

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE POSTGRADOS**

PROYECTO DE TITULACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

**“MAGÍSTER EN LOGÍSTICA Y TRANSPORTE CON MENCIÓN
EN MODELOS DE OPTIMIZACIÓN”**

TEMA:

ESTUDIO COMPARATIVO DE ALGORITMOS BASADOS EN
METAHEURÍSTICAS APLICADOS A LA SOLUCIÓN DEL
PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON CAPACIDAD
LIMITADA

AUTOR:

FANNY YAMEL SANABRIA QUIÑONEZ

Guayaquil – Ecuador

2018

DEDICATORIA

A Dios y a mi familia.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios porque de Él proviene toda la sabiduría y sin Él nada de esto hubiera sido posible.

También a mi director de tesis PhD. Fernando Sandoya, por toda la dedicación, paciencia y valioso tiempo que me ha brindado como guía principal para el desarrollo de este trabajo.

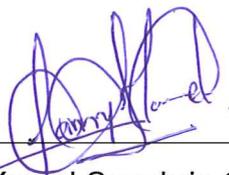
A mi familia por todo el apoyo incondicional que me han dado durante toda mi vida.

A mi novio por todo el ánimo y apoyo que me ha dado.

A mis amigos del grupo de restricciones, buenos amigos que siempre nos apoyamos los unos a los otros.

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Graduación me corresponde exclusivamente; el patrimonio intelectual del mismo corresponde exclusivamente a la **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Departamento de Postgrados** de la Escuela Superior Politécnica del Litoral.



Fanny Yamel Sanabria Quiñonez

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



Kléber Barcia Villacreses Ph.D.

Presidente



Fernando Sandoya Sánchez Ph.D.

Director



M.Sc. Pedro Ramos De Santis

Vocal



M.Sc. Brenda Cobeña Terán

Vocal

AUTOR DEL PROYECTO

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Fanny Yamel Sanabria Quiñonez', written over a horizontal line.

Fanny Yamel Sanabria Quiñonez

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 INDUSTRIA DEL TRANSPORTE ECUATORIANO EN CIFRAS	2
1.2 HISTORIA DEL VRP	5
1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	5
1.4 OBJETIVO GENERAL.....	6
1.4.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	6
1.5 ALCANCE	6
1.6 SELECCIÓN DE DATOS.....	6
CAPÍTULO 2 EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS.....	8
2.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS DE RUTEO.....	9
2.1.1 VEHÍCULOS.....	9
2.1.2 CLIENTES.....	10
2.1.3 DEPÓSITOS	10
2.1.4 RED DE TRANSPORTE.....	11
2.1.5 LAS RUTAS.....	11
2.2 CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE RUTEO CON CAPACIDAD LIMITADA.....	11
2.2.1 DCVRP	13
2.2.2 VRPB.....	14
2.2.3 VRPTW	14
2.2.4 VRPPD	14
2.3.1 PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO (TSP).....	15
2.3.2 PROBLEMA DE LOS m AGENTES VIAJEROS (m-TSP).....	17
2.3.3 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON CAPACIDAD LIMITADA	18
CAPÍTULO 3 HEURÍSTICAS CLÁSICAS PARA RESOLVER EL VRP.....	20
3.1 HEURÍSTICAS	20
3.2 TIPOS DE MÉTODOS HEURÍSTICOS.....	20
3.2.1 MÉTODOS DE DESCOMPOSICIÓN.....	21
3.2.2 MÉTODOS INDUCTIVOS	21
3.2.3 MÉTODOS DE REDUCCIÓN	21
3.2.4 MÉTODOS CONSTRUCTIVOS	21
3.2.5 MÉTODOS DE BÚSQUEDA LOCAL.....	21
3.2.6 MÉTODOS METAHEURÍSTICOS	22
3.3 HEURÍSTICA BASADA EN AHORROS.....	22
3.3.1 APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE AHORROS	23
3.3.2 EJEMPLO DEL ALGORITMO DE AHORROS	23

3.4 HEURÍSTICA MÉTODO DE ASIGNAR PRIMERO – RUTEAR DESPUÉS .	30
3.4.1 PASOS PARA LA HEURÍSTICA DE BARRIDO	31
3.4.2 EJEMPLO DE LA HEURÍSTICA DE BARRIDO	32
CAPÍTULO 4 METAHEURÍSTICAS PARA LA SOLUCIÓN DEL VRP	39
4.1 METAHEURÍSTICAS	39
4.2 CLASIFICACIÓN DE LAS METAHEURÍSTICAS.....	39
4.2.1 MÉTODOS CONSTRUCTIVOS	39
4.2.2 MÉTODOS BASADOS EN TRAYECTORIAS.....	39
4.2.3 MÉTODOS BASADOS EN POBLACIONES	39
4.3 METAHEURÍSTICAS BASADAS EN GRASP.....	40
4.3.1 FUNCIONAMIENTO GLOBAL DE LA METAHEURÍSTICA DE GRASP ..	40
4.3.2 BENEFICIOS DE USAR LA METAHEURÍSTICA DE GRASP.....	41
4.3.2 SUGERENCIAS DE AUTORES PARA MEJORAR EL PROCEDIMIENTO DE LA METAHEURÍSTICA DE GRASP	41
4.4 METAHEURÍSTICAS DE RECOCIDO SIMULADO	42
4.4.1 FUNCIONAMIENTO GLOBAL DE LA METAHEURÍSTICA DE RECOCIDO SIMULADO	42
4.4.1.1 MECANISMOS DE ENFRIAMIENTO DEL METAHEURÍSTICO RECOCIDO SIMULADO	44
CAPÍTULO 5 IMPLEMENTACIÓN DE HEURÍSTICAS Y METAHEURÍSTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE CVRP	45
5.1 PROBLEMAS DE PRUEBA DE CVRPLIB.....	45
5.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS CASOS.....	45
5.2.1 POSICIONAMIENTO DEL DEPÓSITO.....	45
5.2.2 POSICIONAMIENTO DEL CLIENTE	46
5.2.3 DISTRIBUCIÓN DE LA DEMANDA	46
5.3 CASOS DE PRUEBA.....	47
5.4 CASO REAL	49
5.4.1 CARACTERÍSTICAS DEL CASO REAL.....	51
5.4.1.1 POSICIONAMIENTO DEL DÉPOSITO.....	51
5.4.1.2 POSICIONAMIENTO DE LOS CLIENTES.....	52
CAPÍTULO 6 RESULTADOS	53
6.1 CASOS DE PRUEBA RESUELTOS MEDIANTE HEURÍSTICAS	53
6.1.1 RESULTADOS DE HEURÍSTICA DE CLARKE AND WRIGHT	53
6.1.2 RESULTADOS DE HEURÍSTICA DE BARRIDO	55
6.1.3 COMPARACIÓN ENTRE HEURÍSTICAS POR POSICIONAMIENTO DE LOS CLIENTES.....	57
6.2 CASOS DE PRUEBA RESUELTOS MEDIANTE METAHEURÍSTICAS	59
6.2.1 RESULTADOS DE METAHEURÍSTICA DE GRASP	59

6.2.2 RESULTADOS DE METAHEURÍSTICA DE RECOCIDO SIMULADO.....	61
6.2.3 COMPARACIÓN ENTRE METAHEURÍSTICAS POR POSICIONAMIENTO DE LOS CLIENTES.....	63
6.3 CASO REAL RESUELTO MEDIANTE HEURÍSTICA Y METAHEURÍSTICA	66
CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	69
CAPÍTULO 8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71
CAPÍTULO 9 APÉNDICE	73
9.1 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N31-K5	73
9.2 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N34-K5	74
9.3 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N35-K5	75
9.4 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N38-K6	76
9.5 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N39-K5	77
9.6 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N41-K6	78
9.7 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N43-K6	79
9.8 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N44-K7	80
9.9 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N45-K5	81
9.10 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-N45-K6	82
9.11 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N32-K5	83
9.12 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N33-K6	84
9.13 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N34-K5	85
9.14 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N36-K5	86
9.15 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N37-K5	87
9.16 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N37-K6	88
9.17 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N38-K5	89
9.18 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N39-K5	90
9.19 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N39-K6	91
9.20 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-N44-K6	92
9.21 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N101-K25	93
9.22 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N106-K14	94
9.23 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N110-K13	95
9.24 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N115-K10	96
9.25 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N120-K6	97
9.26 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N125-K30	98
9.27 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N129-K18	99
9.28 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N134-K13	100
9.29 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N139-K10	101
9.30 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-N143-K7	102

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. # 1.1 PIB Transporte	3
Fig. # 1.2 Balanza de pagos de servicios de transporte.....	4
Fig. # 2.1 Dispersión de los nodos a rutear.....	8
Fig. # 2.2 Solución con tres rutas.....	8
Fig. # 2.3 Problemas básicos de los tipos de VRP y sus interconexiones	12
Fig. # 3.1 Posicionamiento de clientes y bodega	24
Fig. # 3.2 Heurística de Clarke & Wright paso 1 elaboración de las rutas $(0, i, 0)$ para cada cliente i	27
Fig. # 3.3 Ruteo paso a paso de la heurística de Clarke & Wright.....	29
Fig. # 3.4 Rutas finales por algoritmo de Clarke and Wright.....	30
Fig. # 3.5 Coordenadas polares.....	33
Fig. # 3.6 Primera fase de la heurística de barrido, agrupación.....	34
Fig. # 3.7 Primera fase de la heurística de barrido, solución con tres rutas.....	35
Fig. # 3.8 Rutas por algoritmo de barrido.....	36
Fig. # 3.9 Primera fase de la heurística de barrido, agrupación – 5ta iteración	37
Fig. # 3.10 Rutas por algoritmo de barrido - 5ta iteración	37
Fig. # 5.1 Ubicaciones geográficas de los clientes y de la planta del caso real	51
Fig. # 6.1 Comparación entre heurísticas con clientes agrupados.....	57
Fig. # 6.2 Comparación entre heurísticas con clientes aleatorios	58
Fig. # 6.3 Comparación entre heurísticas con clientes agrupados y aleatorios	58
Fig. # 6.4 Comparación entre metaheurísticas con clientes agrupados.....	64
Fig. # 6.5 Comparación entre metaheurísticas con clientes aleatorios	64
Fig. # 6.6 Comparación entre metaheurísticas con clientes agrupados y aleatorios	65
Fig. # 6.7 Caso real resuelto por heurística de Clarke and Wright.....	68

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla # 3.1 Coordenadas cardinales de bodega y clientes con su demanda ..	24
Tabla # 3.2 Matriz de distancias.....	25
Tabla # 3.3 Matriz de ahorros	26
Tabla # 3.4 Coordenadas polares para cada cliente i	32
Tabla # 3.5 Ordenamiento ascendente de los clientes	33
Tabla # 3.6 Ordenamiento de los clientes - 5ta iteración	36
Tabla # 5.1 Instancias del conjunto B	47
Tabla # 5.2 Instancias del conjunto A	48
Tabla # 5.3 Instancias del conjunto X	48
Tabla # 5.4 Coordenadas geográficas de bodega y clientes con su demanda para caso real	50
Tabla # 6.1 Resultados de la heurística de Clarke and Wright.....	54
Tabla # 6.2 Comparación de gaps de la heurística de Clarke and Wright	54
Tabla # 6.3 Resultados de la heurística de barrido	56
Tabla # 6.4 Comparación de gaps de la heurística de barrido.....	56
Tabla # 6.5 Resultados de la metaheurística de GRASP.....	60
Tabla # 6.6 Comparación de gaps de la metaheurística de GRASP.....	61
Tabla # 6.7 Resultados de la metaheurística de recocido simulado	62
Tabla # 6.8 Comparación de gaps de la metaheurística de recocido simulado	63
Tabla # 6.9 Matriz de distancias en kilómetros	66
Tabla # 6.10 Solución al caso real por la heurística de Clarke and Wright	67

ABREVIATURAS O SIGLAS

VRP	Vehicle routing problem o problema de ruteo de vehículos.
CVRP	Capacitated vehicle routing problem o problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada.
DCVRP	Distance constrained capacitated vehicle routing problem o problema de ruteo de vehículos con distancia y capacidad.
VRPB	Vehicle routing problem with backhauls o problema de ruteo de vehículos con retornos.
VRPTW	Vehicle routing problem with time windows o problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo.
VRPPD	Vehicle routing problem with pick up and delivery o problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega.
VRPBTW	Vehicle routing problem with backhauls with time windows o problema de ruteo de vehículos con retornos con ventanas de tiempo.
VRPPDTW	Vehicle routing problem with pick up and delivery with time windows o problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega con ventanas de tiempo.
TSP	Travelling salesman problem o problema del agente viajero.

RESUMEN

El presente estudio tiene como finalidad estudiar las heurísticas y metaheurísticas más conocidas para poder compararlas en treinta casos de prueba que están divididos en tres grupos de clientes por su posición y así poder aplicar la mejor heurística y metaheurística a un caso real de distribución de mercadería en la provincia del Guayas. Se comienza a analizar el impacto económico que tiene el rubro de transporte dentro de las empresas que llega a representar hasta el 20% del costo final del producto. Es así como nace la clasificación de los problemas de ruteo de vehículos por las diferentes necesidades que se necesitan cubrir. Este caso de estudio se enfoca en los CVRP por sus siglas en inglés capacitated vehicle routing problem o problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada, analizando las heurísticas más conocidas como Clarke and Wright y barrido, y las metaheurísticas GRASP y recocido simulado. Para conocer que heurística obtiene mejores resultados para luego poder utilizarla como solución de partida en la metaheurísticas. Luego de analizar la respuesta de los casos de pruebas se concluyó que la heurística Clarke and Wright y la metaheurística GRASP generan soluciones de mejor calidad, es así como se usaron ambos métodos para resolver un caso real el cual dio mejores resultados que los que dicha empresa realiza.

Palabras clave:

VRP, CVRP, heurística, metaheurística, Clarke and Wright, barrido, GRASP, recocido simulado

ABSTRACT

The present study has as purpose study the heuristics and metaheuristics most well-known to be able to compare them in thirty cases of test that are divided in three customer groups for his position and to use the best heuristic and metaheuristic in a real case of distribution of merchandise in the province of the Guayas. It begins to analyze the economic impact that has the item of transport within the companies that it represents up to 20% of the final cost of the product. This is the starting point for classifying the vehicle routing problem due to the different needs of the companies. This case study focuses on capacitated vehicle routing problem, analyzing the most well-known heuristics such as Clarke and Wright and sweep, and metaheuristics such as GRASP and simulated annealing. To know which heuristic, obtain better results and then use it as a starting solution in metaheuristics. After analyzing the response of the test cases, it was concluded that the Clarke and Wright heuristics and GRASP metaheuristics generate better quality solutions, this is how both methods were used to solve a real case which gave better results than the company makes.

KEYWORDS:

VRP, CVRP, heuristic, metaheuristic, Clarke and Wright, sweep, GRASP, simulated annealing.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La logística como ciencia tiene sus orígenes en el área militar, por medio de la cual se coordinaba la transportación de armamento, víveres y los hombres al servicio.

Con el paso del tiempo, se comenzó a aplicar el concepto en el ámbito empresarial y por un largo periodo se consideró a la función logística como una actividad habitual, operativa y necesaria para llevar los productos desde el vendedor hasta el comprador. (Ballou, 2004).

Un poco más tarde, a partir de la década de 1950, se vivió un ciclo de crecimiento y aumento constante de la demanda, que originó que la capacidad de la producción y ventas sean superiores a la capacidad que tenían las empresas para distribuir sus productos. Así, en esos años, entregar los pedidos a tiempo se convirtió en un problema por la poca capacidad de cumplimiento.

Luego en 1980, se creó el concepto de los tiempos de respuestas, que es la unión entre el concepto de distribución física y la gestión de materiales, pues los especialistas se dieron cuenta que entre más rápido sea el tiempo de respuesta al cliente, más aumentaba la rentabilidad de la empresa.

Así como los conceptos cambiaron los métodos también y las empresas buscaron la forma de volverse eficientes, de esta manera ampliaron las actividades relacionadas a la logística y determinaron que el rubro de mayor peso son los costos de transporte. Estos costos en las etapas de producción y distribución representan, en promedio, entre el 10% y 20% del costo final del producto o servicio. (Toth & Vigo, 2002).

Aunque las decisiones sobre el transporte se expresan en una variedad de formas, las principales son: la selección del modo, el diseño de la ruta, la programación de los vehículos y la consolidación de los envíos. (Ballou, 2004).

Con respecto a la selección del modo de transporte depende del canal por donde se vaya a movilizar ya sea por tierra, por agua o por aire. Por consiguiente, el

diseño de la ruta, la programación de los vehículos y la consolidación de los envíos van a estar afectados por el modo y medio de transporte a ser utilizado para la movilización.

Actualmente el transporte tiene una importancia fundamental debido a que está presente en todas las industrias ya sea en mayor o menor uso. Según (Bowersox, Closs, & Cooper, 2007), para obtener este servicio existen tres maneras:

- I. Operar con una flota privada.
- II. Preparar contratos con especialistas dedicados al transporte.
- III. Contratar los servicios de una amplia variedad de transportistas que proporcionen los diferentes servicios de transportes requeridos en función del envío.

Estas tres últimas decisiones del transporte han sido estudiadas y modelizadas para poder resolverse encontrando la mejor solución posible. A estos casos se los conocen como problemas de ruteo de vehículos o en inglés vehicle routing problem (VRP) con un conjunto finito y bien amplio de variantes.

Durante las últimas tres décadas han existido muchas publicaciones para ayudar a resolver este tipo de problemas. Hay una tendencia creciente de publicaciones académicas en las bases de datos: JSTOR y SpringerLink, en donde se han encontrado 3726 artículos al 2017.

1.1 INDUSTRIA DEL TRANSPORTE ECUATORIANO EN CIFRAS

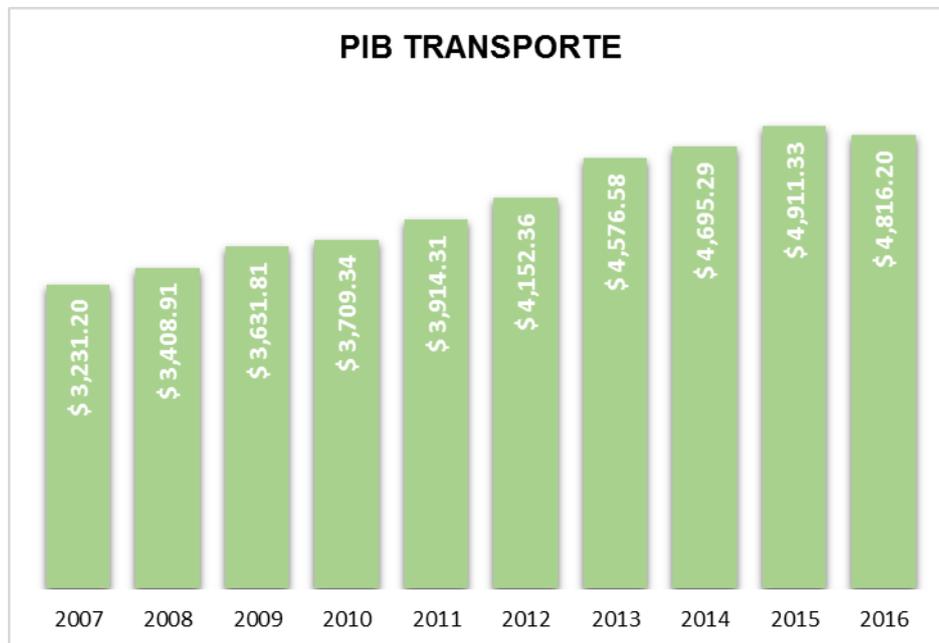
En Ecuador, el Banco Central del Ecuador estableció que en el 2016 el 6,97% del Producto Interno Bruto (PIB) corresponde a la industria del transporte (incluyen a todos los medios y modos de transporte), siendo uno de los más representativos con \$ 4,816.20 millones de dólares.

En la Fig. # 1.1 , se puede observar la evolución del PIB de transporte desde el año 2007 al 2016¹ teniendo variaciones entre 6% y 7% con respecto al PIB total

¹ El año 2016 es un valor provisional citado por el Banco Central del Ecuador.

de cada año, el mismo que va ascendiendo año tras año hasta el 2015. (Banco Central del Ecuador, 2017).

Fig. # 1.1 PIB Transporte



Fuente: Banco Central del Ecuador, 2016

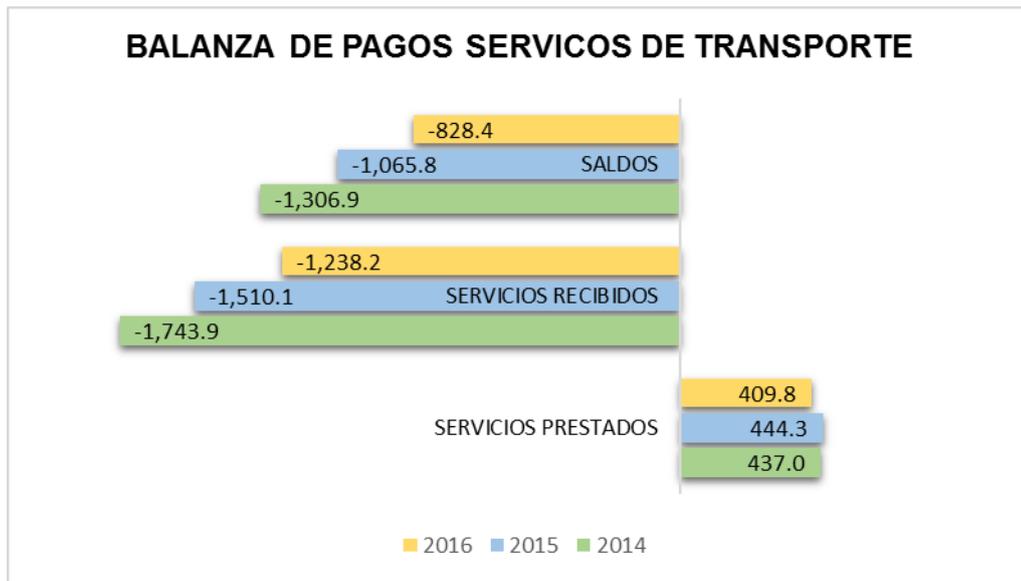
Autor: Fanny Sanabria

De igual manera el número de empresas que brindan el servicio de transporte en el Ecuador va en aumento, y hasta el 2013, existían 2,468 empresas que pertenecían al sector, de las cuales el 73,3% de estas empresas factura entre 100 mil y un millón de dólares al año (pequeñas empresas), seguidos del 24,1% que factura entre uno y diez millones (medianas empresas) y finalmente, el 2,6% que factura más de 10 millones (grandes empresas). (EKOS, 2015).

Sin embargo, el sector de transporte en la balanza de pagos de servicios que incluye transporte de carga y de pasajeros por todos los medios de transporte y los servicios de aforo, existe un saldo negativo que son resultado por los pocos servicios prestados por el país y los múltiples servicios recibidos de otros países. Para el servicio de transporte terrestre se tiene registro de los servicios recibidos y no prestados.

En la Fig. # 1.2, se aprecia como los servicios prestados al exterior van disminuyendo desde el año 2014 al 2016, de la misma forma los servicios recibidos han decaído también.

Fig. # 1.2 Balanza de pagos de servicios de transporte



Fuente: Banco Central del Ecuador, 2016

Autor: Fanny Sanabria

Con las diferentes formas que existen para prestar el servicio de transporte, es considerado primordial por el Gobierno Nacional como condición necesaria para el cambio de la matriz productiva. Dichos servicios afectan de forma transversal a muchos de los sectores de la economía y son un componente básico para la competitividad sistémica.

El sector logístico tiene proyectos de inversión de los cuales el plan estratégico de movilidad plantea una inversión anual del 4% del PIB en los siguientes 25 años (US\$ 118 miles de millones hasta el año 2037). (Pro Ecuador, 2013).

El transporte terrestre de carga es fundamental para las operaciones logísticas ecuatoriana, para las actividades de comercio exterior como las exportaciones e importaciones necesitan movilizar las mercancías por vía terrestre ya sea para llevarla al puerto o aeropuertos o una vez nacionalizada la carga ser llevada a las instalaciones de los compradores. De igual manera juega un papel fundamental en la gestión de algunos sistemas logísticos y su adecuada planificación representa ahorros considerables.

1.2 HISTORIA DEL VRP

El problema de Ruteo de Vehículos (VRP) es planteado por primera vez por Dantzig y Ramser en 1959, cuando estos autores realizan una formulación del problema para una aplicación de distribución de combustible y lo definen como: “la determinación de la ruta óptima para una flota de vehículos que parten de uno o más depósitos para satisfacer la demanda de varios clientes dispersados geográficamente”. (Dantzig & Ramser, 1959).

Después de unos años Clarke & Wright en 1964 desarrollaron el primer algoritmo efectivo para solucionar el VRP, conocido como el algoritmo de ahorros.

El VRP es uno de los problemas más conocidos y desafiantes en la programación lineal entera y hace parte de los problemas llamados NP-Hard, que son los problemas que no se pueden resolver en un tiempo polinomial. El tiempo y esfuerzo computacional requerido para resolver este problema aumenta exponencialmente respecto al tamaño del problema. Por esta razón se han ideado algoritmos que no garantizan optimalidad, pero que logran entregar buenas soluciones a estos problemas difíciles de resolver como lo son las heurísticas y metaheurísticas. (Arevalo & Navarro, 2014).

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Tanto las empresas que poseen la parte del transporte como parte de sus procesos y las empresas que brindan el servicio, buscan optimizar recursos dentro de la selección de la ruta, ya que una buena selección trae ahorros en tiempos, recursos como diésel, mantenimiento de la flota, salarios entre otras, mejoras de indicadores de servicio como promesa de entrega del producto.

Está comprobado también que existe una correlación entre el desarrollo económico social y la movilidad, y dentro de los problemas de movilidad, el último nivel de planificación, el nivel táctico es el problema de ruteo de vehículos (Vehicle Routing Problem, VRP por sus siglas en inglés).

Por otro lado, desde el punto de vista técnico, la solución a problemas de ruteo VRP es un problema de tipo NP-hard, es decir, no existe un algoritmo simple que en tiempo polinomial pueda encontrar la solución óptima. El VRP es un problema

que es sujeto de mucho análisis por parte de investigadores y científicos, tanto por su nivel de dificultad como por parte de sus aplicaciones prácticas en el mundo real.

1.4 OBJETIVO GENERAL

Estudiar el problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada para determinar que procedimientos basados en metaheurísticas resultan más eficientes para resolverlo en escenarios reales.

1.4.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- I. Determinar las características esenciales de los problemas de ruteo de vehículos y una clasificación de estos en función de esas características.
- II. Analizar los procedimientos heurísticos y metaheurísticos más recomendadas en la literatura científica de investigación de operaciones como Clarke and Wright, Barrido, Grasp y recorrido simulado.
- III. Realizar pruebas y análisis de diferencias para determinar que método es más eficiente para abordar los problemas de ruteo de vehículos, en función de sus características principales.
- IV. Resolver un caso real de distribución de mercadería en la ciudad de Guayaquil a través del método más eficiente de los estudiados, según las características del problema.

1.5 ALCANCE

Encontrar entre los procedimientos metaheurísticos que se reportan en la literatura de investigación de operaciones para resolver problemas de Ruteo de Vehículos, cual es el de mayor calidad para encontrar la mejor solución en la distribución de mercaderías en la ciudad de Guayaquil.

1.6 SELECCIÓN DE DATOS

Los datos utilizados para este análisis provienen de dos fuentes:

- I. Datos de problemas de prueba (test instances), que son bases de datos generadas por investigadores, con una dificultad alta, diseñados para probar algoritmos de solución.
- II. Datos provenientes de una situación real de transporte de mercaderías en la ciudad de Guayaquil.

CAPÍTULO 2

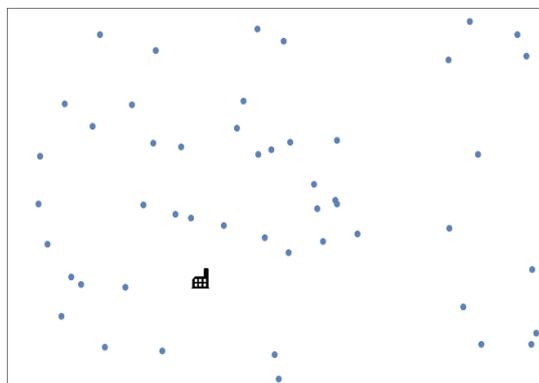
EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS

El Problema de Ruteo de Vehículos (VRP), consiste en determinar un conjunto de rutas para una flota de vehículos que parten de uno o más depósitos o almacenes para satisfacer la demanda de varios clientes dispersos geográficamente. (Hillier & Lieberman, 2006).

El objetivo del VRP es satisfacer la demanda de dichos clientes, optimizando algún objetivo, que generalmente es el costo total involucrado en las rutas, el cual se ve afectado por la congestión vehicular de las grandes ciudades, los altos consumos de energía de los vehículos de carga, entre otros factores.

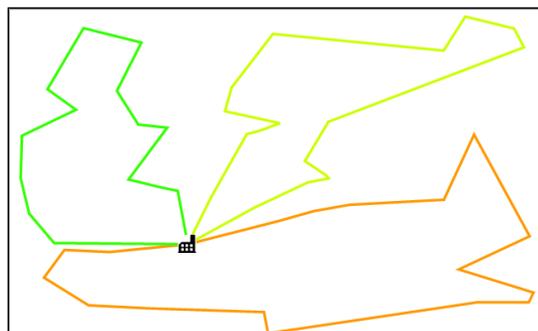
Se puede observar una representación de un VRP en la Fig. # 2.1 y Fig. # 2.2, las características del problema de ruteo en función de los clientes, depósitos y vehículos con las diferentes restricciones generadas por la parte operativa, rutas y capacidades dando lugar a diferentes variantes del problema.

Fig. # 2.1 Dispersión de los nodos a rutear



Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 2.2 Solución con tres rutas



Autor: Fanny Sanabria

2.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS DE RUTEO

Los problemas de ruteo de vehículo determinan un conjunto de rutas que comienzan y terminan en los depósitos, que cada cliente sea visitado una vez y que la demanda de dichos clientes no exceda la capacidad del vehículo, lográndolo al menor costo posible.

Como describe (Olivera, 2004), se pueden presentar algunas características en los diferentes elementos del sistema como: los vehículos, los clientes, los depósitos, red de transporte y las rutas; los cuales van a generar las diferentes clasificaciones del problema.

2.1.1 VEHÍCULOS

El vehículo es seleccionado según las características de la mercadería a transportar ya sea por el peso, volumen o tipo. Actualmente existen vehículos con la parte del furgón modificada para único tipo de carga, los más comunes son los que transportan pacas de bebidas, cilindros de gas y aves de corral; los demás son de manera comercial multipropósitos separados en dos grupos: carga seca y carga refrigerada.

Cada vehículo tiene un costo asociado dividido en dos partes: costo fijo y costo variable. El costo fijo se incurre al utilizarlo y el costo variable es en relación con la distancia que recorre.

Las diferentes características que tenga la mercadería a transportar es lo que hace que la empresa tenga una flota homogénea o heterogénea de vehículos. Otra variable por considerar es la cantidad de vehículos que se tengan disponible de cada tipo de flota, ya que siendo este un rubro de costo importante se quiere siempre minimizar su valor.

En cuanto a las regulaciones legales se consideran las restricciones sobre circulación.

Este caso de estudio se basa en vehículos con capacidad limitada sin restricción de número de unidades y tipo de flota.

2.1.2 CLIENTES

Se supone que cada cliente tiene cierta demanda que deberá ser cubierta por algún vehículo en una de las rutas.

En algunos casos la demanda puede ser determinística o estocástica y representa un espacio dentro de los vehículos, los cuales tienen una capacidad limitada, por lo que es posible incluso que un mismo vehículo no pueda satisfacer la demanda de todos los clientes en una misma ruta.

De igual forma se considera a la demanda como un servicio, en el cual se cumple si el cliente es visitado por un vehículo. Se pueden generar dos variaciones, que un mismo vehículo potencialmente visite a todos los clientes y que cada cliente tenga una ubicación y se desea transportar a otro sitio.

