



<b>AÑO:</b> 2019 - 2020	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b> ECUACIONES DIFERENCIALES <b>COORDINADOR:</b> Antonio Chong Escobar	<b>PROFESORES:</b> P1: Antonio Chong Escobar; P4&6&11: Jennifer Avilés Monroy; P5&12: José Castro Carrasco; P7&17: C. Mario Celleri Mujica; P8&14: Elvis Aponte Valladares; P9&15: Hernando Sánchez Caicedo; P16: Liliana Rebeca Pérez.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 25 NOVIEMBRE 2019

COMPONENTE TEÓRICO	
EXAMEN (50 Puntos)	
PROM. LECCIONES + PROM. PRUEBAS DE LECTURA	
<b>TOTAL (100 Puntos)</b>	

**COMPROMISO DE HONOR QUE DEBE LLENAR PARA QUE SU EXAMEN SEA CALIFICADO**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte frontal del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

**FIRMA:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

**RESOLUCIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN**

**Tema 1 (6 Puntos: 1 punto cada literal)**

Complete las siguientes frases.

A continuación, se presentan formas válidas de completar las frases.

- a) Un ejemplo de una serie  $p$  divergente que no sea la serie armónica es  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{1/7}}$ .
- b) El criterio del  $n$ -ésimo término para la divergencia establece que: si una serie infinita es convergente entonces  $\text{el límite cuando } n \rightarrow \infty \text{ de su } n\text{-ésimo término tiende a cero}$ .
- c) Un ejemplo de una serie telescópica cuyo primer término sea igual a 2 es  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{4}{n} - \frac{4}{n+1} \right)$ .
- d) Un ejemplo de una ecuación diferencial ordinaria de Bernoulli que no sea lineal es  $y' - x^4 y = (x + 1)y^{-6}$ .
- e) Dos isóclinas para la ecuación  $(\text{sen}(x) - y)dx - dy = 0$  son:  $\text{sen}(x) - y = \pi$  y  $\text{sen}(x) - y = -7$ .

**Desarrollo:**

La forma estándar es:  $\frac{dy}{dx} = \text{sen}(x) - y$ . Entonces las isóclinas están dadas por:  $\text{sen}(x) - y = c, c \in \mathbb{R}$ .

- f) Un ejemplo de una ecuación diferencial ordinaria equidimensional de orden mayor a 2 es:

$3x^4 y^{(4)} - 5x^3 y^{(3)} - 8x^2 y^{(2)} + xy^{(1)} - 7y = 0$

---

**Tema 2 (8 Puntos)**

Determine si la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)}$  es convergente o divergente. En el caso de ser convergente, indique si la convergencia es de tipo absoluta o condicional.

**Desarrollo:**

Analizando la respectiva serie de términos positivos se tiene la serie:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left| (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \right| = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}$ .

Utilizando el criterio de comparación del límite para analizar esta serie, tal que comparamos con la serie armónica  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$ , la cual es divergente se tiene:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n+1}{n(n+1)}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1} = 2$$

Dado que el resultado de límite hallado es positivo y finito, entonces  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}$  también es divergente.

Por lo tanto, aún no podemos afirmar que la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)}$  sea convergente o divergente. Para definir esto, se debe analizar la serie con el criterio de las series alternantes. Sin embargo, en el caso de que la serie alternante sea convergente, la convergencia sería de tipo condicional pero no absoluta.

Analizando la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)}$  con el criterio de las series alternantes:

Sea  $a_n = \frac{2n+1}{n(n+1)} > 0$  dado que  $n \in \mathbb{N}$ .

Se verifica si  $a_n > a_{n+1}$  desde algún número  $n = k$  fijo en adelante:

$$\begin{aligned} \frac{2n+1}{n(n+1)} &> \frac{2(n+1)+1}{(n+1)(n+2)} \\ \frac{2n+1}{n} &> \frac{2n+3}{n+2} \\ (2n+1)(n+2) &> n(2n+3) \\ 2n^2 + 5n + 2 &> 2n^2 + 3n \\ n &> -1 \end{aligned}$$

Por lo tanto,  $a_n > a_{n+1}$  se satisface  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

También se verifica que  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} = 0$$

Entonces, la serie alternante es convergente.

