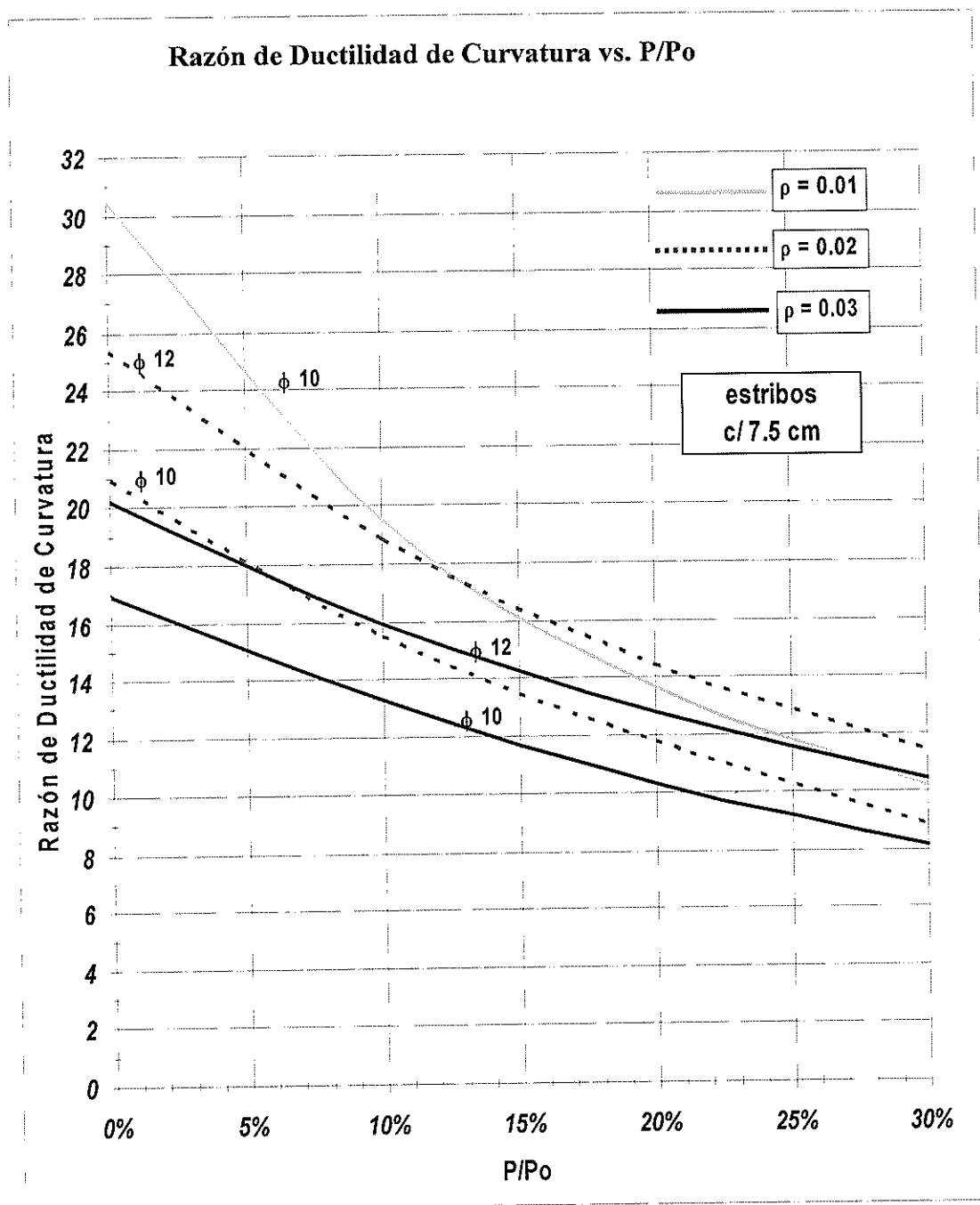
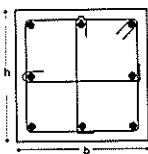
$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 2142 \text{ KN}$





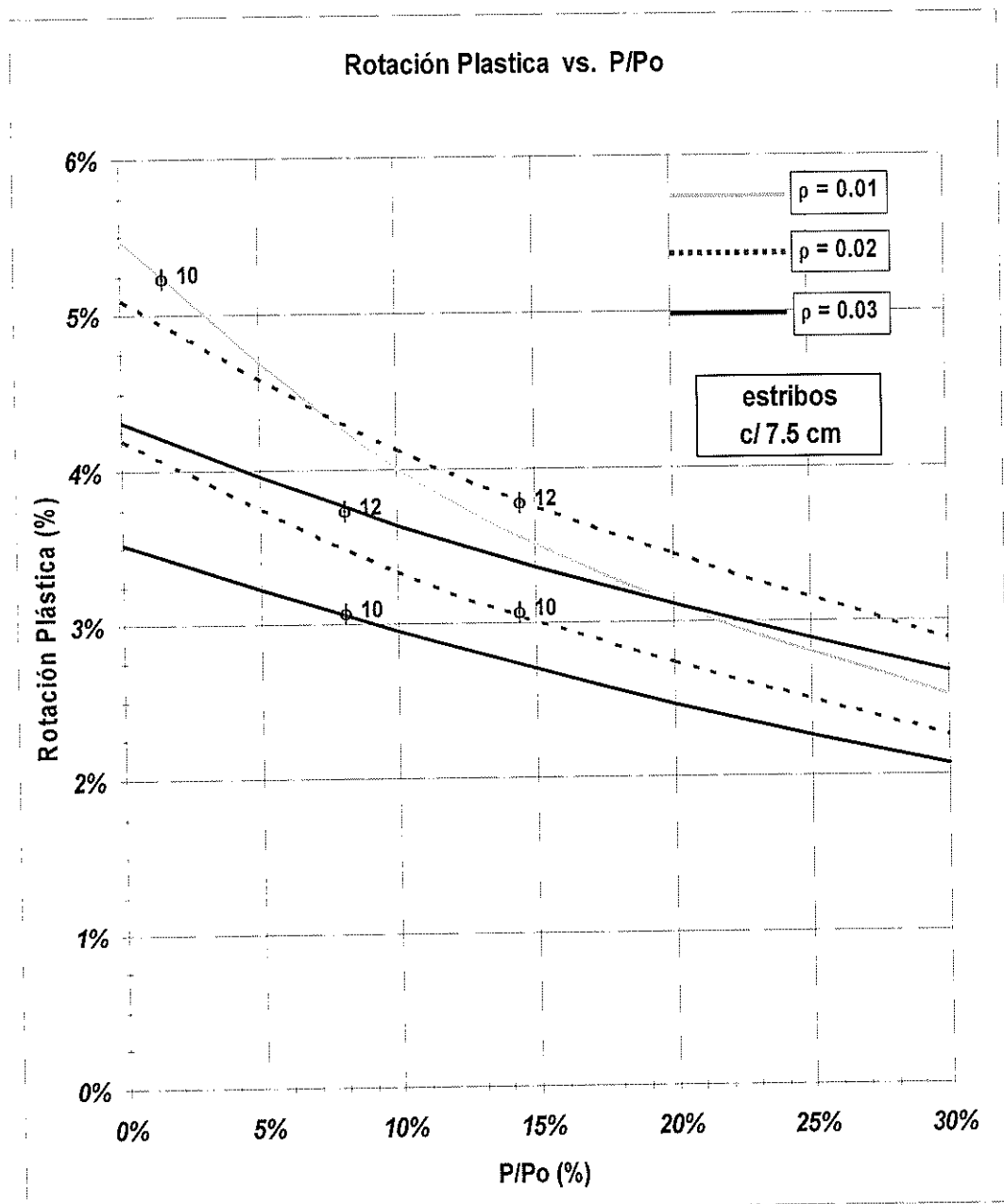
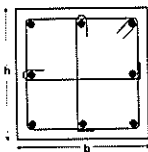
**Figura 4.2 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL**  
 Columna Rectangular  $b=30\text{cm}$   $h=30\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 2142 \text{ KN}$



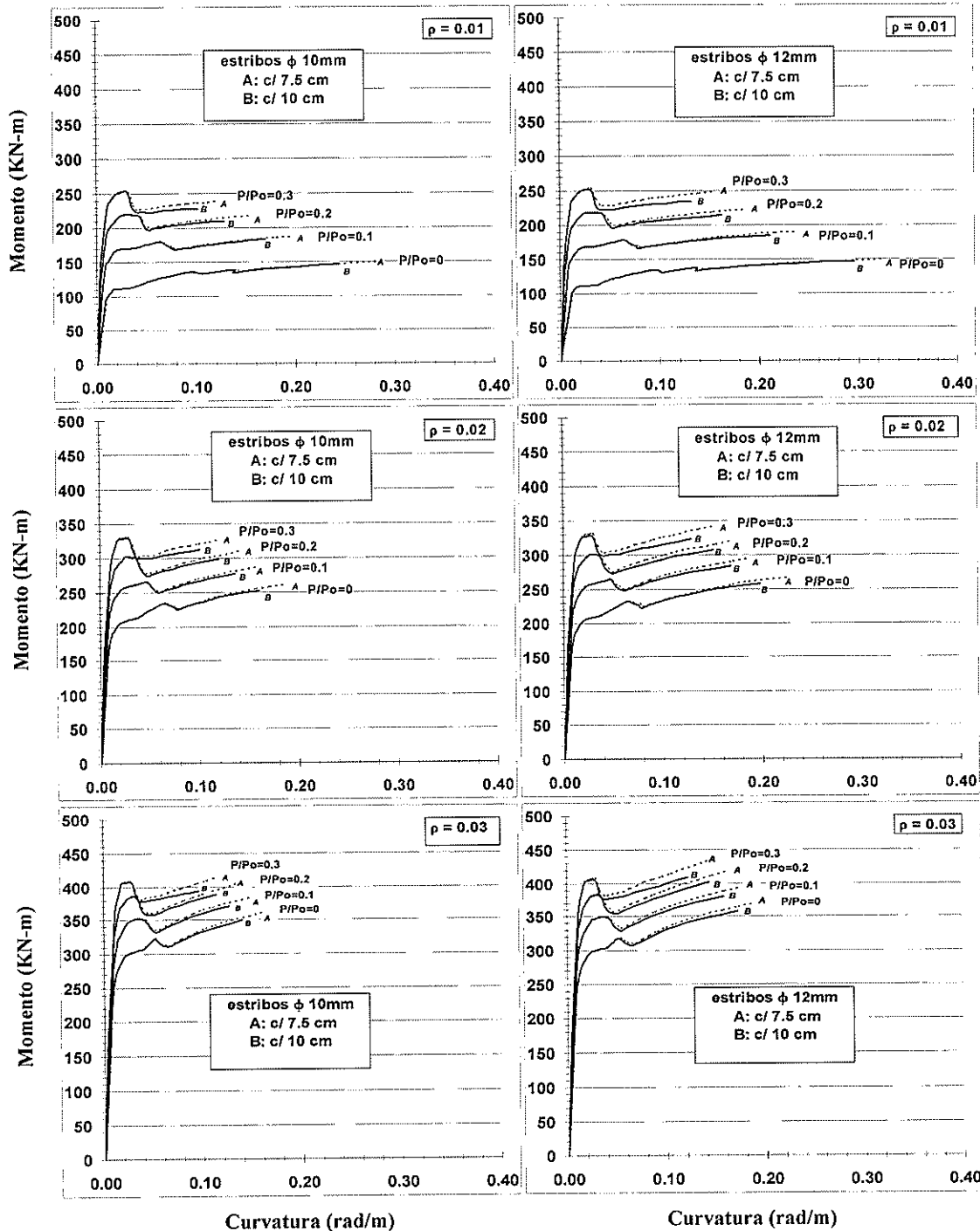
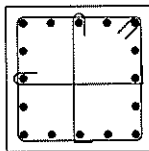
**Figura 4.3 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
 Columna Rectangular  $b=30\text{cm}$   $h=30\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 2142 \text{ KN}$



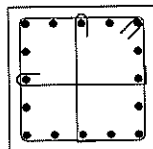
**Figura 4.4 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
*Columna Rectangular  $b=40\text{cm}$   $h=40\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm*

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 3734 \text{ KN}$

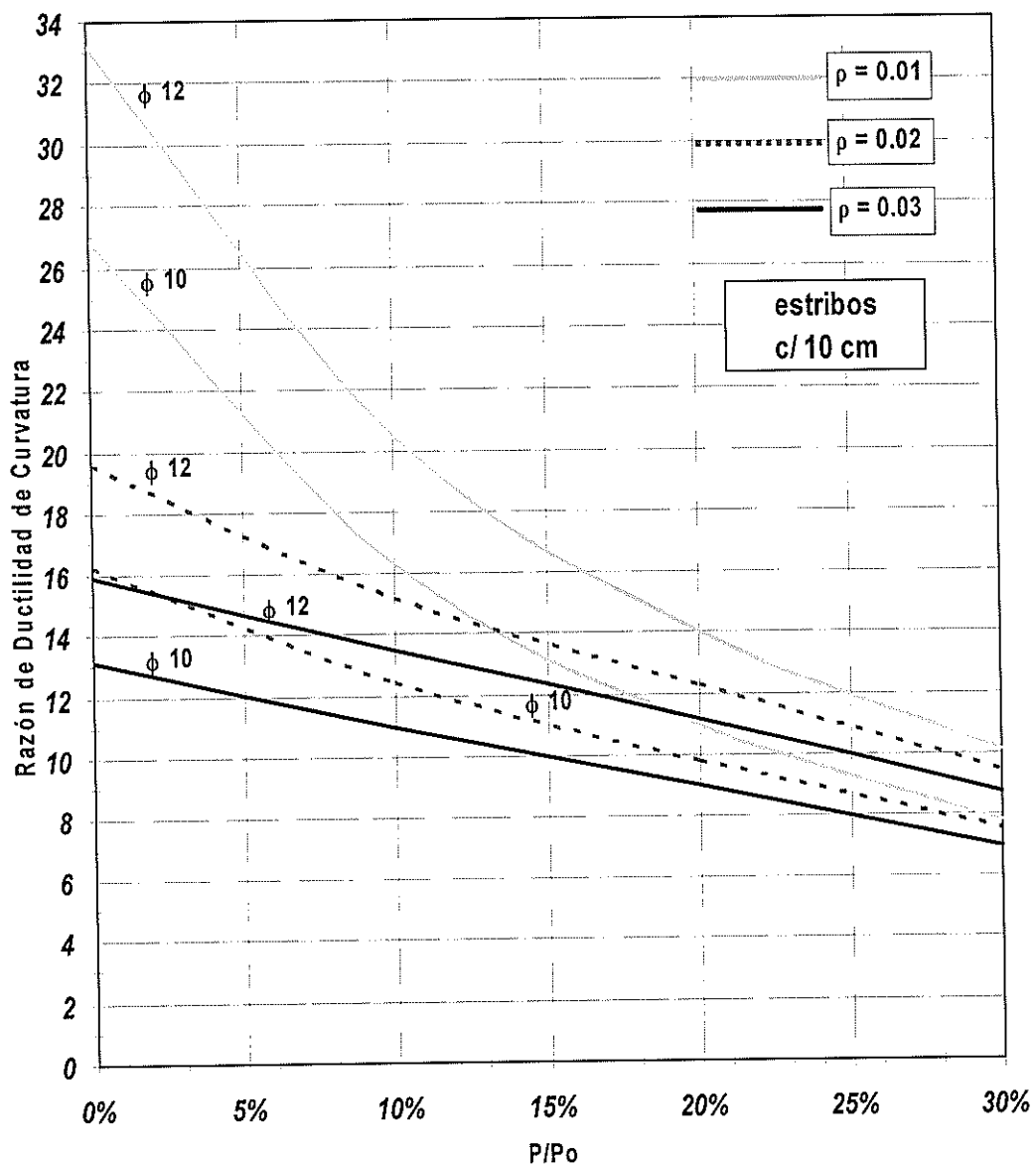


**Figura 4.5 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Rectangular  $b=40\text{cm}$ .  $h=40\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 3734 \text{ KN}$

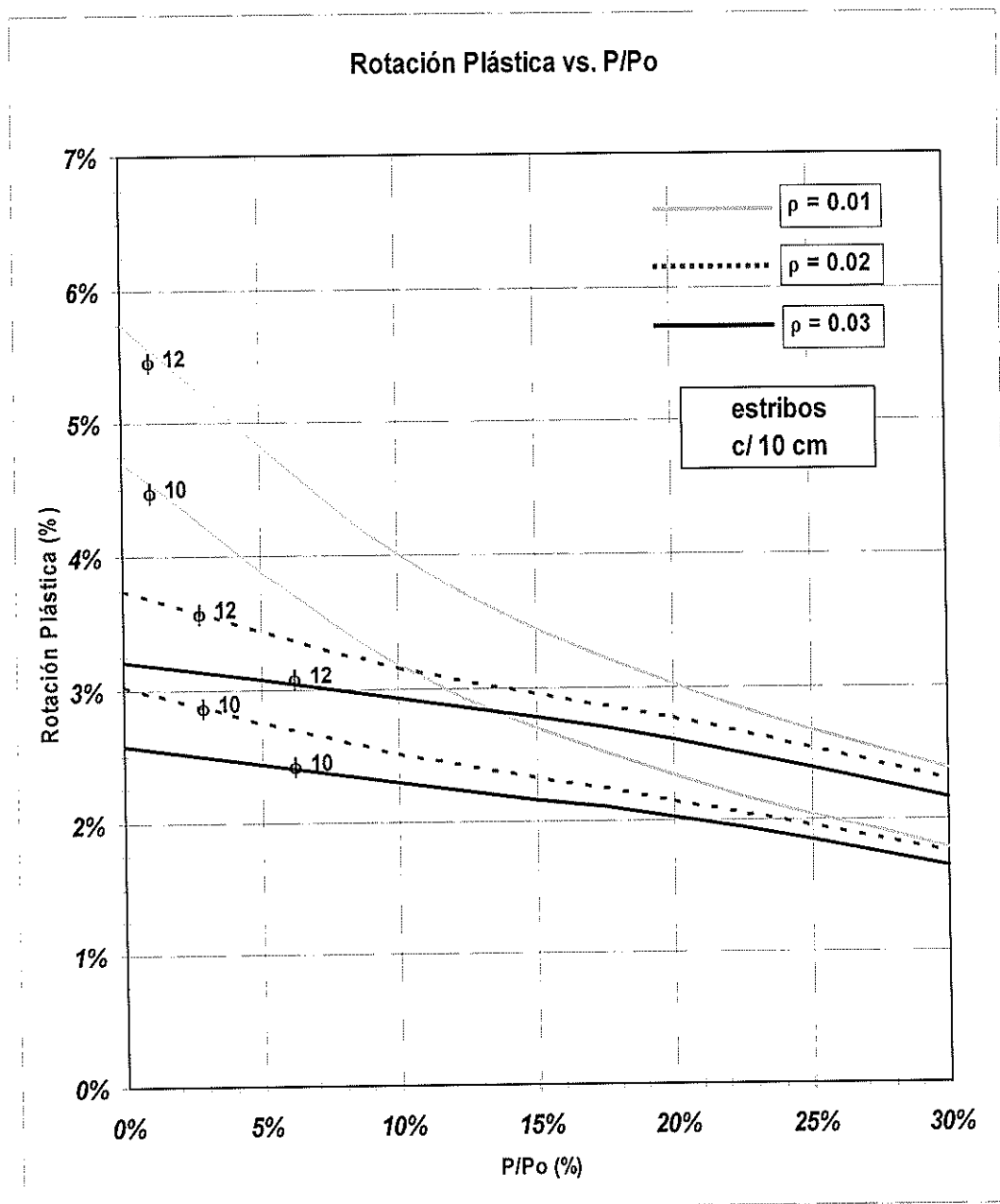
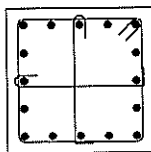


**Razón de Ductilidad de Curvatura vs.  $P/P_o$**



**Figura 4.6 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Rectangular  $b=40\text{cm}$ .  $h=40\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 3734 \text{ KN}$



**Figura 4.7 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
*Columna Rectangular  $b=50\text{cm}$   $h=50\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm*