Generalmente, cada cliente debe ser visitado exactamente una vez, sin embargo, en algunos casos se reconoce que la demanda de un cliente sea satisfecha por tiempos y vehículos diferentes.

Los clientes pueden tener restricciones asociadas al horario de atención y son conocidas como ventanas de tiempo.

Este caso de estudio se enfocará de que cada cliente debe ser visitado exactamente una vez y al tener los vehículos capacidad limitada, los clientes tendrán una demanda determinística.

2.1.3 DEPÓSITOS

La mayoría de las veces las mercaderías están ubicadas en depósitos donde, los vehículos las tienen que recoger para entregarlas a los diferentes clientes. Dependiendo del origen de la flota de vehículos si es propia o contratada, estos también suelen estar en los depósitos, teniendo como punto de partida y llegada el mismo, para el caso de las flotas contratadas el punto de partida es el depósito y el de llegada es cualquier lugar ajeno a la empresa que da los servicios.

Existen varias características relacionadas a los problemas con múltiples depósitos, como su ubicación, capacidad de producción, diferenciación por productos, capacidad de personal de estiba, también se da el caso de que tengan ventanas de tiempo para llenar los vehículos o para limpiarlos al final de la ruta

dejando los listos para la siguiente distribución y por limitaciones de los depósitos al no tener capacidad de tener algunos vehículos operando al mismo tiempo se desee evitar un congestionamiento.

Este caso de estudio se concentra en los problemas de un solo depósito, que tendrá el mismo lugar de partida y de llegada.

2.1.4 RED DE TRANSPORTE

La red de mayor utilización para la transportación de mercaderías a nivel nacional es la red de transporte terrestre.

Esta red se representa comúnmente por un grafo en el cual las aristas o arcos definen las vías o carreteras y los vértices o nodos definen a los clientes o depósitos. Así mismo, las aristas o arcos pueden ser dirigidos o no dirigidos, dependiendo si las calles son de una dirección o de ambos sentidos.

Para este caso de estudio es indiferente establecer la dirección de las calles, ya que la tabla de distancias es la que determinará la distancia real circulada por los vehículos entre los puntos.

2.1.5 LAS RUTAS

Los problemas relacionados al ruteo de vehículos buscan solucionar cual es la ruta o las rutas que satisfagan las restricciones asociadas y maximicen o minimicen la función objetivo.

Este caso de estudio se espera minimizar la distancia total recorrida.

2.2 CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE RUTEO CON CAPACIDAD LIMITADA

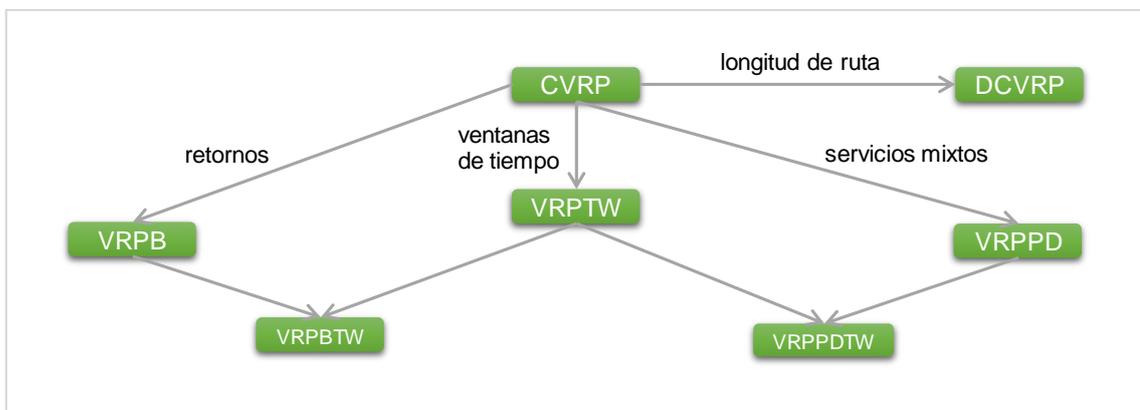
El modelo VRP tiene muchas clasificaciones por las diferentes características que pueden incluirse o considerarse en el mismo. La versión básica de esto son los que se reflejan con la capacidad CVRP (por las siglas en inglés de capacitated vehicle routing problem).

El modelo CVRP posee los siguientes supuestos:

- I. La demanda es conocida con anticipación, es decir se conoce la cantidad a entregar para cada cliente, esto significa que la demanda es determinística.
- II. Cada vehículo llevará la totalidad de la entrega a los clientes, prohibiendo repartir cargas fraccionarias o parciales que después serían completadas por otro vehículo.
- III. La flota de vehículos es homogénea, es decir que todos los vehículos de carga poseen las mismas características.
- IV. El punto de partida de los vehículos es uno solo y se considera un depósito central.
- V. Los vehículos tienen restricciones en capacidad que son conocidas con anticipación.

A continuación, en la Fig. # 2.3 se muestra la clasificación de los CVRP descrita por (Toth & Vigo, 2002).

Fig. # 2.3 Problemas básicos de los tipos de VRP y sus interconexiones



Fuente: *The vehicle routing problem, 2002*

Autor: Fanny Sanabria

El modelo CVRP se puede dividir en cuatro tipos:

- I. Longitud de la ruta DCVRP (por las siglas en inglés de distance constrained capacitated vehicle routing problem o problema de ruteo de vehículos con distancia y capacidad).
- II. Retornos VRPB (por las siglas en inglés de vehicle routing problem with backhauls o problema de ruteo de vehículos con retornos).

- III. Ventanas de tiempo VRPTW (por las siglas en inglés de vehicle routing problem with time windows o problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo).
- IV. Servicios mixtos VRPPD (por las siglas en inglés de vehicle routing problem with pick up and delivery o problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega).

Existen combinaciones como VRPBTW (por las siglas en inglés de vehicle routing problem with backhauls with time windows o problema de ruteo de vehículos con retornos con ventanas de tiempo) que es una variación de VRPB y VRPTW, también VRPPDTW (por las siglas en inglés de vehicle routing problem with pick up and delivery with time windows o problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega con ventanas de tiempo) que es una variación de VRPPD y VRPTW.

2.2.1 DCVRP

El problema de ruteo de vehículos con distancia y capacidad (DCVRP) tiene dos restricciones obligatorias sobre la capacidad del vehículo y la distancia máxima de recorrido.

Las flotas de vehículos sean homogéneas o heterogéneas siempre tienen una capacidad máxima de carga o de capacidad volumétrica dependiendo el tipo de mercadería, son por estas razones que conocer las especificaciones de los vehículos en cuanto a peso y dimensiones son sumamente necesarias, se puede dar el caso que por el peso de la mercadería a transportar se cargue poca de esta sobrando bastante espacio, pero estando al límite del peso máximo permitido por el vehículo. También se puede dar el caso que la carga sea volumétrica, pero en peso no alcance el límite de carga del vehículo.

Con respecto a las restricciones de distancia de cada ruta se considera ya sea en kilómetros o en horas máximas que puede realizar cada vehículo por recorrido.

El objetivo es minimizar la flota de vehículos, la cantidad y distancia de las rutas y los costos relacionados.

2.2.2 VRPB

El problema de ruteo de vehículos con retornos (VRPB) los clientes tienen la opción de devolver mercadería anterior en el mismo vehículo que les hace la nueva entrega, estas devoluciones son conocidas por el vendedor y destina parte de la capacidad del vehículo para que la capacidad total sea la suma de la mercadería a entregar más la mercadería que será devuelta.

Se puede considerar el caso que el vehículo de carga primero realice las entregas y después las devoluciones.

El objetivo es minimizar la flota de vehículos, la cantidad y distancia de las rutas y los costos relacionados.

2.2.3 VRPTW

El problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW), se utiliza cuando el cliente establece lapsos para atender a los vehículos o cita horarios de atención en los cuales acepta recibir el pedido.

El vehículo sale del depósito en el tiempo cero, se da el tiempo correspondiente a cada arco y la ventana de tiempo que tiene cada consumidor para ser atendido. Si el vehículo llega antes debe esperar hasta cuando le toque su turno.

El objetivo es minimizar la flota de vehículos, la cantidad de rutas, los tiempos de recorridos, el tiempo que se atiende al consumidor y los costos relacionados.

2.2.4 VRPPD

El problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega (VRPPD) tiene dos tareas, la primera es entregar toda la mercadería correspondiente a los consumidores y la segunda es recoger de los consumidores otras mercaderías que deban ser entregadas en el depósito que no sean consideradas como devoluciones, las mismas que son conocidas con anterioridad.

Se considera la restricción de capacidad total del vehículo como la suma de la mercadería a entregar más la mercadería a recoger.

El objetivo es minimizar la flota de vehículos, la cantidad de rutas, los tiempos de recorridos, el tiempo que se atiende al consumidor y los costos relacionados.

2.3 MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA

La representación de la red de transporte por la que transitan los vehículos es por medio de un grafo ponderado $G = (V, E, C)$, en el cual los nodos o vértices del grafo simbolizan a los depósitos y los clientes.

La red de transporte tiene dos escenarios posibles, en el primero hay un depósito central y n clientes y en el segundo hay n depósitos y n clientes.

En el caso con un depósito central y n clientes, el nodo 0 representa al depósito central y los nodos $1, \dots, n$ a los clientes.

En el caso con n depósitos y n clientes, los depósitos se representan con $n + 1$ y cada arco $(i, j) \in E$ simboliza el mejor camino a tomar desde el nodo i hacia el nodo j .

En ambos casos tienen asociados un costo c_{ij} y un tiempo de viaje t_{ij} .

Un grafo puede ser simétrico y asimétrico por la estructura de los costos, los tiempos y las particularidades de la red.

Expresaremos por $\Delta + (i)$ y $\Delta - (i)$ al conjunto de nodos adyacentes e incidentes al nodo i , es decir, $\Delta + (i) = \{j \in V \mid (i, j) \in E\}$ y $\Delta - (i) = \{j \in V \mid (j, i) \in E\}$. De igual manera, el conjunto de arcos incidentes hacia el exterior e interior del nodo i se denota como $\delta + (i) = \{(i, j) \in E\}$ y $\delta - (i) = \{(j, i) \in E\}$.

2.3.1 PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO (TSP)

Este problema se basa en un agente viajero que quiere visitar un conjunto de ciudades, asociándoles un costo por visitar ciudades contiguas, en la cual no puede repetir las ciudades y debe regresar a la misma de la que partió, con el objetivo de encontrar la ruta más corta al menor costo.

Se posee un número conocidos de nodos (países, ciudades, localidades, tiendas, lugares, empresas, etc.) que deben ser visitados por una entidad (persona, agente viajero, automóvil, avión, autobús, etc.), sin visitar 2 veces el mismo nodo.

Las posibles soluciones están dadas por permutaciones, es decir si se tiene 3 nodos (x, y, z) por visitar, se tendría P_n obteniendo 6 posibles respuestas, para el caso de 5 nodos se obtendría 120 permutaciones, para el caso 20 nodos se obtendrían 2432902008176640000 permutaciones y para 100 se tendría un número increíblemente grande de permutaciones posibles, difícil de escribirlo.

TSP es un problema considerado difícil de resolver, colocándose en la categoría NP-hard, es decir, es un problema en el que no se garantiza que la solución óptima se encontrara en un tiempo de cómputo moderado.

Dentro de los supuestos, asumimos que solo se tiene un solo vehículo que debe visitar a todos los clientes. El problema puede formularse como:

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

$$s. a. \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in S, j \in \Delta^+(i) \setminus S} x_{ij} \geq 1 \quad \forall S \subset V \quad (2.4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E \quad (2.5)$$

Las variables binarias x_{ij} indican si el arco (i, j) es utilizado en la solución, teniendo como respuesta 1 o 0, determinando si se escoge o no dicha combinación. La función objetivo (2.1) establece que el costo total es la suma de los costos de los arcos o aristas utilizados.

Las restricciones (2.2) y (2.3) establecen que solo se debe pasar una vez por cada arco o arista y que se debe llegar y dejar cada nodo o vértice una vez. La restricción (2.4) sirve para eliminar los sub-tours y muestran que todo subconjunto de nodos S debe ser dejado una vez.

2.3.2 PROBLEMA DE LOS m AGENTES VIAJEROS (m -TSP)

En el Problema de los m Agentes Viajeros se tiene un depósito y m vehículos, con el fin de elaborar m rutas, una para cada vehículo. De esta forma todos los vehículos salen y regresan al depósito central visitando una vez a cada cliente. El problema puede formularse como:

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (2.6)$$

$$s. a. \sum_{j \in \Delta^+(0)} x_{0j} = m \quad (2.7)$$

$$\sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (2.8)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (2.9)$$

$$u_i - u_j + p x_{ij} \leq p - 1 \quad \forall (i,j) \in E, i \neq 0, j \neq 0 \quad (2.10)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E \quad (2.11)$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (2.12)$$

Al igual que para el modelo TSP, la función objetivo (2.6) es la misma, estableciendo que el costo total es la suma de los costos de los arcos o aristas utilizados.

La restricción (2.7) define cuantos vehículos salen del depósito central, la (2.8) y (2.9) certifican que los nodos intermedios solo serán los clientes (p). La restricción (2.10) sirve para eliminar los sub-tours y que en cada ruta no exista más de p clientes. (Olivera, 2004).

2.3.2 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON CAPACIDAD LIMITADA

En el modelo CVRP se considera que la flota es homogénea de forma $I = (G, C, T, D, F)$, siendo una extensión del m -TSP con un grafo dirigido $G = (V, E)$. Para el cual V es el conjunto de nodos o vértices que simbolizan las ciudades o clientes y E es el conjunto de arcos o aristas que los unen, teniendo en cuenta la matriz de costos $C = (c_{ij})$, de tamaño $N \times N$, es decir que cada arco o arista tiene determinado un costo c_{ij} . D se representa por la forma (p_i) que determina la demanda que tiene cada cliente. F se representa por la forma (P_k) que determina la capacidad máxima de los vehículos.

La flota está compuesta por m vehículos, es decir, $1 \leq k \leq m$.

El problema se formula de la siguiente manera:

$$\min \sum_{i=0} \sum_{j=0} \sum_{k=1} c_{ij} x_{ijk} \quad (2.13)$$

$$\text{s. a.} \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ijk} \leq M \quad i = 0 \quad (2.14)$$

$$\sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in [1, N] \quad (2.15)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ijk} = \sum_{i=1}^N x_{ijk} \quad \forall k \in \{1, M\}, i = 0 \quad (2.16)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N p_i x_{ijk} \leq P_k \quad \forall k \in \{1, M\} \quad (2.17)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \in S}}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \in S}}^N x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq (V - \{0\}), |S| \geq 2, k \in \{1, M\} \quad (2.18)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in [1, N], \forall k \in \{1, M\} \quad (2.19)$$

La función objetivo (2.13) minimiza los costos asociados escogiendo las mejores rutas.

La restricción (2.14) indica que del depósito central solo saldrán m vehículos. Las restricciones (2.15) y (2.16) establecen que un único vehículo debe llegar y dejar cada nodo o vértice.

La restricción (2.17) muestra la capacidad límite para cada vehículo en términos de peso, en el cual se determina los valores del conjunto p_i que no deben sobrepasar P_k .

Y las restricciones (2.18) y (2.19) evitan las formaciones de sub-tours y los valores admisibles para las variables de decisión.

(Daza, Montoya, & Narducci, 2009).

CAPÍTULO 3

HEURÍSTICAS CLÁSICAS PARA RESOLVER EL VRP

3.1 HEURÍSTICAS

Esta palabra tiene su origen de la palabra griega heuriskein que significa encontrar o descubrir.

Las heurísticas son procesos simples que realizan una indagación limitada del espacio de búsqueda y generan soluciones aceptables en tiempos de cálculo moderados.

Como describe (Sandoya, 2015) dentro de las razones por las cuales se usan los métodos heurísticos están:

- I. El problema es de una naturaleza que no se conoce ningún método exacto para su resolución.
- II. Aunque existe un método exacto para solucionar el problema, su ejecución es computacionalmente muy costosa.
- III. Un método heurístico es más flexible que un método exacto, es decir se pueden incorporar condiciones de difícil modelización.
- IV. El método heurístico se usa como parte de un proceso global que certifica una solución óptima. Existen dos posibilidades:
 - a. El método heurístico proporciona una buena solución inicial de partida.
 - b. El método heurístico participa en un paso intermedio del procedimiento, como por ejemplo las reglas de selección de la variable a entrar en la base en el método Simplex.

3.2 TIPOS DE MÉTODOS HEURÍSTICOS

Los siguientes tipos de métodos heurísticos son dados por (Sandoya, 2015) tratando de generar categorías amplias, no excluyentes, en donde ubica a los heurísticos más conocidos:

3.2.1 MÉTODOS DE DESCOMPOSICIÓN

En este método el problema original se descompone en sub-problemas más sencillos de resolver, considerando siempre el problema principal para la resolución.

3.2.2 MÉTODOS INDUCTIVOS

En el método inductivo se crean versiones pequeñas o más sencillas del problema que se trata de resolver. Posteriormente, una vez identificadas propiedades o técnicas a partir del tratamiento de estos casos más fáciles de examinar se aplican al problema general.

3.2.3 MÉTODOS DE REDUCCIÓN

En los métodos de reducción se identifican las propiedades que se cumplen mayoritariamente por las buenas soluciones, luego de lo cual estas propiedades son introducidas en el modelo como restricciones, la consecuencia inmediata de esto es que se logra reducir el espacio de las soluciones, haciendo más sencillo el proceso de búsqueda. Una desventaja de este tipo de métodos es que se corre el riesgo de no incluir las soluciones óptimas del problema original.

3.2.4 MÉTODOS CONSTRUCTIVOS

En este tipo de métodos se construye paso a paso la solución del problema, mediante un mecanismo que determina que elemento se incorpora a la solución en cada iteración. Generalmente son datos deterministas, que en cada paso tratan de escoger al mejor elemento que puede ser insertado de acuerdo con algún criterio de optimalidad.

3.2.5 MÉTODOS DE BÚSQUEDA LOCAL

Los métodos de búsqueda local actúan sobre soluciones ya construidas y tratan de mejorarlas. Se empieza con la solución del problema y se la va mejorando progresivamente explorando soluciones próximas, denominadas vecinas. En cada iteración se escoge la de mejor valor y continúa y termina cuando ya no existe una solución mejor que reemplace a la anterior en la vecindad donde se efectúa la búsqueda.

3.2.6 MÉTODOS METAHEURÍSTICOS

Los métodos metaheurísticos son usados cuando los métodos heurísticos no son efectivos. Estos son una clase de métodos aproximados diseñados para resolver problemas difíciles de optimización combinatoria. Proporcionan nuevos algoritmos híbridos generados de inteligencia artificial, evolución biológica y mecanismos estadísticos.

3.3 HEURÍSTICA BASADA EN AHORROS

Uno de los algoritmos más usados y populares que se utilizan para la resolución de problemas del VRP es el algoritmo de Clarke y Wright, propuesto por estos autores en 1964.

Este algoritmo se basa en combinar sucesivamente subtours hasta obtener un ciclo Hamiltoniano, de los cuales los subtours tienen un nodo o vértice común llamado base o inicial.

El método puede describirse de la siguiente manera:

Teniendo una solución de dos rutas diferentes $(0, \dots, i, 0)$ y $(0, j, \dots, 0)$ se pueden unir creando una nueva ruta $(0, \dots, i, j, \dots, 0)$.

El ahorro en distancia obtenido por la unión es:

$$s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij} \quad (3.1)$$

En este algoritmo se comienza de una solución inicial y se realizan las uniones que den mayores ahorros siempre que no violen las restricciones del problema.

Cuando el máximo ahorro es negativo, las combinaciones de las rutas aumentaran la distancia recorrida, pero disminuirá la cantidad de rutas de la solución, dependiendo de las características de cada problema esto puede generar rutas circulares o radiales que se pueden evitar colocando un valor referencial λ , el cual penaliza la unión rutas con clientes lejanos. Se propone el ahorro como:

$$s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - \lambda c_{ij} \quad (3.2)$$

3.3.1 APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE AHORROS

Paso 1: Con las coordenadas de cada cliente o ciudad. Elaborar la matriz de distancias.

Paso 2: Calcular la tabla de ahorros s_{ij} para cada par de clientes o ciudad $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Paso 3: Para cada cliente o ciudad i construir la ruta $(0, i, 0)$.

Paso 4: Ordenar los ahorros de mayor a menor.

Paso 5: Iniciando por el mayor de los ahorros unir los nodos correspondientes, de tal forma que $s_{ij} = \max s_{ij}$, donde el máximo se toma entre los ahorros que no han sido considerados aún, se creará la ruta $r_{i^*j^*}$, si i^* es el último cliente de r_{i^*} y j^* es el primer cliente de r_{j^*} . Eliminar $s_{i^*j^*}$ de futuras consideraciones. Se repite el paso 5 hasta que no haya más combinaciones de ahorros a considerar.

(Olivera, 2004), (Pacheco, 2005) y (Sandoya, 2015).

3.3.2 EJEMPLO DEL ALGORITMO DE AHORROS

Una empresa quiere solucionar el problema de ruteo y diseño de la flota de su producto x a sus 10 clientes dentro de la ciudad y posee una flota homogénea de camiones con capacidad para 100 unidades del producto x .

A continuación, se detalla en Tabla # 3.1 las coordenadas cartesianas de la bodega y de cada cliente junto con la demanda.

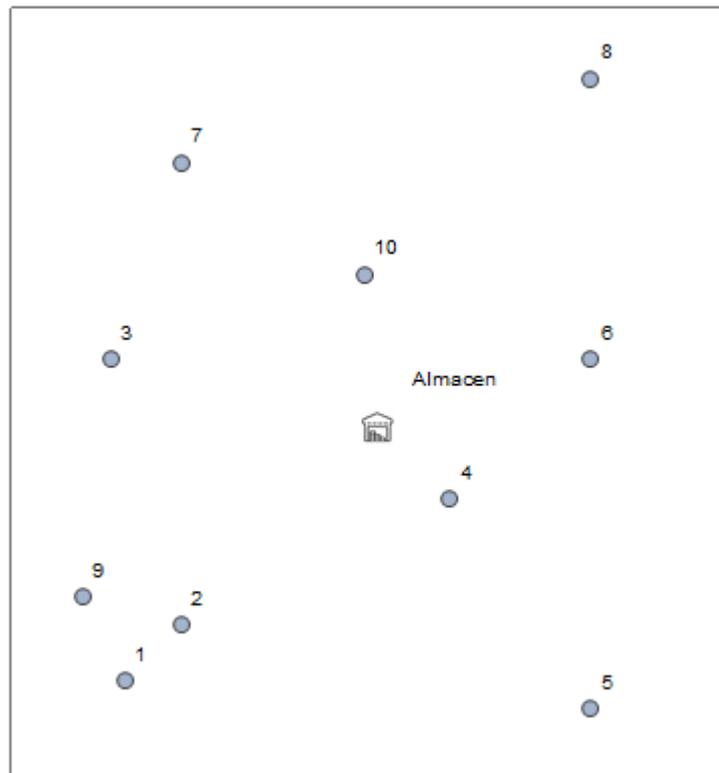
En la Fig. # 3.1 se muestran la posición de cada cliente y la bodega.

Tabla # 3.1 Coordenadas cardinales de bodega y clientes con su demanda

<i>cliente</i>	<i>localización</i>		<i>demanda</i>
	<i>x</i>	<i>y</i>	
1	21	21	17
2	25	25	25
3	20	44	10
4	44	34	29
5	54	19	20
6	54	44	15
7	25	58	28
8	54	64	36
9	18	27	14
10	38	50	24
bdg	39	39	

Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 3.1 Posicionamiento de clientes y bodega



Autor: Fanny Sanabria

Paso1:

Se utiliza la siguiente fórmula para obtener la matriz de distancias euclidianas entre dos coordenadas:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \tag{3.3}$$

Por ejemplo, la distancia entre el cliente 1 y la bodega quedaría:

$$\sqrt{(39 - 21)^2 + (39 - 21)^2} = 25.4558 \tag{3.4}$$

En la siguiente Tabla # 3.2 se muestra la matriz de distancia entre todos los clientes junto con la bodega. Esta matriz es simétrica es decir que tiene la misma distancia ir del cliente *i* al cliente *j* y viceversa.

Para la bodega se ha considerado el punto 0.

Tabla # 3.2 Matriz de distancias

<i>C_{ij}</i>	<i>bdg</i>	<i>c1</i>	<i>c2</i>	<i>c3</i>	<i>c4</i>	<i>c5</i>	<i>c6</i>	<i>c7</i>	<i>c8</i>	<i>c9</i>	<i>c10</i>
<i>bdg</i>	-	25.46	19.80	19.65	7.07	25.00	15.81	23.60	29.15	24.19	11.05
<i>c1</i>	25.46	-	5.66	23.02	26.42	33.06	40.22	37.22	54.20	6.71	33.62
<i>c2</i>	19.80	5.66	-	19.65	21.02	29.61	34.67	33.00	48.60	7.28	28.18
<i>c3</i>	19.65	23.02	19.65	-	26.00	42.20	34.00	14.87	39.45	17.12	18.97
<i>c4</i>	7.07	26.42	21.02	26.00	-	18.03	14.14	30.61	31.62	26.93	17.09
<i>c5</i>	25.00	33.06	29.61	42.20	18.03	-	25.00	48.60	45.00	36.88	34.89
<i>c6</i>	15.81	40.22	34.67	34.00	14.14	25.00	-	32.20	20.00	39.81	17.09
<i>c7</i>	23.60	37.22	33.00	14.87	30.61	48.60	32.20	-	29.61	31.78	15.26
<i>c8</i>	29.15	54.20	48.60	39.45	31.62	45.00	20.00	29.61	-	51.62	21.26
<i>c9</i>	24.19	6.71	7.28	17.12	26.93	36.88	39.81	31.78	51.62	-	30.48
<i>c10</i>	11.05	33.62	28.18	18.97	17.09	34.89	17.09	15.26	21.26	30.48	-

Autor: Fanny Sanabria

Paso 2:

Una vez obtenida la matriz de distancias se calculan los ahorros con la ecuación (3.1)

Para la matriz de ahorros no se coloca una fila ni una columna para la bodega.

El ahorro entre el cliente 1 y el cliente 2 es:

$$s_{12} = c_{1bdg} + c_{bdg2} - c_{12} \tag{3.5}$$

$$s_{12} = 25,46 + 19,80 - 5,66 = 39 \tag{3.6}$$

En la siguiente Tabla # 3.3 se muestran todos los ahorros, de igual manera la matriz es simétrica.

Tabla # 3.3 Matriz de ahorros

S_{ij}	$c1$	$c2$	$c3$	$c4$	$c5$	$c6$	$c7$	$c8$	$c9$	$c10$
$c1$	-	39.60	22.08	6.11	17.40	1.04	11.84	0.41	42.93	2.89
$c2$		-	19.80	5.85	15.18	0.94	10.40	0.35	36.71	2.67
$c3$			-	0.72	2.44	1.46	28.38	9.36	26.72	11.72
$c4$				-	14.04	8.74	0.06	4.60	4.33	1.03
$c5$					-	15.81	0.00	9.15	12.31	1.16
$c6$						-	7.21	24.97	0.19	9.77
$c7$							-	23.14	16.01	19.38
$c8$								-	1.72	18.94
$c9$									-	4.75
$c10$										-

Autor: Fanny Sanabria

Paso 3:

Se construye para cada cliente la ruta $(0, i, 0)$.

En la Fig. # 3.2 esta ruteada cada ruta desde la bodega hacia cada cliente y de regreso a la bodega.

$c1 = \text{bdg}, c1, \text{bdg}$

$c2 = \text{bdg}, c2, \text{bdg}$

$c3 = \text{bdg}, c3, \text{bdg}$

$c4 = \text{bdg}, c4, \text{bdg}$

$c5 = \text{bdg}, c5, \text{bdg}$

$c6 = \text{bdg}, c6, \text{bdg}$

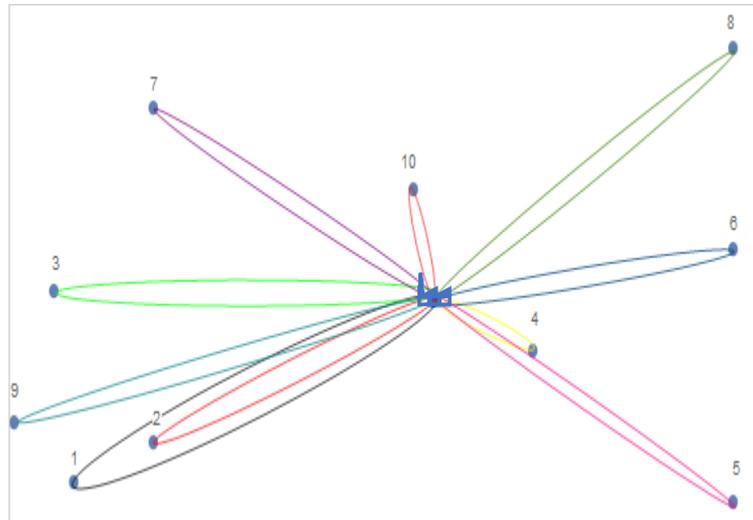
$c7 = \text{bdg}, c7, \text{bdg}$

$c8 = \text{bdg}, c8, \text{bdg}$

$c9 = \text{bdg}, c9, \text{bdg}$

$c10 = \text{bdg}, c10, \text{bdg}$

Fig. # 3.2 Heurística de Clarke & Wright paso 1 elaboración de las rutas $(0, i, 0)$ para cada cliente i



Autor: Fanny Sanabria

Paso 4:

Se ordenan los ahorros de mayor a menor.

En la lista a continuación solo se muestran los ahorros que pueden ser escogidos.

Cuando se elabora la lista con todos los ahorros se van descartando aquellos ahorros que uno o ambos de los clientes ya han sido considerados previamente en una ruta anterior.

$$S_{c1c9} = 42.93$$

$$S_{c1c2} = 39.60$$

$$S_{c3c7} = 28.38$$

$$S_{c9c3} = 26.72$$

$$S_{c6c8} = 24.97$$

$$S_{c8c10} = 18.94$$

$$S_{c5c6} = 15.81$$

$$S_{c4c5} = 14.04$$

Paso 5:

Para armar las rutas se tienen en cuenta las restricciones, para este ejemplo la única restricción que se tiene es la capacidad del camión que no sobrepase las 100 unidades del producto x .