**Finalmente, se concluye que la serie alternante es condicionalmente convergente.**

### Tema 3 (10 Puntos)

- a) Usando la serie de Taylor centrada en  $x = 0$  de  $g(x) = e^x$ , obtenga la serie de potencias de  $f(x) = xe^{-x^2}$ .
- b) Determine para qué valores de  $x$  la segunda derivada de la serie de potencias de  $f(x)$  del literal anterior tiende al infinito.
- c) Usando los resultados obtenidos en el literal b, determine el valor de suma de la serie numérica  $\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n(2n+1)}{n!}$ .

#### Desarrollo del literal a:

Se conoce que la serie de Taylor centrada en  $x = 0$  de  $g(x) = e^x$  es:  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$ .

La serie de potencias de  $f(x) = xe^{-x^2}$  está dada por:

$$f(x) = x \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-x^2)^n}{n!} \rightarrow f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!}$$

#### Desarrollo del literal b:

Se halla la segunda derivada de  $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!}$ :

$$f'(x) = D_x \left( \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!} \right) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n (2n+1) x^{2n}}{n!}$$

$$f''(x) = D_x \left( \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n (2n+1) x^{2n}}{n!} \right) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)(2n) x^{2n-1}}{n!}$$

Si en la serie obtenida para  $f''(x)$  se reemplaza a  $x$  por un número real tal que  $a_n = \frac{(-1)^n (2n+1)(2n) x^{2n-1}}{n!}$ , entonces para aplicar el criterio del cociente absoluto, a fin de hallar el intervalo de convergencia de la serie, se halla el siguiente límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{(-1)^{n+1} (2(n+1)+1)(2(n+1)) x^{2(n+1)-1}}{(n+1)!}}{\frac{(-1)^n (2n+1)(2n) x^{2n-1}}{n!}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{(2n+3)(2n+2) x^{2n+1}}{(n+1)n!}}{\frac{(2n+1)(2n) x^{2n-1}}{n!}} \right| = x^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(2n+3)(2n+2)}{(n+1)(2n+1)(2n)} \right| = 0.$$

Puesto que el límite es menor que 1, entonces la serie de  $f''(x)$  converge para todos los reales.

**Por lo tanto, no existen valores de  $x$  para los que la serie de potencias de  $f''(x)$  tienda al infinito.**

#### Desarrollo del literal c:

$$f(x) = xe^{-x^2}$$

$$f'(x) = e^{-x^2} + xe^{-x^2}(-2x) = e^{-x^2} - 2x^2 e^{-x^2}$$

$$f''(x) = e^{-x^2}(-2x) - 4xe^{-x^2} - 2x^2 e^{-x^2}(-2x) = -6xe^{-x^2} + 4x^3 e^{-x^2}$$

Entonces:

$$f''(x) = -6xe^{-x^2} + 4x^3 e^{-x^2} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)(2n) x^{2n-1}}{n!}$$

Evaluando en  $x = 1$  se tiene:

$$f''(1) = -6e^{-1} + 4e^{-1} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)(2n)}{n!}$$

$$-2e^{-1} = \underbrace{-6}_{n=1} + \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)(2n)}{n!}$$

$$6 - 2e^{-1} = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)(2n)}{n!}$$

$$2e^{-1} - 6 = - \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)(2n)}{n!}$$

$$2e^{-1} - 6 = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n+1)(2n)}{n!}$$

**Por lo tanto, el valor de suma de la serie numérica  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n+1)(2n)}{n!}$  es igual a:  $2e^{-1} - 6$ .**

---

**Tema 4 (8 Puntos)**

Sea  $h(x, y) = \frac{x^3+2y^3}{xy^2}$ , explique por qué la ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = h(x, y)$  es de tipo homogénea. Luego, utilizando la técnica de resolución de las ecuaciones diferenciales homogéneas determine la solución del problema:  $\frac{dy}{dx} = h(x, y)$ ;  $y(1) = c$  donde  $c \in [-3, -2]$ .

**Desarrollo:**

Una forma de probar que  $\frac{dy}{dx} = h(x, y)$  es una ecuación homogénea es verificar que  $h(tx, ty) = h(x, y)$ .

$$h(tx, ty) = \frac{(tx)^3+2(ty)^3}{(tx)(ty)^2} = \frac{t^3x^3+2t^3y^3}{t^3xy^2} = \frac{t^3(x^3+2y^3)}{t^3xy^2} = \frac{x^3+2y^3}{xy^2} = h(x, y).$$

Entonces la ecuación es homogénea.

