Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2022**	PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**
MATERIA: **Álgebra lineal**	PROFESORES: Celleri M, Laveglia Franca, Martínez Margarita, Ramirez John, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.
EVALUACIÓN: Segunda	
TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**	FECHA: 26 de enero de 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ……..…………. al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.
"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ______________________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ________________ ***PARALELO:*** ____

1. ***(30 Puntos)***

Califique justificadamente las siguientes proposiciones como:

S ***(siempre verdadera)***, (N) ***Nunca verdadera*** o (A) ***A veces verdadera***.

a. Sea T una transformación lineal sobreyectiva de V en W, si $gen\{v_1, v_2, v_3\} = V$, entonces $gen\{T(v_1), T(v_2), T(v_3)\} = W$.
b. Sea V un espacio vectorial con producto interno, si $\{v_1, v_2, v_3\}$ es ortogonal, entonces $\{v_1, v_2, v_3\}$ es linealmente independiente.
c. Sea $q(x, y)$ una ecuación cuadrática y M su representación matricial. Si los puntos que satisfacen la ecuación $q(x, y) = 0$ describen una parábola en el plano, entonces M es una matriz invertible.

2. ***(20 Puntos)***

Se define la siguiente función:

$$f: P_2\,[\mathbb{R}] \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$f\big(p(x)\big) = \big(p(1), p'(1), p''(1)\big)$$

a.- Determine si f es una transformación lineal. (6 puntos)

b.- Si lo es, indique si es biyectiva. (8 puntos)

c.- De serlo, entonces halle f^{-1}. (6 puntos)

3. *(20 Puntos)*

Sean el espacio vectorial $S_{2\times 2} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} / a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ con el producto interno definido por:

$$\left(\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ b_1 & c_1 \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ b_2 & c_2 \end{pmatrix} \right) = a_1 a_2 + 2b_1 b_2 + 3c_1 c_2$$

y $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a+b \end{pmatrix} / a, b \in R \right\}$ un subespacio de $S_{2\times 2}$

Determine:

a) El complemento ortogonal de W
b) La proyección ortogonal de $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ sobre $W^{\perp}$

4. ***(20 Puntos)***

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 1+\alpha & 2 \end{pmatrix}$ con $\alpha > 0$, sean λ_1 y λ_2 los valores propios de A. Determine el espacio propio correspondiente a uno de estos valores propios.

5. (20 Puntos)

Sean V y W dos espacios vectoriales reales y $T: V \longrightarrow W$ una transformación lineal inyectiva. Pruebe que si $\langle\ ,\ \rangle_*: W \times W \longrightarrow \mathbb{R}$ es un producto interno en W, entonces $\langle\ ,\ \rangle: V \times V \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por: $\langle x, y\rangle = \langle T(x), T(y)\rangle_*$ es un producto interno en V