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 5835 \text{ KN}$

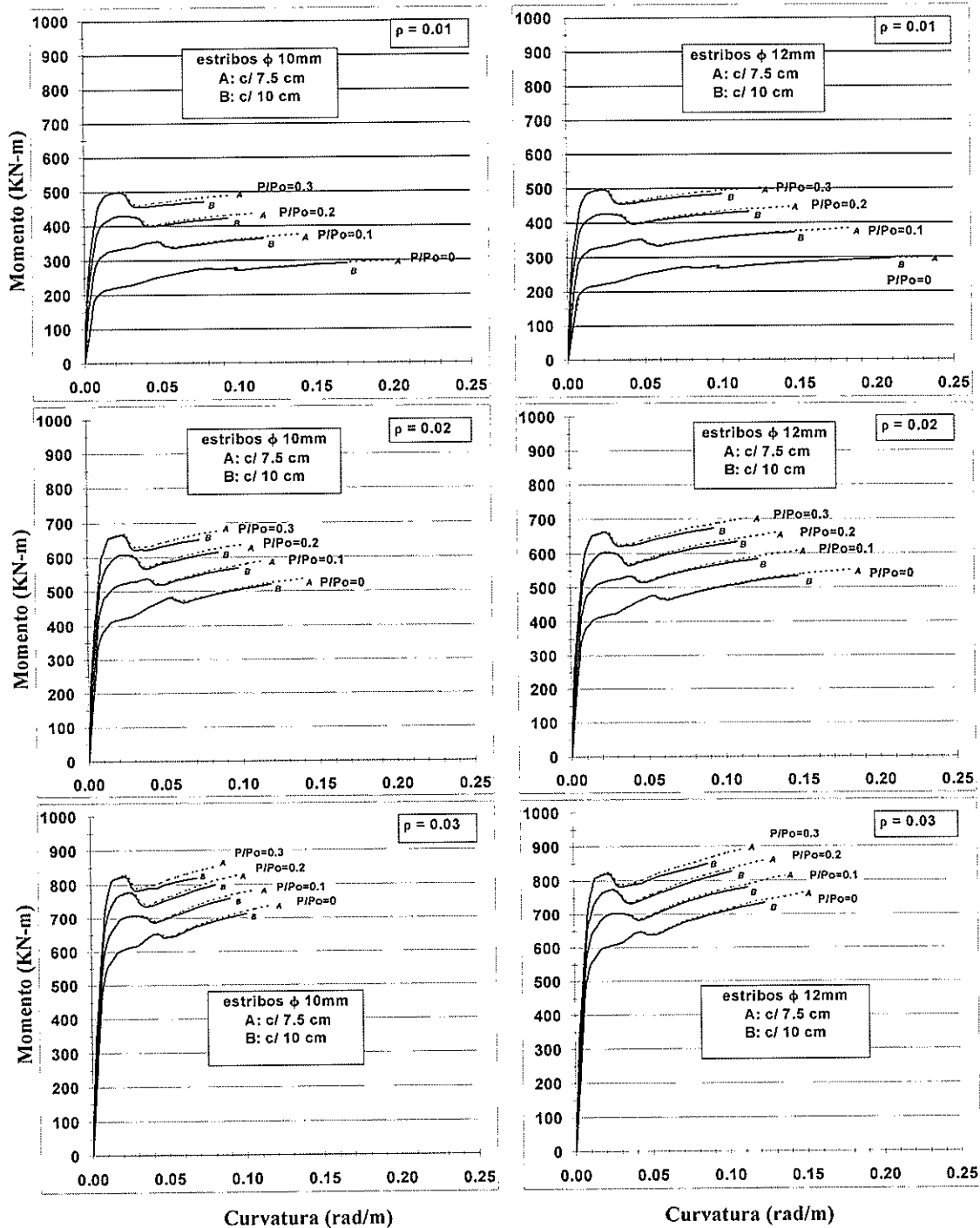
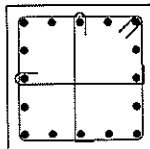
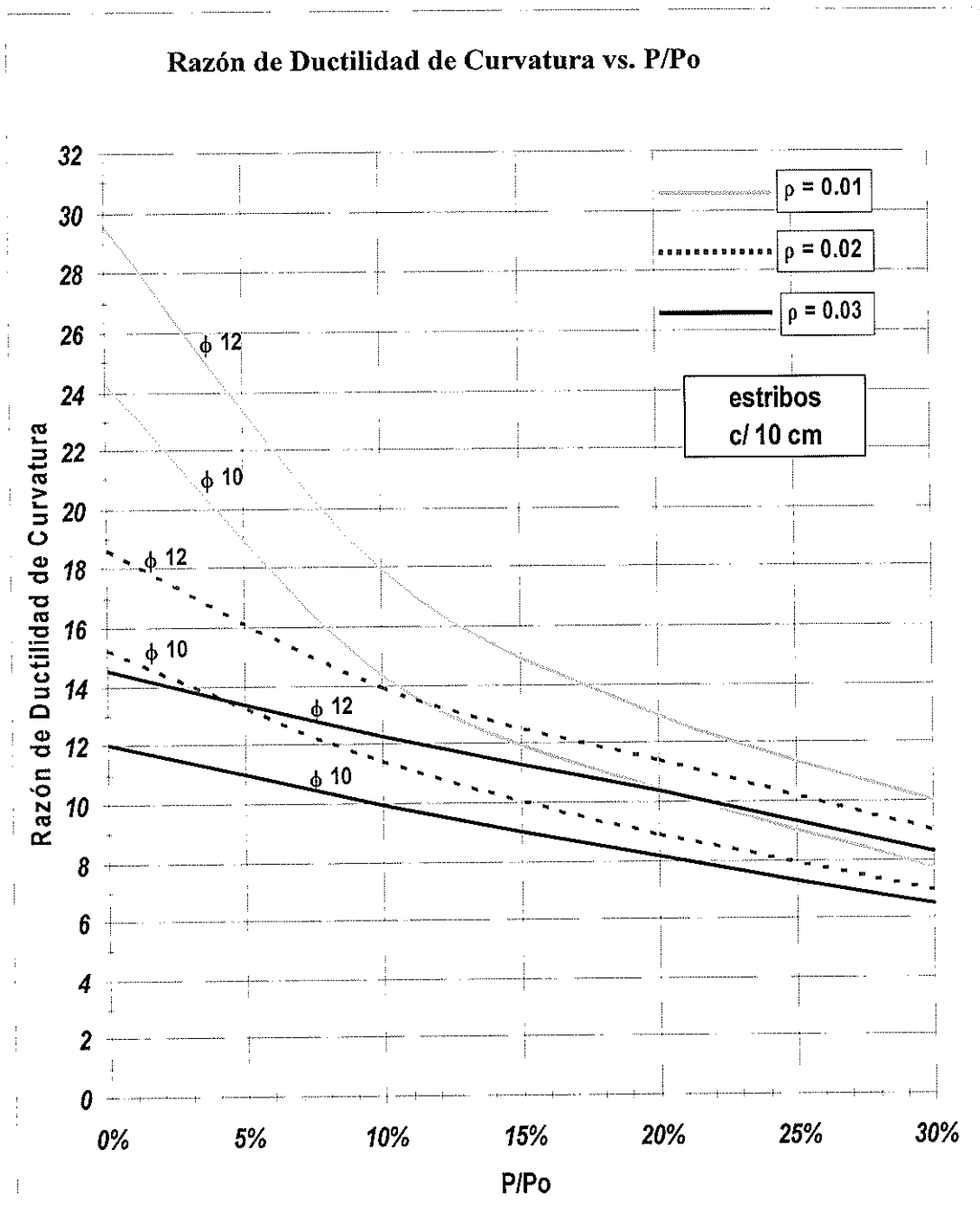
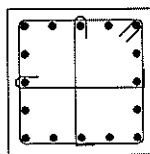


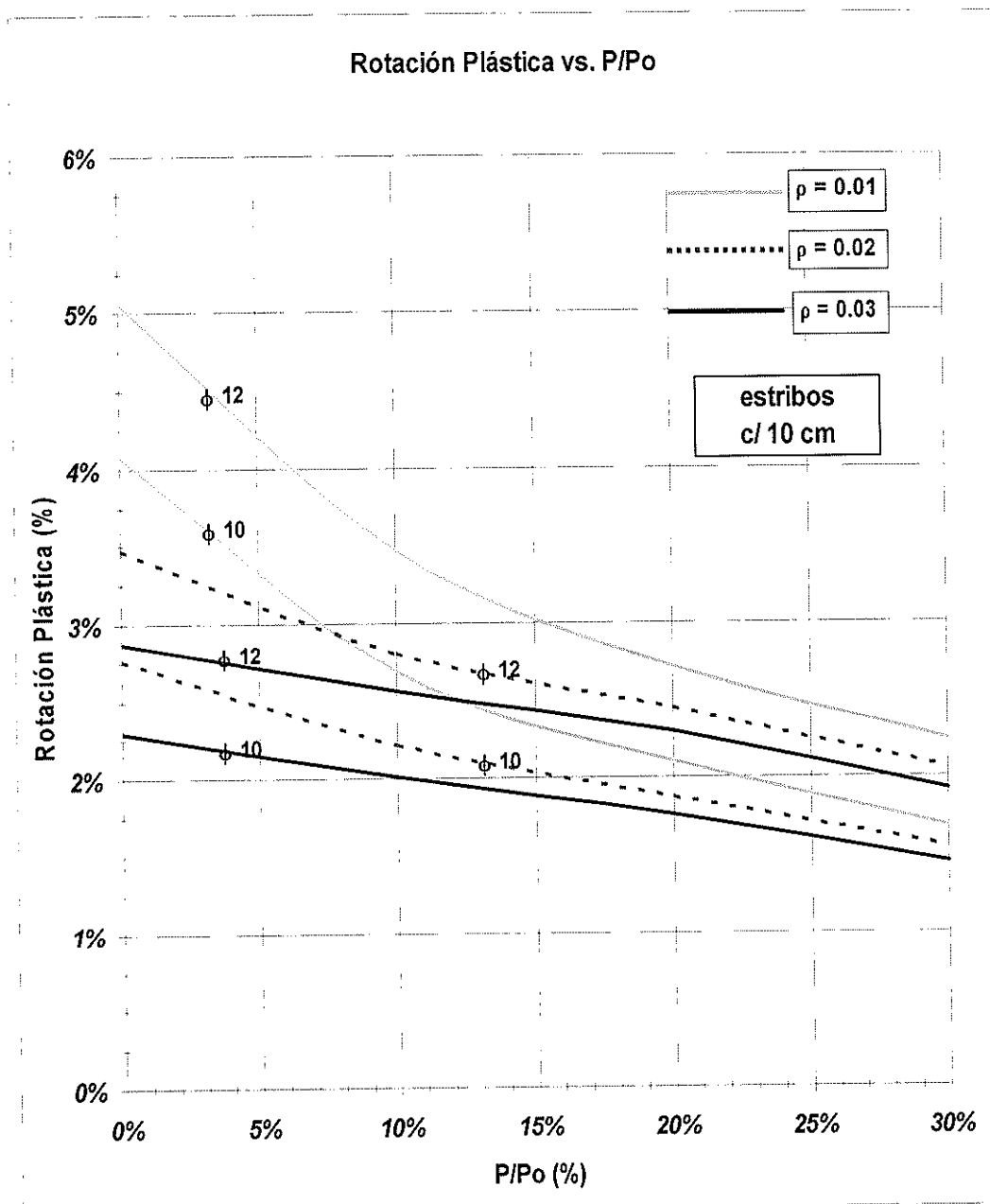
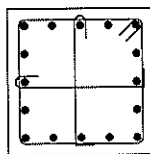
Figura 4.8 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL  
 Columna Rectangular  $b=50\text{cm}$   $h=50\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm

$f'_c = 28\text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420\text{ MPa}$ .  
 $P_o = 5835\text{ KN}$



**Figura 4.9 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
*Columna Rectangular  $b=50\text{cm}$   $h=50\text{cm}$ ; recubrimiento = 2.5 cm*

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 5835 \text{ KN}$





**Figura 4.10 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Rectangular  $b=60\text{cm}$   $h=60\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 8402 \text{ KN}$

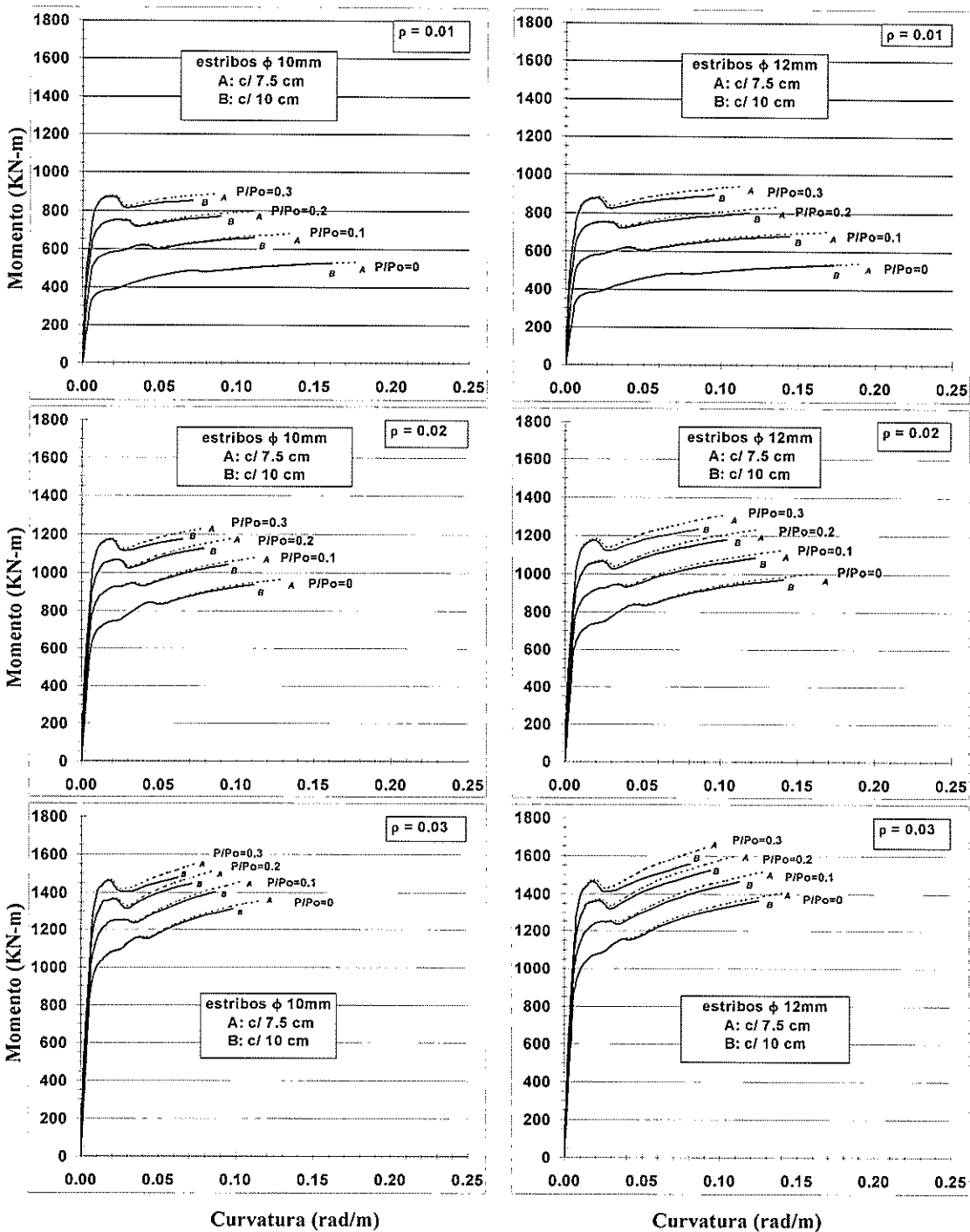
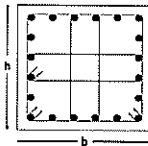
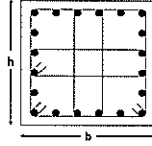
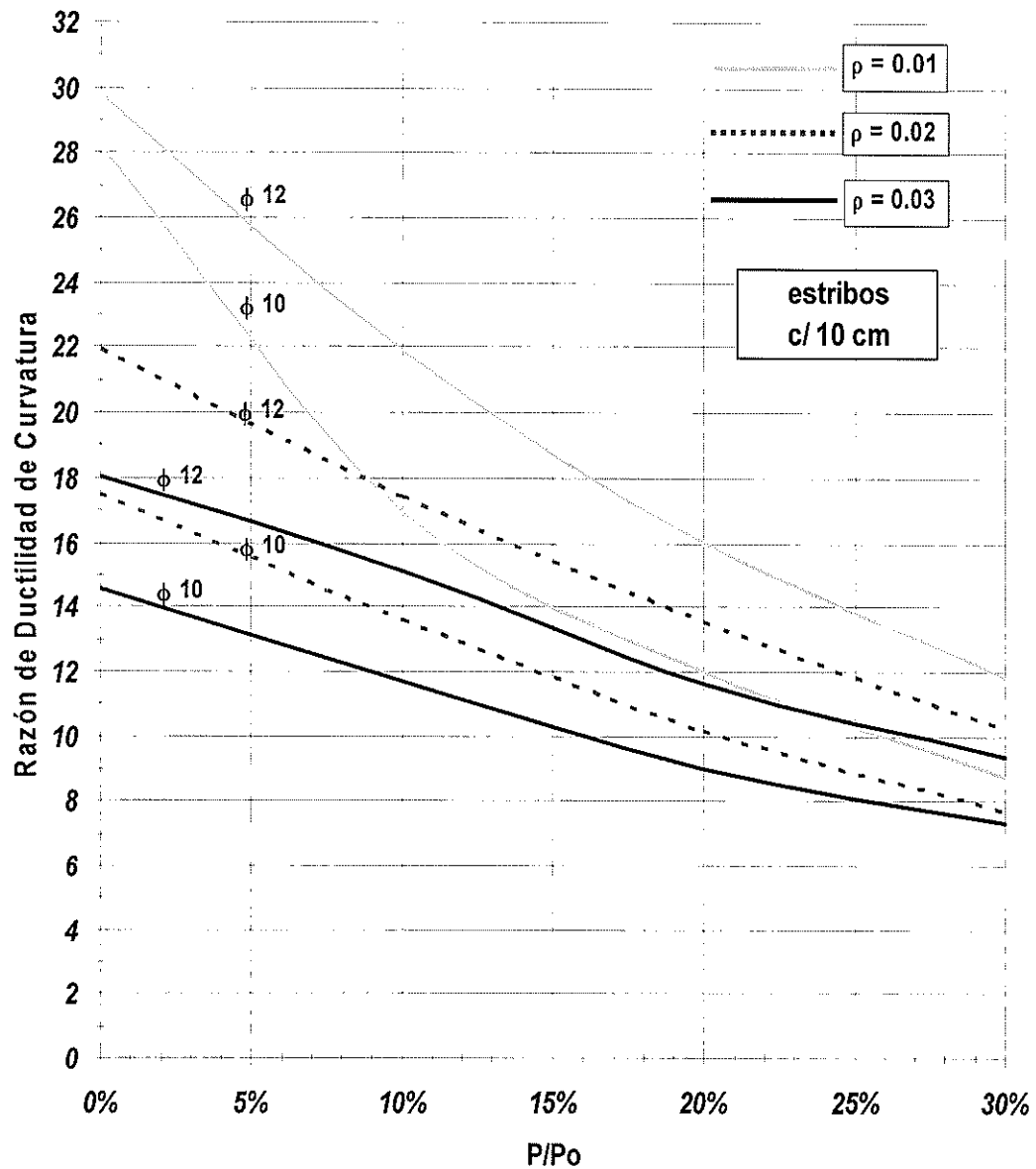


Figura 4.11 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL  
 Columna Rectangular  $b=60\text{cm}$   $h=60\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 8402 \text{ KN}$

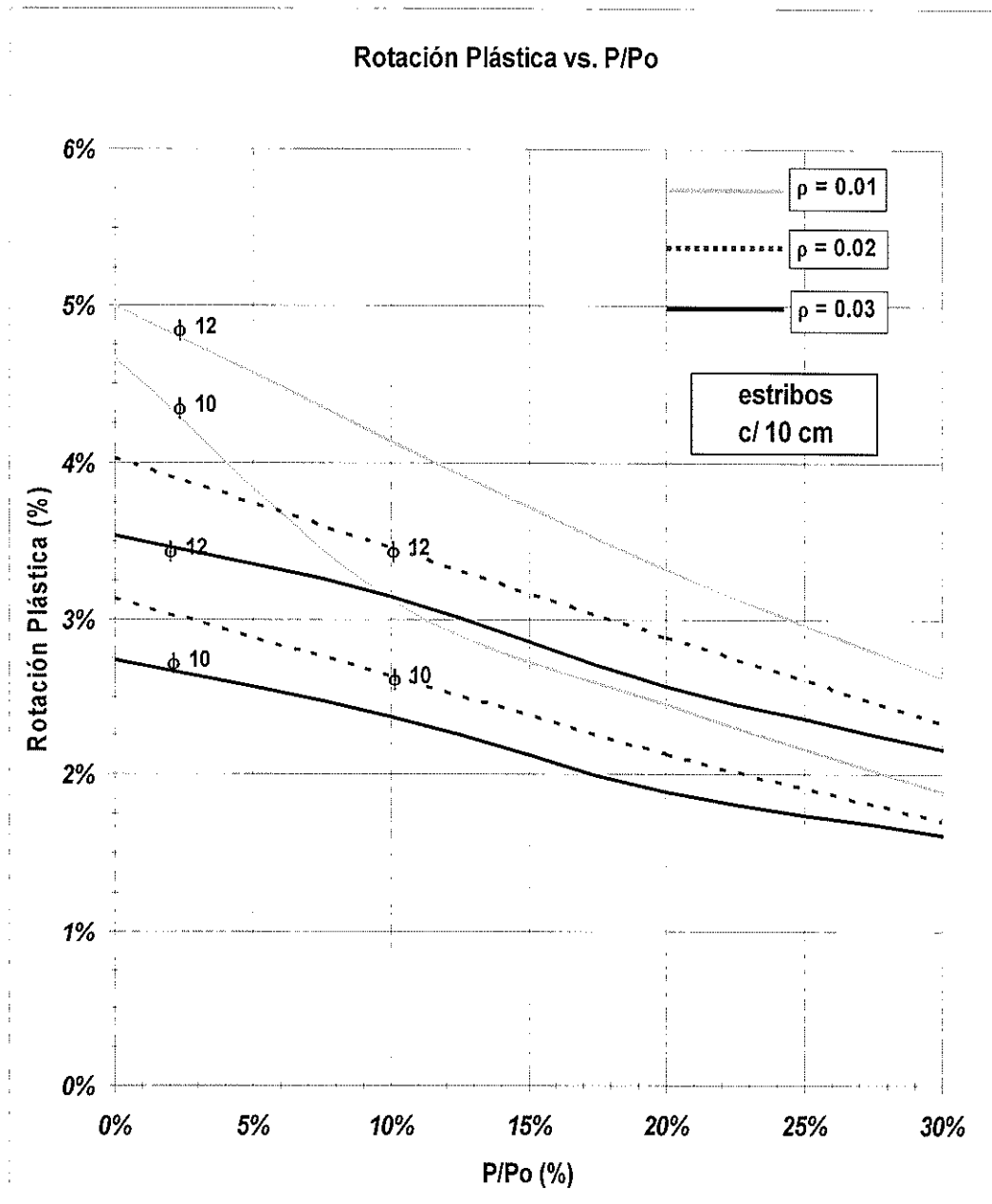
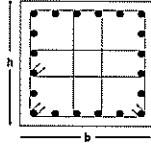


Razón de Ductilidad de Curvatura vs.  $P/P_o$



**Figura 4.12 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Rectangular  $b=60\text{cm}$   $h=60\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 8402 \text{ KN}$



**Figura 4.13 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Rectangular  $b=70\text{cm}$   $h=70\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

$f_c = 28\text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420\text{ MPa}$ .  
 $P_o = 11428\text{ KN}$

