

AÑO: 2019	PERIODO: PRIMERO
MATERIA: CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES	PROFESOR:
EVALUACIÓN: SEGUNDA	
TIEMPO DE DURACIÓN: 2 Horas	FECHA: AGOSTO 26 DE 2019

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

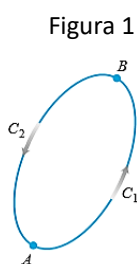
*"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".*

**FIRMA:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

**PRIMER TEMA (15 puntos)**

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones; en caso de ser verdaderas, justifíquelas formalmente; caso contrario, desarrolle un contraejemplo:

- a) Considere un campo vectorial conservativo  $\vec{F}(x, y)$ ; en la figura 1,  $\int_{C_1} \vec{F}(x, y) \cdot dr = \lambda, \lambda \in R$  desde el punto A al punto B, y ,  $\int_{C_2} \vec{F}(x, y) \cdot dr = -\lambda, \lambda \in R$ , desde el punto B al punto A. Note la simetría del problema ( $C_2$  es la semielipse opuesta de  $C_1$ ).



Si en la figura 2,  $\int_{C_1} \vec{F}(x, y) \cdot dr = \beta, \beta \in R$  desde el punto A al punto B entonces ,  $\int_{-C_2} \vec{F}(x, y) \cdot dr = -\beta, \beta \in R$  desde el punto B al punto A.



b)  $\vec{F}(x, y, z) = \text{sen}(x)e^z\hat{i} + xy\hat{j} - \cos(x)e^z\hat{k}$ , representa un campo vectorial conservativo.

c) Dada la región  $R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2; \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\}$ , utilizando el teorema de Green se obtiene que el área de la superficie de R es igual a  $12\pi u^2$ .

Rúbrica:



- d) El valor de  $\iiint_Q z^2 dV$  donde  $Q$  es la región sólida que yace arriba del cono  $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$  y dentro de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 6z$  es igual a  $\frac{5505}{32} \pi u^3$



**SEGUNDO TEMA (6 puntos)**

Utilizando multiplicadores de Lagrange, determine los puntos de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 81$ , que estén más distantes y más cercanos del punto P (2,1,2). Hallar las respectivas distancias.



**TERCER TEMA (8 puntos)**

Dada la siguiente integral doble  $\int_0^{2a} \int_{\sqrt{ax}}^{\sqrt{6a^2-x^2}} 2xy \, dy \, dx$ , cambie el orden de integración y luego evalúela.



**CUARTO TEMA (8 puntos)**

Utilizando integrales triples y luego un cambio de sistema adecuado, calcule el volumen del sólido limitado por las superficies  $x^2 + y^2 = 9$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$ ;  $z \geq 0$ .



**QUINTO TEMA (8 puntos)**

Calcule la integral  $\int_C (y - z)dx + (z - x) dy + (x - y) dz$ , siendo  $C$  la curva dada por las ecuaciones  $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 1 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$  utilizando el teorema de Stokes.

