

AÑO:	2024 - 2025	PERIODO:	PAO – I
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	3ra Evaluación	FECHA:	17-Septiembre-2024

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esférico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Indicaciones generales: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png al final de la evaluación en aula virtual.

Tema 1. (35 puntos) La ecuación diferencial para la velocidad de alguien que practica el salto del bungee es diferente según si el saltador ha caído una distancia en la que la cuerda está extendida por completo y comienza a estirarse o encogerse.

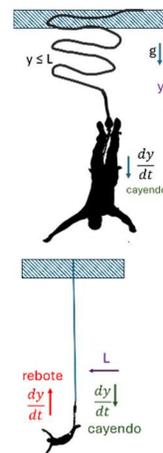
Si la distancia recorrida es menor que la longitud de la cuerda, el saltador sólo está sujeto a las fuerzas gravitacional y de arrastre de la cuerda.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g - \text{signo}(v) \frac{c_d}{m} \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \quad y \leq L$$

Suponga que las condiciones iniciales son: $y(0) = 0, dy(0)/dt = 0$

Una vez que la cuerda comienza a estirarse, también deben incluirse las fuerzas del resorte y del amortiguamiento de la cuerda.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g - \text{signo}(v) \frac{c_d}{m} \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 - \frac{k}{m}(y - L) - \frac{\gamma}{m} \left(\frac{dy}{dt}\right) \quad y > L$$



dy/dt	m/s	velocidad (v)
t	s	tiempo
g	9.8 m/s ²	gravedad
c _d	0.25 kg/m	coeficiente de arrastre
m	68.1 Kg	masa
L	30 m	Longitud de la cuerda

k	40 N/m	constante de resorte de la cuerda
γ	8 N s/m	coeficiente de amortiguamiento de la cuerda
signo(v)	función que devuelve -1, 0 y 1, para v negativa, cero y positiva, respectivamente	

En conocimiento que la primera ecuación es válida solo hasta $t_c=2.55, L=30\text{mts}, v= 23.20752$.

Encuentre el tiempo t_d cuando se alcanza la longitud MÁXIMA de la cuerda extendida y estirada por completo, es decir $y>L$, con velocidad = 0. (solo 2da ecuación)

- Realice el planteamiento del ejercicio usando Runge-Kutta de 2do Orden
- Desarrolle tres iteraciones para $y(t)$ con tamaño de paso $h=0.5$
- Usando el algoritmo, aproxime la solución para y en el intervalo entre $[t_c, t_d]$ adjunte sus resultados.txt
- Indique el valor de t_d , muestre cómo mejorar la precisión y realice sus observaciones sobre los resultados.

Observación: $dy/dt = v$, función $\text{signo}(v)$ en Numpy: `np.sign(v)`

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (15 puntos), literal c resultados.txt y grafica.png (10 puntos), literal d (5 puntos),

Referencia: [1] Chapra. capítulo 28. Ejercicio 28.41 p852.

[2] Extreme Bungy Jumping with Cliff Jump Shenanigans! Play On in New Zealand! 4K! - devinsupertramp. 23 mar 2015.

<https://www.youtube.com/watch?v=I9m4cW2yxy0>

Tema 2. (30 puntos) Para el salto del Bungee del ejercicio del tema anterior se toman lecturas con un sensor de velocidad sujetado a la persona.

De la tabla de datos obtenida ($h=1/8$), se observa que los tamaños de paso en tiempo no siempre son equidistantes. Se requiere encontrar un polinomio interpolación de al menos grado 3.



ti	vi
0	0,0000
0,25	2,4479
0,5	4,8849
0,75	7,3001
1	9,6832
1,375	13,1763
1,75	16,5451
2,125	19,7641
2,4	22,0193
2,55	23,2075

- Describa el planteamiento del ejercicio, selección de puntos, expresiones usando el método de Lagrange.
- Resuelva el sistema usando los algoritmos correspondientes.
- Presente el polinomio obtenido, simplificado y grafique verificando que $P(x)$ pase por los puntos de muestra.
- Use el resultado $P(x)$ para estimar el error con los valores de v_i que no fueron usados para la interpolación.
- Adjunte los archivos para algoritmo.py, resultados.txt y grafica.png

Rúbrica: literal a (10 puntos), literal b (5 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos), literal e (5 puntos)

Tema 3. (35 puntos) Para el salto del Bungee y la tabla del ejercicio del tema 2, realice el sistema de ecuaciones para el polinomio de interpolación usando los tiempos en el vector $t_s = [0, 0.75, 1.375, 2.55]$

- Plantee el sistema de ecuaciones usando los cuatro puntos datos en el vector t_s
- Presente el sistema de ecuaciones en su forma matricial y muestre la matriz aumentada y pivoteada
- Desarrolle el ejercicio usando el método de Jacobi, para tres iteraciones. Justifique el vector inicial X_0
- Comente sobre la convergencia del ejercicio y adjunte los archivos para algoritmo.py y resultados.txt

Rúbrica: Planteamiento (5 puntos), Matriz aumentada y pivoteada (5 puntos), iteraciones(15 puntos), error por iteración (5 puntos), literal d (5 puntos)