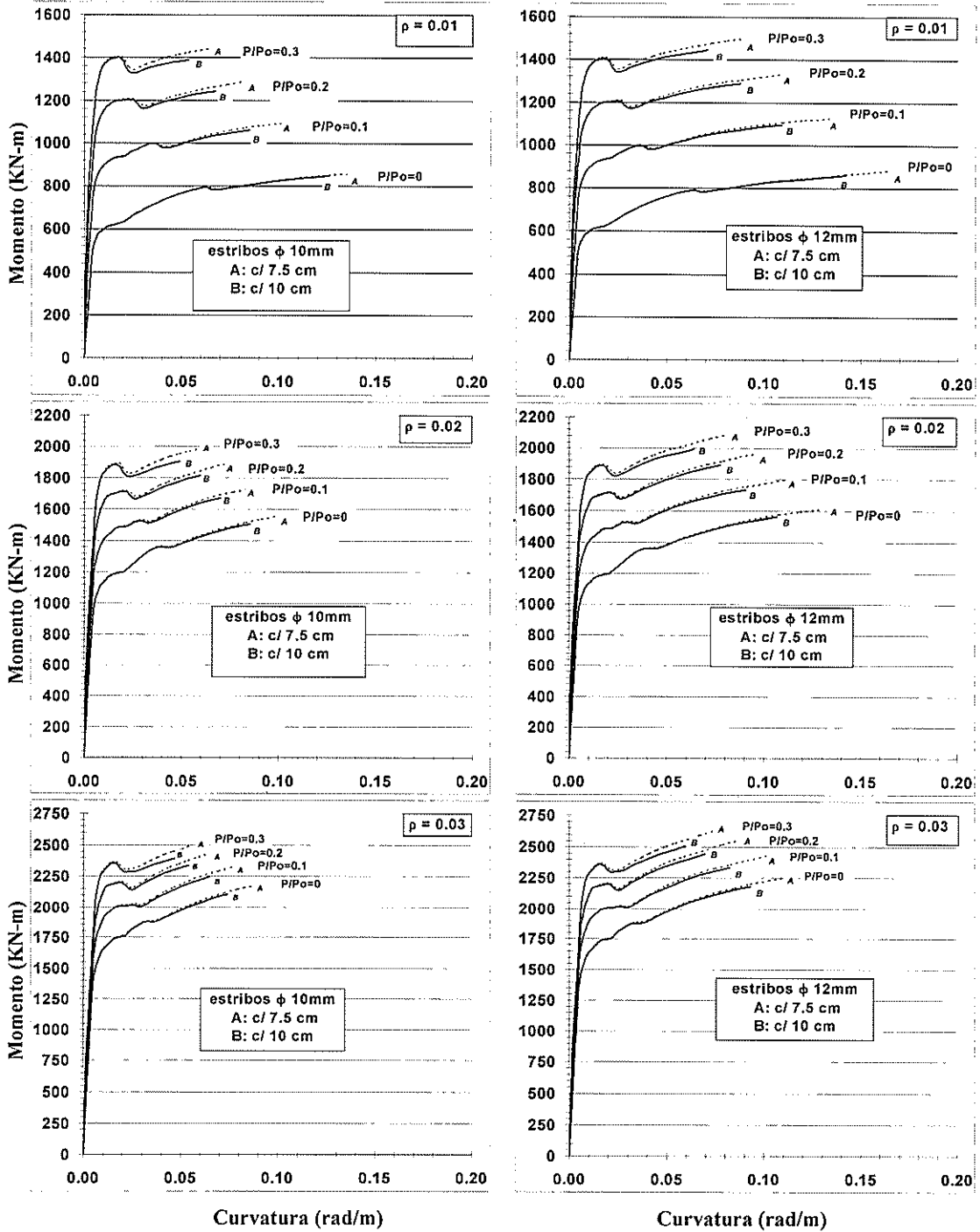
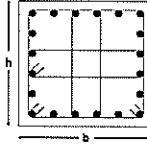
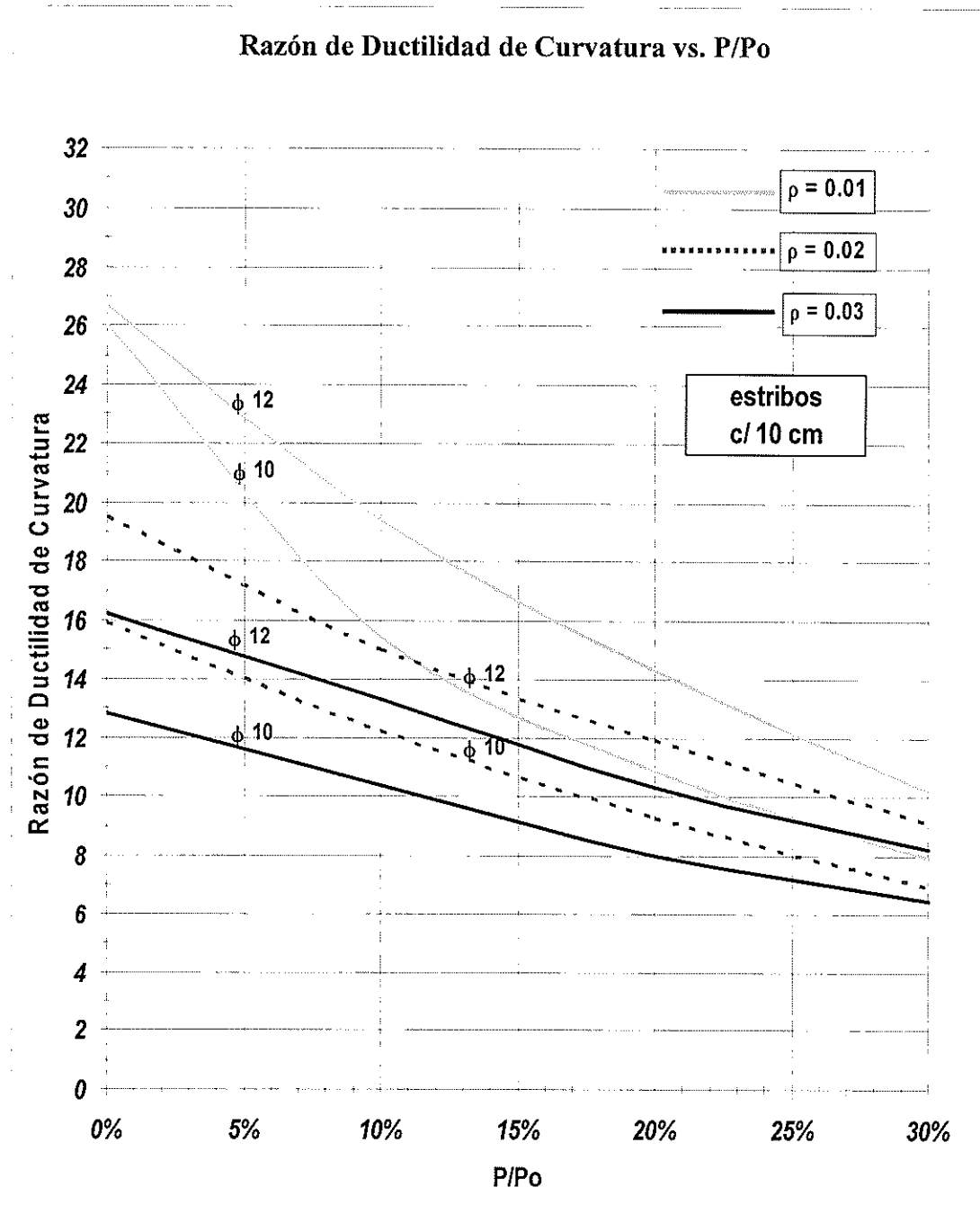
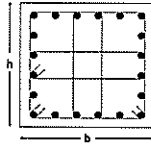


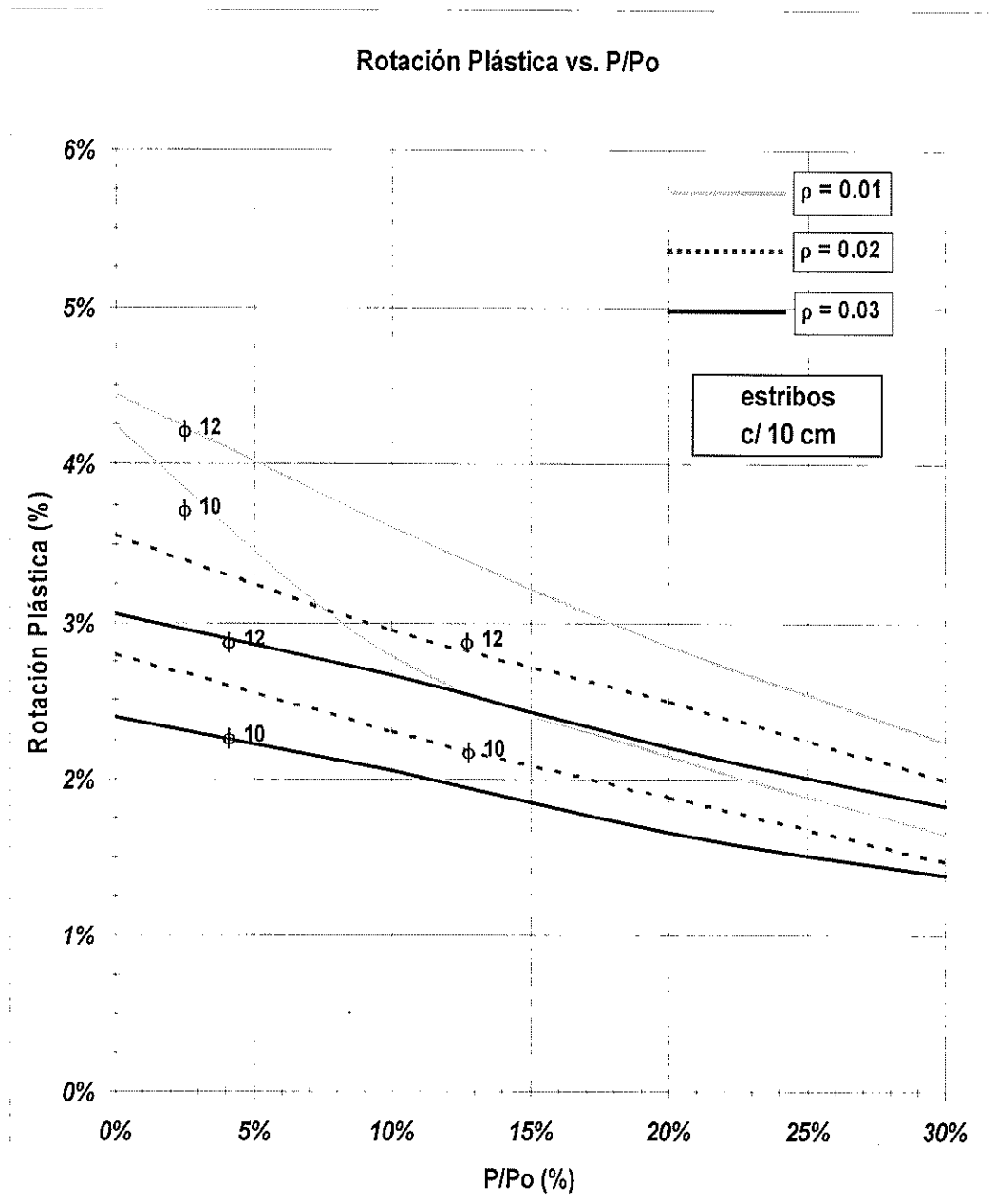
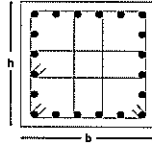
Figura 4.14 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL  
 Columna Rectangular  $b=70\text{cm}$   $h=70\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm

$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 11428 \text{ KN}$



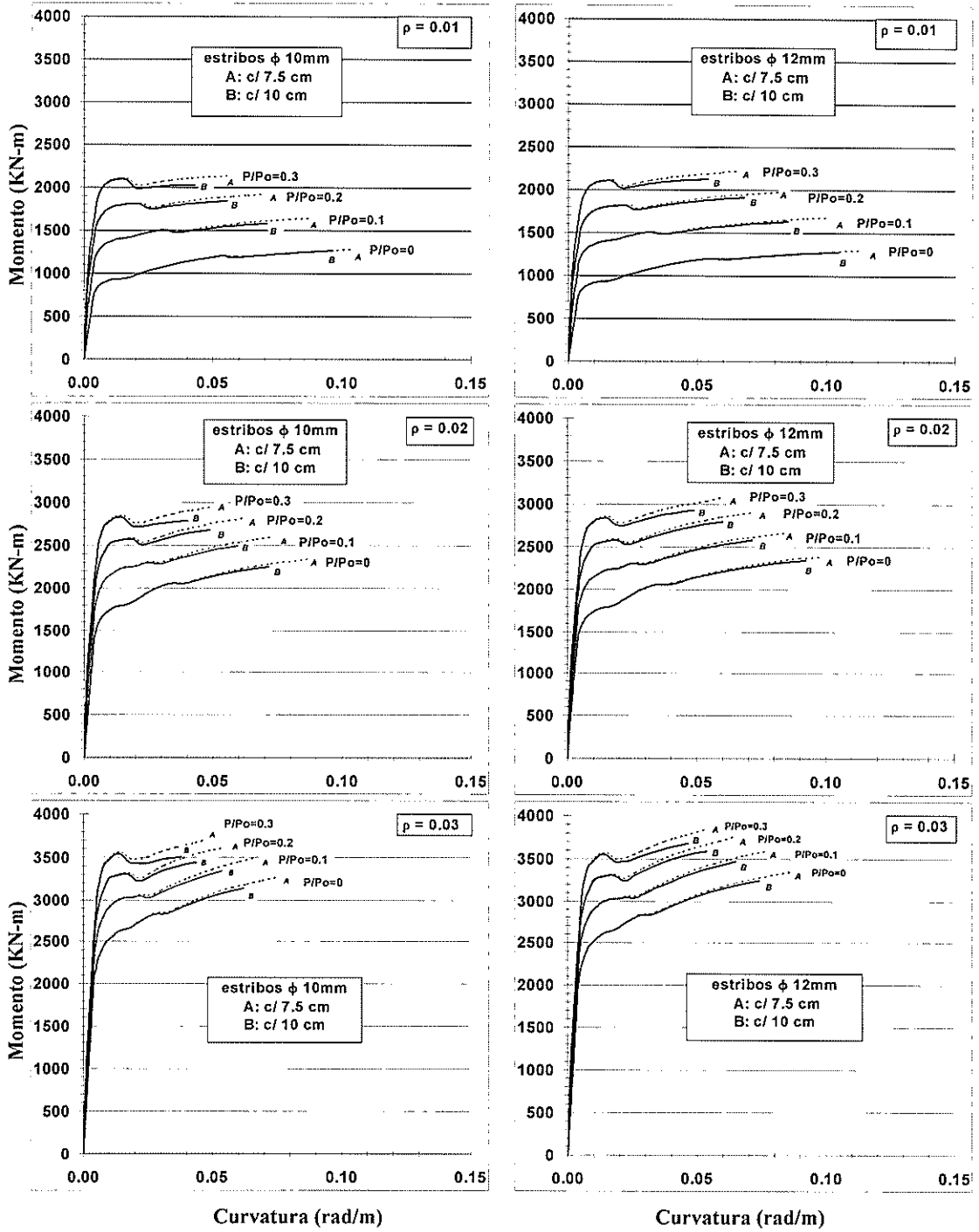
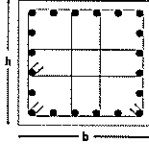
**Figura 4.15 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Rectangular  $b=70\text{cm}$   $h=70\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

$f'_c = 28 \text{ MPa.}$   
 $f_y = 420 \text{ MPa.}$   
 $P_o = 11428 \text{ KN}$



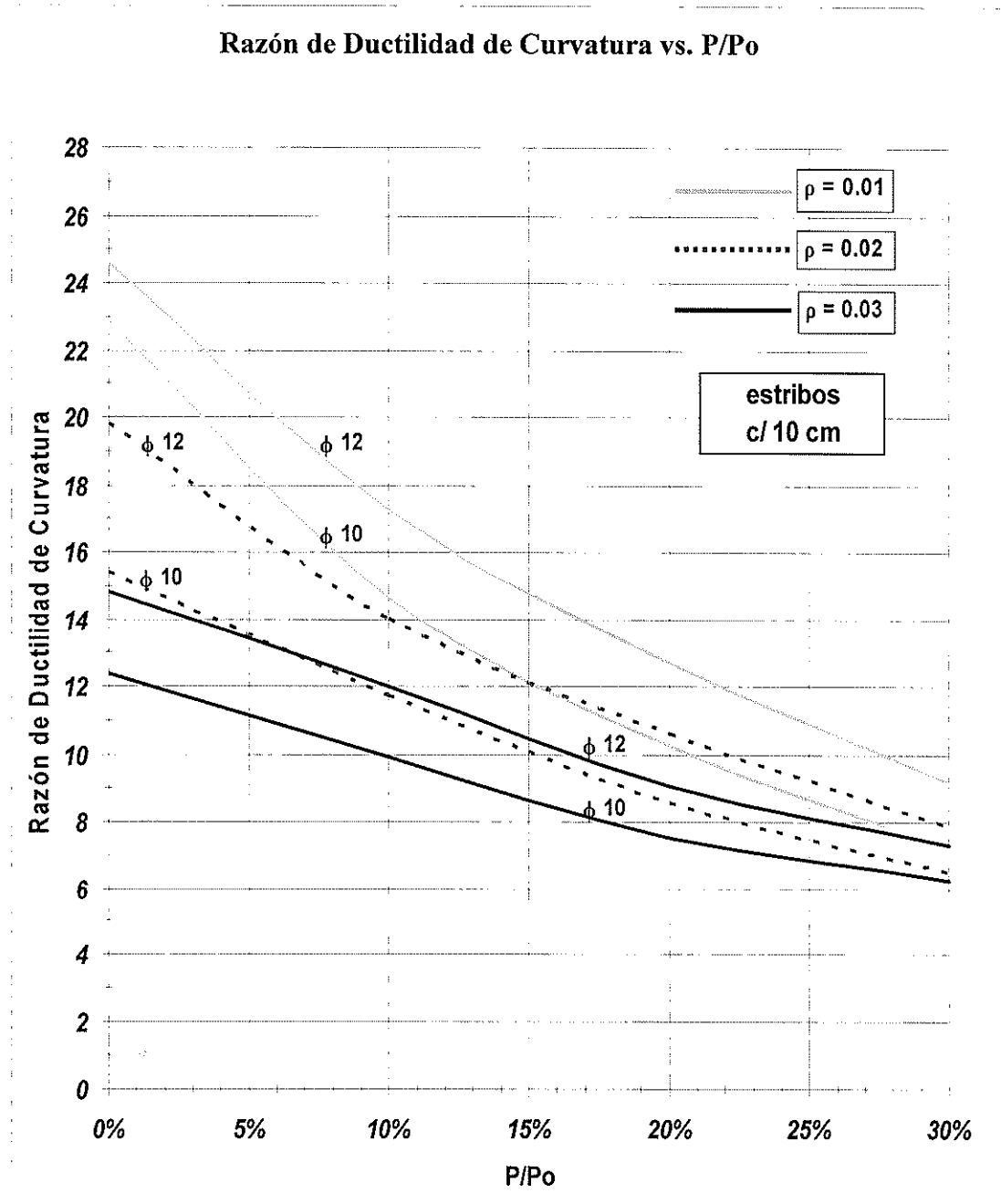
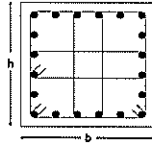
**Figura 4.16 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Rectangular  $b=80\text{cm}$   $h=80\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 14938 \text{ KN}$



**Figura 4.17 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Rectangular  $b=80\text{cm}$   $h=80\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

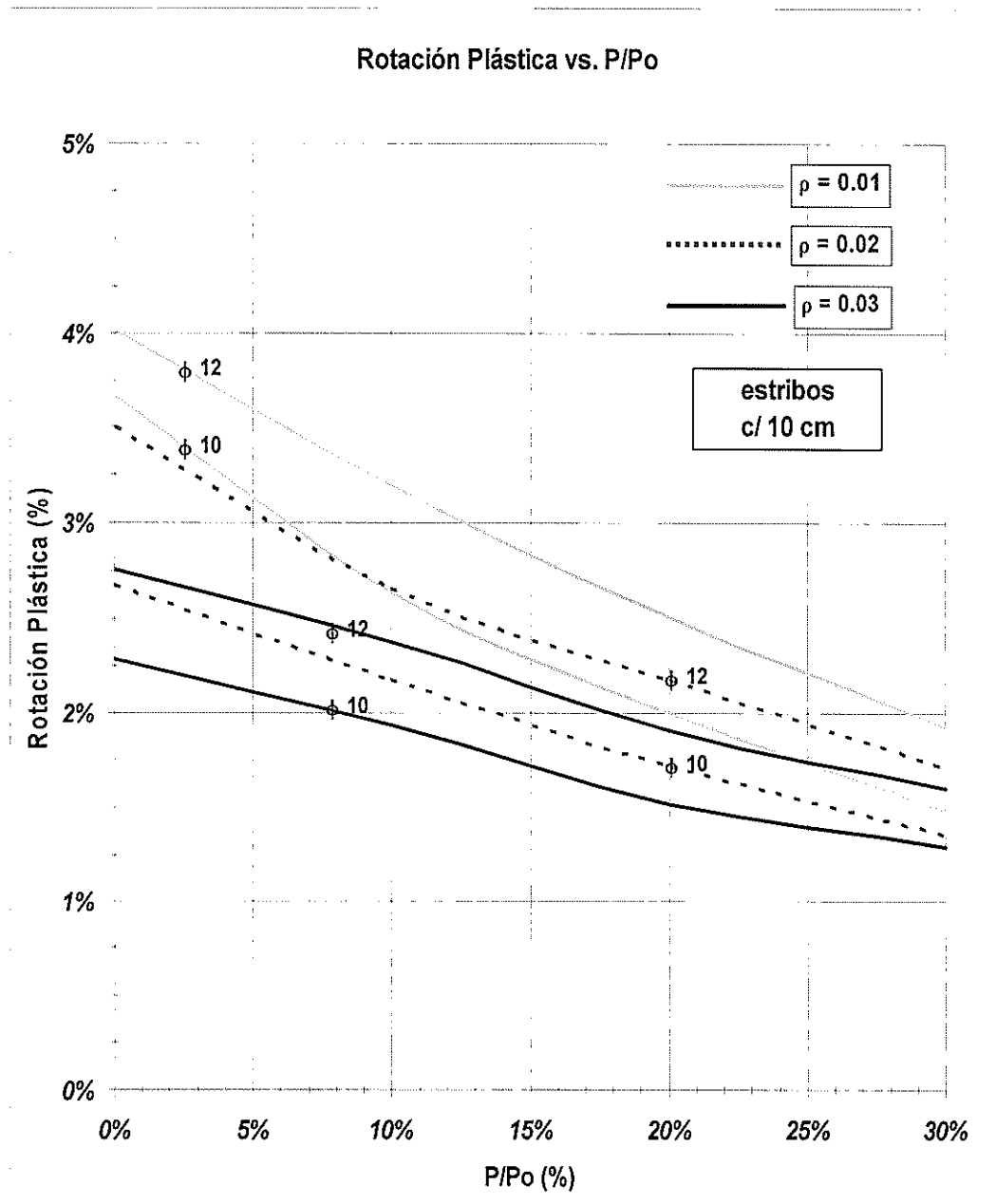
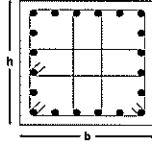
$f_c = 28 \text{ MPa.}$   
 $f_y = 4200 \text{ MPa.}$   
 $P_o = 14938 \text{ KN}$





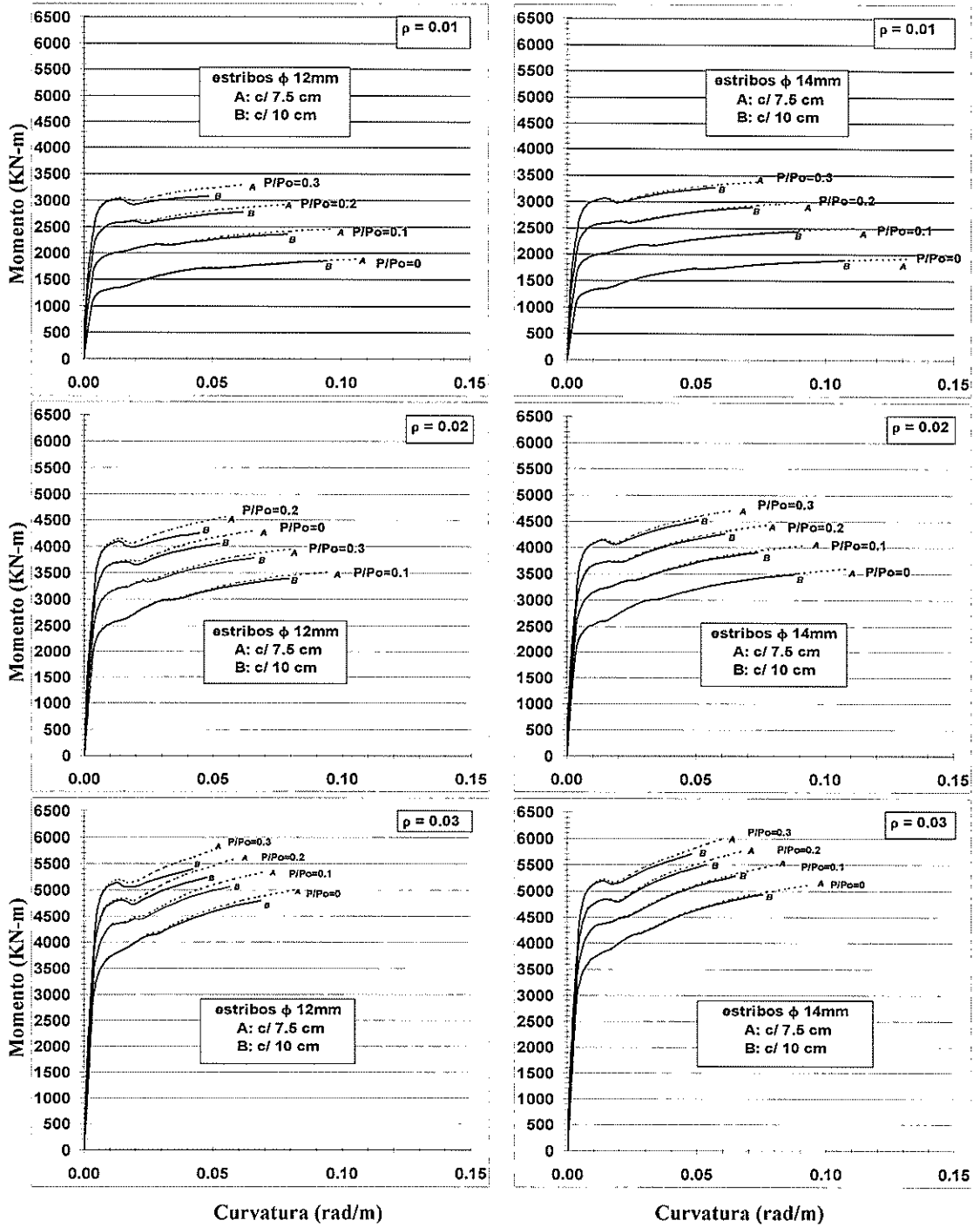
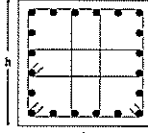
**Figura 4.18 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Rectangular  $b=80\text{cm}$   $h=80\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