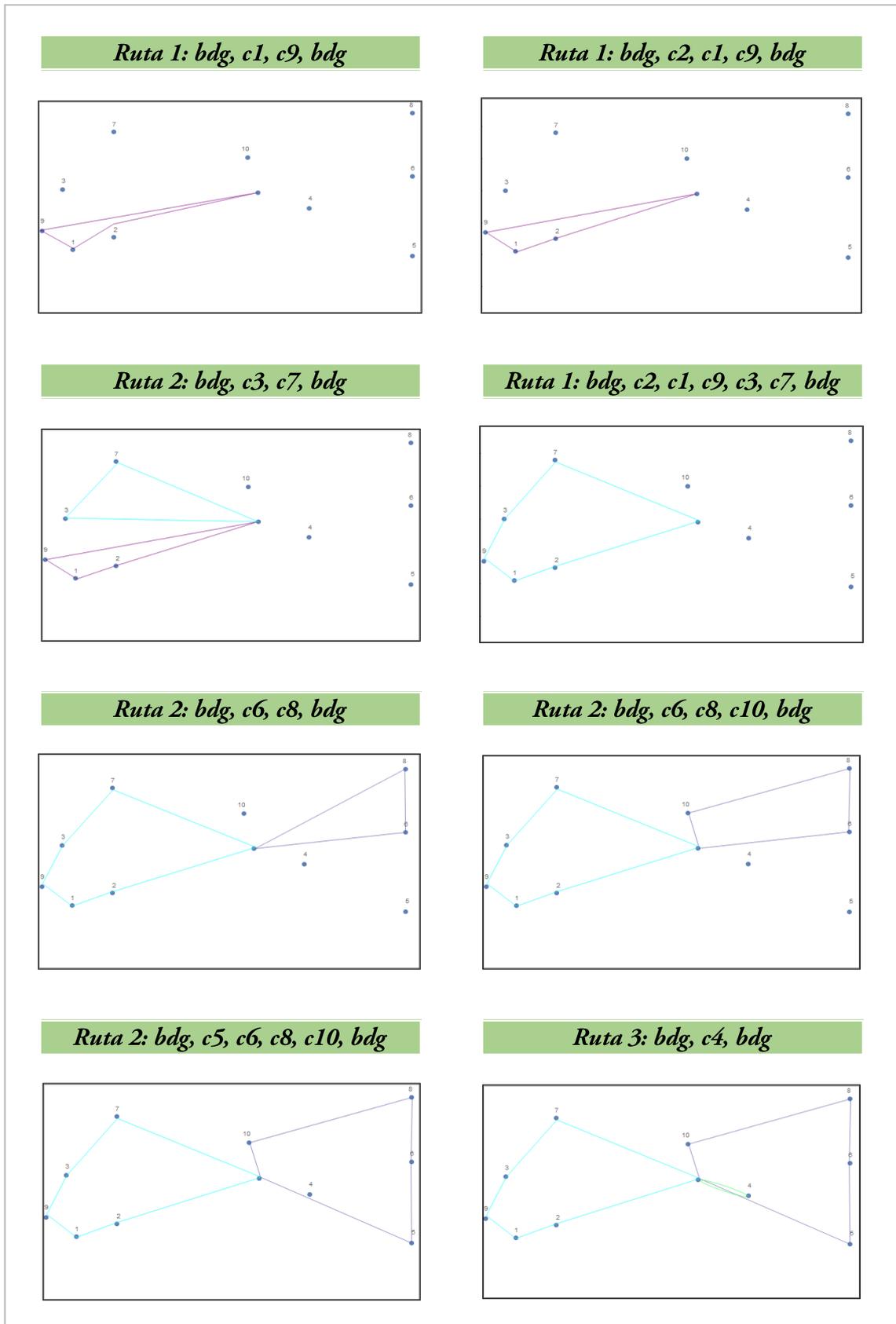
Para la primera ruta se escoge el mayor ahorro y se lo coloca de la forma $(0, i, 0)$, para este caso el 0 es la bodega (bdg), a medida que se escogen los ahorros para añadirlos a la ruta existente o creando una nueva se van sumando las demandas de cada cliente y la ruta se cierra cuando la suma de las demandas sea igual a la capacidad del camión 100 unidades o menor pero que al momento de agregar un cliente más, la demanda sobrepase la capacidad y ya no se pueda escoger dicho cliente.

En la Fig. # 3.3 se visualiza paso a paso la composición de las rutas y en la Fig. # 3.4 se aprecia el diagrama completo de las rutas.

A continuación, se muestra la composición de las rutas con las demandas.

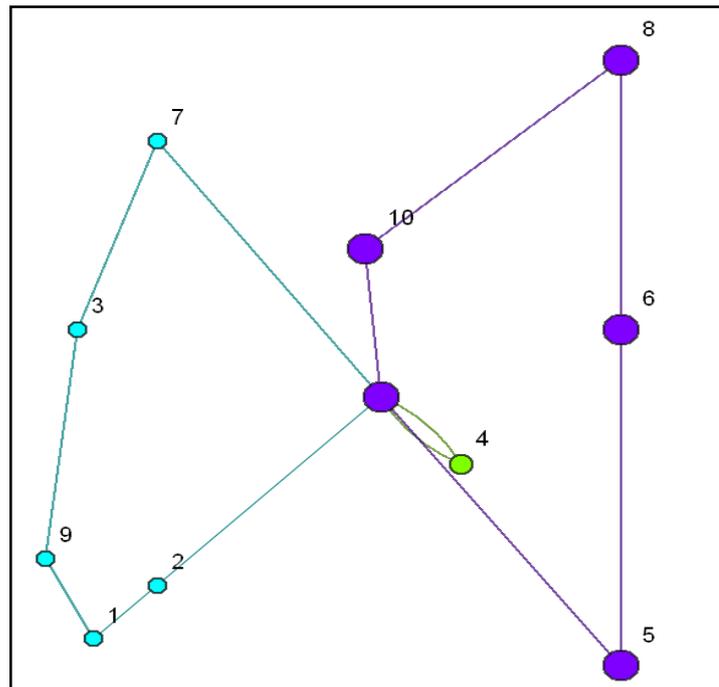
Ruta 1: bdg, c1, c9, bdg	Demanda ruta 1: $17 + 14 = 31$
Ruta 1: bdg, c2, c1, c9, bdg	Demanda ruta 1: $31 + 25 = 56$
Ruta 2: bdg, c3, c7, bdg	Demanda ruta 2: $10 + 28 = 38$
Ruta 1: bdg, c2, c1, c9, c3, c7, bdg	Demanda ruta 1: $56 + 38 = 94$
Ruta 2: bdg, c6, c8, bdg	Demanda ruta 2: $15 + 36 = 51$
Ruta 2: bdg, c6, c8, c10, bdg	Demanda ruta 2: $51 + 24 = 75$
Ruta 2: bdg, c5, c6, c8, c10, bdg	Demanda ruta 2: $75 + 20 = 95$
Ruta 3: bdg, c4, bdg	Demanda ruta 3: 29

Fig. # 3.3 Ruteo paso a paso de la heurística de Clarke & Wright



Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 3.4 Rutas finales por algoritmo de Clarke and Wright



Autor: Fanny Sanabria

Así, el algoritmo de Clarke and Wright determina una solución para el problema de ruteo en el que la distancia recorrida es de 204.20 unidades de longitud.

3.4 HEURÍSTICA MÉTODO DE ASIGNAR PRIMERO – RUTEAR DESPUÉS

La heurística de barrido es la más conocida en el método de asignar primero, rutear después.

Este método se resuelve en dos fases. Primero se crean grupos de clientes llamados clústeres considerando las restricciones de capacidad de los vehículos y segundo para cada clúster se genera una ruta que visite a todos los clientes.

En la heurística de barrido los clústeres se crean girando una semirrecta en el depósito central a partir de la horizontal, en sentido antihorario, luego de lo cual se van incorporando los clientes a dicha agrupación hasta que se cumpla la restricción de máxima capacidad de los vehículos.

Esta heurística se la utiliza para encontrar soluciones a problemas geográficos, es decir en los cuales los nodos o vértices corresponden a un punto en el plano.

Se supone que la ubicación de cada cliente i puede ser representada a través de sus coordenadas polares (r_i, θ_i) teniendo un solo depósito central. Se define:

$$\theta_i = \arctan \left[\frac{Y(i) - Y(bdg)}{X(i) - X(bdg)} \right]$$

(3.7)

donde $-\pi < r_i < 0$ si $Y(i) - Y(bdg) < 0$
y $0 < r_i < \pi$ si $Y(i) - Y(1) \geq 0, (i = 1, 2, \dots, n)$

r_i = coodenada polar radio de la i – ésima localización. ($i = 1, 2, \dots, n$)

3.4.1 PASOS PARA LA HEURÍSTICA DE BARRIDO

Paso 1: Elaborar la tabla en coordenadas polares.

Paso 2: Se ordenan de manera ascendente los clientes o ciudades por θ , si dos clientes o ciudades poseen el mismo valor de θ , se escoge primero al de menor valor de r . Luego se selecciona un cliente o ciudad w para iniciar y hacer $k = 1$ y $C_k = \{w\}$.

Paso 3: Si todos los clientes o ciudades están en algún clúster, ir al paso 4. Caso contrario se selecciona un cliente o ciudad w_i y w_i se agrega a C_k si no sobrepasas las restricciones de capacidad, si las sobrepasa crea un nuevo clúster para el cual, $k = k + 1$ y $C_k = \{w_i\}$. Repetir el paso dos hasta que no queden clientes o ciudades sin clúster.

Paso 4: Para cada clúster C_k para $t = 1, \dots, k$ resolver TSP (por sus siglas en inglés Travelling salesman problem o en español problema del agente viajero) con sus clientes y se obtiene una solución que puede ser un óptimo local hasta no comprobar lo contrario.

Paso 5: Se regresa al paso dos para ordenar de nuevo a los clientes en donde el primero pasa a ser el último, el segundo el primero y así sucesivamente hasta la ordenación original. Por cada cambio se realizan los pasos tres y cuatros nuevamente y se toma la mejor de las soluciones obtenidas.

(Olivera, 2004) y (Pacheco, 2005)

3.4.2 EJEMPLO DE LA HEURÍSTICA DE BARRIDO

Para efectos de comparación de los algoritmos tomaremos el 3.3.2 ejemplo del algoritmo de ahorros.

Paso 1:

Se usa la fórmula (3.7) para obtener la tabla de coordenadas polares, en donde θ_i esta expresado en radianes y r_i es la distancia dirigida

La coordenada polar para el cliente 8 es:

En este caso el cliente 8 está en $x = 54$ y $y = 64$, utilizando la fórmula (3.7):

$$\theta_8 = \arctan \left[\frac{Y(64) - Y(39)}{X(54) - X(39)} \right] = 1.03 \text{ radianes} \approx 59^\circ \quad (3.8)$$

$$r_8 = \sqrt{(Y(64) - Y(39))^2 + (X(54) - X(39))^2} = 29.15 \quad (3.9)$$

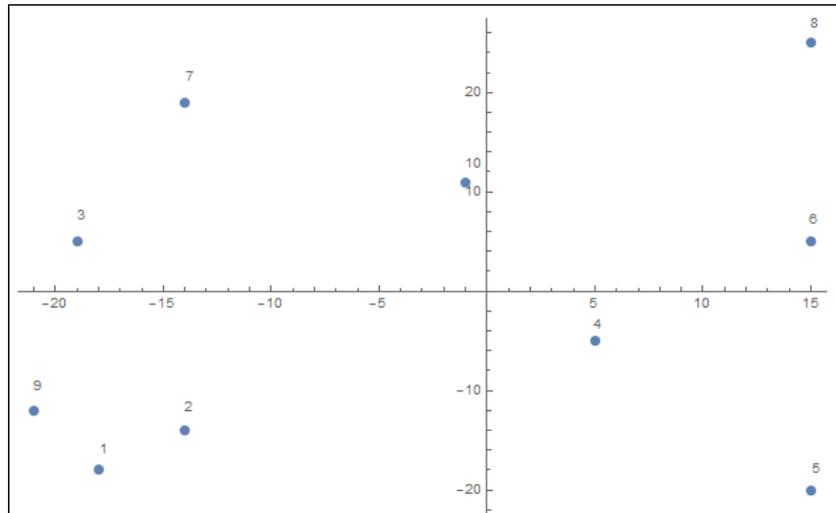
En la Tabla # 3.4 se muestran las coordenadas polares para cada cliente i . Esta transformación se realiza para que las coordenadas cartesianas se conviertan a coordenadas polares en donde la bodega tenga el eje (0,0) y las coordenadas de los clientes también se ajustan. En la Fig. # 3.5 se visualiza el cambio de las coordenadas a polares.

Tabla # 3.4 Coordenadas polares para cada cliente i

	r_i	θ_i
<i>c1</i>	25.46	-2.36
<i>c2</i>	19.80	-2.36
<i>c3</i>	19.65	2.88
<i>c4</i>	7.07	-0.79
<i>c5</i>	25.00	-0.93
<i>c6</i>	15.81	0.32
<i>c7</i>	23.60	2.21
<i>c8</i>	29.15	1.03
<i>c9</i>	24.19	-2.62
<i>c10</i>	11.05	1.66

Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 3.5 Coordenadas polares



Autor: Fanny Sanabria

Paso 2:

Se ordena por θ_i de menor a mayor, como se observa en la Tabla # 3.5.

Tabla # 3.5 Ordenamiento ascendente de los clientes

	r_i	θ_i
<i>c9</i>	24.19	-2.62
<i>c2</i>	19.80	-2.36
<i>c1</i>	25.46	-2.36
<i>c5</i>	25.00	-0.93
<i>c4</i>	7.07	-0.79
<i>c6</i>	15.81	0.32
<i>c8</i>	29.15	1.03
<i>c10</i>	11.05	1.66
<i>c7</i>	23.60	2.21
<i>c3</i>	19.65	2.88

Autor: Fanny Sanabria

Paso 3:

Para elaborar las rutas se lo realiza en dos fases, la primera en donde se agrupan los clientes por el método de barrido y la segunda donde se realiza un TSP (paso cuatro).

Para el método de barrido se escoge los ángulos del menor al mayor, y se mueve en sentido contrario a las manecillas del reloj.

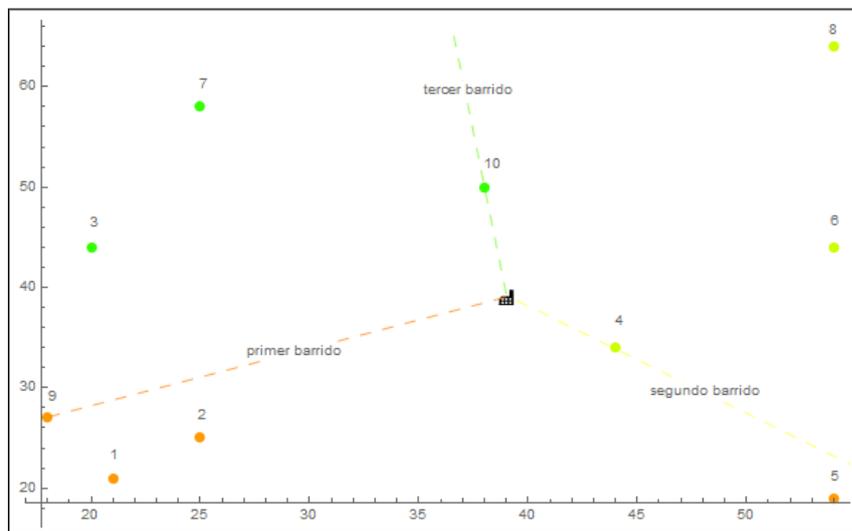
Como se observa en la Tabla # 3.5 ya se encuentran ordenados los clientes de forma ascendente por su coordenada polar angular y se van escogiendo los clientes hasta que no incumplan con la restricción de capacidad del camión que son de 100 unidades del producto x . Considerando esto las rutas quedan de la siguiente manera:

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| Ruta 1: bdg, c9, c2, c1, c5, bdg | Demanda ruta 1: $14+25+17+20 = 76$ |
| Ruta 2: bdg, c4, c6, c8, bdg | Demanda ruta 2: $29+15+36 = 80$ |
| Ruta 3: bdg, c10, c7, c3, bdg | Demanda ruta 3: $24+28+10 = 62$ |

En la Fig. # 3.6 se visualizan los barridos comenzando por el cliente 9 que tiene el mayor ángulo, de esta forma los agrupa por zonas en este caso por colores y dentro de cada una por su mejor distancia. El barrido agrupa a los clientes para no violar la restricción del camión.

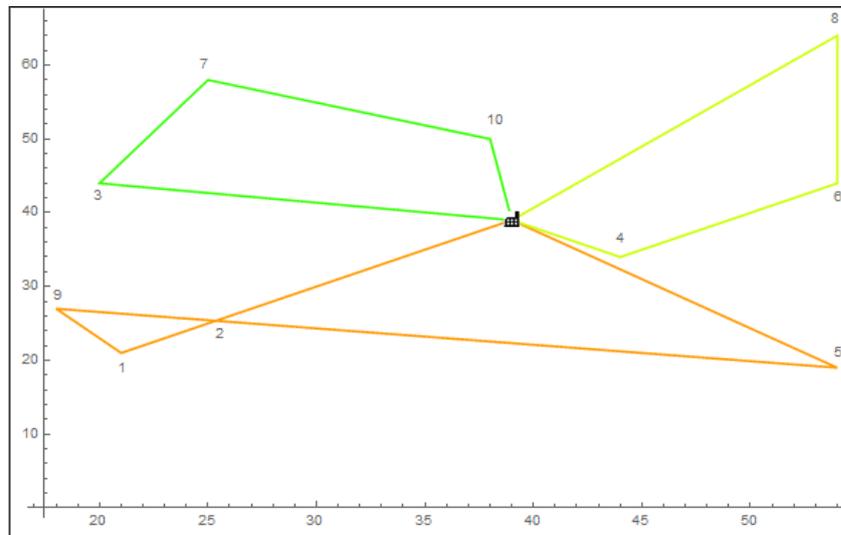
En la Fig. # 3.7 se muestra la solución con tres rutas antes de ser aplicado el TSP.

Fig. # 3.6 Primera fase de la heurística de barrido, agrupación



Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 3.7 Primera fase de la heurística de barrido, solución con tres rutas



Autor: Fanny Sanabria

Paso 4:

En la segunda fase a cada ruta ya generada en la primera, se la resuelve por TSP, para este caso con el nodo más cercano.

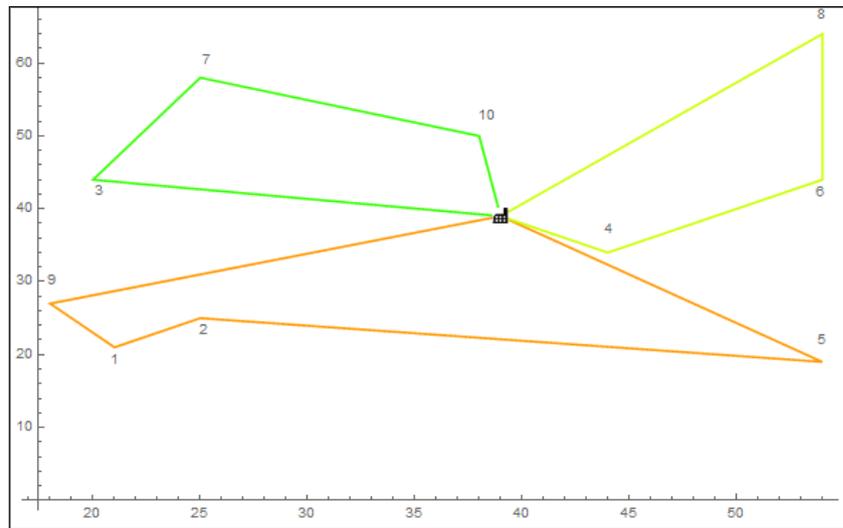
Las rutas quedan de la siguiente manera:

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| Ruta 1: bdg, c9, c1, c2, c5, bdg | Demanda ruta 1: $14+17+25+20 = 76$ |
| Ruta 2: bdg, c4, c6, c8, bdg | Demanda ruta 2: $29+15+36 = 80$ |
| Ruta 3: bdg, c10, c7, c3, bdg | Demanda ruta 3: $24+28+10 = 62$ |

Así, el algoritmo de barrido tiene una solución local para el problema de ruteo en el que la distancia recorrida es de 222,36 unidades de longitud.

En la Fig. # 3.8 se visualiza el diagrama de las rutas.

Fig. # 3.8 Rutas por algoritmo de barrido



Autor: Fanny Sanabria

Paso 5:

Se repite el paso dos en donde los clientes ya ordenados de la Tabla # 3.5 siguen rotando de posición hasta que el primero regresa a ser primero y por cada rotación se realizan los pasos tres y cuatro y luego de todas las iteraciones se selecciona la mejor.

A continuación, se muestra la iteración que tuvo el mejor resultado.

En la Tabla # 3.6 se muestra la quinta iteración de nueve en donde se comienza con el cliente seis.

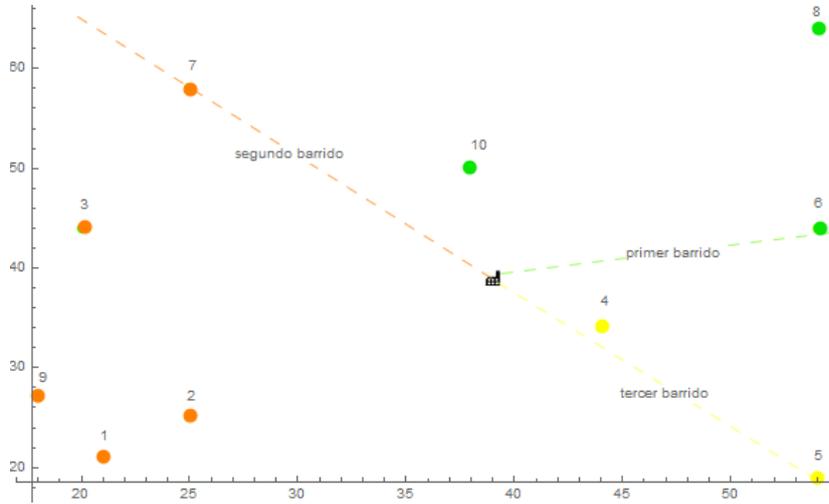
Tabla # 3.6 Ordenamiento de los clientes - 5ta iteración

	r_i	θ_i
c6	15.81	0.32
c8	29.15	1.03
c10	11.05	1.66
c7	23.60	2.21
c3	19.65	2.88
c9	24.19	-2.62
c1	25.46	-2.36
c2	19.80	-2.36
c5	25.00	-0.93
c4	7.07	-0.79

Autor: Fanny Sanabria

Después de haber realizado el paso tres en la Fig. # 3.9 se aprecia la agrupación de los clientes para no violar la restricción del camión.

Fig. # 3.9 Primera fase de la heurística de barrido, agrupación – 5ta iteración



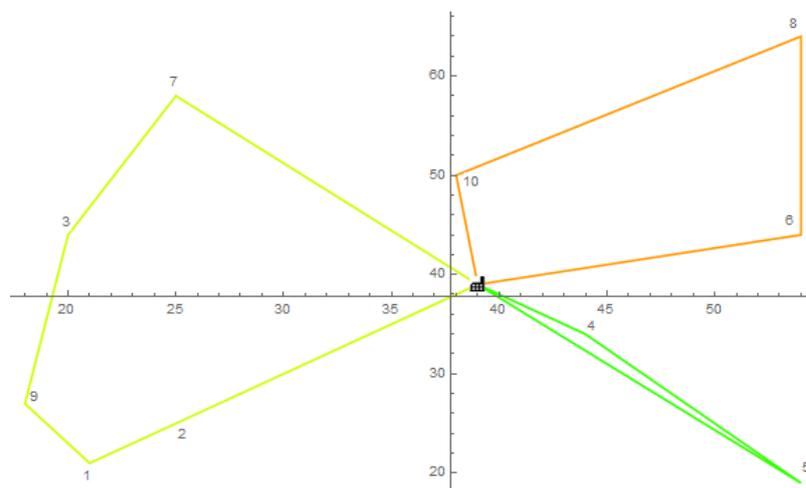
Autor: Fanny Sanabria

En el paso cuatro a cada agrupación se la resuelve con por un TSP y se obtienen las siguientes rutas:

- Ruta 1: bdg, c6, c8, c10, bdg Demanda ruta 1: $15+36+24 = 75$
- Ruta 2: bdg, c7, c3, c9, c1, c2, bdg Demanda ruta 2: $28+10+14+25+17 = 94$
- Ruta 3: bdg, c5, c4, bdg Demanda ruta 3: $20+29 = 49$

En la Fig. # 3.10 se visualiza el diagrama de las rutas de la quinta iteración la cual obtuvo la mejor respuesta.

Fig. # 3.10 Rutas por algoritmo de barrido - 5ta iteración



Autor: Fanny Sanabria

Así, el algoritmo de barrido determina una solución para el problema de ruteo en el que la distancia recorrida es de 205.96 unidades de longitud, es decir es una solución de inferior calidad que la obtenida por el algoritmo de Clarke and Wright con 204.20 unidades de longitud.

CAPÍTULO 4

METAHEURÍSTICAS PARA LA SOLUCIÓN DEL VRP

4.1 METAHEURÍSTICAS

El término metaheurísticas apareció por primera vez en el artículo seminal sobre búsqueda tabú de (Glover , 1987). El término metaheurísticas se obtiene de anteponer a la palabra heurística el sufijo “meta” que significa “más allá” o “a un nivel superior”.

Las metaheurísticas son procedimientos genéricos que a través de algoritmos aproximados guían una heurística subordinada combinando la exploración del espacio de soluciones para problemas de optimización, obteniendo mejores resultados que las heurísticas clásicas en un mayor lapso sin embargo este tiempo es menor que si se usa los métodos exactos.

4.2 CLASIFICACIÓN DE LAS METAHEURÍSTICAS

Una posible clasificación por su forma de resolver los problemas puede ser:

4.2.1 MÉTODOS CONSTRUCTIVOS

Inician de una solución inicial vacía y van añadiendo o construyendo componentes hasta construir una solución.

Las más conocidos son: GRASP y optimización basada en colonias de hormigas.

4.2.2 MÉTODOS BASADOS EN TRAYECTORIAS

La heurística subordinada es un algoritmo de búsqueda local que parte de una solución inicial siguiendo una trayectoria en el espacio de búsqueda e iterativamente busca cambiar la solución por otra del vecindario de mejor calidad.

Las más conocidas son: búsqueda local, recocido simulado y búsqueda tabú.

4.2.3 MÉTODOS BASADOS EN POBLACIONES

El proceso toma en cuenta múltiples puntos de búsqueda en el espacio, creando un conjunto de soluciones que se armonizan para obtener nuevas soluciones

que heredan las propiedades de las primeras secuencias de poblaciones que mejoran la calidad media.

Las más conocidas son: evolución diferencial, algoritmos genéticos, búsqueda dispersa y enjambre de partículas.

(Herrera, 2006)

A continuación, se muestran las metaheurísticas que serán utilizadas en este estudio las cuales han sido sacadas del trabajo de metaheurísticas y redes neuronales de (Sandoya, 2015)

4.3 METAHEURÍSTICAS BASADAS EN GRASP

Los métodos GRASP tuvo sus orígenes al final de la década de los años 80 con el fin de encontrar solución a problemas de cubrimientos de conjunto y en 1995 por Feo y Resende ésta metaheurística es de propósito general.

La palabra GRASP proviene de las siglas de Greedy Randomized Adaptive Search Procedures que en castellano sería algo así como: Procedimientos de Búsqueda basados en funciones voraces aleatorizadas adaptativas.

GRASP tiene un proceso de multi-arranque en el cual cada paso tiene una fase de construcción y una de mejora. En la fase de construcción, el proceso de heurística constructiva obtiene una buena solución inicial, la que se mejora en la segunda fase por un algoritmo de búsqueda local. La mejor de todas las soluciones examinadas se guarda como resultado final.

4.3.1 FUNCIONAMIENTO GLOBAL DE LA METAHEURÍSTICA DE GRASP

Mientras (Condición de parada)

Fase Constructiva:

- Escoger una lista de elementos candidatos.
- Tener una lista restringida con los mejores candidatos
- Seleccionar un elemento de manera aleatoria de la lista restringida.

Fase de Mejora:

- Realizar un proceso de búsqueda local partiendo de la solución construida hasta que no se pueda mejorar más.

Actualización:

- Si la solución obtenida mejora a la mejor almacenada, actualizarla.

En la fase constructiva iterativamente se construye una solución posible, teniendo en cuenta un elemento en cada paso. En cada iteración la elección del siguiente elemento a ser añadido a la solución parcial está determinada por una función Greedy, la cual examina el beneficio de agregar cada uno de los elementos según la función objetivo y elegir la mejor.

Esta metaheurística trabaja con una lista restringida de los mejores candidatos, lo cual hace que se seleccione al mejor candidato al azar para cada iteración de la fase constructiva.

En la fase de mejora, los resultados que son obtenidos de la fase constructiva no suelen ser óptimos locales, por ende, se aplica un procedimiento de búsqueda local como post-procesamiento para perfeccionar la solución obtenida.

Al efectuar varias iteraciones es una manera de hacer un muestreo del espacio de soluciones.

4.3.2 BENEFICIOS DE USAR LA METAHEURÍSTICA DE GRASP

Una de las características más importantes es la sencillez y facilidad de implementación, solo se necesita establecer el tamaño de la lista restringida de los mejores candidatos y el número de iteraciones para establecer los procedimientos.

4.3.3 SUGERENCIAS DE AUTORES PARA MEJORAR EL PROCEDIMIENTO DE LA METAHEURÍSTICA DE GRASP

Se puede adicionar una fase antes de la fase constructiva, que podría ser una fase determinista para ahorrar esfuerzos a la siguiente fase.

Si anticipadamente se conoce que hay subestructuras que son parte de una solución óptima, se las puede tomar como punto de partida de la fase constructiva.

Se puede mejorar el algoritmo de GRASP si se lo combina con otros procedimientos provenientes de otras Metaheurísticas, como Rencadenamiento de trayectorias o Búsqueda en vecindades variables.

4.4 METAHEURÍSTICAS DE RECOCIDO SIMULADO

La metaheurística de recocido simulado fue introducido en los años 50 por Metrópolis Hastings para utilizarlo en el campo de la termodinámica estadística simulando procesos de enfriamiento de un material.

En 1983 el método fue refocado a resolver problemas de optimización combinatoria de gran complejidad por Scott Kirkpatrick, C. Daniel Gelatt y Mario P. Vecchi, e independientemente en 1985 por Vlado Cerny.

Dada su facilidad de implementación esta metaheurística tuvo un gran auge en la década de los 80.

La adaptación de este método hace que el diseño de circuitos electrónicos sea considerado para resolver los problemas de optimización combinatoria que tienen este tipo de diseños. El algoritmo original simula el cambio de energía en el proceso de enfriamiento de un sistema físico.

4.4.1 FUNCIONAMIENTO GLOBAL DE LA METAHEURÍSTICA DE RECOCIDO SIMULADO

El recocido simulado tiene su procedimiento basado en búsqueda local por entornos que se caracteriza por un criterio de aceptación de soluciones vecinas que se adaptan a lo largo de su ejecución.

Se usa una variable temperatura, T , que determina en qué medida pueden ser aceptadas las soluciones vecinas peores que la actual n . Esta variable se trata de iniciarla con un valor alto, que se llama temperatura inicial, T_0 , que genere una probabilidad alta de aceptar un movimiento de no mejora. En cada iteración va disminuyendo la temperatura a través de un mecanismo de enfriamiento de la temperatura, α , teniendo una probabilidad más pequeña hasta acercarse a la solución óptima y alcanzar una temperatura final, T_f . Los costos también van disminuyendo a medida que la temperatura disminuye, haciendo cada vez más difícil aceptar malos movimientos en búsqueda de la solución.

En cada iteración se genera un número específico de vecinos, que puede ser fijo para toda la ejecución o depender de cada iteración.

Cada vez que se genera un vecino, se aplica el criterio de aceptación para ver si sustituye a la solución actual:

- ✓ Si la solución vecina es mejor que la actual, se acepta automáticamente, tal como se haría en la búsqueda local clásica.
- ✓ Si la solución vecina es peor que la actual existe aún la probabilidad de que el vecino sustituya a la solución actual. Esto permite al algoritmo salir de óptimos locales, en los que la búsqueda local clásica quedaría atrapada.

Este modelo viene dado por la siguiente estructura:

Tomar una solución inicial x

Tomar una temperatura inicial T

Mientras (no congelado)

Realizar L veces

Tomar x' de $N(x)$

$$d = f(x') - f(x)$$

Si $(d < 0)$ hacer $x = x'$

Si $(d > 0)$ hacer $x = x'$ con $p = e^{-d/T}$

Hacer acción del mecanismo de enfriamiento ($T = rT$)

Se determinan los siguientes parámetros:

- I. Temperatura inicial: se establece haciendo una serie de pruebas para alcanzar una determinada fracción de movimientos aceptados.
- II. Velocidad de Enfriamiento r .
- III. Longitud L que debe ser proporcional al tamaño esperado de $N(x)$.
- IV. Cuando la secuencia de enfriamiento termina está congelada
 $cont = cont + 1$ cuando se complete una temperatura y el porcentaje de movimientos aceptados es menor de $MinPercent$. $cont = 0$ cuando se mejora la mejor solución almacenada.

