ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Año: 2018-2019	Período: Segundo Término
Materia: Cálculo de Varias Variables	Profesores: Geovanny Argüello, Nelson Córdova, David De Santis, Rosa Díaz, Jorge Medina, Alex Moreno, Heydi Roa, Pedro Ramos, Luz Rodríguez, Soraya Solís, Xavier Toledo, José Vera.
Evaluación: Primera	Fecha: 19 de noviembre de 2018

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ...al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma:....................................... ***NÚMERO DE MATRÍCULA***:................................ ***PARALELO***:............

RUBRICA DE LA PRIMERA EVALUACIÓN

1. (10 p.) Sean las rectas $L_1 : \dfrac{x-7}{3} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{1-z}{2}$; $L_2 : \begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -3t+1 \\ z = 4t+1 \end{cases}$ $; t \in \mathbb{R}$.

   a) Hallar de ser posible el punto de intersección P entre ambas rectas.

   - Plantea sistema de ecuaciones para hallar P...........2 p.
   - Resuelve el sistema y obtiene los parámetros...........2 p.
   - Calcula P......1 p.

   b) Hallar de ser posible, la ecuación de la esfera con centro en P y que es tangente al plano $\pi : 2x+2y+z-1=0$.

   - Justifica que la distancia del plano a P
     es el radio de la esfera requerida........................2 p.
   - Calcula la distancia del plano a P.....................1 p.
   - Escribe la ecuación canónica de la esfera correctamente......2 p.

2. (10 p.) Dada la superficie $S : z = 6 - x^2 - y^2$; $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

   a) Si $z = f(x, y)$, grafique los conjuntos de nivel CN_α de f, tal que $\alpha \in \{0, 6, 10\}$.

   - Plantea definición de conjunto de nivel.................................1 p.
   - Grafica correctamente cada conjunto de nivel (1 p. c/u).......3 p.

   b) Si Q es el sólido acotado por S y el plano $y + z = 0$, dibuje la proyección de Q sobre el plano YZ. Especifique la escala utilizada.

   - Realiza un bosquejo gráfico del sólido...........................2 p.
   - Grafica curvas de la proyección....................2 p.
   - Dibuja la proyección indicando la escala.......2 p.

3. (10 p.) Considere la función $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1 - cos(\sqrt{x^2 + y^2})}{x^2 + y^2} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ A & ; (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

   a) Calcule el valor de $A \in \mathbb{R}$ para que f sea continua en $(0, 0)$.

   - Plantea criterio de continuidad explicando que A sea el valor del límite de f en el punto $(0, 0)$.......................2 p.
   - Calcula el valor del límite en $(0, 0)$................................2 p.

   b) Con el valor A obtenido, determine $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.

   - Escribe definición de límite de una derivada parcial en el punto $(0, 0)$......................1 p.
   - Calcula correctamente el límite y especifica respuesta (0)........2 p.
   - Calcula la otra derivada parcial (0)....................1 p.

   c) Con los resultados obtenidos en los literales *a*) y *b*), justifique si es posible concluir que f es diferenciable en $(0, 0)$.

   Justifica que no es suficiente los resultados anteriores para concluir diferenciabilidad en $(0, 0)$..........2 p.

4. (10 p.) Sean las funciones

$$F(u,v) = \left(e^{\frac{u}{v}}, uv\right);\ u,v \in \mathbb{R};\ v \neq 0,$$
$$G(x,y) = (1 - x^2y^2 - x - y, 1 + x^2 + y^2);\ x,y \in \mathbb{R}.$$

Empleando el teorema de la función compuesta:

a) Justifique que $F \circ G$ es diferenciable en el punto $(0,0)$.

- Verifica hipótesis del teorema en el punto $(0,0)$................2 p.
- Justifica correctamente.....................1 p.

b) Calcule la matriz $D(F \circ G)(0,0)$.

- Plantea el producto de las Jacobianas de acuerdo al teorema........1 p.
- Calcula correctamente las Jacobianas (2 p. c/u).....................4 p.
- Calcula producto y especifica respuesta correcta.....................2 p.

5. (10 p.) Dada la ecuación $xe^{z-1} - \sqrt{yz} = 0$; $x,y,z > 0$ y sea $(x_0, y_0, z_0) = (1,1,1)$ un punto que la satisface.

a) Justifique que la ecuación define a $z = \phi(x,y)$, en una vecindad del punto $(1,1)$, con ϕ diferenciable en dicha vecindad.

- Verifica hipótesis del teorema de la función implícita en el punto $(1,1,1)$.................2 p.
- Justifica correctamente..........................1 p.

b) Escriba la fórmula de Taylor de Primer Orden de ϕ en $(1,1)$, expresándola en términos de x e y.

- Plantea fórmula general de Taylor de Primer Orden........1 p.
- Calcula correctamente las derivadas parciales en forma implícita (1 p. c/u).....................2 p.
- Plantea vector incremento.........................1 p.
- Reemplaza datos y especifica la fórmula en x e y..............3 p.