

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

| | | | |
|--------------------|-------------------------|------------------|----------------|
| AÑO: | 2019 | PERÍODO: | PRIMER TÉRMINO |
| MATERIA: | Cálculo de una variable | PROFESOR: | |
| EVALUACIÓN: | SEGUNDA | FECHA: | 26/agosto/2019 |

| | |
|----------|--|
| Examen: | |
| Lección: | |
| Quiz: | |
| Deber: | |
| Total: | |

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: _____ NÚMERO DE MATRÍCULA: _____ PARALELO: _____

1. (10 PUNTOS) Justificando su respuesta, establezca si la proposición dada es VERDADERA o FALSA.

- (a) (5 PUNTOS) Dada la función por tramos $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida así:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x, & x \geq 2 \\ x, & x < 2 \end{cases}$$

Entonces:

$$\int_1^4 f(x) dx = \frac{7}{2}$$

(b) (5 PUNTOS) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1 - x}{\text{sen}^2(x)} \right) = \frac{1}{2}$

2. (10 PUNTOS) Bosqueje en un plano cartesiano la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ que es continua en todo su dominio y cumple con las siguientes condiciones:

- (i) $\forall \xi > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \text{dom } f [(|x - 1| < \delta) \Rightarrow (|f(x)| < \xi)]$
- (ii) $\forall \xi > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \text{dom } f [(|x - 3| < \delta) \Rightarrow (|f(x)| < \xi)]$
- (iii) $\forall \xi > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \text{dom } f [(|x| < \delta) \Rightarrow (|f(x) - 2| < \xi)]$
- (iv) $\forall \xi > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \text{dom } f [(|x - 2| < \delta) \Rightarrow (|f(x) + 4| < \xi)]$
- (v) $\forall \xi > 0 \exists N > 0 \forall x \in \text{dom } f [(x < -N) \Rightarrow (|f(x) - 3| < \xi)]$
- (vi) $f'(x) < 0$, si $x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$.
- (vii) $f'(x) > 0$, si $x \in (2, 3)$.
- (viii) $f'(2)$ no existe.
- (ix) $f'(3) = 0$
- (x) $f''(x) < 0, \forall x \in \text{dom } f - \{2\}$

3. (10 PUNTOS) Obtenga las siguientes antiderivadas:

(a) (5 PUNTOS) $\int \left(\frac{2x^3 + x^2 + 2x - 1}{x^4 - 1} \right) dx$

(b) (5 PUNTOS) $\int \frac{\ln(x)}{x^4} dx$

4. (8 PUNTOS) Calcule el área de la región R definida así:

$$R: \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = \frac{x}{x^2 + 1} \end{cases} ; \quad x \in [1, +\infty)$$

5. (4 PUNTOS) Definiendo una función adecuada y usando diferenciales, aproxime el valor de $\sqrt[4]{80}$.

6. (8 PUNTOS) De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

- (a) En la fabricación y venta de x [unidades] de cierto bien, las funciones de precio unitario p y costo total c , ambas en [\$], vienen dadas por:

$$p(x) = 6 - 0.003x$$

$$c(x) = 4 + 2.1x$$

Determine el nivel de producción que generará una UTILIDAD TOTAL MÁXIMA.

- (b) Un observatorio debe tener la forma de un cilindro recto coronado por un domo semiesférico. Se conoce que el domo semiesférico costará el doble por [m^2] que las paredes laterales cilíndricas que cuestan \$ 10 cada [m^2]. Determine las DIMENSIONES MÁS ECONÓMICAS del observatorio, si se quiere que tenga 400π [m^3] de volumen.