$f_c = 28 \text{ MPa.}$   
 $f_y = 4200 \text{ MPa.}$   
 $P_o = 14938 \text{ KN}$



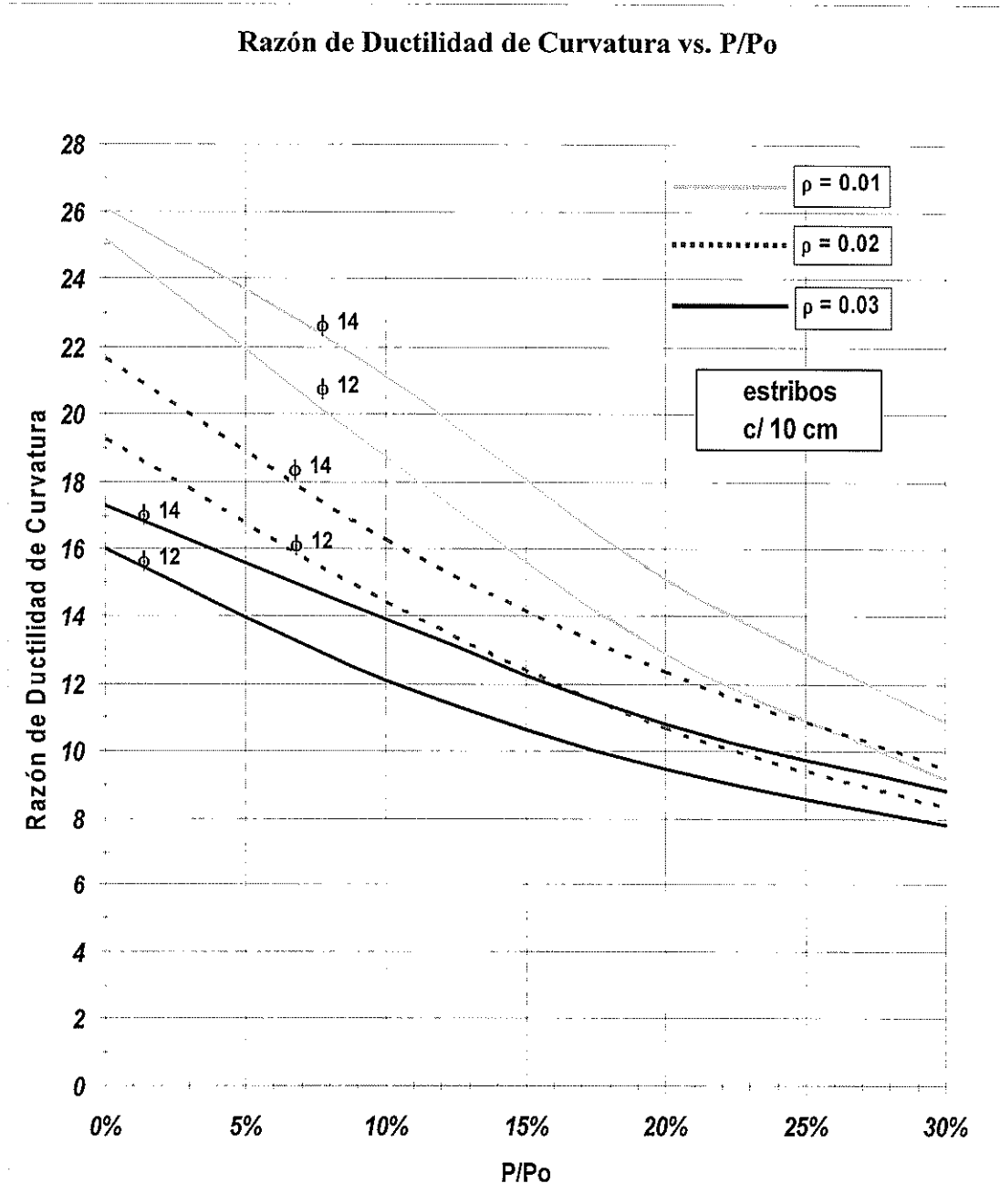
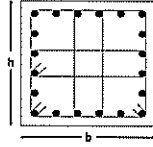
**Figura 4.19 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Rectangular  $b=90\text{cm}$   $h=90\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 18892 \text{ KN}$



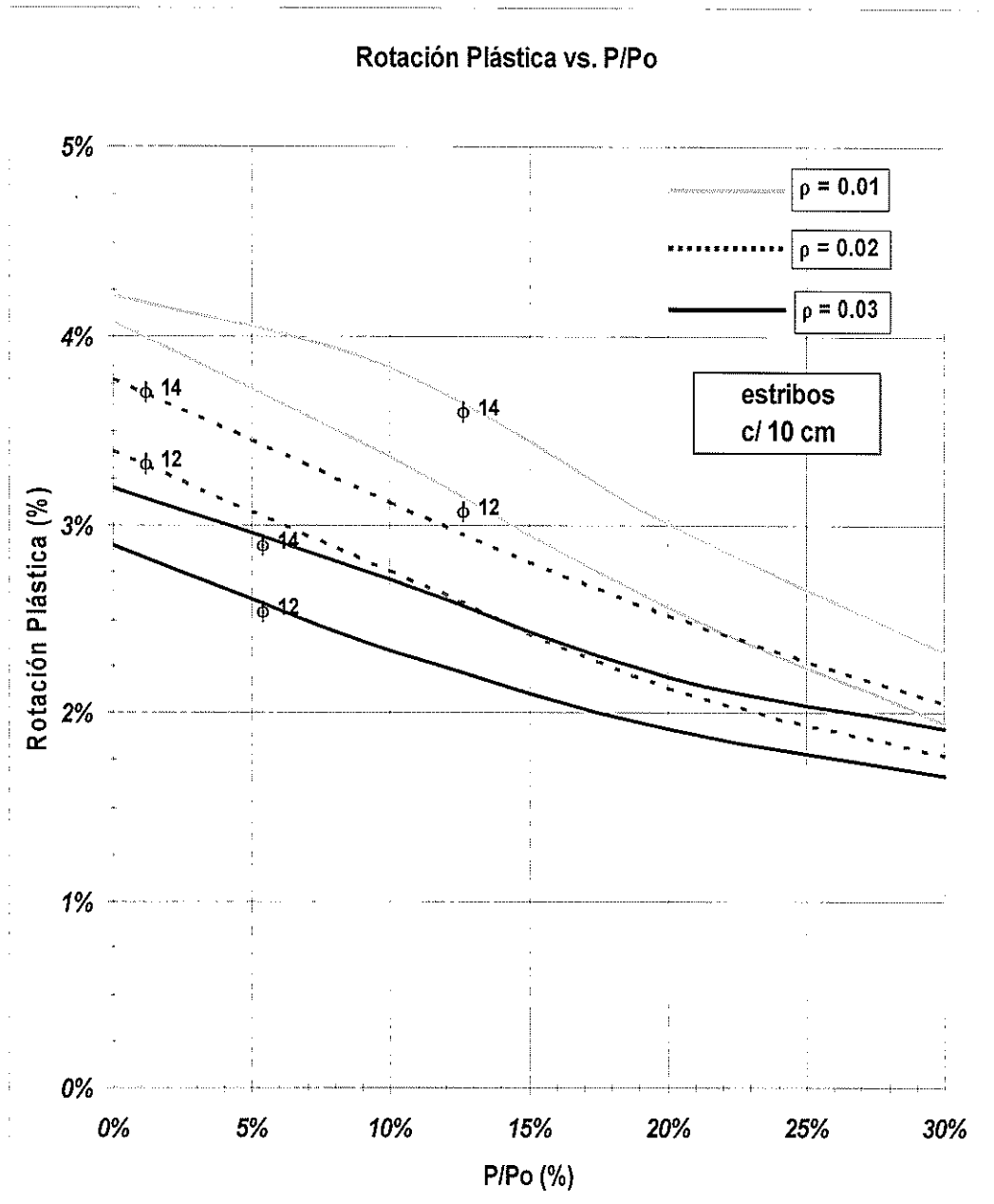
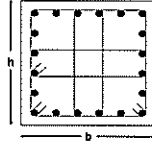
**Figura 4.20 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Rectangular  $b=90\text{cm}$   $h=90\text{cm}$  ; recubrimiento = 2.5 cm**

$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$   
 $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$   
 $P_o = 18892 \text{ KN}$



**Figura 4.21 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Rectangular  $b=90\text{cm}$ .  $h=90\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$   
 $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$   
 $P_o = 18892 \text{ KN}$



**Figura 4.22 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Circular  $D=30\text{cm.}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f'_c = 28 \text{ MPa.}$   
 $f_y = 420 \text{ MPa.}$   
 $P_o = 1650 \text{ KN}$

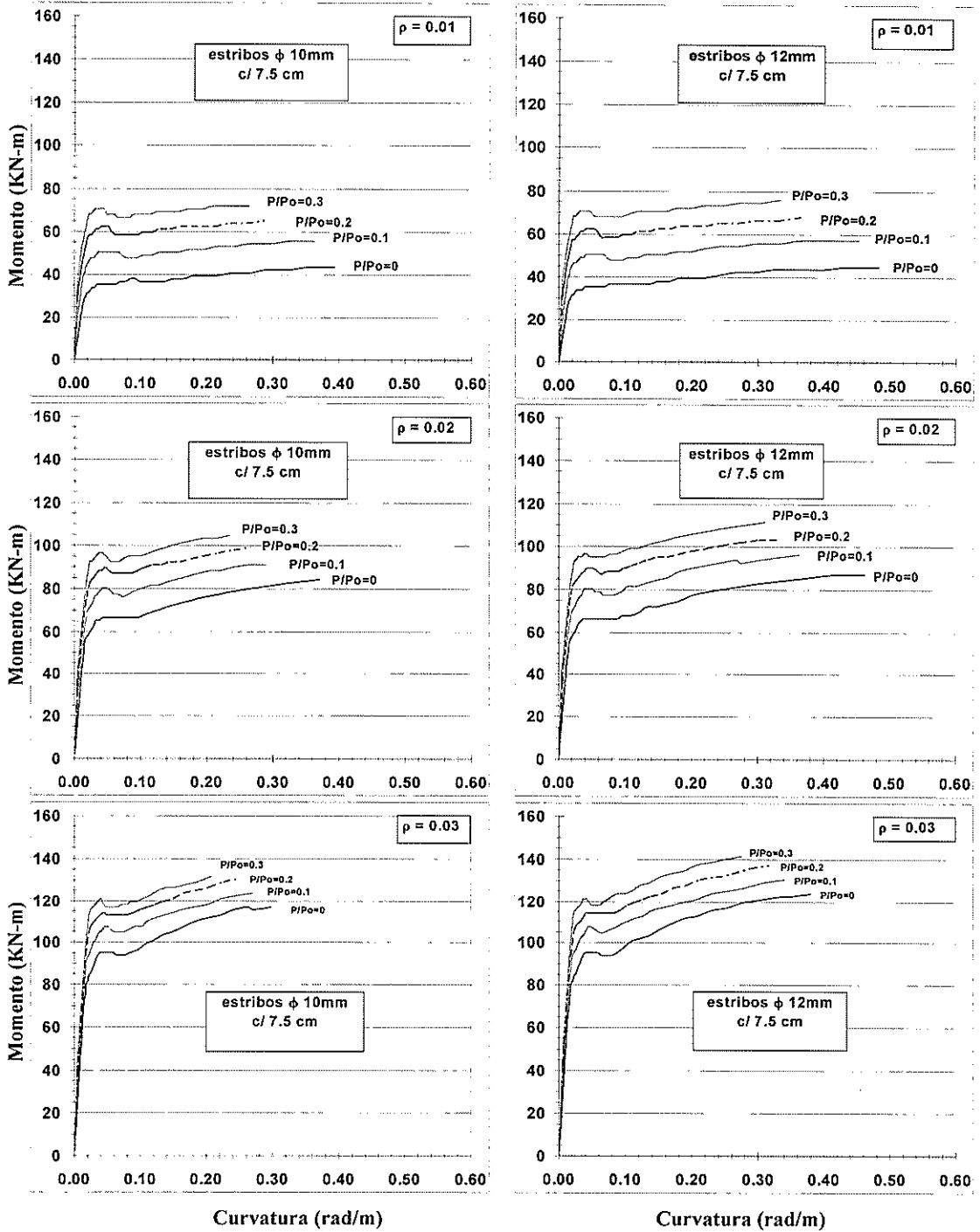
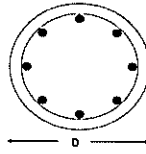
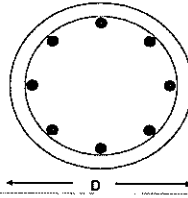
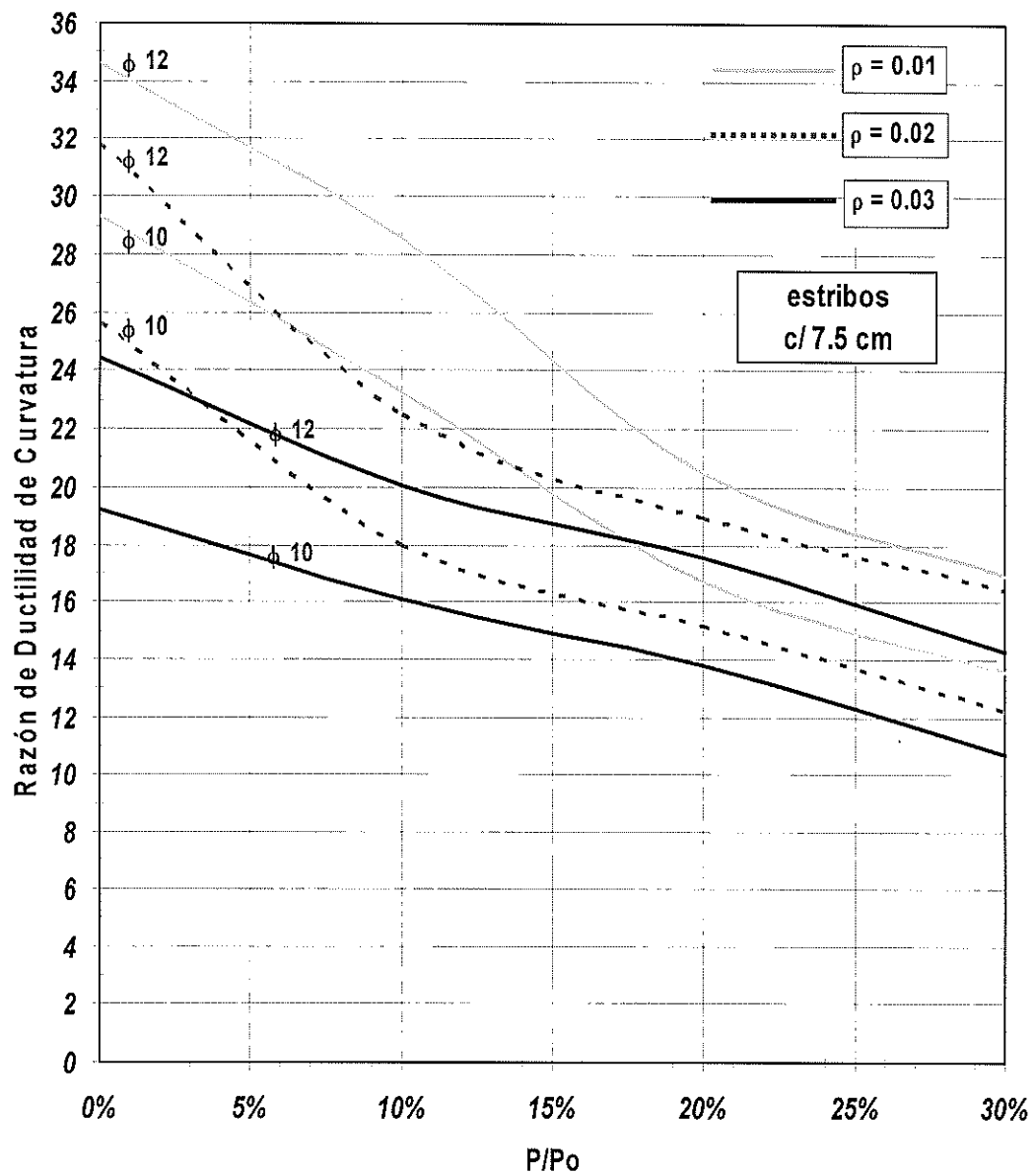


Figura 4.23 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL  
Columna Circular  $D=30\text{cm.}$ ; recubrimiento =  $2.5\text{ cm.}$

$f_c = 28\text{ MPa.}$   
 $f_y = 420\text{ MPa.}$   
 $P_o = 1650\text{ KN}$

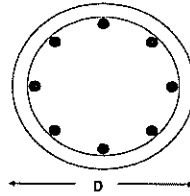


Razón de Ductilidad de Curvatura vs.  $P/P_o$

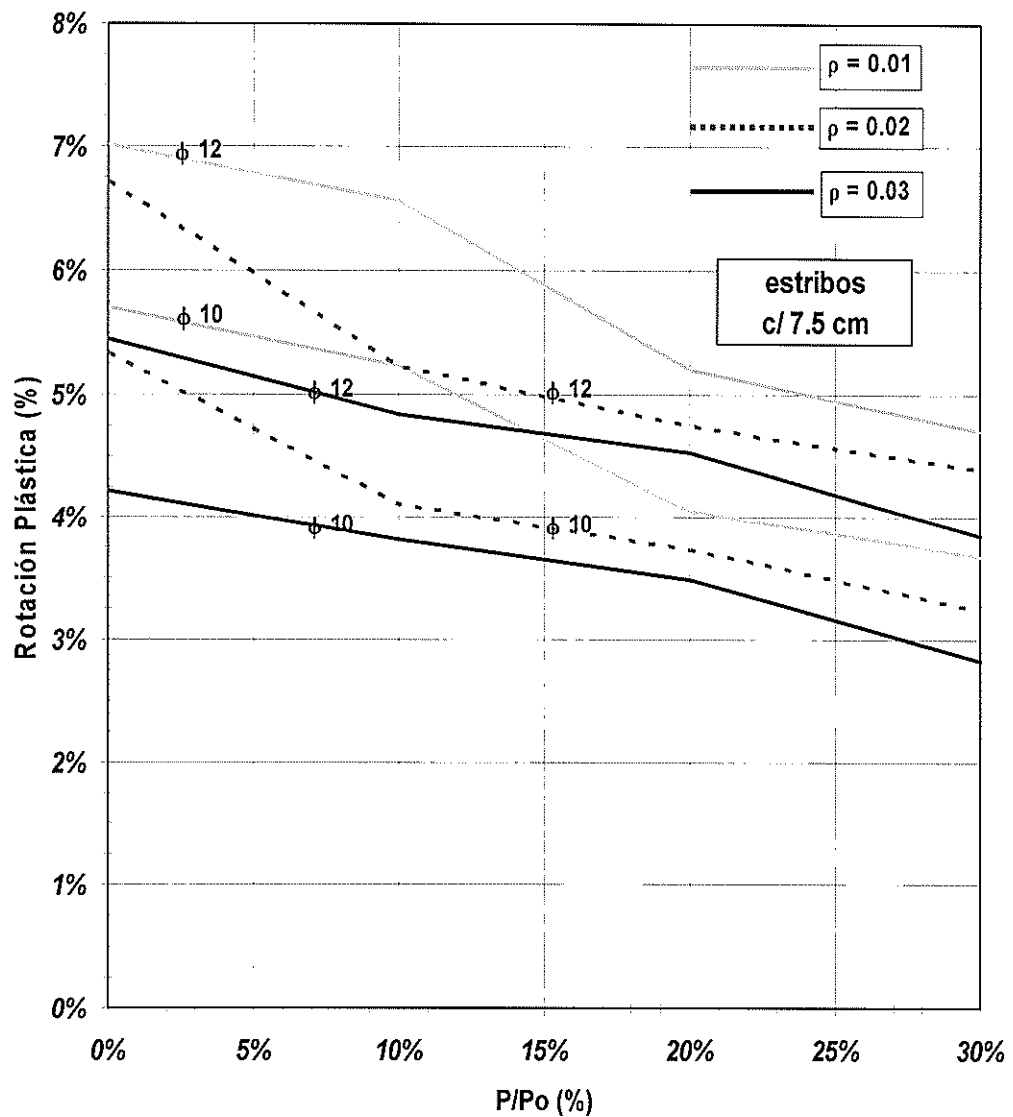


**Figura 4.24 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Circular  $D=30\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 1650 \text{ KN}$

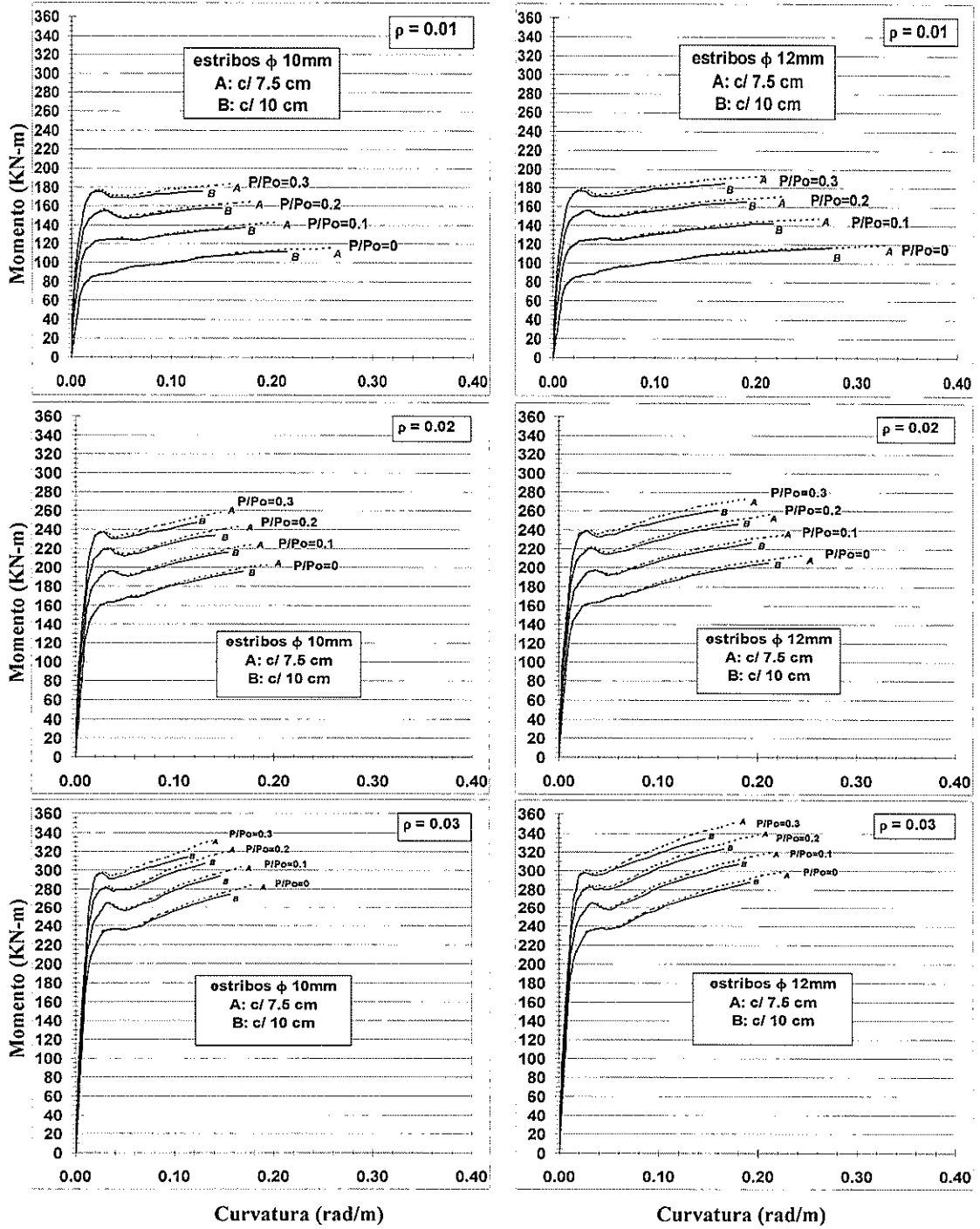
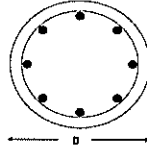