Para resolver la ecuación homogénea se realiza el cambio de variable:  $v = \frac{y}{x}$ , con lo cual:

$$y = vx \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx}$$

Sustituyendo en la ecuación se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{x^3+2y^3}{xy^2} \\ \frac{dy}{dx} &= \left(\frac{y}{x}\right)^{-2} + 2\left(\frac{y}{x}\right) \\ v + x \frac{dv}{dx} &= \frac{1}{v^2} + 2v \\ x \frac{dv}{dx} &= \frac{1}{v^2} + v \\ x \frac{dv}{dx} &= \frac{1+v^3}{v^2} \\ \frac{v^2}{1+v^3} dv &= \frac{dx}{x} \\ \int \frac{v^2}{1+v^3} dv &= \int \frac{dx}{x} \\ \frac{1}{3} \int \frac{3v^2}{1+v^3} dv &= \int \frac{dx}{x} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3} \ln|1+v^3| = \ln|x| + k, \quad k \in \mathbb{R}$$

En términos de las variables originales se tiene:

$$\frac{1}{3} \ln \left| 1 + \left(\frac{y}{x}\right)^3 \right| = \ln|x| + k, \quad k \in \mathbb{R}$$

Sustituyendo la condición inicial  $y(1) = c$  donde  $c \in [-3, -2]$ :

$$\frac{1}{3} \ln|1+c^3| = \ln|1| + k \quad \rightarrow \quad \frac{1}{3} \ln|1+c^3| = k$$

Así la solución del problema de valor inicial es:

$$\frac{1}{3} \ln \left| 1 + \left(\frac{y}{x}\right)^3 \right| = \ln|x| + \frac{1}{3} \ln|1+c^3| \quad \text{donde } c \in [-3, -2]$$

### Tema 5 (10 Puntos)

En un juego de tenis, la fuerza ejercida sobre la pelota con las cuerdas de una raqueta causa dos movimientos: uno de traslación que desplaza la pelota hacia adelante y otro de rotación que hace girar la pelota sobre sí misma. Considere que en un juego de tenis la pelota ha sido golpeada de tal forma que la razón a la que cambia su ángulo de rotación con respecto al tiempo es inversamente proporcional al mismo ángulo. Si al momento del golpe con la raqueta el ángulo de rotación de la pelota es de 0 radianes y 1 segundo después del golpe el ángulo es de 2.5 radianes:

- ¿Cuántos radianes ha girado la pelota sobre sí misma luego de 4 segundos de haber sido golpeada por la raqueta?
- Si la pelota rebota en el lado del oponente luego de haber girado 4 radianes desde el momento que es golpeada por la raqueta, el oponente no devolverá la pelota correctamente. ¿A partir del golpe con la raqueta, en qué tiempo debería rebotar la pelota para que esta situación ocurra?

#### Desarrollo:

Sea  $\phi(t)$ : ángulo de rotación de la pelota de tenis a los  $t$  segundos de haber sido impactada [radianes].

El modelo matemático está dado por el problema de valor inicial:

$$\frac{d\phi}{dt} = k \frac{1}{\phi} ; \phi(0) = 0 ,$$

tal que  $k$  es una constante de proporcionalidad y además:

$$\phi(1) = 2.5$$



Resolviendo la ecuación del problema de valor inicial se tiene:

$$\frac{d\phi}{dt} = k \frac{1}{\phi} \rightarrow \phi d\phi = k dt \rightarrow \int \phi d\phi = \int k dt \rightarrow \frac{\phi^2}{2} = kt + c ; c \in \mathbb{R}.$$

Sustituyendo  $\phi(0) = 0$  se obtiene:  $0 = c$ . Entonces:  $\frac{\phi^2}{2} = kt$ .

Sustituyendo  $\phi(1) = \frac{5}{2}$  se obtiene:  $\frac{(\frac{5}{2})^2}{2} = k \rightarrow \frac{25}{8} = k$ . Entonces,  $\frac{\phi^2}{2} = \frac{25}{8}t$ .

Así,  $\phi(t) = \frac{5}{2}\sqrt{t}$  [radianes].

Evaluando  $\phi(t)$  en  $t = 4$ :  $\phi(4) = \frac{5}{2}\sqrt{4} = 5$ .

**Por lo tanto, a los 4 segundos de que la pelota haya sido golpeada por la raqueta, el ángulo de rotación de la pelota será de 5 radianes.**

Igualando  $\phi(t)$  a 4 radianes y despejando  $t$ :  $\frac{5}{2}\sqrt{t} = 4 \rightarrow \sqrt{t} = \frac{8}{5} \rightarrow t = \frac{64}{25}$ .