4.4.1.1 MECANISMOS DE ENFRIAMIENTO DEL METAHEURÍSTICO RECOCIDO SIMULADO

Para enfriar la temperatura se pueden usar distintos mecanismos basado es:

- I. Sucesivas temperaturas descendentes $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{maxiter}$ fijadas por el usuario.
- II. Enfriamiento con descenso constante (c) de temperatura

$$T_{k+1} = T_k - c \quad (4.1)$$

- III. Descenso geométrico:

$$T_{k+1} = r * T_k \quad (4.2)$$

Donde: k = iteración actual, r constante cercana a 1 (usualmente, escogida en $[0.8, 0.99]$)

- IV. Criterio de Boltzmann:

$$T_k = \frac{T_0}{1 + \log(k)} \quad (4.3)$$

- V. Esquema de Cauchy:

$$T_k = \frac{T_0}{1 + k} \quad (4.4)$$

CAPÍTULO 5

IMPLEMENTACIÓN DE HEURÍSTICAS Y METAHEURÍSTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE CVRP

Toda solución es un conjunto de rutas que comienzan y terminan en un depósito y que visitan a cada cliente una vez; de tal manera que la suma de las demandas de los clientes de cada recorrido no supere la capacidad del vehículo. El objetivo es encontrar una solución con un mínimo de distancia total del conjunto de rutas.

5.1 PROBLEMAS DE PRUEBA DE CVRPLIB

Los casos de prueba escogidos para ser evaluados en cada uno de los métodos heurísticos y metaheurísticos son obtenidos de un repositorio ubicado en la página web² CVRPLIB por sus siglas en inglés Capacitated Vehicle Routing Problem Library. Cada uno de los problemas incluidos en esa librería tiene once puntos de referencia enumerado por autor y año, cada uno de estos tiene: el nombre del caso, número de clientes, cantidad óptima de vehículos, cantidad máxima de carga por vehículo, solución óptima o la mejor solución. Cada una también permite la descarga de un archivo donde se muestran las coordenadas de los clientes y depósito, la demanda por cliente, el tipo de distancia utilizada que en su gran mayoría son euclidianas, un mapa con los puntos de cada cliente y las rutas de la solución óptima o más conocida e información adicional sobre el tipo de clientes, la distribución de la demanda, entre otras.

5.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS CASOS

A continuación, se muestran las características de los diferentes componentes que forman los casos, las cuales han sido sacadas del trabajo de new benchmark instances for the Capacitated Vehicle Routing Problem de (Uchoa, y otros, 2017).

5.2.1 POSICIONAMIENTO DEL DEPÓSITO

Se consideran tres posiciones diferentes para el depósito

- I. Central: cuando se encuentra en el centro de la cuadrícula.

² Dirección web de CVRPLIB: <http://vrp.atd-lab.inf.puc-rio.br/index.php/en/>

- II. Excéntrica: cuando se encuentra en la esquina de la cuadrícula, punto (0, 0).
- III. Aleatorio: cuando se encuentra en un punto al azar de la cuadrícula.

5.2.2 POSICIONAMIENTO DEL CLIENTE

Se consideran tres posiciones diferentes para el cliente.

- I. Aleatorio: cuando todos los clientes son posicionados al azar en la cuadrícula.
- II. Agrupada: cuando los clientes forman sub-agrupaciones o clústeres, las cuales están dispersas en la cuadrícula. Cada sub-agrupación posee un número n de clientes que están ubicados uno cerca del otro en la cuadrícula.
- III. Agrupada-Aleatorio: cuando la mitad de los clientes están agrupados y los clientes restantes están colocados al azar en la cuadrícula.

Cabe indicar que las superposiciones no están permitidas.

5.2.3 DISTRIBUCIÓN DE LA DEMANDA

Estos casos presentan siete diferentes opciones de distribución de la demanda.

- I. Unitario: todas las demandas tienen el valor de 1.
- II. Valores pequeños con gran variación: demandas con distribución uniforme [1,10].
- III. Valores pequeños con varianza pequeña: demandas con distribución uniforme [5,10].
- IV. Valores grandes con gran variación: demandas con distribución uniforme [1,100].
- V. Valores grandes con varianza pequeña: demandas con distribución uniforme [50,100].
- VI. Dependiendo del cuadrante: demanda con una distribución uniforme [1,50] si el cliente está en un cuadrante par con respecto al centro de la cuadrícula y de [51,100] si el cliente está en un cuadrante impar.
- VII. Muchos valores pequeños con pocos valores grandes: la mayoría de las demandas entre el 70% al 95% de los clientes tienen una

distribución uniforme de $[1,10]$ y las demandas restantes tienen una distribución uniforme de $[50,100]$.

5.3 CASOS DE PRUEBA

Los casos por evaluar se dividen en tres grupos clasificados por el tipo de cliente con diez ejemplos cada uno. A continuación, se van a presentar unas tablas, las cuales tienen el nombre de la instancia, el número de clientes en la columna n , la cantidad de vehículos a usar en la columna k y la solución óptima en la columna opt .

- I. Clientes agrupados, como se visualiza en la Tabla # 5.1 pertenecen al conjunto B de Augerat en 1995 y especifican que las coordenadas son puntos entre $[0,100] \times [0,100]$ en la cuadrícula que se escogen para formar agrupaciones de vecinos (NC) más cercanos, en donde $k \leq NC - 1$. Las demandas tienen una distribución uniforme $U(1,30)$, sin embargo $n/10$ fueron multiplicadas por 3.

Tabla # 5.1 Instancias del conjunto B

	<i>instancias</i>	<i>cap</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	<i>opt</i>
<i>agrupado</i>	B-n31-k5	100	30	5	672
	B-n34-k5	100	33	5	788
	B-n35-k5	100	34	5	955
	B-n38-k6	100	37	6	805
	B-n39-k5	100	38	5	549
	B-n41-k6	100	40	6	829
	B-n43-k6	100	42	6	742
	B-n44-k7	100	43	7	909
	B-n45-k5	100	44	5	751
	B-n45-k6	100	44	6	678

Autor: Fanny Sanabria

- II. Clientes aleatorios, como se visualiza en la Tabla # 5.2 pertenecen al conjunto A de Augerat en 1995 y especifican que las coordenadas son puntos entre $[0,100] \times [0,100]$ colocados al azar. Las demandas tienen una distribución uniforme $U(1,30)$, sin embargo $n/10$ fueron multiplicadas por 3.

Tabla # 5.2 Instancias del conjunto A

	<i>instancias</i>	<i>cap</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	<i>opt</i>
<i>aleatorio</i>	A-n32-k5	100	31	5	784
	A-n33-k5	100	32	5	661
	A-n33-k6	100	32	6	742
	A-n34-k5	100	33	5	778
	A-n36-k5	100	35	5	799
	A-n37-k5	100	36	5	669
	A-n37-k6	100	36	6	949
	A-n38-k5	100	37	5	730
	A-n39-k5	100	38	5	822
	A-n39-k6	100	38	6	831

Autor: Fanny Sanabria

- III. Clientes agrupados y aleatorios, como se visualiza en la Tabla # 5.3 pertenecen al conjunto X de Augerat en 1995 y especifican que las coordenadas son puntos entre $[0,1000] \times [0,1000]$ que están agrupados y colocados al azar, en donde k es el número mínimo factible de vehículos. Las demandas pueden estar dadas en los siete casos diferentes de la distribución de la demanda explicada en el apartado 5.2.3 DISTRIBUCIÓN DE LA DEMANDA.

Tabla # 5.3 Instancias del conjunto X

	<i>instancias</i>	<i>cap</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	<i>opt</i>
<i>agrupados y aleatorios</i>	X-n101-k25	206	100	25	27591
	X-n106-k14	600	105	14	26362
	X-n110-k13	66	109	13	14971
	X-n115-k10	169	114	10	12747
	X-n120-k6	21	119	6	13332
	X-n125-k30	188	124	30	55539
	X-n129-k18	39	128	18	28940
	X-n134-k13	643	133	13	10916
	X-n139-k10	106	138	10	13590
	X-n143-k7	1190	142	7	15700

Autor: Fanny Sanabria

5.4 CASO REAL

Los problemas de ruteo de vehículos tienen bastantes aplicaciones en casos reales, como: distribución de mensajería, paquetes y mercadería, recolección de residuos sólidos, transporte de personas y animales, entre otras.

Para la aplicación de las heurísticas y metaheurísticas a un caso real se tiene la información de la empresa COTAIN S.A.³ que se dedica a elaborar y distribuir productos en polvo para la construcción.

Los productos se distribuyen en fundas cuyo peso depende del tipo de producto y estas pueden ser entre 2 kg y 40 kg, su producto estrella con el 85% de las ventas es un saco en polvo para adhesivo de 25 kg. Las distribuciones se realizan dentro de la ciudad de Guayaquil y sus alrededores para lo cual usan vehículos de 8 toneladas por las restricciones de circulación de vehículos pesados existente al 2018.

La estiba del producto en los vehículos es hasta cumplir el peso del vehículo, para el producto de saco en polvo para adhesivo de 25 kg caben 4 pallets americanos con 80 sacos cada uno.

Con este caso se desea corroborar la importancia de usar un correcto método de ruteo para minimizar los kilómetros recorridos de los vehículos durante sus entregas, las cuales generarían ahorros en los costos de transporte para las empresas.

Actualmente la empresa COTAIN S.A. sectoriza a sus clientes por zonas para armar las rutas de entrega, poseen dos vehículos que pueden realizar hasta tres vueltas cada uno por día para cumplir con las entregas de sus clientes.

Para comparar la información de kilómetros recorridos se seleccionó un día de entregas de la empresa COTAIN S.A. para obtener datos de las ubicaciones geográficas de sus clientes juntos con sus demandas y así aplicar los métodos de heurísticas y metaheurísticas para poder concluir con que método se obtiene un mejor ahorro.

³ Se ha cambiado el nombre de la empresa por solicitud de confidencialidad.

En la Tabla # 5.4 se muestra la información recopilada del 1 de marzo del 2018 en la que se detalla las ubicaciones geográficas y la cantidad en toneladas de producto a entregar por parte de la empresa.

En la Fig. # 5.1 se observa la ubicación geográfica de los clientes sectorizados por color dentro del mapa de la provincia del Guayas, el color amarillo para Guayaquil, el color anaranjado para las afueras y el color morado para la planta.

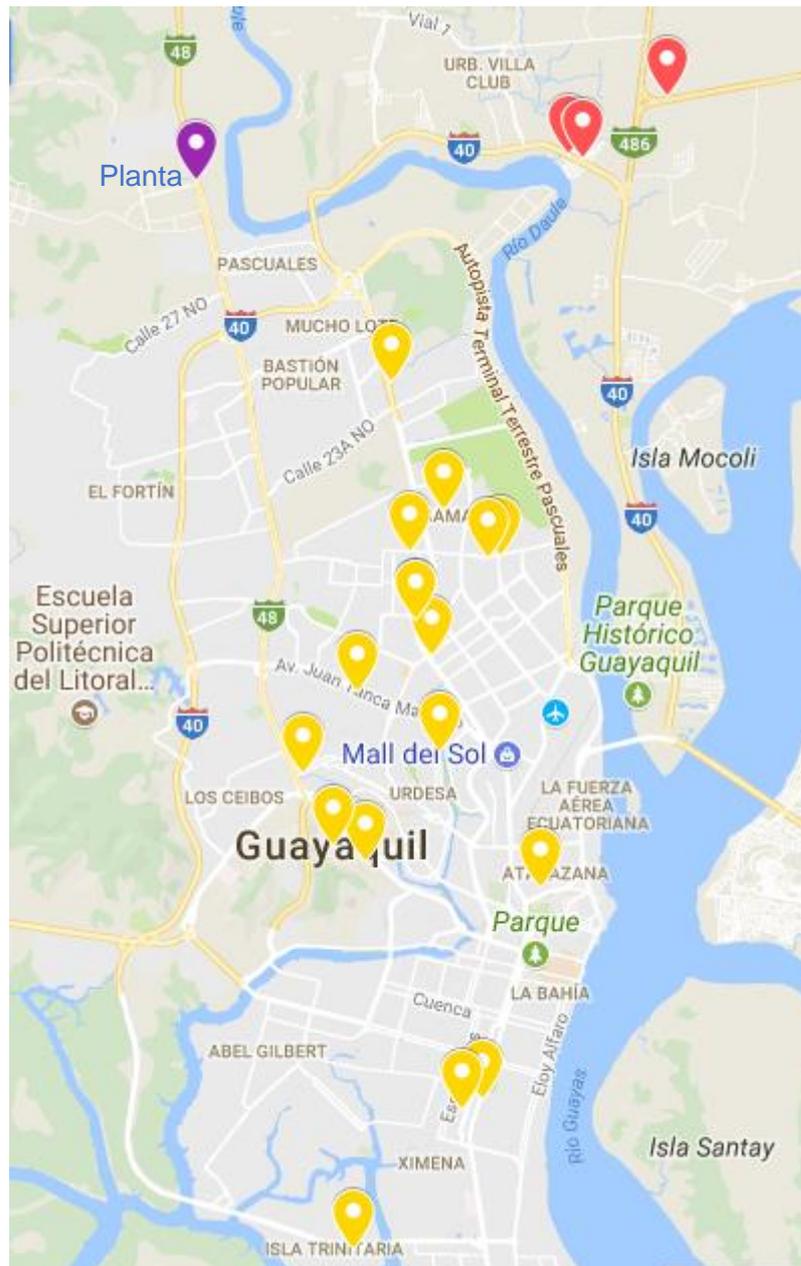
La empresa para el día 1 de marzo del 2018 tuvo un promedio de 80 km recorridos con sus dos vehículos en tres y dos vueltas cada uno.

Tabla # 5.4 Coordenadas geográficas de bodega y clientes con su demanda para caso real

	<i>Longitud</i>	<i>Latitud</i>	<i>Cantidad (ton)</i>
<i>Planta</i>	-79.95	-2.06	
<i>Afueras 1</i>	-79.88	-2.05	1.50
<i>Afueras 2</i>	-79.88	-2.05	1.25
<i>Afueras 3</i>	-79.87	-2.04	1.25
<i>Afueras 4</i>	-79.87	-2.01	1.75
<i>Guayaquil 1</i>	-79.91	-2.13	1.45
<i>Guayaquil 2</i>	-79.91	-2.09	2.20
<i>Guayaquil 3</i>	-79.90	-2.16	2.55
<i>Guayaquil 4</i>	-79.92	-2.24	2.85
<i>Guayaquil 5</i>	-79.92	-2.17	0.50
<i>Guayaquil 6</i>	-79.92	-2.17	1.25
<i>Guayaquil 7</i>	-79.90	-2.21	2.50
<i>Guayaquil 8</i>	-79.91	-2.14	1.00
<i>Guayaquil 9</i>	-79.93	-2.16	1.10
<i>Guayaquil 10</i>	-79.92	-2.14	0.90
<i>Guayaquil 11</i>	-79.90	-2.11	1.15
<i>Guayaquil 12</i>	-79.89	-2.12	1.00
<i>Guayaquil 13</i>	-79.90	-2.12	1.50
<i>Guayaquil 14</i>	-79.89	-2.18	1.00
<i>Guayaquil 15</i>	-79.91	-2.12	1.00
<i>Guayaquil 16</i>	-79.90	-2.22	2.75

Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 5.1 Ubicaciones geográficas de los clientes y de la planta del caso real



Autor: Fanny Sanabria

5.4.1 CARACTERÍSTICAS DEL CASO REAL

5.4.1.1 POSICIONAMIENTO DEL DÉPOSITO

La empresa posee una sola planta de producción la cual se observa en la Fig. # 5.1 que está ubicada la esquina superior izquierda en referencia a sus clientes.

5.4.1.2 POSICIONAMIENTO DE LOS CLIENTES

Se considera que los clientes tienen posiciones agrupadas y aleatorias como se observa en la Fig. # 5.1.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS

A continuación, se muestran los resultados para los treinta casos de prueba seleccionados aplicando las heurísticas y metaheurísticas estudiadas en el capítulo tres y cuatro para conocer cual tiene una respuesta más cercana o igual al óptimo por grupo de posicionamiento de clientes.

Para definir cual tiene una solución de mejor calidad se usa el gap analysis o análisis de diferencia, el cual consiste en calcular la diferencia entre la solución óptima y la solución obtenida, dividida para la solución obtenida y se la expresa en porcentaje.

También se presenta la solución del caso real de la empresa COTAIN S.A. mediante la heurística y metaheurística que ofrezca la mejor solución dada la característica de las posiciones de los clientes.

6.1 CASOS DE PRUEBA RESUELTOS MEDIANTE HEURÍSTICAS

6.1.1 RESULTADOS DE HEURÍSTICA DE CLARKE AND WRIGHT

Esta heurística de Clarke and Wright tiene soluciones de mejor calidad resolviendo problemas en donde los clientes con un n pequeño se encuentran de forma agrupada.

La Tabla # 6.1 muestra que para el grupo de clientes con posiciones agrupadas el gap es de 3.63%, para las posiciones de clientes aleatorias el gap es de 5.18% y de forma menos efectiva para los clientes con posiciones agrupadas y aleatorias tiene un gap de 6.55%.

También se compara la cantidad de números de vehículos (k) que fueron obtenidos al resolver cada caso contra la solución óptima y se obtuvo que doce casos tuvieron un vehículo más del óptimo B-n41-k6, B-n45-k6, A-n33-k6, A-n34-k5, A-n38-k5, A-n44-k6, X-n106-k14, X-n115-k10, X-n134-k13 y X-n139-k10, y dos casos tuvieron tres vehículos más del óptimo X-n101-k25 y X-n125-k30.

Tabla # 6.1 Resultados de la heurística de Clarke and Wright

	<i>datos</i>					<i>clarke and wright</i>		
	<i>instancias</i>	<i>cap</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	<i>opt</i>	<i>k</i>	<i>resultado</i>	<i>gap</i>
<i>agrupado</i>	B-n31-k5	100	30	5	672	5	681.20	1.37%
	B-n34-k5	100	33	5	788	5	794.30	0.80%
	B-n35-k5	100	34	5	955	5	978.30	2.44%
	B-n38-k6	100	37	6	805	6	832.10	3.37%
	B-n39-k5	100	38	5	549	5	566.70	3.22%
	B-n41-k6	100	40	6	829	7	898.10	8.34%
	B-n43-k6	100	42	6	742	6	782.00	5.39%
	B-n44-k7	100	43	7	909	7	937.70	3.16%
	B-n45-k5	100	44	5	751	5	757.20	0.83%
	B-n45-k6	100	44	6	678	7	727.80	7.35%
	<i>promedio</i>							3.63%
<i>aleatorio</i>	A-n32-k5	100	31	5	784	5	843.70	7.61%
	A-n33-k6	100	32	6	742	7	776.30	4.62%
	A-n34-k5	100	33	5	778	6	810.40	4.16%
	A-n36-k5	100	35	5	799	5	828.50	3.69%
	A-n37-k5	100	36	5	669	5	707.80	5.80%
	A-n37-k6	100	36	6	949	6	976.60	2.91%
	A-n38-k5	100	37	5	730	6	768.10	5.22%
	A-n39-k5	100	38	5	822	5	902.00	9.73%
	A-n39-k6	100	38	6	831	6	863.10	3.86%
	A-n44-k6	100	43	6	937	7	976.00	4.16%
	<i>promedio</i>							5.18%
<i>agrupados y aleatorios</i>	X-n101-k25	206	100	25	27591	28	28940.00	4.89%
	X-n106-k14	600	105	14	26362	14	27280.00	3.48%
	X-n110-k13	66	109	13	14971	13	15870.00	6.00%
	X-n115-k10	169	114	10	12747	11	13490.00	5.83%
	X-n120-k6	21	119	6	13332	6	14540.00	9.06%
	X-n125-k30	188	124	30	55539	33	58830.00	5.93%
	X-n129-k18	39	128	18	28940	18	30300.00	4.70%
	X-n134-k13	643	133	13	10916	14	11520.00	5.53%
	X-n139-k10	106	138	10	13590	11	14530.00	6.92%
	X-n143-k7	1190	142	7	15700	7	17770.00	13.18%
	<i>promedio</i>							6.55%

Autor: Fanny Sanabria

En la Tabla # 6.2 se establece una comparación entre los mínimos y máximos gap dentro de cada grupo, teniendo mejores resultados los casos de prueba con clientes agrupados.

Tabla # 6.2 Comparación de gaps de la heurística de Clarke and Wright

<i>Posicionamiento del cliente</i>	<i>gap mínimo</i>	<i>gap máximo</i>	<i>gap promedio</i>
<i>agrupados</i>	0.80%	8.34%	3.63%
<i>aleatorios</i>	2.91%	9.73%	5.18%
<i>agrupados y aleatorios</i>	3.48%	13.18%	6.55%

Autor: Fanny Sanabria

6.1.2 RESULTADOS DE HEURÍSTICA DE BARRIDO

Esta heurística de barrido es más efectiva resolviendo problemas en donde los clientes con un n pequeño se encuentran de forma agrupada. Sin embargo, la diferencia del gap promedio entre los clientes de forma aleatoria y agrupada es corta.

La Tabla # 6.3 muestra que para el grupo de clientes con posiciones agrupadas el gap es de 8.68%, para las posiciones de clientes aleatorios el gap es de 8.85% y de forma menos efectiva para los clientes con posiciones agrupadas y aleatorias tiene un gap de 17.00%.

También se compara la cantidad de números de vehículos (k) que fueron obtenidos al resolver cada caso contra la solución óptima y se obtuvo que siete casos tuvieron un vehículo más de lo óptimo B-n45-k6, A-n38-k5, A-n39-k5, X-n115-k10, X-n129-k18, X-n134-k13 y X-n139-k10, un caso tuvo cinco vehículos más de los óptimo X-n101-k25 y un caso tuvo seis vehículos más de los óptimo X-n125-k30.

Tabla # 6.3 Resultados de la heurística de barrido

	<i>datos</i>					<i>barrido</i>		
	<i>instancias</i>	<i>cap</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	<i>opt</i>	<i>k</i>	<i>resultado</i>	<i>gap</i>
<i>agrupado</i>	B-n31-k5	100	30	5	672	5	696.69	3.67%
	B-n34-k5	100	33	5	788	5	889.51	12.88%
	B-n35-k5	100	34	5	955	5	966.93	1.25%
	B-n38-k6	100	37	6	805	6	838.99	4.22%
	B-n39-k5	100	38	5	549	5	613.45	11.74%
	B-n41-k6	100	40	6	829	6	884.53	6.70%
	B-n43-k6	100	42	6	742	6	750.92	1.20%
	B-n44-k7	100	43	7	909	7	1137.46	25.13%
	B-n45-k5	100	44	5	751	5	836.08	11.33%
	B-n45-k6	100	44	6	678	7	736.62	8.65%
	<i>promedio</i>							8.68%
<i>aleatorio</i>	A-n32-k5	100	31	5	784	5	885.04	12.89%
	A-n33-k6	100	32	6	742	6	751.65	1.30%
	A-n34-k5	100	33	5	778	5	786.44	1.08%
	A-n36-k5	100	35	5	799	5	862.71	7.97%
	A-n37-k5	100	36	5	669	5	736.35	10.07%
	A-n37-k6	100	36	6	949	7	1087.46	14.59%
	A-n38-k5	100	37	5	730	6	818.46	12.12%
	A-n39-k5	100	38	5	822	5	882.53	7.36%
	A-n39-k6	100	38	6	831	6	900.14	8.32%
	A-n44-k6	100	43	6	937	6	1056.84	12.79%
	<i>promedio</i>							8.85%
<i>agrupados y aleatorios</i>	X-n101-k25	206	100	25	27591	30	34368.50	24.56%
	X-n106-k14	600	105	14	26362	14	30035.90	13.94%
	X-n110-k13	66	109	13	14971	13	15769.30	5.33%
	X-n115-k10	169	114	10	12747	11	14894.20	16.84%
	X-n120-k6	21	119	6	13332	6	14495.40	8.73%
	X-n125-k30	188	124	30	55539	36	69342.40	24.85%
	X-n129-k18	39	128	18	28940	19	36941.80	27.65%
	X-n134-k13	643	133	13	10916	14	13835.90	26.75%
	X-n139-k10	106	138	10	13590	11	14850.90	9.28%
	X-n143-k7	1190	142	7	15700	7	17593.50	12.06%
	<i>promedio</i>							17.00%

Autor: Fanny Sanabria

En la Tabla # 6.4 se establece una comparación entre los mínimos y máximos gap dentro de cada grupo, teniendo mejores resultados los casos de prueba con clientes aleatorios.

Tabla # 6.4 Comparación de gaps de la heurística de barrido

<i>Posicionamiento del cliente</i>	<i>gap mínimo</i>	<i>gap máximo</i>	<i>gap promedio</i>
<i>agrupados</i>	1.20%	25.13%	8.68%
<i>aleatorios</i>	1.08%	14.59%	8.85%
<i>agrupados y aleatorios</i>	5.33%	27.65%	17.00%

Autor: Fanny Sanabria

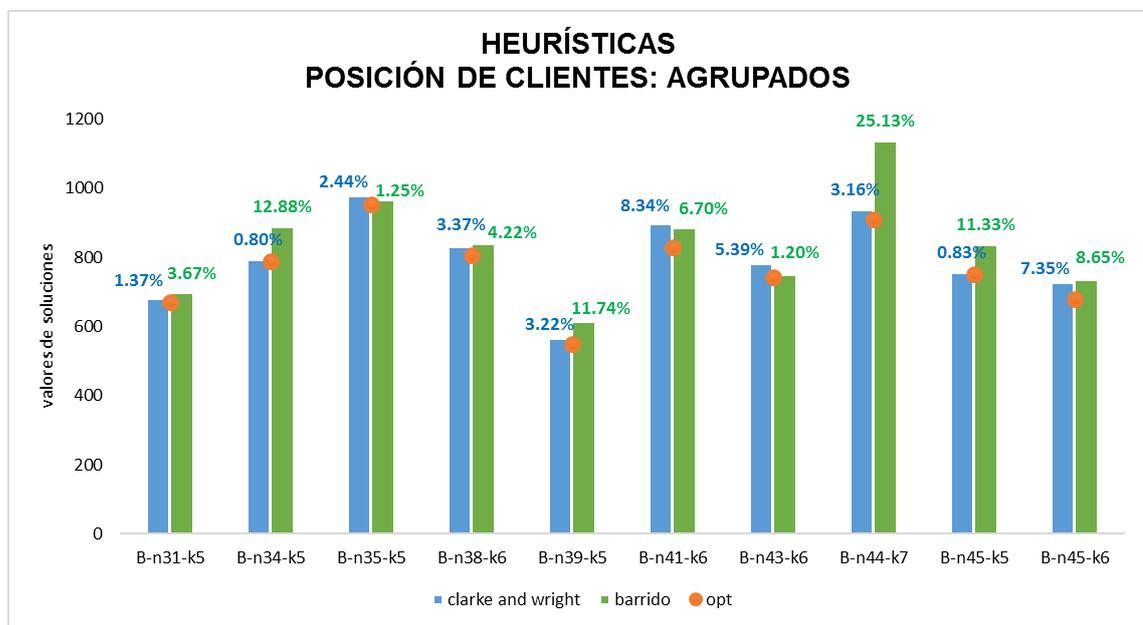
6.1.3 COMPARACIÓN ENTRE HEURÍSTICAS POR POSICIONAMIENTO DE LOS CLIENTES

Se puede apreciar en las Fig. # 6.1, Fig. # 6.2 y Fig. # 6.3 que la heurística de Clarke and Wright resuelve de manera más eficiente los casos para las tres posiciones diferentes de los clientes.

En cada gráfica el punto naranja representa el óptimo de cada caso, las barras azules el resultado de la heurística de Clarke and Wright, las barras verdes el resultado de la heurística de barrido y encima de las barras están los porcentajes del gap de cada uno con respecto a la solución óptima.

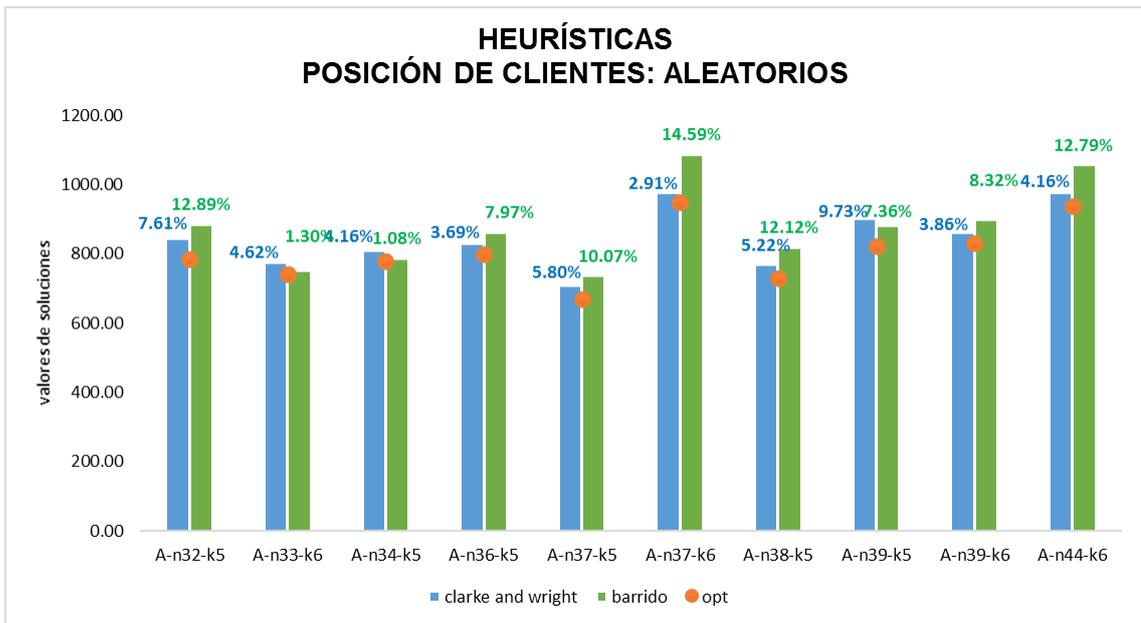
Dentro de cada grupo de clientes la heurística de barrido obtuvo mejores respuestas que la heurística de Clarke and Wright con el 30% en el grupo de clientes con posición agrupada, 30% en el grupo de clientes con posición aleatoria y el 20% en el grupo de clientes con posición agrupada y aleatoria. Es decir, la heurística de Clarke and Wright es superior con el 70% en los dos primeros grupos de clientes y con 80% en el último grupo de clientes.

Fig. # 6.1 Comparación entre heurísticas con clientes agrupados



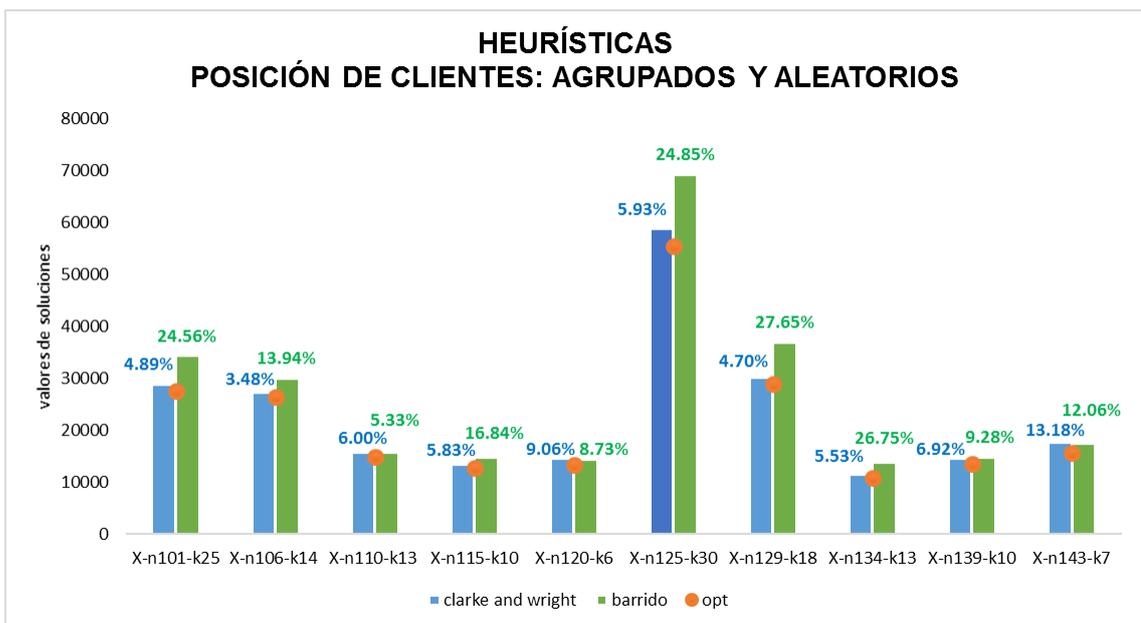
Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 6.2 Comparación entre heurísticas con clientes aleatorios



Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 6.3 Comparación entre heurísticas con clientes agrupados y aleatorios



Autor: Fanny Sanabria

6.2 CASOS DE PRUEBA RESUELTOS MEDIANTE METAHEURÍSTICAS

6.2.1 RESULTADOS DE METAHEURÍSTICA DE GRASP

La metaheurística de GRASP parte de una solución previa para la cual se seleccionaron las respuestas de la heurística de Clarke and Wright dado que sus respuestas son de mejor calidad que la heurística de barrido.

