

AÑO: 2024

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: Segunda

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**

PROFESORES: Laveglia Franca, Martín Carlos,
Pastuizaca María Nela, Ramírez John, Sánchez
Joffre, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 23 de enero de 2025

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____

NÚMERO DE MATRÍCULA: _____

PARALELO: _____

1. (15 Puntos)

A continuación, encontrará 3 afirmaciones, donde debe determinar si estas son verdaderas o falsas. En cada caso debe justificar su elección, bien sea presentando alguna demostración, contraejemplo o cálculo:

Sean V y W dos espacios vectoriales de dimensión finita, con producto interno sobre \mathbb{R} y T una transformación lineal de V en W .

- Si una matriz A de orden $n \times n$ es invertible, entonces cero no es un autovalor de A .
- Si u, v son dos vectores ortogonales en V , entonces $\{u, v\}$ es un conjunto linealmente independiente.
- Sea A una representación matricial de T , entonces $A^T A$ es una matriz diagonalizable de manera ortogonal.

2. (20 Puntos)

Sea $T: P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación lineal definida por: $T(ax^2 + bx + c) = \begin{pmatrix} a + b + c \\ a - b + c \\ a + b - c \end{pmatrix}$.

- a. Determine si T es un isomorfismo, justifique su respuesta.
- b. Obtenga la regla de correspondencia de T^{-1} , en caso de que T sea un isomorfismo.

3. (25 Puntos)

Sea $H = \{p(x) \in P_2(\mathbb{R}) / p'(2) = p(1)\}$ un subespacio vectorial de $V = P_2(\mathbb{R})$, con el producto interno canónico en V .

- a. Determine H^\perp .
- b. Encuentre una base ortonormal para H .
- c. Dado $r(x) = x^2 - 2x + 1$, encuentre los polinomios $h(x) \in H$ y $s(x) \in H^\perp$, tal que $r(x) = h(x) + s(x)$.

4. (20 Puntos)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, determine los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los cuales la matriz

A :

- a. Sea diagonalizable.
- b. No sea diagonalizable.

5. (20 Puntos)

Sea V un espacio vectorial real con un producto interno definido y H un subespacio vectorial de V . Demostrar que:

- a. H^\perp es un subespacio de V .
- b. $H \cap H^\perp = \{0_V\}$.