**Se concluye que la pelota debe rebotar en el lado del oponente a los  $\frac{64}{25}$  segundos de haber sido golpeada con la raqueta para que el oponente no devuelva la pelota correctamente.**

---

**Tema 6 (8 Puntos)**

Deduzca la ecuación auxiliar de la ecuación diferencial:  $Ay''(x) - 4y'(x) + Cy(x) = 0$ . Luego, determine la condición que deben satisfacer las constantes  $A$  y  $C$  para que dicha ecuación auxiliar tenga soluciones complejas conjugadas. Bajo esta condición, halle la solución general de la ecuación diferencial en términos de  $A$  y  $C$ .

**Desarrollo:**

Para resolver una ecuación de coeficientes constantes se plantea la solución de la forma:

$$y(x) = e^{rx} \text{ donde } r \text{ es una constante fija que se debe determinar.}$$

Derivando la solución planteada se obtiene:

$$y'(x) = re^{rx} \rightarrow y''(x) = r^2e^{rx}$$

Sustituyendo la solución planteada en la ecuación diferencial:

$$Ay''(x) - 4y'(x) + Cy(x) = 0 \rightarrow Ar^2e^{rx} - 4re^{rx} + Ce^{rx} = 0 \rightarrow e^{rx}(Ar^2 - 4r + C) = 0$$

**Entonces la ecuación auxiliar de la ecuación diferencial es:  $Ar^2 - 4r + C = 0$ .**

Las soluciones de dicha ecuación auxiliar están dadas por:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ donde } a = A, b = -4 \text{ y } c = C \rightarrow r = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4AC}}{2A}$$

**Así, la condición para que la ecuación auxiliar tenga soluciones complejas conjugadas es:**

$$16 - 4AC < 0$$

Bajo esta condición, las soluciones de la ecuación auxiliar son:

$$r = \frac{4 \pm \sqrt{-(4AC - 16)}}{2A} \rightarrow r = \frac{2}{\alpha} \pm \frac{\sqrt{AC - 4}}{\lambda} i$$

Entonces las soluciones linealmente independientes de la ecuación diferencial son:

$$y_1 = e^{\alpha x} \cos(\lambda x) ; y_2 = e^{\alpha x} \sen(\lambda x)$$
$$y_1 = e^{(2x/A)} \cos\left(\frac{\sqrt{AC-4}}{A} x\right) ; y_2 = e^{(2x/A)} \sen\left(\frac{\sqrt{AC-4}}{A} x\right)$$

Finalmente, la solución general de la ecuación diferencial está dada por la combinación lineal:

$$y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) ; c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$
$$y(x) = c_1 e^{(2x/A)} \cos\left(\frac{\sqrt{AC-4}}{A} x\right) + c_2 e^{(2x/A)} \sen\left(\frac{\sqrt{AC-4}}{A} x\right) ; c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

### Tema 1 (para cada literal)

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje	
	Inicial	Excelencia
Completar conceptos o proporcionar ejemplos de los capítulos del primer parcial.	Deja el espacio vacío o completa de forma incorrecta.	Completa de forma correcta los conceptos o proporciona ejemplos válidos, según corresponda (se debe presentar una deducción o justificación de la respuesta donde el profesor considere necesario).
<b>Puntaje</b>	0	1

### Tema 2

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelencia
Determinar si una serie alternante es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente.	Analiza la serie de términos positivos correspondiente, <b>pero no determina que es divergente.</b>	Analiza la serie de términos positivos correspondiente, <b>determina que esta serie es divergente</b> y plantea las condiciones del criterio de las series alternantes, <b>pero no analiza correctamente la serie dada con el criterio de las series alternantes.</b>	Analiza la serie de términos positivos correspondiente, <b>determina que esta serie es divergente</b> y utilizando el criterio de las series alternantes determina que la serie dada es convergente, <b>pero no concluye que esta serie es condicionalmente convergente.</b>	Analiza la serie de términos positivos correspondiente, <b>determina que esta serie es divergente</b> , utilizando el criterio de las series alternantes determina que la serie dada es convergente y <b>concluye que esta serie es condicionalmente convergente.</b>
<b>Puntaje</b>	[0 , 1]	(1 , 4]	(4 , 7]	(7 , 8]