Para su implementación se consideró los siguientes parámetros:

- ✓ $\alpha = 0.5$
- ✓ número de iteraciones = 10,000,000

La metaheurística de GRASP es más efectiva resolviendo problemas en donde los clientes con un n pequeño se encuentran de forma agrupada.

La Tabla # 6.5 muestra que para el grupo de clientes con posiciones agrupadas el gap es de 3.09%, para las posiciones de clientes aleatorias el gap es de 4.38% y de forma menos efectiva para los clientes con posiciones agrupadas y aleatorias tiene un gap de 5.97%.

La metaheurística de GRASP en promedio mejoró las respuestas de la heurística de Clarke and Wright en 0.53%, 0.77% y 0.38% en las soluciones de las posiciones de los clientes agrupados, aleatorios y agrupados y aleatorios. Siendo el grupo de clientes con posiciones aleatorias los que obtuvieron una mayor mejora en la calidad de las soluciones.

Tabla # 6.5 Resultados de la metaheurística de GRASP

	<i>datos</i>					<i>grasp</i>		
	<i>instancias</i>	<i>cap</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	<i>opt</i>	<i>k</i>	<i>resultado</i>	<i>gap</i>
<i>agrupado</i>	B-n31-k5	100	30	5	672	5	679.05	1.05%
	B-n34-k5	100	33	5	788	5	788.00	0.00%
	B-n35-k5	100	34	5	955	5	968.85	1.45%
	B-n38-k6	100	37	6	805	6	830.45	3.16%
	B-n39-k5	100	38	5	549	5	564.85	2.89%
	B-n41-k6	100	40	6	829	7	897.24	8.23%
	B-n43-k6	100	42	6	742	6	777.98	4.85%
	B-n44-k7	100	43	7	909	7	932.36	2.57%
	B-n45-k5	100	44	5	751	5	755.23	0.56%
	B-n45-k6	100	44	6	678	7	719.80	6.17%
	<i>promedio</i>							3.09%
<i>aleatorio</i>	A-n32-k5	100	31	5	784	5	830.67	5.95%
	A-n33-k6	100	32	6	742	7	776.02	4.58%
	A-n34-k5	100	33	5	778	6	809.38	4.03%
	A-n36-k5	100	35	5	799	5	823.20	3.03%
	A-n37-k5	100	36	5	669	5	695.42	3.95%
	A-n37-k6	100	36	6	949	6	976.61	2.91%
	A-n38-k5	100	37	5	730	6	765.87	4.91%
	A-n39-k5	100	38	5	822	5	901.99	9.73%
	A-n39-k6	100	38	6	831	6	856.93	3.12%
	A-n44-k6	100	43	6	937	7	951.73	1.57%
	<i>promedio</i>							4.38%
<i>agrupados y aleatorios</i>	X-n101-k25	206	100	25	27591	28	28891.90	4.71%
	X-n106-k14	600	105	14	26362	14	27199.80	3.18%
	X-n110-k13	66	109	13	14971	13	15847.90	5.86%
	X-n115-k10	169	114	10	12747	11	13436.60	5.41%
	X-n120-k6	21	119	6	13332	6	14192.90	6.46%
	X-n125-k30	188	124	30	55539	33	58809.10	5.89%
	X-n129-k18	39	128	18	28940	18	30298.40	4.69%
	X-n134-k13	643	133	13	10916	14	11492.20	5.28%
	X-n139-k10	106	138	10	13590	11	14521.10	6.85%
	X-n143-k7	1190	142	7	15700	7	17491.80	11.41%
	<i>promedio</i>							5.97%

Autor: Fanny Sanabria

En la Tabla # 6.6 se establece una comparación entre los mínimos y máximos gap dentro de cada grupo, teniendo mejores resultados los casos de prueba con clientes agrupados. Llegando así a obtener un gap mínimo de 0%, es decir que en el caso B-n34-k5 la metaheurística de GRASP obtuvo la solución óptima.

Tabla # 6.6 Comparación de gaps de la metaheurística de GRASP

<i>Posicionamiento del cliente</i>	<i>gap mínimo</i>	<i>gap máximo</i>	<i>gap promedio</i>
<i>agrupados</i>	0.00%	8.23%	3.09%
<i>aleatorios</i>	1.57%	9.73%	4.38%
<i>agrupados y aleatorios</i>	3.18%	11.41%	5.97%

Autor: Fanny Sanabria

6.2.2 RESULTADOS DE METAHEURÍSTICA DE RECOCIDO SIMULADO

La metaheurística de recocido simulado parte de una solución previa para la cual se seleccionaron las respuestas de la heurística de Clarke and Wright dado que sus respuestas son de mejor calidad que la heurística de barrido.

Para su implementación se consideró los siguientes parámetros:

- ✓ Temperatura actual = 250
- ✓ Temperatura final = 10
- ✓ Coeficiente de enfriamiento = 0.8
- ✓ número de iteraciones = 10,000

La metaheurística de recocido simulado es más efectiva resolviendo problemas en donde los clientes con un n pequeño se encuentran de forma agrupada.

La Tabla # 6.7 muestra que para el grupo de clientes con posiciones agrupadas el gap es de 3.13%, para las posiciones de clientes aleatorias el gap es de 4.41% y de forma menos efectiva para los clientes con posiciones agrupadas y aleatorias tiene un gap de 6.26%.

La metaheurística de recocido simulado en promedio mejoró las respuestas de la heurística de Clarke and Wright en 0.52%, 0.71% y 0.21% en las soluciones de las posiciones de los clientes agrupados, aleatorios y agrupados y aleatorios. Siendo el grupo de clientes con posiciones aleatorias los que obtuvieron una mayor mejora en la calidad de las soluciones.

Tabla # 6.7 Resultados de la metaheurística de recocido simulado

	<i>datos</i>					<i>recocido simulado</i>		
	<i>instancias</i>	<i>cap</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	<i>opt</i>	<i>k</i>	<i>resultado</i>	<i>gap</i>
<i>agrupado</i>	B-n31-k5	100	30	5	672	5	681.20	1.37%
	B-n34-k5	100	33	5	788	5	793.20	0.66%
	B-n35-k5	100	34	5	955	5	959.50	0.47%
	B-n38-k6	100	37	6	805	6	819.50	1.80%
	B-n39-k5	100	38	5	549	5	565.00	2.91%
	B-n41-k6	100	40	6	829	7	897.00	8.20%
	B-n43-k6	100	42	6	742	6	778.60	4.93%
	B-n44-k7	100	43	7	909	7	937.30	3.11%
	B-n45-k5	100	44	5	751	5	756.20	0.69%
	B-n45-k6	100	44	6	678	7	726.16	7.10%
	<i>promedio</i>							3.13%
<i>aleatorio</i>	A-n32-k5	100	31	5	784	5	830.70	5.96%
	A-n33-k6	100	32	6	742	7	776.30	4.62%
	A-n34-k5	100	33	5	778	6	810.40	4.16%
	A-n36-k5	100	35	5	799	5	828.50	3.69%
	A-n37-k5	100	36	5	669	5	695.00	3.89%
	A-n37-k6	100	36	6	949	6	976.60	2.91%
	A-n38-k5	100	37	5	730	6	762.00	4.38%
	A-n39-k5	100	38	5	822	5	888.60	8.10%
	A-n39-k6	100	38	6	831	6	856.90	3.12%
	A-n44-k6	100	43	6	937	7	967.60	3.27%
	<i>promedio</i>							4.41%
<i>agrupados y aleatorios</i>	X-n101-k25	206	100	25	27591	28	28850.00	4.56%
	X-n106-k14	600	105	14	26362	14	27240.00	3.33%
	X-n110-k13	66	109	13	14971	13	15790.00	5.47%
	X-n115-k10	169	114	10	12747	11	13480.00	5.75%
	X-n120-k6	21	119	6	13332	6	14420.00	8.16%
	X-n125-k30	188	124	30	55539	33	58790.00	5.85%
	X-n129-k18	39	128	18	28940	18	30300.00	4.70%
	X-n134-k13	643	133	13	10916	14	11500.00	5.35%
	X-n139-k10	106	138	10	13590	11	14530.00	6.92%
	X-n143-k7	1190	142	7	15700	7	17670.00	12.55%
	<i>promedio</i>							6.26%

Autor: Fanny Sanabria

En la Tabla # 6.8 se establece una comparación entre los mínimos y máximos gap dentro de cada grupo, teniendo mejores resultados los casos de prueba con clientes agrupados.

Tabla # 6.8 Comparación de gaps de la metaheurística de recocido simulado

<i>Posicionamiento del cliente</i>	<i>gap mínimo</i>	<i>gap máximo</i>	<i>gap promedio</i>
<i>agrupados</i>	0.47%	8.20%	3.13%
<i>aleatorios</i>	2.91%	8.10%	4.41%
<i>agrupados y aleatorios</i>	3.33%	12.55%	6.26%

Autor: Fanny Sanabria

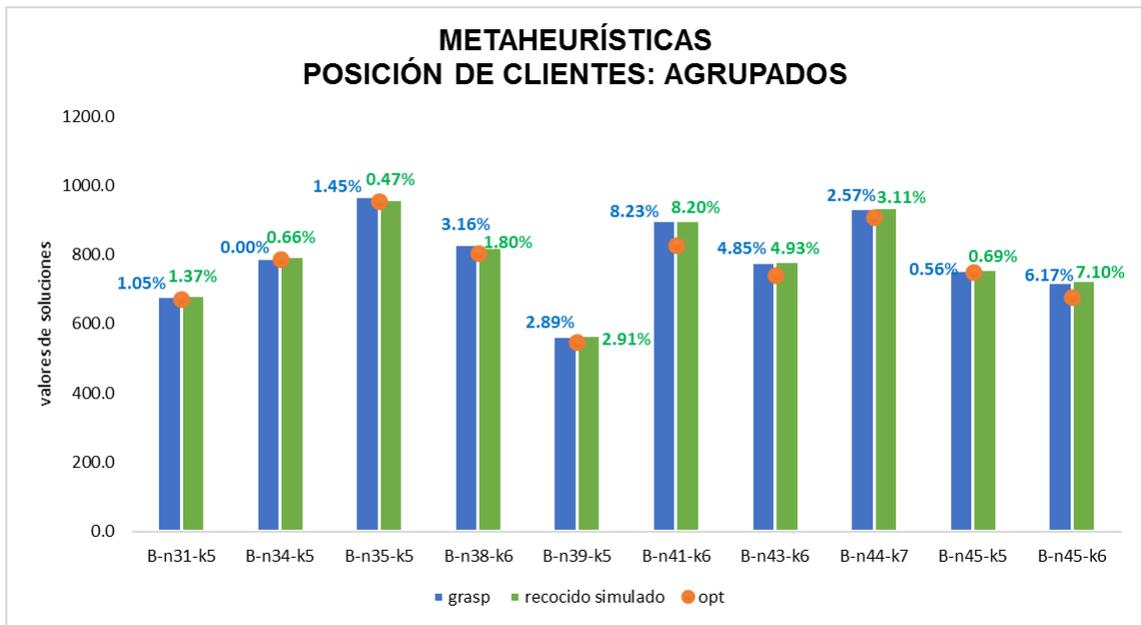
6.2.3 COMPARACIÓN ENTRE METAHEURÍSTICAS POR POSICIONAMIENTO DE LOS CLIENTES

Se puede apreciar en las Fig. # 6.4, Fig. # 6.5 y Fig. # 6.6 que la metaheurística de GRASP resuelve de manera más eficiente los casos para las tres posiciones diferentes de los clientes.

En cada gráfica el punto naranja representa el óptimo de cada caso, las barras azules el resultado de la metaheurística de GRASP, las barras verdes el resultado de la metaheurística de recocido simulado y encima de las barras están los porcentajes del gap de cada uno con respecto a la solución óptima.

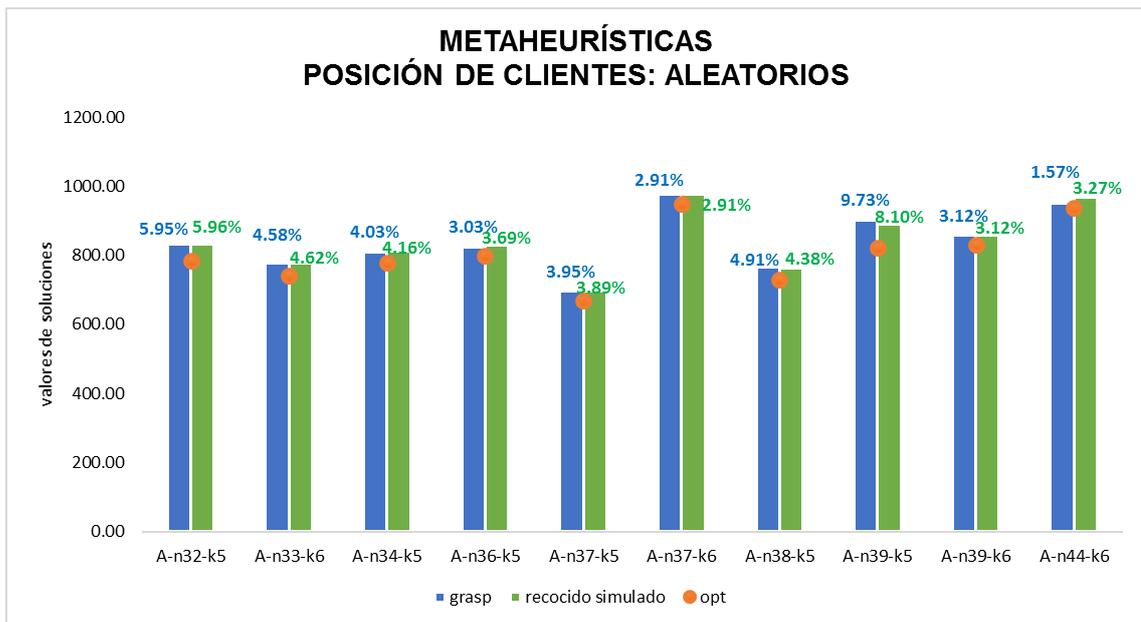
Dentro de cada grupo de clientes la metaheurística de recocido simulado obtuvo mejores respuestas que la metaheurística de GRASP con el 30% en el grupo de clientes con posición agrupada, 50% en el grupo de clientes con posición aleatoria y el 40% en el grupo de clientes con posición agrupada y aleatoria. Es decir, la metaheurística de GRASP es superior con el 70% en el primer grupo y con 60% en el tercer grupo de clientes y es igual con el 50% en el segundo grupo de clientes.

Fig. # 6.4 Comparación entre metaheurísticas con clientes agrupados



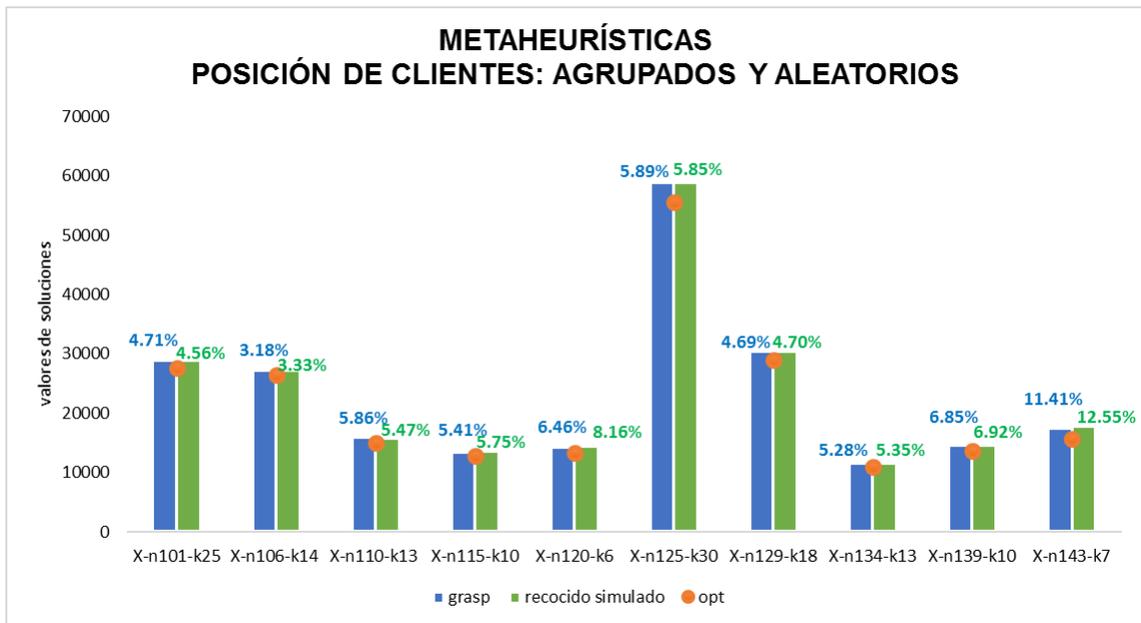
Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 6.5 Comparación entre metaheurísticas con clientes aleatorios



Autor: Fanny Sanabria

Fig. # 6.6 Comparación entre metaheurísticas con clientes agrupados y aleatorios



Autor: Fanny Sanabria

6.3 CASO REAL RESUELTO MEDIANTE HEURÍSTICA Y METAHEURÍSTICA

Para resolver este caso se utilizó distancias reales medidas en kilómetros en la Tabla # 6.9 se observa la matriz de distancia que hay entre cada ubicación.

Tabla # 6.9 Matriz de distancias en kilómetros

	planta	A1	A2	A3	A4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10	G11	G12	G13	G14	G15	G16
planta	0.00	8.00	7.36	8.98	8.93	4.42	3.77	5.00	4.66	3.96	3.44	6.24	4.76	2.83	3.52	4.83	5.92	5.72	6.96	4.25	5.94
A1	8.00	0.00	0.26	1.89	1.97	3.32	3.47	3.19	5.52	4.54	5.05	3.59	3.12	5.49	4.41	2.68	1.88	2.04	2.53	3.31	3.81
A2	7.36	0.26	0.00	0.73	1.74	3.55	3.73	3.39	5.71	4.76	5.27	3.71	3.33	5.73	4.64	2.91	2.07	2.23	2.58	3.55	3.94
A3	8.98	1.89	0.73	0.00	0.62	5.12	5.36	4.89	7.14	6.30	6.84	4.90	4.88	7.32	6.23	4.49	3.55	3.74	3.61	5.14	5.20
A4	8.93	1.97	1.74	0.62	0.00	5.28	5.41	5.12	7.42	6.49	7.01	5.28	5.07	7.45	6.37	4.64	3.78	3.96	4.03	5.28	5.56
G1	4.42	3.32	3.55	5.12	5.28	0.00	0.93	0.63	2.42	1.24	1.73	2.04	0.33	2.21	1.12	0.65	1.63	1.42	2.54	0.25	1.87
G2	3.77	3.47	3.73	5.36	5.41	0.93	0.00	1.55	3.00	1.68	1.90	2.96	1.21	2.14	1.22	1.09	2.16	1.96	3.31	0.68	2.80
G3	5.00	3.19	3.39	4.89	5.12	0.63	1.55	0.00	2.34	1.44	2.03	1.42	0.35	2.60	1.56	0.82	1.34	1.16	1.98	0.87	1.28
G4	4.66	5.52	5.71	7.14	7.42	2.42	3.00	2.34	0.00	1.33	1.40	2.50	2.49	1.86	1.87	3.02	3.65	3.48	3.77	2.58	2.13
G5	3.96	4.54	4.76	6.30	6.49	1.24	1.68	1.44	1.33	0.00	0.62	2.34	1.43	1.25	0.59	1.89	2.75	2.56	3.32	1.34	2.01
G6	3.44	5.05	5.27	6.84	7.01	1.73	1.90	2.03	1.40	0.62	0.00	2.94	1.97	0.64	0.69	2.37	3.31	3.11	3.93	1.75	2.60
G7	6.24	3.59	3.71	4.90	5.28	2.04	2.96	1.42	2.50	2.34	2.94	0.00	1.76	3.58	2.72	2.11	1.86	1.83	1.33	2.29	0.37
G8	4.76	3.12	3.33	4.88	5.07	0.33	1.21	0.35	2.49	1.43	1.97	1.76	0.00	2.49	1.41	0.54	1.35	1.15	2.21	0.54	1.63
G9	2.83	5.49	5.73	7.32	7.45	2.21	2.14	2.60	1.86	1.25	0.64	3.58	2.49	0.00	1.09	2.83	3.83	3.62	4.54	2.18	3.24
G10	3.52	4.41	4.64	6.23	6.37	1.12	1.22	1.56	1.87	0.59	0.69	2.72	1.41	1.09	0.00	1.74	2.74	2.54	3.53	1.10	2.42
G11	4.83	2.68	2.91	4.49	4.64	0.65	1.09	0.82	3.02	1.89	2.37	2.11	0.54	2.83	1.74	0.00	1.09	0.89	2.23	0.65	2.05
G12	5.92	1.88	2.07	3.55	3.78	1.63	2.16	1.34	3.65	2.75	3.31	1.86	1.35	3.83	2.74	1.09	0.00	0.21	1.35	1.71	2.00
G13	5.72	2.04	2.23	3.74	3.96	1.42	1.96	1.16	3.48	2.56	3.11	1.83	1.15	3.62	2.54	0.89	0.21	0.00	1.47	1.51	1.93
G14	6.96	2.53	2.58	3.61	4.03	2.54	3.31	1.98	3.77	3.32	3.93	1.33	2.21	4.54	3.53	2.23	1.35	1.47	0.00	2.72	1.67
G15	4.25	3.31	3.55	5.14	5.28	0.25	0.68	0.87	2.58	1.34	1.75	2.29	0.54	2.18	1.10	0.65	1.71	1.51	2.72	0.00	2.11
G16	5.94	3.81	3.94	5.20	5.56	1.87	2.80	1.28	2.13	2.01	2.60	0.37	1.63	3.24	2.42	2.05	2.00	1.93	1.67	2.11	0.00

Autor: Fanny Sanabria

Se resolvió el caso por la heurística de Clarke and Wright para luego aplicarle las metaheurística de GRASP, la cual obtuvo soluciones de mejor calidad cuando los clientes están posicionados de manera agrupada y aleatoria.

En la Tabla # 6.10 se observan las soluciones que obtuvo la heurística de Clarke and Wright.

Tabla # 6.10 Solución al caso real por la heurística de Clarke and Wright

	<i>Descripción de la ruta</i>	<i>Carga de ruta (ton)</i>	<i>Distancia total por ruta</i>
<i>Ruta 1</i>	plt, A1, A2, A3, A4, plt	6 ton	18.55 km
<i>Ruta 2</i>	plt, G11, G13, G3, G8, plt	7.2 ton	11.98 km
<i>Ruta 3</i>	plt, G12, G14, G7, G16, G5, plt	7.75 ton	14.93 km
<i>Ruta 4</i>	plt, G2, G15, G1, G10, plt	5.55 ton	9.34 km
<i>Ruta 5</i>	plt, G6, G4, G9, plt	5.2 ton	9.53 km

Autor: Fanny Sanabria

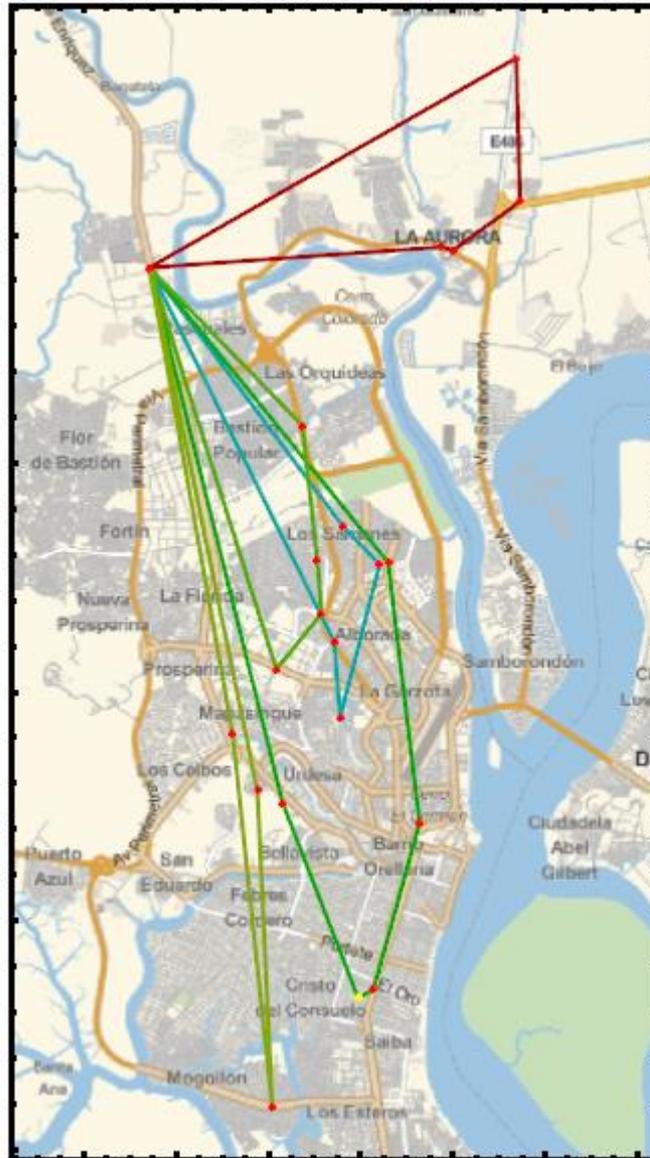
Cada ruta comienza desde la planta y termina en la planta y cumple con la restricción de la capacidad del vehículo que es de 8 toneladas.

Así, el algoritmo de Clarke and Wright determina una solución para el caso real de ruteo en el que la distancia recorrida es de 64.33 km.

Se realizó la metaheurística de GRASP a la solución de la heurística de Clarke and Wright, pero no obtuvo ninguna mejora dando la misma solución.

En la Fig. # 6.7 se visualiza el diagrama de las rutas sobre el mapa de la provincia del Guayas.

Fig. # 6.7 Caso real resuelto por heurística de Clarke and Wright



Autor: Fanny Sanabria

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los resultados obtenidos al resolver los casos de prueba por las heurísticas y metaheurísticas permiten declarar las siguientes conclusiones:

- ✓ Tanto las heurísticas como las metaheurísticas generan soluciones de mejor calidad al resolver casos donde los clientes se encuentren de forma agrupada.
- ✓ Las heurísticas y metaheurísticas tuvieron su peor resultado en el grupo de clientes con posición agrupada y aleatorio dado que estos tenían n grandes con referencia a los otros grupos de clientes.
- ✓ La heurística de Clarke and Wright generó resultados de mejor calidad que la heurística de barrido, teniendo una gran diferencia en los gaps máximos de cada uno para cada grupo de clientes.
- ✓ Se comparó los números de vehículos obtenidos en las soluciones de ambas heurísticas con la solución óptima y la heurística de barrido tuvo más soluciones en la cual alcanzó el óptimo. Esto es una acotación muy importante, dado que la heurística de Clarke and Wright obtiene soluciones con distancias más cortas que la heurística de barrido, pero esta obtiene mayores distancias con menos unidades de vehículos. Para algunas empresas será más importante reducir las unidades a comprar que la distancia recorrida.
- ✓ La metaheurística de GRASP generó resultados de mejor calidad que la metaheurística de recocido simulado, con diferencias mínimas de gap promedio para cada grupo de clientes.
- ✓ Ambas metaheurísticas obtuvieron mayores mejoras con respecto a las soluciones iniciales de la heurística de Clarke and Wright en los casos de prueba de los clientes con posición aleatoria.

- ✓ La metaheurística de GRASP con el caso B-n34-k5 de clientes con posición agrupados alcanzó la solución óptima, siendo el único caso de prueba de los treinta que se realizaron.

Los resultados obtenidos al resolver el caso real de la empresa COTAIN S.A por la heurística de Clarke and Wright y la metaheurística de GRASP permiten alegar las siguientes conclusiones:

- ✓ Se resolvió el caso real por la heurística de Clarke and Wright se obtuvo una mejor solución a la que la empresa realizó, con una disminución en promedio de 15 kilómetros.
- ✓ El caso real también fue resuelto por la metaheurística de GRASP, pero se obtuvo la misma solución que con la heurística de Clarke and Wright debido a la poca complejidad de las ubicaciones de los clientes.
- ✓ La empresa posee dos vehículos que pueden realizar hasta tres vueltas cada uno, la respuesta obtenida por la heurística de Clarke and Wright proporciona cinco rutas. Las mismas que se considera que se usaron dos vehículos uno haciendo tres rutas y el otro vehículo haciendo dos rutas, con eso se descarta que la empresa podría requerir más vehículos para completar las rutas.

Se recomienda que para próximas investigaciones cada grupo de clientes por posicionamiento tenga número de clientes (n) con mayor variabilidad para poder deducir de manera exacta si dichas heurísticas y metaheurísticas tienen mejores o peores soluciones cuando los n son más grandes o más pequeños.

CAPÍTULO 8

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arevalo, J., & Navarro, J. (4 de 11 de 2014). *V routing*. Obtenido de <http://vroutingp.blogspot.com/>
- Ballou, R. (2004). *Logística: administración de la cadena de suministro*. México: Pearson Educación.
- Banco Central del Ecuador. (2017). *PRODUCTO INTERNO BRUTO POR INDUSTRIA*. Quito: BCE.
- Bowersox, D., Closs, D., & Cooper, B. (2007). *Administración y logística en la cadena de suministros*. México: Mc Graw Hill.
- Dantzig, G., & Ramser, J. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 80-91.
- Daza, J., Montoya, J., & Narducci, F. (2009). RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS CON LIMITACIONES DE CAPACIDAD UTILIZANDO UN PROCEDIMIENTO METAHEURÍSTICO DE DOS FASES. *Revista EIA*, 23-38.
- EKOS. (2015). Zoom transporte y logística. *EKOS*.
- Glover, F. (1987). Tabu Search Methods in Artificial Intelligence and Operations. *ORSA Artificial Intelligence*, 6-11.
- Herrera, F. (2006). Introducción a los algoritmos metaheurísticos. *Soft computing and intelligent information systems*, 13-14.
- Hillier, F., & Lieberman, G. (2006). *Introducción a la investigación de operaciones*. McGraw-Hill Interamericanas editores S.A.
- Olivera, A. (2004). *Heurísticas para problemas de ruteo de vehículos*. Montevideo - Uruguay: Universidad de la República.
- Pacheco, J. (2005). *Problemas de rutas con ventanas de tiempo*. Madrid-España: Universidad Complutense de Madrid.
- Pro Ecuador. (2013). *OPORTUNIDADES PARA INVERTIR TRANSPORTE Y LOGÍSTICA*. Obtenido de <http://www.proecuador.gob.ec/sector11/>
- Sandoya, F. (2015). Metaheurísticas y redes neuronales. *Espol*, 12-14, 37-38, 53-55, 63-66, 73-74, 91-96, .
- Toth, P., & Vigo, D. (2002). En *The vehicle routing problem* (págs. 1-26). Bologna: siam.

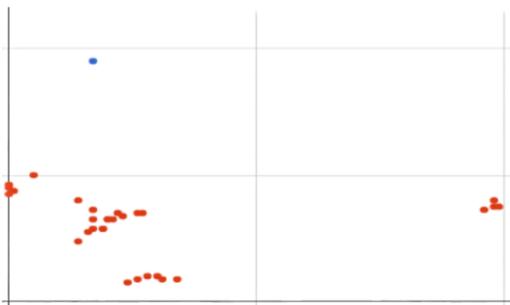
Uchoa, E., Pecin, D., Pessoa, A., Poggi, M., Subramanian, A., & Vidal, T. (2017). New Benchmark Instances for the Capacitated Vehicle Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, 845-858.