**Rotación Plástica vs. P/Po**



**Figura 4.25 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Circular D=40cm. ; recubrimiento = 2.5cm.**

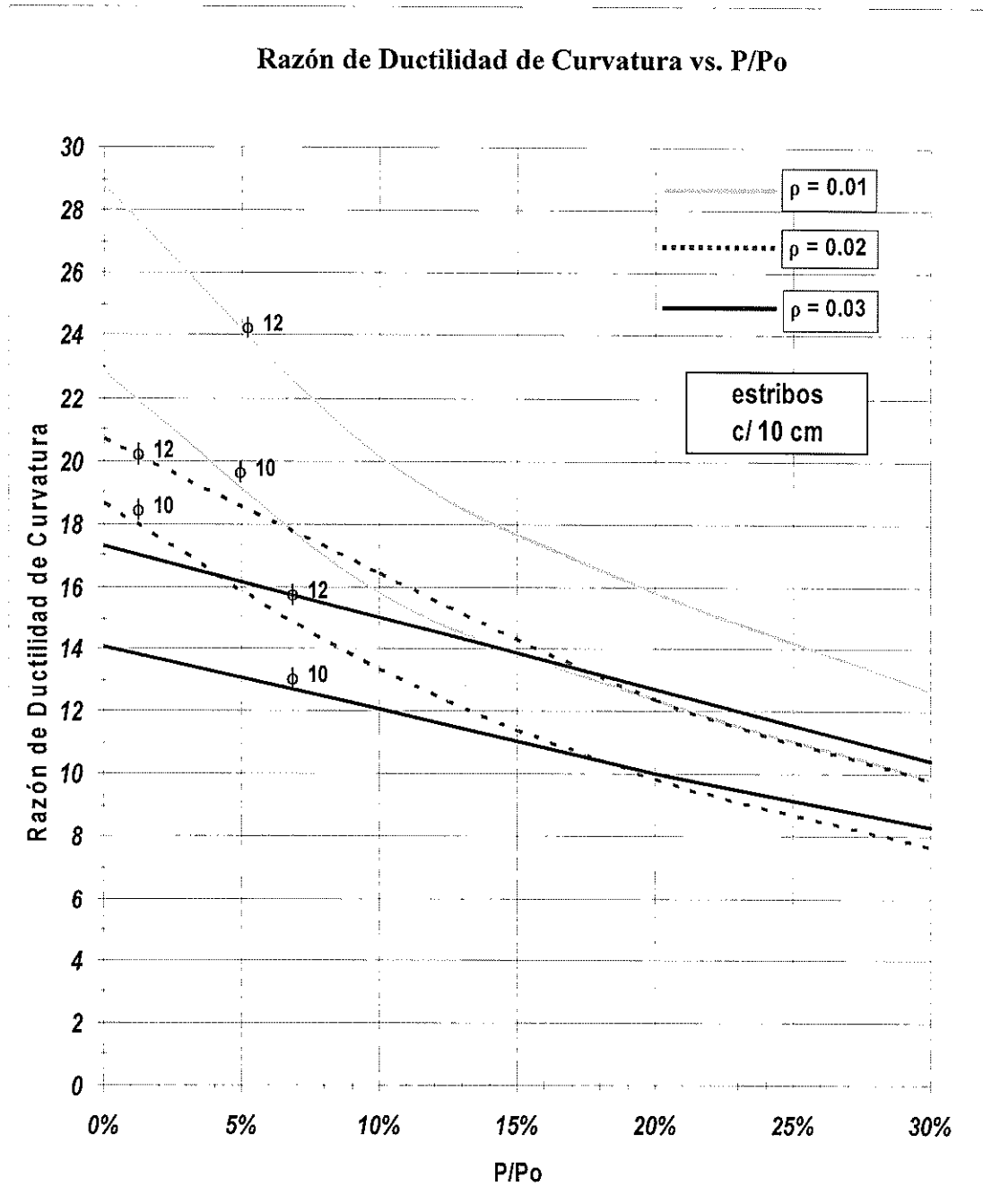
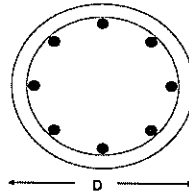
$f_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$   
 $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$   
 $P_o = 2933 \text{ KN}$





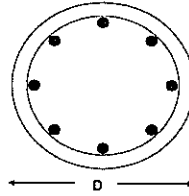
**Figura 4.26 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Circular  $D=40\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 2933 \text{ KN}$

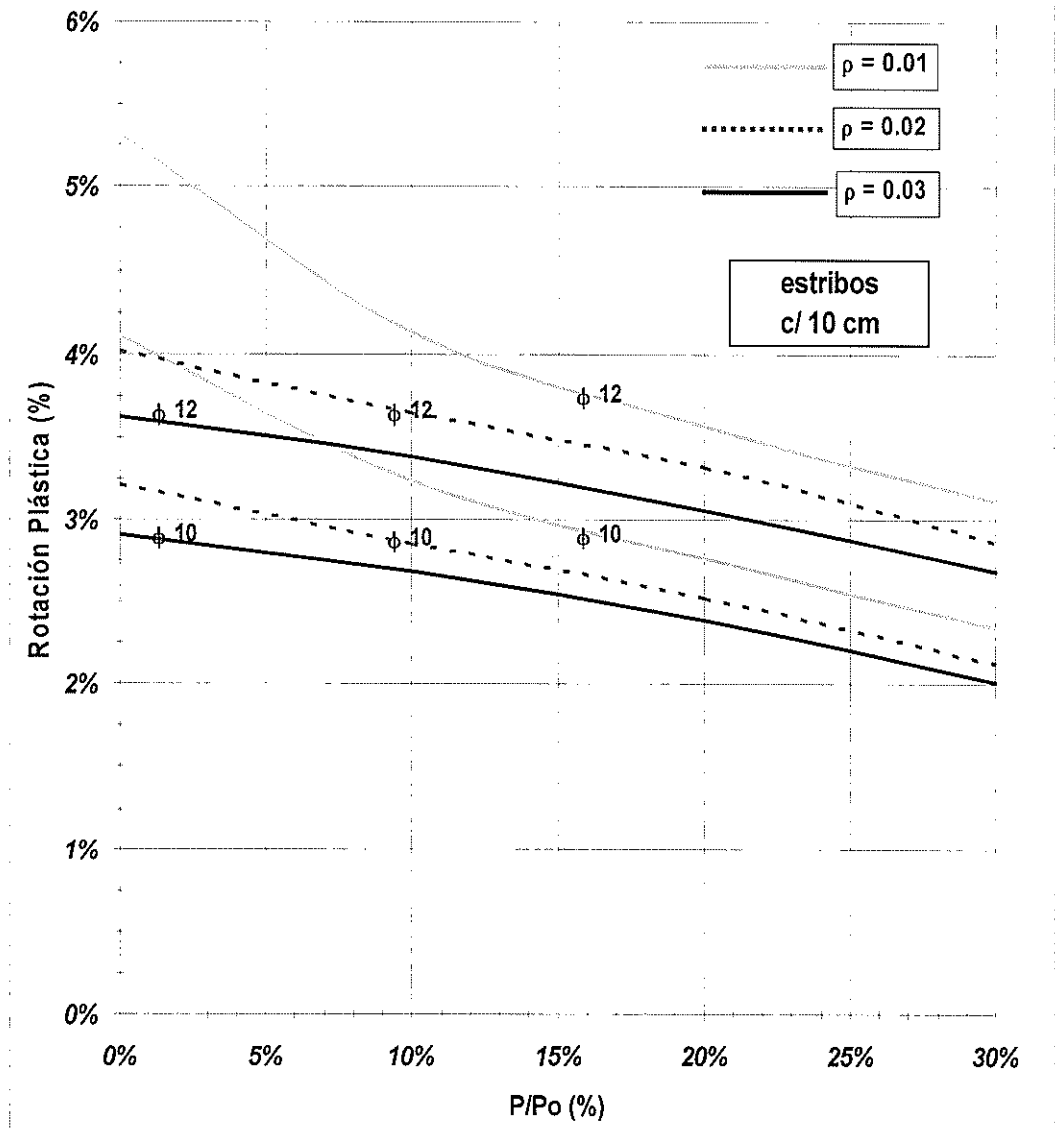


**Figura 4.27 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Circular  $D=40\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 2933 \text{ KN}$



**Rotación Plástica vs. P/Po**



**Figura 4.28 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Circular  $D=50\text{cm}$ .; recubrimiento = 2.5 cm**

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 4583 \text{ KN}$

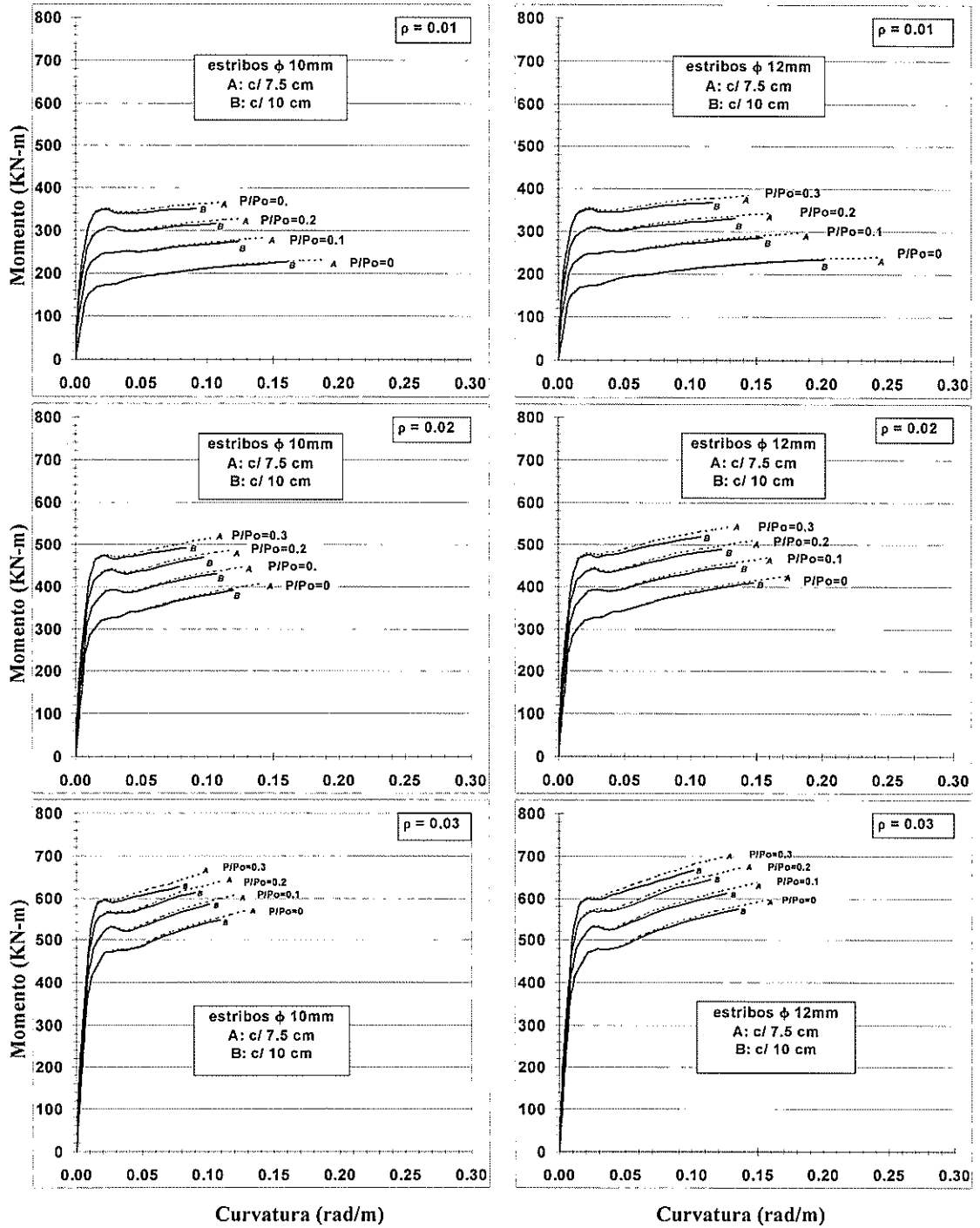
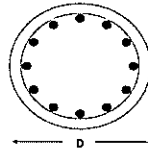
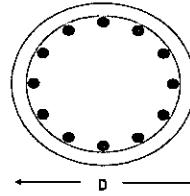
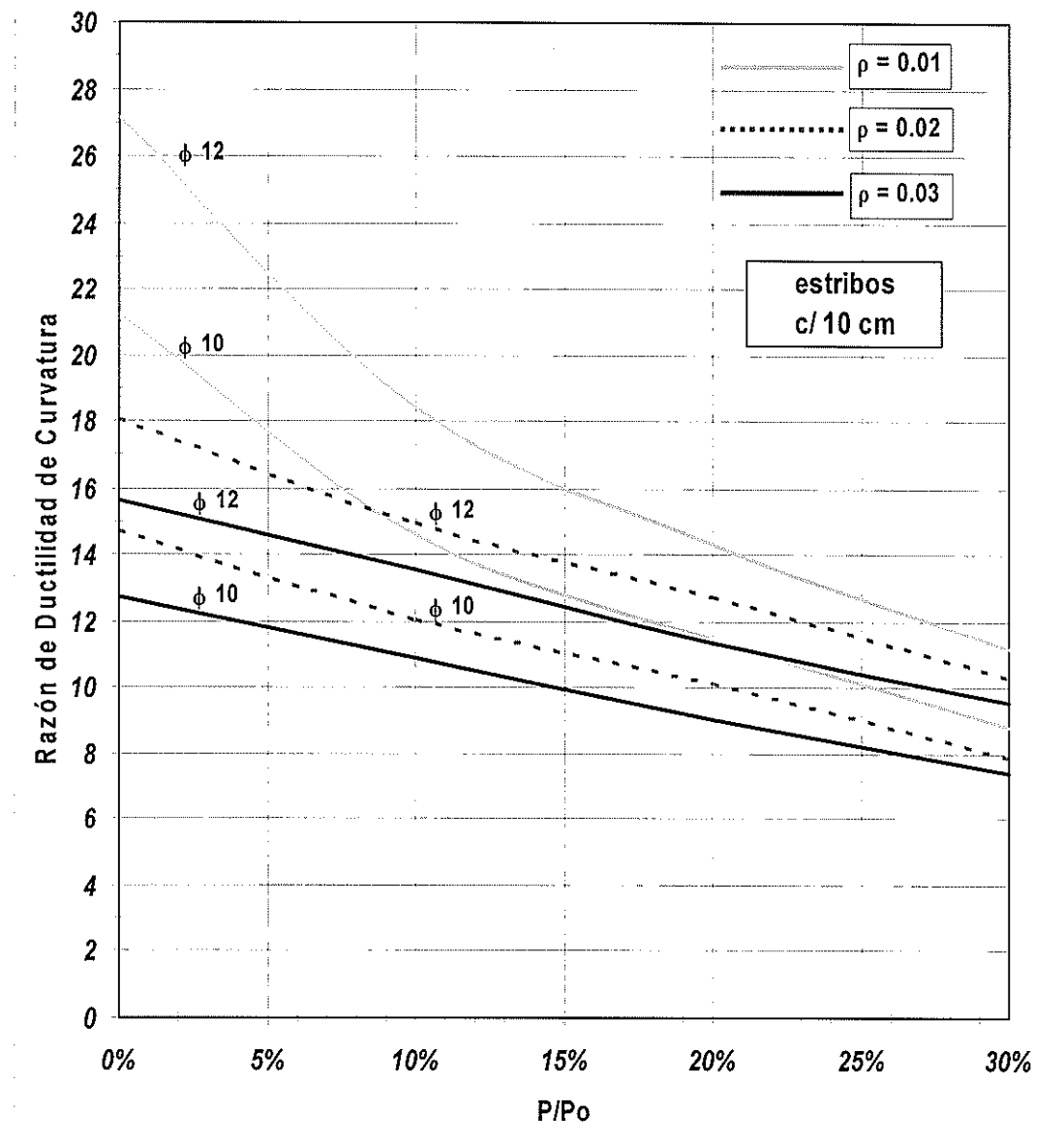


Figura 4.29 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL  
 Columna Circular  $D=50\text{cm.}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.

$f_c = 28 \text{ MPa.}$   
 $f_y = 420 \text{ MPa.}$   
 $P_o = 4583 \text{ KN}$

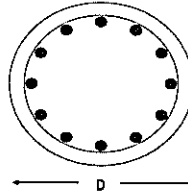


Razón de Ductilidad de Curvatura vs.  $P/P_o$

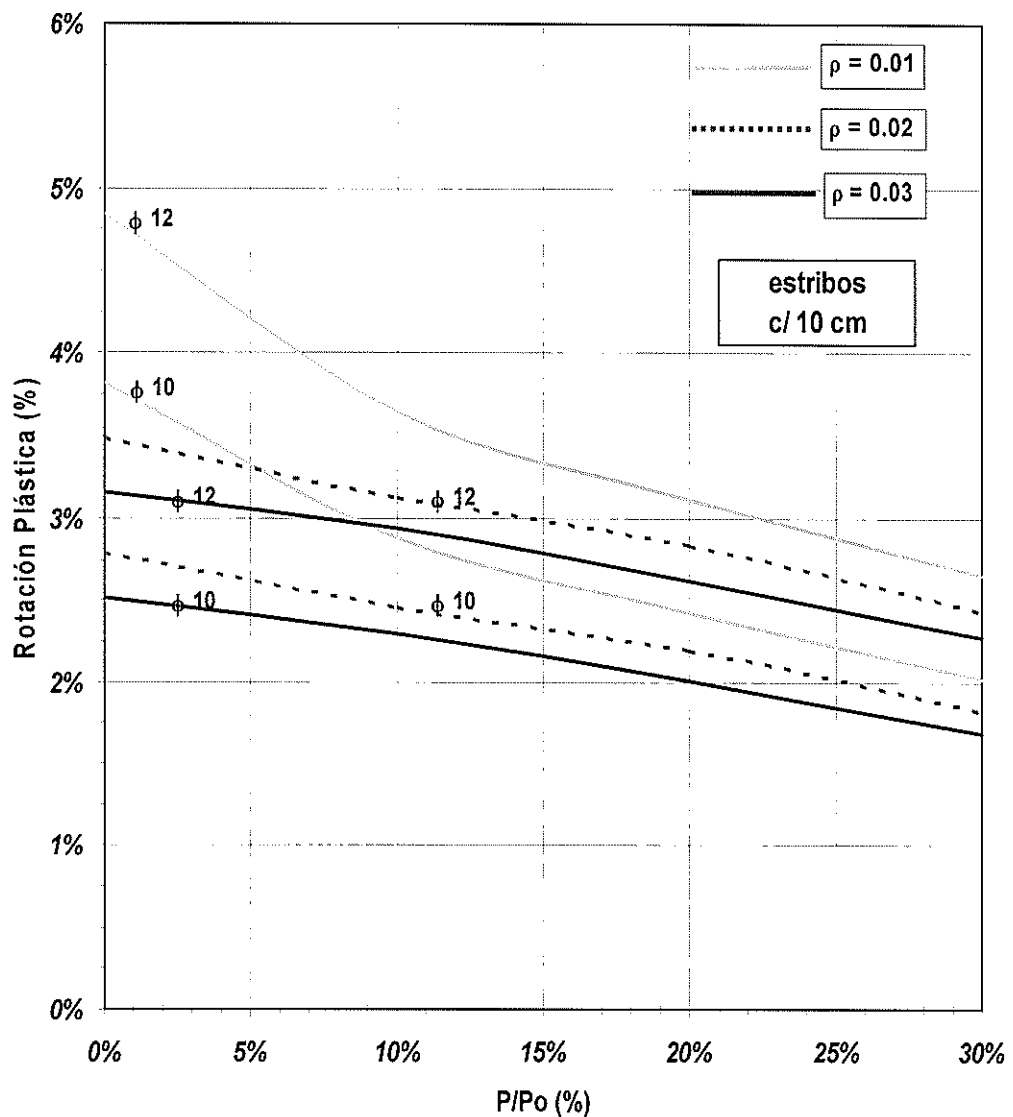


**Figura 4.30 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Circular  $D=50$  cm. ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f_c = 28$  MPa.  
 $f_y = 420$  MPa.  
 $P_o = 4583$  KN

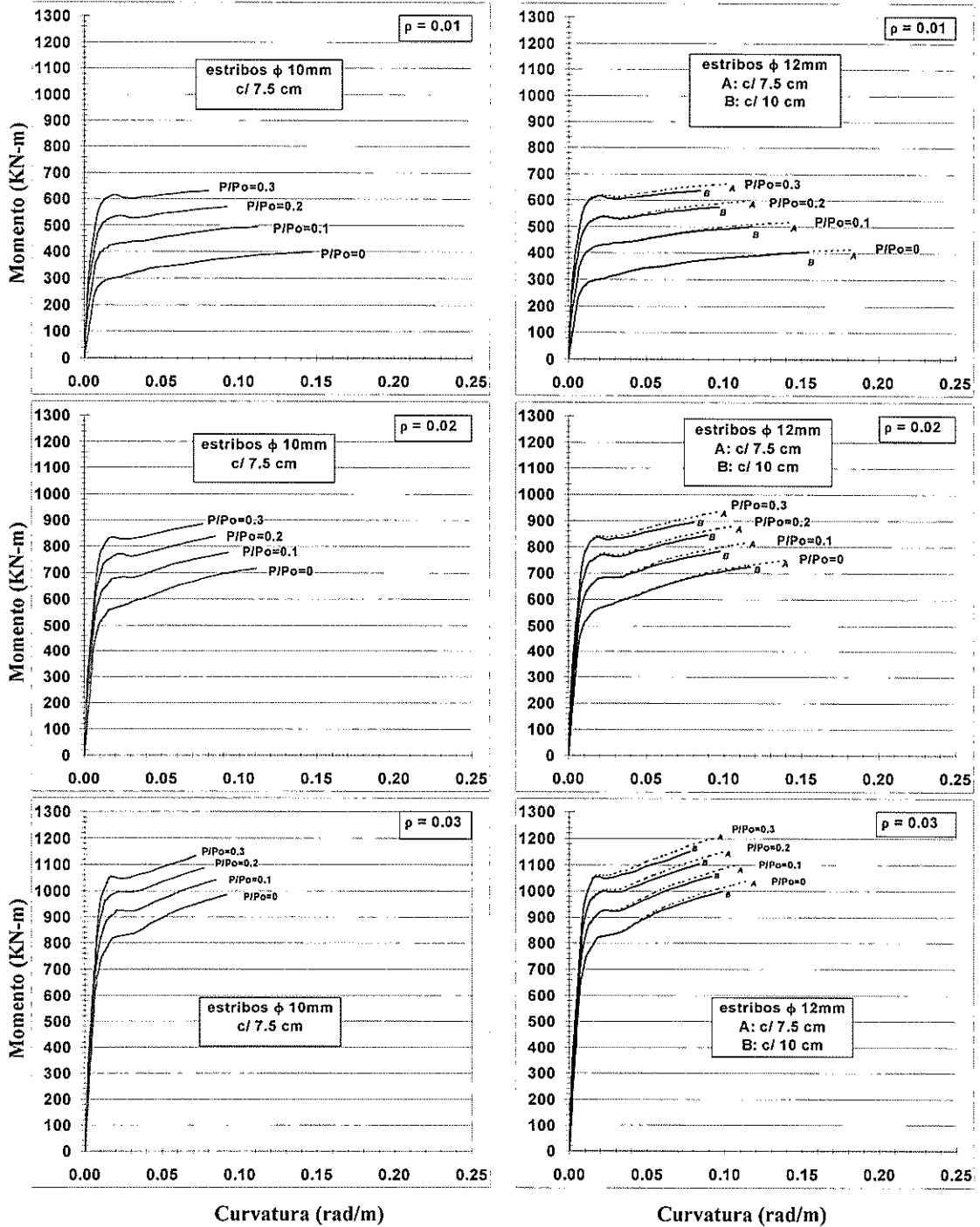
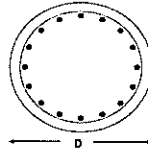