### Tema 3

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelencia
Determinar el valor de suma de una serie numérica a partir de una serie de potencias.	Determina la serie de potencias de $f(x)$ que se pide en el literal a, <b>pero no halla el conjunto de valores de <math>x</math> para los que su segunda derivada tiende al infinito.</b>	Determina la serie de potencias de $f(x)$ que se pide en el literal a y <b>halla el conjunto de valores de <math>x</math> para los que su segunda derivada tiende al infinito</b> , <b>pero no</b> determina el valor de suma que se pide en el literal c.	Determina la serie de potencias de $f(x)$ que se pide en el literal a, <b>halla el conjunto de valores de <math>x</math> para los que su segunda derivada tiende al infinito</b> , obtiene la segunda derivada de la función $xe^{-x^2}$ , <b>pero no</b> determina el valor de suma que se pide en el literal c.	Determina la serie de potencias de $f(x)$ que se pide en el literal a, <b>halla el conjunto de valores de <math>x</math> para los que su segunda derivada tiende al infinito</b> , obtiene la segunda derivada de la función $xe^{-x^2}$ , <b>determina el valor de <math>x</math> que se debe evaluar tanto en esta derivada como en su serie de potencias</b> y determina el valor de suma que se pide en el literal c.
<b>Puntaje</b>	[0 , 3]	(3 , 6]	(6 , 8]	(8 , 10]

#### Tema 4

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelencia
Resolver un problema de valor inicial asociado a una ecuación diferencial ordinaria de 1er orden homogénea.	Explica por qué la ecuación diferencial es de tipo homogénea, <b>pero no resuelve esta ecuación.</b>	Explica por qué la ecuación diferencial es de tipo homogénea y <b>aplicando un cambio de variable la transforma en separable, pero no resuelve esta ecuación.</b>	Explica por qué la ecuación diferencial es de tipo homogénea, <b>aplicando un cambio de variable la transforma en separable</b> y resuelve esta ecuación, <b>pero no evalúa la condición inicial para hallar la solución del problema de valor inicial dado.</b>	Explica por qué la ecuación diferencial es de tipo homogénea, <b>aplicando un cambio de variable la transforma en separable, resuelve esta ecuación y evalúa la condición inicial para hallar la solución del problema de valor inicial dado.</b>
<b>Puntaje</b>	[0 , 2]	(2 , 4]	(4 , 6]	(6 , 8]

#### Tema 5

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelencia
Interpretar las soluciones obtenidas al resolver problemas de aplicación modelados con problemas de valor inicial asociados a ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.	Define y describe la función incógnita del problema con sus unidades, <b>pero no plantea el modelo matemático que describe el problema.</b>	Define y describe la función incógnita del problema con sus unidades, <b>plantea el modelo matemático que describe el problema</b> y resuelve la ecuación diferencial del modelo, <b>pero no halla la constante de integración ni la de proporcionalidad.</b>	Define y describe la función incógnita del problema con sus unidades, <b>plantea el modelo matemático que describe el problema</b> , resuelve la ecuación diferencial del modelo, <b>halla la constante de integración y la de proporcionalidad, pero no halla la cantidad de radianes ni el tiempo pedido.</b>	Define y describe la función incógnita del problema con sus unidades, <b>plantea el modelo matemático que describe el problema</b> , resuelve la ecuación diferencial del modelo, <b>halla la constante de integración y la de proporcionalidad</b> y halla tanto la cantidad de radianes como el tiempo pedido.
<b>Puntaje</b>	[0 , 1]	(1 , 6]	(6 , 8]	(8 , 10]

#### Tema 6

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelencia
Hallar la solución general de una ecuación diferencial ordinaria (EDO) de segundo orden de coeficientes constantes.	Plantea la forma de la solución de la EDO, <b>pero no deduce la respectiva ecuación auxiliar.</b>	Plantea la forma de la solución de la EDO, <b>deduce la respectiva ecuación auxiliar</b> y halla sus soluciones en términos de las constantes $A$ y $C$ , <b>pero no plantea la condición para que las soluciones de esta ecuación auxiliar sean complejas conjugadas</b> ni halla la solución general de la EDO.	Plantea la forma de la solución de la EDO, <b>deduce la respectiva ecuación auxiliar</b> , halla sus soluciones en términos de las constantes $A$ y $C$ y <b>plantea la condición para que las soluciones de esta ecuación auxiliar sean complejas conjugadas, pero no halla la solución general de la EDO.</b>	Plantea la forma de la solución de la EDO, <b>deduce la respectiva ecuación auxiliar</b> , halla sus soluciones en términos de las constantes $A$ y $C$ , <b>plantea la condición para que las soluciones de la ecuación auxiliar sean complejas conjugadas</b> y halla la solución general de la EDO.
<b>Puntaje</b>	[0 , 1]	(1 , 4]	(4 , 5]	(5 , 8]