CAPÍTULO 9

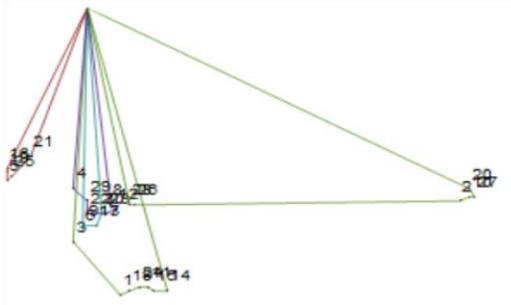
APÉNDICE

9.1 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n31-k5

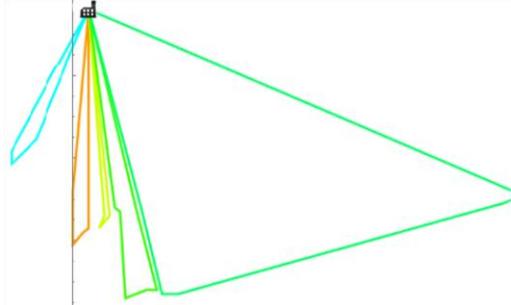
Dispersión de los nodos



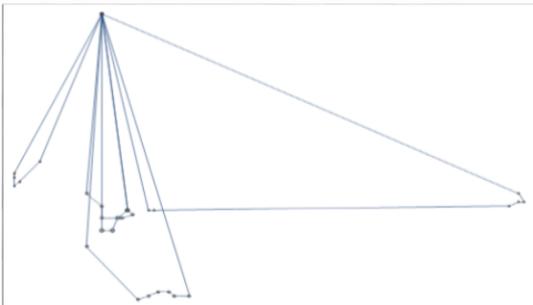
Heurística de Clarke and Wright



Heurística de barrido



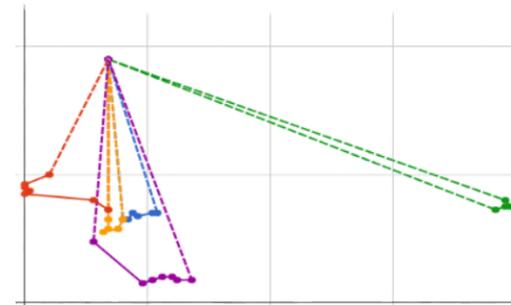
Metaheurística GRASP



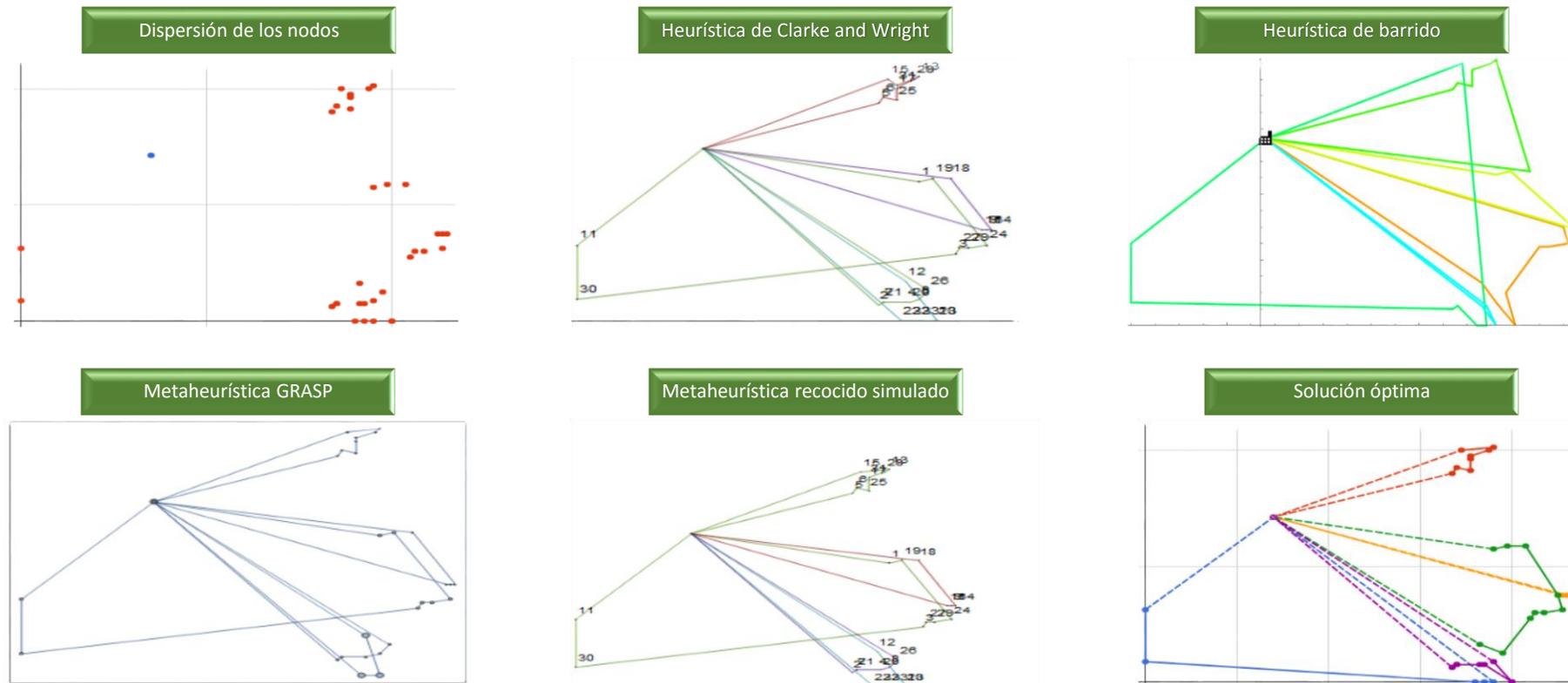
Metaheurística recocido simulado



Solución óptima

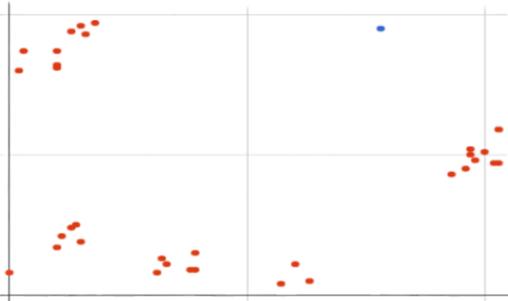


9.2 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n34-k5

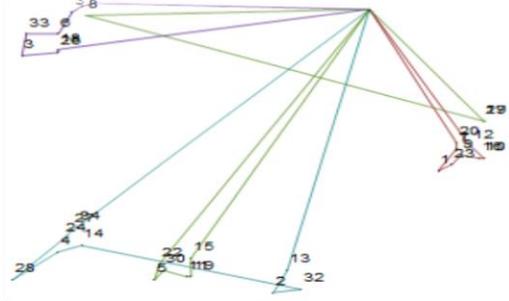


9.3 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n35-k5

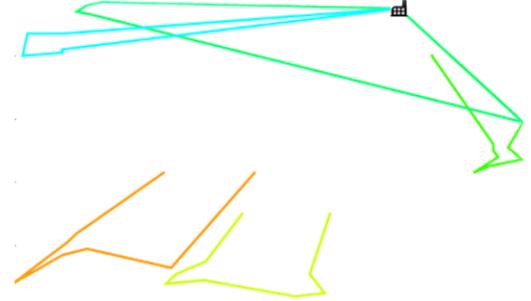
Dispersión de los nodos



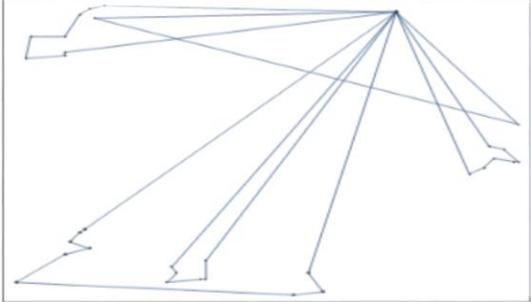
Heurística de Clarke and Wright



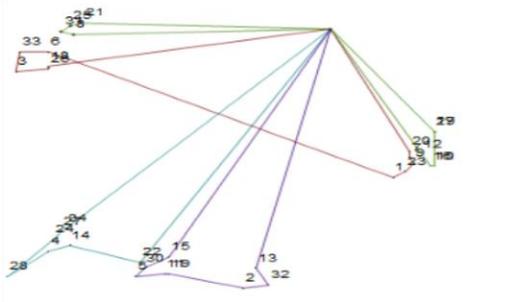
Heurística de barrido



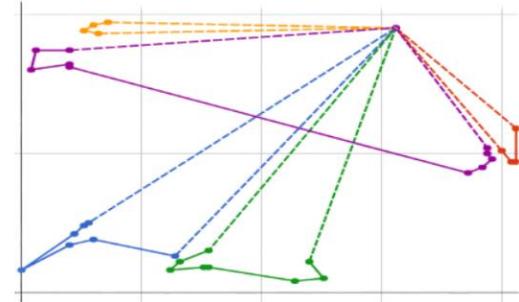
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

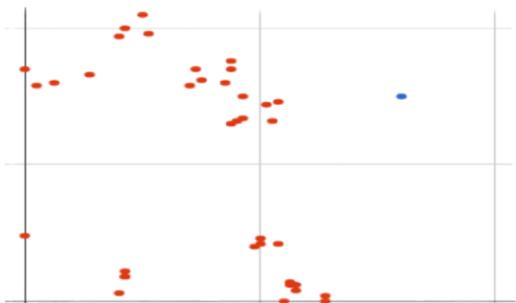


Solución óptima

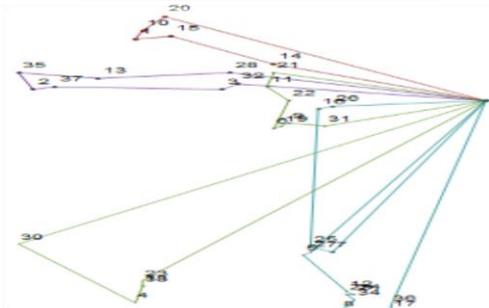


9.4 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n38-k6

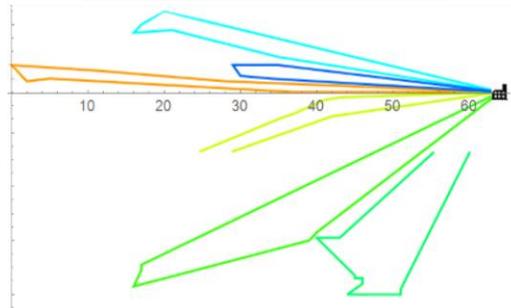
Dispersión de los nodos



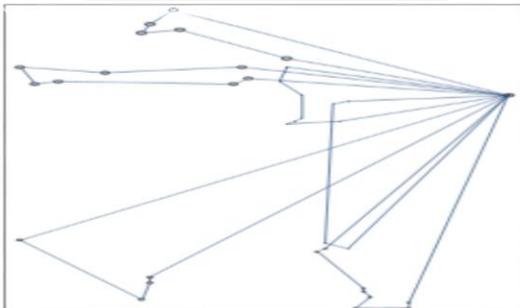
Heurística de Clarke and Wright



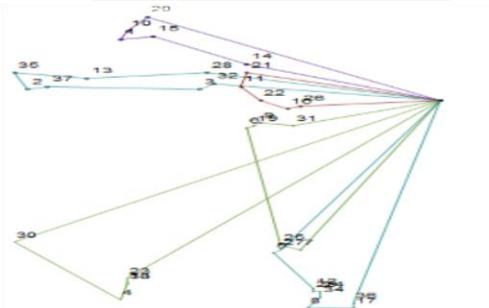
Heurística de barrido



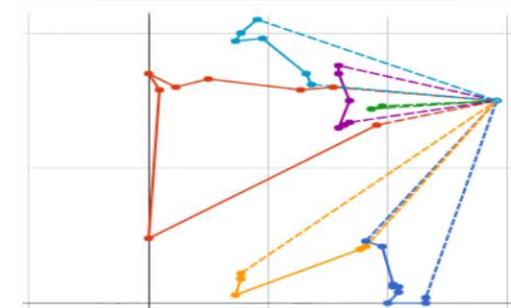
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

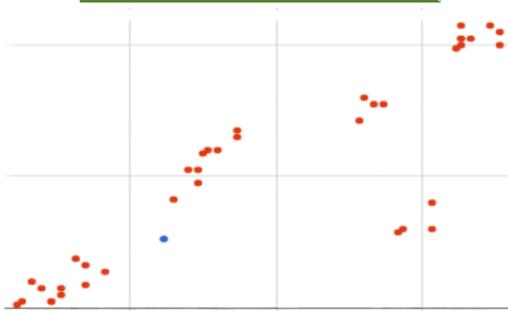


Solución óptima

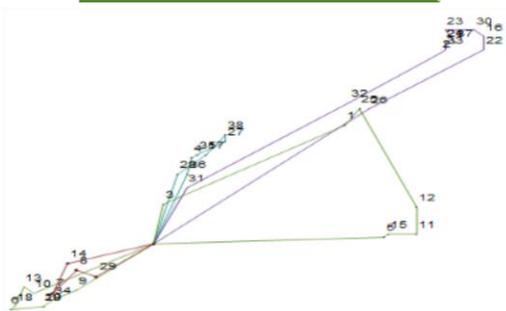


9.5 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n39-k5

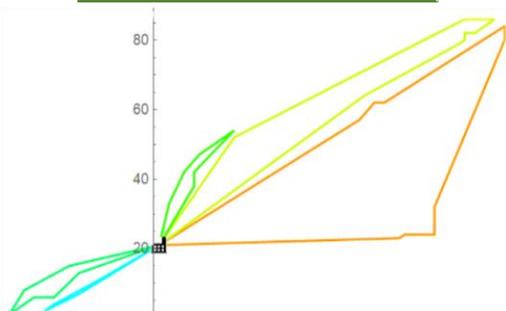
Dispersión de los nodos



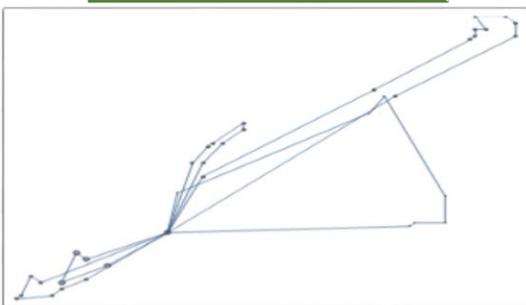
Heurística de Clarke and Wright



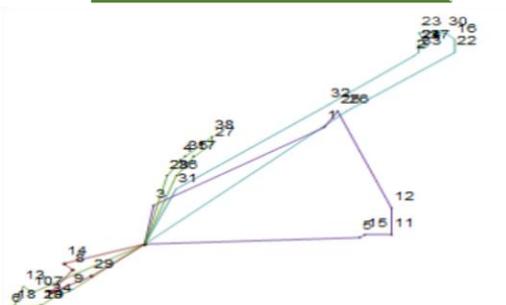
Heurística de barrido



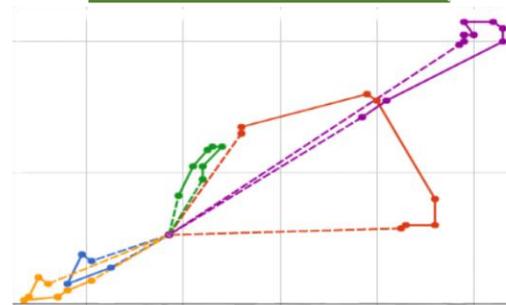
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

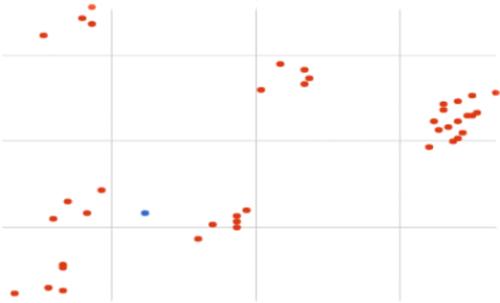


Solución óptima

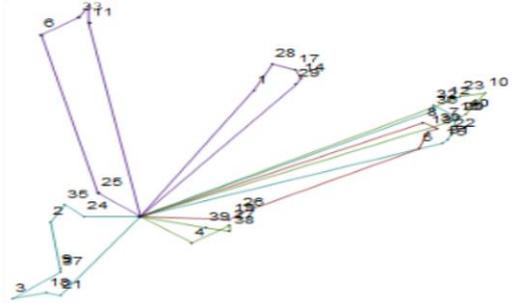


9.6 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n41-k6

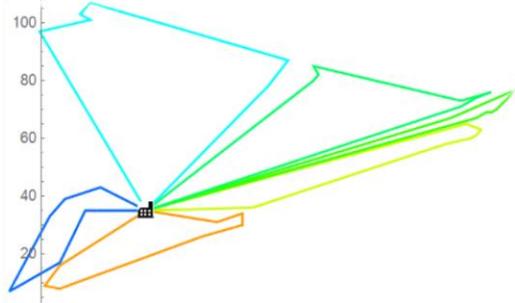
Dispersión de los nodos



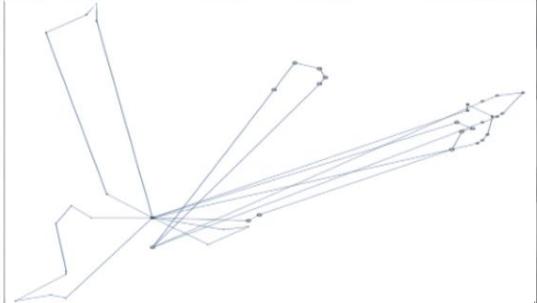
Heurística de Clarke and Wright



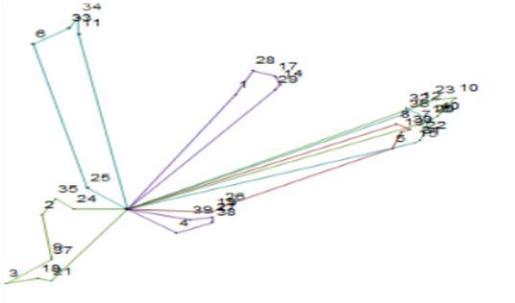
Heurística de barrido



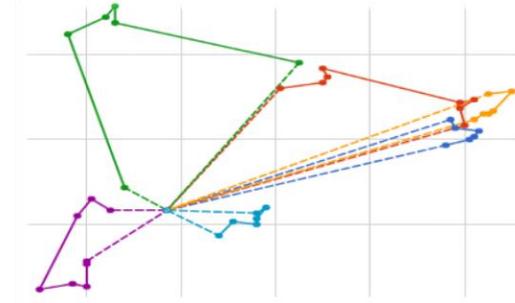
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

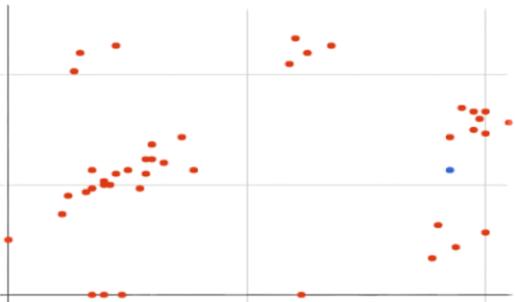


Solución óptima

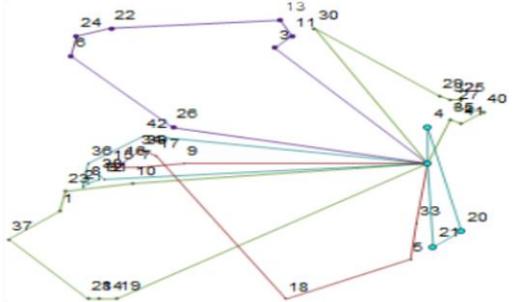


9.7 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n43-k6

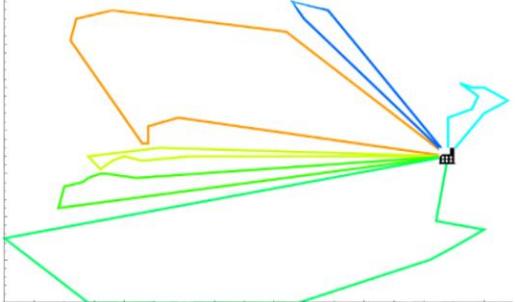
Dispersión de los nodos



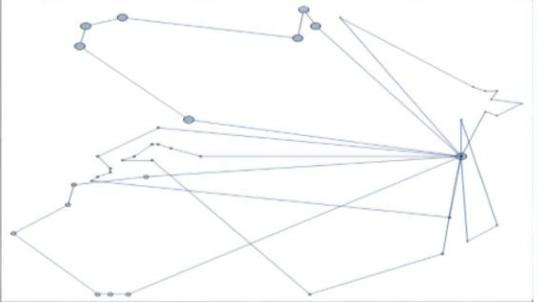
Heurística de Clarke and Wright



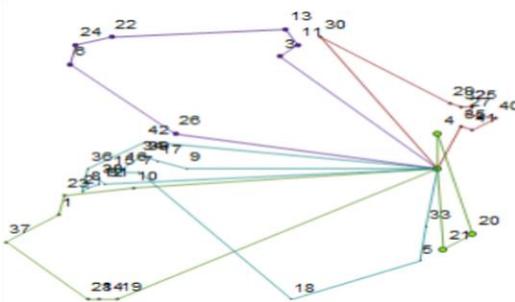
Heurística de barrido



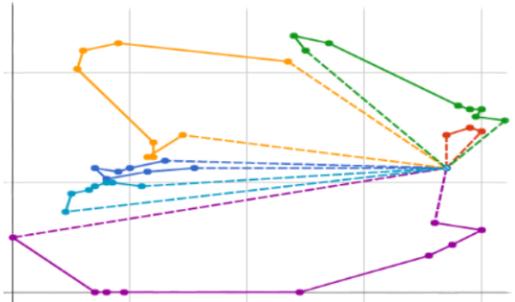
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

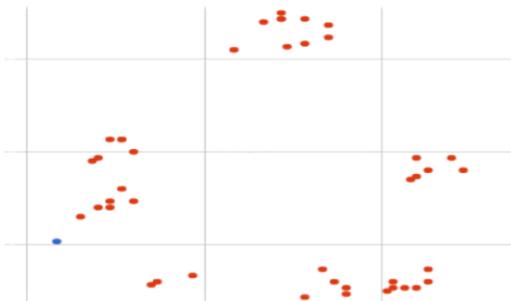


Solución óptima

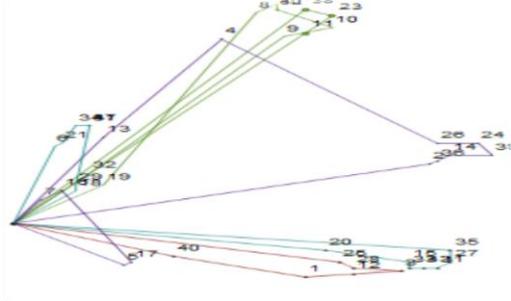


9.8 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n44-k7

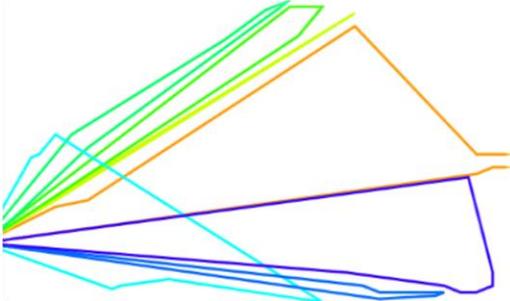
Dispersión de los nodos



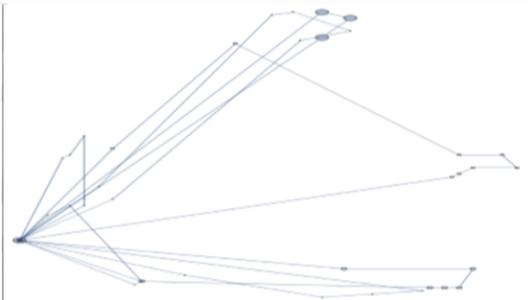
Heurística de Clarke and Wright



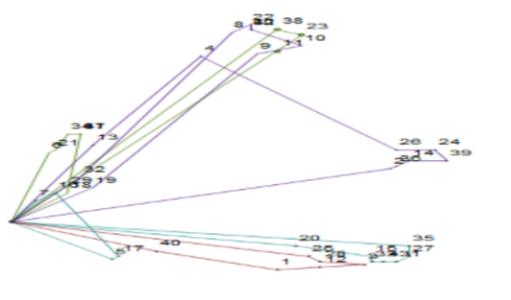
Heurística de barrido



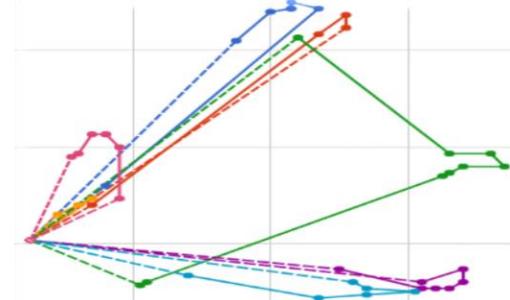
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

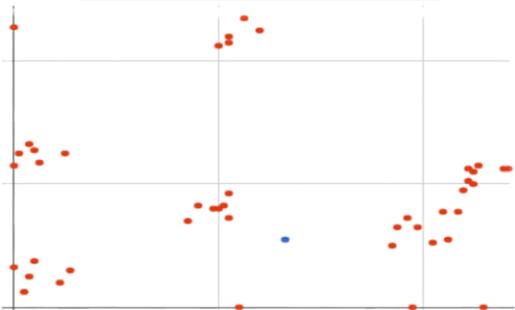


Solución óptima

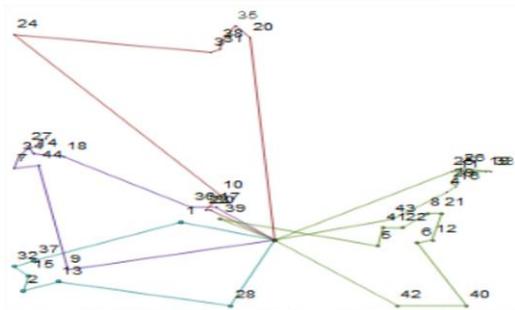


9.9 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n45-k5

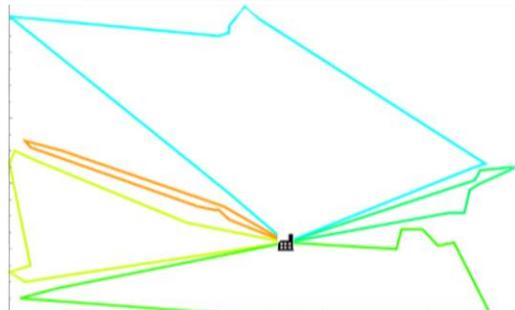
Dispersión de los nodos



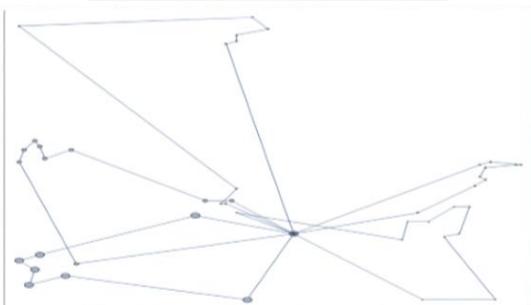
Heurística de Clarke and Wright



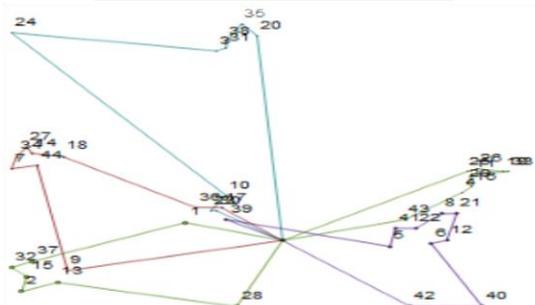
Heurística de barrido



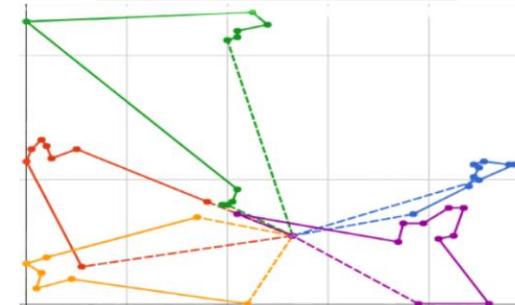
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

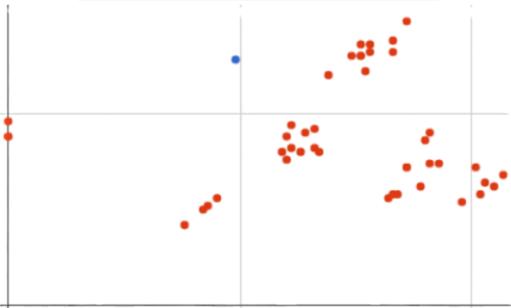


Solución óptima

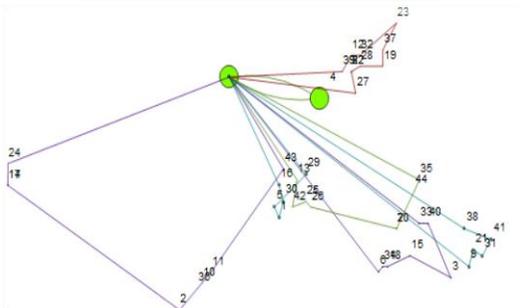


9.10 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA B-n45-k6

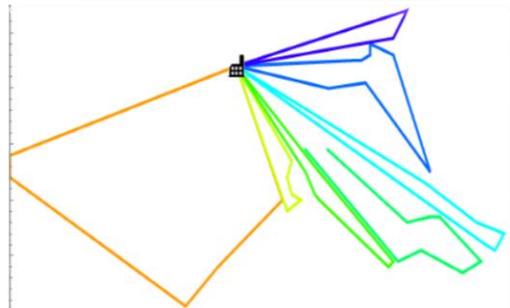
Dispersión de los nodos



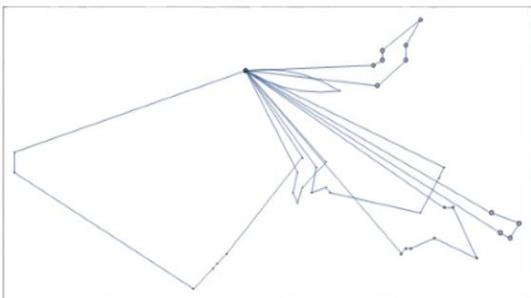
Heurística de Clarke and Wright



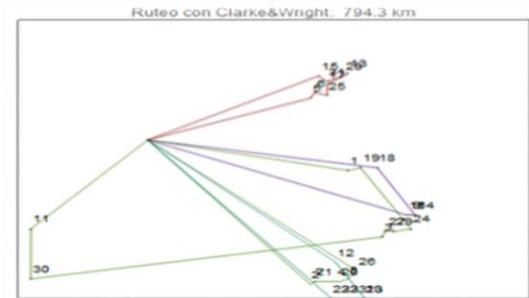
Heurística de barrido



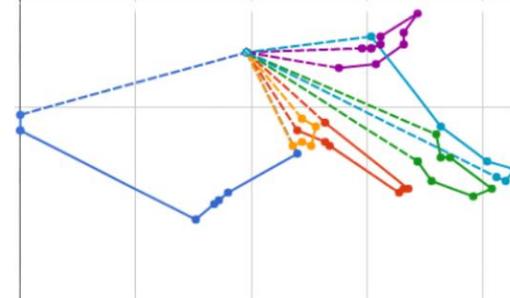
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