**Rotación Plástica vs. P/Po**



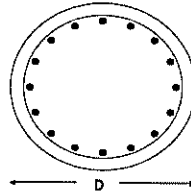
**Figura 4.31 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Circular  $D=60\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5cm.**

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 6600 \text{ KN}$

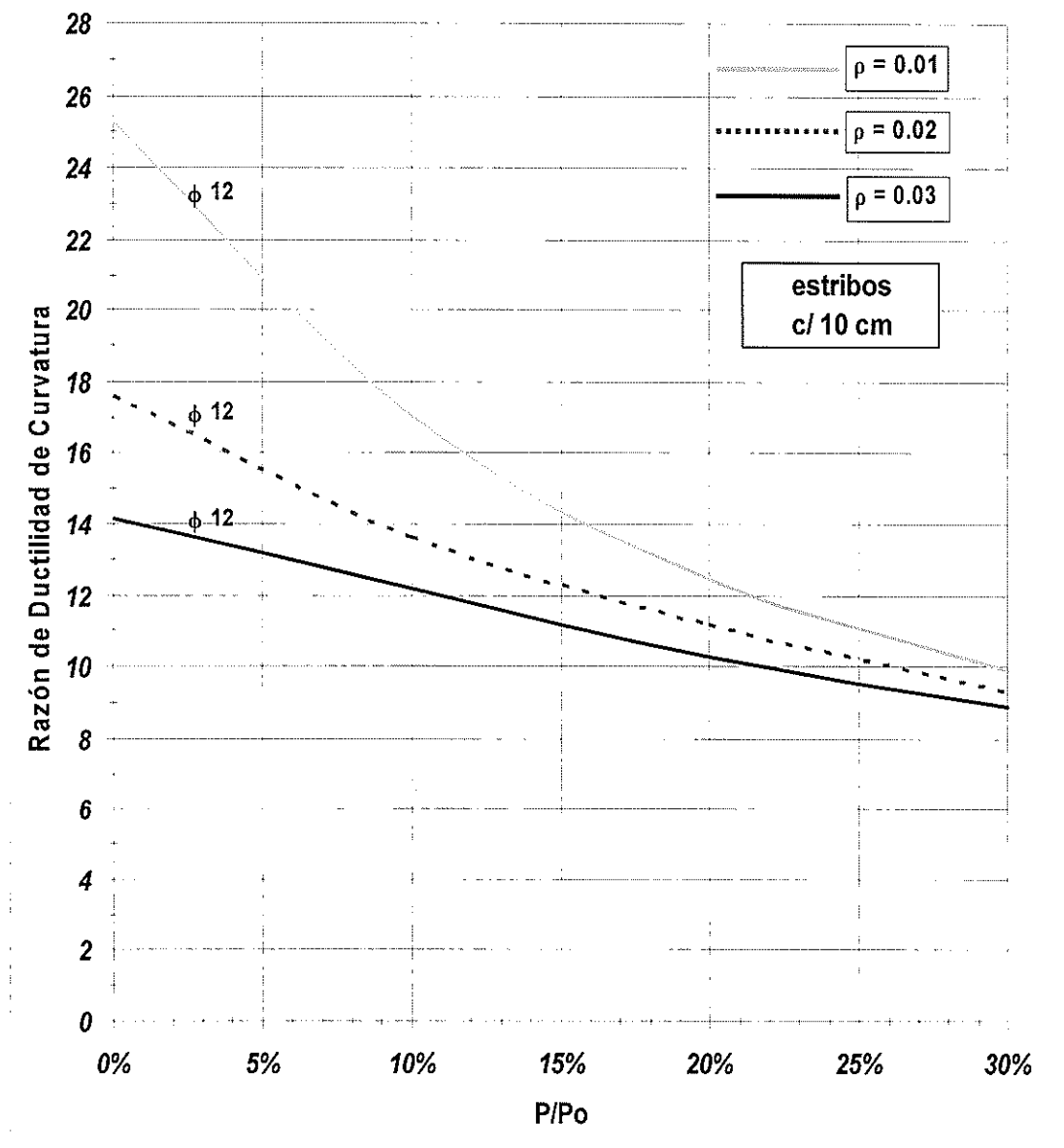


**Figura 4.32 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Circular  $D=60\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 6600 \text{ KN}$

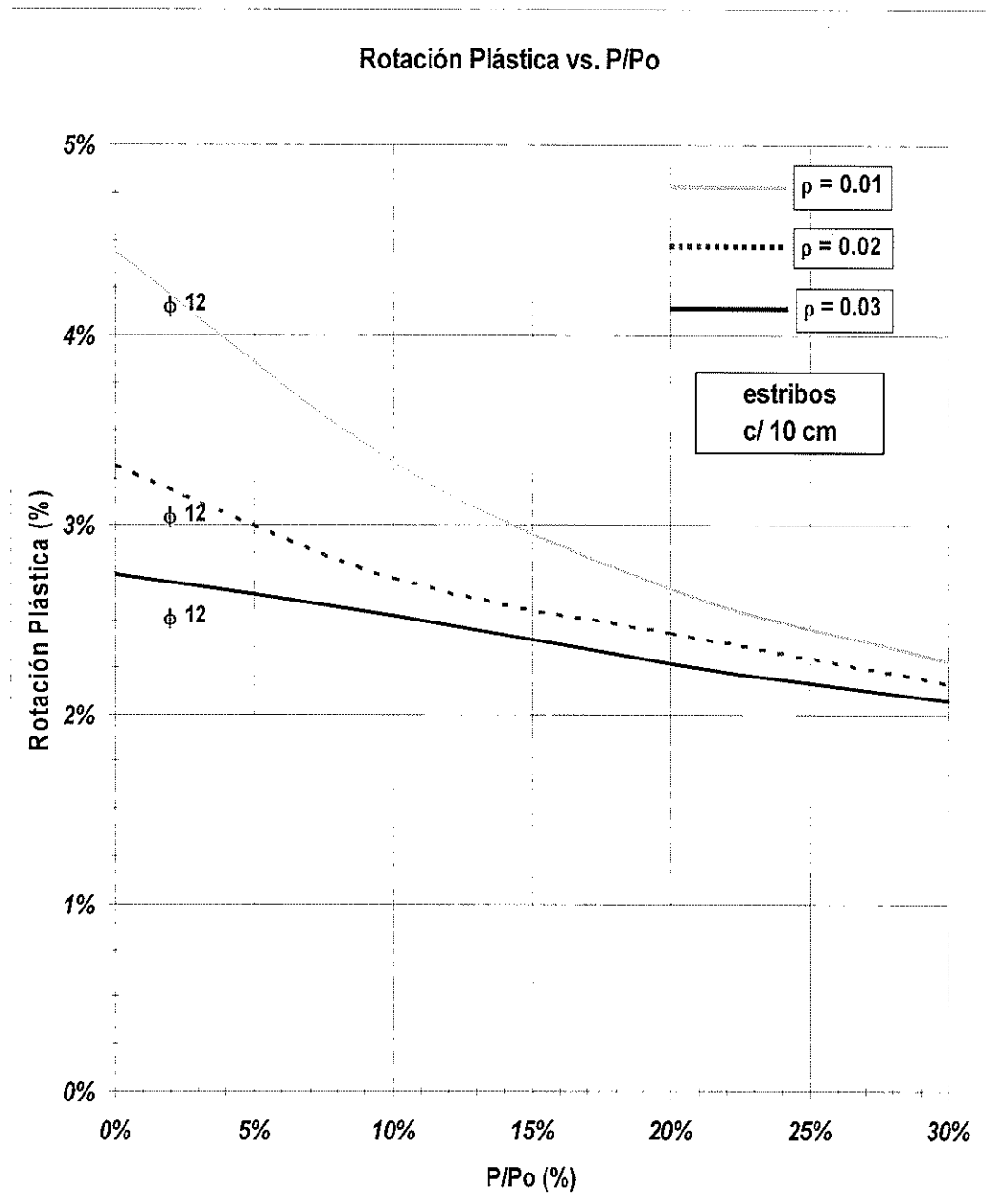
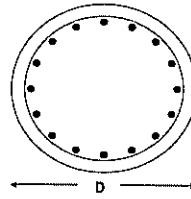


**Razón de Ductilidad de Curvatura vs. P/Po**



**Figura 4.33 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Circular  $D=60\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

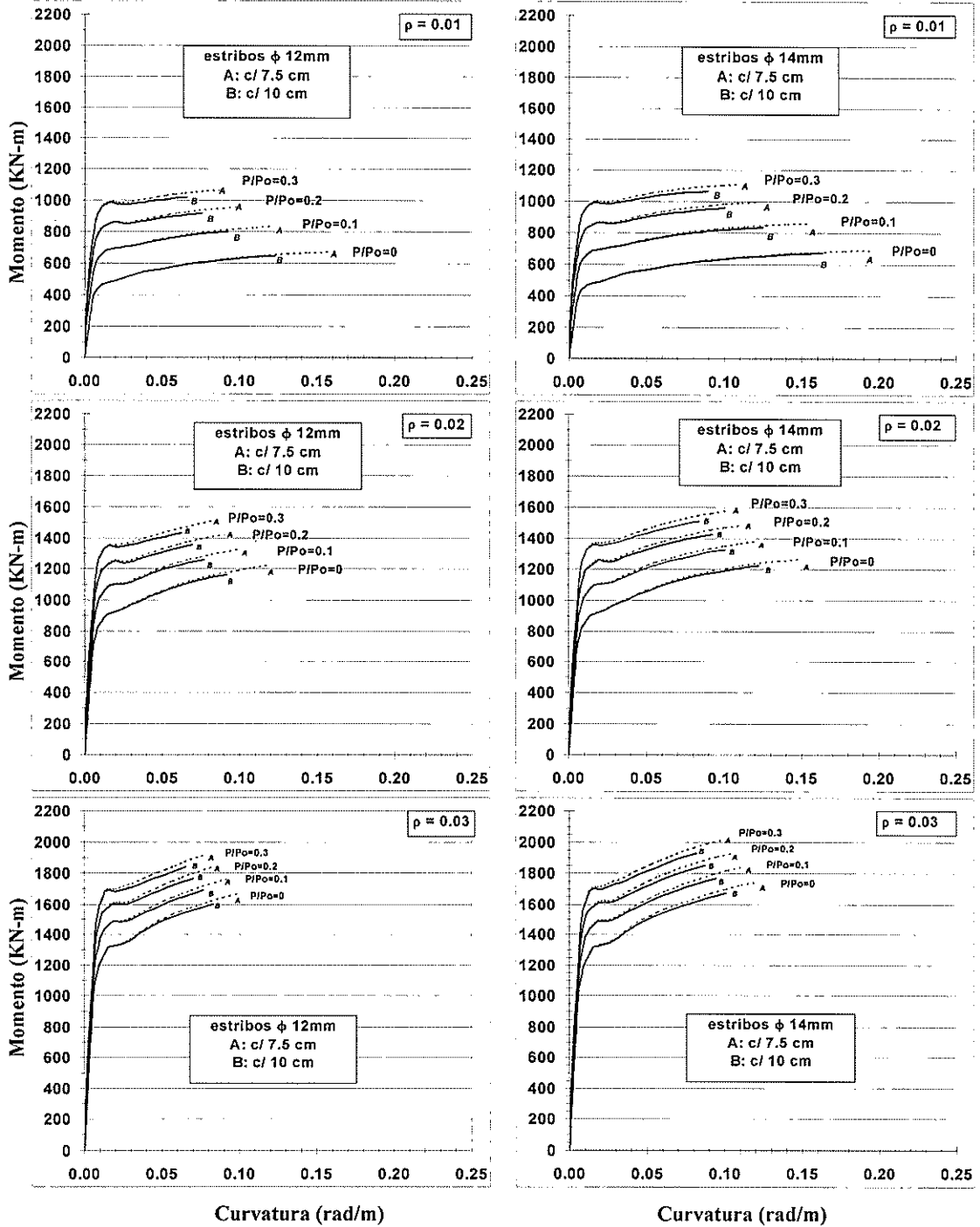
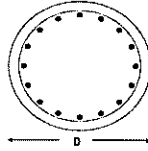
$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 6600 \text{ KN}$





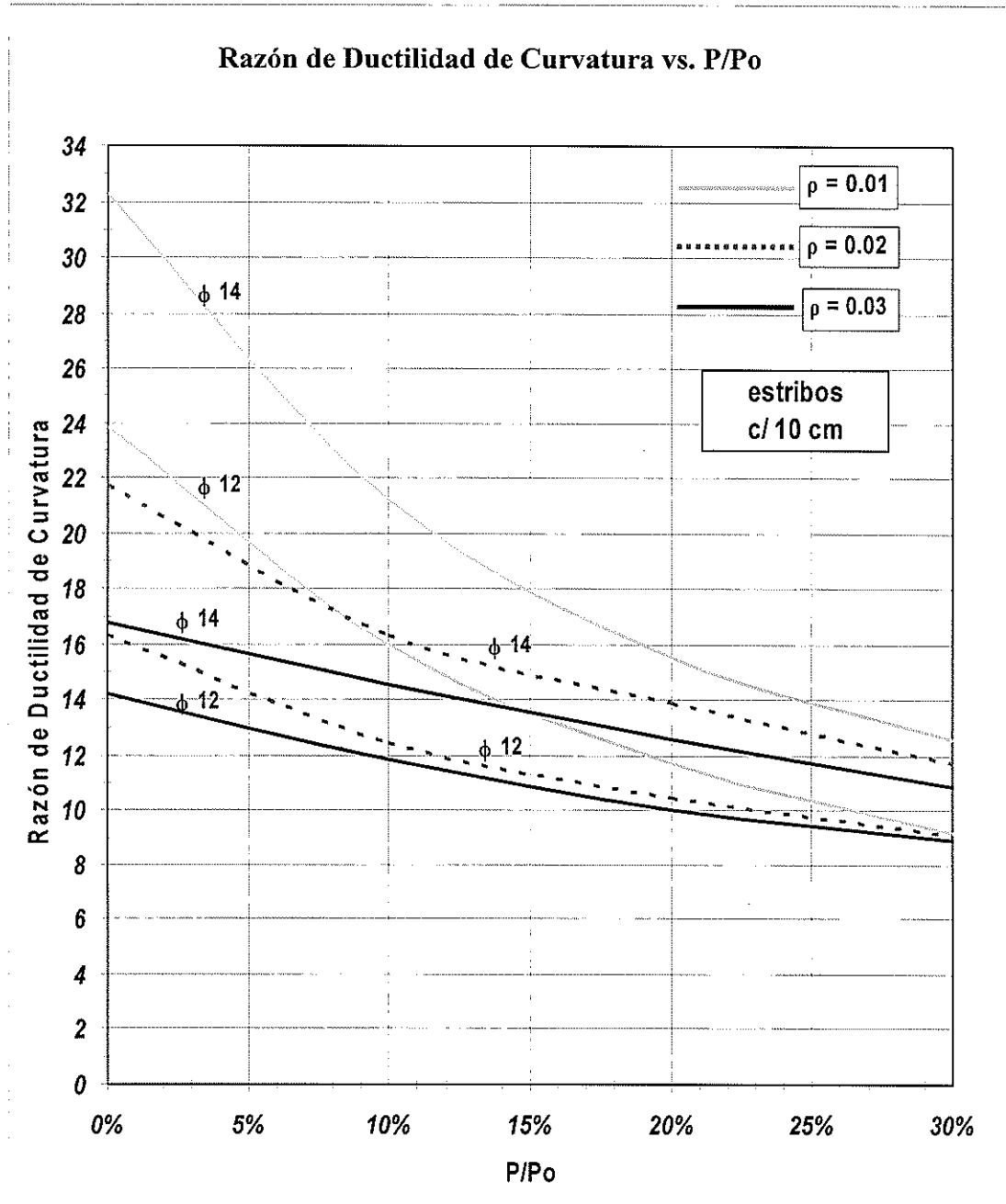
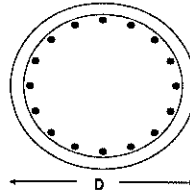
**Figura 4.34 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Circular  $D=70\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f'_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 8982 \text{ KN}$



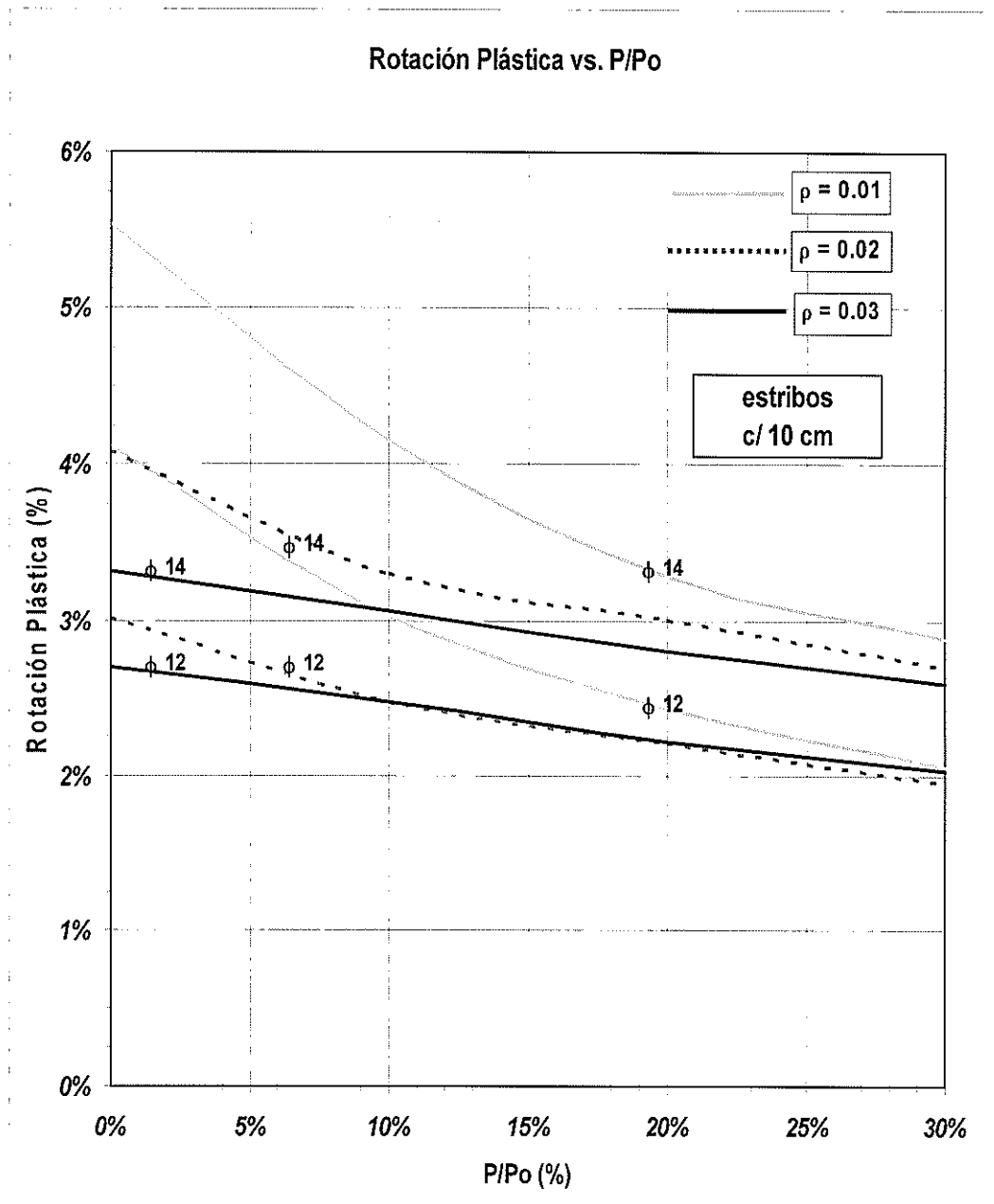
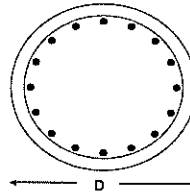
**Figura 4.35 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Circular  $D=70\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 8982 \text{ KN}$



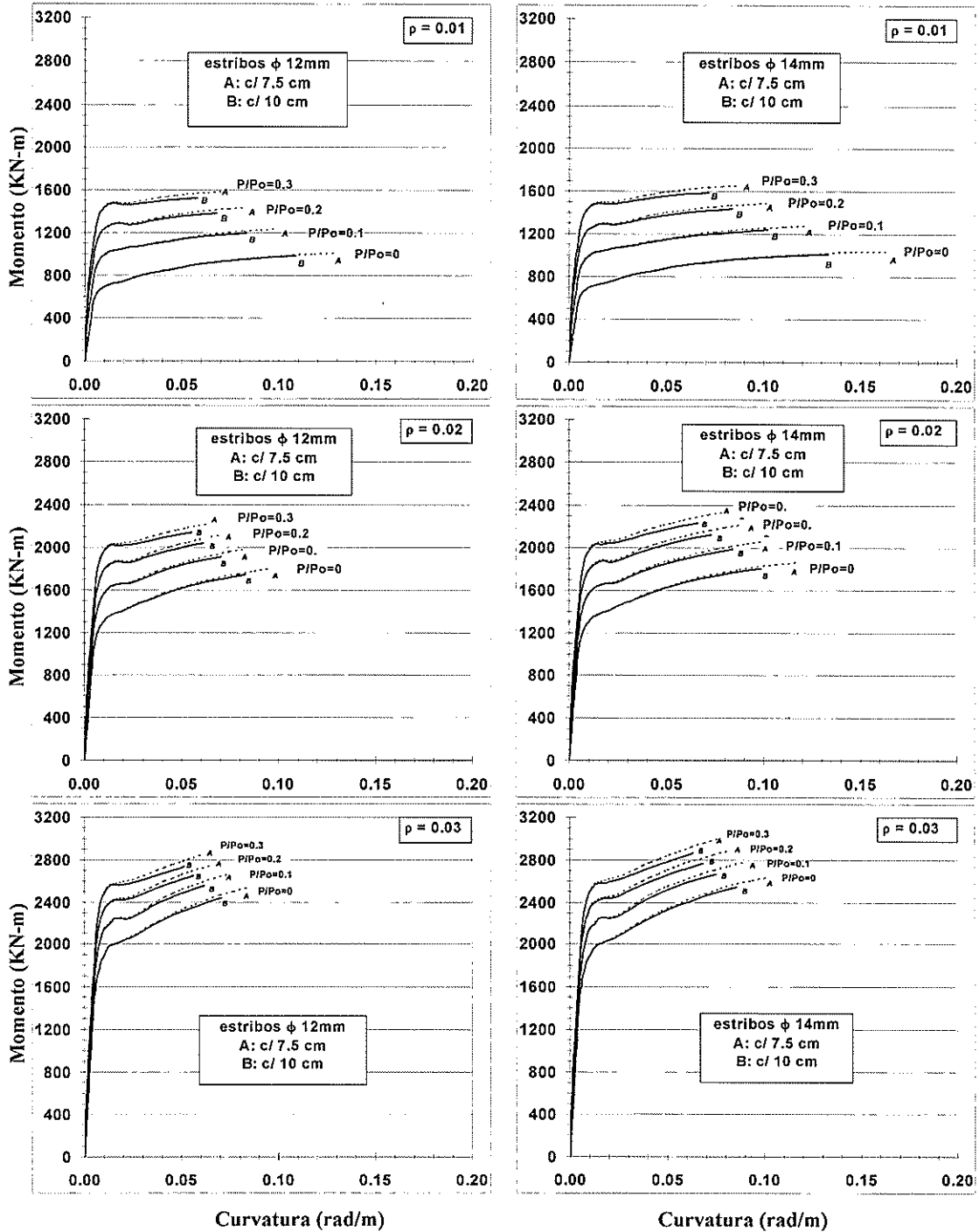
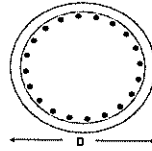
**Figura 4.36 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Circular  $D=70\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f_c = 28 \text{ MPa}$ .  
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ .  
 $P_o = 8982 \text{ KN}$



