


<p>Facultad de <b>Ciencias Naturales y Matemáticas</b></p> 	<b>Escuela Superior Politécnica del Litoral</b>	
	<b>Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas</b>	
	<b>Materia:</b> Matemáticas Discretas	<b>Fecha:</b> 30/08/2024
	<b>Profesores:</b> Cristhian Hernández, Liliana Pérez, Ebner Pineda	
	<b>Periodo y Año:</b> I PAO 2024	
	<b>Estudiante:</b>	
	<b>Cédula:</b>	
	<b>Paralelo:</b>	
<b>EXAMEN DE SEGUNDA EVALUACIÓN</b>		
<b>COMPROMISO DE HONOR</b>		
<p>Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, <b>NO USARÉ</b> calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.</p> <p><b>Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración.</b></p> <p style="text-align: center;">_____</p> <p style="text-align: center;"><i>“Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.</i></p>		

1. (15 puntos) Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas. Si la proposición es verdadera, demuéstrela formalmente, en caso contrario proporcione un contraejemplo.
  - (a) Si en la fiesta de novatos de la ESPOL hay 151 personas, es imposible que cada uno conozca exactamente a 5 personas. (5 puntos).

- (b) Existe una *única* sucesión  $\{a_n\}$  tal que  $a_0 = 7$  y que satisface la relación de recurrencia  $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$ . (5 puntos).

- (c) En un grafo no dirigido, si todos los vértices tienen grado par, entonces el grafo contiene al menos un ciclo de Euler. (5 puntos).

2. (20 puntos) Sea  $K_{m,n}$  el grafo bipartito completo con  $m$  y  $n$  vértices, siendo  $m > 1$  y  $n > 1$ . Demuestre que si  $m = n$ , entonces el grafo mencionado tiene un ciclo de Hamilton.

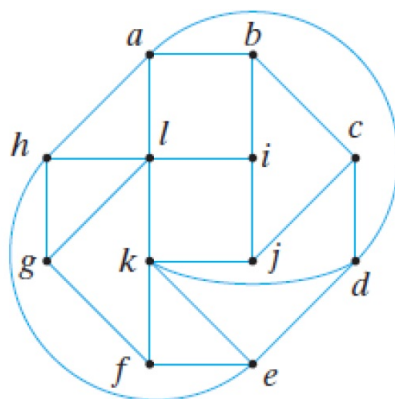
3. (15 puntos) Diseñe un autómata de estado finito que acepte solo las cadenas de bits que representan una potencia de 2 en el sistema decimal.

4. (20 puntos) Diremos que un número natural mayor a 1 es *perfecto*, si se puede escribir como suma de sus divisores propios positivos. Por ejemplo, 6 y 28 son perfectos, ya que  $6 = 1 + 2 + 3$  y  $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ . (Ambos son suma de sus divisores propios positivos).

(a) Usando pseudocódigo, construya una función que reciba como entrada un número natural  $n > 1$  y produzca la salida: *True* si  $n$  es perfecto, *False* si no lo es. (10 puntos).

(b) Encuentre una notación theta en términos  $n$  para el número de operaciones aritméticas que realiza su algoritmo. (10 puntos).

5. (15 puntos) Dado el siguiente grafo:



utilizando el orden de vértices  $h l k f e d c b i j g a$ , encuentre un árbol de expansión con el método de búsqueda en profundidad.

6. (15 puntos) Dados los dos grafos mostrados en la figura. Determine si estos son o no isomorfos argumentando formalmente su respuesta.