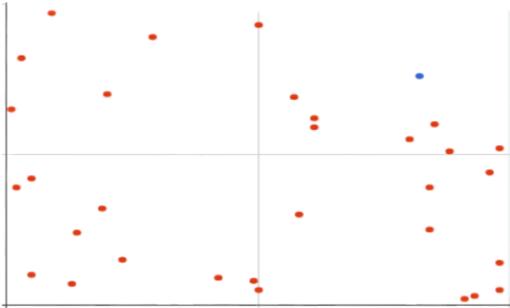


Solución óptima

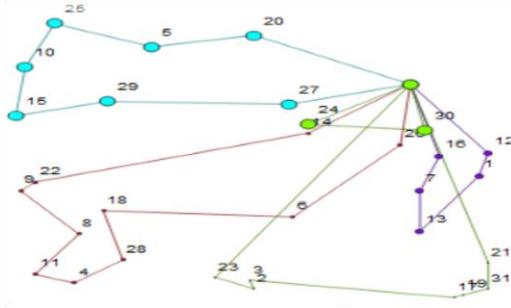


9.11 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n32-k5

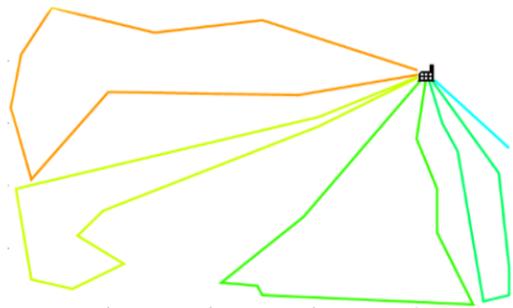
Dispersión de los nodos



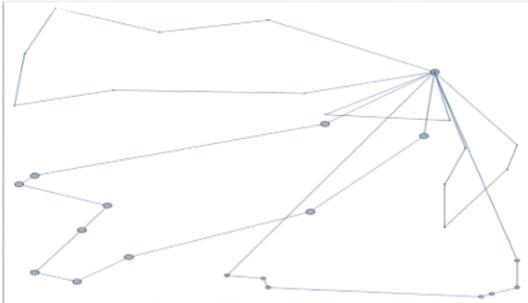
Heurística de Clarke and Wright



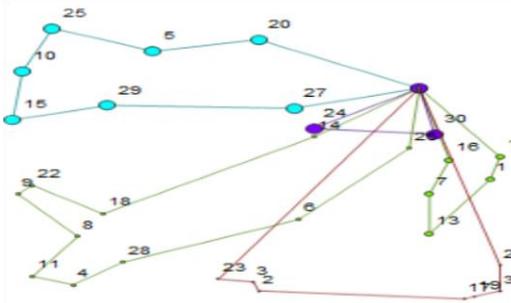
Heurística de barrido



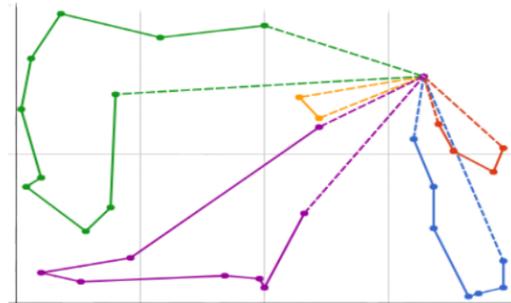
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

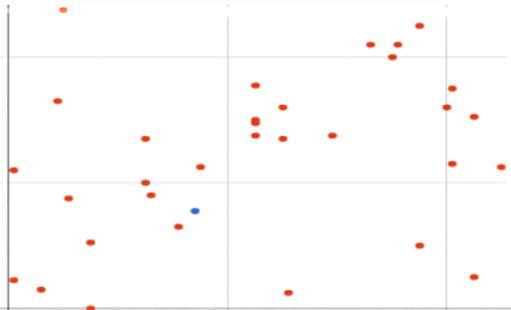


Solución óptima

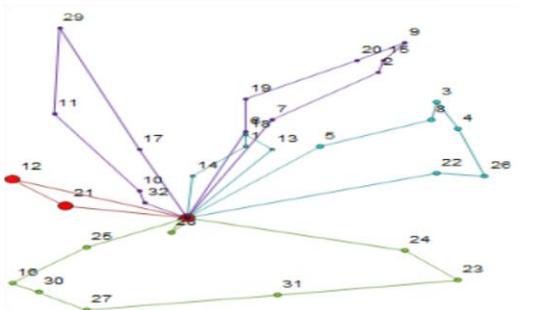


9.12 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n33-k6

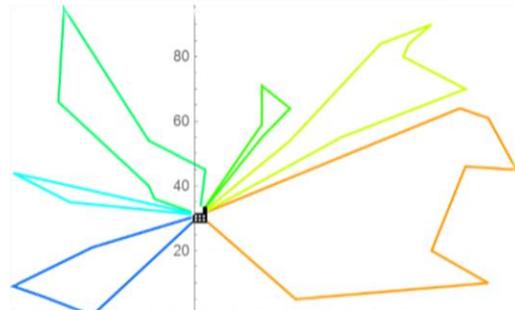
Dispersión de los nodos



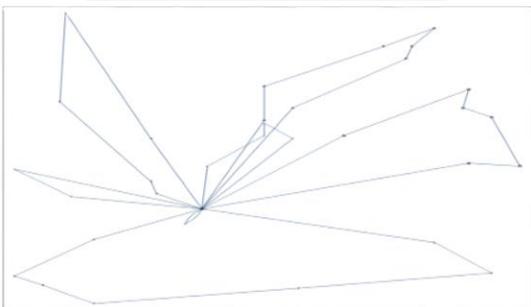
Heurística de Clarke and Wright



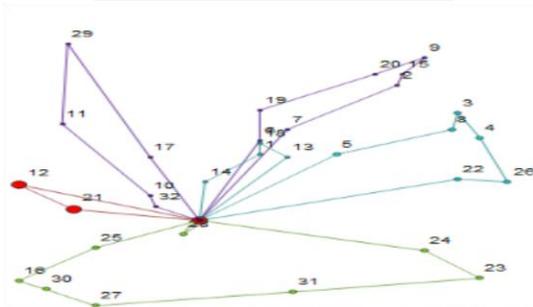
Heurística de barrido



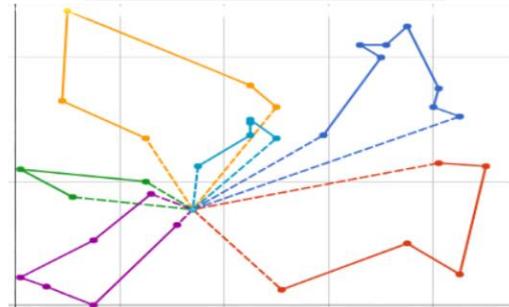
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

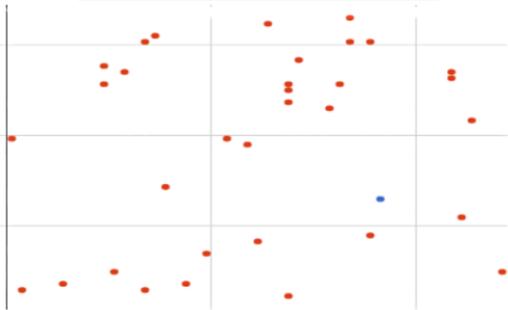


Solución óptima

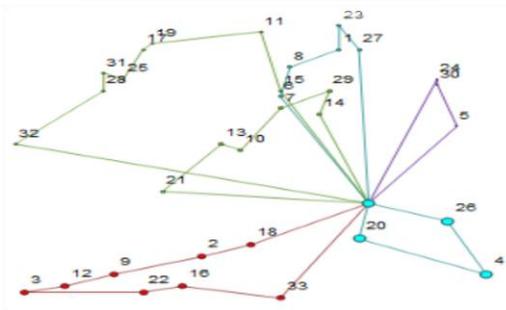


9.13 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n34-k5

Dispersión de los nodos



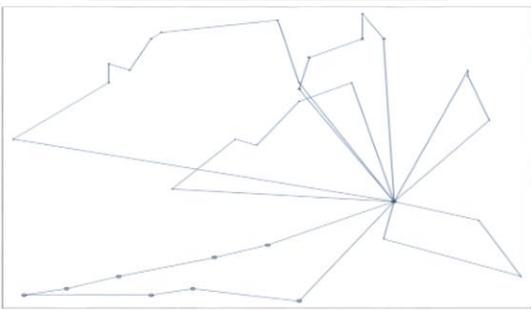
Heurística de Clarke and Wright



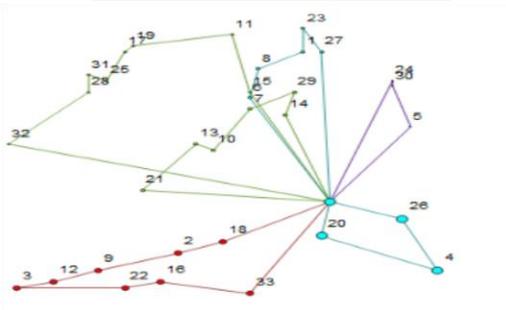
Heurística de barrido



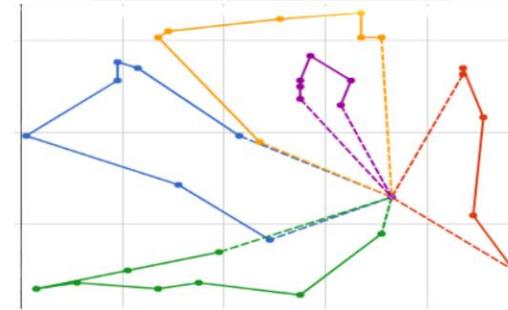
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

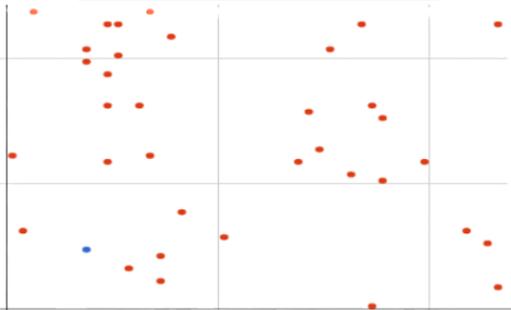


Solución óptima

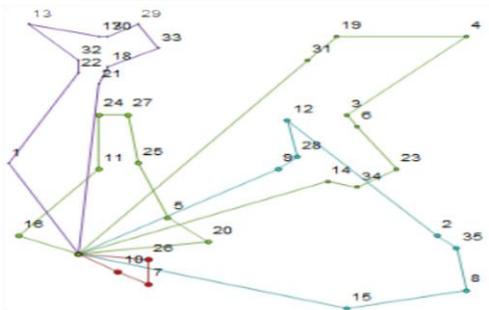


9.14 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n36-k5

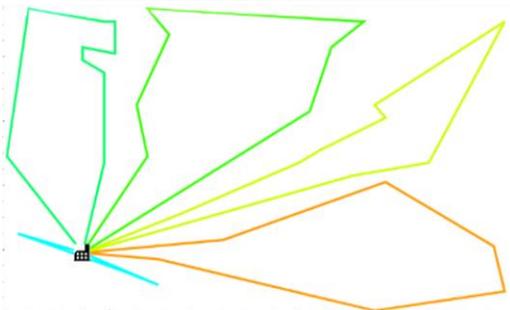
Dispersión de los nodos



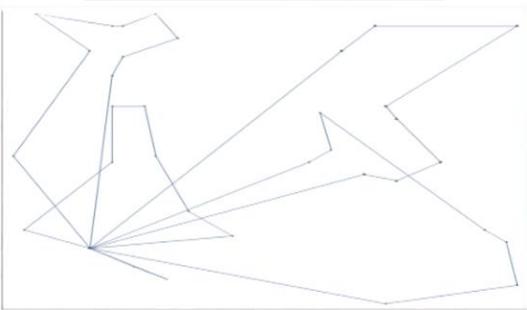
Heurística de Clarke and Wright



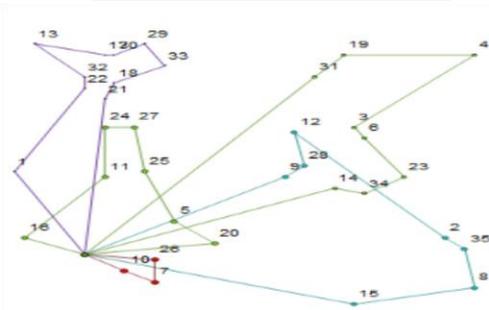
Heurística de barrido



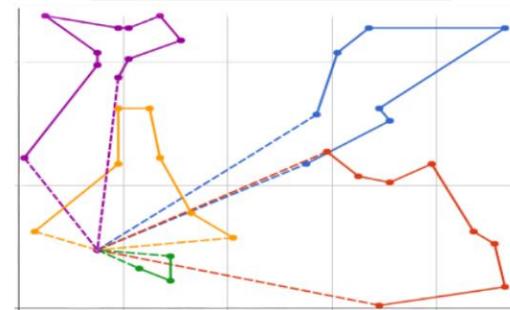
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

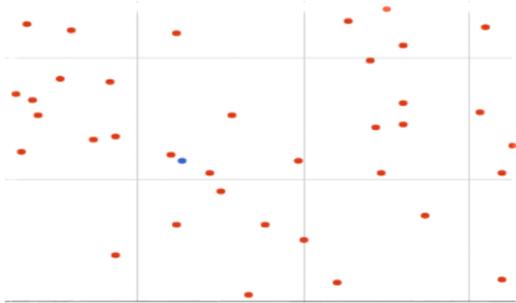


Solución óptima

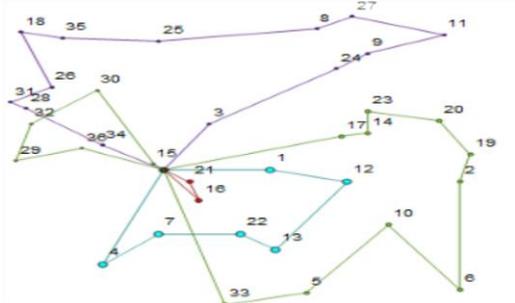


9.15 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n37-k5

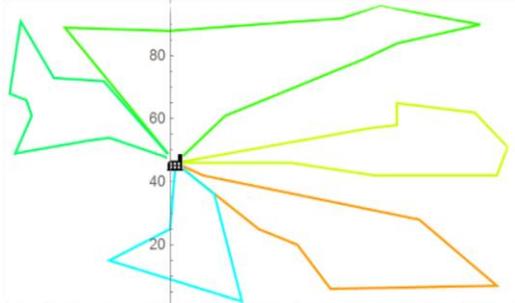
Dispersión de los nodos



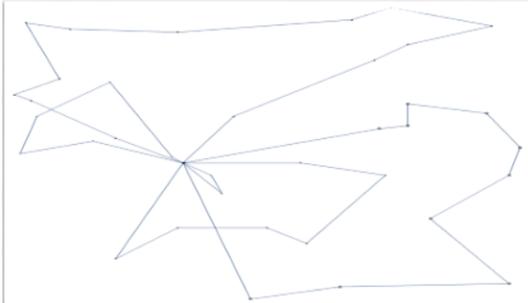
Heurística de Clarke and Wright



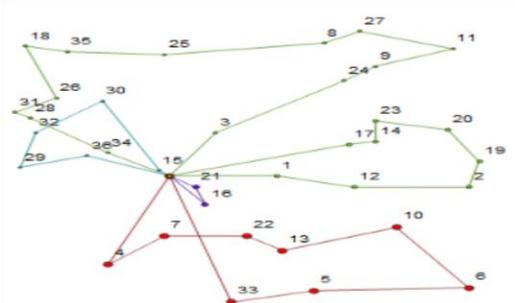
Heurística de barrido



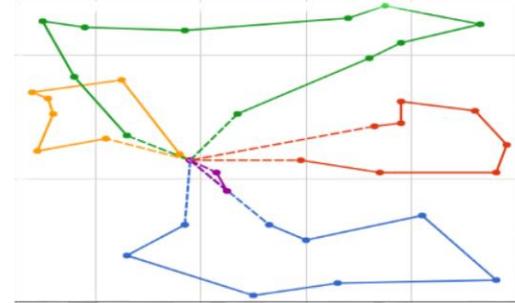
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

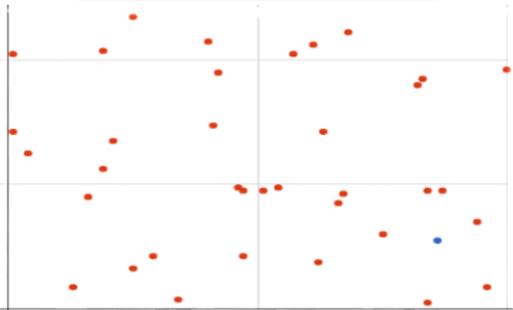


Solución óptima

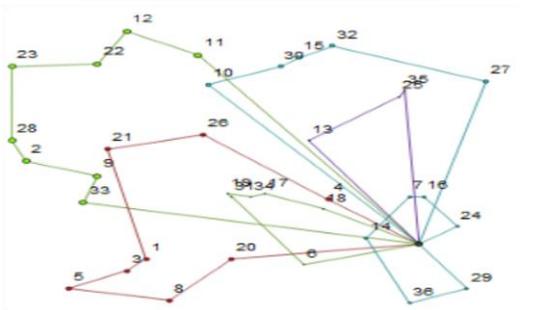


9.16 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n37-k6

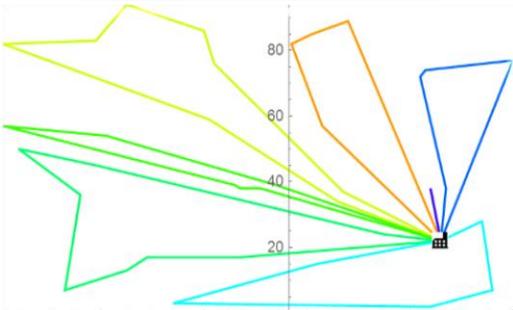
Dispersión de los nodos



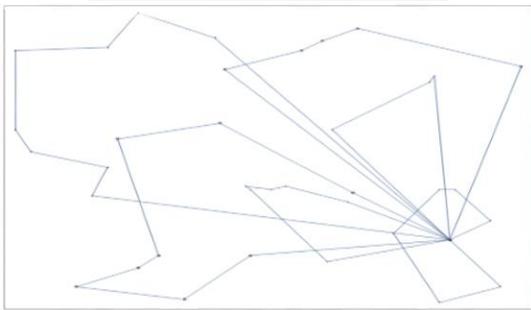
Heurística de Clarke and Wright



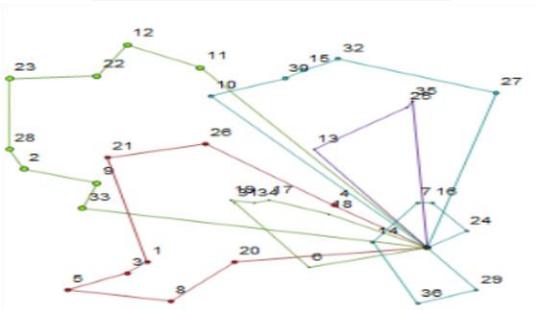
Heurística de barrido



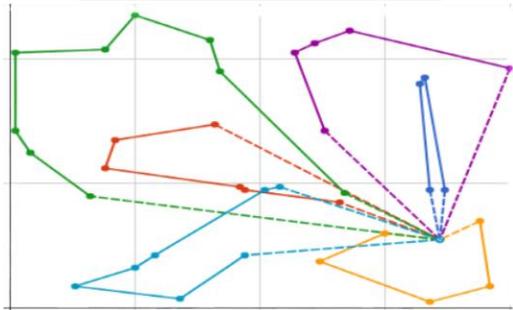
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

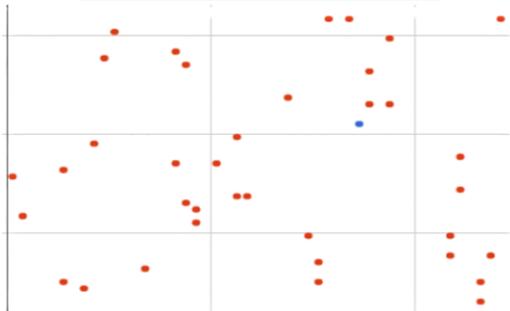


Solución óptima

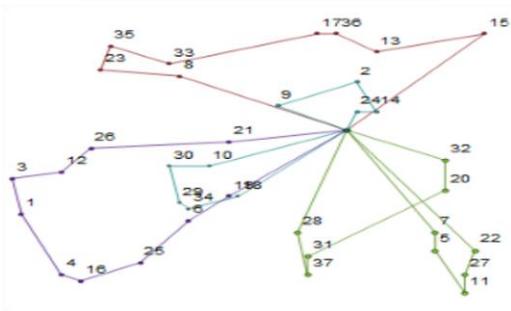


9.17 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n38-k5

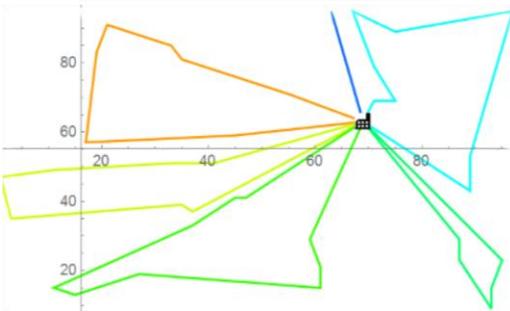
Dispersión de los nodos



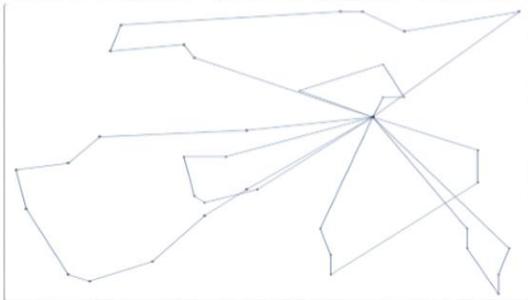
Heurística de Clarke and Wright



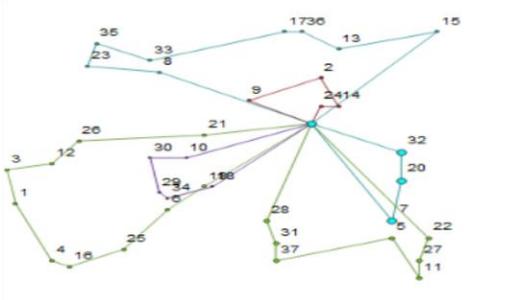
Heurística de barrido



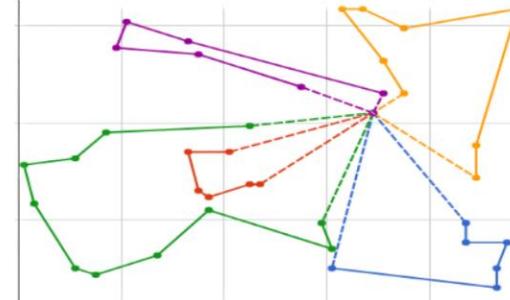
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

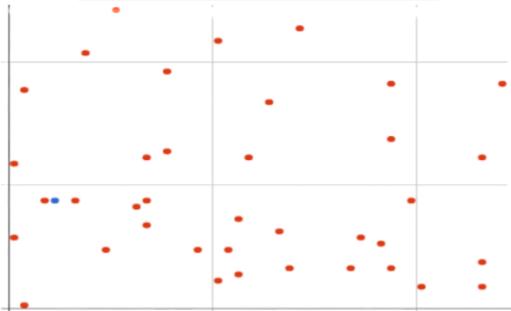


Solución óptima

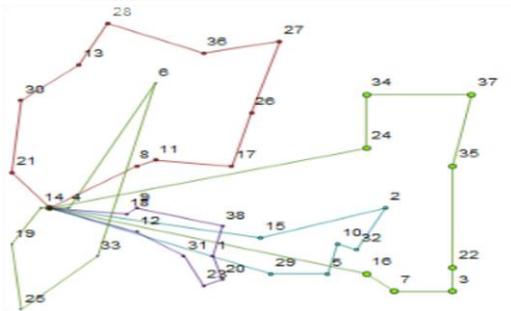


9.18 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n39-k5

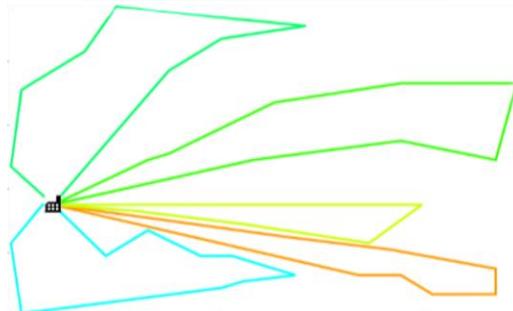
Dispersión de los nodos



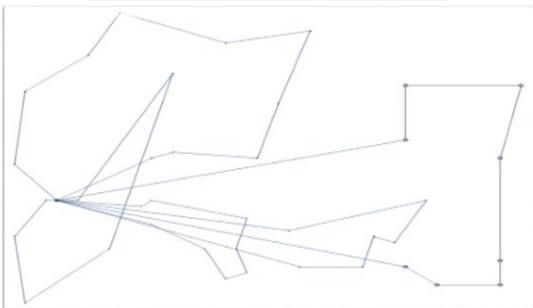
Heurística de Clarke and Wright



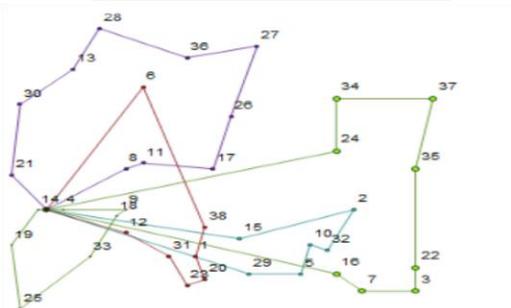
Heurística de barrido



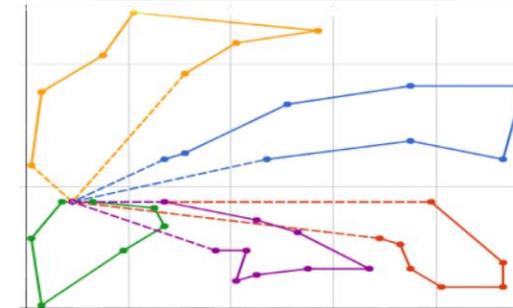
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

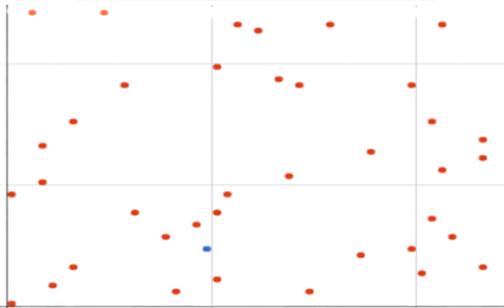


Solución óptima

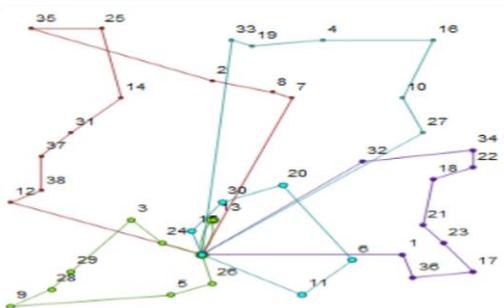


9.19 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n39-k6

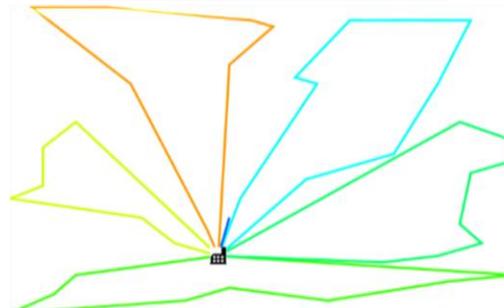
Dispersión de los nodos



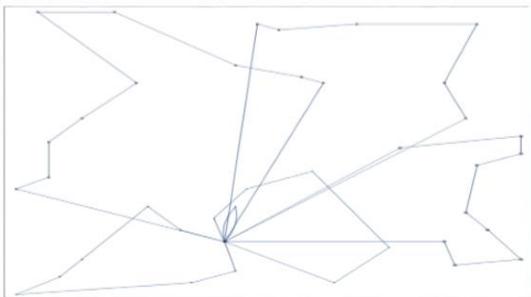
Heurística de Clarke and Wright



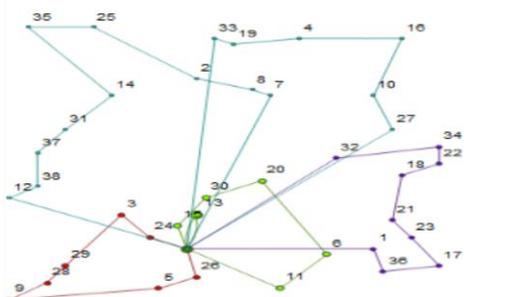
Heurística de barrido



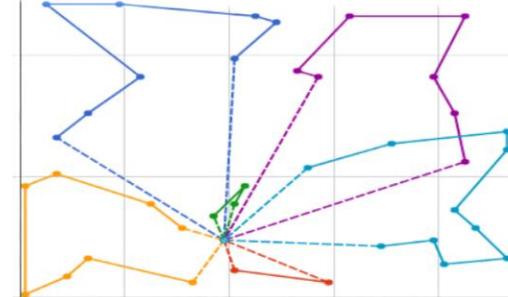
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

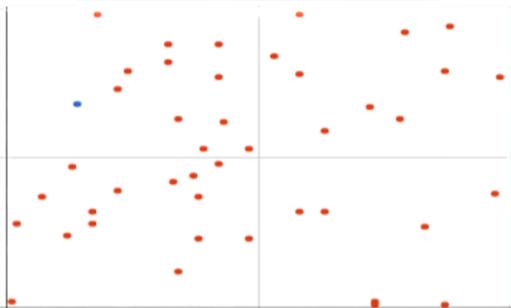


Solución óptima

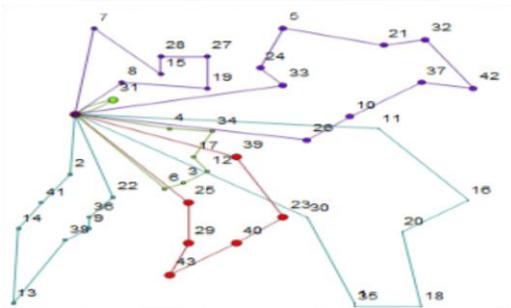


9.20 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA A-n44-k6

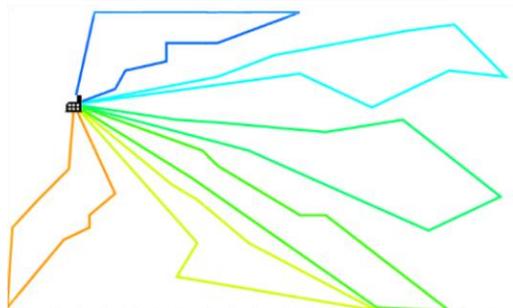
Dispersión de los nodos



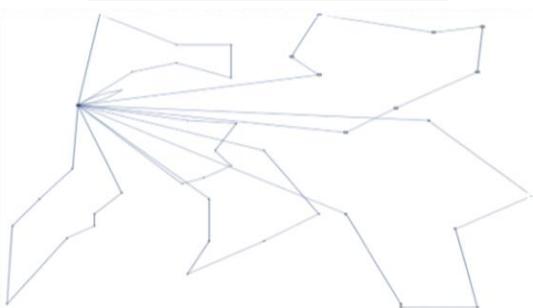
Heurística de Clarke and Wright



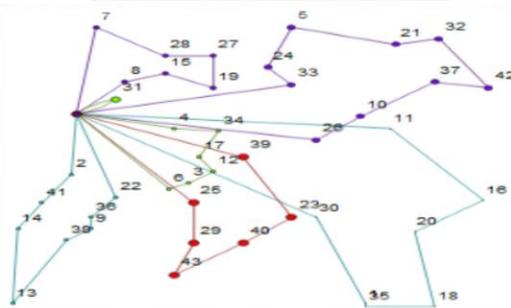
Heurística de barrido



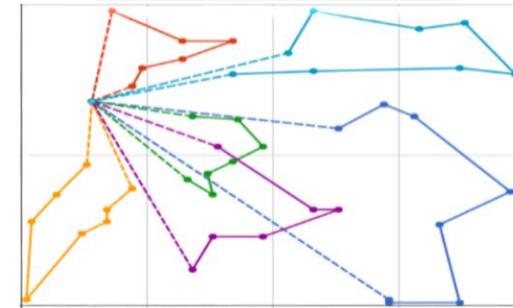
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