**Figura 4.37 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Circular  $D=80$  cm.; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f'_c = 28$  MPa.  
 $f_y = 420$  MPa.  
 $P_o = 11731$  KN



**Figura 4.38 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL**  
*Columna Circular D=80 cm. ; recubrimiento = 2.5 cm.*

$f'_c = 28 \text{ MPa.}$   
 $f_y = 420 \text{ MPa.}$   
 $P_o = 11731 \text{ KN}$

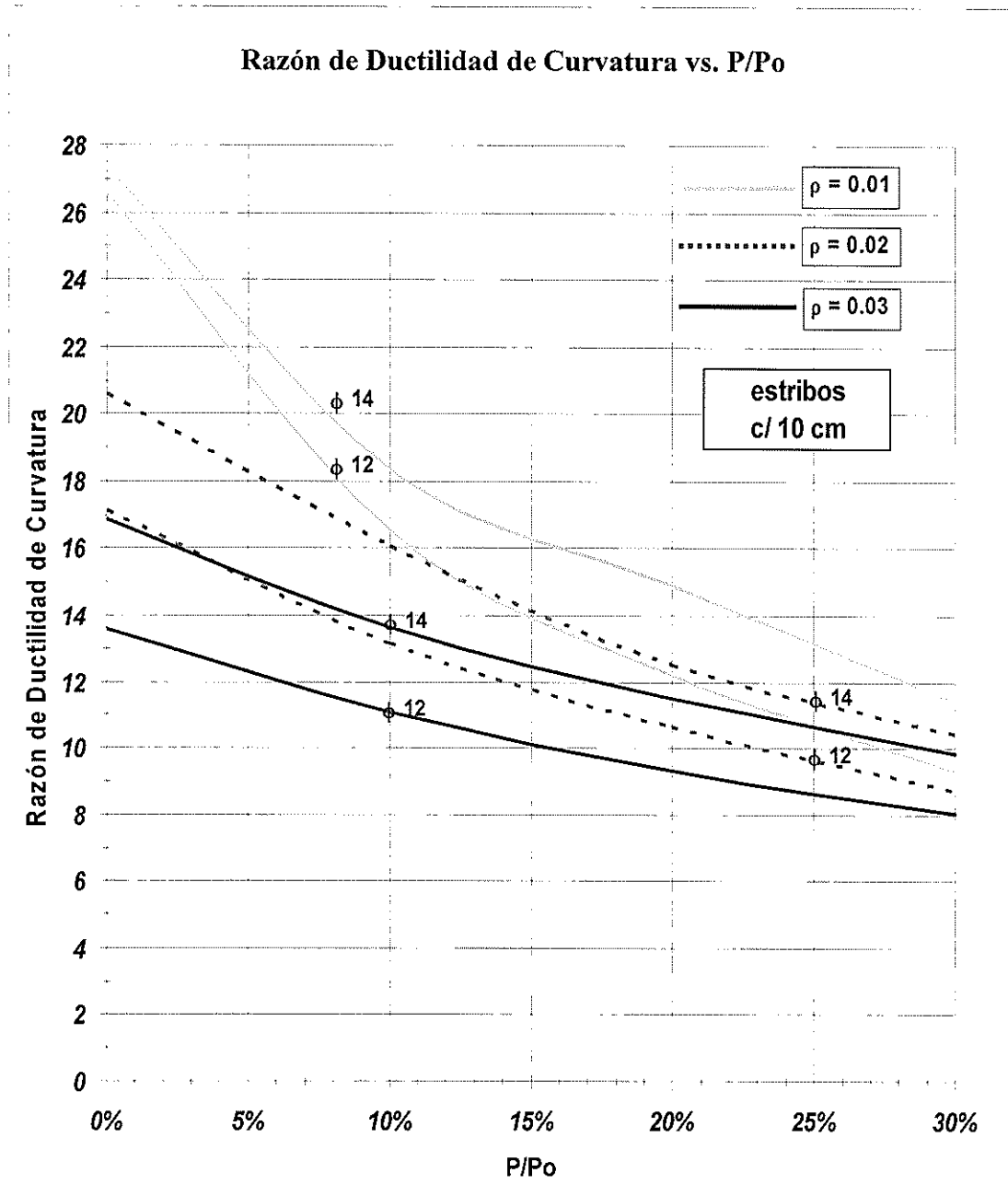
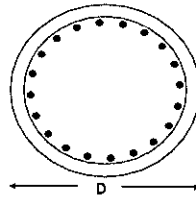
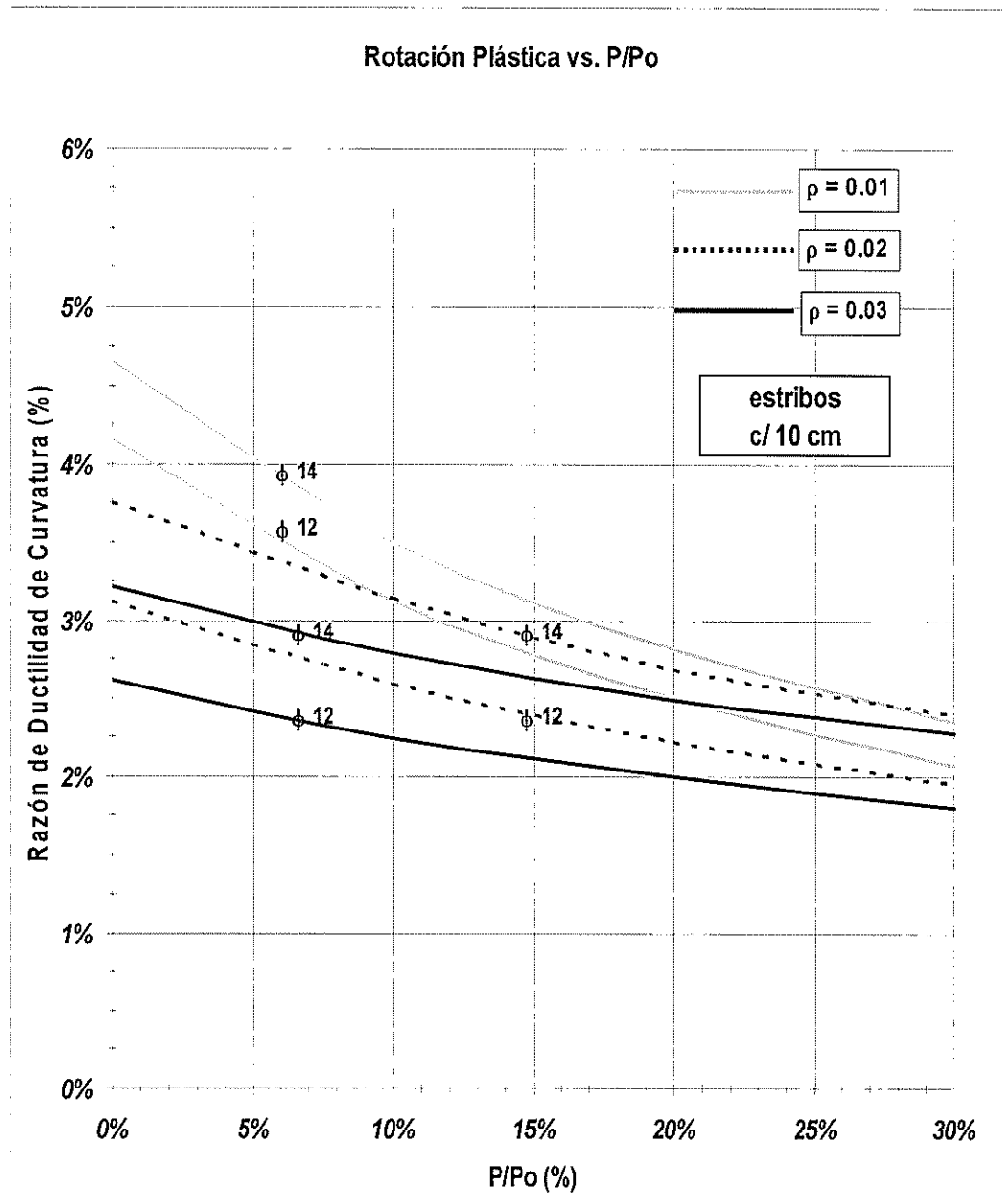
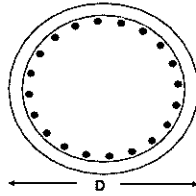


Figura 4.39 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL  
Columna Circular  $D=80$  cm. ; recubrimiento = 2.5 cm.

$f_c = 28$  MPa.  
 $f_y = 420$  MPa.  
 $P_o = 11731$  KN



**Figura 4.40 CURVAS MOMENTO VS. CURVATURA**  
**Columna Circular  $D=90\text{cm}$ . ; recubrimiento = 2.5 cm.**

$f'_c = 28 \text{ MPa}$   
 $f_y = 420 \text{ MPa}$   
 $P_o = 14848 \text{ KN}$

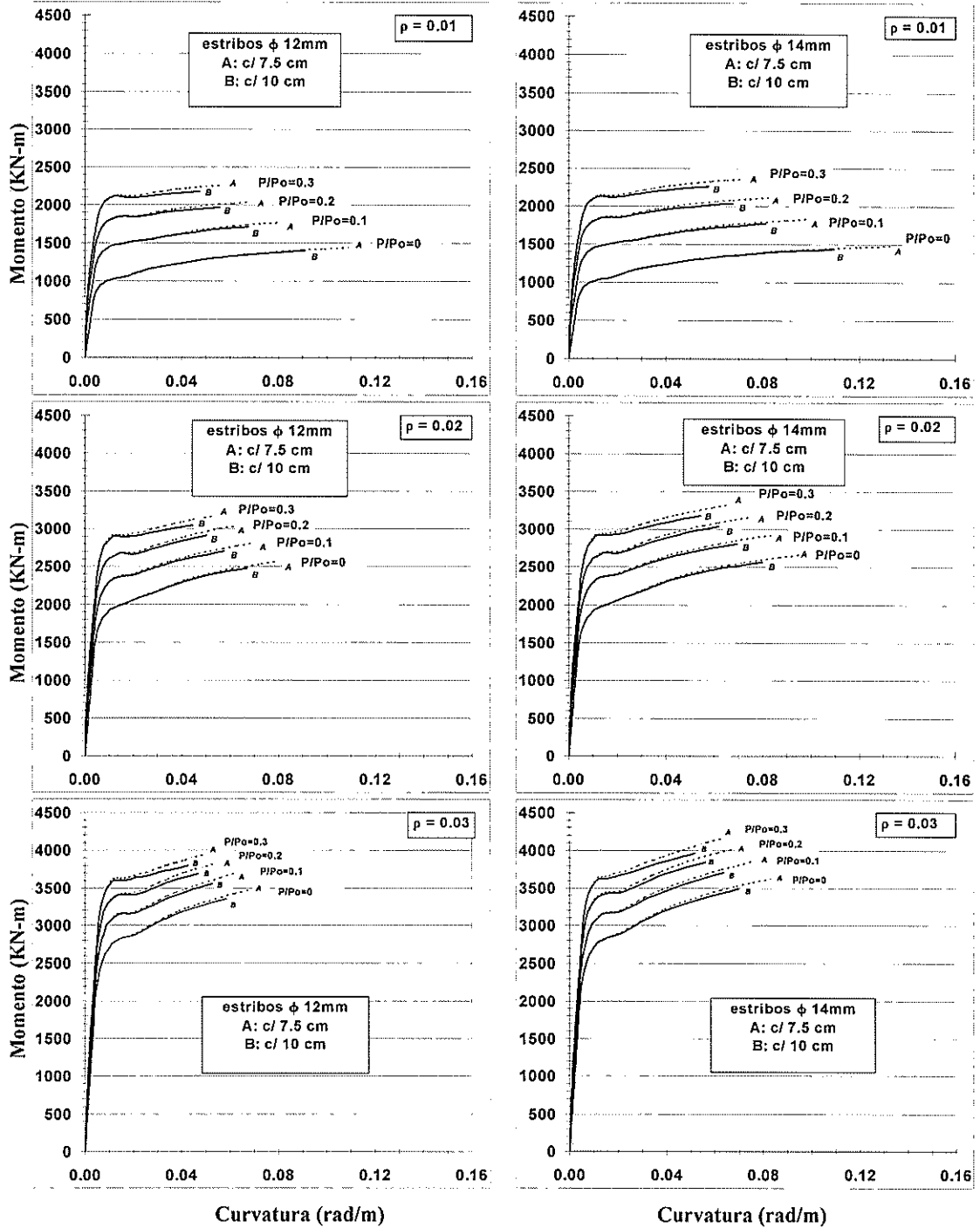
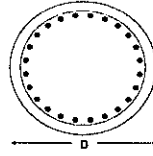
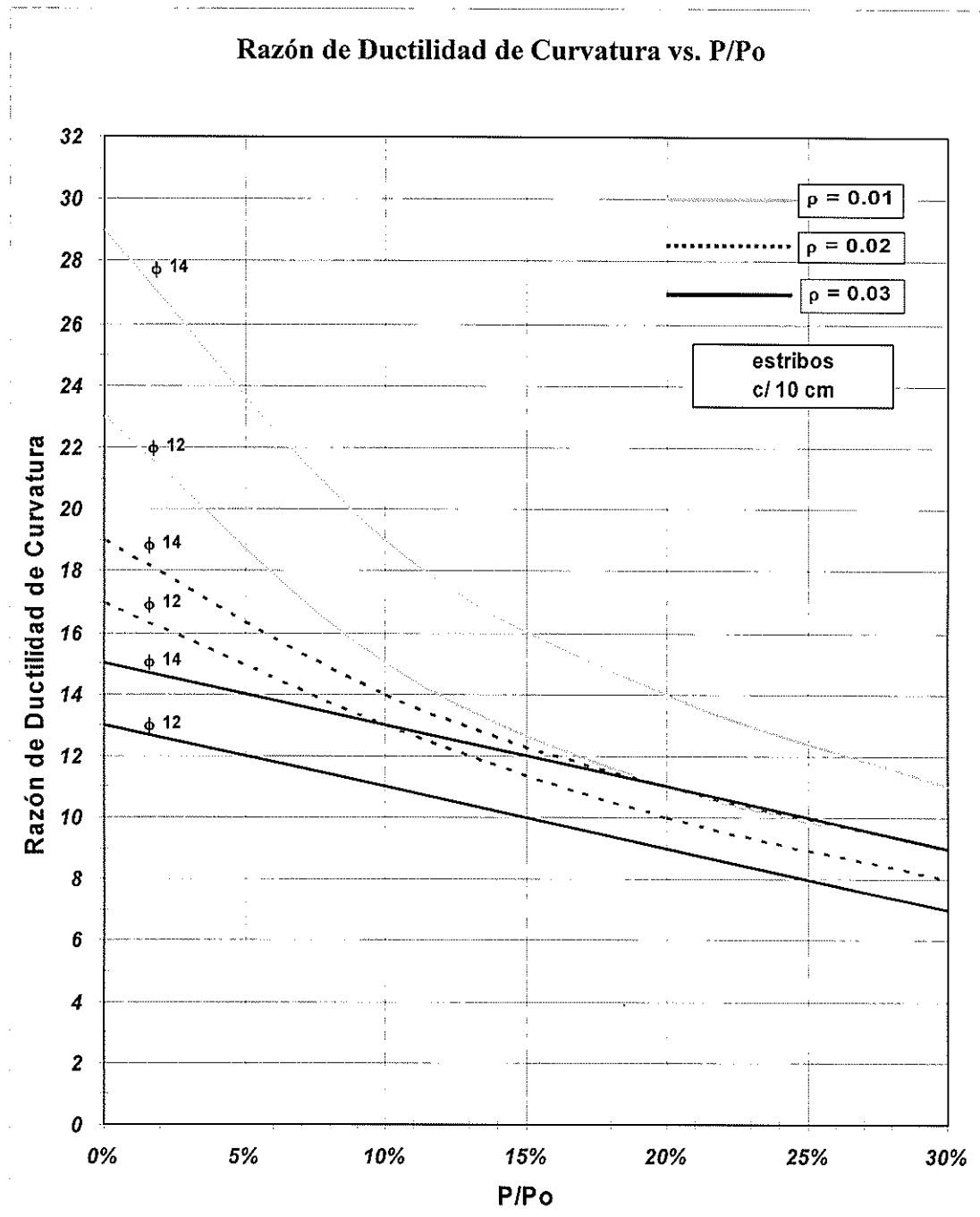
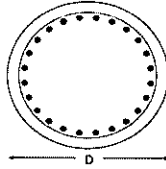


Figura 4.41 RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL  
Columna Circular  $D=90\text{cm.}$  ; recubrimiento = 2.5 cm.

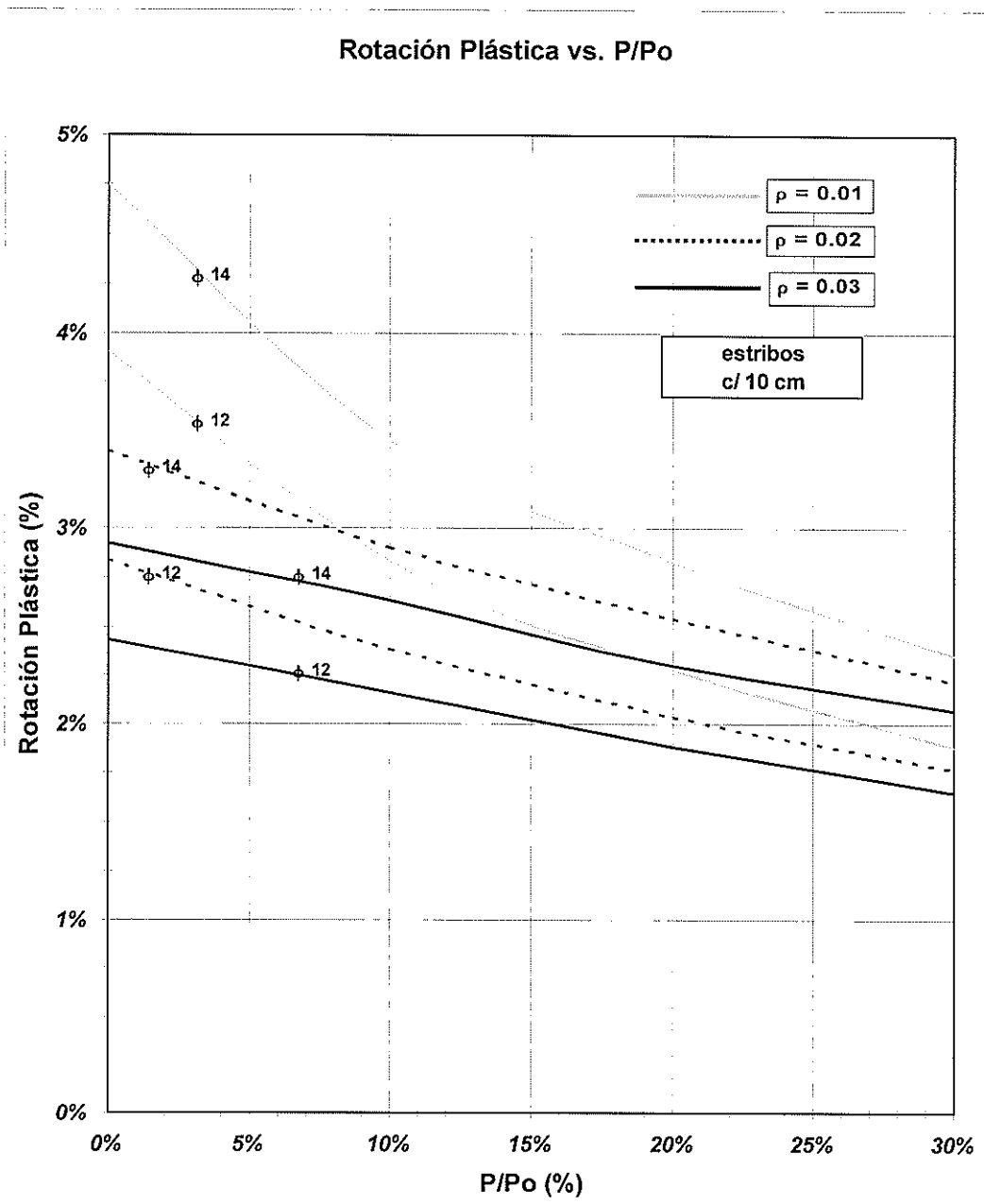
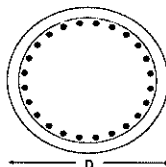
$f_c = 28 \text{ MPa}$   
 $f_y = 420 \text{ MPa}$   
 $P_o = 14848 \text{ KN}$





**Figura 4.42 ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL**  
**Columna Circular  $D=90\text{cm.}$  ; recubrimiento =  $2.5\text{ cm.}$**

$f_c = 28\text{ MPa}$   
 $f_y = 420\text{ MPa}$   
 $P_o = 14848\text{ KN}$



### 4.3 APLICACIÓN DE LAS CURVAS ELABORADAS

Las curvas presentadas en la sección 4.2 (figuras 4.1 a 4.42) sirven para determinar distintos parámetros que ayudan a definir el comportamiento de una columna frente a un sismo. Entre estos parámetros se encuentra la curvatura última ( $\phi_u$ ) y la curvatura cedente ( $\phi_y$ ) de la columna, valores ya definidos en los capítulos 2 y 3 de la presente tesis, y que para determinada sección transversal de columna se pueden encontrar de las curvas momento-curvatura que se presentan en la sección 4.2. Mediante estos parámetros ( $\phi_u$  y  $\phi_y$ ) podemos encontrar valores que miden la ductilidad de una columna como son la razón de ductilidad de curvatura ( $\mu_\phi$ ) y la rotación plástica ( $\theta_p$ ), conceptos explicados en el capítulo 2. La razón de ductilidad de curvatura se encuentra mediante la siguiente ecuación, también descrita en el capítulo 2:

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (4.2)$$

La Norma de Diseño Sismo-Resistente para el cantón Guayaquil (Sociedad Ecuatoriana de Ingeniería Sísmica, 2004) sugiere una razón de ductilidad de curvatura de 9 como valor conservativo para el diseño de edificios.