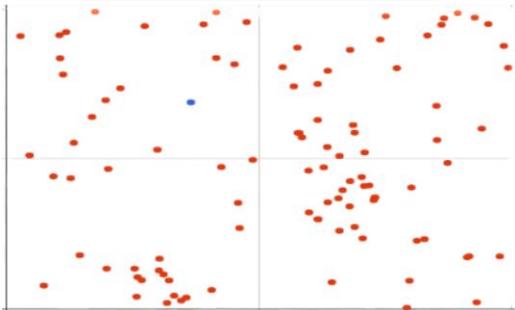


Solución óptima

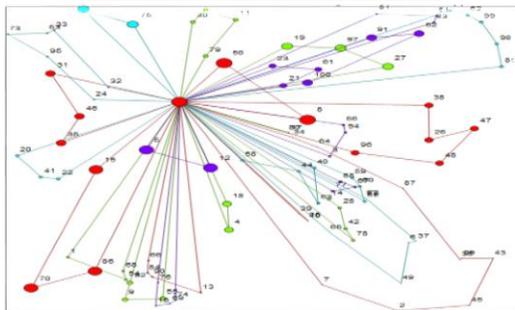


9.21 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n101-k25

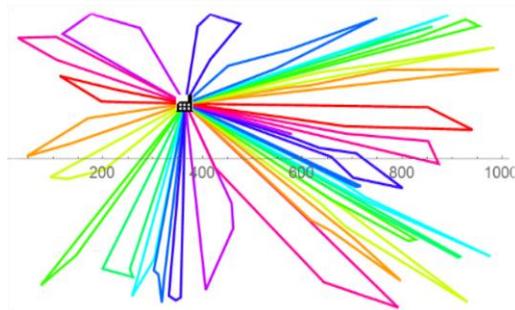
Dispersión de los nodos



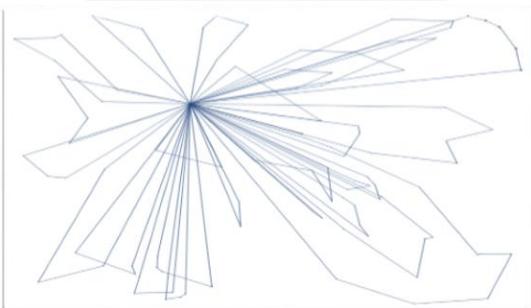
Heurística de Clarke and Wright



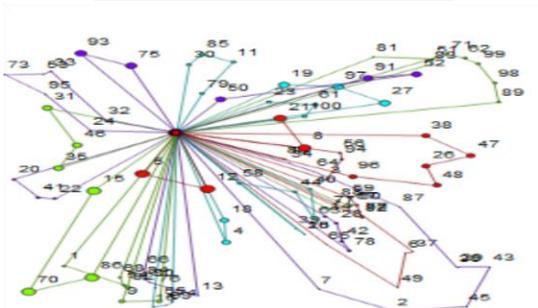
Heurística de barrido



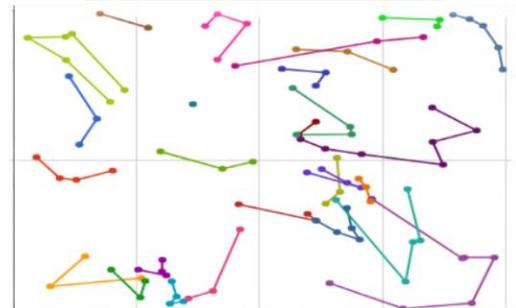
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

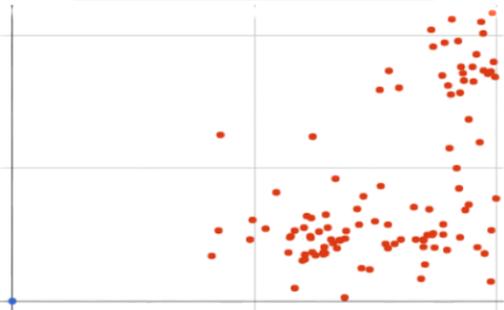


Solución óptima

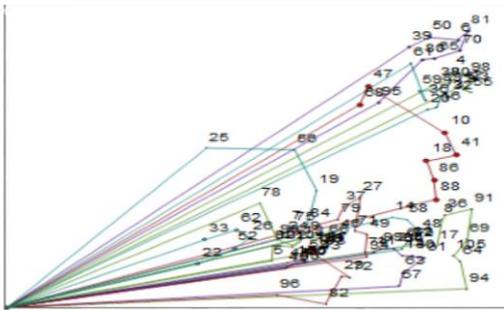


9.22 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n106-k14

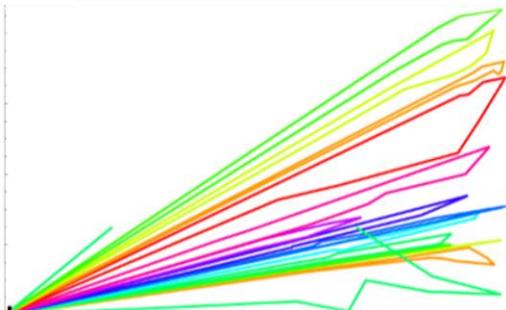
Dispersión de los nodos



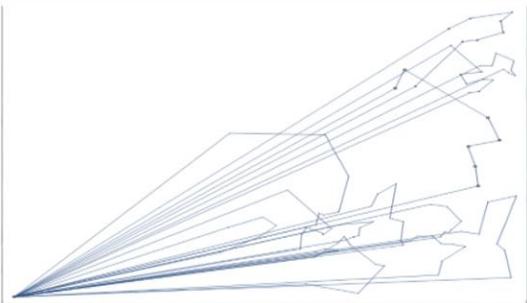
Heurística de Clarke and Wright



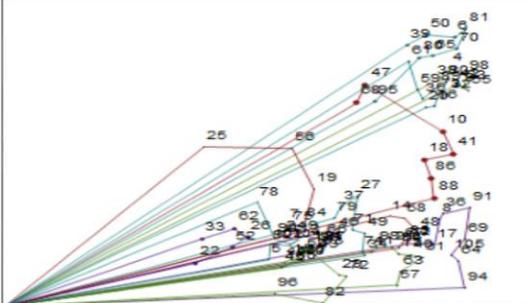
Heurística de barrido



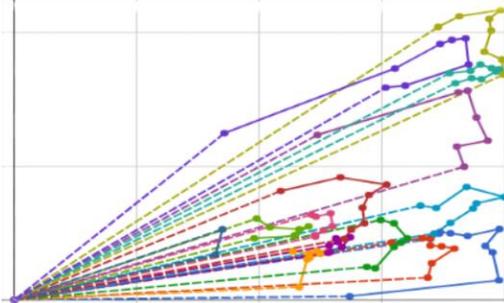
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

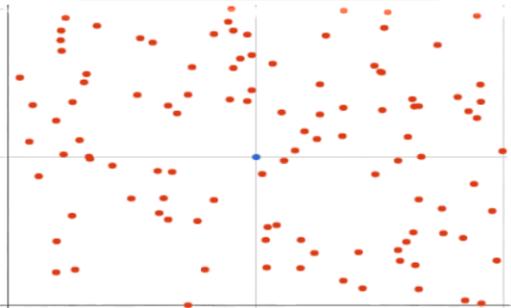


Solución óptima

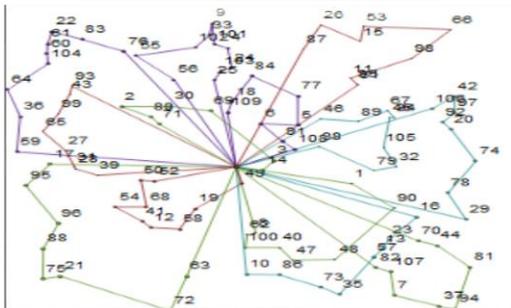


9.23 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n110-k13

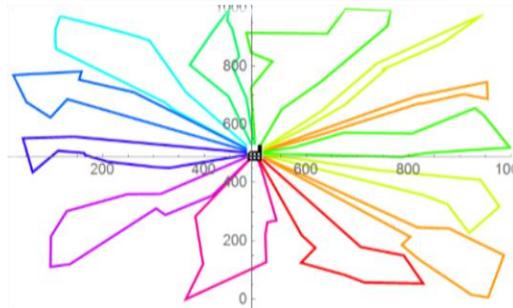
Dispersión de los nodos



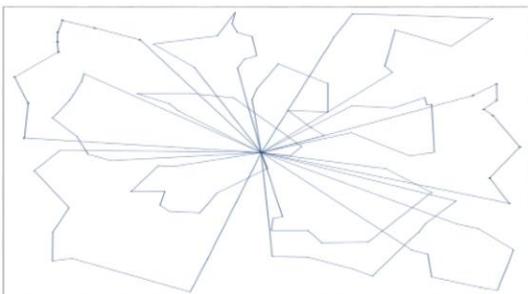
Heurística de Clarke and Wright



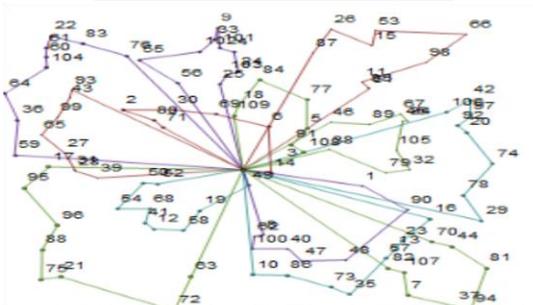
Heurística de barrido



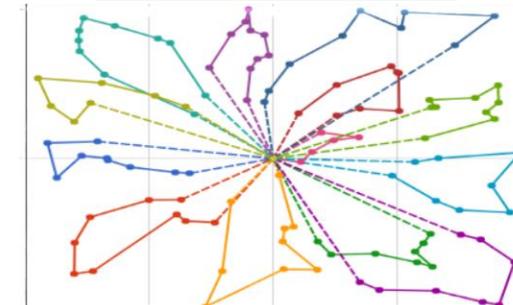
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

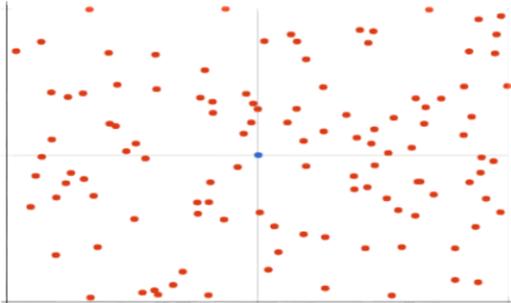


Solución óptima

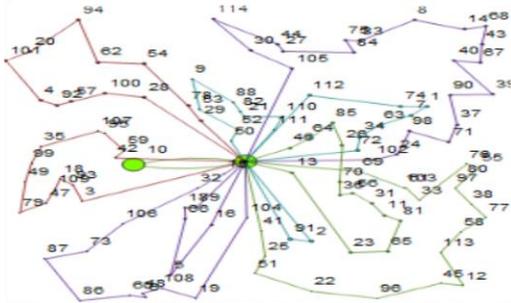


9.24 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n115-k10

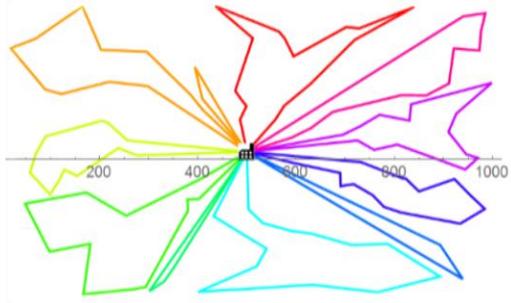
Dispersión de los nodos



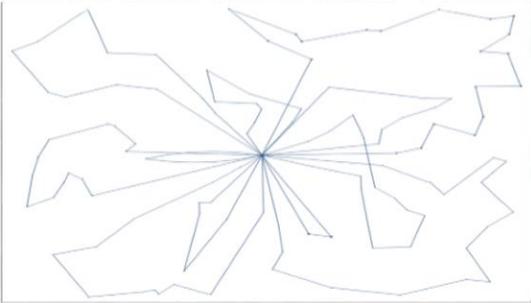
Heurística de Clarke and Wright



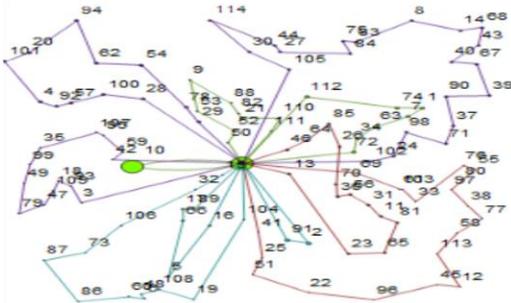
Heurística de barrido



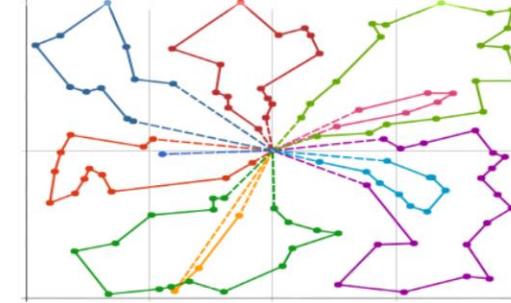
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

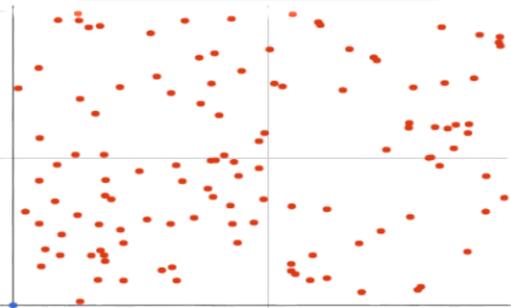


Solución óptima

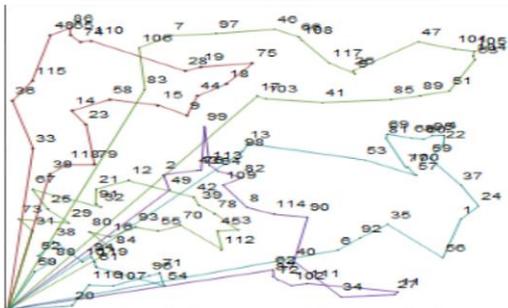


9.25 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n120-k6

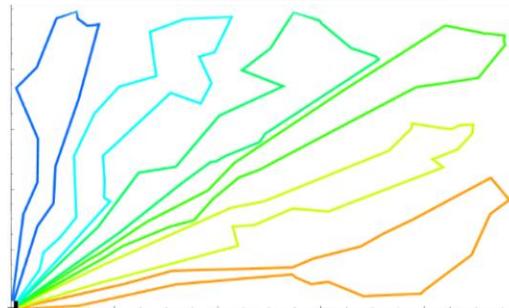
Dispersión de los nodos



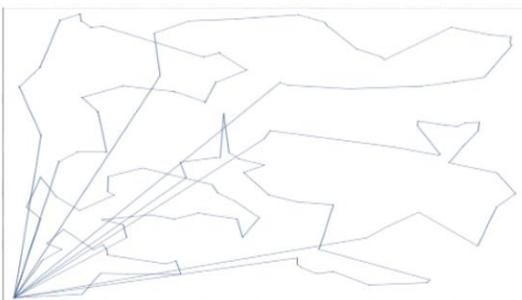
Heurística de Clarke and Wright



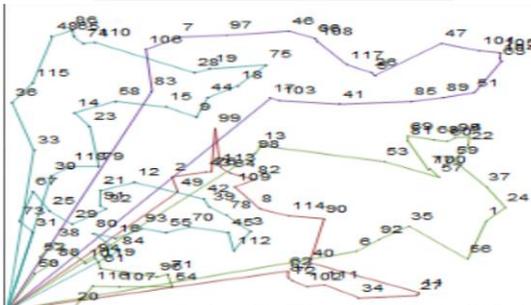
Heurística de barrido



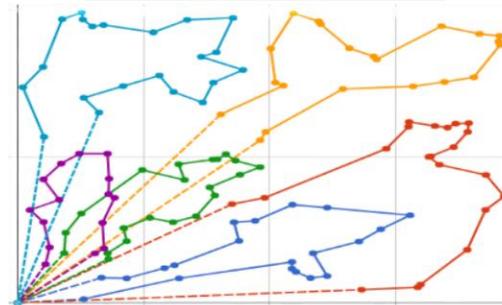
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

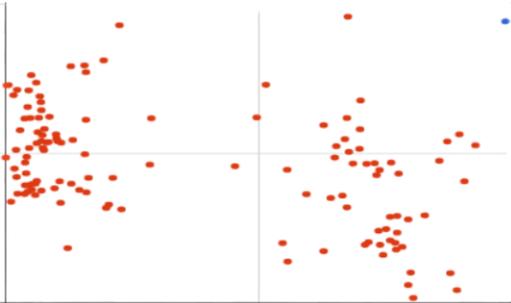


Solución óptima

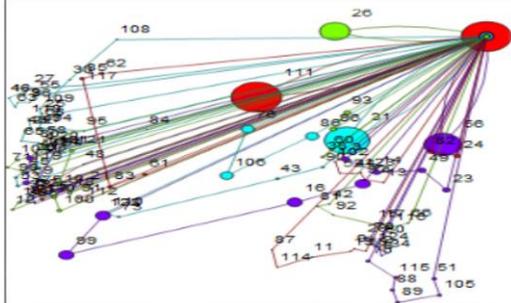


9.26 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n125-k30

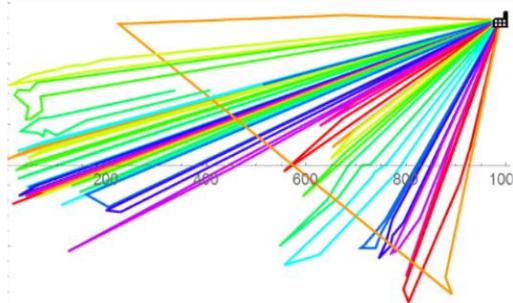
Dispersión de los nodos



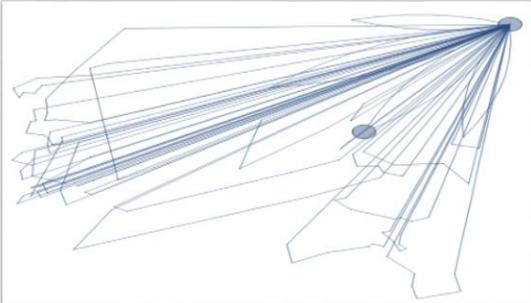
Heurística de Clarke and Wright



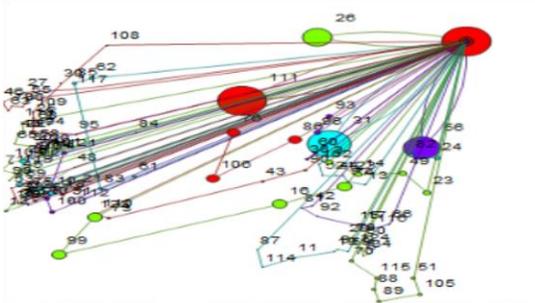
Heurística de barrido



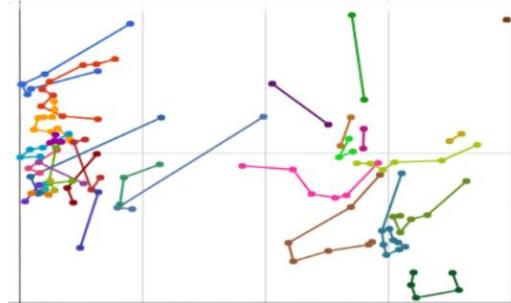
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

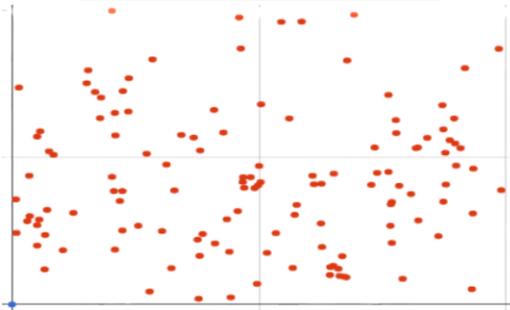


Solución óptima

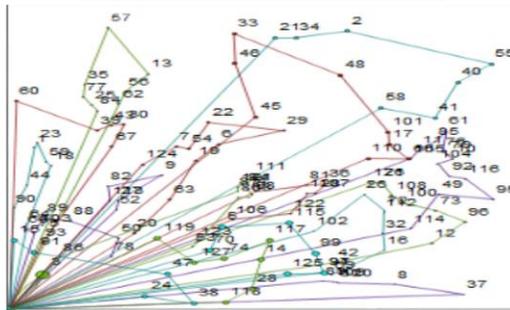


9.27 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n129-k18

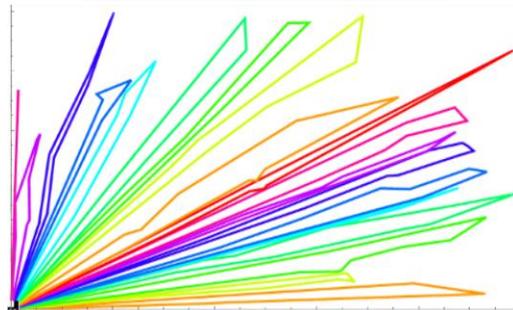
Dispersión de los nodos



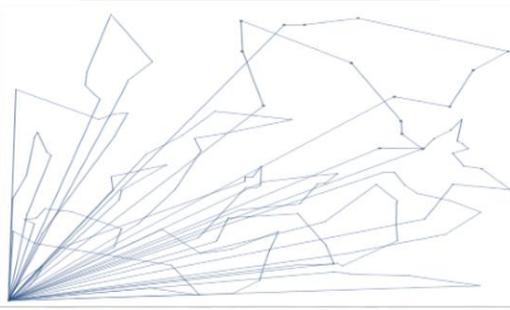
Heurística de Clarke and Wright



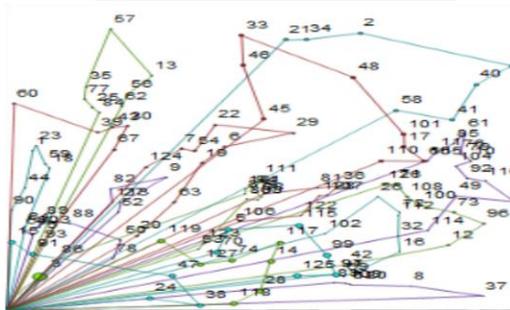
Heurística de barrido



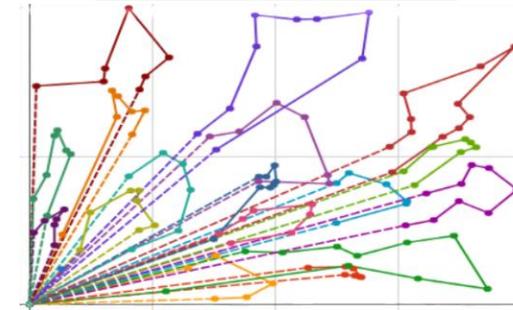
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

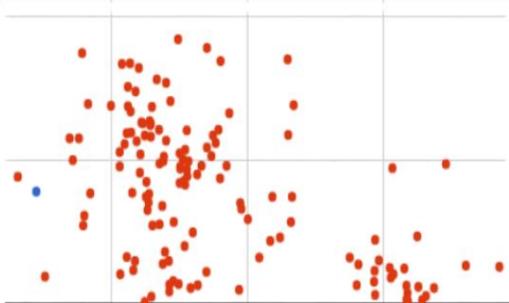


Solución óptima

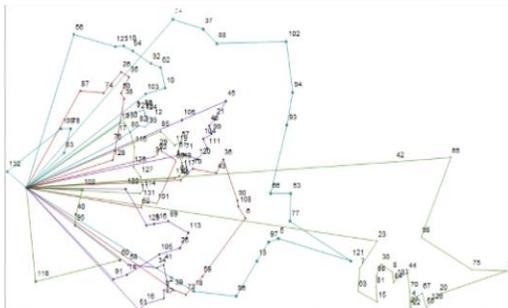


9.28 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n134-k13

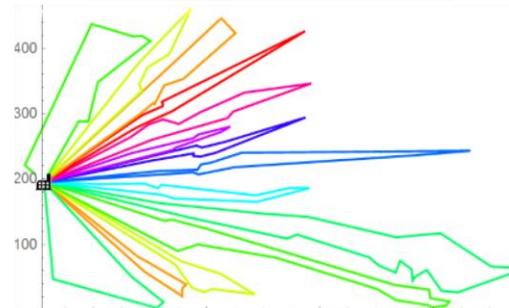
Dispersión de los nodos



Heurística de Clarke and Wright



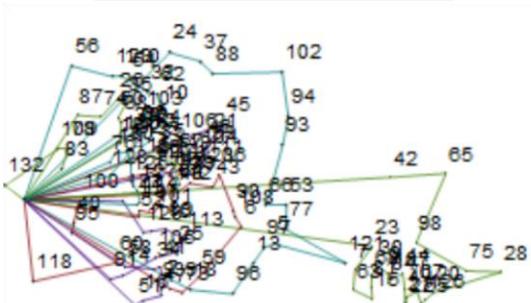
Heurística de barrido



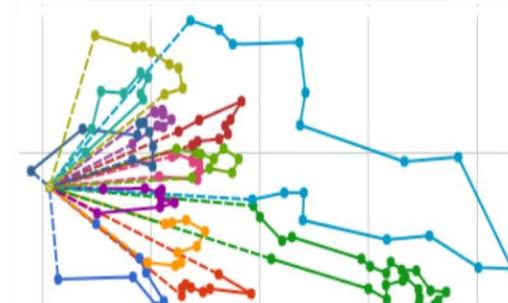
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

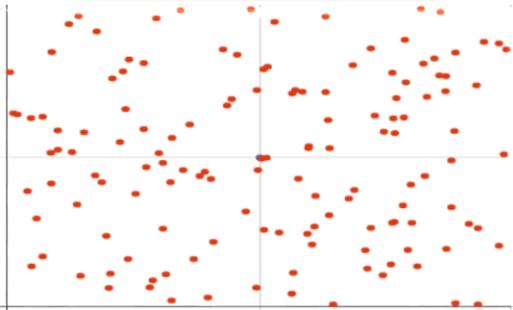


Solución óptima

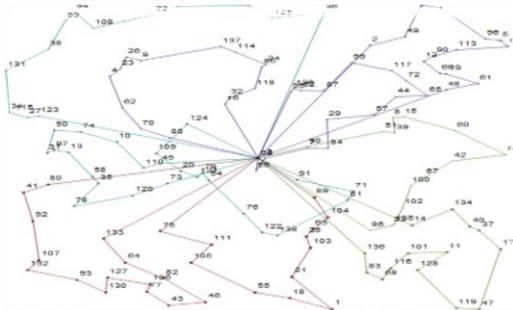


9.29 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n139-k10

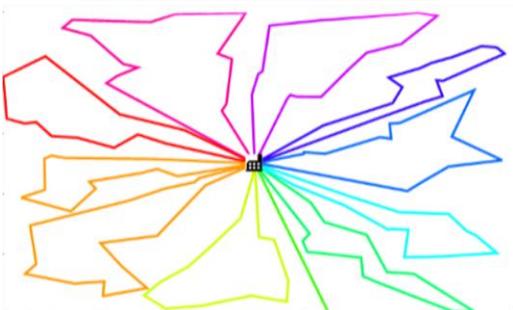
Dispersión de los nodos



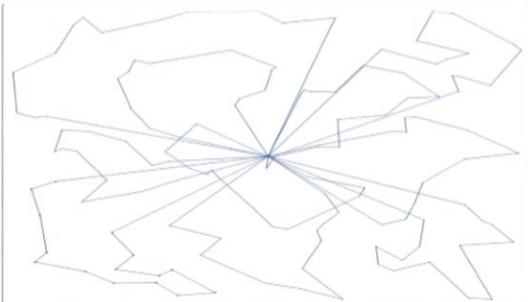
Heurística de Clarke and Wright



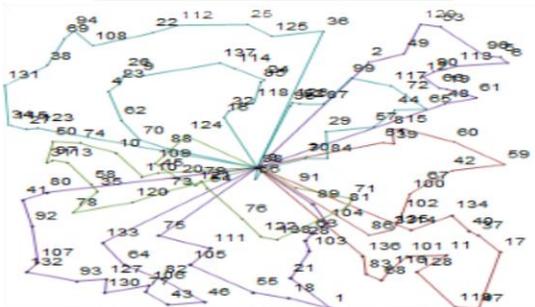
Heurística de barrido



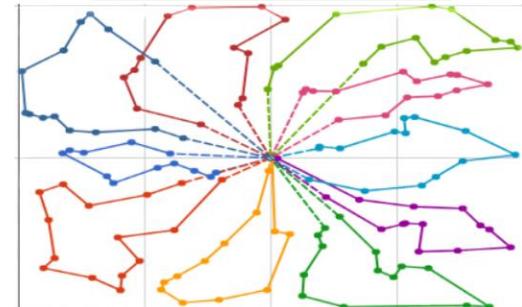
Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado

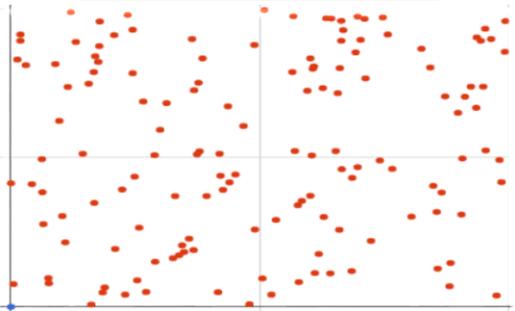


Solución óptima

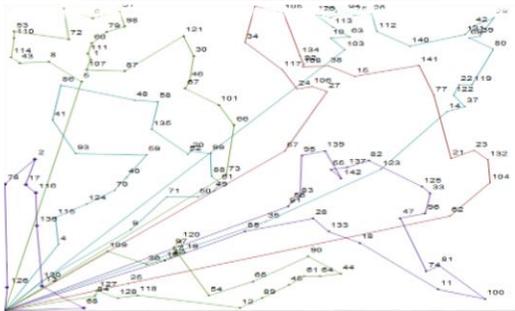


9.30 RUTEO DEL CASO DE PRUEBA X-n143-k7

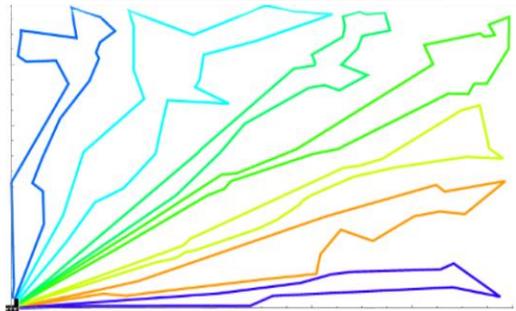
Dispersión de los nodos



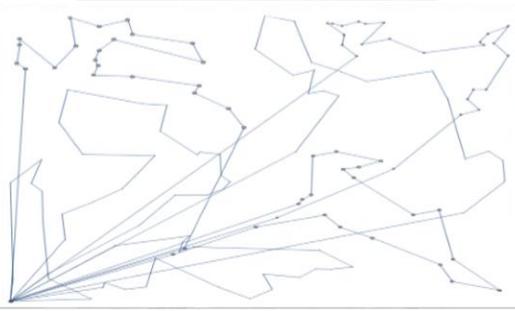
Heurística de Clarke and Wright



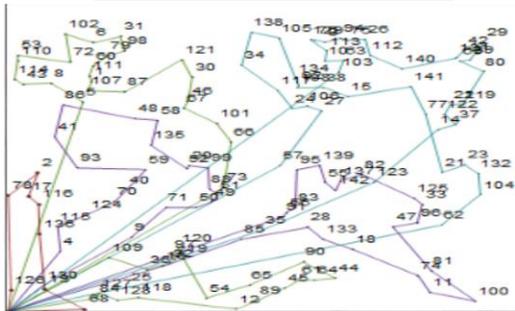
Heurística de barrido



Metaheurística GRASP



Metaheurística recocido simulado



Solución óptima