La rotación plástica de una columna se obtiene mediante la siguiente ecuación, también descrita en el capítulo 2:

$$\theta_p = L_p \phi_p = L_p (\phi_u - \phi_y) \quad (4.3)$$

En donde  $L_p$  es la longitud de rótula plástica de la columna que generalmente se toma como  $L_p = 0.5d$ , siendo  $d$  la dimensión más corta de la sección transversal de la columna.  $\phi_p$  es la curvatura plástica de la sección transversal y se encuentra mediante la ecuación:

$$\phi_p = \phi_u - \phi_y \quad (4.4)$$

El Código IBC 2003 establece un valor de deriva admisible del 2% para edificios Grupo I.

Las figuras que se presentan a continuación describen la manera de usar las curvas presentadas en la sección 4.2 para encontrar un valor determinado de razón de ductilidad de curvatura y de rotación plástica.

Por ejemplo, la figura 4.43 presenta la gráfica Razón de Ductilidad de Curvatura vs. Carga Axial para una columna de 50cm. de diámetro con las características que allí se observan. Para una Carga axial del 15% de  $P_0$ , un porcentaje de acero longitudinal de 2% y usando espirales de 10mm. de diámetro separadas cada 10cm., se obtiene una razón de ductilidad de curvatura de 11 como lo ilustra la figura 4.43.

---

RAZÓN DE DUCTILIDAD DE CURVATURA VS. CARGA AXIAL  
Columna Circular  $D=50\text{cm.}$ ; recubrimiento = 2.5 cm.

$$f_c = 28 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$P_0 = 4583 \text{ KN}$$

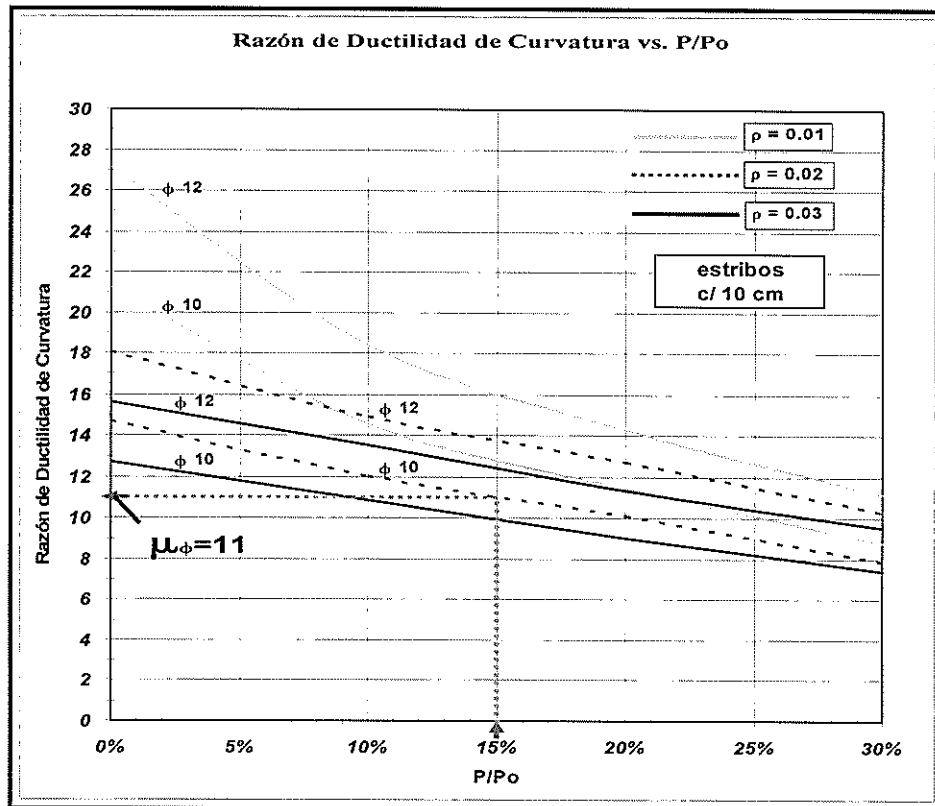
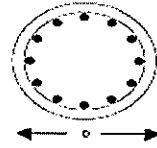
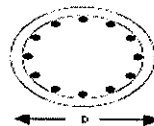


Figura 4.43. Obtención del valor de  $\mu_\phi$  para una columna de  $50\text{cm}$ . de diámetro, carga axial de  $15\%$  de  $P_0$ ,  $\rho = 2\%$  y espirales de  $10\text{mm}$ . de diámetro separadas cada  $10\text{cm}$ .

La figura 4.44 presenta la gráfica Rotación Plástica vs. Carga Axial para una columna de  $50\text{cm}$ . de diámetro con las características que allí se observan. Para una Carga axial del  $15\%$  de  $P_0$ , un porcentaje de acero longitudinal de  $2\%$  y usando espirales de  $10\text{mm}$ . de diámetro separadas cada  $10\text{cm}$ ., se obtiene una rotación plástica de  $2.35\%$  como lo ilustra la figura 4.44.

ROTACIÓN PLÁSTICA VS. CARGA AXIAL  
 Columna Circular  $D=50\text{ cm}$ ,  $\Delta$  recubrimiento =  $2.5\text{ cm}$ .

$f_c = 28\text{ MPa}$   
 $f_y = 420\text{ MPa}$   
 $P_0 = 4583\text{ KN}$



Rotación Plástica vs.  $P/P_0$

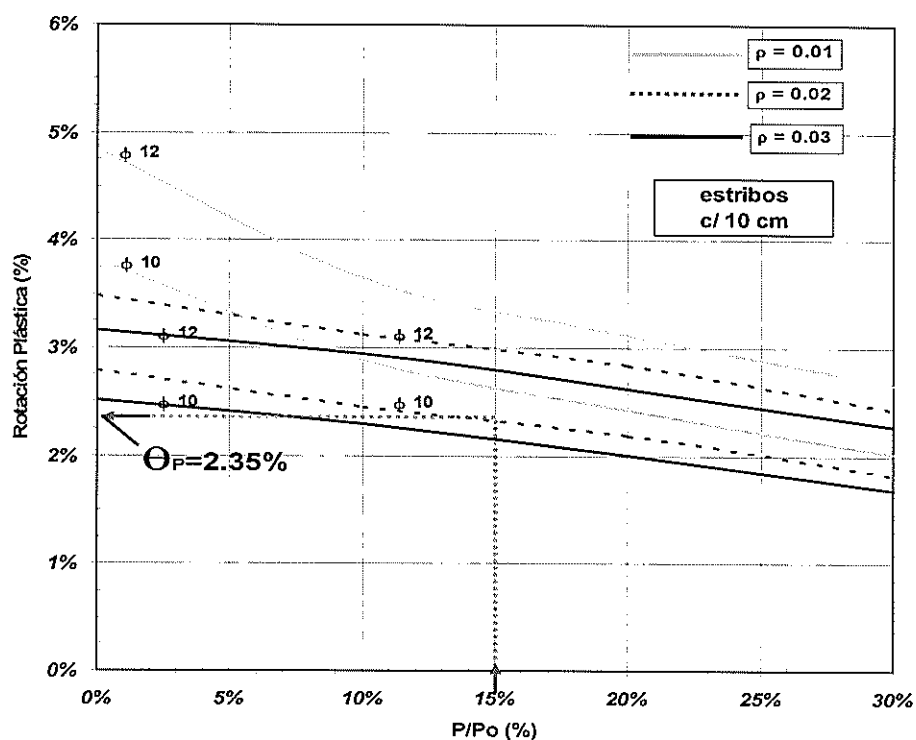


Figura 4.44. Obtención del valor de  $\theta_p$  para una columna de 50cm. de diámetro, carga axial de 15% de  $P_0$ ,  $\rho=2\%$  y espirales de 10mm. de diámetro separadas cada 10 cm.

## CAPITULO 5

### ANALISIS DE LAS CURVAS Y

### CONCLUSIONES

#### RESUMEN

Las curvas Momento-Curvatura ( $M - \phi$ ) presentadas en esta tesis han sido realizadas para diferentes secciones de columnas cuadradas y circulares, diferentes porcentajes de acero de refuerzo longitudinal ( $\rho = 0.01, 0.02$  y  $0.03$ ) y distintos porcentajes de carga axial ( $P/P_0 = 0, 0.10, 0.20$  y  $0.30$ ). Las curvas se han desarrollado con el programa XSECTION Versión 2.11 (Seyed, 1995). Este programa utiliza el modelo de Mander (1988) para el concreto confinado y el modelo de Park (1975) para el acero de refuerzo. Estos dos modelos toman en cuenta comportamientos de estos materiales (concreto confinado y acero de refuerzo) más cercanos a la realidad y probados mediante ensayos como los mencionados en el Capítulo 2. El modelo de Mander (1988) toma en cuenta el efecto de confinamiento del concreto mediante refuerzo transversal debidamente dispuesto. A su vez el modelo de Park (1975) para el acero de refuerzo toma en cuenta la característica de endurecimiento por deformación.

---

El  $f'_c$  empleado para generar las curvas es de 28 MPa. y el  $f_y$  es de 420 MPa., los estribos que se han usado son de 10mm., 12mm y 14mm (dependiendo de las dimensiones de la columna) y la separación de estribos que se ha utilizado es de 7.5 cm. y 10 cm.

Además, a partir de los diagramas Momento-Curvatura se han generado diagramas Razón de Ductilidad de Curvatura ( $\mu_\phi$ ) vs. Porcentaje de Carga Axial ( $P/P_0$ ) y diagramas Rotación Plástica ( $\theta_p$ ) vs. Porcentaje de Carga Axial para cada sección de columna.

## CONCLUSIONES

- 1) Los parámetros que tienen efectos significativos en la ductilidad de curvatura de las columnas son: el nivel de carga axial, la relación volumétrica del acero de confinamiento (esto incluye las dimensiones del núcleo confinado, el diámetro de la varilla de acero transversal, el espaciamiento del acero transversal) y el porcentaje de acero de refuerzo longitudinal.
  - 2) De los diagramas Momento vs. Curvatura para secciones cuadradas y circulares se concluye lo siguiente:
    - A medida que aumenta el porcentaje de acero longitudinal ( $\rho$ ) en la sección, la capacidad para resistir momentos flectores aumenta,
-

mientras que la curvatura última ( $\phi_u$ ) disminuye. Esto se debe a que un incremento en el área de acero longitudinal aumenta las fuerzas internas de tensión en la sección haciendo que el momento flector resistente también aumente. Por otro lado, un aumento en el área de acero longitudinal hace que para lograr el equilibrio de fuerzas y momentos en la sección, la longitud del eje neutro ( $kd$ ) aumente y por lo tanto la curvatura disminuya (Ver capítulo 2, sección 2.5.1).

- Conforme aumenta la carga axial en la columna (para valores de  $P/P_0$  entre 0 y 0.30) la capacidad de resistir momentos flectores aumenta mientras que la curvatura última ( $\phi_u$ ) disminuye. Esto se debe a que un aumento en la carga axial externa aumenta las fuerzas internas en la sección para satisfacer las ecuaciones de equilibrio, esto hace que el momento flector resistente también aumente. Este incremento en las fuerzas internas provoca que la longitud del eje neutro aumente y disminuya la curvatura.
  - Al incrementar el diámetro de las varillas del acero de refuerzo transversal (i.e., de 10mm. a 12mm. ó de 12mm. a 14mm.), para un mismo porcentaje de acero longitudinal y un mismo nivel de carga axial, se tiene un aumento en los valores de curvatura última ( $\phi_u$ ) mientras que la capacidad para resistir momentos flectores no experimenta variaciones significativas. Esto se debe a que el valor de
-



$\rho_s$  (relación volumétrica del acero de confinamiento), variable que depende del área de refuerzo transversal, de las dimensiones de la sección y de la separación de los estribos o espirales; es además directamente proporcional a la deformación última del concreto confinado  $\varepsilon_{cu}$  como se explicó en el Capítulo 2 (ecuación 2.21). Por lo tanto conforme el diámetro de las varillas del acero de refuerzo transversal aumenta el valor de  $\rho_s$  también aumenta junto con los valores de  $\varepsilon_{cu}$  y  $\phi_u$ .

- Adicionalmente, si el espaciamiento de estribos aumenta (i.e., de 7.5cm. a 10cm.), la curvatura última ( $\phi_u$ ) disminuye mientras que la capacidad para resistir momentos flectores no experimenta variaciones significativas. Esto es debido al valor de  $\rho_s$  (relación volumétrica del acero de confinamiento) tal como se explicó anteriormente.
  - Al incrementar las dimensiones de la sección transversal, la capacidad de resistir momentos flectores también se incrementa, en tanto que la curvatura última ( $\phi_u$ ) disminuye. Esto es debido al valor de  $\rho_s$  (relación volumétrica del acero de confinamiento) tal como se explicó anteriormente.
-

3) De los diagramas Razón de Ductilidad de Curvatura vs. Porcentaje de Carga Axial para secciones cuadradas se concluye lo siguiente:

- A medida que aumenta el porcentaje del acero de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) en la sección, la razón de ductilidad de curvatura ( $\mu_\phi$ ) disminuye. Esto es debido a la disminución de la curvatura última ( $\phi_u$ ) conforme aumenta  $\rho$  (como ya se explicó anteriormente), ya que

$$\mu_\phi = \phi_u / \phi_y.$$

- Conforme aumenta el porcentaje de carga axial ( $P/P_0$ ) se reduce la razón de ductilidad de curvatura de la columna. Además, si se aumenta el diámetro de los estribos (de 10mm. a 12mm.) la razón de ductilidad de curvatura también aumenta para un mismo porcentaje de acero de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ). Para columnas bajo cargas axiales del 10% de  $P_0$  ó menores con porcentajes de acero de refuerzo longitudinal de 1%, 2% y 3%, se obtuvieron razones de ductilidad de curvatura de **10 a 28** usando estribos de 10mm. de diámetro separados cada 10cm.; y razones de ductilidad de curvatura de **12 a 33** usando estribos de 12mm. de diámetro separados cada 10 cm. Asimismo para columnas bajo cargas axiales del 10% al 30% con porcentajes de acero de refuerzo longitudinal de 1%, 2% y 3%, se obtuvieron razones de ductilidad de curvatura de **6 a 17** usando estribos de 10mm. de diámetro separados cada 10cm.; y razones de

ductilidad de curvatura de **7 a 22** usando estribos de 12mm. de diámetro separados cada 10cm.

- Los valores de razón de ductilidad de curvatura de las columnas decrecen conforme aumentan las dimensiones de la sección transversal. Esto se debe principalmente al valor de  $\rho_s$  (relación volumétrica del acero de confinamiento), variable directamente proporcional a la deformación última del concreto confinado  $\varepsilon_{cu}$  como se explicó en el Capítulo 2 (ecuación 2.21). Conforme las dimensiones de la sección aumentan el valor de  $\rho_s$  disminuye considerablemente.

**4)** De los diagramas Razón de Ductilidad de Curvatura vs. Porcentaje de Carga Axial para secciones circulares se concluye lo siguiente:

- A medida que aumenta el porcentaje del acero de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) en la sección, la razón de ductilidad de curvatura ( $\mu_\phi$ ) disminuye. Esto es debido a la disminución de la curvatura última ( $\phi_u$ ) conforme aumenta  $\rho$  (como ya se explicó anteriormente), ya que

$$\mu_\phi = \phi_u / \phi_y.$$

- Conforme aumenta el porcentaje de carga axial ( $P/P_0$ ) se reduce la razón de ductilidad de curvatura de la columna. Además, si se aumenta el diámetro de los espirales (de 10mm. a 12mm. ó de 12mm. a 14mm.) la razón de ductilidad de curvatura también aumenta para

un mismo porcentaje de acero de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ). Para columnas bajo cargas axiales del 10% de  $P_0$  ó menores con porcentajes de acero de refuerzo longitudinal de 1%, 2% y 3%, se obtuvieron razones de ductilidad de curvatura de **11 a 23** usando espirales de 10mm. de diámetro separadas cada 10cm.; razones de ductilidad de curvatura de **11 a 29** usando espirales de 12mm. de diámetro separadas cada 10 cm.; y razones de ductilidad de curvatura de **13 a 32** usando espirales de 14mm. de diámetro separadas cada 10 cm. Asimismo para columnas bajo cargas axiales del 10% al 30% con porcentajes de acero de refuerzo longitudinal de 1%, 2% y 3%, se obtuvieron razones de ductilidad de curvatura de **7.5 a 16** usando espirales de 10mm. de diámetro separadas cada 10cm.; razones de ductilidad de curvatura de **7 a 20** usando espirales de 12mm. de diámetro separadas cada 10cm.; y razones de ductilidad de curvatura de **9 a 21** usando espirales de 14mm. de diámetro separadas cada 10cm.

- Los valores de razón de ductilidad de curvatura de las columnas decrecen conforme aumentan las dimensiones de la sección transversal. Esto se debe principalmente al valor de  $\rho_s$  (relación volumétrica del acero de confinamiento), variable directamente proporcional a la deformación última del concreto confinado  $\varepsilon_{cu}$  como

se explicó en el Capítulo 2 (ecuación 2.21). Conforme las dimensiones de la sección aumentan el valor de  $\rho_s$  disminuye considerablemente.

5) De los diagramas Rotación Plástica ( $\theta_p$ ) vs. Porcentaje de Carga Axial ( $P/P_0$ ) para secciones cuadradas se concluye lo siguiente:

- A medida que aumenta el porcentaje del acero de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) en la sección, la rotación plástica ( $\theta_p$ ) disminuye. Esto es debido a la disminución de la curvatura última ( $\phi_u$ ) conforme aumenta  $\rho$  (como ya se explicó anteriormente), ya que  $\theta_p = (\phi_u - \phi_y)L_p$ .
- Conforme aumenta el porcentaje de carga axial ( $P/P_0$ ) se reduce la rotación plástica de la columna ( $\theta_p$ ). Además, si se aumenta el diámetro de los estribos (de 10mm. a 12mm.) la rotación plástica también aumenta para un mismo porcentaje de acero de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ). Para columnas bajo cargas axiales del 10% de  $P_0$  ó menores con porcentajes de acero de refuerzo longitudinal de 1%, 2% y 3%, se obtuvieron rotaciones plásticas de **2% a 4.75%** usando estribos de 10mm. de diámetro separados cada 10cm.; y rotaciones plásticas de **2.25% a 5.75%** usando estribos de 12mm. de diámetro separados cada 10 cm. Asimismo para columnas bajo cargas axiales del 10% al 30% con porcentajes de acero de refuerzo longitudinal de

1%, 2% y 3%, se obtuvieron rotaciones plásticas de **1.3% a 3.25%** usando estribos de 10mm. de diámetro separados cada 10cm.; y rotaciones plásticas de **1.6% a 4.25%** usando estribos de 12mm. de diámetro separados cada 10cm.

- En todas las columnas bajo una carga axial menor al 10 % de  $P_0$  con porcentajes de acero de refuerzo longitudinal de 1%, 2% y 3%, se obtuvieron valores de rotación plástica mayores al **2%**, que es el valor de deriva admisible establecida por el Código IBC 2003 para Edificios Grupo I, mientras que para columnas bajo una carga axial entre el 10% y el 30 % el obtener valores de rotación plástica mayores al 2% está condicionado a los valores del porcentaje de carga axial ( $P/P_0$ ), al porcentaje de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) y al diámetro de las varillas de los estribos. Los diseñadores deberán prestar especial atención al diseño de la base de las columnas del primer entrepiso, que durante un sismo severo experimentarían comportamiento inelástico, a fin de garantizar valores de rotación plástica mayores ó iguales al 2%, ya que en estos sitios la formación de articulaciones plásticas es muy probable.
-

6) De los diagramas Rotación Plástica ( $\theta_p$ ) vs. Porcentaje de Carga Axial ( $P/P_0$ ) para secciones circulares se concluye lo siguiente:

- A medida que aumenta el porcentaje del acero de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) en la sección, la rotación plástica ( $\theta_p$ ) disminuye. Esto es debido a la disminución de la curvatura última ( $\phi_u$ ) conforme aumenta  $\rho$  (como ya se explicó anteriormente), ya que 
$$\theta_p = (\phi_u - \phi_y)L_p.$$
- Conforme aumenta el porcentaje de carga axial ( $P/P_0$ ) se reduce la rotación plástica de la columna ( $\theta_p$ ). Además, si se aumenta el diámetro de las espirales (de 10mm. a 12mm. ó de 12mm. a 14mm.) la rotación plástica también aumenta para un mismo porcentaje de acero de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ). Para columnas bajo cargas axiales del 10% de  $P_0$  ó menores con porcentajes de acero de refuerzo longitudinal de 1%, 2% y 3%, se obtuvieron rotaciones plásticas de **2.3% a 4.10%** usando espirales de 10mm. de diámetro separadas cada 10cm.; rotaciones plásticas de **2.25% a 5.25%** usando espirales de 12mm. de diámetro separadas cada 10 cm.; y rotaciones plásticas de **2.60% a 5.50%** usando espirales de 14mm. de diámetro separadas cada 10cm. Asimismo para columnas bajo cargas axiales del 10% al 30% con porcentajes de acero de refuerzo longitudinal de 1%, 2% y 3%, se obtuvieron rotaciones plásticas de **1.75% a 3.25%** usando

espirales de 10mm. de diámetro separadas cada 10cm.; rotaciones plásticas de **1.60% a 4.25%** usando espirales de 12mm. de diámetro separadas cada 10cm.; y rotaciones plásticas de **2.10% a 4.25%** usando espirales de 14mm. de diámetro separadas cada 10cm.

- En todas las columnas bajo una carga axial menor al 10 % de  $P_0$  se obtuvieron valores de rotación plástica mayores al **2%**, que es el valor de deriva admisible establecida por el Código IBC 2003 para Edificios Grupo I, mientras que para columnas bajo una carga axial entre el 10% y el 30 % el obtener valores de rotación plástica mayores al 2% está condicionado a los valores del porcentaje de carga axial ( $P/P_0$ ), al porcentaje refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) y al diámetro de las varillas de las espirales. Los diseñadores deberán prestar especial atención al diseño de la base de las columnas del primer entrepiso, que durante un sismo severo experimentarían comportamiento inelástico, a fin de garantizar valores de rotación plástica mayores ó iguales al 2%, ya que en estos sitios la formación de articulaciones plásticas es muy probable.
-



## **BIBLIOGRAFÍA**

1. Park, R., Paulay, T., "Estructuras de concreto reforzado", Primera Edición, México, Editorial Limusa, 1979.
  2. Paulay, T., Priestley, M.J.N., "Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings", First Edition, New York, John Wiley & Sons, 1992 .
  3. Priestley, M.J.N., Seible, F., Calvi, G.M., "Seismic Design and Retrofit of Bridges", First Edition, New York, John Wiley & Sons, 1996.
  4. Lara, O. "Demanda de Ductilidad global vs. Ductilidad local disponible en estructuras de hormigón armado", Guayaquil, Escuela Superior Politécnica del Litoral, 1985
  5. Viera, L.P., "Diseño Sísmico Basado en Desempeño de Edificios de Hormigón Armado", FUNDACYT,  
<http://www.fundacyt.org.ec/paginas/noticias/disenio-sismico-basado-en-desempeno-de-edificios-de-hormigon.pdf>
  6. Rojas, P., Centeno, J., "Evaluación del Desempeño Sísmico de Pórtico de la Nueva Terminal de Pasajeros del Aeropuerto Internacional José Joaquín de Olmedo", Asociación T.Y. Lin/H.J. Ross – Consulsísmica – Conyfis, 2006
  7. Seyed, M., "User's Manual for XSECTION", California, 1995
-